

## ANÁLISE DE ERROS EM GEOMETRIA PLANA

*Josiele Maria Fusiger*

*Centro Universitário Franciscano- UNIFRA*

*josielifusiger@yahoo.com.br*

*Miriam Ferrazza Heck*

*Centro Universitário Franciscano- UNIFRA*

*mhecmat@hotmail.com*

*Denise Ritter*

*Centro Universitário Franciscano- UNIFRA*

*deniseritter10@gmail.com*

### **Resumo:**

O presente trabalho teve como objetivos, detectar e analisar os erros mais frequentes em cálculo de área de figuras planas, cometidos por alunos de uma turma do terceiro ano do Ensino Médio de uma instituição pública do interior do estado do Rio Grande do Sul. Foi aplicado um teste, composto por cinco questões de Geometria, envolvendo cálculo de perímetro e áreas de figuras planas e deste, foram selecionadas duas questões para análise e classificação dos tipos de erros recorrentes. A análise destas questões possibilitou observar um número expressivo de erros, revelando que as principais dificuldades dos participantes estão relacionadas aos conteúdos matemáticos do Ensino Fundamental, especialmente de manipulação algébrica e de visualização dos elementos das figuras geométricas, comprometendo a qualidade da aprendizagem.

**Palavras-chave:** Análise de Erros; Ensino Médio; Geometria Plana.

### **1. Introdução**

A sociedade atual exige cada vez mais que os estudantes possuam habilidades e senso crítico para estabelecer relações com o mundo tecnológico permeado de informações e mudanças constantes. Por sua vez, é necessário que o ensino de Geometria contribua para formar concepções e saberes matemáticos destes estudantes, visando à adaptação em diversas situações de aprendizagem.

No entanto, a Geometria Plana é um dos conteúdos da Matemática em que os alunos apresentam muitas dificuldades, por envolver uma diversidade de tópicos, tais como cálculo

de perímetro e área de polígonos. Parte das dificuldades podem ter origem na falta de estímulo para o desenvolvimento de habilidades visuais e na não utilização de materiais concretos, ou seja, a aplicação de métodos tradicionais de ensino que não levam em consideração os avanços de aprendizagem e as formas de estimular os alunos na construção do seu próprio conhecimento.

Desta forma, é necessário modificar o processo de ensino e aprendizagem que agregue o desempenho dos alunos às metodologias de ensino empregadas pelo professor, passando a analisar as competências e habilidades com que os alunos resolvem situações-problema, especialmente quando envolvem a Geometria Plana, que algumas vezes é trabalhada de forma superficial e descontextualizada da realidade.

Buscando atingir os objetivos propostos e com ênfase na construção do conhecimento matemático do aluno, foi aplicado um teste e selecionadas duas questões para analisar os erros cometidos.

## **2. Algumas considerações sobre Análise de Erros e o Ensino de Geometria Plana**

Na disciplina de Matemática os erros são vistos na maioria das vezes como rótulos negativos, pelos quais o estudante deve ser simplesmente punido, sem a preocupação da compreensão. Dessa forma, o erro acaba sendo relegado sem ser explorado e conseqüentemente leva o aluno a cometê-lo em séries posteriores, sem se dar conta da sua verdadeira origem. Por isso, é importante que o educador estabeleça uma relação de aprendizagem por meio do erro, ou seja, perceba que os erros podem contribuir com o aprendizado dos alunos.

Alguns professores não gostam de usar a palavra erro ou consideram que ela pode causar algum problema na relação aluno-professor. No entanto, acredita-se que o estudo dos erros deveria fluir naturalmente no sistema educacional, uma vez que o professor só conhece de fato as dificuldades dos seus alunos quando se preocupa com os erros que eles cometeram. Sendo assim, acertar os exercícios nem sempre significa ter o conhecimento do conteúdo, em muitos casos, os discentes conseguem burlar o resultado, através de procedimentos equivocados, como “colas”, “decoreba” ou sorte.

No entanto, não basta o docente indentificar os erros ou acertos de seus alunos, é preciso que este desenvolva uma análise das respectivas respostas, desta forma, terá a possibilidade de descobrir quais são as principais dificuldades da turma, assim como fazer uso de diferentes estratégias de ensino com a finalidade de remediar a falta de compreensão do conteúdo matemático.

