

## UMA EXPERIÊNCIA SOBRE MODELAGEM MATEMÁTICA, NO ENSINO MÉDIO, ENVOLVENDO O PROCESSO DE FABRICAÇÃO DO LÁPIS

*Cecy Leite Alves da Silva*

*Universidade Cruzeiro do Sul, UNICSUL  
cecy@hotmail.com.br*

*Elenilton Vieira Godoy*

*Universidade Cruzeiro do Sul, UNICSUL  
evgodoy@terra.com.br*

### **Resumo:**

O presente trabalho é um relato de experiência envolvendo a Modelagem Matemática e o processo de fabricação do lápis. A experiência foi realizada com alunos do terceiro ano do Ensino Médio de uma escola pública do estado de São Paulo, no período de Outubro de 2014. A atividade realizada teve como problemática de investigação descobrir quantos lápis poderiam ser fabricados com a matéria-prima de uma árvore. Para além da conscientização sobre o desperdício do material didático lápis, o trabalho objetivava apresentar uma atividade de modelagem matemática que privilegiasse conceitos relacionados à Trigonometria no triângulo retângulo, bem como estimular a criatividade e desenvolver habilidades associadas ao tratamento de dados. Ao final da atividade, os alunos demonstraram interesse na atividade proposta e relataram que estavam aplicando o conhecimento matemático em lugares que eles não imaginavam.

**Palavras-chave:** Modelagem Matemática; Trigonometria; Ensino Médio.

### **1. Introdução**

Atualmente, nos deparamos com alunos desinteressados em aprender a Matemática escolar e, conjecturamos que, possivelmente, a falta de interesse, de motivação por parte dos alunos deve-se a pouca aplicabilidade do conhecimento matemático. É fato que o tema é polêmico, uma vez que, ao longo do século XX, principalmente no Brasil, as finalidades da Matemática escolar, no ensino médio, foram se revezando entre um caráter propedêutico e de aplicações práticas. Com a promulgação da Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDBEN nº 9394/96), o ensino médio passa a ser considerado com a etapa final da educação básica e, pelo menos, nos documentos prescritivos, a sua falta de identidade acaba por ser resolvida. Para Godoy (2002) o Ensino Médio, portanto, é proposto como etapa final de uma educação de caráter geral, afinada com a contemporaneidade, com a construção de competências básicas, que situem o educando como sujeito produtor de conhecimento, participante do mundo do trabalho e com o desenvolvimento da pessoa como “sujeito em ação”, cidadão. Ainda segundo Godoy (2002), com tal concepção, a LDBEN nº 9394/96 muda, no cerne, a identidade estabelecida para o Ensino Médio contida na Lei nº 5692/71, em

que o ensino de segundo grau se caracterizava por uma dupla função, quais sejam preparar para o prosseguimento dos estudos e habilitar para o exercício de uma profissão técnica.

Contudo, neste texto, a nossa proposta não é discutir as finalidades ou caráter do ensino de Matemática na última etapa da Educação Básica, qual seja o Ensino Médio, mas sim conversar um pouco sobre uma experiência que tomou como referência metodológica a Modelagem Matemática. Posto isso, o texto traz o relato de uma experiência desenvolvida com alunos do terceiro ano do Ensino Médio, que teve como objetivo mostrar, aos alunos, uma possível aplicação dos conhecimentos matemáticos desenvolvidos na Educação Básica, bem como conscientizá-los sobre o desperdício de materiais didáticos (neste caso, o lápis) e os efeitos que causam à natureza. Na sequência, nós faremos algumas considerações acerca da Modelagem Matemática, faremos a descrição da atividade e, por fim, apresentaremos as nossas considerações finais.

