

O ENSINO DE ÁREA E PERÍMETRO DE ALGUMAS FIGURAS POR MEIO DO GEOGEBRA

Jeferson Ramos dos Santos
Unespar - Campus de Campo Mourão
jeferson_mat2012@hotmail.com

Rosefran Adriano Gonçalves Cibotto¹
Unespar - Campus de Campo Mourão
rosefran@gmail.com

Resumo:

O objetivo deste trabalho foi identificar contribuições para o ensino e aprendizagem de área e perímetro de figuras triangulares em relação a figuras retangulares com o uso do GeoGebra. Ao invés de lápis e papel para ilustrar figuras ou gráficos, substituímos esses recursos pelo computador. Isso permitiu aos alunos uma melhor possibilidade de observação, interação e investigação. Utilizamos como suporte teórico o Conhecimento Tecnológico e Pedagógico do Conteúdo (TPACK). Os sujeitos foram alunos de sexto ano de uma escola pública paranaense. Para implementação e coleta de dados foram trabalhadas atividades no GeoGebra, que propiciaram aos estudantes a percepção e reflexão sobre o que estava acontecendo com a área e perímetro ao movimentar figuras alterando seu posicionamento e tamanho, construindo suas próprias concepções sobre área e perímetro. Como resultado, percebemos que a maioria dos alunos compreenderam os conceitos, sem usar as formulas tradicionais de cálculo de área de triângulos.

Palavras-chave: GeoGebra; Área e perímetro de figuras triangulares e retangulares; TPACK.

1. Introdução

Atualmente a tecnologia digital está presente em nosso meio, seja nas indústrias, nas lojas, nas ruas, enfim em diversos lugares, inclusive nas escolas. Na comunidade escolar ela pode propiciar um ambiente de aprendizado diferenciado do que tínhamos anteriormente. É nesse contexto que vem surgindo gerações de indivíduos adaptados a essas novas tecnologias.

Buscamos neste trabalho, mostrar que, o uso das Tecnologias da Informação e Comunicação (TIC) em sala de aula podem contribuir para o aprendizado dos alunos, pois, quando o professor vai além da aula tradicional, na qual ele utiliza apenas o livro didático e passa exercícios para em seguida os corrigir, e leva para seus alunos métodos de ensino que utilizem pedagogicamente as TIC, o aluno terá maior possibilidade de interagir nas atividades.

¹ Doutor em Educação pela Universidade Federal de São Carlos. Coordenador e docente do Colegiado de Matemática da Universidade Estadual do Paraná *campus* de Campo Mourão. *E-mail:* rosefran@gmail.com. Campo Mourão, Paraná.

Consideramos que o uso pedagógico das TIC vai além da utilização de *Datashow*, apenas para expor o conteúdo, em que o professor o utiliza com metodologia expositiva, com o objetivo de ganhar tempo em sala de aula.

Tomando como base contextual a utilização das TIC, existe um conjunto de conhecimentos do professor, denominado Conhecimento Tecnológico e Pedagógico do Conteúdo, conhecido na literatura internacional como TPACK (*Technological Pedagogical Content Knowledge*) (KOEHLER; MISHRA, 2005; MISHRA; KOEHLER, 2006). Apresentaremos mais detalhes do TPACK em nossa fundamentação teórica.

Diante disso, ao escolher esse conteúdo de área e perímetro de figuras triangulares e retangulares para trabalhar com alunos do Ensino Fundamental, propusemos trabalhar com o *software* GeoGebra. Ele fornece várias ferramentas de Geometria e propicia a ilustração por meio de figuras geométricas para melhor visualização. Desse modo, cabe ao professor passar os conceitos relacionados ao conteúdo. Com isso, o *framework*² TPACK nos influenciou de modo a levar para a sala de aula atividades com intuito de propiciar a construção do conhecimento em nossos alunos, a respeito do assunto estudado. Apresentamos a seguir a questão de pesquisa que nos norteou durante a elaboração das atividades. *De que maneira o software GeoGebra pode contribuir, na perspectiva apresentada pelo framework TPACK, para propiciar a visualização, a representação e o cálculo de áreas e perímetros de formas triangulares de modo a permitir a construção de conhecimentos pelos estudantes de uma turma de sexto ano do Ensino Fundamental?*

