# DIVERSIFICAÇÃO DE RECURSOS PARA O ENSINO DE NÚMEROS NOS PRIMEIROS ANOS ESCOLARES

**Ion Moutinho**
*Universidade Federal Fluminense*
*ion.moutinho@gmail.com*

**Rosemary Barbeito Pais**
*PUC-RJ / Colégio Pedro II*
*rosebarbeito@hotmail.com*

**Resumo:**
A aprendizagem dos conhecimentos numéricos nas séries iniciais é tarefa fundamental no trabalho do professor deste segmento. Não basta, neste sentido, ensinar a contar, é preciso que as crianças consigam estabelecer relações entre os conhecimentos numéricos e os diferentes tipos de representação numérica. Este minicurso pretende trazer vivências baseadas na metodologia da resolução de problemas com materiais didáticos que, habitualmente, não são usados na escola, mas que podem ajudar os alunos a desenvolver novos recursos para pensar sobre os números e realizar cálculos, sendo fundamentado nos estudos de representações semióticas, que é um recurso essencial para a mobilização de certas funções cognitivas.
**Palavras-chave:** Matemática das Séries Iniciais, Ensino de Números Naturais; Tecnologias para o Ensino de Matemática; Representação Semiótica.

## 1. Introdução

As aulas de matemática podem ser consideradas um ambiente bastante favorável para desenvolver as capacidades de resolver problemas em nossos alunos, habilidade fundamental para interagir no meio social, mas isto não significa que o uso de problemas no ambiente escolar é uma questão resolvida e acolhida. É fato que não passamos pela escola sem resolver problemas e estes são vistos de maneira geral como um instrumento do uso da matemática. Tal afirmação, porém, não é aceitável, por que a maior parte das situações que se reconhece como problemas na escola, não o são de fato; e a resolução de problemas não está restrita ao campo da matemática, pode se constituir num valioso modelo metodológico para o ensino das mais variadas disciplinas.

Segundo Polya (1997, p. 1), um autor clássico no estudo da resolução de problemas,

> Resolver um problema é encontrar os meios desconhecidos para um fim nitidamente imaginado. Se o fim por si só não sugere de imediato os meios, se por isso temos de procurá-los refletindo conscientemente sobre como alcançar o fim, temos de resolver um problema. Resolver um problema é

> encontrar um caminho onde nenhum outro é conhecido de antemão, encontrar um caminho a partir de uma dificuldade, encontrar um caminho que contorne um obstáculo, para alcançar um fim desejado, mas não alcançável imediatamente, por meios adequados.

A partir desta afirmação, podemos questionar: *Quantos dos "problemas" com os quais nos deparamos na escola não representavam, de fato, mais que exercícios onde reproduzíamos um modo de solução para um tipo de situação para o qual já tínhamos uma hipótese testada e um caminho de resolução conhecido?*

Smole e Diniz (2001) defendem que sejam propostos problemas com estruturas diferentes e objetivos variados para que os alunos tenham contato com problemas de fato, que os surpreendam e desafiem.

Um segundo ponto de reflexão sobre a resolução de problemas dentro da escola diz respeito à necessidade de que esta precisa ser compreendida como um modelo didático nas mais diversas disciplinas, pois leva o aluno a elaborar hipóteses de soluções para as diferentes situações que se apresentam nas diversas áreas, que o auxiliam a compreender o mundo. Testar, criticar e comunicar suas hipóteses de solução favorecem o desenvolvimento de um ser humano envolvido com os problemas da sociedade e capaz de intervir no mundo mais significativamente.

> A Resolução de Problemas corresponde a um modo de organizar o ensino o qual envolve mais que aspectos puramente metodológicos, incluindo uma postura frente ao que é ensinar e, consequentemente, do que significa aprender (DINIZ ; SMOLE, 2001, P.89).

A defesa realizada aqui é a da adoção da situação problema como ponto de partida da atividade didática. No processo de ensino e aprendizagem, conceitos, ideias e métodos matemáticos podem ser abordados mediante a exploração de problemas, de situações em que os alunos precisem desenvolver algum tipo de estratégia para resolvê-las. À medida que o aluno entra em contato com essas experiências é que se aproxima sucessivamente do conceito a ser construído de forma ativa.