## 2. Modelagem Matemática

Quando se diz que o ensino de Matemática, para se tornar significativo para o aluno, deve valer-se de situações cotidianas ou de situações relacionadas a outras áreas do conhecimento, estamos de uma maneira ou de outra, afirmando que, por meio da Matemática, é possível modelar, testar e resolver situações cotidianas e de outras áreas do conhecimento. Associar a Matemática escolar às aplicações práticas tem sido uma das finalidades do ensino de Matemática, na Educação Básica, no decorrer do século passado e começo deste.

A discussão pertinente é como estabelecer esta relação da Matemática escolar com situações, problemas, fenômenos, associados a outras áreas do conhecimento e da vida cotidiana. Acreditamos que uma das possibilidades de alcançar essa finalidade, sem, no entanto, banalizar os conhecimentos envolvidos na situação de ensino construída e construir situações artificiais, é por meio da Modelagem Matemática.

Acreditamos, ainda, que o fato de estabelecer as relações entre a Matemática escolar e as demais áreas do conhecimento e da vida cotidiana não serve para justificar a importância dos saberes matemáticos na educação escolar, mas para desenvolver, entre outras habilidades e competências, o pensamento crítico, leitura e interpretação do mundo exterior à escola, com o auxílio do conhecimento matemático.

A seguir, faremos algumas considerações a respeito da Modelagem Matemática, das relações entre a Modelagem e a Educação Matemática e por fim, voltaremos nessa discussão envolvendo as contribuições da Modelagem, para a formação de um aluno mais crítico. Do mesmo modo que Barbosa, utilizaremos, no lugar da expressão “Modelagem Matemática”, apenas a palavra “Modelagem”, ficando, assim, implícito o adjetivo “Matemática”, simplesmente para evitar as frequentes repetições da expressão.

A Modelagem, segundo Bassanezi (2002), pode ser caracterizada tanto como um método científico de pesquisa, quanto como uma estratégia de ensino-aprendizagem e, por isso, trabalhada sob a ótica da Matemática Aplicada e/ou da Educação Matemática. Interessamos, neste trabalho, estudar as perspectivas da Modelagem no âmbito da Educação Matemática que têm, nas últimas décadas, despertado o interesse e a atenção de professores e pesquisadores nacionais e internacionais.

Para Barbosa (2001a), a Modelagem é um ambiente de aprendizagem<sup>1</sup> no qual os alunos são convidados a indagar e/ou investigar, por meio da Matemática, situações com referência na realidade. Segundo Barbosa (2001a), uma das tarefas do matemático aplicado consiste na abordagem matemática dos problemas postos por outras áreas e por isso o primeiro passo do matemático é esclarecer o que se deseja saber e colocar-se a par dos conceitos e variáveis que sustentam a situação-problema. Faz-se necessário selecionar os fatores considerados relevantes e assumir alguns pressupostos. Trata-se da simplificação da situação-problema para possibilitar sua abordagem. Daí procura-se relacionar essas variáveis por meio de conceitos matemáticos. Segundo (BASSANEZI, 1994a; CROSS & MOSCARDINI, 1985; EDWARDS & HAMSON, 1990, apud, BARBOSA, 2001a), a representação ideal, em termos matemáticos, de certos aspectos da situação real, chama-se modelo matemático e o seu processo de construção denomina-se Modelagem Matemática. Segundo (BERRY E HOUSTON, 1995, apud, BARBOSA, 2001a) chamamos de Modelagem Matemática, todo processo de abordagem de um problema real, incluindo a formulação do modelo, cujo objetivo é a resolução do problema. Um modelo matemático é formulado para resolver um problema. Assim, segundo o autor, a partir do modelo matemático, elabora-se um problema que, se

---

<sup>1</sup> Ambiente de aprendizagem é uma noção apresentada por Skovsmose (2000) e segundo Barbosa (2001), refere-se às condições sob as quais os alunos são incentivados a desenvolver determinadas atividades.

