

DESENVOLVIMENTO DO RACIOCÍNIO LÓGICO: PROPOSTA DE TAREFAS SOBRE O CÁLCULO PROPOSICIONAL

Keila Tatiana Boni
Universidade Estadual de Londrina
keilaboni@hotmail.com

Debora Cristiane Barbosa Kirnev
Universidade Estadual de Londrina
deborabarbosa09@yahoo.com.br

Diego Fogaça Carvalho
Universidade Estadual de Londrina
diegofocarva@gmail.com

Resumo:

Neste minicurso temos por objetivo abordar elementos da lógica aplicados em tarefas contextualizadas a fim de promover reflexões e estimular o raciocínio lógico dedutivo. Propomos uma abordagem diferenciada sobre o cálculo proposicional, com tarefas envolvendo as estruturas da Lógica a partir de situações contextualizadas. O minicurso será realizado de modo intercalado por momentos de discussão, reflexão e resolução de tarefas. Por meio das discussões, retomaremos os princípios da lógica, definiremos o que são proposições, abordaremos as tabelas verdades e equivalências lógicas. Resolveremos, juntamente com os participantes, tarefas contextualizadas envolvendo raciocínio lógico e cálculo proposicional. Adotamos como metodologia a Resolução de Problemas assumindo, do ponto de vista epistemológico, que a partir dessas resoluções que a construção do conhecimento matemático pode ocorrer.

Palavras-chave: Lógica; Raciocínio Lógico; Cálculo proposicional.

1. Introdução

Neste minicurso trataremos do desenvolvimento do raciocínio lógico atrelado com o cálculo proposicional, de modo que não façamos apenas uma manipulação simbólica da Lógica, por meio de axiomas, teoremas e tabelas verdades, mas de modo a lidarmos com problemáticas que oportunizem raciocinar, realizar inferências e argumentar de maneira lógica.

Segundo Salmon (2010, p. 1) a “Lógica trata de argumentos e inferências. Um dos seus objetivos fundamentais consiste em proporcionar métodos que permitam distinguir entre argumentos e inferências logicamente certos e aqueles que não o são.”

Em questões contextualizadas podemos observar que há argumentos com o propósito de convencer, porém são falaciosos, e ainda, existem argumentos logicamente corretos que não

convencem, pois há o senso comum que, aplicado no julgamento de uma sentença, pode torná-la sem sentido.

Nesse contexto, o objetivo com o minicurso é tratar de elementos da Lógica aplicados em tarefas contextualizadas a fim de promover reflexões e estimular o raciocínio lógico dedutivo. Para tanto, recorreremos à metodologia de Resolução de Problemas, a partir de discussões em pequenos e grandes grupos para tratar da proposta apresentada.

2. Elementos da Lógica

Considerando a estruturação da Lógica, precisamos compreender que um argumento é formado de uma sequência finita de enunciados, em que o último é a conclusão do argumento e os anteriores à conclusão são considerados como premissas.

As premissas e conclusões são sentenças declarativas que denominamos de proposições. À estas podemos atribuir os valores lógicos de verdadeiro ou falso. Para termos um argumento válido é preciso que sejam satisfeitos os princípios axiomáticos da lógica formal que Gerônimo e Franco definem como:

1. O princípio da identidade garante que uma proposição é igual a si mesma. Isso parece estranho em um primeiro momento, mas do ponto de vista formal é necessário garantir isto;
2. Princípio da não-contradição: uma proposição não pode ser verdadeira e falsa;
3. Princípio do terceiro excluído: Uma proposição ou é verdadeira ou é falsa; não existe uma terceira alternativa. (GERÔNIMO; FRANCO, 2006 p. 16)

Dentre os tipos de argumentos, abordaremos sobre os dedutivos, que Salmon define como dedutivos: “I. Se todas as premissas são verdadeiras, a conclusão deve ser verdadeira. II. Toda a informação ou conteúdo fatural na conclusão já estava contida nas premissas, pelo menos implicitamente” (SALMON, 2010 p. 8).

Além disso, esse autor aponta algumas combinações possíveis em argumentos válidos: “1. Premissas verdadeiras e uma conclusão verdadeira. 2. Alguma ou todas as premissas falsas e uma conclusão verdadeira. 3. Algumas ou todas as premissas falsas e uma conclusão falsa” (SALMON, 2010 p. 14).

