

BRINCANDO COM A CIRCUNFERÊNCIA

*Renilde de Oliveira Santana
Universidade Federal de Sergipe
Nilde_1989@hotmail.com*

*Rafael Neves Almeida
Universidade Federal de Sergipe
rna.mat@gmail.com*

*Ricardo Nicasso Benito
Pontifícia Universidade Católica - PUCSP
ricardo.nicasso@gmail.com*

RESUMO: O presente trabalho relata uma atividade realizada com alunos do 8º ano em uma escola municipal, situada no agreste sergipano. Esta foi desenvolvida por meio do Programa Institucional de Bolsa de Iniciação a Docência (PIBID), em parceria com o PRODOCÊNCIA, e um projeto da escola. Nela abordamos todos os tópicos sobre circunferência, contudo neste relato abordaremos apenas alguns: Posições Relativas entre ponto e circunferência, Posições Relativas entre retas e circunferência, Posições Relativas entre circunferência e circunferência. Para essas atividades fizemos uso de recursos didáticos construídos com materiais de baixo custo e fácil aquisição, entre eles várias circunferências confeccionadas em EVA (emborrachado). As atividades proporcionaram a oportunidade de um aprendizado diferenciado e divertido.

Palavras-chave: Circunferência; Materiais Manipuláveis; Geometria.

1. Introdução

A Matemática é considerada, por muitos, uma disciplina complexa e de difícil entendimento. Um dos fatores que podem corroborar para que isso ocorra é a forma como esta disciplina, tradicionalmente, vem sendo trabalhada em sala de aula.

De modo geral, as aulas são conduzidas de forma distanciada do cotidiano do aluno o que pode provocar um desinteresse por parte da turma e uma falta de compreensão do valor da Matemática na sociedade. Para Machado (2010), em geral, o aprendizado pedagógico mais comum em Matemática é gerido pelo contrato no qual o professor desenvolve aulas expositivas e aplica exercícios aos alunos. Em suas aulas, o professor seleciona partes do conteúdo que os alunos possam aprender e propõe problemas cujos enunciados contêm todos

os dados que permitem encontrar a solução. Os alunos, por sua vez, cumprem seu contrato, participam das aulas e tentam, ou não, solucionar os problemas apresentados pelo professor.

Caso isso não ocorra cabe ao professor conduzir o aluno por meio de indicações e explicações de forma a dirimir eventuais dúvidas.

Os PCN versam que o aprendizado de normas e valores deve-se tornar alvo principal do ensino-aprendizagem e, com isso, surgem os desafios e dificuldades. Mais precisamente no ensino na área de geometria, os Parâmetros Curriculares Nacionais reforçam que

O ensino de Matemática deve garantir o desenvolvimento de capacidades como: observação, estabelecimento de relações, comunicação (diferentes linguagens), argumentação e validação de processos e o estímulo as formas de raciocínio como intuição, indução, dedução, analogia, estimativa. (BRASIL, 1998, p. 56).

Assim, o professor em sala de aula deve criar atividades que proporcionem ao aluno desenvolver tais características.

Neste trabalho apresentaremos uma atividade realizada no âmbito do PIBID/PRODOCÊNCIA de Matemática na qual foram desenvolvidos materiais manipuláveis para possibilitar aos alunos uma melhor visualização dos problemas inerentes ao estudo de circunferências.

2. A Feira Geométrica

O projeto denominado Feira Geométrica foi executado por bolsistas do PIBID em parceria com o PRODOCÊNCIA, que já está em sua terceira edição. As atividades aqui descritas aconteceram na segunda edição que tem ocorrido anualmente em uma escola da rede municipal de ensino.

Com o objetivo de minimizar as dificuldades que muitos alunos têm demonstrado para compreender conceitos matemáticos, principalmente os ligados à geometria realizamos um projeto em uma escola periférica da cidade de Itabaiana, localizada no agreste Sergipano. Esse projeto foi desenvolvido com todas as turmas do ensino fundamental da Escola Municipal, e executado em três etapas. A primeira foi a apresentação dos conteúdos geométricos referentes ao sétimo e oitavo ano, a segunda se deu para prepararmos os alunos. A terceira fase ocorreu em um dia especial onde os alunos apresentaram o que aprenderam durante o ano letivo. A feira foi desenvolvida com todos os alunos da escola do Ensino Fundamental. Contudo, neste trabalho focaremos apenas nas atividades referentes a circunferências que foram desenvolvidas com a turma do oitavo ano.

