

A ABORDAGEM HISTÓRICA DOS TÓPICOS MATRIZ, DETERMINANTE E SISTEMAS LINEARES PRESENTES NOS LIVROS DIDÁTICOS

Daniel Martins Nunes
Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia - UESB
daniel.nunes@ifnmg.edu.br

Resumo:

Este estudo visa à apresentação de dados obtidos após a análise de três coleções de livros didáticos disponibilizados para escolha através do Programa Nacional do Livro Didático, 2015, para as turmas do ensino médio. A análise constituiu-se da observação de aspectos históricos dos tópicos de Matrizes, Determinantes e Sistemas Lineares presentes nestas obras onde foram detectadas algumas incoerências dos fatos apresentados, bem como foi possível perceber o uso da História da Matemática como meio condutor da proposta educacional. Esses resultados fazem parte da minha proposta de conclusão das atividades no Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – Profmat, pela Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia – UESB, e que contribuiu como aporte teórico. Este estudo possibilitou enxergar como a História da Matemática está sendo tratada nos livros didáticos, e da importância da conscientização em buscar na História da Matemática mecanismos para melhorar o processo de ensino aprendizagem.

Palavras-chave: História da Matemática; Livro Didático; Matrizes; Sistemas Lineares; Determinantes.

1. Introdução

Uma constante abordagem que tem sido realizada nas aulas ou nos livros didáticos de Matemática é o contexto histórico referente a um determinado tema, mesmo que esta seja utilizada apenas para ilustrar os grandes matemáticos envolvidos na construção de alguma teoria matemática ou para mostrar como este conhecimento se desenvolveu ao longo dos séculos. Contudo, há que se destacar que este tipo de inserção da História da Matemática no trabalho do professor não é tão nova quanto pensamos ser e tampouco inovadora no processo de ensino aprendizagem.

Esta discussão no cenário educacional brasileiro vem se desenvolvendo desde o século XIX e XX, iniciando-se com o Movimento da Escola Nova e que se consolidou no Movimento da Matemática Moderna, conforme Miguel e Miorim (2011) abordam em suas pesquisas.

A abordagem histórica da Matemática sofreu mudanças ao longo do tempo aqui no Brasil. Nos primeiros livros de Matemática estava presente uma discussão direta, ou seja, era introduzida a biografia dos grandes matemáticos ou de estudos originais, atribuindo apenas um caráter de leitura como forma de recompensa após um período de estudo abstrato. Dessa forma, a História da Matemática era vista pelos autores de livros como um mero aspecto ilustrador dos fatos matemáticos.

Entretanto, esta abordagem não é a melhor forma de utilizar o contexto histórico da Matemática no ensino. Schubring (1997) apud Miguel e Miorin (2011) alerta que este tipo de tratamento da História da Matemática já não convence mais os nossos alunos assim como parece ter ocorrido antigamente.

Devido a estes fatos e por outras discussões realizadas em torno do assunto foram construídas orientações educacionais que apontam o papel que a História da Matemática pode influenciar no processo de ensino-aprendizagem. Segundo as Orientações Curriculares para o Ensino Médio, a História da Matemática assume o papel de desempenhar argumentos que sirvam para motivar a aprendizagem dos alunos, principalmente no que diz respeito aos conceitos matemáticos, pois “a história da construção do conhecimento matemático mostramos que esse mesmo conhecimento foi construído a partir de problemas a serem resolvidos.” (BRASIL, 2006, p. 84)

Roque e Carvalho (2013) compreendem dessa mesma forma quanto à utilização de argumentos históricos matemáticos nas atividades práticas do professor poderem tornar mais ricas as suas aulas, pois sendo a Matemática construída a partir da tentativa de solucionar problemas do cotidiano, e presente nos mais variados contextos, pode se constituir como exercício de motivações no processo de ensino-aprendizagem.

Entretanto não basta reconhecer que a Matemática teve esse papel de auxiliar o desenvolvimento científico do homem ao longo da história. O professor, segundo Roque e Carvalho (2013) e Brasil (2006), deve ainda procurar através desta contextualização, recriar o ambiente de problematização a partir destes contextos históricos, permitindo assim motivar o interesse do aluno, “ainda que seja uma Matemática distinta daquela que praticamos hoje”. (ROQUE e CARVALHO, 2013, p. 10), portanto, haverá necessidade de adequar a sua proposta.

Dessa forma, conhecer um pouco sobre os aspectos históricos referentes aos conteúdos: Sistemas Lineares, Determinantes e Matrizes, pode permitir ao professor entender o desenvolvimento de tais conceitos que tanto busca ensinar no seu dia-a-dia, assim como recriar a sua práxis com o único intento de beneficiar a aprendizagem dos seus alunos. A seguir serão discutidos alguns aspectos históricos sobre os conteúdos de matrizes, determinantes e sistemas lineares que servirá para os propósitos aqui mencionados.