Nesse contexto, evidencia-se a essencialidade de analisar as estruturas de sentenças para verificar a validade dos argumentos. Assim, se um argumento possui as premissas verdadeiras, então, necessariamente, precisa ter a conclusão verdadeira para ser válido (tautologia), pois se

tiver as premissas verdadeiras e uma conclusão falsa, por exemplo, temos um caso de argumento inválido.

Para estruturar o cálculo proposicional, recorreremos a tabelas verdades e a conectivos lógicos. Na linguagem natural, conectivos são palavras ou grupos de palavras usadas para juntar duas sentenças. Em termos de estruturas lógicas são operadores que viabilizam o cálculo proposicional. Destacamos a seguir os conectivos:

- *Negação*: a negação de todo enunciado verdadeiro é falsa e a negação de todo enunciado falso é verdadeira;

- *Conjunção*: Uma conjunção é verdadeira se ambos os seus conjuntivos forem verdadeiros; caso contrário, é falsa.

- *Disjunção (inclusiva)*: a disjunção inclusiva é verdadeira se um dos disjuntivos ou ambos forem verdadeiros; só no caso de ambos serem falsos ela será falsa.

- *Disjunção (exclusiva)*: a disjunção exclusiva é verdadeira se apenas um dos disjuntivos for verdadeiro; o que significa que será falsa no caso de ambos disjuntivos serem falsos ou verdadeiros.

- *Condicional*: Caracteriza-se uma relação de consequência necessária entre o primeiro e o segundo enunciado – de tal forma que o primeiro enunciado é tido como a causa para que aconteça o segundo enunciado e o segundo enunciado é a consequência do primeiro. Um enunciado condicional afirma que seu antecedente implica seu consequente.

- *Bicondicional*: é aquela em que a verdade de uma das condições – seja o antecedente, seja o consequente – implica a verdade da outra e a falsidade de uma das condições, qualquer seja, implica a falsidade da outra.

3. Procedimentos metodológicos

Para desenvolver o que propomos no minicurso, adotaremos a metodologia de Resolução de Problemas, em que a partir de questões iniciais e resoluções de questões em uma abordagem contextualizada discutiremos conceitos e sistematizaremos os elementos da Lógica.

Sobre a perspectiva de Resolução de Problemas que adotamos, cabe destacar que se refere a mesma definida por Onuchic e Allevato (2012) em que a aprendizagem da matemática

ocorre por meio da resolução de problemas. Para essas autoras, o problema “é o ponto de partida e, na sala de aula, através da Resolução de Problemas, deve-se fazer conexões entre os diferentes ramos da Matemática, gerando novos conceitos e novos conteúdos” (ONUCHIC; ALLEVATO, 2012, p. 240), culminando na aprendizagem da matemática.

Todavia, é necessário apresentar a concepção de problema apresentado pelas mesmas autoras, contextualizando do ponto de vista epistemológico a proposta de minicurso. Em suma, problema “é tudo aquilo que não sabemos fazer, mas que estamos interessados em fazer” (ONUCHIC; ALEVATO, 2012, p. 240). Infere-se a existência de duas condições que caracterizam a situação como problema e ambas tomam como referência a relação do sujeito com a situação que lhe é ofertada: a situação a ser resolvida não apresenta uma solução evidente, ou seja, não se tem de antemão um procedimento/ algoritmo que resolva diretamente a situação; e, o resolvidor necessita sentir-se motivado para enfrentar a situação, ou seja, é necessário que o interesse do resolvidor seja despertado para enfrentar a situação que lhe é imposta.

Pensando na maneira como a Resolução de Problemas pode ser inserida na aula de matemática, Onuchic e Allevato (2015) apresentam um esquema em que se pode identificar momentos da aula pautado nessa tendência de ensino:

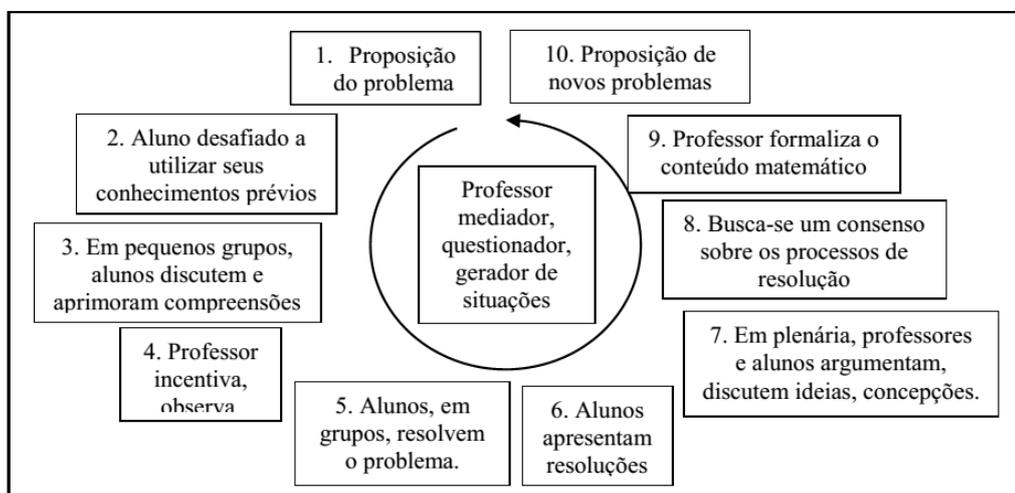


Figura 1 – Esquema sobre inserção da Resolução de Problemas na sala de aula
Fonte: Onuchic e Allevato (2015, p. 4)

Nota-se que o professor se situa no centro de todo esquema e assume a função de ser mediador, questionador e gerador de situações. Pode-se identificar que o primeiro momento se refere à proposição problema, ou seja, a situação que será utilizada para desencadear todo o processo de ensino e aprendizagem da matemática. Destaca-se, conforme acenado em Onuchic e Allevato (2012, p. 243), que “As tarefas precisam ser planejadas ou selecionadas a cada dia, considerando a compreensão dos alunos e as necessidades do currículo”.

Após, o aluno é desafiado a se valer de seus conhecimentos prévios (2). A situação pode ocorrer só ou em pequenos grupos, em que já há um primeiro aprimoramento das compreensões/resoluções (3). Na sequência do esquema (4) é apresentada uma ação do professor em que ele observa e incentiva os alunos – condutas de um mediador, orientador do processo de ensino e aprendizagem. Reitera-se (5), que durante toda a descrição os alunos permanecem resolvendo o problema.

Na sequência, (6) os alunos apresentam suas soluções e, em plenária (7), há o refinamento de ideias matemáticas, em que alunos e professor discutem, argumentam ideias e concepções matemáticas. Em toda discussão, há a procura de um consenso (8) entre os envolvidos, com o intuito de unificar as compreensões, convergindo as ideias discutidas. Por fim, o professor formaliza o conteúdo matemático (9) e apresenta novas proposições do problema (10).

Para aplicarmos a metodologia de resolução de problemas, consideramos adequado um grupo de trabalho de até trinta participantes (entre estudantes, professores e pesquisadores), a ser executada em um período de três horas, com dois blocos de uma hora e 30 minutos. Orientaremos que se organizem em pequenos grupos de três a quatro participantes e promoveremos momentos de discussões para sistematização dos elementos da Lógica abordados. As discussões serão decorrentes das seguintes questões norteadoras:

Quadro 1 – Questões norteadoras

Discussão	Questões
<i>Primeiro momento:</i> conceituação da lógica.	1) Quais os princípios da Lógica? 2) O que são proposições?
<i>Segundo momento:</i> desenvolvimento histórico da lógica e transição da lógica retórica para a simbólica.	3) Que distinções existem entre proposições simples e compostas? 4) O que são proposições categóricas? 5) O que são conectivos lógicos e qual a relação com as tabelas verdades?
<i>Terceiro momento:</i> como relacionar as estruturas lógicas com situações contextualizadas.	6) Qual a função de uma tabela verdade? 7) O que são equivalências lógicas?

Fonte: dos autores.

Concomitante com as questões norteadoras serão propostas tarefas contextualizadas que envolvem os conceitos explorados na discussão. Para cada momento, será fornecido aos participantes um material com diversas questões que não precisam ser resolvidas em ordem linear, mas de acordo com as discussões promovidas.

As tarefas que serão propostas envolvem contextos de modo que será necessário analisar se tratam-se de argumentos válidos ou inválidos. Sendo assim, optamos por questões objetivas

em que os distratores tem a função de confundir ou enganar, promovendo uma abordagem crítica da estrutura lógica envolvida.

