

A CONSTRUÇÃO DE SIGNIFICAÇÕES SOBRE COMBINATÓRIA E PROBABILIDADE A PARTIR DE UMA PRÁTICA PROBLEMATIZADORA NO 4º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL

Emily de Vasconcelos Santos
Universidade Federal de Campina Grande
emily.vasconcelos@hotmail.com

Jaqueline Aparecida Foratto Lixandrão Santos
Universidade Federal de Campina Grande
jaquelisantos@ig.com.br

Fabiola da Cruz Martins
Universidade Federal de Campina Grande
fabiola--@hotmail.com

Resumo:

O presente trabalho tem por objetivo apresentar uma pesquisa em desenvolvimento a cerca da formação de conceitos sobre combinatória e probabilidade desenvolvidos a partir de uma dinâmica de aula problematizadora e investigativa. A pesquisa foi realizada com os alunos do 4º ano do Ensino Fundamental de uma Escola Estadual de Ensino Fundamental do município de Cuité/PB. Os dados analisados até o momento nos possibilitou observar que os alunos dos anos iniciais do Ensino Fundamental possuem conceitos de combinatória e probabilidade, chegando a outros mais elaborados quando se deparam a uma proposta de ensino problematizadora e articulada à linguagem Matemática.

Palavras-chave: Combinatória; Probabilidade, Problematização.

1. Introdução

Os conceitos sobre Combinatória e Probabilidade fazem parte do currículo da Educação Básica e são de suma importância, uma vez que, possibilita ao aluno resolver situações combinatórias e probabilísticas presentes no seu cotidiano, oportuniza o desenvolvimento da capacidade de analisar e propor soluções para problemas de forma prática e rápida, respondendo as demandas da sociedade, tal como aponta Santos (2010):

[...] ensino da estatística e da probabilidade seja de suma importância para a sociedade atual, já que suas implicações se refletem diretamente na interpretação das informações, nas tomadas de decisões profissionais e

peçoais, nas questões éticas, na postura crítica diante das situações do dia a dia. (SANTOS, 2010, p. 9)

O tema é sugerido nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), na Base Nacional Comum Curricular (BNCC) e Pacto Nacional de Alfabetização na Idade Certa (PNAIC), ressaltando que o aluno na Educação Básica precisa saber ler e interpretar dados de maneira organizada, possibilitando-o a capacidade de analisar e propor soluções para problemas de forma prática e rápida, respondendo as demandas da sociedade.

A prática pedagógica desenvolvida nas escolas do Estado da Paraíba, onde realizamos nossa pesquisa, segue as Diretrizes Operacionais para o funcionamento das escolas da Rede Estadual de Ensino, que se fundamenta em programas educacionais de política pública do Governo do Estado da Paraíba como: dos Referenciais Curriculares do Ensino Fundamental do Estado da Paraíba (RCEFEP), o Programa “Primeiros Saberes da Infância” (PPSI) e o PNAIC, implantado pelo Ministério da Educação (MEC), em 2013, com o objetivo assegurar que todas as crianças brasileiras estejam plenamente alfabetizadas até os oito anos de idade, ou seja, até o final do 3º ano do Ensino Fundamental.

As orientações apresentadas nos referidos documentos e pesquisas sobre as possibilidades de ensino de Matemática, da combinatória e probabilidade nos orientou em nossa pesquisa, que tem como problema de investigação: averiguar quais os conceitos de combinatória e probabilidade que emergem a partir de situações de ensino problematizadoras com alunos dos anos iniciais do Ensino Fundamental. Temos como objetivo analisar os conceitos de combinatória e probabilidade que surgem a partir das situações de ensino propostas durante o desenvolvimento da pesquisa, bem como, identificar suas potencialidades no processo de ensino e aprendizagem dos referidos conceitos.

A pesquisa encontra-se em andamento, deste modo às análises trazidas neste consiste em apenas uma das atividades, das duas que serão desenvolvidas, possui cunho qualitativo, em uma perspectiva colaborativa, uma vez foi desenvolvida a partir da colaboração de outras professoras, a professora titular da sala e a professora-pesquisadora da Intuição de Ensino Superior que ministrou a aula.

Na sequência apresentamos algumas considerações às quais nos foram referências.

