

TEXTO 1:

COMBINANDO NA VIDA E NA ESCOLA: LIMITES E POSSIBILIDADES

Rute Elizabete de Souza Rosa Borba
UFPE
resrborba@gmail.com

Resumo

Nesse texto discutem-se diferenças do conhecimento combinatório desenvolvido em espaços extraescolares e o conhecimento aprendido dentro da escola. Argumenta-se que há noções combinatórias intuitivas desenvolvidas no cotidiano, em particular no exercício de algumas atividades, mas que é necessário um estudo específico de Combinatória para se desenvolver modos sistemáticos de levantamento de combinação de elementos de conjuntos. Defende-se, com base em estudos empíricos, que o cotidiano, a maturidade cognitiva e a escolarização, de modo geral, não são suficientes para o desenvolvimento mais avançado do raciocínio combinatório. O papel da escola é defendido como o de propiciar aos estudantes contato com variadas situações combinatórias, discutir as relações e propriedades de cada tipo de problema de Combinatória, e estimular o uso de representações simbólicas que possibilitem o levantamento de todas as possibilidades solicitadas em problemas combinatórios.

Palavras-chave: Raciocínio combinatório; cotidiano; escola.

1. Como situações combinatórias se fazem presentes no cotidiano e na escola

Em um dia típico, quantas vezes temos que tomar decisões com base em raciocínio combinatório? Mesmo que não nos demos conta, diversas decisões que tomamos cotidianamente são baseadas em levantamento de possibilidades, resultantes da combinação de elementos.

Ao escolhermos o que teremos para o café da manhã, por exemplo, podemos fazer diversas combinações diferentes: suco de laranja, ovos, torrada e café; suco de laranja, iogurte, torrada e chá; suco de goiaba, queijo e chá; e assim por diante. Na hora de decidirmos o que vestiremos, outro exemplo, novas decisões baseadas em possibilidades surgem: qual calça comprida com qual camisa/blusa? Qual saia com qual blusa? Qual vestido com qual sapato/sandália? E quais acessórios (bolsa, óculos, pulseira(s), anel(is)) escolheremos? Novas decisões são necessárias na escolha do roteiro de casa até o trabalho/escola (ir pela avenida principal e de lá por um caminho alternativo; ir de bicicleta até certa parte do trecho e de metrô o restante do caminho); e, mais outro exemplo, na hora de escolher o que teremos para o almoço (em particular se a refeição for feita em restaurante que o cliente faz o seu próprio prato a partir das opções de saladas, carnes e complementos que estiverem disponíveis).

Vivemos cercados de situações nas quais elementos são combinados, mas há pelo menos uma diferença básica entre a Combinatória ‘da vida’ e a que é ensinada na escola. Há

relações e propriedades em comum desse conteúdo matemático vivenciado fora da sala de aula e como ele é tratado na escola, mas há uma diferença importante entre o aprendizado escolar e o extraescolar.

Em situações combinatórias do cotidiano não é necessário (e na maioria das vezes não é possível) combinar todos os elementos entre si. Se tivéssemos que listar todas as possibilidades de combinação de itens do café da manhã ou levantar todas as combinações de roupas para vestirmos ou de escolhas em restaurantes para nossas refeições, não conseguiríamos dar conta de nossas atividades usuais. Os levantamentos de todas as possibilidades de combinações em nosso cotidiano são, quase sempre, por demais extensos.

Já na maioria dos problemas escolares de Combinatória solicita-se que se determine todas as possibilidades de combinação de elementos – sejam elementos de conjuntos distintos (nos problemas denominados de *produtos cartesianos* ou *produtos de medidas*¹), sejam elementos de um conjunto único dos quais um número menor de elementos devem ser escolhidos (*arranjos* ou *combinações* – os quais se diferenciam pelo fato da ordem dos elementos determinarem, ou não, possibilidades distintas), sejam todos os elementos que devem ser permutados entre si (*permutações*). Na escola, ao se apresentar um problema de Combinatória, em geral, se pede que se liste todas as combinações ou que se determine qual o número total de possibilidades de combinação. No caso de pedido de listagem de elementos, os problemas, geralmente, se restringem a um número pequeno de possibilidades.