Para isso, é propício que os alunos possam reconhecer, calcular áreas e perímetros de figuras triangulares e retangulares em situações cotidianas. No entanto, para facilitar a manipulação das figuras, eles utilizaram o *software* GeoGebra. O objetivo é que ao se depararem com alguma situação em seu dia a dia, possam lembrar de como ficaria a construção de tal figura, podendo, desse modo, usar seus raciocínios no papel, tendo uma melhor visualização, podendo assim calcular sua área e perímetro.

2. Fundamentação teórica

² Assim como Cibotto (2015), compreendemos por *framework* um conjunto de conceitos relacionados, que explicam um determinado fenômeno. Neste caso a intersecção entre os conhecimentos de tecnologia, de pedagogia e de conteúdo e as relações transacionais entre esses artefatos. Uma possível tradução para a expressão seria “quadro teórico”, no entanto manteremos o termo em inglês por ajuizar que sua tradução não possui um sentido mais amplo que o original.

O conteúdo matemático abordado neste trabalho está contemplado nas DCE (Diretrizes Curriculares da Educação Básica do Paraná), tendo em vista como conteúdo estruturante a Geometria, a Geometria Plana como conteúdos básicos e, a área e perímetro como conteúdo específico (PARANÁ, 2008). Segundo as DCE, o uso de lápis e papel ou mesmo de quadro e giz para ilustrar um gráfico, por exemplo, podem ser substituídos pelo uso do computador, pois ele permite que os alunos ampliem suas possibilidades de observação e investigação (PARANÁ, 2008).

É importante ressaltar que, ao investigarmos por meio de conversas informais com professores das séries iniciais da escola onde o trabalho foi realizado, percebemos que a Geometria é um assunto pouco abordado nos primeiros anos daquela escola. Com isso, os alunos chegam ao sexto ano do Ensino Fundamental com muita dificuldade em saber calcular área e perímetros de figuras triangulares e retangulares.

Justificamos o uso das TIC de modo a trazer motivação aos alunos enquanto concomitantemente buscamos sanar as dificuldades supramencionadas. Antes de elaborarmos as atividades, buscamos verificar na literatura o que pode contribuir para o professor trabalhar pedagogicamente com as TIC. Diante disso recorremos ao TPACK. Mishra e Koehler (2006) definem o TPACK como sendo o conhecimento necessário ao professor de como utilizar a tecnologia para o ensino de determinado conteúdo, usando suas bases de maneira integrada e observando suas complexas relações. Segundo os autores, o Conhecimento Tecnológico e Pedagógico do Conteúdo não é igual ao conhecimento dos conceitos de seus três componentes individuais (conteúdo, pedagogia e tecnologia) e suas interseções. O TPACK conglomera o ensino de conteúdos curriculares utilizando práticas pedagógicas, estratégias ou metodologias de ensino que usam adequadamente as tecnologias para ensinar o conteúdo de maneira diferenciada, de acordo com as necessidades de aprendizagem dos alunos (CIBOTTO, 2015).

3. Procedimentos metodológicos

As atividades relacionadas a esse trabalho foram aplicadas em cinco horas/aula durante três dias no final do ano de 2015 em uma turma de 6º ano. Utilizamos para isso, o laboratório de informática daquele estabelecimento. Durante esse período contamos com a presença da professora regente da turma apenas em alguns momentos.

Nosso objetivo foi que os alunos aprendessem como calcular área e perímetro de figuras triangulares e retangulares, e perceber a relação da área entre essas figuras por meio do desenvolvimento das atividades por nós propostas. Para isso eles utilizaram o GeoGebra e movimentaram algumas figuras alterando seu posicionamento e tamanho, construindo sua própria concepção sobre área e perímetro.