possível, será resolvido pelas teorias matemáticas conhecidas. A solução é trazida de volta para a situação real para ser interpretada. A validação, se possível, será feita por meio dos dados reais, empíricos. Procura-se verificar o significado e a qualidade da solução obtida na situação-problema. Se for julgada satisfatória aos propósitos do modelador, os resultados são comunicados; se não, retorna-se ao trabalho realizado, verificam-se os cálculos, as relações estabelecidas ou as simplificações realizadas no início do processo. Por fim, a Modelagem consiste na arte de transformar problemas da realidade em problemas matemáticos e resolvê-los interpretando suas soluções na linguagem do mundo real. É um processo dinâmico utilizado para a obtenção e validação de modelos matemáticos. É uma forma de abstração e generalização com a finalidade de previsão de tendências.

### 3. Modelagem Matemática na Educação Matemática

Segundo Barbosa (2001a), o debate sobre a incorporação das aplicações e da Modelagem ao ensino de Matemática retrocede as primeiras décadas do século XX, em que matemáticos puros e aplicados discutiam maneiras de ensinar a Matemática. Niss (1987, apud, Barbosa, 2001a) identifica esse movimento de utilitarista, pois destaca nele a utilidade da Matemática para a ciência e a sociedade como a razão de ser do ensino. Do ponto de vista desse movimento, a Matemática escolar não deveria preservar suas fronteiras artificiais, ficar fechada no seu campo disciplinar, mas transpô-las. A influência do movimento utilitarista deu-se de maneira diferente nos currículos, uma vez que os níveis mais elementares de escolaridade incorporaram aplicações do cotidiano, nomeadamente no contexto da aritmética e da geometria, o que não ocorreu em outros níveis.

Para Barbosa (2001a), esse movimento almeja os aspectos matemáticos e técnicos referentes ao saber aplicar. A ideia das aplicações apresentava uma visão pragmática do conhecimento matemático e da maneira de formar matematicamente as pessoas.

Os anos seguintes assistiram ao Movimento Matemática Moderna abrandar o discurso utilitarista. Segundo Niss (1987, apud, Barbosa, 2001a), não se tratou de um desprezo pelas aplicações, todavia os “modernistas” acreditavam que o domínio das estruturas matemáticas habilitaria as pessoas a trabalharem com situações não estruturadas, contudo, na prática, a ênfase demasiada sobre as estruturas matemáticas acabou por secundarizar as suas aplicações. Em meados dos anos 60, os problemas decorrentes da modernização do ensino de Matemática

culminaram na reivindicação, por parte da comunidade escolar, de um ensino de Matemática mais contextualizado, aplicado. As aplicações da Matemática ganharam destaque, principalmente pela emergência do computador. A Modelagem passou a ser estreitamente associada ao desenvolvimento econômico-tecnológico.

Um movimento em defesa das aplicações e Modelagem no ensino de Matemática. Breiteig, Huntley e Kaiser-Messmer (1993, apud, Barbosa, 2001a) consideram um marco importante para esse movimento, o Lausanne Symposium, em 1968, o qual apresentou como tema “Como ensinar Matemática de modo que seja útil”. O Simpósio sublinhou a utilização das estruturas matemáticas na realidade como o maior objetivo do ensino de Matemática. Isso não significa o ensino de aplicações prontas, mas a habilidade para matematizar e modelar problemas e situações fora da Matemática. A Modelagem, então, é vista como um modelo pelo qual se podem abordar as diversas situações da vida. Aliada a essa visão pragmática, junta-se à crença de que, dessa maneira, os alunos aprenderiam e se interessariam pelo estudo da disciplina.

No que tange ao cenário nacional, o movimento de Modelagem Matemática na Educação Matemática está ligado aos trabalhos de um grupo de professores do IMECC/UNICAMP e que teve como diretor o professor Ubiratan D’Ambrósio, o qual utilizava na década de 70 o método com os alunos de Iniciação Científica em algumas disciplinas da área de Matemática Aplicada.