Essa diferença básica – de problemas combinatórios no cotidiano e na escola – precisa ficar bem clara aos estudantes, de modo que entendam que nas atividades escolares se deseja que sistematicamente se determine o número total de possibilidades. É necessário deixar claro que não se deseja que se lista apenas alguns casos, mas todos os casos possíveis, e também deve ficar evidente que não se está falando em preferências pessoais, mas se deseja pensar em todos os casos possíveis de serem combinados – independentes de ‘combinarem’, ou não. Uma blusa de determinada cor pode não ‘combinar’ com uma saia de outra cor, mas não é isso que se pede em problemas escolares. Deseja-se levantar todas as combinações possíveis – independentes de gostos ou escolhas pessoais.

¹ Vergnaud (1983) denomina alguns problemas multiplicativos de *produtos de medida*, ou seja, problemas de relação ternária entre medidas e, baseado em estudos piagetianos (tais com Inhelder e Piaget, 1976), esse autor também utiliza a nomenclatura *produtos cartesianos*, uma vez que a tabela cartesiana é uma das formas mais usuais de representar o conjunto de pares ordenados, cujo primeiro termo pertence a um conjunto e o segundo termo pertence a outro conjunto.

Assim, no presente texto se deseja argumentar que o raciocínio combinatório tem base em noções intuitivas que se desenvolvem na experiência do dia-a-dia com situações nas quais elementos são combinados, mas o conhecimento do cotidiano muitas vezes não é suficiente para dar conta da resolução de alguns problemas combinatórios, até mesmo problemas de natureza mais simples. O reconhecimento de saberes desenvolvidos independentemente de instrução específica em Combinatória, deve se aliar ao ensino específico, ou seja, o voltado a um amplo espectro de situações combinatórias.

Seguem-se discussões – com base em resultados de estudos empíricos – sobre quais conhecimentos de Combinatória, de modo geral, se desenvolvem fora da escola e como se pode proceder em sala de aula para um mais amplo desenvolvimento do raciocínio combinatório. São discutidas limitações do conhecimento desenvolvido no cotidiano e apresentadas possibilidades de trabalho em sala de aula para um estudo mais eficiente da Combinatória, em particular no início da escolarização.

2. Limites do aprendizado da Combinatória no dia-a-dia

2.1. Experiências profissionais possibilitam um amplo desenvolvimento do raciocínio combinatório?

Um primeiro questionamento sobre o desenvolvimento cotidiano de modos de pensar combinatoriamente, pode ser: experiências do dia-a-dia com a Combinatória – em particular associadas ao exercício de determinadas profissões – são suficientes para um amplo desenvolvimento do raciocínio combinatório?

No livro *Na vida 10, na escola zero*, Nunes, Carraher e Schliemann (1988) apresentaram estudos com profissionais de diversas áreas e observaram a construção de conhecimentos matemáticos e o desenvolvimento de estratégias de cálculo eficientes para a resolução de situações em contextos de trabalho. Também verificaram que a experiência social aliada à experiência escolar pode, em muito, beneficiar o desempenho matemático.

Outro exemplo de conhecimento matemático extraescolar desenvolvido por profissionais foi apontado por Gomes e Borba (2014) em estudo sobre o conhecimento de jovens e adultos referente a números decimais. Os marceneiros e pedreiros do estudo buscaram referências em suas atividades profissionais para resolverem as situações propostas e foram bem-sucedidos em muitas delas. Desse modo, a experiência profissional foi significativa na formação do conceito de número decimal, evidenciado pelas estratégias de cálculo utilizadas e pelo sucesso na resolução de situações envolvendo decimais.

