FUNDAMENTOS DA TEORIA HISTÓRICO-CULTURAL QUE ORIENTAM O MODO DE ORGANIZAÇÃO DO ENSINO DE MATEMÁTICA NO CONTEXTO DA ATIVIDADE ORIENTADORA E DA PROPOSIÇÃO DAVYDOVIANA

Josélia Euzébio da Rosa
Universidade do Sul de Santa Catarina - UNISUL
joselia.euzebio@yahoo.com.br

Ana Paula da Silva Galdino
Universidade do Sul de Santa Catarina - UNISUL
anagaldino_1@hotmail.com

Cristina Felipe de Matos
Universidade do Sul de Santa Catarina - UNISUL
cristinafmatos@ymail.com

Sandra Crestani
Universidade do Sul de Santa Catarina - UNISUL
sandra_crestani@hotmail.com

Resumo:
O minicurso foi organizado com base nos resultados obtidos a partir de quatro investigações, de natureza bibliográfica, que têm em comum o estudo dos fundamentos da Teoria Histórico-Cultural que orientam o modo de organização do ensino de Matemática no contexto da Atividade Orientadora e da proposição davydoviana. Cada pesquisa focou em um objeto de ensino distinto: número, resolução de problemas, multiplicação e divisão. O movimento investigativo ocorreu em dois momentos interconectados: estudo teórico e, com base neste, organizaram-se quatro situações de ensino referentes aos mencionados sistemas conceituais. Os resultados indicam que o movimento conceitual, no modo de organização do ensino fundamentado na Teoria Histórico-Cultural, segue do geral para o particular e singular, e é conduzido pela relação universal. As significações aritméticas, algébricas e geométricas são inter-relacionadas nos procedimentos de redução do concreto ao abstrato (modelação objetal, gráfica e literal), e de ascensão do abstrato ao concreto (diferentes aplicações).
Palavras-chave: Teoria Histórico-Cultural; Modo de organização do ensino de Matemática; Atividade Orientadora de Ensino; Proposição davydoviana.

1. Introdução

A proposta de minicurso foi pensada com base nos resultados obtidos a partir de quatro investigações, de natureza bibliográfica, que têm em comum o estudo dos fundamentos da Teoria Histórico-Cultural que orientam o modo de organização do ensino de Matemática no contexto da Atividade Orientadora de Ensino (AOE) e da proposição davydoviana. Cada pesquisa focou em um objeto de ensino distinto: número, resolução de problemas, multiplicação e divisão. O movimento investigativo ocorreu em dois momentos interconectados: estudo teórico e organização de quatro situações de ensino referentes aos mencionados conceitos com base nos fundamentos estudados.

Ao pautar-se na Teoria Histórico-Cultural, na perspectiva de que a escola deve promover a formação do pensamento teórico, Moura (1996), propôs a Atividade Orientadora de Ensino (AOE). A estrutura da AOE permite que os envolvidos no processo de ensino e aprendizagem interajam, mediados por um conteúdo negociando significados com o objetivo de solucionar coletivamente uma situação problema. De acordo com Moura (1996), estas situações podem ocorrer por meio de diferentes recursos metodológicos: jogos infantis, história virtual do conceito e situações emergentes do cotidiano.

Também na perspectiva do desenvolvimento do pensamento teórico, Davýdov organizou o ensino dos conceitos matemáticos com base nos Fundamentos da Teoria Histórico-Cultural. A fim de refletirmos sobre a perspectiva almejada, no contexto da organização do ensino brasileiro, estabelecemos um diálogo com a AOE articulada com a proposição davydoviana. Tal possibilidade ocorre por entendermos que o problema desencadeador de aprendizagem, peculiar à AOE, tem aproximações com a proposição davydoviana. Ambas contemplam as condições necessárias para o estudante alcançar o objetivo da atividade de ensino: o desenvolvimento do pensamento teórico.

