

ANÁLISE DO REPERTÓRIO DE PROBLEMAS MULTIPLICATIVOS PROPOSTOS POR PROFESSORAS EM FORMAÇÃO CONTINUADA

Francisca Wellingda Leal da Silva
Universidade Estadual do Ceará
wellingdaleal@gmail.com

Paulo César da Silva Batista
Universidade Estadual do Ceará
paulocesarsb35@gmail.com

Bergson Rodrigo Siqueira de Melo
Universidade Estadual do Ceará
bergson1melo@gmail.com

Dennys Leite Maia
Universidade Federal do Rio Grande do Norte
dennys@imd.ufrn.br

Rodrigo Lacerda Carvalho
Universidade Federal do Cariri
rodrigo.lacerda@ufca.edu.br

Joserlene Lima Pinheiro
Universidade da Integração Internacional da Lusofonia Afro-Brasileira
lenopinheiro@unilab.edu.br

Resumo:

A compreensão do conceito matemático por professores é essencial para auxiliar na aprendizagem dos alunos. A Teoria dos Campos Conceituais contribui para a prática docente ao oportunizar uma nova perspectiva do ensino e aprendizagem dos conceitos matemáticos, dentre os quais estão aqueles ligados ao pensamento multiplicativo. Este trabalho objetiva analisar o repertório de situações-problemas ligadas ao campo conceitual multiplicativo de um grupo de professoras que participaram de uma formação colaborativa. Foram aplicados dois instrumentos - pré e pós-testes - nos quais as professoras elaboraram situações que abordassem as estruturas multiplicativas. Prevaleceu a incidência de problemas do eixo de Proporção Simples, tanto no pré-teste quanto no pós-teste, e percebemos uma pequena evolução nas classes deste mesmo eixo no segundo teste. Consideramos que o professor, ao aprofundar os conhecimentos sobre a Teoria dos Campos Conceituais, terá subsídios para propor situações mais diversificadas visando o desenvolvimento de conceitos multiplicativos.

Palavras-chave: Estruturas Multiplicativas; Educação Básica; Formação de Professores.

1. Introdução

Os conceitos que envolvem o pensamento multiplicativo são de fundamental importância para interpretar e solucionar situações-problema presentes no cotidiano. Em sala de aula, problemas que envolvem as operações de multiplicação ou divisão auxiliam na compreensão de conceitos e habilidades matemáticas como: proporção, razão, raciocínio e lógica. Assim, servem como base para a aprendizagem dos blocos de conteúdos dessa disciplina, auxiliando em disciplinas tais como Física, Química e Geografia.

A partir da relevância dos conceitos matemáticos envolvidos nas quatro operações básicas da Matemática para diversas áreas, Vergnaud (2009) desenvolveu a Teoria dos Campos Conceituais, que articula Psicologia Cognitiva com a Didática da Matemática para compreender o processo de construção dos conceitos das estruturas aditivas e multiplicativas. Nessa perspectiva, um conceito não pode ser resumido a sua definição e deve ser compreendido em sua totalidade, necessitando ser explorado de diferentes perspectivas, pois em uma mesma situação existem diversos conceitos envolvidos, o que implica em um campo conceitual específico. Neste trabalho, nos debruçaremos sobre o campo conceitual das estruturas multiplicativas, que envolve operações de multiplicação e divisão ou uma relação entre elas.

A partir da compreensão do campo conceitual multiplicativo, Vergnaud (1983) torna possível perceber interconexão entre conceitos da Matemática, tais como: frações, porcentagem e escalas. O autor destaca a necessidade de interações com um conjunto de situações para que os sujeitos se apropriem dos conceitos envolvidos no referido campo conceitual.

Diferentes tipos de problemas multiplicativos apresentam, além de conceitos, vários graus de dificuldades (GITIRANA *et al*, 2014) e, portanto, demandam habilidades e competências específicas para resolvê-los. Dessa maneira, é preciso repensar a forma como estes conteúdos são ensinados na escola. Para os autores há o predomínio da ideia da multiplicação como resultado de somas sucessivas por ignorar-se a mudança do campo conceitual em que tais operações se situam. Por outro lado, professoras que lecionam Matemática, em especial aqueles que atuam nos anos iniciais do Ensino Fundamental, possuem dificuldades em conteúdos que abordam conceitos relativos às estruturas multiplicativas e apresentam um repertório restrito de situações-problemas do referido campo

(MAIA *et al*, 2015). Tal realidade compromete que os aprendizes desenvolvam certas habilidades matemáticas proporcionadas por situações multiplicativas mais complexas, que estimulem o raciocínio e outras estratégias de resolução.