Em particular, no que se refere ao conhecimento de Combinatória, Schliemann (1988) realizou estudo com três grupos que resolveram problemas de *permutação*: 20 cambistas de jogo de bicho (que possuíam experiências práticas com a Combinatória), 20 estudantes recém aprovados no vestibular (metade da área de Ciências Exatas e metade de cursos da área de Humanas e Sociais) e 20 trabalhadores do mesmo grupo socioeconômico dos cambistas (que exerciam profissões que não exigiam o uso direto da Combinatória). A experiência dos cambistas com situações combinatórias favoreceu seus desempenhos, possibilitando que desenvolvessem estratégias para encontrarem as permutações possíveis entre elementos de um dado conjunto. O desempenho dos cambistas foi superior aos de outros profissionais, mas o melhor desempenho foi o dos estudantes recém ingressos na universidade, embora a diferença de desempenho não tenha sido estatisticamente significativa. Ressalta-se que os estudantes não associaram os problemas resolvidos com a Análise Combinatória estudada no Ensino Médio e não resolviam os problemas por intermédio das fórmulas estudadas. Embora os cambistas tenham se saído bem no teste, suas experiências profissionais não foram suficientes para que resolvessem todos os problemas de forma sistemática. Concluiu-se que a experiência profissional dos cambistas e a experiência escolar dos estudantes auxiliou seus desempenhos, mas argumentou-se que o mais interessante é combinar a experiência diária com a escolar.

De modo semelhante, Silva, Borba e Monteiro (2015) apontam que a articulação de conhecimentos extraescolares com os vivenciados na escola pode propiciar amplos avanços em conhecimentos matemáticos. Nesse texto apresenta-se estudo sobre números decimais, realizado por Silva e Borba (2006), no qual foram comparados os desempenhos de adultos com os de crianças. Os participantes foram divididos em quatro grupos: 16 crianças sem instrução escolar em números decimais; 16 crianças com instrução em decimais; 16 adultos sem experiência na escola com decimais; e 16 adultos escolarizados em decimais. Assim, foram comparados grupos com maior e com menor experiência cotidiana e tempo, ou não, de aprendizado escolar em decimais. Observou-se que adultos, utilizando conhecimentos de suas práticas sociais, mesmo sem escolaridade em decimais, foram capazes de resolver problemas com esse conceito. Foi observado, também, que os estudantes adultos já escolarizados em decimais tiveram ainda melhor desempenho, concluindo cálculos e validando resultados. Os conhecimentos sobre a representação decimal formal e o domínio de algoritmos possibilitaram melhor desempenho dos adultos que possuíam experiência social com decimais e já haviam estudando esse campo numérico na escola. Esse estudo atesta, junto com outros,

que experiências do cotidiano em interação com a aprendizagem escolar favorecem avanços em conhecimentos matemáticos.

Em resposta aos questionamentos anteriormente efetuados, pode-se concluir que o exercício de algumas profissões favorece o desenvolvimento do raciocínio combinatório, assim como o conhecimento de outras áreas da Matemática. Entretanto, mesmo o exercício de profissões que lidam cotidianamente com a Combinatória – como cambistas do jogo do bicho – pode não ser suficiente para a resolução de algumas situações combinatórias, para as quais os conhecimentos construídos na escola podem ser mais eficientes.

Embora não se tenha conhecimento de pesquisa que faça diretamente a comparação entre desempenhos de crianças e de adultos no que se refere à resolução de problemas combinatórios, há estudos que articulam resultados de investigações com sujeitos de diferentes faixas etárias e distintos tempos de escolarização e que possibilitam se tirar conclusões semelhantes. Esses estudos serão tratados a seguir.

2.2. O passar do tempo é suficiente para se compreender situações combinatórias?

Se a Combinatória se faz presente no cotidiano das pessoas, será a vivência de situações combinatórias diárias o suficiente para garantir a compreensão desse conteúdo? A maturidade cognitiva será bastante para que jovens e adultos sejam capazes de enfrentar problemas combinatórios – principalmente os mais simples – e resolvê-los corretamente? Em suma: o passar do tempo – com as experiências vividas e o amadurecimento das estruturas cognitivas – basta para desenvolvimento do raciocínio combinatório? Segue-se a discussão de um dos estudos desenvolvidos com jovens e adultos que aponta limites ao aprendizado de Combinatória, mesmo que tenham lidado com situações combinatórias de modo frequente.