De início, apresentamos aos alunos algumas ferramentas do *software* GeoGebra, bem como as funções básicas a serem utilizadas para alcançar nossos objetivos. Aplicamos a seguir quatro atividades de caráter exploratório. Cada atividade constituía de um arquivo com imagens construídas pelo professor no GeoGebra e possuía algumas questões, para que em conjunto com a exploração, o aluno pudesse perceber e refletir sobre o que estava acontecendo com a área e o perímetro ao movimentar pontos das figuras. Como não havia computadores suficientes para todos os alunos, alguns fizeram em grupos. Ao todo, havia 22 estudantes na sala para 14 computadores. Nossa coleta de dados foi por meio de textos elaborados pelos alunos sobre cada atividade, com suas conclusões e sistematizações.

A seguir, apresentaremos três das quatro atividades que foram desenvolvidas pelos alunos. Para cada atividade, apresentamos também as questões referentes a elas.

Atividade 1, representada pela Figura 1 continha as questões: a) *Qual é a área e o perímetro do retângulo EFGJ?* b) *Por que deu esse valor?* c) *Selecione um dos triângulos na janela de álgebra e observe sua área e perímetro. O que é possível concluir com relação a sua área e perímetro em relação ao do retângulo?* O objetivo desta atividade foi propiciar ao aluno calcular a área e o perímetro do retângulo EFGJ, em seguida observar a área e o perímetro dos triângulos retângulos que poderão ser construídos dentro do retângulo, sendo eles: EFG, EGJ, EFJ e FGJ.

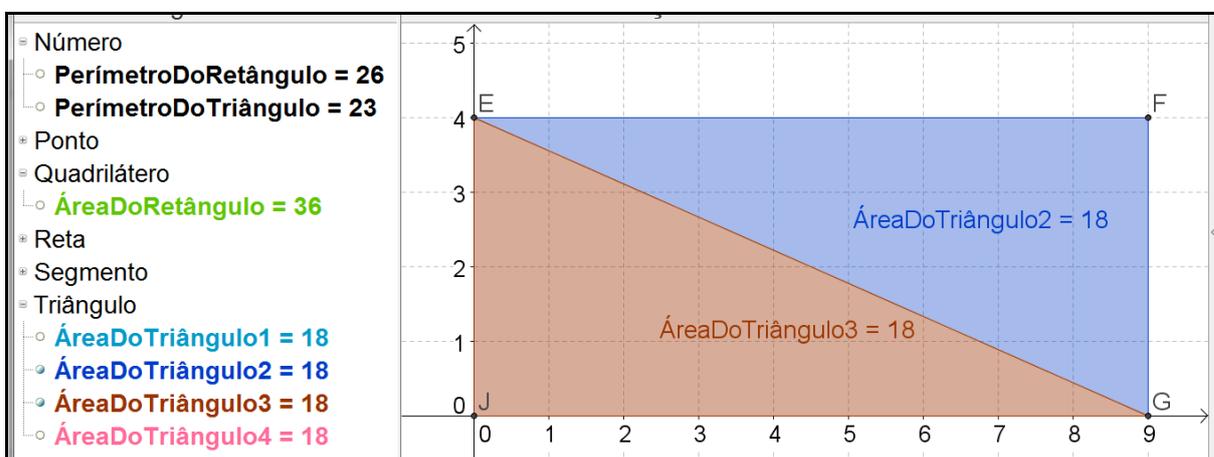


Figura 1: Atividade 1, Fonte: o autor

Atividade 2, apresentada na Figura 2: a) Qual a área e o perímetro do retângulo BGFH? b) Vá até a janela de álgebra e selecione o triângulo. Agora movimente o ponto E sobre o segmento de reta HF. O que acontece com a área do triângulo? c) O que acontece com o perímetro do triângulo?

