



POSSIBILIDADE PARA O ENSINO DE FRAÇÕES: RELATO DE UMA EXPERIÊNCIA COM O GEOGEBRA

Artur Rezzieri Gambera UNESP – Rio Claro rezzierigambera@gmail.com

Carla Vital UNESP – Rio Claro carlaakroma@gmail.coml

Resumo:

Este artigo tem por objetivo relatar uma proposta para o ensino de frações com o auxílio das Tecnologias Digitais. Apresentamos um plano de aula para introduzir frações por meio de um blog, criado no wordpress com applets do GeoGebra. O presente relato descreve sobre uma proposta que foi apresentada em uma disciplina do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Estadual Paulista "Júlio Mesquita Filho". Com essa atividade pretendemos contribuir para o aprendizado do ensino de frações com uso de Tecnologias Digitais e algumas reflexões acerca da temática.

Palavras-chave: Operações básicas com Frações; GeoGebra; Informática e Educação Matemática; Tecnologias Digitais.

1. Introdução

Este texto discute o ensino de frações através de uma plataforma digital e foi desenvolvido como requisito em uma disciplina no Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Estadual Paulista "Júlio Mesquita Filho", Campus Rio Claro, na qual os autores participaram. O intuito era propor uma atividade que abordasse conteúdos Matemáticos utilizando as Tecnologias Digitais.

As Tecnologias Digitais estão presente em nossas vidas de diversas maneiras e para os mais variados fins, por exemplo, smartphones e computadores. Assim, pretendemos utilizar a tecnologia também em sala de aula, pois

Tentamos ver a tecnologia como uma marca do nosso tempo, que constrói e é construída pelo ser humano. A noção de seres-humanos-com-mídias tenta enfatizar que vivemos sempre em conjunto de humanos e que somos frutos de um momento histórico, que tem as tecnologias historicamente definidas como copartícipes dessa busca pela educação. As tecnologias digitais são parte do processo de educação do ser humano, e também partes constituintes da incompletude e da superação dessa incompletude ontológica do ser humano. (BORBA; SCUCUGLIA; GADANIDIS, 2014, p.113).







Como mencionado acima, o propósito de utilizar a tecnologia é fazer com que os seres-humanos-com-mídia: coletivo composto por seres-humanos e as mídias utilizadas por eles, transformem a tecnologia que será utilizada, ao mesmo tempo em que estes também são modificados pela tecnologia. É uma complementação recíproca, para Souto e Araújo (2013).

A respeito da presença das Tecnologias Digitais no ensino, Brasil (2008), no Guia de Livros Didáticos, PNLD, sugere que dentre as diferentes competências matemáticas que os estudantes necessitam aprender, uma delas é a utilização das novas tecnologias de computação e informação. Assim, para Beatriz D'Ambrosio (1993, p. 35)

> Há uma necessidade de os novos professores compreenderem a Matemática como uma disciplina de investigação. Uma disciplina em que o avanço se dá como consequência do processo de investigação e resolução de problemas. Além disso é importante que o professor entenda que a Matemática estudada deve, de alguma forma, ser útil aos alunos, ajudando-os a compreender, explicar ou organizar a realidade.

Dessa forma, e de acordo com algumas discussões feitas durante a apresentação dessa atividade na disciplina citada, concluímos que ensinar matemática é também ensinar a investigar. Assim como em algumas pesquisas científicas, onde são aprimoradas com a evolução tecnológica, a educação pode ser beneficiada quando os recursos digitais estão inseridos.

Esse é um dos objetivos dessa atividade, fazer com que o aluno investigue os problemas e encontre uma solução a partir de suas próprias conclusões. Neste caso, o papel do professor é o de mediar e direcionar os alunos quando assim a atividade exigir.

O tema escolhido a ser trabalhado com recursos digitais foi Frações, pois observamos através de nossa atuação em salas de aula que é um assunto que muitas vezes os alunos não compreendem muito bem e costumam carregar uma aprendizagem deficiente no tema, perdurando até os anos finais de sua escolarização. Segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais,

> Os resultados de desempenho em matemática mostram um rendimento geral insatisfatório, pois os percentuais em sua maioria situam-se abaixo de 50%. Ao indicarem um rendimento melhor nas questões classificadas como de compreensão de conceitos do que nas de conhecimento de procedimentos e resolução de problemas, os dados parecem confirmar o que vem sendo amplamente debatido, ou seja, que o ensino da matemática ainda é feito sem levar em conta os aspectos que a vinculam com a prática cotidiana, tornando-a desprovida de significado para o aluno (BRASIL, 1997, pg. 24).