Este minicurso pretende apresentar novas abordagens para o conceito de números naturais, a partir de situações-problema propostas com recursos didáticos inovadores, tecnológicos ou não, e a partir do uso sistemático de diferentes sistemas de representação semiótica.


ISSN 2178-034X

## 2. Registros semióticos e processo cognitivo para a Matemática

Os objetos matemáticos são apresentados a partir de representações, pois são objetos abstratos, que vivem no mundo das ideias.

Podemos utilizar diferentes formas de representar os objetos matemáticos, mas é importante perceber que um determinado tipo de representação de um conhecimento matemático não contém todas as informações deste conhecimento. Um tipo de representação às vezes demonstra uma ideia que outro tipo de representação não é capaz de fazer. Assim, o conhecimento de vários tipos de representação de um mesmo objeto pode nos ajudar a compreender melhor um conceito matemático.

A respeito das representações dos objetos matemáticos, o pesquisador psicólogo, Raymond Duval (2003), desenvolveu uma teoria sobre os registros semióticos que trata de aspectos do funcionamento cognitivo relacionados à aquisição dos conhecimentos matemáticos.

Para Duval, a noção de *registro semiótico de um objeto matemático* pode se referir a uma das seguintes modalidades de representação: símbolos, signos, códigos, tabelas, gráficos ou desenhos. Ele adota, ainda, a noção de *sistema de representação semiótica* quando se refere a uma modalidade de registro semiótico como um conjunto de registros de representação. Por exemplo, uma figura geométrica, um enunciado na língua natural, uma fórmula algébrica, um gráfico, são representações semióticas que provêm de sistemas semióticos diferentes.

Com relação ao conhecimento matemático, consideram-se três elementos distintos: o objeto matemático, a representação mental desse objeto e a utilização de registros de representação semióticos desse objeto. As representações mentais são as imagens ou concepções que o indivíduo tem a respeito do objeto, de uma situação ou de uma problemática. A forma pela qual o sujeito pode expressar seu pensamento, com fins de comunicação, consiste na representação semiótica. Porém, a função da representação semiótica não é apenas a de comunicação dos conceitos, ultrapassa-a, por se constituir como um recurso essencial para o próprio desenvolvimento da atividade cognitiva do pensamento, que precisa dominar várias formas de representação de um mesmo objeto para conhecê-lo. Segundo Duval, o desenvolvimento das representações mentais depende de uma interiorização das representações semióticas, mas também precisa de certas funções cognitivas essenciais que podem ser preenchidas unicamente pelas representações semióticas e não pelas representações mentais.

Para que ocorra a aprendizagem é necessário que se tenha duas ou mais representações do mesmo objeto matemático, preferencialmente em sistemas semióticos diferentes. Porém, a conceituação só será atingida satisfatoriamente quando o indivíduo conseguir mobilizar e identificar as diversas representações semióticas reconhecendo-as como pertencentes a um mesmo objeto matemático.

Uma vez que o aluno realize o registro semiótico de um objeto matemático, podemos estimulá-lo a pensar em dois tipos de transformações deste registro, transformando o registro num outro equivalente, mas dentro do mesmo sistema de representação e, ainda, levando-o a utilizar um outro sistema de representação. Por exemplo, podemos transformar 1/2 em 2/4 ou em 0.5. Enquanto a primeira transformação permaneceu no sistema de representação fracionário, a segunda passou para o sistema decimal. Duval adota o termo *tratamento* para as transformações dentro de um mesmo sistema de representação e o termo *conversão* para o outro tipo de transformação. Para um primeiro contato com a teoria de Duval e algumas de suas aplicações, recomendamos a leitura de Machado (2003).

Nesta oficina adotamos um critério técnico para a noção de construção de conhecimentos. A *construção do conhecimento em Matemática* se dá a partir das três ações fundamentais, “de representar os conceitos, de tratar as representações obtidas no registro estabelecido e de converter as representações num registro para outro” (D’AMORE, 2005, p. 63).