Sendo assim, é possível utilizar os erros como parâmetro norteador do processo educativo. Cury (2007, p.80) destaca “a ideia de que o erro se constitui como um conhecimento, é um saber que o aluno possui, construído de alguma forma e é necessário elaborar intervenções didáticas que desestabilizem as certezas, levando o estudante a um questionamento sobre suas respostas” Ou seja, existe a possibilidade de serem criadas novas situações de ensino, levando em consideração os erros cometidos pelos estudantes, utilizando diferenciadas estratégias para a aprendizagem de conteúdos matemáticos.

De acordo com Cury (2007, p.63), as análises das respostas dos alunos são importantes, não apenas pelos acertos e erros em si, os quais são pontuados em uma avaliação de aprendizagem, mas nas formas de apropriação de um determinado conhecimento, que podem evidenciar dificuldades de aprendizagem.

Apesar dos erros serem vistos como algo “ruim”, eles podem auxiliar na construção do conhecimento dos alunos. Cury comenta que alguns professores

[...] estão preocupados, unicamente, em detectar os erros, sem discuti-los com os alunos; outros, aproveitam os erros encontrados e retomam o conteúdo em questão, permitindo que os alunos identifiquem suas dificuldades e tentem superá-las; outros, ainda, exploram os erros com os alunos, questionando os limites de validade da resposta dada, ou, mesmo, tentando entender como os alunos raciocinam ao resolver a questão. Em qualquer uma das formas de considerar os erros dos alunos, os professores estão agindo, em geral, conforme suas concepções e crenças sobre a natureza da Matemática, sobre a melhor forma de ensiná-la e sobre o que significa aprender Matemática. (CURY, 1995, p.40).

Os educadores que de alguma maneira consideram os erros dos alunos agem de acordo com suas concepções em relação ao pensamento matemático. Cury (2007) ainda afirma que as pesquisas sobre erros na aprendizagem de Matemática devem fazer parte do processo de formação dos futuros professores. Quando investigam os erros, observam como os alunos resolvem determinado problema e discutem as soluções com os estudantes, esses futuros professores de Matemática estão refletindo sobre o processo de aprendizagem nessa disciplina e sobre as possíveis metodologias de

ensino que vão implementar em seus futuros trabalhos, podendo ajudar seus alunos a detectarem as dificuldades.

De acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), um dos conteúdos curriculares da Matemática é o da Geometria Plana, merecendo destaque o cálculo de áreas, por estar presente em várias situações cotidianas, possuindo inúmeras aplicações:

Os conceitos geométricos constituem parte importante do currículo de Matemática no Ensino Fundamental, porque, por meio deles, o aluno desenvolve um tipo especial de pensamento que lhe permite compreender, descrever e representar, de forma organizada, o mundo em que vive. (BRASIL, 1998, p. 51)

Observa-se que o desenvolvimento do pensamento geométrico é importante para a formação do estudante, pois possibilita a evolução das habilidades pessoais, de ver, interpretar e representar o pensamento matemático em diversas situações.

## 2.1 Trabalhos Correlatos

A preocupação de como trabalhar com os conteúdos de Geometria, de forma que o aluno consiga construir o conhecimento sobre este assunto, vem sendo cada vez mais aprofundada por professores, o que se percebe em trabalhos acadêmicos da área de Educação Matemática, sendo tecidos alguns comentários sobre algumas obras analisadas.

A pesquisa de Cordeiro (2009) buscou analisar, identificar, classificar e quantificar os tipos de erros mais frequentes em questões de geometria da primeira fase dos quatro anos de Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP). Nas conclusões da pesquisa o autor identificou como maiores dificuldades encontradas pelos alunos a interpretação de textos e a deficiência em conhecimentos prévios.

Fuck (2013) teve como objetivo identificar e analisar quais os tipos de erros mais frequentes cometidos por estudantes na modalidade EJA e PROEJA, no conteúdo de área e perímetro de quadrados e retângulos. O autor aplicou um teste e através deste identificou a ausência de relação dos conceitos de área e perímetro com o contexto; desconhecimento da característica dos quadrados referente à assertiva de que todos os lados do polígono apresentam a mesma medida; confusão nas operações matemáticas envolvidas nos cálculos de área e perímetro; equívocos conceituais das grandezas.

Holanda e Rocha (2014) tiveram como objetivo identificar quais os principais tipos de erros cometidos por alunos do sétimo ano do ensino fundamental em questões que envolvem o conceito de área, tendo em vista a importância do ensino de geometria no ensino básico.