Lima (2010) investigou o conhecimento de Combinatória de 150 estudantes da Educação de Jovens e Adultos (EJA) de cinco escolas públicas. Os estudantes estavam agrupados nos cinco módulos da EJA: Módulos I (correspondente aos segundo e terceiro anos do Ensino Fundamental), II (quarto e quinto anos), III (sexto e sétimo anos), IV (oitavo e nono anos) e PROEJA (Programa Nacional de Integração da Educação Profissional com a Educação Básica), com 30 participantes de cada módulo, e exerciam distintas profissões (atividades domésticas, de produção de alimentos, de transporte, comerciais, de atendimento e serviço em alimentação, de construção civil) ou apenas estudavam. Cada participante respondeu 16 questões, sendo seis problemas multiplicativos (de naturezas distintas e não combinatórias, sendo dois de cada: *multiplicação direta*, *divisão por partição* e *divisão por*

cotas) e de Combinatória (duas questões para cada tipo de problema: *produto cartesiano direto*, *produto cartesiano inverso*, *arranjo*, *combinação* e *permutação*).

Os desempenhos dos estudantes jovens e adultos podem ser observados na Tabela 1, sendo os três primeiros tipos de problemas não combinatórios e os cinco últimos variados tipos de problemas de Combinatória.

Tabela 1: Percentual de acertos por módulo da EJA e por tipo de problema

Módulos	Tipos de problemas							
	Mult	Quot	Part	PCD	PCI	A	C	P
I	37	20	37	0	0	0	0	0
II	23	13	30	3	3	0	0	0
III	43	43	37	23	17	0	0	0
IV	43	33	30	17	7	0	0	0
PROEJA	80	80	90	20	10	13	3	7

Mult – multiplicação; Quot – quocição; Part – partição; PCD – produto cartesiano direto; PCI – produto cartesiano inverso; A – arranjo; C – combinação; P - permutação

Fonte: Lima (2010)

Observa-se que com o avanço da escolarização os desempenhos foram melhorando, mas acertos em problemas multiplicativos não combinatórios (multiplicação e divisão por *cotas* e por partição) foram maiores e muito pouco avanços foram observados em problemas combinatórios (alguns avanços em *produtos cartesianos diretos* e *produtos cartesianos inversos*, mas muito pouco avanços em *arranjos*, *combinações* e *permutações*). Evidencia-se, dessa forma que o passar do tempo e o amadurecimento das estruturas cognitivas não foi suficiente para que houvesse um satisfatório desenvolvimento do raciocínio combinatório.

No estudo também não foram observadas diferenças de desempenho em função das ocupações dos estudantes, ou seja, o exercício de nenhuma das profissões parece ter sido suficiente para que os participantes do estudo se desempenhassem bem em problemas combinatórios. Esse resultado reforça o que foi observado em estudo anterior, Schielmann (1988), de que o exercício profissional pode influenciar, mas não suficientemente, o sucesso na resolução de problemas combinatórios. O estudo também indica que o passar do tempo ou o amadurecimento de estruturas cognitivas – como o que se alcança na juventude e idade adulta – não são suficientes para provocar avanços significativos na capacidade de encontrar soluções eficientes para situações combinatórias.

2.3. A escolarização de modo geral é suficiente para desenvolver o raciocínio combinatório?

Se a maturidade cognitiva em conjunto com o contato cotidiano com situações combinatórias não basta para que se desenvolva mais plenamente o raciocínio combinatório, será a experiência com a escolarização – não necessariamente o aprendizado específico da Combinatória, mas as experiências escolares que influenciam direta ou indiretamente no desenvolvimento de formas mais elaboradas de pensamento – suficiente para que haja melhoras significativas em desempenhos dos estudantes ao longo dos anos escolares?

Borba, Pessoa, Barreto e Lima (2011) indicam resultados de estudo realizado com estudantes do ensino regular de anos iniciais do Ensino Fundamental, dos anos finais e do Ensino Médio. Na Tabela 2 pode-se observar melhoras em desempenho dos estudantes no que se refere à resolução de problemas de Combinatória. Observa-se avanços em todos os tipos de problemas de um nível de ensino para outro, ressaltando-se que nos anos iniciais na escola se trabalha explicitamente apenas com situações denominadas de *produto cartesiano* e no Ensino Médio explicitamente se trabalha com *arranjos*, *combinações* e *permutações*. Dessa forma, os avanços de desempenhos nos problemas específicos de Combinatória não parecem ser resultantes de instrução específica, mas consequência da escolarização de modo geral, associado a outras experiências – como as extraescolares.