Diante deste contexto, este trabalho objetiva analisar o repertório de situações-problemas ligadas ao campo conceitual multiplicativo de um grupo de professoras que participaram de uma formação colaborativa no ano de 2015. A proposta se baseia numa comparação entre o repertório que professoras apresentavam antes do início da formação e outro após o primeiro semestre.

Na seção a seguir, apresentamos o método de pesquisa. Em seguida, trazemos o quadro teórico acerca dos tipos de situações multiplicativas que basearam nossas análises, apresentadas no penúltimo tópico. Por fim, apresentamos conclusões sobre o estudo.

2. Metodologia

O estudo apresentado integra as ações do projeto de pesquisa em rede, aprovado pelo Programa Observatório da Educação (OBEDUC), intitulado “Um estudo sobre o domínio das Estruturas Multiplicativas no Ensino Fundamental”. Neste trabalho, focamos nos instrumentos em que todos os professores participantes do Projeto propuseram questões de estruturas multiplicativas. Este instrumento foi aplicado antes da formação pela qual passariam as professoras e ao final do segundo semestre de 2015. Como recorte, utilizamos apenas os dados das professoras que atuavam nos anos iniciais do Ensino Fundamental de uma escola participante do projeto no Estado do Ceará, e que participaram dos dois momentos descritos. Com isso, quatro professoras participaram deste estudo.

No referido instrumento foi solicitado às professoras que elaborassem oito questões sobre estruturas multiplicativas, objetivando levantar os tipos de problemas que elas costumam trabalhar com seus alunos. As professoras tinham a instrução a seguir, acompanhada por oito retângulos numerados: *Elabore, nos espaços abaixo, oito problemas distintos envolvendo multiplicação e/ou divisão*. Os participantes foram deixados à vontade e com tempo suficiente para a elaboração dos problemas.

Para esta análise, separamos as questões propostas pelas quatro professoras e criamos categorias conforme as cinco classes de problemas de estruturas multiplicativas apresentados por Magina, Merlini e Santos (2016). A seguir apresentamos o referencial teórico adotado para a análise do repertório das professoras.

3. A Teoria dos Campos Conceituais e as Estruturas Multiplicativas

A Teoria dos Campos Conceituais (TCC) contribui para o entendimento de como os conceitos matemáticos são construídos pelos indivíduos a partir do contato com diferentes situações, propriedades e representações. De acordo com a TCC, um conceito não pode ser contemplado e apreendido em uma única situação e numa única situação podem estar presentes vários conceitos, que compõem uma rede de relações. Diante disso, não faz sentido falar em conceito, mas em campo conceitual (VERGNAUD, 1983, 2009).

Vergnaud (1983, 2009) define que um campo conceitual é composto pela tríade: situações, invariantes e representações ($C = S, I$ e R). As situações compreendem os problemas matemáticos em que diferentes operações são realizadas no cotidiano. As situações dão conta do aspecto “real” do conceito, aquele que se vivencia por meio de ações rotineiras ou mesmo nas tarefas escolares. É fundamental uma diversidade de situações para que o maior número de conceitos seja explorados e desenvolvidos pelo aprendiz. Em pesquisa de Maia *et al* (2015) verificou-se dentre as limitações conceituais das professoras nas estruturas multiplicativas está, justamente, o repertório limitado de situações que essas professoras propõem a seus alunos. Sobre este aspecto se concentram as intenções deste estudo.

No campo conceitual multiplicativo é possível encontrar diferentes tipos de problemas, que trazem consigo situações com variadas formas de apresentação e dificuldades, mas que em comum possuem o conceito da taxa de replicação (NUNES; BRYANT, 1997). Com a elaboração de sua teoria, Vergnaud inaugurou uma primeira proposta de classificação das situações de estruturas multiplicativas. Entre as classes que destacou estão as situações compostas pelos isomorfismos de medidas, por comparação multiplicativa e por produtos de medidas. Em razão da TCC estar em constante ampliação e apropriação, esta classificação

passa por atualizações e releituras. Para este trabalho, optamos pela categorização proposta por Magina, Merlini e Santos (2016), apresentada a seguir.