Para Justulin e Pirola (2008), os números fracionários estão presentes no cotidiano, mas os estudantes não gostam ou não se sentem familiarizados no trabalho com eles. Ainda afirmam que o desempenho dos alunos pode estar relacionado com "gostar" de matemática e, dessa forma, é provável que os alunos que apresentam atitudes positivas em relação à matemática consigam ter um desempenho melhor do que aqueles que apresentam aversão.

Além da dificuldade apresentada pelos alunos, a escolha do tema foi motivada também pelo fato de números fracionários se apresentarem no cotidiano de diversas maneiras: em porcentagens, em receitas, em estatísticas, em operações financeiras. Em algum momento na vida de um indivíduo o conhecimento de frações será necessário, e caso não tenha sido bem compreendido, poderá prejudicar o desenvolvimento de outros conteúdos.

Diante do exposto acima, o objetivo deste trabalho é contribuir com os meios e as formas de propiciar a aprendizagem sobre frações. Para isso, decidimos incorporar em nossa atividade a utilização do Software GeoGebra.

Destacamos que os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) propõem o uso de tecnologias informáticas para o ensino de Matemática (BRASIL, 1998). Além disso,

usar as formas geométricas para representar ou visualizar partes do mundo real é uma capacidade importante para a compreensão e construção de modelos para resolução de questões da Matemática e de outras disciplinas. Como parte integrante desse tema, o aluno poderá desenvolver habilidades de visualização, de desenho, de argumentação lógica e de aplicação na busca de soluções para problemas (BRASIL, 1998, p.123).

No tocante à Matemática, os PCN apontam ainda que "a atividade matemática escolar não é olhar para coisas prontas e definitivas, mas a construção e a apropriação de um conhecimento pelo aluno, que se servirá dele para compreender e transformar sua realidade" (BRASIL, 1997, p. 19). O mesmo documento também sugere explorar o conceito de frações através de situações onde a fração é a relação entre o número de partes tomadas e o total de partes existentes. Os PNC discutem que a construção do conceito de números racionais pressupõe uma organização de ensino que possibilite experiências com diferentes significados e representações demandando um razoável espaço de tempo. Diante disso, pensamos em criar uma atividade que atendesse a todos esses quesitos, pois prezamos pela construção do conhecimento por parte do desenvolvimento dos alunos, queremos que eles sejam investigadores.

2. Desenvolvimento





Como parte da avaliação da disciplina, foi solicitado que nós, alunos, em duplas, elaborássemos uma aula com duração de 2 horas-aula, utilizando como recurso um software matemático de nossa escolha. A escolha da temática e da plataforma digital foi livre.

Como já mencionado, o tema escolhido para a aula foi Frações devido à dificuldade observada pelos autores em suas experiências em sala de aula. Cabe dizer aqui, que em nossas experiências acostumamos a ouvir de muitos alunos que as operações com frações são muito confusas e que não fazem sentido algum. Observamos que dentre os temas estudados na matemática escolar, frações e suas operações é um dos que os alunos apresentam maior dificuldade. Geralmente esse conteúdo é trabalhado com alunos do 5º ano e, se não é bem compreendido, passa a desmotivar os alunos ao longo de sua vida escolar, no que diz respeito à aprendizagem matemática. Acreditamos, por nossa vivência em sala de aula, que algumas dificuldades dos alunos em relação ao conteúdo de frações podem surgir através de metodologias de ensino que apenas apresentam breves conceitos e regras, não sendo isso, ao nosso entendimento, suficientes para a construção do conhecimento do aluno acerca do estudado.

Durante o desenvolvimento dessa atividade nos deparamos com a necessidade de trazer o computador e a tecnologia para a sala de aula, visto que ambos estão cada vez mais presentes no cotidiano das pessoas e "No momento em que os computadores, enquanto artefato cultural e enquanto técnica, ficam cada vez mais presentes em todos os domínios da atividade humana, é fundamental que eles também estejam presentes nas atividades escolares" (BORBA; PENTEADO, 2012, p. 87).

Assim, utilizamos uma interface interativa, o GeoGebra, que nesta ocasião nos permite explorar e manejar objetos fracionários a fim de compreender os conceitos inicias de frações, buscando possibilidades para que o aluno entenda o que um número fracionário significa e como se operam números fracionários através de um tema que faça parte de seu cotidiano.

