

## EDUCAÇÃO MATEMÁTICA NO ENSINO SUPERIOR-GT4 DA SBEM TEXTO 3: ÊNFASE EM ALGUMAS PESQUISAS EM ÁLGEBRA

*Angela Marta Pereira das Dores Savioli*

*Universidade Estadual de Londrina*

*angelamarta@uel.br*

### **Resumo:**

Neste texto faremos uma abordagem da álgebra no Ensino Superior, acrescentando alguns enfoques de pesquisas com esse tema, algumas delas e produções do grupo de pesquisa GEPPMat (Grupo de Estudos e Pesquisas do pensamento matemático). Essa abordagem reflete o aumento dos trabalhos a respeito do tema matemática no ensino superior e álgebra em eventos e grupos de pesquisa.

**Palavras-chave:** Educação Matemática; Ensino Superior; Álgebra; Pensamento Matemático.

### **1. Introdução**

A ideia dessa mesa redonda é promover um debate a respeito do Ensino Superior e pesquisas relacionadas com esse tópico. Consideramos ser pertinente essa discussão, pois formar professores que sejam capazes de reinventar o ensino de matemática não se constitui uma tarefa fácil e, a formação inicial de professores de matemática, como parte dessas pesquisas, configura-se em um tema para o ENEM. Focaremos basicamente nas três áreas da matemática, quais sejam álgebra, análise e geometria e topologia, nos atendo, nomeadamente, na álgebra, no cálculo e na geometria.

Neste artigo abordaremos a álgebra no Ensino Superior, apresentando alguns enfoques de pesquisas com esse tema nos quatro últimos Seminários Internacionais de Pesquisas em Educação Matemática (SIPEM) e produções do grupo de pesquisa GEPPMat (Grupo de estudos e pesquisas do pensamento matemático) da Universidade Estadual de Londrina.

Como iniciar uma discussão a respeito do ensino superior? O Grupo de Trabalho do Ensino Superior (GT 04) da SBEM é formado por pesquisadores da Educação Matemática em nível superior e, nessas últimas edições do SIPEM, tem englobado o ensino da álgebra linear e das estruturas algébricas em cursos de engenharia e de matemática.

A partir de meados da década de oitenta, o movimento da Educação Matemática no Brasil iniciou um trabalho com a formação de professores. Inspirados pelo estudo inserido no contexto da formação docente e visando uma melhoria dessa formação, o estudo do Ensino Superior contribuiu para elevar o nível dessa formação, dando subsídios para os formadores e tornando a formação inicial mais perto da realidade. Compreender como o estudante entende os conteúdos matemáticos e pedagógicos, se ele entende a importância de determinados conteúdos matemáticos e pedagógicos para sua formação, torna-se importante em um mundo que prioriza a prática e a tecnologia.

Além das publicações do GT04 do SIPEM, artigos em revistas e anais de eventos internacionais têm focado o ensino superior em suas várias vertentes. É mudando esse ensino superior que, acreditamos, conseguiremos professores mais críticos, reflexivos e conscientes de sua tarefa no mundo.

A álgebra aparece em vários eventos e, no SIPEM, em diversos trabalhos do GT04. Apresentaremos neste texto uma abordagem da álgebra no ensino superior contemplada no III, IV, V e VI SIPEM e no grupo de pesquisa GEPPMat, da UEL, que tem atuado com pesquisas a respeito do Pensamento Matemático Avançado – PMA. Não seguiremos uma ordem cronológica dos trabalhos, mas iremos “conversando” com eles conforme forem se encaixando. A partir desse recorte de trabalhos realizados, pudemos observar que a álgebra linear e a álgebra básica aparecem com mais frequência do que os trabalhos com a álgebra das estruturas algébricas. Talvez pela frequência maior em vários cursos atendidos pelas diversas disciplinas de matemática ou pela disponibilidade de pesquisadores estarem atuando com essa disciplina em cursos de licenciatura de matemática ou em áreas afins.

Destacamos, além disso, o grupo de pesquisa GPEA, da PUC-SP e o grupo do Prof. Alessandro da UFABC-SP que atuam nessa temática, com dissertações, teses e artigos relevantes. Contudo, neste artigo, escolhas foram necessárias.