4. Classificação dos Problemas do Campo Multiplicativo

De acordo com Magina, Merlini e Santos (2016), há cinco eixos/tipos diferentes de problemas multiplicativos, quais sejam: Proporção Simples; Proporção Dupla; Proporção Múltipla, compostos por relações quaternárias, ou seja, são o que Vergnaud (2009) chamou de isomorfismos de medidas; e Comparação Multiplicativa e Produto de Medidas, constituídos de relações ternárias. A seguir, detalharemos cada um dos eixos e suas variações.

4.1. Proporção Simples

Estes são problemas que integram o isomorfismo de medidas, descrito por Vergnaud (2009) como a classe básica das estruturas multiplicativas. Neste eixo de situação há uma relação quaternária em que duas quantidades possuem dimensão diferente das outras duas. Problemas de proporção simples podem ainda ser classificados quanto ao tipo de operação utilizada – multiplicação ou de divisão –, considerando ainda divisão por partição e cota. As situações de proporção simples envolvem a correspondência um-para-muitos ou muitos-para-muitos.

Na classe de problema de proporção simples, muitos-para-muitos, considerada mais complexa, os valores são maiores do que um e demanda-se identificar a taxa de proporção entre as quatro grandezas, também chamada quarta proporcional. Como a taxa de replicação parte de uma proporção maior do que um, problemas deste tipo não permitem equívoco com a falsa relação ternária, que é comum no tratamento de proporção simples de relação um-para-muitos.

4.2. Proporção Dupla

Este tipo de problema apresenta situações com, pelos menos, três pares de grandezas em que um par é independente do outro. Neste tipo de problema, é possível diminuir um par de grandezas, sem alterar a quantidade das outras, pois as seis grandezas são independentes duas a duas. Como nos problemas de proporção simples, as situações que envolvem proporção dupla também podem ser da classe um-para-muitos e muitos-para-muitos.

4.3. Proporção Múltipla

Neste tipo de problema podemos ter duas ou mais proporções, sendo que elas são dependentes. Isso implica dizer que a cada modificação numa das grandezas, todas são alteradas. Neste tipo de problemas há uma relação entre duas proporções simples dependentes. Nesta situação o indivíduo precisa perceber a taxa de replicação entre as grandezas e a relação que há entre elas.

4.4. Comparação Multiplicativa

Esse tipo de situação é mais próximo dos problemas aditivos por serem, também, caracterizados por uma relação ternária. Problemas de comparação multiplicativa possuem duas grandezas de mesma espécie – referente e referido – e uma terceira que representa a relação multiplicativa (GITIRANA *et al*, 2014). Portanto, problemas de comparação multiplicativa se caracterizam por serem duas grandezas comparadas por um escalar, que é a razão.

Nesse tipo de problema, manifestam-se invariantes que designam a replicação, um termo que induz a uma taxa (razão ou relação), como dobro, triplo, metade, quatro vezes menos, por exemplo. Estas são situações comparativas consideradas de maior simplicidade visto que a razão é enunciada por aqueles termos. Por outro lado, a maior dificuldade destes problemas está na incongruência dos termos com a razão demandada, como o caso de “vezes menos”.

A variedade de situações de comparação multiplicativa se dá conforme um dos três entes – referente, referido ou a relação –, sejam desconhecidos. Em situações de comparação multiplicativa com relação desconhecida tem-se o valor do referente e do referido e precisa-se descobrir a relação que existe entre esses dois valores.

4.5. Produto de Medidas

Por fim, o último eixo de problema, de acordo com o esquema de Magina, Merlini e Santos (2016). Situações de produtos de medidas envolvem a relação entre duas grandezas que gera uma terceira, independente. Os problemas de configuração retangular e combinatória são as classes deste tipo de problema. A primeira classe são os problemas que exploram o cálculo de área. O segundo são problemas de combinação entre grandezas. Em ambos os casos, o produto das grandezas é uma terceira diferente das originais.