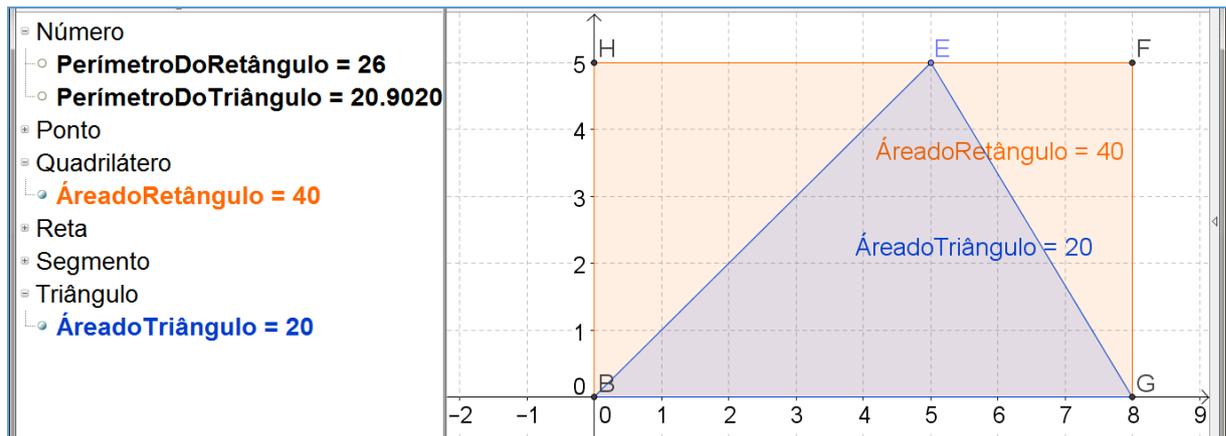


Figura 2: Atividade 2, Fonte: o autor

Atividade 3, representada pela Figura 3: a) Qual a área e o perímetro do triângulo ABC? b) Selecione o retângulo Roxo e anote sua área, em seguida faça o mesmo para os retângulos Marrom e Azul. O que eles têm em comum? c) A que conclusões podem ser observadas a respeito das áreas dos retângulos em relação a área do triângulo? d) Movimente qualquer um dos pontos A, B ou C, e descreva o que acontece com a área dos retângulos em relação ao do triângulo? e) Pode acontecer de alguns dos retângulos terem o perímetro igual? Se sim, o que é necessário para isso acontecer? Se não, escreva o motivo pelo qual não é possível. f) O perímetro de cada retângulo, de alguma forma pode ser menor que o perímetro do triângulo? Explique o porquê. g) Descreva o que você pode concluir dessas atividades sobre área e perímetro de figuras triangulares e retangulares. Para essa atividade, dado um triângulo ABC qualquer, três retângulos foram construídos usando como base os lados do triângulo e passando por suas alturas.