A seguir apresentamos as tarefas propostas¹, com o direcionamento para o momento de discussão:

Quadro 2 – Tarefas sugeridas para o primeiro momento de discussão

- 1) Cinco irmãos exercem, cada um, uma profissão diferente. Luís é paulista, como o agrônomo, e é mais moço do que o engenheiro e mais velho do que Oscar. O agrônomo, o economista e Mário residem no mesmo bairro. O economista, o matemático e Luís são, todos, torcedores do Flamengo. O matemático costuma ir ao cinema com Mário e Nédio. O economista é mais velho do que Nédio e mais moço do que Pedro; este, por sua vez, é mais moço do que o arquiteto. Logo:
 - a) Mário é engenheiro, e o matemático é mais velho do que o agrônomo, e o economista é mais novo do que Luís;
 - b) Oscar é engenheiro, e o matemático é mais velho do que o agrônomo, e Luís é mais velho do que o matemático;
 - c) Pedro é matemático, e o arquiteto é mais velho do que o engenheiro, e Oscar é mais velho do que o agrônomo;
 - d) Luís é arquiteto, e o engenheiro é mais velho do que o agrônomo, e Pedro é mais velho do que o matemático;
 - e) Nédio é engenheiro, e o arquiteto é mais velho do que o matemático, e Mário é mais velho do que o economista.
- 2) Dizer que a afirmação "todos os economistas são médicos" é falsa, do ponto de vista lógico, equivale a dizer que a seguinte afirmação é verdadeira:
 - a) pelo menos um economista não é médico;
 - b) nenhum economista é médico;
 - c) nenhum médico é economista;
 - d) pelo menos um médico não é economista;
 - e) todos os não-médicos são não-economistas.
- 3) Se é verdade que "Alguns escritores são poetas" e que "Nenhum músico é poeta", então, também é necessariamente verdade que:
 - a) nenhum músico é escritor;
 - b) algum escritor é músico;
 - c) algum músico é escritor;
 - d) algum escritor não é músico;
 - e) nenhum escritor é músico.
- 4) Uma escola de arte oferece aulas de canto, dança, teatro, violão e piano. Todos os professores de canto são, também, professores de dança, mas nenhum professor de dança é professor de teatro. Todos os professores de violão são, também, professores de piano, e alguns professores de piano são, também, professores de teatro. Sabe-se que nenhum professor de piano é professor de dança, e como as aulas de piano, violão e teatro não têm nenhum professor em comum, então:
 - a) nenhum professor de violão é professor de canto;
 - b) pelo menos um professor de violão é professor de teatro;
 - c) pelo menos um professor de canto é professor de teatro;
 - d) todos os professores de piano são professores de canto;
 - e) todos os professores de piano são professores de violão.

Fonte: adaptação da ESAF, FCC, CESPE e VUNESP.

O objetivo específico para esse primeiro momento é o entendimento de princípios da lógica e definirmos o que são proposições e sequências lógicas dedutivas. Além disso, as questões propostas introduzem os conceitos a serem abordados no segundo momento de discussão sobre a lógica retórica e a transição para a lógica simbólica.

¹ Questões disponibilizadas em < <http://www.pciconcursos.com.br/simulados/raciocinio-logico/dQQLj> > acesso em 20/06/2015. Baseadas em bancas da ESAF, FCC, CESPE e VUNESP.

Quadro 3 – Tarefas sugeridas para o segundo momento de discussão

- 5) Maria tem três carros: um Gol, um Corsa e um Fiesta. Um dos carros é branco, o outro é preto, e o outro é azul. Sabe-se que: 1º) ou o Gol é branco, ou o Fiesta é branco, 2º) ou o Gol é preto, ou o Corsa é azul, 3º) ou o Fiesta é azul, ou o Corsa é azul, 4º) ou o Corsa é preto, ou o Fiesta é preto. Portanto, as cores do Gol, do Corsa e do Fiesta são, respectivamente,
- branco, preto, azul
 - preto, azul, branco
 - azul, branco, preto
 - preto, branco, azul
 - branco, azul, preto
- 6) Nas férias, Carmem não foi ao cinema. Sabe-se que sempre que Denis viaja, Denis fica feliz. Sabe-se, também, que nas férias, ou Dante vai à praia ou vai à piscina. Sempre que Dante vai à piscina, Carmem vai ao cinema, e sempre que Dante vai à praia, Denis viaja. Então, nas férias,
- Denis não viajou e Denis ficou feliz.
 - Denis não ficou feliz, e Dante não foi à piscina.
 - Dante foi à praia e Denis ficou feliz.
 - Denis viajou e Carmem foi ao cinema.
 - Dante não foi à praia e Denis não ficou feliz.
- 7) Se Nestor disse a verdade, Júlia e Raul mentiram. Se Raul mentiu, Lauro falou a verdade. Se Lauro falou a verdade, há um leão feroz nesta sala. Ora, não há um leão feroz nesta sala. Logo
- Nestor e Júlia disseram a verdade
 - Nestor e Lauro mentiram
 - Nestor e Júlia disseram a verdade
 - Raul e Lauro mentiram
 - Raul mentiu ou Lauro disse a verdade

