

O uso da História da Matemática no ensino através de Wittgenstein

*Ricardo Augusto Fernandes
Instituto de Matemática e Estatística da Universidade de São Paulo
ricardo.fernandes@usp.br*

Resumo:

Esse projeto teve por objetivo pesquisar referenciais teóricos no campo da História da Matemática de modo a desenvolver uma atividade didática que gerasse ganho de significado no processo de aprendizado, assim como que contribuísse para desenvolver outros aspectos da disciplina tal qual a noção sobre seu incessante desenvolvimento e a ligação deste com as necessidades dos povos que a praticaram. Baseado em abordagens discursivas para o aprendizado matemático, produzi uma atividade didática que utilizou textos mesopotâmicos dos séculos XVIII e XVII a.E.C. com o intuito de fazer com que os estudantes se deparassem com discursos distintos dos que eles estão acostumados a cerca dos Sistemas de Numeração e verifiquei em sua implementação que a metodologia pode ser eficiente nos propósitos apresentados.

Palavras-chave: História da Matemática; Wittgenstein; Sistemas de Numeração; Mesopotâmia.

1. Introdução

Documentos oficiais como os Parâmetros Curriculares Nacionais apontam que “o ensino da matemática ainda é feito sem levar em conta os aspectos que a vinculam com a prática cotidiana, tornando-a desprovida de significado para o estudante” (BRASIL, 1997). Os mesmos documentos ainda apontam a História da Matemática como parte das novas estratégias para resolução desses problemas.

Se antes a participação desse campo da disciplina no ensino era tratada de modo factual e muitas vezes de forma anacrônica, hoje aponta para uma participação de forma mais orgânica (LOPES, 2000). Além disso, apoiados nas teorias sobre a relação entre pensamento e linguagem

de Wittgeinstein, pesquisadores como Anna Sfard tem produzido material sobre os processos cognitivos no aprendizado da disciplina. É nesse contexto que Kjeldsen e Petersen apresentam uma implementação que demonstra a potencialidade do História da Matemática em gerar ganhos de diversas ordens no ensino, desde o ganho de significados dos objetos estudados até ganhos epistemológicos como a noção de desenvolvimento dessa área de estudo.

2. O discurso matemático

Anna Sfard apresentou uma abordagem discursiva para o aprendizado matemático com raízes em autores como Wittgenstein (SFARD, 2001, p. 26). Segundo sua concepção, o processo cognitivo e comunicativo são diferentes faces do mesmo fenômeno, chamado por Anna de comognição. Pensar não seria nada mais do que comunicar-se com nós mesmos, não necessariamente em um processo interno, nem verbal e segundo ela, dois fatores que influenciam no discurso são o que Sfard chama de mediador e meta-regra.

Sfard chama de mediadores as ferramentas simbólicas utilizadas no discurso, tais como gráficos ou fórmulas algébricas. Já as meta-regras são guias invisíveis, implícitas da comunicação, regulando aquilo que faz parte de um discurso e não é permitido em outro, dando sentido a uma definição ou a uma demonstração.

É possível notar aqui a influência da teoria de Wittgenstein se lembrarmos do conceito de Jogos de Linguagem, em que cada palavra, longe de ter uma explicação definitiva, corresponde a cada um dos usos explícitos que se faz dela. Segundo ele, “Podemos também imaginar que todo o processo do uso das palavras (...) é um daqueles jogos por meio dos quais as crianças aprendem sua língua materna (Wittgenstein, 1999, p.30). Assim, para ele o discurso é norteado por “convenções de regras” que “não são sempre normativas nem absolutamente exatas (...) certas regras são aplicadas com função normativa e a priori, enquanto outras devem passar pelo crivo dos fatos” (MORENO, 2000, p. 56).

Sfard analisa uma situação ocorrida em uma aula sobre números negativos (Sfard, 2007). Sem que houvesse maiores explicações uma professora pergunta aos alunos quanto seria o produto de 2 por (-5). Ao ouvir a resposta correta, pede que o aluno explique seu raciocínio:

“... nós simplesmente fizemos... duas vezes menos-cinco é menos-dez porque 5 é o maior número...” (SFARD, 2007, p.21, tradução minha)¹.