2. O que a História da Matemática relata sobre o surgimento de matrizes determinantes e sistemas lineares?

Alguns historiadores como Smith (1958), Boyer (1974) e Eves (2011), apontam que desde o início do processo evolutivo das grandes civilizações o homem já havia se deparado com situações em que o emprego de sistemas lineares era realizado. Há ainda a concordância de que tal conhecimento primitivo evoluiu ao longo dos séculos de história. Entretanto, muita coisa se perdeu ao longo desses períodos devido à forma como o homem realizava os seus registros. Assim, podemos apresentar as seguintes contribuições do homem para a história da tríade sistema linear-determinante-matriz:

- Na China tem-se uma das primeiras referências sobre o uso de sistemas lineares num contexto do cotidiano dos chineses. Segundo Eves (2011) no período denominado de *Dinastia Han* (206 a.C – 221 d.C) foi construído o *Nove Capítulos sobre a Arte da Matemática* que contem problemas que levam a sistemas lineares cuja resolução assemelha-se com o método de resolução com matrizes, embora não tenha sido utilizado notações algébricas.
- Em 1303, o chinês Chu Shi-kié escreveu um trabalho intitulado como *The Precious Mirror of the Four Elements*¹, onde são tratadas questões de álgebra com um grau elevado. Eves (2011, p. 246) corrobora dizendo que “Ele se utilizava dos métodos matriciais comuns hoje em dia e seu método de eliminação e substituição já foi comparado ao de J. J. Sylvester (1814-1897).”, entretanto não era empregada a mesma simbologia que é usada atualmente que veio a originar-se somente no século XIX.
- Em 1683 surge o matemático Seki Shinsuke Kowa (1642-1708) com um manuscrito intitulado por *Kai Fukudai no Ho* (Método de Solução de Questões Secretas) e que através

¹ O Espelho precioso dos quatro elementos.

dos problemas envolvidos nessa obra favorece a teoria de que ele tenha desenvolvido um processo operatório que melhorou as considerações realizadas por Chu Shi-kié.

- Na Europa, outro matemático vinha desenvolvendo estudos parecidos com os de Seki Kowa. Gottfried Wilhelm Leibniz (1646-1716) tornou-se a primeira referência no Ocidente com o método dos determinantes, conforme cita Boyer (1974).
- O século XVIII é marcado pelo surgimento de muitos livros-texto de sucesso, e neste cenário temos uma polêmica envolvendo dois matemáticos: Colin Maclaurin (1698-1746) e Gabriel Cramer (1704-1752). Essa polêmica é devida ao fato de que a Regra de Cramer que foi publicada no ano de 1750 na obra *Introduction à l'Analyse des Lignes Courbes Algébriques*, já era conhecida por Maclaurin desde 1729 e publicada por ele em 1748, dois anos após a sua morte, na obra *Treatise of Algebra*, conforme Boyer (1974) e Eves (2011) relatam. Entretanto, Cramer ganhou maior notoriedade devido ao fato da sua superioridade nas demonstrações matemáticas e da decadência da matemática desenvolvida na Grã-Bretanha à época, colocando em questão duvidosa os trabalhos de Maclaurin.
- O francês Pierre-Simon Laplace (1749-1827) exhibe ao mundo as suas proezas quanto ao uso de menores complementares através de um método generalizado para encontrar o determinante de uma matriz em 1772;
- No ano de 1810, o príncipe dos matemáticos, Carl Friedrich Gauss (1777-1855) contribui para a história com o desenvolvimento do método atualmente conhecido como Método de Eliminação de Gauss. Esse método, conforme apontam Althoen e Mclaughlin (1987), inicialmente foi obtido quando Gauss em seu tratado intitulado de *Disquisitio de Elementis elliptics Palladis*, buscou uma solução para um sistema linear composto de seis incógnitas que descrevia a órbita de Pallas, o segundo maior asteroide do nosso sistema solar.
- Posteriormente, e tomando com base esse estudo de Gauss, o matemático Wilhelm Jordan (1842-1899) torna público o seu Método de Redução de Gauss-Jordan, onde segundo Althoen e Mclaughlin (1987, p. 130) relatam que em tal processo, “operações de linhas são utilizadas para diagonalizar a matriz de coeficientes, e a resposta é lida diretamente.”. Tornando-se assim uma melhoria do trabalho de Gauss.
- O matemático Augustin-Louis Cauchy (1789-1857) deu a palavra determinante a atual conotação utilizada em Matemática. Conforme Smith (1958), Boyer (1974) e Eves (2011) tal

fato ocorreu em 1812, e diversos outros trabalhos de Cauchy seguiram trazendo grandes contribuições sobre determinantes. Tais autores ainda o consideram como o grande contribuidor para o assunto de determinantes.