No entanto, é no início dos anos 80, com as influências dos estudos socioculturais conduzidos por esse professor, que o movimento começa a se consolidar sob a liderança do professor Rodney Bassanezi (UNICAMP). Para D’Ambrósio (1986, apud, Barbosa, 2001a), como implicação desses estudos, não haveria outra alternativa a não ser incorporar aos programas aquilo que chamamos de Etnomatemática. Bassanezi (1994a, apud, Barbosa, 2001a) assinala que o movimento de Modelagem, no Brasil, procura tomar a Etnomatemática, sua interpretação e contribuição como sistematização matemática. Do ponto de vista curricular, a proposta esboçada era a de abordar a Matemática a partir do contexto sociocultural dos alunos.

Conforme indica Barbosa (2001a), em 1983, a ideia foi materializada pela primeira vez num curso de especialização para professores em Guarapuava (PR), por Bassanezi. Mais

tarde, Bassanezi introduziria, nas suas aulas de Cálculo, a proposta da Modelagem Matemática. A partir de 1990, a proposta de Modelagem no ensino de Matemática expandiu-se para outros níveis de escolaridade, despertando o interesse de diversos educadores matemáticos.

Apesar da expansão da proposta de Modelagem para outros níveis de escolaridade, Barbosa (2001a) considera que há uma relativa distância entre as pesquisas sobre Modelagem e o currículo da Matemática da Educação Básica. As experiências curriculares com modelagem são pontuais, o que significa dizer que os currículos são resistentes à Modelagem e também que ela não se aproximou suficientemente dos currículos, visto que, para que isto ocorresse, seria preciso oferecer referenciais práticos e teóricos.

Para Bassanezi 1994a; Blum & Niss 1991, (apud, Barbosa, 2001a), o movimento de Modelagem tem pautado sua argumentação em cinco pilares, que destacam as consequências do uso da Modelagem no currículo. O argumento formativo, que desenvolve habilidades gerais de exploração, criatividade e resolução de problemas; o argumento da competência crítica, que habilita os alunos a reconhecer, compreender, analisar e avaliar exemplos de usos da Matemática na sociedade; o argumento da utilidade, que prepara os alunos para utilizar a Matemática em diferentes áreas; o argumento intrínseco, que permite aos alunos perceber uma das facetas da Matemática; o argumento da aprendizagem, que promove motivação e relevância para o envolvimento e aprendizagem dos alunos nas tarefas escolares de Matemática.

Bassanezi (1994a, apud, Barbosa, 2001a), baseado nos estudos de Etnomatemática, acrescenta à lista o argumento da alternativa epistemológica, que desenvolve a percepção do caráter cultural da Matemática, pelo fato de que, para Barbosa (2001b), no Brasil, a Modelagem está ligada à noção de trabalho de projeto. “Trata-se de dividir os alunos em grupos, os quais devem eleger temas de interesse para serem investigados por meio da Matemática, contando com o acompanhamento do professor”. (BARBOSA, 2001b, p. 1)

Barbosa (2001b) considera que o uso da Modelagem no Brasil tem um caráter fortemente marcado pelas dimensões antropológicas, políticas e socioculturais, devido, principalmente, ao fato das atividades modeladas privilegiarem o entorno social e cultural dos estudantes. Assim, a Modelagem assume uma perspectiva sociocrítica, proposta por Barbosa

(2001b), que se diferencia das perspectivas pragmática e científica-humanista, identificadas por Kaiser-Messmer (1991, apud, Barbosa, 2001b).

Para Barbosa (2003), a perspectiva pragmática propõe o uso da Modelagem para estimular habilidades de resolução de problemas, levando em consideração situações do cotidiano e da futura profissão dos alunos. Os conhecimentos e saberes matemáticos devem ser escolhidos por sua aplicabilidade prática nas questões da sociedade.