Na primeira fase, as bolsistas trabalharam os conteúdos geométricos referentes ao oitavo ano, com duração de aproximadamente seis meses com encontros semanais. Esses

encontros se davam no horário das aulas de Matemática e fazíamos uso de materiais manipuláveis.

A fase dois foi a de preparação dos estudantes, na qual dividimos as turmas em grupos. Para podermos ter um melhor acompanhamento, cada bolsista ficou com a responsabilidade de orientar dois grupos. Essa orientação ocorreu cerca de três meses antes da terceira fase. Nesse período de tempo realizávamos encontros semanais com as turmas em turno oposto ao da aula, cada encontro durava aproximadamente 90 minutos, nesses encontros eram expostos aos alunos os conteúdos geométricos que foram apresentados pelas bolsistas na primeira fase. Utilizando-se de materiais manipuláveis, preparávamos os alunos para que eles apresentassem os conteúdos trabalhados em um dia especial, ou seja, a última fase.

Na terceira fase, depois dos estudantes estarem preparados, houve a apresentação por parte dos mesmos dos conteúdos geométricos estudados durante o ano letivo. Nesse dia recebemos visitantes de outras escolas como também da comunidade. Os alunos expuseram os conteúdos trabalhados e fizeram uso de materiais manipuláveis para a apresentação. No próximo tópico detalharemos como se desenvolveu a Feira Geométrica.

3. Materiais e Metodologia

Para desenvolver essa atividade optamos pela utilização de materiais manipuláveis construídos com o objetivo de fomentar o manuseio por parte do aluno, a formulação, a criação e validação (ou não) de hipóteses de modo a facilitar a compreensão dos conteúdos, uma vez que, nessas ocasiões o aluno pode manipular objetos, indo ao encontro da descoberta de propriedades e levantar hipóteses do conteúdo trabalhado.

A utilização de materiais como apoio ao processo de ensino aprendizagem não é algo novo na literatura e vem desde Comenius e, posteriormente, defendido por vários autores, como Locke, Rousseau, Pestalozzi e Froebel. Estes defenderam a importância do apoio visual ou visual-tátil como elemento facilitador da aprendizagem (LORENZATO, 2006).

O uso destes materiais também é defendido por Matos e Serrazina (1996, apud Passos, 2006) quando dizem que há fortes evidências de que os ambientes nos quais se utilizam materiais manipuláveis propiciam a aquisição de conhecimentos e estimulam nos alunos atitudes mais positivas.

Por meio do uso dos materiais manipuláveis é possível estabelecer relações, investigações, conjecturas e formular ideias, assim eles permitem que os alunos verifiquem a

veracidade dos fatos citados. É importante salientar que o uso desses materiais devem ser de forma a auxiliar os alunos e não uma mera distração. De acordo com Botas (2008) os materiais didáticos podem: fornecer informação, guiar as ações dos alunos, proporcionar o treino e o exercício de capacidades, cativar o interesse e motivar o aluno, avaliar as capacidades e conhecimentos, proporcionar simulações, com o objetivo da experimentação, observação e interação, criar ambientes.

Para Passos (2006) a simples manipulação dos objetos não leva a compreensão dos conceitos matemáticos. Faz-se necessário uma estreita relação entre a experimentação e a reflexão. Devido a isso, perguntas foram feitas pelos alunos de forma a guia-los na execução da atividade e de verificar o nível de compreensão do que estava sendo realizado.

As experiências vivenciadas em sala, por menor que seja, incidem em maior ou menor grau na formação de nossos alunos. A maneira de organizar a aula, o tipo de incentivo, as expectativas que depositamos, os materiais que são utilizados, cada uma destas decisões conduz a determinadas experiências educativas. Para Zabala (1998), o ensino não deve ser apenas uma memorização de fatos, mas que permita compreender o porquê dos fatos e as relações que se estabelecem entre eles. Nesta perspectiva o ensino de Matemática, em particular, não deve ser apenas decorar fórmulas, mas dar sentido a elas de forma a relacioná-las e interpretá-las dando sentido a atividade Matemática.