- Um dos primeiros estudos sobre a álgebra de matrizes foi realizado por Arthur Cayley (1821-1895) em 1858, ao tratar da teoria das transformações, afinal ele tinha bastante interesse na estruturação da álgebra a qual vinha ganhando adeptos no mundo todo. Quanto ao termo matriz, Higham (2008) aponta que já era familiar para James Joseph Sylvester (1814-1897). O que sugere a apropriação deste termo por Cayley pode ser devido a proximidade com Sylvester que se iniciou no ano de 1846, quando ambos começaram a desenvolver seus trabalhos envolvendo problemas algébricos. Cayley também haveria sugerido a notação de barras verticais para representar o determinante de uma matriz ainda quando era estudante. Embora tenha Cayley realizado um dos primeiros estudos sobre as matrizes, foi Sylvester quem assumiu o desenvolvimento desta teoria até o final de sua vida enquanto esteve na Universidade Johns Hopkins.

Como visto, parece ser oportuno descrever que a ordem em que estes elementos da álgebra foram formalizados matematicamente pode ser descrito pela sequência: sistemas lineares, determinantes e matrizes; e que tais conhecimentos foram construídos ao longo dos séculos à medida que o homem necessitou para resolver algum problema prático.

3. A análise dos livros didáticos

O livro didático é um instrumento mais utilizado pelos professores da rede pública educacional brasileira e atualmente tal recurso tem trazido orientações ao professor sobre como utilizá-lo dentro da sua prática diária, para que ocorra a aprendizagem mais significativa do seu público estudantil. Entretanto, como afirmam Dante (1996), Silva (1996) e Carvalho e Lima (2010), muitas vezes o professor não tem dado o verdadeiro valor a este recurso, ou por vezes fazem o seu uso exagerado durante a sua prática docente, contribuindo assim para a aversão do aluno ao verdadeiro sentido de aprender Matemática.

A esse respeito, Silva (1996) acrescenta que o professor muitas vezes usa o livro didático como uma “muleta” e que para muitos a justificativa é que sem o livro didático não há como prosseguir as suas atividades diárias. Esquecem ainda de que o livro didático não é um instrumento para ser “varrido” de capa a capa e que ele deve constituir-se como um elemento de apoio ao seu trabalho e não um glossário a ser seguido fielmente.

Essa postura não tem conquistado mais a atenção dos alunos, visto que há meios tecnológicos mais chamativos e que tem despertado conseqüentemente mais o interesse deles. Por isso é preciso haver mudança tanto quanto a esta postura de uso exagerado do livro didático quanto à abertura a novas possibilidades de ensino. Embora não seja essa discussão a ser tratada aqui neste tópico, a reflexão se faz pertinente devido ao fato que o tema suscita.

Para esta discussão foram selecionados três coleções de livros didáticos indicados pelo guia do PNLD 2015: *Conexões com a Matemática*, de Fábio Martins de Leonardo; *Matemática: Contexto & Aplicações*, de Luiz Roberto Dante; *Matemática – Paiva*, de Manoel Paiva. Sendo que esta análise consistiu em observar como é realizada a abordagem dos conteúdos de matriz, determinante e sistemas lineares.

4. Resultados

Foi percebido que há uma discussão histórica nas obras *Matemática – Paiva* e *Matemática Contextos & Aplicações*. Na obra *Conexões com a Matemática*, a história se faz presente apenas ao mencionar poucos aspectos sobre a vida dos matemáticos Pierre Frédéric Sarrus e Gabriel Cramer. São mencionados também apenas os nomes de outros matemáticos, tais como Laplace, Binet e Jacobi, porém nada sobre a sua vida ou obra foram mencionados como realizado com os dois anteriores. Essa abordagem não provoca grandes mudanças no processo de ensino-aprendizagem, pois conforme observado anteriormente, a História da Matemática não poderá ser limitada ao fato da apresentação de biografias dos grandes matemáticos envolvidos na teorização de um determinado conteúdo.

Esta indicação histórica, quando bem realizada, é oportuna para o processo de ensino-aprendizagem, pois ainda conforme Brasil (2006) além de se tornarem um elemento para contextualização pode suscitar ao professor a compreensão das dificuldades que os alunos apresentam. Esta preocupação pode ser visualizada nas outras obras, onde é mostrado aos alunos o surgimento destes conteúdos associados à necessidade do seu desenvolvimento e inserção na vida atual.