Na perspectiva científica-humanista, Kaiser-Messmer (1991, apud, Barbosa, 2003) afirma que as atividades de Modelagem servem para desenvolver tópicos matemáticos previstos no programa. Nessa perspectiva o ensino de Matemática é fortemente marcado pela inexistência de aplicações, por sua relação direta com a Matemática Pura. Na perspectiva sociocrítica, as atividades abrangem além dos conhecimentos matemáticos e de modelagem, também o conhecimento reflexivo, o qual segue a linha da Educação Matemática Crítica.

As atividades de Modelagem incluídas na perspectiva sociocrítica são consideradas como um instrumento de indagação e questionamento das situações reais por intermédio de métodos matemáticos, evidenciando, assim, o caráter cultural e social da Matemática. Barbosa (2003) afirma que a ênfase está na compreensão do significado da Matemática no contexto geral da sociedade.

Compartilhamos nesse estudo, da perspectiva proposta por Barbosa, por acreditarmos que seja essa a que mais se aproxima das discussões realizadas neste trabalho. Segundo Orey & Rosa (2007), a dimensão sociocrítica da Modelagem tem como base a teoria Sociocultural e a teoria do Conhecimento Social, relaciona-se com a perspectiva emancipatória e com o aprendizado transformativo, que está associado à teoria crítica. Em linhas gerais,

A ênfase da teoria Sociocultural é o aprendizado da socialização, pois o conhecimento é construído quando os alunos trabalham em grupos socializando a aprendizagem. [...] é pela interação social com os diversos indivíduos de um determinado grupo cultural que o aprendizado é desencadeado e estabelecido. (OREY & ROSA, 2007, p. 199)

Orey & Rosa (2007) consideram que os estudos desenvolvidos por Habermas, a respeito das teorias Crítica e do Conhecimento Social afirmam a pertinência do contexto social na aprendizagem dos estudantes, uma vez que privilegiam o desenvolvimento do

pensamento crítico nos alunos, pretendendo com isso, mostrar aos alunos como as práticas discursivas regulam as suas vidas.

Nesse sentido, as consequências das ações sociais sobre o conhecimento interferem no processo de aprendizagem dos sujeitos no entorno social. Conforme Orey & Rosa (2007), o conhecimento produzido pelos alunos é influenciado, em parte, pelos interesses que os motivam. No que se refere à perspectiva emancipatória, para Orey & Rosa (2007) a abordagem emancipatória direciona os objetivos educacionais, de tal modo que se privilegiem os temas que se aproximem de uma abordagem sociopolítica e que exercem influência direta nas práticas pedagógicas utilizadas no sistema educativo. Assim, o processo de ensino e aprendizagem deve ser dirigido de tal forma que possa fabricar sujeitos flexíveis, adaptáveis, reflexivos e criativos. Tomando-se como base essas considerações, Orey & Rosa (2007) aproximam a perspectiva emancipatória das dimensões socioculturais da Matemática, mais especificamente da Etnomatemática, que conforme mencionado anteriormente possui uma estreita relação com a Modelagem, como metodologia de ensino.

Em relação ao aprendizado transformativo, Orey & Rosa (2007), consideram que a modelagem desenvolvida sob a perspectiva sociocrítica permite aos alunos ampliar a sua autonomia, propiciando a leitura e a inserção na sociedade, de modo mais crítico, visando ao pleno exercício da cidadania. Por isso, a relação entre o caráter transformador da aprendizagem e a Modelagem encaixam-se perfeitamente. Portanto, para Orey & Rosa (2007), a perspectiva discutida por Barbosa,

[...] fundamenta-se na compreensão e no entendimento da realidade na qual os alunos estão inseridos pela reflexão, análise e ação crítica sobre a realidade. [...] a dimensão sociocrítica da modelagem busca a explicação sobre os modos distintos de se trabalhar com a realidade. Assim, refletir sobre a realidade torna-se uma ação transformadora que procura reduzir seu grau de complexidade permitindo aos alunos explicá-la, entendê-la, manejá-la e encontrar soluções para os problemas que nela se apresentam. (OREY & ROSA, 2007, p. 201)