1. A combinatória e a probabilidade em um ambiente dialógico e problematizador

O trabalho em sala de aula não é desenvolvido de forma isolada, ele é pautado em documentos oficiais que os organizam, orientam e modelam. No estado da Paraíba, o documento que possui essa função se intitula “Referenciais Curriculares do Ensino Fundamental do Estado da Paraíba”. Os RCEFEP sugerem orientações didático-metodológicas pertinentes a cada ano de estudo do Ensino Fundamental. Indicando diversas atividades que podem auxiliar o professor a alcançar os objetivos previstos no documento.

No caso específico de nossa investigação, destacam a importância de trabalhar de forma articulada o eixo Tratamento da Informação - que consiste em trazer orientações a cerca dos conteúdos matemáticos e das capacidades específicas a serem desenvolvidos nos alunos do Ensino Fundamental sobre os conceitos de estatística, a probabilidade e a combinatória -, com aos demais eixos - espaço e forma, números e operações, grandezas e medidas, tanto em contexto semelhantes, quanto associado às novas ideias introduzidas nos diferentes anos de ensino, desenvolvidos por meio de atividades problematizadoras e contextos que envolvam o cotidiano do aluno.

Além disso, o documento ressalta que o ambiente de aprendizagem deve ser propício ao fazer matemática e, que durante o processo de ensino e aprendizagem o professor precisa encorajar seus alunos a adotar uma nova postura, na qual lhes permitam registrar e comunicarem suas ideias, exporem suas hipóteses, para que assim, percebam que são capazes de fazer Matemática.

O ato de “fazer Matemática” com significado em sala de aula traz benefícios a todos os envolvidos no processo: ajuda a desenvolver o pensamento lógico; favorece a capacidade de resolver problemas; e melhora as convicções e atitudes dos estudantes sobre o que sabem e o que podem aprender. Ao professor, auxilia a dar pleno sentido ao compromisso assumido por ele ao ingressar na sala de aula. (PARAÍBA, 2010, p.55)

Compreendemos que essas orientações vêm de encontro com as considerações de Santos (2015) quando ao ensino da combinatória e probabilidade, uma vez que a autora sugere que o trabalho docente seja desenvolvido em sala de aula de forma que possibilite a

produção de significações na aprendizagem dos conteúdos referentes à combinatória e probabilidade. Para tanto, a referida autora sugere uma postura dialógica em sala de aula.

Almeida e Ferreira (2009) observaram em seus estudos que a comunicação Matemática é importante na produção de significações combinatórias, uma vez que meio da interação e do diálogo entre o professor e os alunos, ideias podem ser defendidas, assim como, as negociações de significados. No entanto, as autoras ressaltam que:

[...] nem toda comunicação gera aprendizagem, entretanto, toda aprendizagem é produto de algum tipo de comunicação, a partir da interação de um sujeito com um objeto e/ou com outro sujeito, na medida em que significados são negociados e novos conhecimentos são construídos. (ALMEIDA; FERREIRA, 2009, p.16)

Deste modo, se faz necessário que o professor faça uso de uma linguagem nas aulas de matemática. Essa linguagem na prática do letramento estatístico tem por objetivo possibilitar o entendimento dos conceitos apresentados, bem como suas significações, tal como indica Grandó (2016):

Faz parte do letramento estatístico a compreensão de palavras como probabilidade, possibilidade, impossível, provável, possível, certo etc., que são construídas por alunos em seu contexto social. Há necessidade de se criar vários contextos em sala de aula para que essa linguagem seja apropriada, permitindo processos de significação. Alguns resultados de pesquisas apontam para o quanto o entendimento de palavras como frequência, probabilidade, chance e possibilidade, podem facilitar a expressão de um pensamento probabilístico e, ao mesmo tempo, indicar interpretações equivocadas ou significados em contextos que exigem tomada de decisão [...]. (GRANDO, 2016, p.3)

Este conceito de linguagem abarca implicitamente a mediação e a interação. Tais ações possibilitam sentidos sejam construídos pelos os alunos, de forma que ampliem suas referências e graus de generalização. Segundo Santos (2015):

Essa perspectiva leva em conta os pressupostos de Vygotsky, que considera a linguagem como uma função básica para o desenvolvimento do ser humano a partir do intercâmbio social e do desenvolvimento do pensamento generalizante. (SANTOS, 2015, p.22)

Diante do exposto, iniciamos nossa pesquisa visando investigar quais os conceitos de combinatória e probabilidade que emergem a partir de situações de ensino problematizadoras com alunos dos anos iniciais do Ensino Fundamental. Na sequência apresentamos os procedimentos metodológicos de nossa pesquisa.