Assim, na construção dessas atividades, levamos em consideração o preconizado por Brousseau (2008), em sua Teoria das Situações Didáticas, na qual ele coloca o aluno como responsável pelo desenvolvimento do seu próprio conhecimento, cabendo ao professor criar condições antagonistas para que o aluno possa se adaptar a essas novas condições. Brousseau, (2008), baseado em Piaget, tem para si que o ensino se dá por adaptação a um meio antagonista e gerador de dificuldades. Assim, cabe ao professor criar condições para que o aluno possa se adaptar a nova realidade. Diante disso, as atividades que foram desenvolvidas foram realizadas de forma a colocar o aluno em atividade em busca de respostas que eles mesmos encontraram e validaram por meio da experimentação e indagação.

Para Brousseau (2008) as Situações Didáticas se desenvolvem em cinco fases a devolução, a ação, a formalização, validação e a institucionalização. A devolução é o momento em que o professor faz com que o estudante aceite a responsabilidade de resolver uma situação ou problema, assumindo assim os atos dessa passagem de responsabilidades.

Na fase de ação, o sujeito apresenta os conhecimentos por meio de descrições táticas, é quando surge um conhecimento não formulado matematicamente. Já na formalização os alunos explicitam verbalmente suas estratégias usadas durante o processo, assim a formulação

de um conhecimento corresponderia a uma transformação do conhecimento implícito em explícito, a capacidade do indivíduo de retomá-lo. Na validação ocorre a busca pela verdade, ou seja, acoplar um conhecimento a um campo de saberes já consolidados, comprovando assim as estratégias usadas e, por fim, na institucionalização o professor tem papel ativo selecionando e validando as estratégias, é nesse momento que aparece o caráter matemático.

Diante disso, o uso de recursos didáticos e materiais concretos no ensino e aprendizagem da Matemática são importantes para despertar a aptidão dos alunos pela disciplina. Em particular, quando fizemos uso de objetos concretos e materiais manipuláveis, como tampa de garrafa PET, CD's, copos, latas de refrigerantes, argolas, moedas, barbantes, anel, régua, além de várias circunferências confeccionadas em emborrachado, foi notável o entusiasmo dos alunos do oitavo ano ao manipular os materiais.

Nesta perspectiva que desenvolvemos os materiais que foram utilizados nas atividades que serão apresentadas a seguir. Os materiais manipuláveis utilizados para o planejamento e o desenvolvimento da feira deram-se em dois momentos. No primeiro, as bolsistas utilizaram materiais concretos como, isopor, barbante, alfinetes, cartolina, E.V.A, além dos materiais como o Geoplano, trecho do mapa da cidade, régua, compasso, transferidor, par de esquadros, entre outros, os quais foram utilizados para trabalhar o conteúdo de circunferência. No segundo momento, os materiais foram construídos para que os alunos pudessem fazer uso no dia da apresentação, na terceira fase da feira.

4. Desenvolvendo as atividades

De acordo com Calvacanti e Lins (2013) o ensino de circunferência é um dos conteúdos mais ressaltados no currículo da Geometria, fato este, que nos levou a descrever as atividades voltadas para este conteúdo. Dividimos o conteúdo de circunferência em várias atividades, dentre elas destacamos a atividade *Posições relativas entre ponto e circunferência, reta e circunferência e circunferência e circunferência*.

A atividade que descreveremos aqui faz parte de inúmeras que foram desenvolvidas na feira.

Esta atividade foi dividida em três tópicos. As posições relativas entre ponto e circunferência compõem o primeiro tópico. Para este trabalho usamos uma circunferência exposta em uma folha de isopor e percevejos para representar os pontos. Estes foram distribuídos de maneira que um ficou interno à circunferência, outro sobre a linha da circunferência e o último externo à mesma. Para induzir os alunos a chegarem às definições e

características dos pontos nas respectivas das posições, fizemos uma série de indagações: *A distância do ponto que está fora da circunferência ao centro é maior, menor ou igual do que a medida do raio? A distância do ponto que está interno à circunferência ao centro da mesma é maior, menor ou igual do que a medida do raio? E a distância do ponto que está sobre a borda da circunferência ao centro da mesma é maior, menor ou igual à medida do raio?*

No caso em que o ponto está sobre a borda, os alunos não souberam responder. A partir das respostas dadas pelos discentes, definimos o seguinte: se uma circunferência está contida num plano α , então um ponto qualquer de α pode ser interno, externo ou pertencente à circunferência. Em seguida, solicitamos que os mesmos definissem as posições relativas entre ponto e circunferência e as relações entre a distância do centro ao ponto e a medida do raio da circunferência.