Em seu raciocínio o estudante utiliza uma regra que não é a esperada pela professora e tampouco a regra do discurso matemático padrão. Segundo Sfard, isso acontece, pois, o aprendizado na Matemática sempre se dá através de um conflito comunicacional. Nele o estudante vive o dilema do aprendiz: para compreender os conceitos é necessário que ele se expresse sobre eles, porém para se expressar sobre os conceitos é necessário que ele os compreenda. O papel do professor é justamente quebrar essa circularidade apresentando um discurso padrão, fazendo o uso de mediadores simbólicos para apresentar os conceitos matemáticos (SFARD, 2007, p.18). Como nesse caso a professora não havia apresentado um discurso, o aluno criou um. As convenções dentro de cada discurso padrão apresentado são o que Sfard denomina meta-regras e uma das maneiras de evidenciá-las é colocando o estudante em contato com diversos discursos sobre o mesmo tema.

3. O Sistema de Numeração Decimal (SND)

Um sistema de numeração é um modo de representarmos e operarmos as quantidades numéricas através dos numerais. A formação de um numeral se dá através de meta-regras na operação dos algarismos que o formam e no SND, as meta-regras são os princípios aditivo e posicional (BEDNARZ, 1996 apud GUIMARÃES, 2005, p.54). Segundo o princípio posicional, cada algarismo em um numeral possui um valor relativo que deriva não apenas do valor absoluto do algarismo, mas também de sua posição no numeral, sua ordem. O valor relativo é obtido do produto do valor absoluto do algarismo pela sua ordem. Já o princípio aditivo estabelece que o valor de um numeral é encontrado através da adição dos valores relativos de todos os algarismos (ALMEIDA, 2007). As ordens no SND não são nada mais do que potências na base dez e refletem apenas os agrupamentos, de modo que qualquer número natural n possa ser escrito através da soma de múltiplos de uma potência de dez:

$$n = a_p \cdot 10^p + a_{p-1} \cdot 10^{p-1} + a_{p-2} \cdot 10^{p-2} + \dots + a_1 \cdot 10^1 + a_0 \cdot 10^0, \text{ com } p = 0, 1, 2, 3, \dots \text{ e } a_p = 0, 1, \dots, 9$$

¹ “We simply did... two times minus-five is minus-ten because five is the bigger number (...)”

Através da teoria de Sfard, chega-se a que no ensino-aprendizagem do SND é necessário que se desenvolva uma atividade em que sejam explicitados os princípios aditivo e posicional e para isso é possível apresentar outros sistemas que façam uso desses princípios.

4. A Mesopotâmia e suas práticas matemáticas

A Mesopotâmia, antiga denominação grega para a região que fica entre os Rios Tigre e Eufrates no atual Iraque é a região onde até hoje foram encontrados os mais antigos registros do que normalmente é chamado de escrita. No período Paleobabilônico, cerca de 2000 a 1600 a.E.C, o Sistema de Numeração Sexagesimal (SNS) havia se estabelecido na região (ROQUE, 2012, p.49). Nesse sistema utiliza-se a base 60 para realizar agrupamentos e trocas, através dos mesmos princípios aditivo e posicional do SND.

Segundo Gonçalves (2012, p.2) é desse período a maior parte dos textos matemáticos encontrados na região e entre esses textos encontram-se tabelas aritméticas, possivelmente utilizadas na formação de escribas, e são esses os textos que procurei utilizar na atividade. Para isso produzi cópias em argila escolar dos tabletas encontrados no sítio arqueológico de Tell Haddad, na região do Rio Diyala ao norte de Bagdá, região na qual durante o período descrito floresceu o reino de Ešnunna. São esses tabletas que contém os textos citados, todos com tábuas de multiplicação no SNS.

5. A atividade

Em suas pesquisas, Kjeldsen desenvolveu através dos referenciais acima a metodologia usada nesse trabalho e em um deles (KJELDSEN, 2012) apresentou uma implementação realizada em uma escola dinamarquesa. Essa implementação foi feita utilizando-se traduções para o dinamarquês de originais egípcios e teve como objetivos demonstrar que a matemática já foi diferente do que é hoje, que os resultados matemáticos estão em constante desenvolvimento e que a matemática está interligada ao desenvolvimento da cultura e da sociedade. Segundo Kjeldsen, a análise do material por parte dos estudantes levou alcance dos objetivos traçados, além de promover ganho de compreensão nos conteúdos da matemática atual.