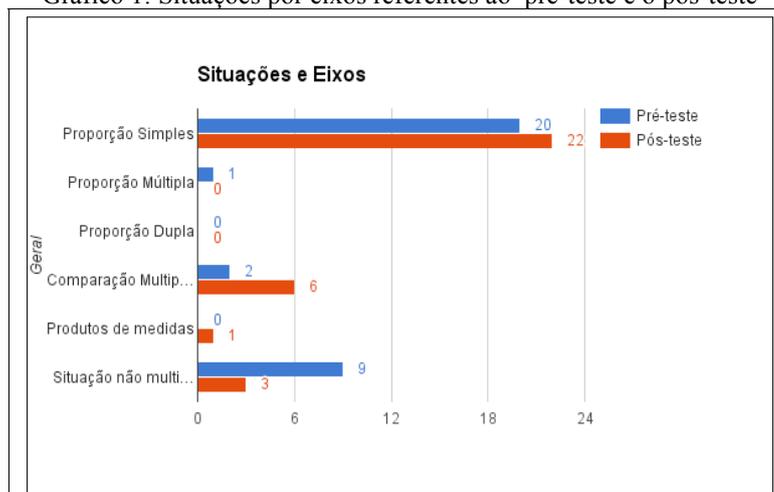
Em problemas de configuração retangular o conceito de área é aplicado a esta classe de situações. Nele há uma relação baseada no produto de duas grandezas que gera uma terceira, com unidade de medida diferente. Diferente das relações quaternárias, nas situações ternárias as grandezas não são subordinadas.

Outro modelo para situações de configuração retangular são os problemas que envolvem a ideia de combinação. Da mesma forma que no cálculo de área, a relação de duas ou mais grandezas, gera uma terceira. A diferença é que não se trata de unidades de medidas, mas da assunção de uma nova grandeza a partir do produto das anteriores. Problemas de combinação são básicos para o pensamento de combinatório, explorados nos últimos anos de escolarização.

5. A Análise do repertório de problemas multiplicativos das professoras

Iniciamos a análise com a comparação da diversidade de situações entre o pré-teste e pós-teste. Para este artigo foram analisados 64 (sessenta e quatro) problemas dos testes de quatro professoras, que participaram dos dois momentos da pesquisa. No Gráfico 1 sistematizamos os dados da análise que permite inferências sobre a compreensão das professoras acerca dos conceitos multiplicativos, nominadamente, o repertório de situações que eles possuem.

Gráfico 1: Situações por eixos referentes ao pré-teste e o pós-teste



Fonte: elaborado pelos autores

Das situações consideradas multiplicativas, o maior número foi identificado no eixo de Proporção Simples, com 42 (quarenta e duas) situações. Convém destacar que esse montante de problemas, de um único eixo, representa mais de 65% de todas as situações propostas. O eixo de comparação multiplicativa foi apresentado em 08 (oito) situações, destacando que o maior número de situações se deu no pós-teste, em um total de 06 (seis) situações. Problemas de Proporção Múltipla e Produtos de Medidas foram propostos apenas 01 (uma) vez, cada, somados pré-teste e pós-teste e nenhum problema de Proporção Dupla foi apresentado. Além da desproporção entre a quantidade de situações propostas para cada eixo, julgamos preocupante o número de situações não multiplicativas. Nesta categoria, foram classificadas 12 (doze) situações.

Dos dados, percebe-se mudança no repertório de situações propostas pelas docentes. Chama a atenção o fato das professoras terem elaborado situações não multiplicativas no pré-teste. Isso reflete um repertório restrito de problemas do campo multiplicativo, bem como sugere uma concepção limitada dos conceitos matemáticos. Contudo, houve avanço no pós-teste, pois, ainda que tenham sido propostas 3 (três) situações fora do campo, estas foram, significativamente, em menor número relacionado ao pré-teste que foram 9 (nove). Pode-se inferir que há deficiências conceituais matemáticas e que formações na área da Educação Matemática devem ser frequentes, assim, irá auxiliar o professor em seu processo de formação contínua. Tal quadro, corrobora a ideia de avanço na compreensão do campo pelas professoras, conjugado com ampliação do repertório delas a partir do conhecimento de novas e diferentes situações. Consideramos que tais dados sejam reflexos da formação oferecida e que promoveu aos docentes rupturas entre o campo conceitual aditivo e multiplicativo.