Concluíram ao final do trabalho que, as atividades e os problemas relacionados à geometria ainda focam mais no resolver com fórmulas os problemas do que na criatividade das respostas, já que a maioria dos erros se encontrava nas questões que envolviam comparações de área ou composição e decomposição de figuras, perceberam também que os estudantes têm muita dificuldade em distinguir o conceito de área com perímetro e dos erros apresentados à maioria eram conceituais.

### 3. Metodologia

A pesquisa foi desenvolvida em uma turma composta por 22 alunos do terceiro ano do Ensino Médio de uma instituição pública do interior do estado do Rio Grande do Sul. Aos pesquisados, foi aplicado um teste, composto por cinco questões de Geometria, subdivididas, em alguns casos, em mais itens, envolvendo cálculo de perímetro e área de figuras planas.

Dentre as questões do teste, foram selecionadas a segunda e a quinta, para análise dos tipos de erros mais frequentes cometidos pelos participantes, porque estas apresentaram o maior número de erros. Após a aplicação do teste e coleta das respostas, estas foram analisadas seguindo as etapas da análise de conteúdo: pré-análise, exploração do material e tratamento dos resultados (BARDIN, 1979).

A primeira etapa, de pré-análise, consistiu na preparação do material; foi feita uma cópia xerográfica das respostas dos testes e, posteriormente, foi nomeada cada cópia, ou seja, a prova do primeiro aluno foi indicada por A1, a do segundo por A2, e assim sucessivamente até o A22, para preservar suas identidades. O nome atribuído a cada aluno foi indicado à frente de cada questão por ele desenvolvida. Em seguida, foram recortadas e coladas em uma tira de papel as respostas à primeira questão, para assim poder visualizar as de todos os alunos, tendo sido feito o mesmo procedimento para as demais. Foi realizada uma leitura inicial desse conjunto de respostas, que Bardin (1979) chama de *corpus* da pesquisa; seguido às etapas, as questões erradas foram separadas e as ocorrências de erros foram identificadas, tendo sido atribuído um código para classificação de cada tipo de erro encontrado.

Na exploração do material, foi feita a unitarização e categorização, ou seja, a criação de categorias que englobam erros semelhantes. Em uma segunda leitura das respostas erradas, as categorias foram refinadas, sendo agrupados erros semelhantes; os resultados das categorias foram apresentados em quadros, com número de ocorrências, e também descritos por meio de um texto-síntese.

#### 4. Apresentação dos Resultados

Para classificar os tipos de respostas dos alunos, foram estabelecidas as seguintes opções: correta, incorreta, em branco. Adaptando ideias apresentadas em Ponte et al. (1997), sobre avaliação global de trabalhos que envolvem resolução de problemas, foram considerados os seguintes critérios para avaliar as respostas das questões selecionadas do teste aplicado:

*Resposta correta:* quando o aluno compreende a questão, mostra conhecer o conteúdo e usa estratégias adequadas para a solução.

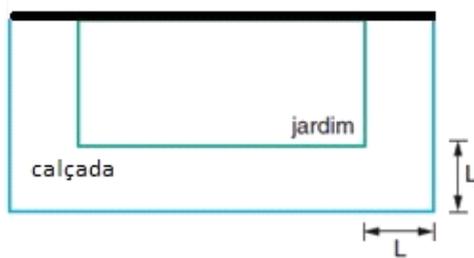
*Resposta parcialmente correta:* quando o aluno apresenta uma resposta correta e há evidências de ter selecionado estratégia adequada, mas cuja implementação não está totalmente explicada.

*Resposta incorreta:* nesse caso, há várias alternativas consideradas nessa categoria: 1) o aluno usa estratégia inadequada e chega a uma resposta incorreta; 2) o aluno usa uma estratégia adequada, mas não a implementa corretamente e assim não chega a uma solução; 3) o aluno indica uma resposta correta, mas o desenvolvimento é incompreensível ou mesmo não apresentado; 4) o aluno simplesmente apresenta uma resposta, correta ou incorreta, sem qualquer desenvolvimento.

*Em branco:* o aluno deixa a questão em branco ou apenas copia os dados do enunciado, sem qualquer tentativa de solucionar.