De modo análogo, implementei uma atividade em um colégio particular de São Paulo, propondo a quatro estudantes do sexto ano do ensino fundamental, que participaram

voluntariamente da atividade no contra turno escolar, a análise das cópias dos tablettes selecionados. Antes da análise, foi feita uma introdução histórico geográfica sobre a Mesopotâmia, além de uma introdução a conceitos de arqueologia e ao sítio arqueológico citado acima.

Durante a análise dos diversos tablettes, os estudantes foram estabelecendo hipóteses sobre o conteúdo dos textos, fortemente baseadas nas introduções realizadas na atividade. Percebendo o conteúdo numérico, propuseram e testaram diferentes meta-regras como os princípios posicional e aditivo e até mesmo meta-regras inválidas naquele discurso, como o princípio subtrativo que haviam aprendido ao estudarem os números romanos. Através de minha condução conseguiam validar ou invalidar as hipóteses levantadas. Com isso conseguiram identificar o princípio aditivo, o princípio posicional em base sexagesimal chegando por identificar até mesmo a representação de números racionais nesse sistema.

A atividade que foi realizada em duas tardes de três horas cada, terminou com a apresentação de um silabário sumério, com o qual puderam praticar a escrita de seus nomes em escrita cuneiforme em argila, além dos números já aprendidos.

6. Considerações Finais

Durante a atividade, os estudantes foram pouco a pouco se dando conta dos princípios aditivo e posicional do sistema babilônico, ao mesmo tempo em que iam refletindo sobre o próprio sistema. Certamente não terão problemas em reconhecer esses princípios no Sistema de Numeração Decimal. Assim essa metodologia se mostrou eficiente quanto a elucidar as meta-regras do discurso matemático.

Houve também por parte dos estudantes um grande reconhecimento do valor das práticas matemáticas mesopotâmicas como práticas inteligentes, interessantes, inusitadas e não como arremedos de práticas que não teriam evoluído como as nossas, além de certamente ligarem o desenvolvimento dessas práticas à sociedade e às necessidades da época. Isso certamente colabora no desenvolvimento da compreensão dos objetivos epistemológicos do projeto.

No entanto, uma pergunta que mantenho é sobre qual seria o resultado da atividade se houvesse algumas dezenas de alunos participando dela. Outra questão é sobre qual seria o

resultado quando aplicado a outras idades. Por fim, acredito que a continuidade desse projeto deva ser feita, respondendo as questões acima, além de aplicar metodologias mais robustas de avaliação do desempenho.

7. Referências

Sítios consultados e Tabletes

CDLI, *Cuneiform Digital Library Initiative*, <http://www.cdli.ucla.edu/>, visitado em 01 de novembro de 2015.

Haddad 3657, http://www.cdli.ucla.edu/search/archival_view.php?ObjectID=P430093

Haddad 3661, http://www.cdli.ucla.edu/search/archival_view.php?ObjectID=P430094

Haddad 3662, http://www.cdli.ucla.edu/search/archival_view.php?ObjectID=P430095

Haddad 3669, http://www.cdli.ucla.edu/search/archival_view.php?ObjectID=P430096

Haddad 3694, http://www.cdli.ucla.edu/search/archival_view.php?ObjectID=P430097

Haddad 3717, http://www.cdli.ucla.edu/search/archival_view.php?ObjectID=P430098

Haddad 3718, http://www.cdli.ucla.edu/search/archival_view.php?ObjectID=P430099

Haddad 3739, http://www.cdli.ucla.edu/search/archival_view.php?ObjectID=P430100

Bibliografia

ALMEIDA, F. M. M. B. **Sistemas de numeração precursores do sistema indo-árabe**, Dissertação de Mestrado, Universidade do Porto, 2007

BRASIL, Secretaria de Educação Fundamental, **Parâmetros curriculares nacionais: introdução aos parâmetros curriculares nacionais / Secretaria de Educação Fundamental**. – Brasília: MEC/SEF. 126p., 1997.