Tabela 2: Percentual de acertos por nível de ensino e por tipo de problema

Níveis de ensino	Tipos de problemas			
	A	C	P	PC
Anos iniciais	10.5	5.2	2.5	42.3
Anos finais	32.1	11.4	20.4	68.9
Ensino Médio	43.1	12.2	38.4	81.2

A – arranjos; C – combinações; P – permutações; PC – produtos cartesianos

Fonte: Borba, Pessoa, Barreto e Lima (2011)

Esses resultados indicam que a escolarização, de modo geral, pode ter influência em modos específicos de pensar – em particular no desenvolvimento do raciocínio combinatório, mas também apontam que há algumas situações combinatórias de mais fácil compreensão, tais como as denominadas de *produto cartesiano*. Mesmo após a instrução em Análise Combinatória no Ensino Médio, observa-se que permaneceram dificuldades com alguns tipos

específicos de problemas, tais como as *combinações*, as *permutações* e os *arranjos* – nos quais mais de metade dos estudantes ainda não conseguiram resolver satisfatoriamente.

Os resultados do estudo aqui descrito parecem indicar que a escolarização contribui de modo significativo para o avanço do raciocínio combinatório, mas não é suficiente para que os diferentes tipos de problemas combinatórios sejam igualmente compreendidos. Há necessidade, portanto, de formas de ensino específicas e eficientes que possam conduzir os estudantes a compreenderem variadas situações combinatórias e a desenvolverem boas estratégias para o enfrentamento de problemas de Combinatória.

É importante ressaltar que nos estudos descritos, em particular no que concerne a adultos e a crianças em início de escolarização, observou-se que independente de aprendizado específico em Combinatória, alguns estudantes foram capazes de desenvolver procedimentos adequados para a resolução de problemas combinatórios. Muitos desses estudantes iniciavam corretamente a enumeração das possibilidades solicitadas, mas não conseguiam chegar ao número total de possibilidades envolvidas nas situações.

Diante dessa constatação de que há alguns procedimentos que iniciam corretamente a resolução de situações combinatórias, discute-se, a seguir, possibilidades de trabalho na escola que podem possibilitar avanços na compreensão da Combinatória e o sucesso na resolução de problemas nesse conteúdo. Dessa forma, conhecimentos inicialmente evidenciados podem servir de ponto de partida ao trabalho escolar com a Combinatória.

3. Possibilidades que a escola pode oferecer para o aprendizado da Combinatória

Barreto (2012) desenvolveu estudo junto a estudantes da Educação de Jovens e Adultos (EJA) com o objetivo de observar a influência de diferentes tipos de representação simbólica no desenvolvimento do raciocínio combinatório. Participaram do estudo 24 estudantes da EJA, em anos escolares correspondentes ao 4º e 5º anos do Ensino Regular, distribuídos em três grupos: G1 – foi instruído resolvendo metade dos problemas com listagens e a outra metade com árvores de possibilidades; G2 foi instruído resolvendo todos os problemas com árvores de possibilidades; e G3 foi instruído resolvendo todos os problemas por meio de listagens. Em todos os três grupos se chamava a atenção sobre as propriedades de cada tipo de situação combinatória, ressaltando-se os aspectos de escolha de elementos, de ordenação dos mesmos e a necessidade de levantar todas as possíveis combinações.

A análise dos testes realizados antes da instrução (pré-teste), indicou que a maioria das soluções apresentadas pelos estudantes não possuíam relações combinatórias. Esse resultado

indicou que os jovens e adultos não haviam desenvolvido ainda suficientemente seus raciocínios combinatórios.

Observou-se que os três grupos obtiveram avanços estatisticamente significativos, comparando-se os desempenhos antes e após a instrução e que não houve diferenças de desempenho nos testes após a instrução quando foram comparados os três grupos entre si. Acredita-se que um maior período de instrução pudesse levar os estudantes a maiores avanços ainda em seus raciocínios combinatórios e ao aumento do número de respostas corretas.