## 3. As vivências

Estudar a notação decimal não é o mesmo que estudar os números. Além da notação decimal, encontramos outras representações para os números naturais bastante conhecidas, e até mais intuitivas, como o uso dos dedos das mãos e dos riscos numa folha. Produtos assim oferecem sistemas de representação diferentes para os números naturais. No minicurso também apresentamos um sistema de representação simbólica, não numérica, com símbolos adequados para as crianças, e sem o recurso do valor posicional, próximo ao sistema utilizado pela antiga civilização egípcia. Oportunizamos o conhecimento de diferentes sistemas de representação que podem ajudar na construção de conhecimentos sobre números, isto é, na


ISSN 2178-034X

criação de situações que estimulem a representação de informações, o tratamento das informações representadas e a conversão entre diferentes sistemas de representação. Um exemplo de recurso a ser trabalhado no minicurso é a animação virtual interativa que fornece a possibilidade de contar nos dedos números maiores do que dez e que mistura três sistemas de representação simultaneamente, encontrada em http://tube.geogebra.org/material/simple/id/1893467.

Gray e Tall (1994) consideram a operação de adição como parte do desenvolvimento de conhecimentos sobre os números naturais e propõem a seguinte categorização, descrita em Santos (2009), a partir de ilustrações referentes à soma, 3 + 4: *count-all* (conta tudo) – a criança conta três objetos 1, 2, 3, depois conta quatro objetos 1, 2, 3, 4 e depois conta todos os objetos novamente 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7; *count-both* (conta ambos) – a criança usa dois procedimentos de contagem, conta três objetos 1, 2, 3, e dá continuidade (sobrecontagem) contando os outros objetos 4, 5, 6, 7; *count-on* (sobrecontagem) – neste estágio, a criança já parte de uma quantidade, no caso os três objetos, e dá prosseguimento à contagem 4, 5, 6, 7; *count-on from larger* (sobrecontagem a partir do maior) neste procedimento, a criança realiza a contagem a partir da maior coleção, então, conta 5, 6, 7; *derived fact* (fato derivado) – a criança realiza a adição a partir de outro fator conhecido, 3 + 4 é um a menos que 8, então é 7; *known fact* (fato conhecido) – a criança realiza a operação buscando a informação memorizada, 3 + 4 = 7.

A oferta de diferentes sistemas de representação para a elaboração de atividades didáticas também pode ocorrer com o ensino das operações numéricas. No minicurso, ofereceremos recursos didáticos que permitam a vivência de diferentes sistemas de representação da operação de adição. Apresentamos atividades didáticas baseadas no seguinte sistema de representação em forma de tabela. A Figura 1 ilustra a operação de adição, 32 + 5.

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 |
| 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 | 29 | 30 |
| 31 | 32 | ~~33~~ | ~~34~~ | ~~35~~ | ~~36~~ | 37 | 38 | 39 | 40 |
| 41 | 42 | 43 | 44 | 45 | 46 | 47 | 48 | 49 | 50 |
| 51 | 52 | 53 | 54 | 55 | 56 | 57 | 58 | 59 | 60 |
| 61 | 62 | 63 | 64 | 65 | 66 | 67 | 68 | 69 | 70 |
| 71 | 72 | 73 | 74 | 75 | 76 | 77 | 78 | 79 | 80 |
| 81 | 82 | 83 | 84 | 85 | 86 | 87 | 88 | 89 | 90 |
| 91 | 92 | 93 | 94 | 95 | 96 | 97 | 98 | 99 | 100 |

Figura 1: Tabela utilizada para operações baseadas em contagens.