Em nosso relato de experiência utilizamos a Modelagem Matemática como uma metodologia de ensino por sua proximidade com a Etnomatemática e a Educação Matemática Crítica. Acreditamos que essa combinação contribui, fortemente, para o desenvolvimento do conhecimento matemático sem superficialidades e banalizações e, para o desenvolvimento do pensamento reflexivo, pensamento esse tão caro à Etnomatemática e à Educação Matemática

Crítica que, com o auxílio da Modelagem, pode se evidenciar. A proposição e elaboração de situações de ensino contemplando esses três estudos evidenciam, sobremaneira, o caráter cultural, político e sociocrítico da Matemática escolar.

#### 4. A experiência realizada

A atividade foi realizada na Escola Estadual Professor Joaquim Luiz de Brito, localizada no bairro da Freguesia do Ó, em São Paulo, com os alunos dos terceiros anos do Ensino Médio e tinha como tarefa calcular quantos lápis poderiam ser fabricados com uma árvore com o objetivo de conscientizar os alunos a respeito do desperdício do material didático lápis, apresentar uma aplicação dos conceitos trigonométricos, estimular a criatividade e a realizar o tratamento de dados.

A atividade aplicada fez parte de uma revisão de alguns conceitos matemáticos aprendidos em anos anteriores, uma vez que os alunos apresentavam lacunas conceituais envolvendo conhecimentos matemáticos do final do ensino fundamental e começo do ensino médio. Para além dos conhecimentos matemáticos trabalhados na atividade, nós apresentamos assuntos relacionados às outras áreas do conhecimento, principalmente, associados ao meio ambiente, uma vez que percebemos um desperdício do material didático lápis. Na atividade os alunos trabalharam em equipe com quatro integrantes. Inicialmente, houve uma conversa com os alunos sobre o cuidado com os materiais e quais os efeitos que a fabricação dos mesmos causam a natureza; na sequência o professor lançou a seguinte pergunta “Quantos lápis, aproximadamente, vocês acham que poderíamos criar com uma árvore?”, os alunos refletiram sobre o assunto e, em seguida, o professor propôs a atividade que seria o cálculo de quantos lápis poderíamos criar a partir de uma árvore localizada no pátio da escola, inicialmente os alunos tomaram contato com os sólidos geométricos, foram informados sobre o processo de fabricação do lápis, além do estimulados a criar modelos com o auxílio do conhecimento matemático. A atividade foi dividida em seis partes quais sejam: *a construção de um teodolito, a pesquisa, a coleta de dados, os cálculos, a construção dos modelos matemáticos e a sua validação.*

*A construção do teodolito* – inicialmente, os alunos receberam informações sobre a função de um teodolito e sua aplicabilidade na atividade proposta e, em seguida, foi solicitada sua confecção, pois assim poderíamos calcular o ângulo de inclinação entre o sujeito, que estava