Destacamos a importância de utilizar o GeoGebra, pois é um software livre disponível para o uso em computadores pessoais, tablets, celulares, entre outras plataformas digitais. Outro aspecto interessante é a visualização que o GeoGebra proporciona, pois

A visualização envolve um esquema mental que representa a informação visual ou espacial. É um processo de formação de imagens que torna possível a entrada em cena das representações dos objetos matemáticos para que possamos pensar matematicamente. Ela oferece meios para que conexões entre representações possam acontecer. Assim, a visualização é protagonista na produção de sentidos e na aprendizagem matemática (BORBA; SUCUCUGLIA; GADANADIS, 2014, p. 53).







A escolha desse software nos levou a aprender a usá-lo, visto que tínhamos pouca experiência e habilidade com ele.

Para a realização das atividades, tivemos a ideia de criar um blog, de maneira que pudéssemos organizá-las e dispô-las na sequência que acreditamos ser a mais adequada. No blog havia uma introdução sobre as motivações que nos levaram a criá-lo. Também decidimos incluir um ícone onde o aluno poderia escolher quais atividades fazer, porém, com a recomendação de que acompanhasse a ordem proposta por nós.

Optamos por utilizar o blog e o GeoGebra como recursos tecnológicos, pois

Tentamos ver a tecnologia como uma marca do nosso tempo, que constrói e é construída pelo ser humano. A noção de seres-humanos-com-mídias tenta enfatizar que vivemos sempre em conjunto de humanos e que somos frutos de um momento histórico, que tem as tecnologias historicamente definidas como copartícipes dessa busca pela educação. As tecnologias digitais são parte do processo de educação do ser humano, e também partes constituintes da incompletude e da superação dessa incompletude ontológica do ser humano (BORBA; SCUCUGLIA; GADANIDIS, 2014, p.133).

Para a elaboração das atividades, pensamos em construir uma situação envolvendo frações, que pudesse ser representada no software GeoGebra e que fosse do cotidiano dos alunos. Desta maneira criamos a seguinte problemática: em uma festa, havia alguns bolos que seriam servidos aos presentes e, diante da necessidade de dividir o bolo em fatias, pensamos em propor algumas questões de modo que o conceito de frações pudesse emergir das respostas dos alunos. Através do Geogebra, o aluno poderia manipular dois controles deslizantes que aumentariam ou diminuiriam o número de fatias do bolo. As primeiras perguntas sugeriam que o aluno inventasse uma forma de expressar uma quantidade não inteira do bolo, fazendo-o refletir sobre a relação entre os pedaços de bolo que ele possuía e o total de pedaços em que o bolo havia sido cortado.





C Ponto \bigcirc A = (0, 0) A₁ indefinido A₂ indefinido \bigcirc A₃ = (0, 0.67) O B = (0, 1) B₁ indefinido B₂ indefinido () B₃ = (1, 0.67) O = (1, 0) C₁ indefinido C₂ indefinido \bigcirc C₃ = (0, 0.5) O D = (1, 1) O D₁ indefinido O D₂ indefinido

Figura 1 - Atividade em que o aluno poderia "fatiar" o bolo através do GeoGebra

Fonte: Imagem fornecida pelos autores.

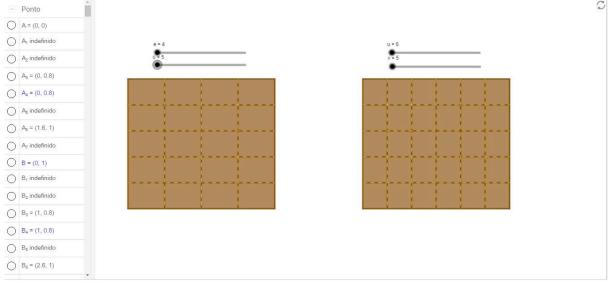
A segunda atividade propunha uma situação em que surgia na festa dois bolos quadrados muito parecidos, pois foram feitos com a mesma receita e mesma forma. Porém os bolos foram cortados de maneiras diferentes onde o primeiro possuía 20 pedaços e o segundo 30. Cada criança presente na festa poderia pegar pedaços de ambos os bolos, e as perguntas associadas a essa atividade sugeriam que o aluno explorasse uma maneira de expressar a quantidade de bolo que havia pegado. Para isso os bolos no GeoGebra possuíam marcas indicando os cortes originais e o aluno poderia "fatiar" o bolo em mais pedaços, desde que obedecendo os cortes originais (visto que na realidade um bolo não poderia ser "desfatiado").

Nessa atividade, que pretendíamos introduzir o conceito de soma de frações, inclusive com numeradores diferentes, o objetivo era permitir ao aluno entender porque é impossível somar frações com denominadores diferentes, e porque é necessário igualá-los. Ao manejar o GeoGebra, o aluno poderia fatiar os bolos até que tivessem o mesmo número de pedaços e, assim, contar quantos pedaços ele tinha agora com a nova divisão.