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 |
| 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 | 29 | 30 |
| 31 | 32 | 33 | 34 | 35 | 36 | 37 | 38 | 39 | 40 |
| 41 | 42 | 43 | 44 | 45 | 46 | 47 | 48 | 49 | 50 |
| 51 | 52 | 53 | 54 | 55 | 56 | 57 | 58 | 59 | 60 |
| 61 | 62 | 63 | 64 | 65 | 66 | 67 | 68 | 69 | 70 |
| 71 | 72 | 73 | 74 | 75 | 76 | 77 | 78 | 79 | 80 |
| 81 | 82 | 83 | 84 | 85 | 86 | 87 | 88 | 89 | 90 |
| 91 | 92 | 93 | 94 | 95 | 96 | 97 | 98 | 99 | 100 |

Com esse sistema de representação podemos esperar, por exemplo, que o aluno pratique a sobrecontagem mais naturalmente. Inclusive, com atividades adequadas, podemos esperar também que a tabela estimule o aluno a buscar o fato derivado, como na Figura 2, onde apresentamos o caminho esperado para se obter 33 + 19, em vermelho, e um atalho, em azul, que representa a estratégia de fazer o cálculo, 33 + 19 = 33 + 20 – 1, que é bem mais simples, do ponto de vista de contagem.

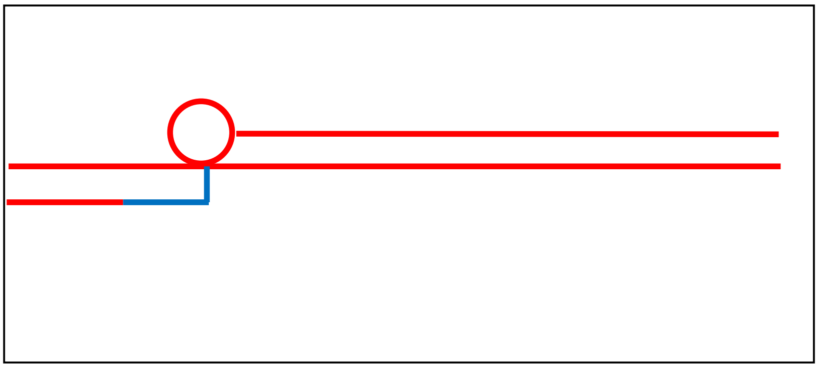

Figura 2: Visualização de que adicionar 19 a 33 é o mesmo que adicionar 20 e depois diminuir 1.

Atividades como as ilustradas nas figuras 1 e 2 são referentes ao tratamento de registros baseados na contagem. Mas, nem todos os sistemas de representação se baseiam na contagem. Isso significa que podemos efetuar operações segundo outras interpretações, ou ações.

A Figura 3 mostra como se pode obter a soma 4 + 5, deslizando uma régua sobre outra fixa. E, nesse sistema de representação, o resultado da operação aparece imediatamente, sem necessidade de qualquer contagem.

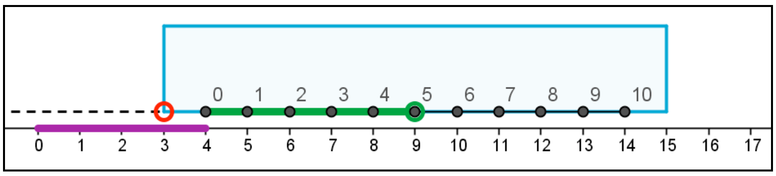


Figura 3: Representação geométrica de 4 + 5.

Uma vez criado um número significativo de sistemas de representação, ligados a diferentes modelos intuitivos, tanto para os números naturais, quanto para a operação de adição, passamos a contar com inúmeras possibilidades para promover situações-problema que possam levar o aluno a se aproximar, por exemplo, do conceito de multiplicação de números naturais.


ISSN 2178-034X

Apresentando situações-problema relacionadas com o sistema de representação simbólica, não numérico, relacionadas com distâncias e deslocamentos, representadas na reta graduada, e relacionadas com situações de contagens múltiplas, desenvolvemos no minicurso uma sequência de atividades didática para a construção de conhecimentos sobre números e adição de números bastante especial. Como ilustração da utilização de resolução de problemas como metodologia didática, terminaremos mostrando como a sequência didática pode facilitar a introdução do conceito de multiplicação. Vejamos alguns exemplos de atividade didática a ser explorada no minicurso a partir da resolução de problemas como metodologia didática.