Figura 1: Material utilizado para falar sobre posições relativas entre circunferência e ponto. A imagem da direita mostra que o ponto é externo a circunferência e a da esquerda mostra que o ponto é interior a circunferência.

É possível perceber na figura 1, um aluno marcando um ponto exterior e um ponto interior a circunferência. Desta forma, a atividade contou com a participação ativa dos alunos que tinham a disposição um material manipulável em contraste com um desenho estático feito num papel ou quadro negro. O fato de ser dinâmico possibilita ao aluno criar hipóteses, testar várias vezes e validar ou não as suas conjecturas.

Para a posição entre reta e circunferência (figura 2) os alunos fizeram uso de uma tira de emborrachado para representar a reta. De forma análoga ao processo anterior, os alunos posicionavam a reta de três maneiras distintas, tocando em apenas um ponto da circunferência, não tocando na circunferência e, por último, tocando em dois pontos da mesma. Então os discentes concluíram que a posição relativa de uma reta em relação a uma circunferência pode tocar a reta em dois pontos, em apenas um ou nenhum ponto. Diante disso, os bolsistas institucionalizaram que essas retas recebiam os nomes de secante (quando a reta toca em dois pontos distintos na circunferência), tangente (a reta toca em um único ponto) ou exterior (não tocarem nenhum ponto da circunferência).

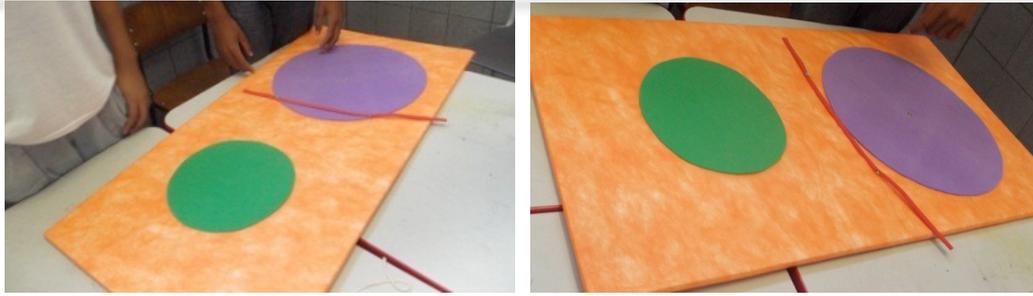


Figura 2: Material utilizado para falar sobre posições relativas entre circunferência e reta. Na imagem a esquerda ilustra uma reta secante a circunferência e na imagem a direita mostra que a reta é tangente à circunferência.

Na figura 2 os alunos manipulam o material para comprovar suas conjecturas referentes a posições relativas entre retas e circunferências. Na imagem a direita o aluno manipula a “reta” de forma a comprovar geometricamente que a reta é secante a circunferência e a imagem a esquerda o estudante posiciona a reta de forma que a mesma fique tangente a circunferência.

Para trabalhar as posições entre as circunferências usamos duas de raios diferentes. Os raios e a distância entre os centros estavam destacados por tiras de emborrachado (ver figura 3). Solicitamos que os alunos manipulassem o emborrachado (raio e distância entre os centros) para poderem encontrar as relações entre as medidas (r_1, r_2) dos raios e a distância (d) entre os centros, onde destacamos as seguintes: secantes, $r_1 - r_2 < d < r_1 + r_2$, com $r_1 \geq r_2$.



Figura 3: Material utilizado para mostrar geometricamente quando duas circunferências são secantes.

Na figura 3 o aluno manipula o material mostrando que quando as circunferências são tangentes, o módulo da diferença das medidas dos raios é menor que a distância entre os centros (d) . E a soma da medida dos raios é maior que a distância entre os centros.

Quando as circunferências são tangentes internas (figura 4) o módulo da diferença entre as medidas dos raios será igual a distância entre os centros, isto é, $d = |r_1 - r_2|$.