medindo a árvore, e o topo da mesma; na sequência, construíram o instrumento utilizando os materiais: transferidor, barbante, canudo, fita crepe e uma moeda. Na confecção do teodolito caseiro, o canudo foi colado ao transferidor de tal forma que o aluno conseguisse visualizar o topo de uma árvore; o barbante foi amarrado no ângulo zero do transferidor e assim foi marcado, pelos alunos, o ângulo de inclinação; a moeda foi utilizada com o objetivo de fazer com que o barbante se movesse adequadamente. *A pesquisa* – posteriormente, os alunos realizaram uma pesquisa procurando responder as perguntas: Qual é o tipo de árvore utilizada na fabricação do lápis? Onde ela é encontrada? Quais são as suas características? Além disso, os alunos também pesquisaram sobre as etapas do processo de fabricação do lápis. *A coleta de dados* – na sequência, os alunos foram divididos em grupos (com no máximo quatro integrantes), deslocaram-se até o pátio da escola e, de acordo com o auxílio do professor, começaram a coletar as informações necessárias para a efetivação dos cálculos, todos os grupos coletaram as informações, tais como, a medida do ângulo de inclinação (do olho do observador até o topo da árvore), a distância do observador até a árvore e a medida do comprimento da circunferência da árvore. *Os cálculos* – Antes do início da aplicação da atividade, o professor revisou os conceitos básicos de Geometria Plana e Espacial, para que os alunos os aplicassem no desenvolvimento da atividade. A partir disso os alunos conseguiram desenvolver as fórmulas, com o auxílio do professor, durante e após a coleta dos dados, os alunos aplicaram conceitos associados à geometria euclidiana plana e espacial (determinação do raio da árvore) e à trigonometria (tangente de um ângulo) com a finalidade de determinarem a altura e o volume da árvore e para isso, utilizaram a fórmula do volume de um cilindro, eliminando, conforme pesquisado, 25% do volume total que se referia à decapagem e ao toco da árvore. Em seguida, os alunos calcularam o raio, a altura e o volume de um lápis novo.

*A construção dos modelos matemáticos* – a partir disso, os alunos descobriram, na pesquisa realizada antes do início da atividade, que as dimensões (em centímetros) da madeira, necessárias para se produzir um lápis, são 18 por 7,5 por 0,5. Após a descoberta, os grupos dialogaram entre si para a criação em conjunta dos modelos matemáticos, analisando os dados e as informações obtidas na pesquisa sobre os processos de fabricação. O professor os auxiliou direcionando-os e sanando as dúvidas que foram surgindo ao longo da aula; após essa reflexão os estudantes concluíram que seria mais fácil dividir o processo em três etapas, de tal modo que em cada um dos cortes, os alunos construiriam um modelo matemático

objetivando calcular quantas tábuas seriam obtidas. A primeira etapa foi nomeada de “corte vertical” e o modelo encontrado foi: a quantidade de tábuas é igual à medida do diâmetro da árvore dividido pelo raio do lápis, isto é, 0,5 cm. Aplicando este modelo, os alunos determinaram a quantidade de madeiras obtidas no primeiro corte; na segunda etapa, chamada, de “corte horizontal”, os alunos construíram o seguinte modelo: a quantidade de cortes dessa etapa é igual à medida do diâmetro da árvore dividido pela largura do corte, ou seja, 7,5 cm; por fim, na terceira etapa, nomeada “corte pelo comprimento”, os alunos encontraram o respectivo modelo: a quantidade de cortes é igual à razão entre a medida da altura da árvore e o comprimento do corte, ou seja, 18 cm. *Validação do modelo* – nas pesquisas que foram realizadas, inicialmente, os alunos descobriram que para a fabricação de um lápis são utilizadas dois tipos de madeiras, sendo assim, foi criado um novo modelo para determinar a quantidade de madeira necessária para se fabricar cada um dos lápis. O modelo encontrado consistiu em calcular a metade do produto das três etapas anteriores e, na sequência, calcular a razão entre o total de madeiras (para cada lápis) e o volume de um lápis, chegando assim, na quantidade de lápis que podemos fabricar com o tipo de árvore correspondente. Por fim, os alunos realizaram uma nova pesquisa, na sala de informática da escola, com a intenção de validar os modelos construídos sobre a quantidade média de lápis que são fabricados com o tipo de árvore utilizada o pinheiro (*Pinus caribaea*). Os dados foram confrontados com os valores obtidos pelos modelos construídos pelos alunos e, eles concluíram que os resultados eram muito satisfatórios, uma vez que os seus resultados variavam entre 9 e 11 mil lápis produzidos por árvore enquanto que, de acordo com as pesquisas, cada árvore produziria, em média, 12 mil lápis.