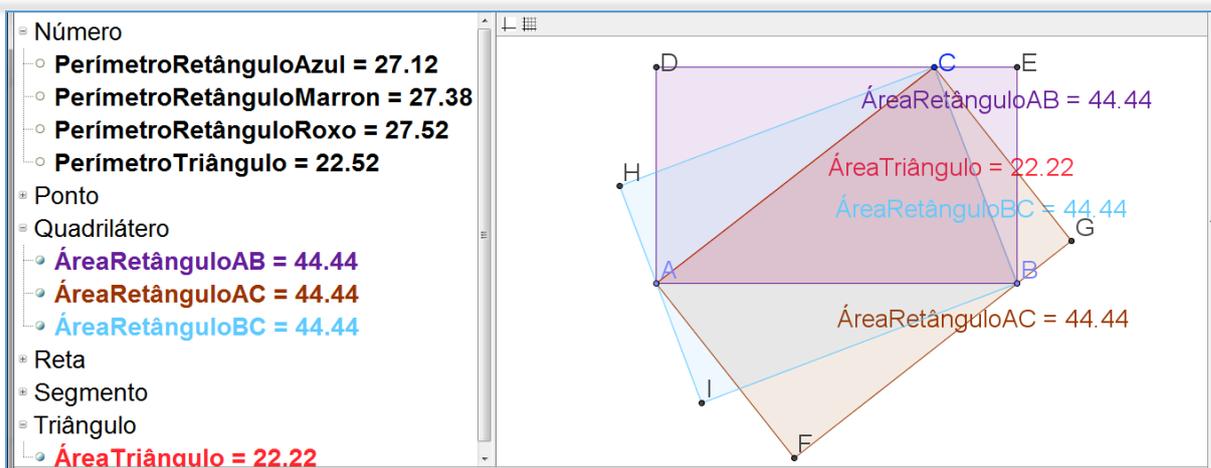


Figura 3: Atividade 3, Fonte: o autor

Para a análise dos dados, selecionamos quatro alunos. São os únicos que compareceram em todas as aulas e responderam a todas as questões por nós propostas. Como estava no término do ano letivo a maioria dos alunos faltavam nas aulas ou chegavam atrasados, com isso, não participavam integralmente das atividades. Ao referirmos a eles nesse texto, os denominaremos de A1, A2, A3 e A4.

4. Análise dos dados

Apresentamos a seguir a análise dos dados referentes aos quatro alunos selecionados e às três questões apresentadas.

Na questão a) da *Atividade 1* que se refere a área e perímetro do retângulo, os alunos responderam corretamente, pois foi solicitado que olhassem na janela de álgebra onde estava explícito o valor da área e perímetro das figuras, conforme pode ser observado no lado esquerdo da Figura 1.

Na questão b) da mesma atividade, referente aos valores obtidos, os alunos A1 e A3 tiveram o mesmo raciocínio para obter a área, diferente dos alunos A2 e A4.

(A1, A3) Porque 4 vezes 9 é 36, por isso deu esse valor³.

(A2) Porque eu contei 36 quadrados.

(A4) Deu esse valor porque eu somei os lados e deu o perímetro, e para a área eu multipliquei a largura e o comprimento.

³ No caso de respostas apresentadas por mais de um aluno, elas realmente foram idênticas ou fizemos pequenas adaptações sem, no entanto, alterar o raciocínio.

Nota-se que o A1, A2 e A3 só responderam como fizeram o cálculo da área, e não disseram nada a respeito do perímetro, porém, A1 e A3 multiplicaram seus lados para obter a área e A2 contou os quadrados do retângulo, pois deixamos as malhas nessa atividade facilitando a visualização, pelo aluno, dos quadrados que preenchem o retângulo. Já A4 multiplicou seus lados para ter a área e somou os lados para obter o perímetro.

Na questão c) da mesma atividade, relacionada a área e perímetro das figuras, obtivemos as seguintes respostas:

(A1) Podemos concluir que os triângulos têm o mesmo valor de área, porque 36 dividido por 2 dá 18.

(A2) Sim, porque somando 18 mais 18 dá 36 que é a área. E não tem relação.

(A3) Podemos concluir que o perímetro do retângulo é 36 e do triângulo 23, que na área 23 dividido por 2 dá 18.

(A4) Podemos concluir que o retângulo dividido ao meio fica dois triângulos, e a área do triângulo é 18 cada um.

Na resposta dos alunos A1, A2 e A4, eles concluem que a área do triângulo é a metade da área do retângulo, esperávamos esta resposta. Nota-se que na resposta do A2 faltou uma palavra que estava querendo dizer, ele possivelmente iria dizer que o perímetro do triângulo não tinha relação com o do retângulo, sendo o único a fazer essa comparação. Já o A3 confundiu os valores em sua resposta, pois é a área do retângulo que é 36 e não o perímetro e uma resposta completamente errada, possivelmente não deve ter entendido a pergunta ou tentou olhar de um colega.

Na questão a) da *Atividade 2* apresentada na Figura 2, similar ao caso da atividade anterior, eles observaram os valores na janela de álgebra e anotaram corretamente.

Na questão seguinte, era para movimentarem o triângulo inscrito no retângulo. Todas as repostas foram parecidas com a destacada abaixo.

(A1, A2, A3, A4) Não acontece nada, a área continua a mesma.

Todos os alunos responderam corretamente, pois notaram que mesmo alterando o posicionamento do triângulo sua área não muda.

Também tivemos as respostas parecidas na questão c) desta mesma atividade.

(A1, A2, A3, A4) O perímetro muda cada vez que mexemos no triângulo.