## 2. Pesquisas no SIPEM

Iniciamos com o trabalho “*O ensino do determinante e sua apresentação nos livros didáticos*” de Marco A. P. Cabral (IM-UFRJ) e Claudia Segadas (IM-UFRJ), que aborda um tema da álgebra básica e que se encaixaria na formação docente, pois muitos estudantes utilizam e calculam o determinante sem saber exatamente do que se trata. A apresentação nos livros didáticos nem sempre deixa clara a importância desse conteúdo. Realizaram uma “[...] reflexão sobre o ensino do determinante com uma pergunta básica: quais são os principais usos do

determinante na Matemática universitária?” Como resposta, os próprios autores afirmam que é:

Em livros de Álgebra Linear (AL daqui por diante) o principal uso é no cálculo de autovalores. Em livros do ensino médio é a regra de Cramer. O uso no cálculo de áreas e volumes aparece algumas vezes no ensino médio, mas está ausente de muitos livros de AL, aparecendo, devido à sua conexão com integrais múltiplas, em livros de Cálculo. Em decorrência deste fato é comum o determinante ser abordado de forma puramente algébrica (CABRAL; SEGADAS, 2006).

Já as “*Noções básicas de álgebra linear: o que revelam as pesquisas do GPEA?*” de Barbara Lutaif Bianchini (PUC-SP) e Silvia Dias Alcântara Machado (PUC-SP), apresenta um apanhado das pesquisas do grupo ao qual as autoras pertencem e o que esse grupo tem estudado de álgebra linear. De espaços vetoriais a bases e transformações, o grupo possui trabalhos abordando desde livros didáticos até as dificuldades enfrentadas pelos estudantes no estudo dessa disciplina. Segundo as autoras,

O Grupo de Pesquisa em Educação Algébrica – GPEA – tem como referência principal de suas pesquisas o projeto - *Qual a álgebra a ser ensinada em cursos de formação de professores de matemática?* (MACHADO et al, 2003). Desde o início dos anos 90 alguns dos membros do GPEA realizam pesquisas sobre o desenvolvimento da noção de base de um espaço vetorial em um primeiro curso de Álgebra Linear. A escolha desse conceito para ser explorado nas investigações se deu pelo papel essencial dessa noção no estudo da estrutura de um espaço vetorial sobre um corpo. É interessante notar que essa noção tratada usualmente na forma axiomática é explicitamente citada por Dorier (idem) como causadora no aluno de uma sensação de fracasso que o impede de avançar no aprendizado (BIANCHINI; MACHADO, 2006).

No trabalho “*Origens e caracterizações da álgebra e do pensamento algébrico sob a ótica de vários autores*” de Angela Marta Pereira das Dores Savioli, a autora foca a parte histórica do pensamento algébrico destacando que, mesmo na pré-história, já tínhamos esse tipo de pensamento, e que, portanto, temos como trabalhar com esse pensamento mesmo antes da introdução da linguagem algébrica. Apresenta

[...] um breve histórico da Matemática abordando as origens do pensamento algébrico, que possibilitará a identificação de acontecimentos que refletiram em mudanças radicais nas concepções de álgebra e do próprio pensamento algébrico, principalmente a partir do século XVIII. Posteriormente, trabalhar-se-á, num primeiro momento, o conhecimento matemático e algébrico, e na sequência, o pensamento algébrico e a álgebra na perspectiva de vários autores, destacando as questões colocadas por Lins e Gimenez (1997), referentes à existência ou não de um consenso do pensar algebricamente e do

estabelecimento de uma raiz comum para a álgebra e a aritmética (SAVIOLI, 2006, p.1).

Em “*Entendendo por que e como deve ser lecionada a disciplina álgebra linear em uma graduação de engenharia elétrica*”, Joelma Iamac Nomura (PUC-SP) e Barbara Lutaif Bianchini (PUC-SP) abordam o ensino de álgebra linear num curso específico, de engenharia elétrica, buscando resposta à seguinte questão: “Por que e como deve ser ensinada a disciplina Álgebra Linear em uma graduação de Engenharia Elétrica?”

“*Concepção dos professores sobre a presença da álgebra no curso de licenciatura em matemática*” de Fabiane Mondini (UNESP/Rio Claro) e Maria Aparecida Viggiani Bicudo (UNESP/Rio Claro), foca o curso de álgebra na licenciatura em matemática e o que os professores acham disso, a partir das concepções apresentadas por eles. Destacam que a

[...] Álgebra comparece como uma das disciplinas estruturantes da Matemática principalmente, após o século XIX, por sua “extensão, imaginação, rigor, abstração e generalidade” (BOYER, 1996, p.415). Nesse sentido, ela passa a ser essencial nos cursos de formação de professores de Matemática. Tal constatação nos convida a olhar para o seu ensino e aprendizagem com olhos inquietos, principalmente no que concerne à maneira como é apresentada no curso de Licenciatura em Matemática e em como tem sido compreendida por pessoas que profissionalmente a ela se dedicam. A Álgebra apresenta-se, nesta Licenciatura, como uma disciplina do currículo que, por inserir-se em uma realidade mais abrangente, encontra seu solo na formação de professores de Matemática (MONDINI; BICUDO, 2009, p.1).

