

COMUNICAÇÃO, APRENDIZAGEM DE ÁLGEBRA LINEAR E CORPO: REPENSANDO O *DESIGN* DE INTERFACES DIGITAIS A PARTIR DAS METÁFORAS

Juliana Araripe
EDUMATEC-UFPE
julianaandradd@gmail.com

Verônica Gitirana
EDUMATEC-UFPE
veronica.gitirana@gmail.com

Resumo:

Neste artigo são analisadas metáforas utilizadas por três professores em vídeo aulas de Álgebra Linear, para facilitar a comunicação do conhecimento matemático. Tal análise visa prover a área de *design* de interfaces comunicantes com conhecimento para o suporte a comunicação e o uso de metáforas. Para tanto, foram apresentadas análises de vídeo aulas e *videocast* sobre os objetos de dependência linear, combinação linear e subespaço vetorial. Os resultados sinalizam para a necessidade de maior atenção para o suporte às metáforas que se ancoram na fala, no gesto, nos desenhos (a mão livre) e na escrita para o *design* de interfaces comunicantes.

Palavras-chave: Metáforas, Aprendizagem de Matemática *online*; *Design* de interfaces educacionais digitais.

1. Introdução

Estudos como os de Andrade (2010) e Araripe e Bellemain (2015) tem sinalizado para a insuficiência dos sistemas simbólicos oferecidos por interfaces digitais comunicantes para suportar a complexidade da comunicação humana em contextos de aprendizagem de objetos matemáticos.

De acordo com Benyon (2011), a Semiótica é o campo que se responsabiliza pelo estudo dos sinais e símbolos e de como funcionam. Quando tratamos do conhecimento matemático, Duval (2004) afirma que a especificidade desse conhecimento está relacionada a multiplicidade de sistemas semióticos para a representação desse conhecimento. A esses sistemas, Duval (2004) denomina registros de representação semióticos.

Em interfaces digitais elaboradas para a aprendizagem de objetos matemáticos em contextos não presenciais, tal variedade de sistemas simbólicos não tem sido contemplada a contento. Sistemas semióticos amparados por comunicação não verbal, em geral, não são

favorecidos

no *design* de interfaces para esse fim. Sobre esse aspecto, Araripe e Bellemain (2015) chamam a atenção que o foco nos registros de representação exclusivamente matemáticos tem prejudicado o estabelecimento de comunicações online para a aprendizagem de objetos pertencentes a Álgebra Linear. Com base em Duval (2004) e Lakoff e Nunez (2000), defendemos que o uso de registros intermediários e de metáforas são essenciais para a comunicação matemática

Corroborando com tal impressão, o estudo apresentado se configura a partir das seguintes questões de pesquisa: os professores de Álgebra Linear em cursos à distância, utilizam metáforas como recurso ao ensino deste campo do saber? Quais são estas metáforas? Em que meios (escrita, fala, gesto ou desenho) são ancoradas?

A partir de tais questões, nosso objetivo é o de investigar as metáforas utilizadas pelos professores em vídeo aulas de Álgebra Linear para cursos de Licenciatura em Matemática à distância, buscando compreender a natureza do meio em que essas metáforas são ancoradas (gestual, escrito, desenho à mão livre ou fala). Acreditamos que um estudo com estas características pode contribuir para o *design* de interfaces digitais para a aprendizagem de objetos matemáticos mediada por computador.

2. Sistemas simbólicos e comunicação do conhecimento matemático

Radford, Schunbring e Seeger (2008) afirmam que nós vivemos em um mundo de signos e artefatos e que a maneira como nos expressamos, percebemos e agimos no mundo estão profundamente relacionadas a imensa variedade de signos e sistemas de signos que nos rodeiam. Quando nos referimos ao objeto matemático, os signos específicos ao âmbito da comunicação deste conhecimento necessitam ser considerados. E mais, além dos sistemas simbólicos, outros recursos são essenciais para o conhecimento matemático, como defende Sabena (2008, p.30):

Learning and teaching mathematics requires the activation of a variety of resources, which can be grouped around what I consider to be two chief sources of mathematics knowledge: the body and its activity with artifacts, and the activity with signs.

Nesse mesmo sentido, Lakoff e Nunez (2000) afirmam que a maioria da nossa compreensão sobre a matemática é adquirida a partir de experiências corpóreas e de percepções. Para os pesquisadores, grande parte dos mecanismos de cognição ordinária, mecanismos cognitivos gerais e usados diariamente em pensamentos não matemáticos, podem

permitir a

compreensão e a estruturação de ideias matemáticas, normalmente atribuídos aos mecanismos de cognição matemática. Para eles, ao tentarmos compreender um novo domínio conceitual, realizamos correlações entre as propriedades que observamos em um novo objeto e as experiências que já temos. Tais correlações são denominadas metáforas.

Segundo Font et al (2009), essas metáforas estabelecem uma relação conceitual entre as experiências corpóreas, advindas de mecanismos de cognição ordinárias. Para Lakoff e Nunez (2000), existem dois tipos de metáforas conceituais relacionadas a Matemática: as metáforas de fundamentação, que relacionam os domínios alvos na Matemática com domínios fonte fora dela e as metáforas de ligação, que relaciona os domínios fonte e alvo dentro da própria matemática.

3. Metáforas, Aprendizagem de Álgebra Linear e sistemas comunicantes

De acordo com Hillel (2006), os discursos da Álgebra Linear possuem uma grande variedade de registros de representação semióticos. Acreditamos que outros tantos registros não específicos ao conhecimento matemático também permeiem essa diversidade. Nesta pesquisa, estabelecemos um recorte para estes registros a partir das metáforas.