Observe que na Figura 3 o bolo da esquerda respeitou as fatias originais enquanto o bolo da direita não. A linha branca tracejada no bolo da direita representa as fatias que já haviam sido cortadas antes.



Figura 2 - Imagem dos bolos com a divisão original.



Fonte: Imagem fornecida pelos autores.

- Ponto A = (0, 0) A₁ = (0.92, 1) A₂ indefinido \bigcirc A₃ = (0, 0.4) A₄ = (0, 0.8) O A₅ indefinido \triangle A₆ = (1.6, 0.71) A₇ indefinido O B = (0, 1) B₁ = (0.92, 0) B₂ indefinido B₃ = (1, 0.4) B₄ = (1, 0.8) O B₅ indefinido B₆ = (2.6, 0.71)

Figura 3 – Imagem dos bolos depois de fatiados em mais fatias

Fonte: Imagem fornecida pelos autores.

A terceira atividade tinha como propósito criar situações em que surgissem a necessidade de multiplicar frações. A princípio usamos a ideia de somar pedaços de bolo para introduzir ao conceito de multiplicação de número natural por fração. Assim, por exemplo, se 4 amigos recebessem 3/20 de bolo cada um, quantos pedaços eles possuiriam se somados? Era esperado que os alunos resolvessem essa soma, mas a associassem também com a





multiplicação de 3/20 por 4. Assim definimos a multiplicação de número natural por fração como o mesmo resultado da soma feita, ou seja:

$$4 \times \frac{3}{20} = \frac{3}{20} + \frac{3}{20} + \frac{3}{20} + \frac{3}{20} = \frac{4 \times 3}{20}$$

Para a multiplicação entre frações, pensamos na situação em que se repartia o que já foi repartido, por exemplo, um bolo cortado em 20 pedaços e precisávamos dividi-lo para mais 10 pessoas. Em nossa atividade era necessário distribuir uma quantidade de bolo em um número de caixas. Para visualizar essa situação, disponibilizamos um vídeo em que a multiplicação era feita de forma parecida, mas sem a situação dos bolos.

A última atividade foi a de divisão de frações, e foi a que tivemos maior dificuldade na elaboração de uma situação em que aparecesse essa operação de forma natural. Uma proposta era que, ao final da festa, teríamos que guardar o que sobrou do bolo num pote, mas apenas numa parte dele, pois era necessário sobrar espaço para guardar outras coisas. Assim, por exemplo, se sobrou 9/20 de bolo e precisamos guardá-lo usando apenas 3/4, temos uma situação em que é necessário realizar a operação 9/20 ÷ 3/4.

Uma alternativa que encontramos para realizar essa divisão foi igualar os denominadores, e dessa forma teríamos 9 pedaços de bolo para distribuir em 15 espaços de mesmo tamanho, ou seja, 9/15=3/5, que é o resultado dessa divisão. Pela dificuldade dessa atividade, propusemos como um desafio em que os alunos (de mestrado e doutorado) propusessem uma possível solução para essa atividade.

Esse trabalho foi apresentado para alunos da disciplina, como anteriormente combinado com o professor responsável, com o intuito de que eles gerassem críticas construtivas para melhorias das questões presentes na atividade. Dentre as considerações feitas pelos alunos, tivemos as seguintes: algumas questões poderiam ser respondidas apenas com sim ou não, dando margem para que a reflexão sobre as questões fosse superficial demais e esse não era nosso intuito; a atividade seria melhor desenvolvida em uma sala de aula se houvesse a mediação do professor, pois os alunos sozinhos poderiam ficar confusos, logo, a presença de um professor de forma que este intervenha e estimule a reflexão, quando assim a questão exigir, pode favorecer o aprendizado por parte dos alunos; a parte teórica que desenvolvemos na atividade sobre multiplicação de frações não ficou muito clara, e assim, pode ser que gere confusão para as crianças, quando de sua aplicação; num dos applets do







GeoGebra a figura que utilizamos para representar o bolo poderia ser distorcida, logo, poderia também causar confusão nos alunos; outro quesito que achávamos que não iriamos ter problema foi em relação as cores do blog no Wordpress, utilizamos a cor de plano de fundo preto e das letras branco, a sugestão foi para invertermos as cores. Entretanto, a atividade de soma de frações foi bem recebida, pois apresentava uma aplicação do Mínimo Múltiplo Comum numa situação concreta e isso, foi visto com bons olhos por parte de nossos colegas de sala.