## 5. Considerações Finais

O resultado da aplicação da atividade foi, para nós, bastante satisfatório, uma vez que os nossos objetivos foram alcançados e, mais ainda, os alunos demonstraram grande interesse durante o desenvolvimento da proposta de investigação, desde a confecção do teodolito até a validação dos resultados encontrados pelos seus modelos matemáticos, o desenvolvimento da atividade demorou quatro horas aulas.

Ao término da atividade, os alunos relataram as suas impressões acerca da proposta metodológica e, dentre elas, cabem-se destacar a surpresa, dos alunos, em saber que o conhecimento matemático pode ser aplicado em situações não imaginadas por eles, e também

o interesse de alguns grupos de alunos sobre as diferenças existentes entre a fabricação do lápis tradicional e o ecolápis.

Neste sentido, nós acreditamos que a Modelagem ocupa um espaço de destaque quando utilizada como metodologia de ensino, justamente por sua forte relação tanto com a Etnomatemática quanto com a Educação Matemática Crítica. Para Caldeira (2009) a Modelagem Matemática é mais do que um método de ensino-aprendizagem, é um novo conceito de Educação Matemática. Para nós, essa ideia se evidencia quando utilizamos a Modelagem Matemática em consonância com a Etnomatemática e com a Educação Matemática Crítica. A ideia principal é adotarmos “práticas pedagógicas que permitam aos alunos analisarem criticamente os problemas que os rodeiam e que também os auxiliem a promover a justiça social [e cultural] (grifo nosso) na sociedade contemporânea”. (Orey & Rosa, 2007, p. 197 e 198) E mais ainda, que as atividades de Modelagem Matemática, quando desenvolvidas a partir da perspectiva da Educação Matemática Crítica são um instrumento de indagação e questionamento de situações-problema do mundo real intermediados pelos métodos matemáticos, que explicitam o caráter cultural, social e reflexivo do conhecimento matemático.

### 3. Referências

BARBOSA, J. C. **Modelagem Matemática e a Perspectiva Sócio-crítica**. In: II Seminário Internacional de Pesquisas em Educação Matemática (SIPEM). Santos, SP, 2003. Disponível em: [www.uefs.br/nupemm/sipem2003.pdf](http://www.uefs.br/nupemm/sipem2003.pdf)

\_\_\_\_\_. **Modelagem Matemática: concepções e experiências de futuros professores**. Tese (Doutorado) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, UNESP, Rio Claro, SP, 2001a.

\_\_\_\_\_. **Modelagem na Educação Matemática: contribuições para o debate teórico**. In: 24ª Reunião Anual da ANPED. Caxambu, MG, 2001b. Disponível em: [www.anped.org.br/reunioes/24/t1974438136242.doc](http://www.anped.org.br/reunioes/24/t1974438136242.doc).

BASSANEZI, R. C. **Ensino-aprendizagem como Modelagem Matemática: uma nova estratégia**. São Paulo: Editora Contexto, 2002.

CALDEIRA, A. D.

Modelagem Matemática: um outro olhar. **ALEXANDRIA Revista de Educação em Ciências e Tecnologia**, v.2 n. 2, Universidade Federal de Santa Catarina, SC. p. 33-54, 2009.

GODOY, E. V. **Currículo, cultura e educação matemática: uma aproximação possível?** Campinas, São Paulo: Editora Papyrus, 2015.

\_\_\_\_\_. **Matemática no Ensino Médio: Prescrições das Propostas Curriculares e concepções dos professores.** Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, 2002.

OREY, D. C.; ROSA, M. A dimensão crítica da Modelagem Matemática: ensinando para a eficiência sociocrítica. **Revista Horizontes**, v. 25, nº2. São Paulo, p. 197-206, 2007.

\_\_\_\_\_. Vinho e Queijo: Etnomatemática e Modelagem. **Bolema**, ano 16, nº 20, Campinas, p. 1- 16, 2003.