Aqui, os alunos também conseguiram observar, corretamente, o que acontece com o perímetro, ou seja, entenderam que, com o perímetro não ocorre o mesmo que acontece com a área. Como o GeoGebra permite movimentar pontos, os alunos puderam alterar a figura e, posteriormente, alterá-la novamente de modo a voltar como estava originalmente. Então, ao movimentar o ponto E sobre o segmento de reta HF os alunos puderam perceber o que acontecia com a área e o perímetro do triângulo, construindo conhecimento a respeito.

Na questão a) da *Atividade 3*, apresentada na Figura 3, todos anotaram os valores de área e perímetro corretamente, pois necessitavam apenas observar a janela de álgebra.

As respostas da questão b), que era para os alunos selecionarem os retângulos e em seguida anotar suas áreas, foram todas parecidas. Conforme apresentados abaixo.

(A1, A2, A3, A4) Eles têm a mesma área, só muda de posições.

Os alunos responderam corretamente, conforme o que foi pedido, pois o *software* proporciona uma boa visualização das figuras que estão construídas, facilitando suas interpretações. Eles tiveram a possibilidade de movimentar as figuras de maneira a aumentar e diminuir seus tamanhos, com isso observar o que aconteceu com a área e o perímetro de cada retângulo em relação ao triângulo. Puderam perceber que mesmo ao movimentar as figuras, as áreas dos retângulos continuam sendo iguais, porém seus perímetros diferentes.

Na questão c), os alunos deveriam escrever suas conclusões a respeito da área dos retângulos em relação ao triângulo. Tivemos respostas parecidas.

(A1, A3, A4) Concluí que a área do retângulo é o dobro da área do triângulo.

(A2) Somando a área do triângulo com ela mesma dá a área do retângulo.

Todos acertaram em suas conclusões, entretanto a resposta do A2 ficou diferente em relação as dos outros, porém tem o mesmo significado. Desse modo, todos compreenderam a relação da área entre as duas figuras.

Veremos agora as respostas da questão d), onde foi pedido aos alunos que selecionassem e movimentassem um dos pontos A, B ou C descrevendo o que acontecia com a área dos retângulos em relação à do triângulo.

(A1) Cada vez que mexemos, os valores das áreas ficam maiores ou menores. A área do retângulo é o dobro da área do triângulo, ou seja, o

valor que dá na área do triângulo aumenta, mas sempre será a metade da área do retângulo.

(A2, A4) Se você mudar ele de posição, muda o resultado, mas mesmo assim a área do retângulo continua sendo o dobro da área do triângulo.

(A3) Cada vez que movimentamos, a área do retângulo aumenta e abaixa, e a do triângulo também.

O A1 além de fazer a comparação da área do retângulo com a do triângulo, como o A2 e A4 fizeram, também notou que a área do triângulo é a metade da do retângulo conseguindo distinguir as duas comparações. Já o A3 respondeu a pergunta, mas não como esperávamos. Nossa expectativa era que falassem da relação entre as áreas, talvez o aluno não tenha compreendido a questão. Poderíamos, no entanto, ter reformulado a questão de maneira a propiciar uma melhor compreensão dos alunos. Contudo, percebemos essa situação apenas no momento em que corrigimos as atividades.

Veremos a seguir as respostas da questão e), em que perguntamos se era possível que os perímetros de alguns retângulos fossem iguais, e se sim o que era necessário fazer.

(A1, A2, A4) Sim. Apenas ao movimentarmos e encaixarmos de uma maneira em que eles fiquem iguais.

(A3) Sim. É só mexer a figura.

Como o GeoGebra permite movimentar as figuras mudando seus tamanhos e formatos, os alunos A1, A2 e A4 descreveram como fizeram para que os perímetros de alguns retângulos ficassem iguais. Os estudantes movimentaram alguns retângulos de modo a ficarem da mesma forma, como se tivesse “encaixado um no outro”. Já com o A3, repetiu-se o que aconteceu com sua resposta na atividade anterior. Entretanto, poderíamos ter perguntado para esse aluno até que ponto as mexer, ou como as figuras devem permanecer para que seus perímetros fossem iguais.