Fonte: adaptação da ESAF, FCC, CESPE e VUNESP.

O objetivo específico desse segundo momento é diferenciar a lógica retórica e a lógica simbólica, bem como retomar os conceitos de tabelas verdades e conectivos lógicos.

Quadro 4 – Tarefas sugeridas para o terceiro momento de discussão

- 8) Se Pedro é pintor ou Carlos é cantor, Mário não é médico e Sílvio não é sociólogo. Dessa premissa pode se corretamente concluir que,
- se Pedro é pintor e Carlos não é cantor, Mário é médico ou Sílvio é sociólogo.
 - se Pedro é pintor e Carlos não é cantor, Mário é médico ou Sílvio não é sociólogo.
 - se Pedro é pintor e Carlos é cantor, Mário é médico e Sílvio não é sociólogo.
 - se Pedro é pintor e Carlos é cantor, Mário é médico ou Sílvio é sociólogo.
 - se Pedro não é pintor ou Carlos é cantor, Mário não é médico e Sílvio é sociólogo.
- 9) Dizer que 'Pedro não é pedreiro ou Paulo é paulista' é, do ponto de vista lógico, o mesmo que dizer que:
- se Pedro é pedreiro, então Paulo é paulista
 - se Paulo é paulista, então Pedro é pedreiro
 - se Pedro não é pedreiro, então Paulo é paulista
 - se Pedro é pedreiro, então Paulo não é paulista
- 10) Se Elaine não ensaia, Elisa não estuda. Logo,
- Elaine ensaiar é condição necessária para Elisa não estudar.
 - Elaine ensaiar é condição suficiente para Elisa estudar.
 - Elaine não ensaiar é condição necessária para Elisa não estudar.
 - Elaine não ensaiar é condição suficiente para Elisa estudar.
 - Elaine ensaiar é condição necessária para Elisa estudar.

Fonte: adaptação da ESAF, FCC, CESPE e VUNESP.

Neste último momento de discussão abordaremos sobre as estruturas lógicas e como validar, por meio de tabelas verdades, equivalências lógicas.

4. Considerações Finais

Com a presente proposta de minicurso objetivamos abordar elementos da Lógica na perspectiva metodológica de Resolução de Problemas, visando promover reflexões e estimular o raciocínio lógico dedutivo dos participantes.

Nesse contexto, durante todas as etapas procedimentais estabeleceremos uma discussão dialógica para expor as resoluções desenvolvidas pelos participantes, almejando ir além da socialização das diferentes soluções ao promover um ambiente de aprendizagem em que o refinamento das ideias matemáticas, provenientes da resolução de problemas, se constitua como uma forma para aprender matemática.

5. Referências

GERÔNIMO, J. R., FRANCO, V.S.. *Fundamentos de Matemática: uma introdução à Lógica Matemática, Teoria dos Conjuntos, Relações e Funções*. Maringá: Eduem, 2006.

ONUCHIC, L. de la R.; ALLEVATO, N. S. G. Novas reflexões sobre o ensino e aprendizagem de Matemática através da Resolução de Problemas. In: BICUDO, M. A. V.; BORBA, M. de C. (Org) *Educação Matemática: pesquisa em movimento*. 4ªed. São Paulo: Cortez, 2012. p.232 – 253

ONUCHIC, L. de la R.; ALLEVATO, N. S. G. Proporcionalidade através da resolução de problemas no curso superior de Licenciatura em Matemática. In: SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 6, 2015. Pirenópolis, GO: 2015.

SALMON, W. C.. *Lógica*. 3ª ed. Rio de Janeiro: LTC, 2010.

Questões disponibilizadas em < <http://www.pciconcursos.com.br/simulados/raciocinio-logico/dQQLj>> acesso em 20/06/2015. Baseadas em bancas da ESAF, FCC, CESPE e VUNESP.