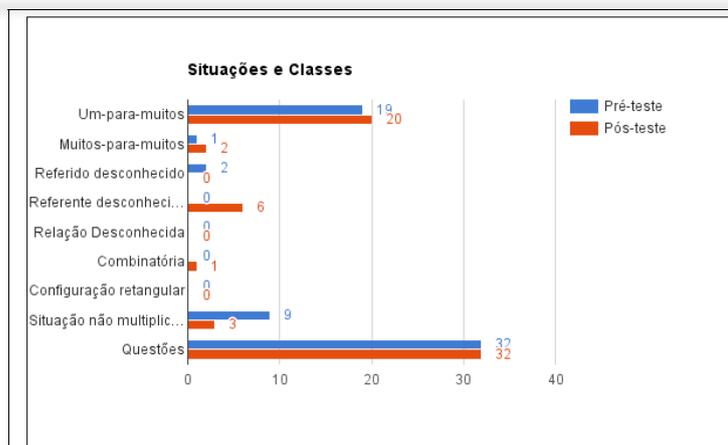
Apesar desse avanço, consideramos que houve pouca evolução na variedade de tipos de problemas no repertório apresentado. Tomando os cinco eixos de situações, percebemos que as propostas se concentraram no eixo da Proporção Simples, ou seja, que no repertório desses professores predomina o esquema relacionado à classe básica das estruturas multiplicativas. Aliado a esse fato, a ocorrência de apenas uma situação no eixo da Proporção Múltipla, outra no de Produtos de Medidas e nenhuma no de Proporção Dupla, reforça a ideia da limitação dos conhecimentos no campo multiplicativo e que as professoras recorrem a situações menos complexas em sala de aula (MAIA *et al* 2015). Mesmo o problema

apresentado sobre Produtos de Medidas encontrados no pós-teste ainda se mostra aquém das habilidades e competências que devem ser desenvolvidas nos alunos em problemas dessa classe, como os de cálculo de área. Portanto, deve-se ainda estimular a diversificação dos eixos trabalhados nos anos iniciais do Ensino Fundamental, nível que as participantes da pesquisa atuam.

Vale destacar que, apesar do pós-teste apontar predomínio de questões ligadas à relação quaternária, as professoras ampliaram passaram a diversificar repertório de problemas, propondo relações ternárias. Além do único problema de Produto de Medidas, foram sugeridos 06 (seis) problemas de Comparação Multiplicativa, que contemplam este tipo de relação, o triplo do que fora sugerido no pré-teste. As propostas das professoras para o eixo de Comparação Multiplicativa mostra avanço em relação às operações com referente desconhecido. No pré-teste não houve operações desse tipo - apenas duas professoras propuseram situações com referido desconhecido - enquanto no pós-teste todas as situações propostas envolvem este tipo de operação. Uma vez que este tipo de operação exige dos alunos o uso da divisão para se obter o resultado (GITIRANA *et al*, 2014), pode-se afirmar que os problemas propostos passam a exigir outros esquemas de resolução.

Entre as professoras investigadas, os problemas diferenciam-se quanto às classes e situações exploradas. É possível que este aumento tenha ocorrido pelas situações trabalhadas durante as formações, uma vez que os problemas do pré-teste apresentam operações numéricas sem uma maior diversificação quanto às classes envolvidas, e o pós-teste apresenta diferenciações mais elaboradas quanto ao emprego das mesmas.

Gráfico 2: Situações por operação referentes ao pré-teste e pós-teste



Fonte: elaborado pelos autores

De acordo com Gitirana *et al* (2014) o desenvolvimento de competências e concepções dos alunos, está ligado ao fato destes resolverem situações que possibilitem formas adequadas de resolução. Com isso, pode-se dizer que houve um avanço quantitativo e qualitativo nas proposições das professoras.

Apesar disso, destacamos que as professoras ainda não apresentaram situações envolvendo operação de divisão por cota. Predominam situações concentradas nas operações de divisão por partição, que exploram a ideia de distribuição. O uso restrito a situações de divisão por partição acaba por dificultar a compreensão de divisão por cota. Tal tipo de divisão é muito presente dia-a-dia das crianças, nos primeiros anos escolares (MAIA *et al*, 2015), e demandam maiores esforços cognitivos. Por este motivo, poder-se-ia esperar que as professoras apresentassem esse tipo de problemas, o que não foi verificado.

Finalmente, no pré-teste, observamos que elas propunham situações que privilegiavam estritamente o algoritmo e a operação. E ainda, as situações apresentavam informações desconexas que atrapalhavam a sua resolução. Após a formação, realizado o pós-teste as professoras diversificaram as propostas e passaram a elaborar situações diferenciadas que envolviam dimensões do cotidiano dos alunos.