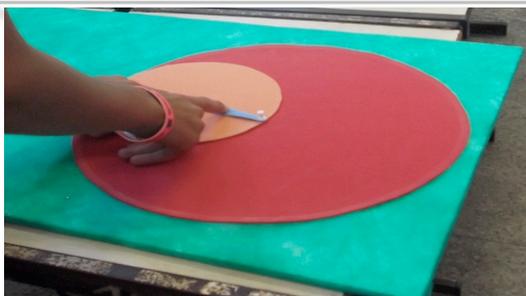


Figura 4: Material utilizado para comprovar a propriedade das circunferências tangente interna.

A figura 4 mostra o aluno manipulando os raios e a distância de duas circunferências internas. Com a manipulação do material concreto fica visível que o módulo da diferença entre as medidas dos raios é igual à distância entre os centros, comprovando assim que as circunferências são tangentes internas, ou seja, $d = r_1 - r_2$, com $r_1 > r_2$.

As circunferências tangentes externas têm como propriedade que a soma das medidas dos raios é igual à distância entre os centros, ou seja, $d = r_1 + r_2$. Para entender melhor esse fato, observe a figura 5, que mostra o material que podia ser manipulado pelo aluno de forma a visualizar geometricamente este fato.

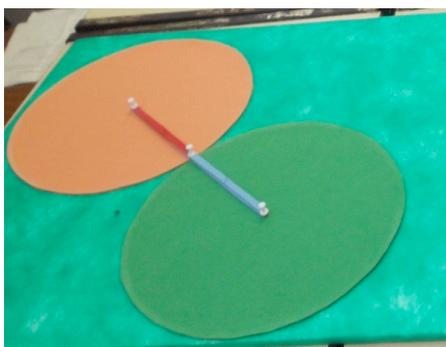


Figura 5: Material utilizado para mostrar que a distância entre os centros é igual à soma das medidas dos raios.

Em outra atividade os alunos puderam verificar que se a soma das medidas dos raios é menor que a distância entre os centros, então as circunferências são externas. Veja a figura 6, onde o aluno faz uso do material concreto para comprovar esse fato.

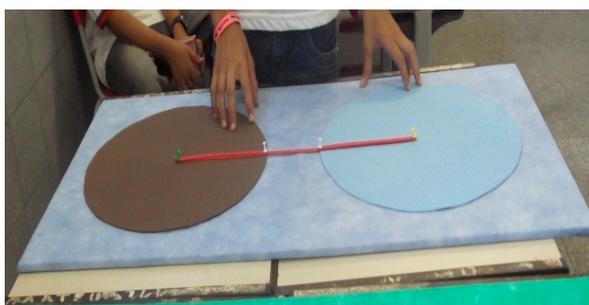


Figura 6: Material utilizado para comprovar que a soma das medidas dos raios é menor que a distância entre os centros.

Por fim, quando temos as circunferências internas a distância entre os centros é menor que o módulo da diferença entre as medidas dos raios, ou seja, $d < |r_1 - r_2|$.

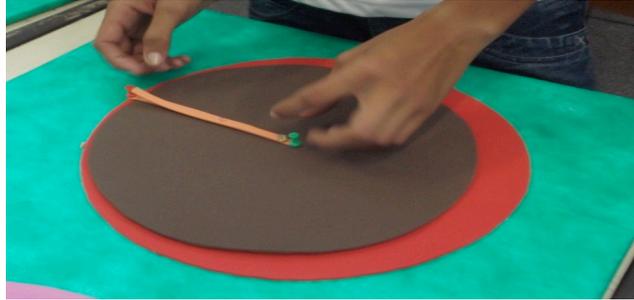


Figura 7: Material utilizado para mostrar que a distância entre os centros é menor que o módulo da diferença entre as medidas dos raios.

Na figura 7, o aluno manipula os raios de cada circunferência para comprovar a veracidade de que a distância entre os centros é menor que a diferença entre as medidas dos raios.

Esse material possibilitou aos alunos manipularem os elementos conceituais como reta e circunferência e observar as posições que esses objetos podem assumir entre si. A vantagem trazida por esse material é poder privilegiar a manipulação, observação e experimentação.

Salientamos que a manipulação foi guiada por perguntas feitas pelos bolsistas de forma que o manuseio dos objetos fosse realizado atrelado a uma reflexão sobre o que estava sendo feito e quais os conceitos matemáticos envolvidos.