2. Procedimentos Metodológicos

A presente pesquisa foi realizada na escola estadual da rede pública do estado Paraíba, Maria das Neves Lira de Carvalho, localizada na cidade de Cuité. A referida escola atende especificamente os anos iniciais do Ensino Fundamental, na modalidade regular e educação de jovens e adultos (EJA). A turma investigada era o 4º ano do Ensino Fundamental, composta por 25 alunos, com idades entre 09 e 10 anos. Os dados coletados foram produzidos por meio de registro de experiência escrito pelas pesquisadoras, transições de áudio dos diálogos realizados, fotografias, tabuleiros de registro dos jogos realizados pelos alunos e diários de campo das pesquisadoras.

Tendo como objetivo identificar quais os conceitos de Combinatória e Probabilidade surge a partir das situações de ensino problematizadoras, por meio das interações e negociações entre alunos e pesquisadoras, a situação de ensino analisada.

Para o desenvolvimento das situações de ensino, adotamos um ambiente de aprendizagem, fundamentado na dinâmica de aula apresentado por Van de Walle (2009), uma vez que o autor sugere que, o desenvolvimento de uma atividade em um cenário problematizador seja sistematizado em três fases: *antes, durante e depois*.

A *fase do antes* é momento em que deve professor apresenta a tarefa que será desenvolvida, tendo como responsabilidade garantir que os alunos compreendam o caráter desafiador proposto na atividade, pois, do contrário, não verão sentido em resolvê-la. A *fase do durante* é momento em que os alunos desenvolvem a situação proposta em pequenos grupos. O professor nessa fase adota uma postura de mediador do processo de aprendizagem, cabendo-lhe desenvolver articulação entre os conceitos apresentados pelos alunos àqueles que ele pretende que os desenvolvam. A última fase, a do *depois*, é o momento da socialização em que os alunos apresentam as ideias desenvolvidas pelos grupos na tentativa, ou não, da classe chegar a uma conclusão coletiva.

Diante de tais considerações, entendemos que o ambiente e aprendizagem proposto por Van de Walle (2009) apontam subsídios que favorecem o desenvolvimento de conceitos sobre combinatória e probabilidade.

A situação de ensino foi realizada no final do semestre de 2015, tendo como duração duas horas. Ao planejarmos o desenvolvimento da aula ficou acertado que a professora “L” conduziria a aula, a professora titular e a professora “E” seriam auxiliares, fazendo as distribuições dos tabuleiros, desenvolvendo questionamentos com o objetivo de mobilizar o desenvolvimento do raciocínio combinatório e probabilístico dos alunos por meio de indagações problematizadoras levantas a partir do registro e jogadas dos alunos na *fase do durante*.

A professora titular da turma, nos relatou que uso de jogos no ensino da Matemática já havia sido empregado por ela em suas aulas, porém em dinâmica diferenciada, a qual o processo de comunicação e discussão das ideias sobre os conceitos desenvolvidos a partir do jogo não foram realizadas. Ressaltou também que os conceitos de combinatória e estatística foram trabalhados por ela anteriormente, por meio de problemas combinatório, do tipo produto cartesiano, e situações problemas de interpretação e a construção de gráficos, para os conceitos de estatística. Formalmente a probabilidade não foi estudada nas aulas.

O jogo “corrida de Cavalos” foi à primeira situação de ensino que desenvolvemos. O jogo é uma proposta de ensino apresentada por Skovsmose (2008), a qual sofreu adaptações em Santos (2010; 2015).

Quadro 1 - Jogo “corrida de cavalos”

Instruções¹:

- Os números do tabuleiro correspondem aos cavalos.
- Cada jogador pode apostar em três cavalos.
- A aposta pode ser em um único cavalo, em dois ou em três.
- A aposta deve ser registrada sob o(s) número(s) do(s) cavalo(s) escolhido(s).
- O cavalo avança quando a soma dos números extraídos do lançamento de dois dados for igual ao número do cavalo. O avanço é marcado com um x no diagrama em frente ao número obtido.
- Vence o cavalo que primeiro se colocar na linha da chegada.

¹ Santos (2015).