“*Há consenso da academia em relação a importância da teoria de grupos na licenciatura em matemática?*” de Vânia Cristina da Silva Rodrigues (Universidade Metodista SP) e Silvia Dias Alcântara Machado (PUC – SP), destaca a teoria dos grupos e o porquê dessa disciplina fazer parte do currículo de licenciatura em matemática. Apresenta uma

[...] análise das propostas curriculares de três cursos de Licenciatura em Matemática enfocando como cada proposta trata conteúdos da Teoria dos Grupos. Orientamo-nos pela questão geradora: Qual Teoria de Grupos é tratada na licenciatura em matemática nas universidades brasileiras? (RODRIGUES; MACHADO, 2009, p.11).

“*Equações algébricas nas práticas vivenciadas: uma abordagem histórica*” de Angela Marta Pereira das Dores Savioli (UEL), apresenta um pouco da história das equações algébricas e sua utilização nas práticas vivenciadas.

“*Os registros de representação semiótica nos livros didáticos de álgebra linear nas noções de independência linear*” de André Lúcio Grande (PUC-SP) e Barbara L. Bianchini

(PUC-SP), foca dois livros didáticos de Álgebra Linear diagnosticando e analisa quais os registros de representação semiótica

[...] são utilizados nas definições, exemplos resolvidos e exercícios propostos sobre as noções de independência e dependência linear, embasados na teoria dos Registros de Representação Semiótica, de Raymond Duval (1995, 2000) (GRANDE; BIANCHINI, 2009).

“Contribuições da neurociência cognitiva no pensamento matemático avançado e na educação matemática” de Joelma Iamac Nomura (PUC-SP) e Barbara Lutaif Bianchini (PUC-SP) expõe a

[...] relevância da Neurociência Cognitiva no Pensamento Matemático Avançado na área de Educação Matemática, orientando professores e pesquisadores frente às estruturas cognitivas e à construção do conhecimento. A partir de regiões do cérebro humano pode ser identificado como ocorre o Pensamento Matemático Avançado que, segundo Tall (2000), se desenvolve a partir de uma sequência de manipulação de símbolos (NOMURA; BIANCHINI, 2012).

“Indícios de dificuldade na compreensão da matemática avançada: o conceito de grupo” de Henrique Rizek Elias, Linlya Natássia S. C. de Barbosa e Angela Marta P. D. Savioli, mostra como estudantes iniciantes de matemática lidam com o conceito de grupo. Como resultado, obtiveram indícios de que os estudantes ainda não abandonaram um padrão de imitar soluções.

Após essa pequena explanação dos artigos dos últimos quatro SIPEM, passamos a olhar os trabalhos do grupo de pesquisa GEPPMat.

### 3. Pesquisas do GEPPMat

Iniciamos com Bussmann e Savioli (2011) que analisaram os registros escritos de oito questões de teoria dos grupos aplicadas a estudantes de matemática de um projeto de pesquisa utilizando os conceitos estrutural e operacional de Sfard (1991). Os registros apontaram que os estudantes não apresentaram dificuldades com o conceito operacional, mas sim com o estrutural.

Elias e Savioli (2013) utilizaram a teoria APOS de Dubinsky e o conceito de grupo em entrevistas com oito estudantes de licenciatura de uma universidade paranaense. O objetivo foi identificar e interpretar as dificuldades desses estudantes em relação ao conceito de grupo.

Como resultados foram obtidas vinte dificuldades, das quais destacamos: dificuldades com conceitos prévios ao estudo de grupos, com os conceitos de conjunto e de função; dificuldades em compreender grupo como um objeto matemático; dificuldade em verificar as propriedades de operações. Além disso, a maioria dos estudantes possui uma concepção *ação* do conceito, no sentido da APOS.