O Gráfico 1 refere-se aos resultados obtidos pelo grupo que trabalhou com listagens e com árvores de possibilidades. O gráfico indica que de uma maioria de respostas sem relação combinatória, os estudantes da EJA avançaram para respostas que indicavam relações combinatórias e, em grande parte dos problemas, os participantes de estudo apresentaram diversas das possibilidades solicitadas. Entretanto, o tempo de instrução (apenas uma aula) não foi suficiente para que os estudantes da EJA obtivessem elevado percentual de respostas corretas, ou seja, indicação do número total de possibilidades.

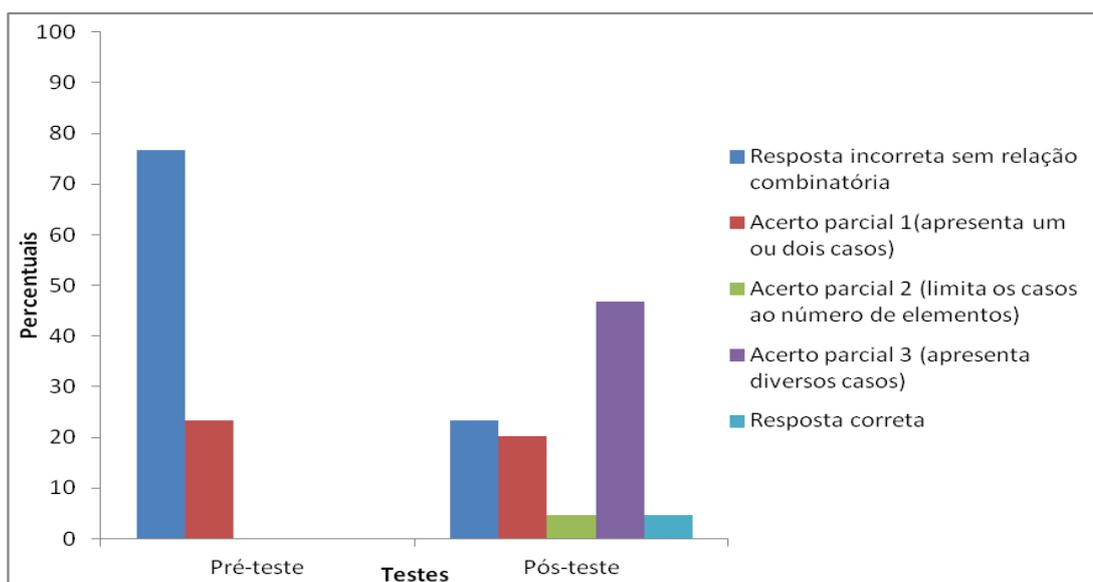


Gráfico 1. Percentuais de tipos de resposta do Grupo 1 (listagem e árvore de possibilidades) no pré-teste e no pós-teste

Fonte: Barreto (2012)

Dessa forma, o estudo do Barreto (2012) indica que estudantes em início de escolarização podem se beneficiar do ensino escolar de Combinatória, desde que esse seja

voltado para a discussão de diferentes tipos de situações combinatórias, suas propriedades específicas e modos eficientes de representá-las.

Azevedo (2013) realizou estudo com 40 crianças do 5º ano do Ensino Fundamental, divididos em quatro grupos: G1 – construiu árvores de possibilidades por intermédio de um software (*Diagramas de Árbol*); G2 – construiu árvores de possibilidades em lápis e papel; G3 – resolveu, por desenhos, problemas multiplicativos, mas não combinatórios e G4 – não passou por nenhuma instrução específica em Combinatória.

Os grupos instruídos em Combinatória (G1 e G2) avançaram de modo estatisticamente significativo, quando comparados os desempenhos antes e após a instrução, já os dois outros grupos não melhoraram seus desempenhos. O primeiro grupo obteve avanços estatisticamente superiores ao G4, mas o segundo grupo avançou em relação aos desempenhos tanto do G3 quanto do G4. Desse modo, a construção de árvores de possibilidades se mostrou uma forma eficiente de desenvolvimento de resolução de situações combinatórias.