O movimento de apropriação conceitual sugerido nas proposições segue o movimento do geral para o particular e singular conduzido pela relação universal. Nele, as significações aritméticas, algébricas e geométricas são inter-relacionadas nos procedimentos de redução do concreto ao abstrato (modelação objetal, gráfica e literal), e de ascensão do abstrato ao concreto (diferentes aplicações). Na sequência refletiremos sobre a objetivação de tais princípios no modo de organização do ensino nos objetos investigados (número, resolução de problemas, multiplicação e divisão).

2. Modo de organização do ensino: uma reflexão a partir do conceito de número

A partir do estudo teórico, elaboramos quatro Histórias Virtuais referentes aos conceitos mencionados a partir do conto popular *O casamento da Dona Baratinha*, de Ana

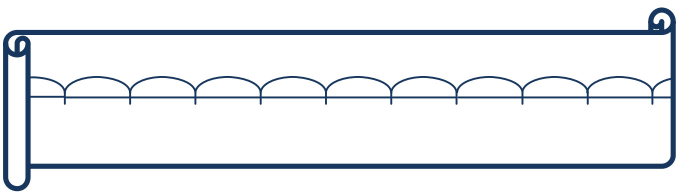
ISSN 2178-034X

Maria Machado. Como anunciado, as histórias virtuais foram elaboradas com base nos princípios da AOE e resolvidas no movimento conceitual matemático proposto por Davýdov e colaboradores (ROSA, 2015; CRESTANI, 2016; GALDINO, 2016).

Por questões de delimitações de espaço, no decorrer deste texto, apresentaremos apenas uma das histórias, aquela relacionada ao conceito de número, intitulada *A distância entre a casa da Dona Baratinha e a igreja medida em rastejos de caramujo* (Ilustração 1). Entretanto, durante o minicurso também serão desenvolvidas as histórias virtuais relacionadas à resolução de problemas, multiplicação e divisão a partir do mesmo movimento conceitual apresentado na sequência.

Distância entre a casa da dona baratinha e a igreja medida em rastejos de caramujo

Era uma vez uma Baratinha que ia se casar. Para levá-la de sua casa até a igreja, contratou um Caramujo. - Senhor Caramujo, quero ser uma noiva pontual, com quantos minutos de antecedência teremos que sair da minha casa? Senhor Caramujo respondeu: - Dona Baratinha, eu só sei que levo um minuto para dar um rastejo. Mas não sei quanto tempo levo da sua casa até a igreja. A noiva ficou preocupada, pois se chegasse sobre um Caramujo, antes do noivo entrar, ele a veria; e se chegasse atrasada, o padre não faria a cerimônia. Foi aí que teve uma grande ideia: - E se formos agora até a igreja para verificarmos a quantidade de rastejos que o senhor dará? Ele não entendeu muito a sugestão, mas, mesmo assim, aceitou. Dona Baratinha subiu no Caramujo e lá se foram os dois. A cada rastejo que o Caramujo dava Dona Baratinha registrava em um papel. Quando chegaram à igreja foram analisar o registro que ficou assim:



O Caramujo olhou o registro e exclamou: - você é um gênio Dona Baratinha! Agora é só contarmos. E assim começaram: um, dois, três, quatro, cinco. Quando estavam no quinto rastejo, a contagem foi interrompida pelo padre, que quis saber os detalhes da cerimônia. Depois iniciaram novamente: um, dois, três, quatro. Joaninha, que passava por ali, deu boa tarde e começaram a conversar. Quando iam reiniciar a contagem, lá vinha o boi. E Dona Baratinha disse: - Não vamos nem começar, ele vai nos interromper e teremos que começar tudo novamente. Já estava anoitecendo... ficaram desesperados, pois no dia seguinte já seria o casamento, Dona Baratinha precisava ir ao salão de beleza enrolar o cabelo e o Caramujo tinha que descansar para não levar mais de um minuto cada rastejo no dia seguinte. Mas eles já tinham iniciado a contagem várias vezes e não conseguiam terminar, sempre chegava alguém para interromper.