Com relação à questão f), fizemos a seguinte pergunta: O perímetro de cada retângulo, de alguma forma pode ser menor que o perímetro do triângulo? Explique o porquê.

(A1, A3) Sim. Porque sempre o retângulo vai ser maior que o triângulo.

(A2) Sim. Se o triângulo ficar somente com uma parte dentro do retângulo.

(A4) Sim. Quando o triângulo está dentro do retângulo, a área e o perímetro do retângulo é maior, mas quando o triângulo sai do retângulo o perímetro do retângulo fica menor.

Os alunos A1 e A3 responderam que sim, mas, argumentaram de forma errônea, pois estávamos nos referindo ao perímetro, e provavelmente os alunos confundiram com a área.

Como não íamos a todo o momento de carteira em carteira, poderíamos ter acompanhado todas as atividades com um *Datashow*, pois assim conduziríamos os passos de cada atividade, de tal modo a evitar alguns desentendimentos. Entretanto, optamos por trabalhar, não como uma “receita de bolo”, onde iriam reproduzir o que estávamos fazendo, mas de modo que os alunos pudessem explorar mais as atividades sem que houvessem problemas como estes. Já os alunos A2 e A4, ao movimentarem as figuras, compreenderam que o perímetro do triângulo será maior que o do retângulo quando o triângulo não estiver mais inscrito no retângulo.

Para finalizarmos a análise dessa atividade, apresentaremos a seguir as respostas da questão g), que se refere à conclusão de cada um em relação as Atividades 1, 2 e 3.

(A1) Para podermos calcular a área, nós podemos contar os quadrados que preenchem o espaço ou multiplicar a altura e a largura, e também que a área do triângulo é metade da do retângulo, no caso, o retângulo é o dobro do triângulo. E do perímetro podemos concluir que são as bordas da área.

(A2) A área do retângulo é sempre o dobro da área do triângulo.

(A3) Podemos concluir que o perímetro são as bordas da área. A área do triângulo é o dobro da área do retângulo ou a área do retângulo é o dobro da área do triângulo.

(A4) Eu concluí que somando os lados dá o perímetro, e multiplicando a largura e o comprimento dá a área. E também podemos concluir que sempre um retângulo dividido ao meio fica dois triângulos e é a metade da área do retângulo, e área é o que preenche todo o espaço (por exemplo um terreno).

O A2 só respondeu a respeito da área, comparando somente o retângulo ao triângulo, porém de maneira correta. Já o A3 conclui de maneira correta a respeito do perímetro, mas em relação à área, o aluno não tem certeza se é a área do retângulo que é o dobro da do triângulo, ou vice-versa. Possivelmente ele compreendeu o conceito, mas se equivocou no momento da escrita. Porém, na questão c) da Atividade 3, este aluno concluiu que é o retângulo que tem o dobro da área do triângulo, então talvez tenha olhado na resposta de um colega para responder as questões. Os alunos A1 e A4 se expressaram mais ao falar das suas concepções sobre área e perímetro, provavelmente ao explorar as atividades devem ter construído seus próprios conhecimentos sobre o assunto.

5. Considerações Finais

Concluimos com a aplicação dessas atividades, que a utilização das TIC contribuiu para o ensino, pois elas propiciaram uma visão diferente para os alunos em relação a aula tradicional expositiva. Segundo a professora da turma, todos os alunos participantes se envolveram e se comportaram mais nessas aulas do que no dia-a-dia em sala de aula. Como

havíamos substituído, anteriormente a professora durante um mês em que ela pegou licença, tivemos a mesma percepção. Teve um momento em que a professora brincou com seus alunos dizendo que iria levá-los todas as aulas para a sala de informática, pois lá eles se comportavam melhor e prestavam mais atenção na aula. Em nossa leitura, eles realmente estavam mais interessados em participar e se envolver nas atividades.