Atividade: Considerando que os símbolos I, Λ, ▷, ✕ representam, respectivamente, as quantidades dadas por 1, 2, 3 e 4, resolva os desafios a seguir:

a) Você consegue representar qualquer das quantidades, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, com estes símbolos alternativos?
b) Marque os valores da lista que você consegue representar só com o símbolo ▷, usando-o repetidamente. 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20.
c) Marque os valores da lista que você consegue representar só com o símbolo ✕, usando-o repetidamente. 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20.

Atividade: Considere a animação sobre os pulos do canguru encontrada em http://tube.geogebra.org/material/simple/id/1426669.

a) Se o tamanho de seu pulo é de 4 metros, quantas vezes ele tem que pular para percorrer 20 metros? Depois que encontrar a resposta usando a animação, busque uma nova solução, agora usando a régua ou a tabela para resolver este problema e explique o motivo de sua escolha.
b) Um canguru que pula 3 metros pulou 7 vezes. Quanto ele percorreu? Depois que explorar a animação, use a régua ou a tabela para representar sua solução e não esqueça de explicar o que fez você usar este recurso.
c) Um canguru adulto dá pulos de 5 metros e o seu filhote dá pulos de 2 metros. Se o canguru pai pulou 6 vezes, quantas vezes o filhote precisa pular para chegar no mesmo lugar? Resolva este problema usando dois recursos diferentes, mas se usar a tabela não poderá usar a régua e vice-versa.

O repertório variado de recursos para lidar com as situações numéricas propostas neste minicurso tem por objetivo possibilitar ao aluno o reconhecimento das diversas possibilidades de caminho que seus conhecimentos oferecem para resolver uma determinada situação problema e escolher o que melhor lhe convier, colocando-o num papel ativo e reflexivo durante a utilização e construção dos seus conhecimentos matemáticos.

## 4. Considerações finais

Na era da informação ao alcance das mãos, quando os recursos tecnológicos estão cada vez mais acessíveis às nossas crianças e jovens, ensinar a pensar, ou melhor, possibilitar que haja uma flexibilidade e uma plasticidade maior em relação aos conceitos matemáticos e às capacidades de resolver problemas a partir do desenvolvimento de estruturas de pensamento mais complexas, é uma tarefa escolar que precisa ser encarada como uma tarefa nobre e desafiadora. Buscamos neste minicurso oferecer formas de realizar um trabalho diferente em sala de aula utilizando recursos didáticos diversos dos usuais, tecnológicos ou não, que levem nossos alunos a desenvolver formas de se comunicar e interagir de maneira mais significativa com a sociedade da qual fazem parte.

## 5. Referências

D'AMORE, Bruno. **Epistemologia e didática da Matemática**. Escrituras Editora e Distribuirdora de Livros Ltda., 2014.

DUVAL, Raymond. Registros de representações semióticas e funcionamento cognitivo da compreensão em matemática. **Aprendizagem em matemática: registros de representação semiótica. Campinas: Papirus**, p. 11-33, 2003.

GRAY, Eddie M.; TALL, David O. Duality, ambiguity, and flexibility: A" proceptual" view of simple arithmetic. **Journal for Research in Mathematics Education**, p. 116-140, 1994.

MACHADO, Silvia Dias Alcântara (Org.) **Aprendizagem em matemática: registros de representação semiótica**. Campinas, São Paulo: Papirus. 2003.

POLYA, George. **A arte de resolver problemas**. Rio de Janeiro: Interciência, 1997.

SANTOS, Mercedes B. Q. de C. P. dos. **Ensino da Matemática em cursos de Pedagogia: a formação do professor polivalente.** Tese de Doutorado em Educação Matemática. Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo. 2009.

SMOLE, Kátia Stocco; DINIZ, Maria Ignez. **Ler, resolver e escrever problemas: habilidades básicas para aprender matemática**. Porto Alegre: Artmed Editora, 2001.


ISSN 2178-034X