Tabela 1: Tabuleiro do jogo “corrida de cavalos”

CHEGADA													
LARGADA	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
REGISTRO DAS APOSTAS													

Fonte: Santos (2015, p.187)

Segundo Santos e Santos (2016a) o jogo “Corrida de Cavalos”:

[...] possibilita o desenvolvimento de conceitos sobre combinatória, probabilidade e estatística, uma vez que o jogo é possível analisar quantas e quais são as possibilidades de somas, registrar e analisar a frequência de somas do jogo; verificar quais somas é mais ou menos prováveis, etc. (SANTOS; SANTOS, 2016a, p.6)

Diante do exposto, selecionamos o jogo “Corrida de Cavalos” para compor nossa pesquisa, tendo em vista sua potencialidade quanto a formação de conceitos sobre combinatória, a probabilidade e a estatística, permitindo que os referidos conteúdos sejam trabalhados de forma contextualizada e problematizadora, em dinâmica de aula que integrada a um processo dialógico entre as professoras e alunos.

Para o desenvolvimento da tarefa, os alunos foram organizados em duplas pela professora titular da classe, tendo como critério níveis de facilidades/dificuldades semelhantes na disciplina de matemática. Essa orientação partiu da professora “L” que considera que dessa forma a disputa, de certo modo, seria mais justa, uma vez que os adversários com conhecimento diferenciados pode vencer o jogo facilmente, não possibilitando assim que o seu rival desenvolva reflexões e elaboração de conjecturas e/ou estratégias.

Para a análise, os dados foram organizados em dois eixos. No primeiro, analisamos quais os indícios de conceitos e significações sobre combinatória e probabilidade os alunos

apresentam a partir dos dados produzidos nos registros escritos no tabuleiro do jogo, realizados na fase *durante*. Já no segundo eixo, analisamos os conceitos apresentados a partir da comunicação de ideias na fase reflexiva *depois*.

3. Resultados e discussões

Conforme descreve Grandó (2000), para que um jogo possibilite significações e interpretações acerca das conjecturas construídas pelos alunos é preciso que além das repetições de jogadas, se tenha na *fase do durante*, ações pedagógicas que o auxiliem na construção de seus conceitos.

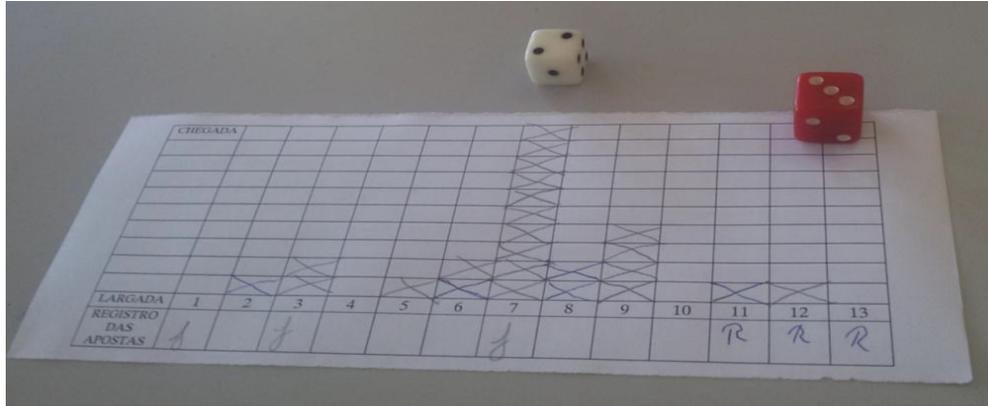
Foi observado em nossa pesquisa, por meio das verbalizações entre a professora “L” e os alunos “R” e “J”, apresentadas a seguir, que os alunos na primeira jogada basearam-se em concepções primárias, ou seja, não estabeleceram estratégias de jogo. De acordo com Grandó (2000), esse fato é compreensível, pois neste momento os alunos estão se apropriando das regras do jogo.

Quadro 2 – Diálogo entre os alunos “J” e “R” e a professora “L”.

Profa. : *Em quais cavalos apostaram?*
Profa. : Em quais cavalos apostaram?
Aluno “J”: Nos cavalos 1, 3 e 7.
Aluno “R”: No 11, 12 e 13.
Profa. : Por que apostaram nesses cavalos?
Aluno “R”: Ah, não sei.
Profa.: Qual cavalo está vencendo?
Aluno “J”: O meu, o 7.
Aluno “R”: O 9 também é bom. [O cavalo 7 estava apenas uma casa a frente do 9].
Profa. : Quais números precisam sair nos dados para que o cavalo 7 avance?
Aluno “J”: 3 e 4, 5 e 2.
Aluno “R”: 6 e 1 também.
Profa. : E para o cavalo 9?
Aluno “R”: 5 e 4, 6 e 3.
Profa. : E para o cavalo 1?
Aluno “R”: Não tem como, precisava ser 1 e 0.
Aluno “J”: Só se jogar com um dado.
Profa. : A regra diz que o cavalo avança de acordo com a soma de dois dados.
Aluno “J”: Então ele não anda, só perde.
Aluno “R”: O 13 também não tem como sair. Só os cavalos de 2 a 12 andam.