E agora, como podemos ajudar Dona Baratinha e Senhor Caramujo? Escreva uma carta ensinando a eles como proceder.

Ilustração 1– História Virtual: A distância entre a casa da Dona Baratinha e a igreja medida em rastejos de caramujo
Fonte: Elaboração nossa.

Tão importante quanto buscar respostas ao problema apresentado na história é a elaboração de perguntas e de argumentos que as justifique. Para tanto, faz-se necessário não deixar que a criança exponha somente aquilo que consegue observar espontaneamente (DAVÍDOV, 1988). Cabe ao professor dirigir e orientar sua atenção para aspectos que para a criança, sozinha, passariam despercebidos. Os aspectos a serem ressaltados incidem nas relações entre grandezas, pois se constituem em elemento central do processo de formação do pensamento teórico da Matemática (DAVÝDOV, 1982). Deste modo, a relevância da reconstituição, com as crianças, inclusive do trajeto percorrido pelos personagens da história, incide na reflexão sobre a grandeza contemplada na história (comprimento) e a unidade de medida (cada rastejo do Caramujo).

Nessa etapa inicial da comparação são adotados termos, tais como *mais curto, mais longo, maior que, menor que...* Isto é, sem a utilização de um número em sua significação aritmética (1, 2, 3...). Trata-se, nesse momento, da representação geral da relação entre as grandezas. Isto ocorre por meio da análise de hipóteses como, se o comprimento do rastejo é menor, maior ou igual à distância da casa de Dona Baratinha até a igreja. Tais reflexões, que inicialmente podem ser realizadas a partir da reconstituição do cenário da história, posteriormente serão abstraídas. Assim, as medidas dos dois comprimentos em análise são representadas por meio de segmentos de reta (Ilustração 2):

Ilustração 2– Representação da relação de desigualdade por meio de segmentos
Fonte: Elaboração nossa.

ISSN 2178-034X

As perguntas-guias, dirigidas para uma intencionalidade, que podem ser levantadas pelo professor, podem ser, por exemplo: Qual segmento entre os anteriores (Ilustração 2) representa o comprimento do rastejo do Caramujo? E qual representa a distância entre a casa da Dona Baratinha a igreja? Qual é a medida do comprimento do rastejo do Caramujo? Quanto mede a distância entre a casa da Dona Baratinha e a igreja? Em Matemática, quando um valor é desconhecido, podemos representá-lo por uma letra. Então, supomos que o comprimento do rastejo do Caramujo mede x, e que a distância entre a casa da Dona Baratinha e a igreja mede y. Qual medida é maior, x ou y? Ou são iguais? A resposta correta esperada é: x é menor que y ($x < y$). Vale esclarecer que, quanto aos sinais de menor que (<) e maior que (>), a abertura sempre fica direcionada para a medida maior.

Com base nas reflexões já realizadas, é possível concluir que o primeiro segmento mede x (comprimento do rastejo do Caramujo) e o segundo mede y (distância entre a casa da Dona Baratinha e a igreja). Quantas vezes x cabe em y? Se dividirmos o comprimento de medida y em partes iguais a x, quantas partes teremos (Ilustração 3)?

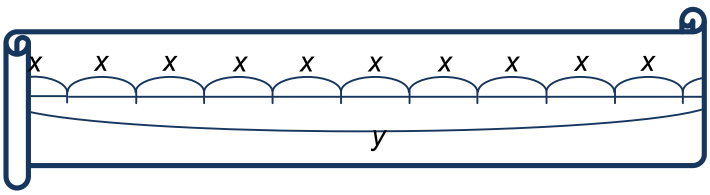


Ilustração 3 – Representação algébrica e geométrica da relação entre os comprimentos
Fonte: Elaboração nossa

A partir da análise visual, há possibilidade de conclusão que o comprimento de medida x cabe 10 ou 11 vezes no comprimento de medida y. No entanto, faz-se necessária uma reflexão mais profunda. A observação do esquema, dado visualmente e captado sensorialmente, não é suficiente para resolver o problema. Caso fosse, estaríamos diante de uma situação particular. Contudo, a orientação, com base nos princípios da Teoria Histórico-Cultural, é que o ponto de partida de resolução da história virtual seja em caráter geral, para só depois atingir os casos particulares (DAVÝDOV, 1982).