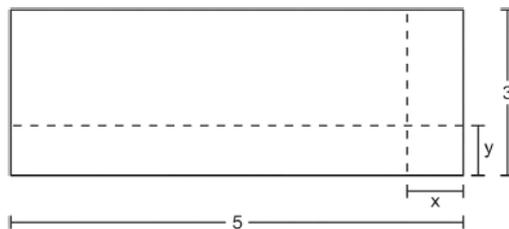
As questões analisadas possuem o seguinte enunciado:

Questão 2 - (UFF-RJ) Num terreno retangular com  $104 \text{ m}^2$  de área, deseja-se construir um jardim, também retangular, medindo 9 m por 4 m, contornado por uma calçada de largura  $L$ , como indica a figura. Calcule o valor de  $L$ .



Fonte: Dados da pesquisa

Questão 5- (Enem -2012- prova amarela) Um forro retangular de tecido traz em sua etiqueta a informação de que encolherá após a primeira lavagem mantendo, entretanto, seu formato. A figura a seguir mostra as medidas originais do forro e o tamanho do encolhimento ( $x$ ) no comprimento e ( $y$ ) na largura. A expressão algébrica que representa a área do forro, após ser lavado, é  $(5 - x)(3 - y)$ . Nestas condições, a área perdida do forro, após a primeira lavagem, será expressa por:



- $2xy$   
  $15 - 3x$   
  $15 - 5y$   
  $5y - 3x$   
  $5y + 3x - xy$  (Mostre seus cálculos).

Ao fazer análise das questões observou-se que, na segunda questão, 18 responderam incorretamente e 4 deixaram em branco; na quinta questão 17 responderam incorretamente e um deixou em branco, podemos observar no quadro a seguir:

*Quadro 1- Distribuição dos tipos de Respostas*

| Tipos de Respostas | Questões |     |    |     |
|--------------------|----------|-----|----|-----|
|                    | Q2       |     | Q5 |     |
|                    | N.       | %   | N. | %   |
| Corretas           | 0        | 0   | 5  | 23  |
| Incorretas         | 18       | 82  | 16 | 73  |
| Em Branco          | 4        | 18  | 1  | 5   |
| Total              | 22       | 100 | 22 | 100 |

Fonte: Dados da pesquisa

Observa-se que os estudantes apresentaram alto índice de despreparo, ou seja, a maioria apresentou respostas incorretas e alguns não conseguiram desenvolver nenhum tipo de representação, deixando em branco. Na primeira questão apresentada nenhum dos participantes conseguiu desenvolver o que era esperado, na segunda 5 estudantes responderam corretamente a questão.

Analisando o *corpus* da pesquisa, foram exploradas as questões incorretas e a partir destas, foram classificados os erros, na segunda e quinta questões, nas seguintes categorias:

*Erro A:* o aluno não apresentou cálculos, apenas indicou um valor errado.

*Erro B:* deixou a questão sem resolver, não indicando uma resposta.

*Erro C:* erro na representação algébrica e desenvolvimento do cálculo.

*Erro D:* Não calculou o valor de  $L$ , que o enunciado estava solicitando na segunda questão.

*Erro E:* erro nas operações básicas, adição e subtração.

*Erro F:* erro no desenvolvimento do cálculo, mas com marcação da alternativa correta.

A categoria G indica resposta correta.

Como podemos visualizar no quadro 2, os erros mais frequentes cometidos pelos estudantes, na segunda questão, foram classificados nas categorias A, B, C, D e, na quinta questão, nas categorias A, B, C, E, F e G.

*Quadro 2 – Distribuição das ocorrências das categorias por questão*

| <i>Categoria</i> | <i>Questão 2</i> | <i>Questão 5</i> |
|------------------|------------------|------------------|
| A                | 3                | 1                |
| B                | 4                | 1                |
| C                | 9                | 8                |
| D                | 6                | 0                |
| E                | 0                | 1                |
| F                | 0                | 6                |
| G                | 0                | 5                |
| <i>Total</i>     | <i>22</i>        | <i>22</i>        |

Fonte: Dados da pesquisa

## 5. Considerações Finais

Ao definir os problemas propostos para os alunos buscou-se selecionar alguns conteúdos que seriam úteis para a sua formação. Assim, os exercícios basearam-se no conteúdo de Geometria, perímetro e área de figuras, sendo este, um conteúdo previsto para o nível fundamental.