Portanto, as atividades, por nós desenvolvidas, em nossa percepção, mostraram que a maioria dos alunos compreenderam o conceito de área e perímetro de figuras retangulares e triangulares, bem como a relação entre elas. Com base nas análises, percebemos que os alunos construíram seu próprio conhecimento a respeito do conteúdo, este conhecimento engloba os conceitos de área e perímetro sem suas fórmulas matemáticas, pois em nenhum momento eles recorreram à fórmula e disseram que a área do triângulo é a base vezes a altura dividido por dois.

Os conceitos relacionados ao TPACK contribuíram para a elaboração das atividades, pois, com o *software* GeoGebra, pudemos elaborar atividades dinâmicas, especialmente quando comparadas às existentes em livros didáticos, provocando maior interesse na participação dos alunos, já que a maioria participou, de um modo iterativo, mostrando-se interessados.

Como aluno, em fase de conclusão do curso de licenciatura em matemática, o mais importante de tudo isso, foi a experiência em trabalhar com os alunos atividades exploratórias com a utilização pedagógica das TIC, em um ambiente escolar real, no laboratório de informática. Com certeza tivemos relevantes aprendizados com os alunos nessa nova experiência, desde a elaboração das atividades à aplicação das mesmas, pois para provocar a construção do conhecimento nos alunos, as atividades deveriam estar bem elaboradas e o professor preparado para ministrá-las, de modo a deixar o conteúdo bastante claro, facilitando o entendimento do aluno, de modo a propiciar a ele a construção de seu próprio conhecimento.

Ressaltamos que, com a prática do uso das TIC no laboratório de informática da escola, foi possível obter um aprendizado prático no uso do Datashow, esse uso do projetor multimídia está relacionado à maneira como trabalhamos a projeção de nossa tela apresentando para os alunos o uso do GeoGebra e movimentando os pontos relativos às figuras das atividades. Exemplificamos desse modo, como eles poderiam fazer um bom e

intenso uso do *software*, explorando seus recursos de modo a poderem experimentar suas funcionalidades, verificando as possibilidades, sempre contextualizadas pelas atividades na qual estavam trabalhando. Esse uso extrapola a simples cópia pelo aluno, pois o mesmo tem ampla possibilidade de trabalhar livremente observando os resultados de suas ações, propiciando a eles construir conhecimentos sobre o conteúdo estudado.

Sem dúvida, levaremos conosco, durante nossa vida profissional essa prática docente, utilizando pedagogicamente as TIC sempre que possível.

6. Referências

CIBOTTO, R. A. G. **O uso Pedagógico das Tecnologias de Informação e Comunicação na Formação de Professores: uma experiência na licenciatura em matemática**. 2015. 273 f. Tese (Doutorado em Educação) - Universidade Federal de São Carlos, São Paulo. 2015.

Disponível em:

<http://www.bdt.d.ufscar.br/htdocs/tedeSimplificado/tde_busca/arquivo.php?codArquivo=8723>. Acesso em: 25 ago. 2015.

KOEHLER, Matthew J; MISHRA, Punya. Teachers learning technology by design. **Journal of Computing in Teacher Education**, v. 21, n. 3, p. 94–102, 2005. Disponível em:

<<http://creativity.fts.educ.msu.edu/wp-content/uploads/2011/09/Teachers-Learning-Technology-by-Design.pdf>> Acesso em: 15 jul. 2015.

MISHRA, Punya; KOEHLER, Matthew J. Technological pedagogical content knowledge: A framework for teacher knowledge. **Teachers College Record**, 108(6), 1017-1054, 2006.

Disponível em:

<http://mkoehler.educ.msu.edu/OtherPages/Koehler_Pubs/TECH_BY_DESIGN/TCRecord/mishra_koehler_tcr2006.pdf>. Acesso em: 15 jul. 2015.

PARANÁ. Secretaria de Estado da Educação. Superintendência da Educação. **Diretrizes curriculares de matemática**. Curitiba: SEED/PR., 2008.

_____. Secretaria de Estado da Educação. Superintendência da Educação. Diretoria de Tecnologias Educacionais. **Diretrizes para o uso de tecnologias educacionais**. Curitiba: SEED/PR., 2010. (Cadernos temáticos).