Na Figura 1 pode-se observar a solução incompleta de um estudante do Grupo 2 antes de participar da sessão de construção de árvores de possibilidades com lápis e papel. Observa-se que o estudante se restringiu a apresentar apenas uma possibilidade, dentre três possibilidades. Ele não parece ter entendido que se solicitava a combinação de três animais dois a dois e não que se apresentasse apenas uma das combinações.

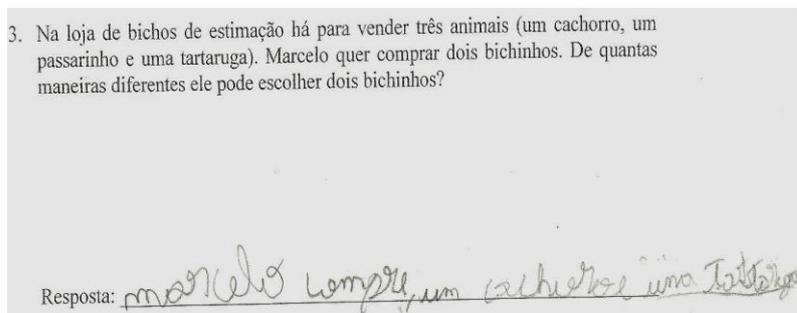


Figura 1: Resposta incompleta para um problema de *combinação* por estudante do Grupo 2 antes da construção de árvores de possibilidades com o uso do lápis e papel.

Fonte: Azevedo (2013)

Na Figura 2 pode-se observar como esse mesmo estudante, após a instrução, avançou em sua solução de problemas combinatórios e de modo sistemático – por uso de árvore de possibilidades – levantou corretamente as seis possibilidades de combinação de quatro elementos dois a dois. A criança, após a instrução, percebeu a necessidade de sistematização no levantamento das possibilidades e de esgotá-las, ou seja, de encontrar todas as possibilidades solicitadas.

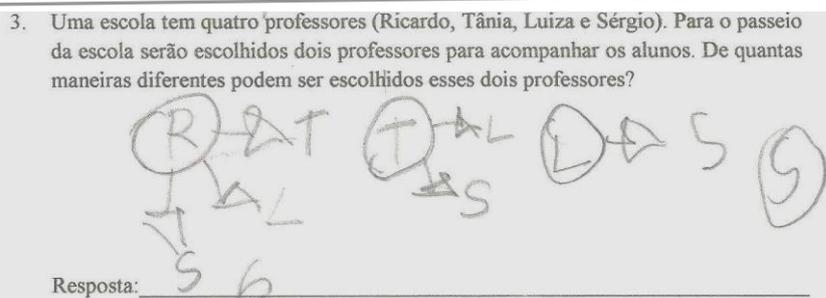


Figura 2: Resposta correta para um problema de *combinação* por estudante do Grupo 2 após a da construção de árvores de possibilidades com o uso do lápis e papel.

Fonte: Azevedo (2013)

O que se observou, tanto no estudo de Barreto (2012), quanto no de Azevedo (2013) foi que nas sessões de ensino os estudantes – jovens e adultos no primeiro estudo e crianças no segundo estudo – aprenderam a pensar nas situações combinatórias. Por meio de representações simbólicas eficientes – árvores de possibilidades e listagens – aprenderam a lidar com variados tipos de problemas de Combinatória.

4. Como aproveitar o que a vida e a escola podem oferecer para o desenvolvimento do raciocínio combinatório

As discussões aqui efetuadas apontaram que há conhecimentos de Combinatória desenvolvidas no dia-a-dia que podem ser aproveitadas como ponto de partida para o aprendizado na escola desse conteúdo, mas também foram evidenciadas limitações a esses conhecimentos. O reconhecimento de conhecimentos prévios – desenvolvidos antes do ensino formal de Combinatória na escola – e a consciência das limitações desses conhecimentos, bem como de possíveis abordagens de ensino, certamente beneficiará o aprendizado desse conteúdo, em particular por parte dos estudantes de anos iniciais de escolarização.