6. Considerações Finais

Existem mudanças significativas nas proposições das professoras entre os dois instrumentos analisados. Inferimos que estas foram reflexo da formação colaborativa que

visou ampliar o repertório destas para o trabalho com as estruturas multiplicativas. O professor ao entender os conceitos multiplicativos terá maiores subsídios para sua prática pedagógica reverberando na aprendizagem do aluno.

No pós-teste, realizado ao final da primeira etapa da formação, houve evolução das propostas de problemas multiplicativos pelas professoras. Os enunciados e situações estavam mais claros e, ainda que timidamente, ampliou a diversidade de tipos de situações. Consideramos que tal ganho é um reflexo da ampliação do entendimento destas professoras sobre problemas que exploram o pensamento multiplicativo e que passarão a influenciar ainda mais a prática pedagógica delas.

Evidenciamos que ainda é preciso avançar. As professoras, em relação ao pré-teste, permanecem fortemente ligadas aos problemas de Proporção Simples, do tipo um-para-muitos. Ademais, a divisão por partição continua sendo uma constante em seu repertório. Destacamos a importância de se avançar no sentido de propor atividades formativas e debater sobre as eventuais dificuldades em propor, por exemplo, situações de Proporção Simples, do tipo muito-para-muitos, assim como as outras classes de problemas.

Destacamos que no pós-teste, apesar de as professoras proporem mais situações que contemplam as relações quaternárias, houve um avanço nas situações de relação ternária. Neste caso, destacamos o aumento de situações do eixo de Comparação Multiplicativa. Provavelmente isso ocorreu em razão destas situações serem mais próximas ao pensamento aditivo.

Portanto, consideramos fundamental voltar às escolas e promover a continuidade do trabalho colaborativo, contexto dessa pesquisa. Uma vez que a pesquisa privilegiou, até o momento, o trabalho com Proporções Simples, percebe-se que o trabalho com os eixos de Proporção Múltipla, Proporção Dupla e Produto de Medidas deve ser fomentado a fim de contribuir tanto para a formação dos professores quanto para a aprendizagem dos seus alunos.

7. Agradecimentos

Agradecemos as instituições parceiras que viabilizaram a articulação entre os membros dos diversos grupos de pesquisa e que tornaram o projeto “Teoria dos Campos Conceituais: Formação de professores para com o trabalho com Estruturas Multiplicativas”, fonte dos dados apresentados, possível.

Gostaríamos principalmente de agradecer à Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal do Nível Superior (CAPES) pelo financiamento do projeto aprovado no Edital 049/2012/CAPES/INEP. Seu apoio promoveu o projeto em rede envolvendo Universidades da Bahia, de Pernambuco e do Ceará que aponta caminhos para intervenções interessadas na melhoria da educação brasileira.

8. Referências

GITIRANA, V.; CAMPOS, T. M. M.; MAGINA, S. M.; SPINILLO, A. *Repensando multiplicação e divisão: contribuições da teoria dos campos conceituais*. São Paulo: PROEM, 2014.

MAGINA, S. MERLINI, V. L.; SANTOS, A. dos. A estrutura multiplicativa à luz da Teoria dos Campos Conceituais: uma visão com foco na aprendizagem. *In: CASTRO-FILHO, J. A. de; BARRETO, M. C.; BARGUIL, P. M.; MAIA, D. L.; PINHEIRO, J. L. Matemática, cultura e tecnologia: perspectivas internacionais*. Curitiba: CRV, 2016, pp.65-82.

MAIA, D. L.; SILVA, F. W. L.; BATISTA, P. C.; CASTRO FILHO, J. A. Análise dos tipos de problemas multiplicativos propostos por professoras que ensinam matemática. *In: SIMPÓSIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, Anais...*, Ilhéus, BA: UESC, 2015.

NUNES, T.; BRYANT, P. *Crianças fazendo Matemática*. Porto Alegre. Artes Médicas, 1997.

VERGNAUD, G. *A criança, a Matemática e a realidade: problemas do ensino da Matemática na escola elementar*. Curitiba: Ed. da UFPR, 2009.

VERGNAUD, G. Multiplicative Structure. *In: LESH, R.; LANDAU, M. (Eds.). Acquisition*