Fonte: Santos e Santos (2016a, p.7-8)

As problematizações apresentadas verbalmente por “L” foram geradas a partir registro escrito das jogadas realizada pela dupla “J” e “R” na *fase do durante*.



CHEGADA	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
LARGADA	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	R	R	R
REGISTRO DAS APOSTAS													

Figura 1 – Registro do jogo

Fonte: Santos e Santos (2016a, p.8)

Observa-se com as problematizações que os questionamentos postulados pela a professora “L” possibilitaram que os alunos analisassem as possibilidades de soma com dois dados e percebessem que o cavalo 1 e 13 não tinham como avançar e que somente os cavalos de 2 a 12 avançariam na soma de dois dados.

Esse fato nos faz perceber, que o jogo por si só pode não desenvolver nos alunos os conceitos combinatórios e probabilísticos que desejamos, é preciso que o processo de ensino seja problematizador e dialógico para que as observações, reflexões e (re) significações sejam realizadas, assim como afirma Grandó (2000).

Sendo assim, a partir das conclusões apresentadas pelos alunos no diálogo, novas problematizações foram realizadas mediadas pela a professora “L”:

Quadro 3 – Diálogo entre os alunos “R” e “B” e a professora “L”.

Profa. : *E se tivesse três dados, como seriam os resultados?*

Os alunos ficaram quietos por uns instantes.

Aluno “R”: *A soma seria até o 18.*

A aluna “B” ouviu a conversa da professora-pesquisa com a dupla e se envolveu no diálogo.

Aluna “B”: *Aí, os cavalos 1 e 2 não sairiam do lugar.*

Profa. : *Então, como seriam as somas com três dados?*

Aluna “B”: *Seria do 3 ao 18.*

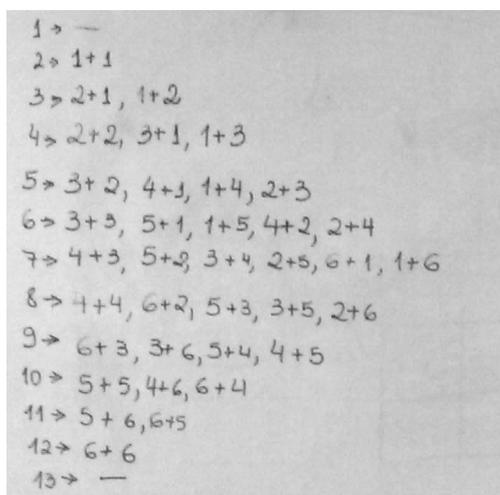
Profa. : *E se fossem quatro dados?*

Aluna “B”: *Começaria no 4 e iria até o 24.*
Aluno “R”: *Sempre que coloca dados vai mudando.*

Fonte: Santos e Santos (2016a, p.9)

Observamos no diálogo que as novas problematizações apresentadas pela a professora “L” estimularam os alunos a generalizarem as possibilidades de somas em outros contextos – com mais dados.

Para socializar as ideias desenvolvidas nas duplas com todos os alunos e sistematizar conceitos de combinatória, probabilidade e estatística, a professora “L”, na *fase do depois*, anotou na lousa o número dos cavalos que venceram nas jogadas realizadas pelas duplas. Na sequência, iniciou uma discussão sobre as possibilidades de somas dos resultados obtidos nas faces de dois dados. A alteração das possibilidades ao alterar a ordem das parcelas, como 2+1 e 1+2, foram discutidas e exemplificadas por meio do uso de dados de cores diferentes cores. Os dados produzidos nesta fase estão representados abaixo:



1 → —
2 → 1+1
3 → 2+1, 1+2
4 → 2+2, 3+1, 1+3
5 → 3+2, 4+1, 1+4, 2+3
6 → 3+3, 5+1, 1+5, 4+2, 2+4
7 → 4+3, 5+2, 3+4, 2+5, 6+1, 1+6
8 → 4+4, 6+2, 5+3, 3+5, 2+6
9 → 6+3, 3+6, 5+4, 4+5
10 → 5+5, 4+6, 6+4
11 → 5+6, 6+5
12 → 6+6
13 → —