5. Considerações Finais

O projeto Feira Geométrica, que vem sendo realizado anualmente, só se tornou realidade no âmbito das ações de programas de apoio a formação docente como o PIBID e o PRODOCÊNCIA. A parceria criada entre escolas do Ensino Básico e Universidade possibilitou a inserção de bolsistas, que em colaboração com a professora de matemática da escola, elaboraram e executaram as ações aqui descritas.

Verificou-se que a utilização desses materiais proporcionou aos alunos o manuseio dos mesmos e, por meio destes, eles comprovaram suas conjecturas. Mediante as atividades percebemos que os alunos demonstraram inicialmente dificuldade quanto ao conteúdo de circunferência, principalmente, no que diz respeito às demonstrações. Por outro lado, com a utilização dos materiais eles mostraram interesse e empenho em aprender e executar as verificações matemáticas, o que foi satisfatório para o ensino e a aprendizagem deste conteúdo. Com o desenvolvimento das atividades percebemos a interação dos alunos entre si

e conosco, contribuindo assim para sanar as dúvidas no ato das atividades e ficando exposta na expressão dos mesmos a satisfação em aprender, pois os mesmos falaram e foi perceptível o entendimento dos alunos no dia da exposição, na última fase.

O contato com os materiais concretos auxiliaram aos alunos na compreensão de vários conceitos geométricos, podendo assim manipular, sentir e verificar de uma forma diferenciada, o que segundo eles facilitou a compreensão, pois podiam manusear os materiais e tirarem suas próprias conclusões facilitando assim a compreensão do conteúdo.

Do ponto de vista da formação docente, temos que a construção e utilização destes materiais foram de grande proveito, pois, ao desenvolver materiais manipuláveis os bolsistas lançam mão de seus conhecimentos matemáticos, sobre a turma, sobre o ensino e aprendizagem e são levados a pensar não somente na matemática pela matemática, mas como o conteúdo será recebido pela turma e como este material pode contribuir para uma melhoria do processo de ensino-aprendizagem. Os bolsistas foram levados a pensar em materiais de baixo custo de fácil aquisição com os quais são possíveis explorar o conceito de circunferência. Foram levados a refletir sobre quais as dificuldades estes materiais poderiam trazer a aprendizagem do aluno e como superar estes obstáculos.

6. Agradecimentos

Agradecemos ao PIBID/PRODOCÊNCIA pelo apoio fundamental para a realização deste trabalho.

7. Referências

BIANCHINI, Edwaldo. **Matemática**. Ed.6ª. 2006, São Paulo.

BOTAS, Dilaila Olivia dos Santos. **A utilização dos materiais didáticos nas aulas de matemática: um estudo no 1ª Ciclo**. 2008.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN)**. matemática/secretaria de educação. Educação fundamental. Terceira e Quarto ciclo. Brasília: NEC/SEF, 1998, p.56.

BROUSSEAU, Guy.; **Introdução a Teoria das Situações Didáticas- Conteúdos e Métodos de Ensino**; Apresentação de Benedito Antonio da Silva – São Paulo, SP. Ed. Ática, 2008. pp. 21-100.

CALVALCANTI, Valdir de Sousa; LINS, Abigail Fregni. **Aprendizagem dos conceitos sobre circunferência na perspectiva da teoria das situações didáticas**. Campina Grande/PB, P. 3, 2013.

LORENZATO, Sérgio. **Laboratório de ensino de matemática e materiais didáticos manipuláveis.** In: LORENZATO, S. (Org.). O Laboratório de Ensino de Matemática na formação de professores. Campinas, SP: Autores Associados, 2006.

MACHADO, Silva Dias Alcântera. **Contrato Didático. Educação Matemática: (uma nova) introdução.** São Paulo. EDUC. 2010. p.49- 75.

PASSOS, Carmen Lúcia Brancaglioni. **Materiais manipuláveis como recursos didáticos na formação de professores de matemática.** In: LORENZATO, Sergio (Org.). O Laboratório de Ensino de Matemática na formação de professores. Campinas, SP: Autores Associados, 2006.

ZABALA, Antoni. **A prática educativa: como ensinar.** Porto Alegre: Artmed, 1998.