Como os alunos estão cursando o Ensino Médio, portanto tendo já estudado esses conteúdos no Ensino Fundamental, seria de esperar que dominassem os conceitos, bem como a manipulação algébrica que permitia, resolver o que era solicitado. No entanto, as causas dos erros cometidos pelos alunos podem ser muitas. Talvez, no momento em que estudaram este conteúdo, era priorizado somente o acerto e não o motivo do erro, o que ainda acontece em muitas escolas; os erros podem também, ser causados pelo método de ensino utilizado pelo professor, que não é significativo para o aluno. De qualquer forma, os motivos dos erros devem ser analisados pelo professor, pois, segundo Cury (2004), o docente tem a obrigação de verificar o porquê de aquele erro ter ocorrido, podendo ser um indicador de falhas de aprendizagem anteriores.

Portanto, podemos considerar que esses erros em Álgebra, que perpassam outros conteúdos, como os de Geometria, são sistemáticos e, conforme Mulhern (1989, apud ENGLERT et al., 2004), revelam uma compreensão equivocada de tal propriedade.

Além disso, os resultados são preocupantes porque não estão ao encontro do que sugerem as Orientações Curriculares para o Ensino Médio (BRASIL, 2006, p. 69): “ao final do ensino médio, espera-se que os alunos saibam usar a Matemática para resolver problemas

práticos do cotidiano”.

A falta de domínio de tais conteúdos e dos respectivos conhecimentos básicos necessários ocasiona resultados insatisfatórios quanto ao rendimento escolar esperado dos estudantes, ou seja, compromete o processo de aquisição do conhecimento matemático. Não adianta o estudante acumular informações e não conseguir desenvolver o processo de aprendizagem; no entanto, é necessário que haja compreensão do conteúdo e também das técnicas de utilização.

Esta pesquisa proporcionou uma reflexão sobre uma mudança de paradigma, pois em uma avaliação escolar os acertos e os erros precisam deixar de ser unicamente utilizados no sentido de aprovação ou reprovação, podendo ser empregados para elaborar intervenções didáticas que levem os estudantes ao questionamento de suas respostas.

A análise de erros pode ser compreendida como sendo uma metodologia de ensino e pesquisa, pelo fato de possibilitar novas formas de compreensão de diferentes conteúdos, ou seja, existe a possibilidade de utilizarmos os erros cometidos pelos alunos, como uma ferramenta didática para aprimorar a aprendizagem em matemática.

Para aplicar os conhecimentos adquiridos com a pesquisa, foi elaborado um produto educacional, na forma de um objeto de aprendizagem que apresenta questões com os mesmos conteúdos abordados no teste e que permite ao aluno revisar esses tópicos de Geometria Plana.

## 6. Referências

BARDIN, L. **Análise de conteúdo**. Lisboa: Edições 70, 1979.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. Brasília, 1998.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. **Orientações Curriculares para o Ensino Médio: ciências da natureza, matemática e suas tecnologias**. V.2. Brasília, 2006.

CORDEIRO, C. C. **Análise e classificação de erros de questões de Geometria Plana da Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas**. 2009. Dissertação (Mestrado em Ensino das Ciências na Educação Básica) – Universidade do Grande Rio, Duque de Caxias, 2009.

CURY, H. N. “Professora, eu só errei um sinal!”: como a análise de erros pode esclarecer problemas de aprendizagem. In: CURY, H. N. (Org.). **Disciplinas matemáticas em cursos superiores: reflexões, relatos, propostas**. Porto Alegre: Edipucrs, 2004. p.111 – 138.

CURY, H. N. **Análise de erros: o que podemos aprender com as respostas dos alunos**. Belo Horizonte: Autêntica, 2007.

CURY, H. N. Retrospectiva Histórica e perspectivas atuais da análise de erros em Educação Matemática. **Revista Zetetiké**, v.3, n. 4, 1995.

ENGLER, A. *et. al.* Los Errores en el Aprendizaje de Matemática. **Revista Premisa de la Sociedad Argentina de Educación Matemática**, v. 6, n. 23, p.23-32, nov.2004.

FUCK, R. S. Análise de erros em Geometria: uma investigação com alunos da Educação de Jovens e Adultos (EJA). **REnCiMa**, São Paulo, v. 4, n.2, p.16-36, agost. 2013.

HOLANDA, D. S.; ROCHA, C. de A. **Análise de erros em problemas que envolvem o conceito de área**: uma investigação com alunos do sétimo ano do Ensino Fundamental. 2014. Disponível em:<<http://enalic2014.com.br/anais/anexos/5350.pdf>>. Acesso: 08 de março, 2016.

PONTE, J. P. et al. **Didáctica da Matemática**. Lisboa: Departamento do Ensino Secundário, Ministério da Educação, 1997.