3. Considerações Finais

Diante da exposição do trabalho para professores de matemática já formados e que já contam com uma certa vivência escolar, concluímos que a ideia da aula sobre frações pode ser interessante, porém, como constatado por nós através dos apontamentos de nossos colegas de classe, chegamos à conclusão de que para uma aplicação da atividade em aulas, será necessário ainda ajustes no blog criado, melhorar a elaboração das perguntas propostas e, o que nos despertou maior atenção, foi da necessidade de que o professor acompanhe o desenvolvimento da atividade de forma atenta, estimulando a reflexão das respostas dos alunos e intervindo na atividade quando achar conveniente.

Pudemos constatar que a aplicação dessa atividade mediada por recursos informáticos trouxe um aprendizado investigativo diante da possibilidade de aumentar e diminuir o número de cortes nos bolos, com a utilização dos controles deslizantes presentes nos applets do GeoGebra, diferente da sala de aula convencional, onde as figuras geralmente são apresentadas de forma estática, o que para Gravina (1996) é uma dificuldade na formação de conceitos.

Acreditamos que se essa aula fosse ministrada para crianças e mediada por um professor que atuasse conforme mencionado acima, a atividade poderia trazer bons frutos para a aprendizagem dos alunos. Com essa atividade pudemos ver que o estudo de frações não é algo simples, mesmo para nós que já passamos pelo ensino superior em matemática, pois pedimos para os mestrandos e doutorandos que considerassem as condições do público ao qual esse trabalho é destinado, e muitos tiveram um pouco de dificuldade para construir os conceitos iniciais de fração.

Chamamos a atenção para o fato desse assunto ser pouco explorado de maneira concreta, ou visual, da maneira como tentamos trazer nessa atividade. Cremos que o desenvolvimento de atividades como esta podem potencializar o estudo de frações, pois "o





enfoque experimental explora ao máximo as possibilidades de rápido feedback das mídias informáticas" (BORBA; PENTEADO, 2014, p. 45). Dessa maneira pretendemos melhorá-la para aplicar futuramente com crianças que ainda não aprenderam esse assunto e, assim, fazer uma reflexão sobre seus impactos no processo de ensino-aprendizagem.

4. Referências

BORBA, M. C.; PENTEADO, M. G. **Informática e Educação Matemática**. 5. ed. - Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2012. 104p.

BORBA, M. C.; SCUCUGLIA, R. R. S.; GADANIDIS G. Fases das tecnologias digitais em **Educação Matemática**: sala de aula e internet em movimento. - 1. ed. - Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2014.

BRASIL. Ministério da Educação. **Guia de livros didáticos** PNLD 2008: Matemática / Ministério da Educação. — Brasília: MEC, 2007. 148 p. — (Anos Finais do Ensino Fundamental).

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais:** introdução aos parâmetros curriculares nacionais / Secretaria de Educação Fundamental. – Brasília: MEC/SEF, 1997.

D'AMBROSIO, B. S. **Formação de Professores de Matemática para o Século XXI**: o Grande Desafio. Pro-Posições, Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de Educação - Campinas, SP. v.24, n.1 (70), mar. 1993. Disponível em: http://www.proposicoes.fe.unicamp.br/~proposicoes/textos/10-artigos-d%5C'ambrosiobs.pdf Acesso em 9 dez. 2015.

GRAVINA, M. A. **Geometria dinâmica uma nova abordagem para o aprendizado da geometria.** VII Simpósio Brasileiro de Informática na Educação, p.1 - 13, Belo Horizonte, Brasil, nov 1996. Disponível em: http://www.ufrgs.br/espmat/disciplinas/geotri/pdf/maria-alice geometria-dinamica1996-vii sbie.pdf. Acesso em 19 mai. 2016.

JUSTULIN, A. M.; PIROLA, N. A. Um estudo sobre as relações entre as atitudes em relação à Matemática e a resolução de problemas envolvendo frações. In: EBRAPEM - Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-Graduação, XII. 2008. Rio Claro-SP. Disponível em: http://www2.rc.unesp.br/eventos/matematica/ebrapem2008/upload/304-1-A-gt3_Justulin_ta.pdf>. Acesso em 23 de nov. 2015.

SOUTO, D. L. P.; ARAÚJO, J. L. Possibilidades expansivas do sistema Seres-humanos-commídias: em encontro com a Teoria da Atividade. In: BORBA, M. C.; CHIARI, A. (Orgs.). **Tecnologias Digitais e Educação Matemática**. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2013. p. 71-90.