Há uma indicação errônea quanto aos fatos históricos na obra *Matemática Contexto & Aplicações*, segundo o autor é mencionado que os registros de sistemas lineares realizados pelos chineses sejam referenciados por volta de 2500 a.C., porém, segundo Boyer (1974) essa ocorrência deu-se durante a Dinastia Han, determinada por volta de 206 a.C., o que sugere um erro na transcrição da data de tal fato no livro didático.

A História da Matemática também está presente em outras discussões nos livros didáticos Matemática Contexto & Aplicações e Matemática Paiva, ao tratar do determinante de ordem 2 e 3 associados a sistemas lineares, conforme foi realizado por Maclaurin e Cramer em seus estudos precedentes, embora não citem nenhuma referência dos matemáticos.

Além disso, em Matemática Paiva, o autor parece ter tido uma preocupação em tratar dos conceitos e propriedades dos determinantes logo após o capítulo de sistemas lineares, demonstrando assim que para ele a narrativa dos fatos históricos podem ser adequados e vivenciados no atual contexto, permitindo aos alunos e professores revisitar e ressignificar os conteúdos anteriormente explorados.

5. Considerações Finais

O que pode ser observado com este estudo é como a curiosidade humana, buscando solucionar os seus problemas diários ou da criação de um modelo científico impulsionou o desenvolvimento da Matemática. Além disso, a Matemática não poderia ser vista como algo criado por uma única pessoa ou que está determinada, é uma ciência que encontra novos significados a cada dia que passa.

No campo educacional, a reflexão a ser depreendida é que talvez ao usar a mesma sequência histórica do desenvolvimento da álgebra dos sistemas lineares, determinantes e matrizes pode ser uma oportunidade de ressignificar o trabalho pedagógico e da aprendizagem dos alunos.

Além disso, esse estudo traz à tona a discussão sobre a necessidade de o professor analisar criticamente as informações contidas nos livros didáticos, quando abordarem algum contexto histórico sobre esses tópicos da Matemática, pois tal recurso não está isento de falhas.

Ainda é preciso que o professor também sempre atualize os seus conhecimentos, através da leitura de outros livros, artigos ou por outros meios de discussões sobre o assunto, pois novos estudos sobre a História da Matemática são constantemente realizados e podem trazer novas informações, inclusive a estas que aqui foram traçadas.

6. Agradecimentos

Agradeço à direção do IFNMG – Campus Salinas e demais colegas pelo apoio no desenvolvimento deste trabalho que tão enormemente contribuiu para o meu desenvolvimento profissional.

7. Referências

ALTHOEN, Steven C.; MCLAUGHLIN, Renate. Gauss-Jordan Reduction: A Brief History. *Journal American Mathematical Monthly*, v. 94, p. 130-142, 1987.

BOYER, Carl Benjamim. *História da Matemática*. Tradução por: Elza F. Gomide. São Paulo: Edgard Blucher, Ed. da Universidade de São Paulo, 1974.

BRASIL. Ministério da Educação. Orientações curriculares para o ensino médio: Ciências da natureza, Matemática e suas tecnologias. Brasília: Secretaria de Educação Básica, 2006. v.2.

CARVALHO, João Bosco Pitombeira; LIMA, Paulo Figueiredo. “Escolha e uso do livro didático”. CARVALHO, João Bosco Pitombeira Fernandes de. (org.). *Coleção Explorando o Ensino: Matemática – Vol. 7*. Brasília: Secretaria de Educação Básica, 2010.

DANTE, Luiz Roberto. LIVRO DIDÁTICO DE MATEMÁTICA: uso ou abuso? Em aberto, ano 16, n. 69, p. 83-97, 1996.

EVES, Howard. *Introdução à História da Matemática*. Tradução por Hygino H. Domingues. 5ª ed. Campinas: Editora da Unicamp, 2011.

HIGHAM, Nicholas J. Cayley, Sylvester, and Early Matrix Theory. *Linear Algebra Appl.*, v. 428, p. 39–43, 2008.

MIGUEL, Antônio; MIORIN, Maria Ângela. *História na Educação Matemática: propostas e desafios*. 2ª ed. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2011. 208 p.

ROQUE, Tatiana; CARVALHO, João Bosco Pitombeira de. *Tópicos de História da Matemática*. Rio de Janeiro: SBM, 2013. 269 p.

SILVA, Ezequiel Theodoro. LIVRO DIDÁTICO: do ritual de passagem à ultrapassagem. Em aberto, ano 16, n. 69, p. 11-15, 1996.

SMITH, David Eugene. *History of Mathematics*, Vol. I. New York: Dover Publications, 1958. 618 p.

SMITH, David Eugene. *History of Mathematics*, Vol. II. New York: Dover Publications, 1958. 736 p.