Nesse sentido, a partir de uma análise que supere a aparência imediata, constata-se que não é possível identificar a quantidade exata de rastejos (x). Não está dado nem o início do percurso e nem seu fim. Portanto, mais uma vez, precisamos recorrer à álgebra para determinar o valor desconhecido. Suponhamos que a unidade de medida (x) se repete ao longo do comprimento em medição (y) por n vezes. Assim teremos: $y \div x = n$ ou $y = nx$ (y divido por x é igual a *n*

ou y é igual a *n* vezes *x*). Esta é a relação universal, com valores gerais, que possibilita a resolução de qualquer trajeto particular. Essa relação, apresentada por meio de letras, consiste no nível máximo de abstração.

Tínhamos o concreto ponto de partida: o trajeto percorrido por Dona Baratinha e Senhor Caramujo. Porém, apresentado de modo caótico e geral. Então, foi necessário examinar, nesse concreto caótico, os três elementos que constituem a relação universal: unidade de medida/rastejo (x); trajeto percorrido/comprimento em medição (y); e a quantidade de vezes (n) que a unidade de medida (x) cabe no comprimento em medição (y). Os elementos estão presentes no concreto ponto de partida. Portanto, as ilustrações 2 e 3, bem como os modelos algébricos ($y \div x = n$ ou $y = nx$) são constituídos pelos mesmos elementos e mesma relação entre eles. Porém, nos modelos algébricos (ou literais) não se fazem mais necessários os segmentos e os arcos, apenas as letras e os símbolos. Houve uma redução da representação dos elementos que compõem a relação universal. Esse movimento é denominado de redução do concreto ao abstrato.

De acordo com os Fundamentos da Teoria Histórico-Cultural, é imprescindível ascender o abstrato ao concreto. Para tanto, a partir da abstração (modelo algébrico ou literal), diversas situações particulares são analisadas como, por exemplo, aquela aparentemente dada na ilustração 3, na qual teríamos uma das possíveis respostas: $y \div x = 10$ ou $y = 10x$. Estas duas igualdades indicam que o comprimento de medida y, dividido em partes iguais ao comprimento x, resulta em 10; ou que y é igual a 10 vezes x, respectivamente. O resultado (10), para essa situação particular, emerge da relação universal do conceito de número constituída pelos seguintes elementos: grandeza a ser medida, unidade de medida e quantidade de vezes que a unidade de medida se repete na grandeza em medição. Esta relação está presente desde o concreto caótico, e também perpassa a representação abstrata. Mas, então, por que chegar à representação abstrata, se a relação universal já está presente no concreto caótico? Porque, no concreto caótico, embora os valores fossem desconhecidos, apresentados em seu caráter geral, ainda assim, limita o pensamento para os dados aparentes. A representação abstrata, por sua vez, liberta o pensamento para supor qualquer situação particular (DAVÝDOV, 1982). Podemos pensar, por exemplo, que o Senhor Caramujo percorreu 11 rastejos ($y \div x = 11$ ou $y = 11x$), 15 rastejos ($y \div x = 15$ ou $y = 15x$), 100 rastejos ($y \div x = 100$ ou $y = 100x$), e assim infinitamente.

ISSN 2178-034X

$x + 1$

Mas, como representar, em forma de esquema gráfico, todas essas possibilidades? É possível representar 15 rastejos no esquema apresentado na história (Ilustração 1)? Não. Por isso, vamos construir um esquema novo, no qual cada arco representa um rastejo (Ilustração 4):

Ilustração 4 – Reta numérica
Fonte: Elaboração nossa.