Na pesquisa de Bertolazi e Savioli (2013) foi construída uma proposta de avaliação reflexiva sobre sistemas de equações lineares e aplicada a estudantes da quarta série de licenciatura em Matemática de uma universidade estadual do norte paranaense. Buscou-se nos registros escritos relatos e indícios que assinalassem a presença de processos de pensamento matemático avançado, conforme Dreyfus (1991) e Resnick (1987), um perfil dos participantes evidenciando a concepção de matemática no sentido de Thompson (1997), e indícios de atitudes de professor reflexivo a luz de Freire (2004 e 2011). De dezessete participantes, apenas três desses atingiram o processo de abstração matemática, isto é, a capacidade de sintetizar, formalizar e generalizar pensamentos matemáticos, e a maioria dos participantes apresentou uma visão platônica da matemática no sentido de Thompson (1997).

Em Kirnev e Savioli (2014), investigou-se dificuldades relacionadas às formas de demonstrações matemáticas sejam direta, contrapositiva, por redução ao absurdo, por contraexemplo, evidenciadas em registros de graduandos do curso de matemática de uma universidade do norte paranaense. A pesquisa se apoiou em Balacheff (1987), em seus estudos sobre provas e demonstrações, e, em Dreyfus (1991) acerca do pensamento matemático avançado. As análises consistiram em categorizar agrupamentos com resoluções similares e evidenciar as dificuldades explicitadas, quais sejam dificuldades relacionadas com a forma de demonstração, aos conteúdos e a escrita na linguagem matemática ou materna.

Geretti e Savioli (2015) apresentam uma pesquisa cujo objetivo era descrever e discutir indícios/características dos processos do Pensamento Matemático Avançado (PMA) evidenciados na produção escrita de estudantes de Matemática de uma universidade norte paranaense ao resolverem questões discursivas do ENADE. Quatro questões discursivas do ENADE foram aplicadas em uma turma do quarto ano de um curso de Matemática com treze estudantes. Com base em Dreyfus (2002), descreveu-se uma síntese dos processos do PMA que foram evidenciados nas resoluções dos estudantes. Como resultados obteve-se: os mesmos processos evidenciados nas respostas Padrão do ENADE foram mobilizados nas resoluções de alguns estudantes, com exceção do processo de *visualização*; onze estudantes mobilizaram o processo de *representação simbólica*, três estudantes mobilizaram o processo de

*visualização*, sete estudantes mobilizaram o processo de *mudança de representações e tradução entre elas*, dois estudantes mobilizaram o processo de *modelação*, sete estudantes mobilizaram o processo de *sintetização* e dois estudantes mobilizaram o processo de *generalização*. Nenhum estudante mobilizou todos os processos do PMA nas resoluções das quatro questões; dos treze estudantes, dois não resolveram nenhuma questão.

Em Marins e Savioli (2016), o objetivo era identificar e discutir que indícios/características de processos do Pensamento Matemático Avançado estudantes de Matemática manifestam ao lidarem com tarefas referentes ao conteúdo de transformações lineares. Para isso, realizou-se um estudo a respeito do PMA segundo Dreyfus (2002), Tall (1995) e Resnick (1987). Além disso, foi aplicado um instrumento com nove tarefas relacionadas ao conceito de transformações lineares a treze estudantes do segundo ano do curso de Bacharelado em Matemática de uma universidade norte paranaense. Após as análises, emergiram quatro categorias em relação aos processos de representação: simbólica, mental, visualização, mudança de representações e alternância entre elas, e modelação; e de abstração: generalização e a sintetização, manifestados nos registros escritos dos estudantes referente ao conceito de transformações lineares. A partir das categorias obtidas, infere-se que estudantes do curso de matemática podem manifestar características dos processos do PMA durante a graduação, porém, a maioria não evidencia indícios desses processos.

Piza e Savioli (2011) abordam a parábola e os seus vários registros de representação semiótica, explorando registros escritos de estudantes em atividades envolvendo a parábola como lugar geométrico, como gráfico de uma função quadrática, como seção do cone, etc..

Silva e Savioli (2010, 2012) trabalharam com a indução finita e as dificuldades dos estudantes com esse conceito matemático.

Finalmente, Jesus (2016) verificou as dificuldades encontradas por estudantes quando estudam o conceito de anel e Souza (2016) apresentou uma análise, segundo a teoria APOS, de registros escritos de estudantes ao resolverem questões envolvendo os conceitos de dependência e independência linear.