GUIMARÃES, A. P. S. **Aprendendo e ensinando o Sistema de Numeração Decimal**: uma contribuição à prática pedagógica do professor. Dissertação (Mestrado no Ensino de Ciências Naturais e Matemática), Universidade Federal do Rio Grande do Norte, 2005.

GONÇALVES, C. H. B. **Matemática cuneiforme**: introdução e oficina de tabletes de argila.

In: Maria Helena Roxo Beltran; Fumikazu Saito; Laís do Santos Pinto Trindade. (Org.).

História da Ciência: tópicos atuais. 1 ed. São Paulo: Editora Livraria da Física, v. 3, p. 116-140, 2014.

_____. ‘**Quantification and computation in the mathematical texts of the Old Babylonian Diyala**’, in Cultures of Computation and Quantification, eds. Karine Chemla, Agathe Keller, Christine Proust, no prelo, 2015.

KJELDSEN, T. H., BLOMHØJ, M, **Beyond motivation**: History as a method for the learning of meta-discursive rules in mathematics. Educational Studies in Mathematics, 80, 327-349, 2011.

KJELDSEN, T.H., **Uses of history for the learning of and about mathematics**: Towards a theoretical framework for integrating history of mathematics in mathematics education. Plenary address. In. The proceedings for the HPM 2012 satellite meeting of ICME-12, Daejeon, Korea, 1–21, 2012.

KJELDSEN, T.H., PETERSEN, P. H, **Bridging History of the Concept of a Function with Learning of Mathematics**: Students’ meta-discursive rules, concept formation and historical awareness. Science & Education, 2013.

LOPES, J. A., **Livro didático de Matemática**: concepção, seleção e possibilidades frente a descritores de análise e tendências em Educação Matemática. /Jairo de Araújo Lopes. Campinas, SP, 2000.

NISS, M. **The Danish “KOM” project and possible consequences for teacher education, in Educating for the Future**, R. Strässer, G. Brandell, B. Grevholm & O. Helenius (eds.), Göteborg: The Royal Swedish Academy, pp. 179–190, 2004.

NISS, M., HØJGAARD, T. **Competencies and Mathematical Learning**—Ideas and inspiration for the development of mathematics teaching and learning in Denmark. IMFUFA-text, 485, IMFUFA, NSM: Roskilde University, 2011.

ROQUE, Tatiana. **História da matemática**: uma visão crítica, desfazendo mitos e lendas / Tatiana Roque. Rio de Janeiro: Zahar, 2012.

SFARD, A. **On the dual nature of mathematical conception**: Reflections on processes and objects as different sides of the same coin. *Educational Studies in Mathematics*, 22, 1–36, 1991.

____ **On reform movement and the limits of mathematical discourse**, *Mathematical Thinking and Learning* 2 (3), 157–189, 2000.

____ **There is more to discourse than meets the ears**: Learning from mathematical communication things that we have not known before. *Educational Studies in Mathematics*, 46(1/3), 13-57, 2001.

____ **When the rules of discourse change**, but nobody tells you: Making Sense of Mathematics Learning from a Commognitive Standpoint. *The journal of the learning sciences*, 16(4), 567–615, 2007.

____ **Thinking as communicating**. Cambridge: Cambridge University Press, 2008.

STRECK, M. **Altbabylonisches Lehrbuch**, Zweite, überarbeitete Auflage, Harrassowitz Verlag, Wiesbaden, 2015

TALL, D., VINNER, S. **Concept image and concept definition in mathematics with particular reference to limits and continuity**. *Educational Studies in Mathematics*, 12, 151–169, 1981.

TREVISAN, V. **Ensinando Matemática por meio de situações potencialmente adidáticas**: estudo de casos envolvendo Análise Combinatória, Mestrado Profissional, Instituto de Matemática e Estatística, 2015

WITTGENSTEIN, L. **Investigações Filosóficas**. Tradução: José Carlos Bruni, São Paulo, Editora Nova Cultural (Coleção Os Pensadores: Wittgenstein), 1999