Figura 2: Análise das possibilidades de soma

Fonte: Santos e Santo (2016a, p.10)

Tabela 2: Frequência de cavalos vencedores

Cavalo	Número de vezes que venceu
5	2
6	3
7	13
8	3
9	1
10	1

Fonte: Santos e Santo (2016b, p.7)

Durante o registro da análise no quadro os alunos expressaram algumas observações como: “o cavalo 7 venceu porque tinha mais possibilidades”, “o 12 quase não saía porque é só 6+6”, “o 6 também tem bastante chances por isso venceu”. Podemos perceber com essas falas que ideias sobre combinatória e probabilidade emergem a partir da observação dos dados

apresentados de forma sistematizada, organizada. Esse fato é indício da importância dessa ação no processo de ensino da combinatória, probabilidade e estatística.

Diante do exposto, concluímos que a *fase do depois* é importante para que o aluno discuta e reflita sobre suas conjecturas, para que assim, consiga desenvolver conceitos mais elaborados.

4. Considerações Finais

Compreendemos, a partir da análise realizada até o momento, que os alunos vão adquirindo ideias de probabilidade e de possibilidades de somas à medida que vão jogando e, ao se depararem com questões problematizadoras, seus conceitos são mobilizados chegando a outros mais elaborados.

Além disso, notamos que os registros dos alunos nos tabuleiros do jogo, bem como a análise das possibilidades de soma apresentadas na lousa foram fundamentais para que os conceitos de combinatória e probabilidade fossem significados.

Diante de tais considerações, podemos concluir que uma situação de ensino problematizadora articulada com uma dinâmica de ensino que permita o desenvolvimento e a comunicação de ideias matemáticas possibilita que os alunos desenvolvam conceitos probabilísticos e combinatórios de forma significativa.

5. Referências

ALMEIDA, Adriana; FERREIRA, Ana Cristina. **Aprendendo Análise Combinatória Através da Resolução de Problemas: um estudo com classes de 9º ano do ensino fundamental e 2º ano do ensino médio.** 2009.

GRANDO, Regina Célia. **O conhecimento matemático e o uso de jogos na sala de aula.** Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Estadual de Campinas, Campinas, São Paulo, 2000.

GRANDO, Regina Célia. **Experiências com o acaso, possibilidades e análise de dados em práticas de letramento matemático escolar.** ENCEPAI, Recife, PE, 2016.

PARAÍBA. **Referenciais Curriculares do Ensino Fundamental: Matemática (volume 2)**. João Pessoa, PB, 2010.

SANTOS, Jaqueline Aparecida Foratto Lixandrão Santos. **O movimento do pensamento probabilístico mediado pelo processo de comunicação com alunos do 7º ano do Ensino Fundamental**. 2010. 183f. Dissertação (Mestrado em Educação). Programa de Pós-Graduação Stricto Sensu em Educação, Universidade São Francisco, Itatiba, 2010.

SANTOS, Jaqueline. **A produção de significações sobre combinatória e probabilidade numa sala de aula do 6º ano do ensino fundamental a partir de uma prática problematizadora**. 2015. 191f. Tese (Doutorado em Educação) – Programa de Pós-Graduação Stricto Sensu em Educação, Universidade São Francisco: Itatiba/SP, 2015.

SANTOS, Jaqueline; SANTOS, Emily. **A produção de conceitos sobre combinatória, estatística e probabilidade a partir do jogo “corrida de cavalos” com alunos do 4º ano do ensino fundamental**. ENCEPAI, Recife, PE, 2016a.

SANTOS, Emily, SANTOS, Jaqueline. **O jogo corrida de cavalos: uma proposta integrada de ensino da combinatória, probabilidade e estatística no 4º ano do ensino fundamental**. ENCEPAI, Recife, PE, 2016b.

SKOVSMOSE, Ole. **Desafios da reflexão em educação matemática crítica**. Campinas, SP: Papyrus, 2008.

VAN DE WALLE, John, A. **Matemática no ensino fundamental: formação de professores e aplicação em sala de aula**. Tradução Paulo Henrique Colonese. 6. ed. Porto Alegre: Artmed, 2009.