#### 4. Considerações Finais

Em relação à álgebra e ao pensamento algébrico, várias pesquisas a respeito desse assunto já veem sendo feitas há vários anos por pesquisadores como David Tall, Ed Dubinsky, Anna Sfard, Dreyfus, Resnick, Antonio Domingos, Duval, Bárbara Lutaif, Silvia Machado,

etc.. Apesar do foco da maioria deles ser o PMA, acreditamos ser fundamental para a formação do futuro professor!

Como se pode perceber é crescente o número de trabalhos em relação à álgebra e à álgebra linear no GT04, bem como grupos a respeito desse tema. Esse crescimento vem proporcionando avanços nessa área de estudo, já contemplando propostas visando sanar dificuldades encontradas e explicitadas pelos resultados dessas pesquisas. A ideia agora é que tudo isso chegue à sala de aula, auxiliando o docente do ensino superior para melhor preparar os futuros professores de matemática, bem como os professores de matemática que já atuam.

## 5. Agradecimentos

Agradecemos a Fundação Araucária pelo apoio financeiro.

## 6. Referências

BALACHEFF, N. Processus de preuve et situations de validation. **Educational Studies in Mathematics**, Netherlands: Springer, v. 18, n. 2, 1987, p. 147-176.

BERTOLAZI, K. S.; SAVIOLI, A. M. P. D.. Manifestações reflexivas e concepções matemáticas de estudantes de um curso de Licenciatura em Matemática. **Educação Matemática Pesquisa** (Online), v. 15, p. 563-589, 2013.

BIANCHINI, B. L.; MACHADO, S. D. A. Noções básicas de álgebra linear: o que revelam as pesquisas do GPEA? **Anais do III SIPEM**. Águas de Lindóia, SP, 2006.

BUSSMANN, C. J. C.; SAVIOLI, A. M. P. D. Conhecimentos mobilizados por estudantes do curso de matemática sobre o conceito de grupo. **Boletim GEPEM**, v. 58, p. 18-36, 2011.

CABRAL, M.A.P.; SEGADAS, C. **O ensino do determinante e sua apresentação nos livros didáticos**. Anais do III SIPEM. Águas de Lindóia, SP, 2006.

DOMINGOS, A. Teorias cognitivas e aprendizagem dos conceitos matemáticos avançados. **XVII Seminário de Investigação em Educação Matemática**. Setúbal, 2006.

DREYFUS, T. Advanced mathematical thinking processes. In: D. Tall (Ed.), **Advanced Mathematical Thinking** (pp. 25-41). Dordrecht: Kluwer, 1991.

DREYFUS, T. Advanced mathematical thinking processes. In: D. Tall (Ed.), **Advanced Mathematical Thinking** (pp. 25-41). Dordrecht: Kluwer, 2002.

DUBINSKY, E. Reflective abstraction in advanced mathematical thinking. In: D. Tall (Ed.), **Advanced Mathematical Thinking** (pp. 95-123). Dordrecht: Kluwer, 1991.

Formatado: Inglês (EUA)



ELIAS, H.R.; BARBOSA, L. N. S. C.; SAVIOLI, A. M. P. D. Índícios de dificuldade na compreensão da matemática avançada: o conceito de grupo. **Anais do V SIPEM**. Petrópolis, RJ, 2012.

ELIAS, H. R.; SAVIOLI, A. M. P. D. Dificuldades de graduandos em Matemática na compreensão de conceitos que envolvem o estudo da estrutura algébrica grupo1. **Educação Matemática Pesquisa** (Online), v. 15, p. 51-82, 2013.

FREIRE, P. **A pedagogia da autonomia**. Saberes necessários à prática educativa. 30ª. ed. São Paulo: Paz e Terra, 2004.

FREIRE, P. **Educação e Mudança**. 33ª. ed. São Paulo: Paz e Terra, 2011.

GERETI, L. C. V.; SAVIOLI, A. M. P. D. Processos do pensamento matemático avançado evidenciados em resoluções de questões do ENADE. **BOLEMA: Boletim de Educação Matemática** (Online), v. 29, p. 206-222, 2015.

BIANCHINI, B. L.; GRANDE, A. L. Os registros de representação semiótica nos livros didáticos de álgebra linear nas noções de independência linear. **Anais do IV SIPEM**. Taguatinga, DF, 2009.

JESUS, M. S. **Um estudo das concepções de licenciandos em Matemática, à luz da teoria APOS, a respeito do conceito de anel**. 2016. 137f. Dissertação (Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2016.