Estudos empíricos, tais como o desenvolvido por Schliemann (1988), mostraram que algumas profissões podem beneficiar um maior desenvolvimento do raciocínio combinatório, mas a instrução escolar se faz necessária para se ser capaz de lidar com os mais distintos tipos de problemas combinatórios. A partir do estudo de variados tipos de problemas e por uso de representações simbólicas eficientes, os estudantes podem compreender as distintas relações envolvidas nas diversas situações combinatórias.

Outros estudos, tais como Lima (2010) e Borba, Pessoa, Barreto e Lima (2011), apontaram que nem a maturidade nem a escolarização de um modo geral são suficientes para o amplo desenvolvimento do raciocínio combinatório. Instrução escolar específica, como a proposta por Barreto (2012) e Azevedo (2013) são necessárias e o uso de representações simbólicas adequadas – tais como árvores de possibilidades e listagens – podem ser recursos iniciais para o ensino de Combinatória.

Conclui-se esse texto argumentando que para o ensino e aprendizagem eficientes de Combinatória faz-se necessário que se tenha contato com distintos tipos de problemas combinatórios e que se reflita sobre modos de representar situações combinatórias e se aprenda a sistematicamente levantar possibilidades de combinar elementos de conjuntos dados.

5. Referências

AZEVEDO, Juliana. **Alunos de Anos Iniciais Construindo Árvores de Possibilidades: É melhor no papel ou no computador?** (Dissertação de Mestrado) Programa de Pós-graduação em Educação Matemática e Tecnológica da UFPE. Recife: UFPE. 2013.

BARRETO, Fernanda. **O papel das representações simbólicas no desenvolvimento do raciocínio combinatório na Educação de Jovens e Adultos.** (Dissertação de Mestrado) - Programa de Pós-graduação em Educação Matemática e Tecnológica da UFPE. Recife: UFPE. 2012.

BORBA, Rute; PESSOA, Cristiane; BARRETO, Fernanda; LIMA, Rita. Children's, young people's and adults' Combinatorial reasoning. In Ubuz, B. (Ed.). **Proceedings... 35th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education** (Vol. 2, pp. 169-176). Ankara, Turkey: PME. 2011.

GOMES, Maria José; BORBA, Rute. Profissionais fazendo matemática: avanços e limites nos cálculos com números decimais. **Zetetiké** (UNICAMP), v. 22, p. 89-122, 2014.

INHELDER, Barbel; PIAGET, Jean. **Da lógica da criança à lógica do adolescente.** São Paulo: Livraria Pioneira Editora. 1976.

LIMA, Rita. **O raciocínio combinatório de alunos da Educação de Jovens e Adultos: do início da escolarização até o ensino médio.** (Dissertação de Mestrado) Programa de Pós-graduação em Educação Matemática e Tecnológica da UFPE. Recife: UFPE. 2010.

NUNES, Terezinha, CARRAHER, David. & SCHLIEMANN, Analúcia. **Na vida dez, na escola zero.** São Paulo: Cortez, 1988.

SCHLIEMANN, Analúcia. A compreensão da análise combinatória: desenvolvimento, aprendizagem escolar e experiência diária. In: NUNES, Terezinha; CARRAHER, David & SCHLIEMANN, Analúcia. **Na vida dez, na escola zero.** São Paulo: Cortez, 1988.

SILVA, Valdenice; BORBA, Rute. Números decimais: no que os saberes de adultos diferem dos de crianças? **Anais...** 29ª Reunião Anual da ANPEd – Caxambu/Minas Gerais, 2006.

SILVA, Valdenice; BORBA, Rute; MONTEIRO, Carlos. Saberes matemáticos na ação cidadã: conhecimento de números decimais de jovens e adultos. **Unión** (San Cristobal de La Laguna), v. 41, p. 39-56, 2015.

VERGNAUD, Gérard. "Multiplicative structures". In: LESH, Richard & LANDAU, Marsha (orgs.). **Acquisition of Mathematics: concepts and processes.** Londres, Academic Press, 1983.