Supomos que *x* seja igual a 16. Temos que 16 + 1= 17. Este esquema, que tem lugar específico para todos os números, denomina-se reta numérica. Eis o concreto pensado. O concreto ponto de chegada, que, na verdade, é o concreto ponto de partida, mas em outro nível, como síntese das múltiplas determinações: como síntese das diversas possibilidades particulares da relação universal. Assim, concluímos o movimento de ascensão do abstrato ao concreto, e que subsidia as diversas manifestações singulares.

Porém, alertamos que esse não é um movimento que termina por aqui. Esse concreto ponto de chegada constitui-se em ponto de partida para o estudo de outros conceitos como, por exemplo, os de adição, subtração, multiplicação, divisão, entre tantos outros. Como a reta numérica é o lugar matemático do conceito de número, é importante iniciar o estudo dessas operações a partir da mesma, conforme procederemos no minicurso.

3. Considerações Finais

No estudo sobre os fundamentos da Teoria Histórico-Cultural, que orientam o modo de organização do ensino de Matemática, constatamos que o movimento de apropriação conceitual segue do geral para o particular e singular, conduzido pela relação universal. Nele, as significações aritméticas, algébricas e geométricas são inter-relacionadas nos procedimentos de redução do concreto ao abstrato (modelação objetal, gráfica e literal), e de ascensão do abstrato ao concreto (diferentes aplicações).

A história anteriormente apresentada, assim como as demais que serão desenvolvidas no minicurso, foi resolvida por estudantes de um curso de Pedagogia localizado no Sul do Estado de Santa Catarina, Brasil. Além disso, algumas acadêmicas do referido curso organizaram o ensino de matemática, durante os estágios, a partir da referida história. Tais experimentos didáticos constituem o contexto de nossas investigações em andamento.

4. Agradecimentos

Agradecemos aos pesquisadores dos grupos de Pesquisa do Estado de Santa Catarina: TEDMAT - UNISUL e GPEMAHC - UNESC que constituem a unidade de relacionamento catarinense do GEPAPe - da USP pelas reflexões compartilhadas. Também agradecemos ao apoio financeiro concedido pelo CNPq, FAPESC e CAPES.

5. Referências

CRESTANI, S. **Organização do ensino de Matemática na perspectiva do desenvolvimento do pensamento teórico: uma reflexão a partir do conceito de divisão**. 2016. 126f. Dissertação (Mestrado em Educação). Universidade do Sul de Santa Catarina, Tubarão, 2016.

DAVÍDOV, V. V. **La enseñanza escolar y el desarrollo psíquico:** investigación teórica y experimental. Trad. Marta Shuare Moscú: Editorial Progreso, 1988.

DAVÝDOV, V. V. **Tipos de generalización en la enseñanza.** 3ª edição. Habana: Editorial Pueblo y Educación, 1982.

GALDINO, A. P. S. **O conhecimento matemático de estudantes do 3º ano do ensino fundamental sobre o conceito de multiplicação: um estudo com base na Teoria Histórico-Cultural**. 2016. 110f. Dissertação (Mestrado em Educação). Universidade do Sul de Santa Catarina, Tubarão, 2016.

MOURA, M. O. **A atividade de ensino como unidade formadora**. Bolema, Rio Claro, UNESP, v. 12, p.29-43, 1996.

ROSA, J. E. Formação Matemática no Contexto do Curso de Pedagogia a partir dos fundamentos da Teoria Histórico-Cultural. 2015. Trabalho apresentado no GT 19 Educação Matemática. In: REUNIÃO CIENTÍFICA DA ANPED, 37. **Anais eletrônicos...** Florianópolis, Outubro de 2015. ISSN: 2447-2808. Disponível em: <https://play.google.com/store/apps/details?id=dmx.appyou.anped37>. Acesso em: 05/novembro/ 2015.