KIRNEV, D. C. B.; SAVIOLI, A. M. P. D. Dificuldades e pensamento matemático avançado evidenciados por graduandos. **Boletim GEPEM** (Online), v. 65, p. 1938-8490-1, 2015.

MARINS, A. S.; SAVIOLI, A. M. P. D. Pensamento matemático avançado manifestado em tarefas envolvendo transformações lineares. **Ciência e Educação**, a ser publicado em abril de 2016.

MONDINI, F.; BICUDO, M. A. V. Concepção dos professores sobre a presença da álgebra no curso de licenciatura em matemática. **Anais do IV SIPEM**. Taguatinga, DF, 2009.

NOMURA, J. I.; BIANCHINI, B. L. Entendendo por que e como deve ser lecionada a disciplina álgebra linear em uma graduação de engenharia elétrica. **Anais do IV SIPEM**. Taguatinga, DF, 2009.

NOMURA, J. I.; BIANCHINI, B. L. Contribuições da neurociência cognitiva no pensamento matemático avançado e na educação matemática. **Anais do V SIPEM**. Petrópolis, RJ, 2012.

PIZA, C. A. M.; SAVIOLI, A. M. P. D. . Registros de Representação Semiótica: um Estudo sobre a Parábola. **Acta Scientiae** (ULBRA), v. 13, p. 55-70, 2011.

RESNICK, L. **Education and learning to think**. Washington DC: National Academy Press, 1987.

RODRIGUES, V. C. S.; MACHADO, S. D. A. Há consenso da academia em relação à importância da teoria de grupos na licenciatura em matemática. **Anais do V SIPEM**. Petrópolis, RJ, 2012.

SAVIOLI, A. M. P. D. Uma reflexão sobre a Indução Finita: relato de uma experiência. **BOLEMA: Boletim de Educação Matemática** (UNESP. Rio Claro. Impresso), v. 27, p. 41-51, 2007.

SAVIOLI, A. M. P. D. Origens e caracterizações da álgebra e do pensamento algébrico sob a ótica de vários autores. **Anais do III SIPEM**. Águas de Lindóia, 2006.

SAVIOLI, A. M. P. D. Equações algébricas nas práticas vivenciadas: uma abordagem histórica. **Anais do IV SIPEM**. Taguatinga, DF, 2009.

SFARD, A. Two conceptions of mathematical notions: Operational and structural. Em J. C. Bergeron, N. Herscovics e C. Kieran (Eds.), **Proceedings of the Eleventh International Conference Psychology of Mathematics Education. PME-XI** (Vol. 3, pp. 162-169). Montreal, 1987.

SFARD, A. Transition from operational to structural conception: the notion of function revisited. Em G. Vergnaud, J. Rogalski e M. Artigue (Eds.), **Actes de la 13<sup>ème</sup> Conférence Internationale Psychology of Mathematics Education** (Vol. 3, pp. 151-158). Paris, France, 1989.

SFARD, A. On the dual nature of mathematical conceptions: reflections on processes and objects as different sides of the same coin. **Educational Studies in Mathematics**. V. 22. Netherlands: Kluwer Academic Publishers, 1991.

SFARD, A. Operational origins of mathematical objects and the quandary of reification - The case of function. Em G. Harel e E. Dubinsky (Eds.), **The concept of function** (pp. 59-84). Washington, EUA: Mathematical Association of America, 1992.

SILVA, E. M. da; SAVIOLI, A. M. P. D. O conceito de indução finita na compreensão de estudantes de um curso de matemática. **Alexandria**, v. 5 n<sup>o</sup> 3, p. 127-148, 2012.

SILVA, E. M. da; SAVIOLI, A. M. P. D. Indução? Finita ou empírica? **Perspectivas da Educação Matemática**, v. 3, p. 67-80, 2010.

SOUZA, M. L. **Dependência e Independência linear: um estudo a respeito das dificuldades e concepções de licenciandos em Matemática**. 2016. 125f. Dissertação (Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2016.

TALL, D. Cognitive growth in elementary and advanced mathematical thinking. In: L. Meira e D. Carraher (Eds.), **Proceedings of the Nineteenth International Conference for the Psychology of Mathematics Education**. Vol. 1, pp.61-75. Recife, Brasil, 1995.

THOMPSON, A.G. A relação entre concepções de matemática e de ensino de matemática de professores na prática pedagógica. **Zetetike**. Campinas: FE/UNICAMP, n.8, v.5, 1997, pp.11 – 44.