Segundo Font et al (2009), o uso de metáforas está presente tanto nos discursos dos professores quanto nos dos alunos. Para os autores, isto é inevitável e, muitas vezes, inconsciente, mas fundamental para a construção e comunicação de objetos matemáticos.

Entretanto, pensar o suporte às metáforas em interfaces digitais que objetivem a comunicação do conhecimento matemático não é trivial. Apesar de já amplamente considerado no *design* de interfaces de interação, como afirma Rogers (2013), trazer esse conceito para o *design* de interfaces que tratam da aprendizagem de objetos matemáticos é bastante complexo, dada a variedade de metáforas existentes para esse fim. Estudos sobre essas metáforas passam a ser imprescindíveis para a elicitación de requisitos para o *design* dessas interfaces.

4. Metodologia

Com o objetivo de investigar as metáforas utilizadas pelos professores em vídeo-aulas de Álgebra Linear para cursos de Licenciatura em Matemática à distância, buscando compreender a natureza do meio em que essas metáforas são ancoradas (gestual, escrito,

desenho ou fala), a pesquisa em questão apresenta-se como um estudo de caso exploratório, com uso de estratégias de análise videográfica e com análise interacional (JORDAN; HENDERSON, 1995) e de conteúdo.

Foram realizados três videografias referentes ao ensino dos objetos de combinação linear, dependência linear e subespaço vetorial em videoaulas elaboradas para três tipos distintos de contextos de aprendizagem: para o ensino presencial, para o ensino a distância e videocasts, que são de curta duração e que têm o objetivo de ensinar conceitos de forma abreviada.

A escolha por esses três diferentes modelos de ensino foi motivada pelo fato de, além de serem estas as aulas com maior número de visualizações, nos permitir avaliar a existência de padrões de comportamento do professor em diferentes situações de ensino dos mesmos objetos. As videoaulas analisadas são publicadas e disponíveis livremente. Apesar disto, não divulgaremos no texto da pesquisa os nomes ou imagens que possibilitem identificação dos sujeitos.

As descrições acerca das características destas videoaulas encontram-se dispostas no quadro a seguir.

Quadro 1: Síntese dos videoaulas utilizadas na pesquisa

Professores	Instituição	Finalidade	Duração dos vídeos (em minutos)		
			DL	CL	SV
A	Curso de Licenciatura em Matemática à distância	Vídeos confeccionados para o ensino à distância.	12	11	12
B	Curso de Licenciatura em Matemática Presencial	Vídeos de aulas ministradas presencialmente.	22	26	20
C	Plataforma de compartilhamento de videocasts	Vídeocasts para aprendizagem autônoma.	17	21	25

A análise do material descrito no quadro 1 foi desenvolvida em duas etapas: considerando a variedade das metáforas utilizadas por estes diferentes professores e considerando as metáforas utilizadas pelo Professor A nos diferentes conhecimentos da Álgebra Linear, a saber: dependência linear, combinação linear e subespaço vetorial.

Denominamos a primeira das análises de análise transversal e para esta utilizamos a análise videográfica associada a técnicas de análise interacional (JORDAN; HENDERSON, 1995). Para esta, os dados foram organizados em quadros e catalogados em meios

como fala, gesto, desenhos ou escrita à mão livre. A partir de então, os discursos foram fracionados em episódios, dos quais apresentamos alguns aqui.

5. Análise transversal

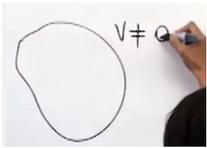
Foram selecionados cinco episódios cuja a descrição e análise serão apresentadas a seguir. A seleção de episódios foi realizada a partir das evidências dos mecanismos cognitivos ordinários que são utilizados para caracterizar ideias matemáticas e que foram sugeridos por Lakoff e Nunez (2000).

A partir das análises em questão, foram identificadas metáforas do tipo domínio container, metáfora objeto, metonímia conceitual, polissemia e representações fossilizadas.

5.1 Episódio 1: a metáfora do tipo domínio-container

O episódio 1 é referente a extrato da videoaula de subespaço vetorial ministrada pelo Professor A e cuja a duração é de dois minutos e sete segundos. Neste episódio, o Professor A apresenta a noção de Espaço Vetorial para caracterizar o conceito de subespaço vetorial. Para isso, desenha uma linha curva fechada no quadro e apresenta em seu discurso uma definição de espaço vetorial, apontando para o desenho, conforme quadro 2.

Quadro 2: Descrição da metáfora do tipo domínio -container

Sujeito	Fala	Gestos	Desenhos
Professor A	<i>“um espaço vetorial é um conjunto não vazio, no qual são definidas duas operações, uma adição [...] e uma multiplicação por um escalar [...]. Qualquer elemento de um espaço vetorial nós chamamos de vetor, embora nós saibamos que pode ser um vetor, pode ser uma matriz, pode ser uma função...”</i>	Aponta para o desenho quando fala espaço vetorial	Desenha uma linha curva fechada no quadro 

Nesse momento, o Professor A atribui à noção de Espaço Vetorial a ideia de uma região delimitada por uma linha fechada, a exemplo de um diagrama de conjuntos de forma em que quando os vetores desse conjunto são somados ou multiplicados por um escalar continuam pertencendo ao mesmo conjunto de vetores, preservando suas propriedades. A linha fechada atribui ao espaço a ideia de fechamento em relação à uma operação.

Ao

fazer a relação do Espaço Vetorial com o desenho de uma região delimitada por uma linha fechada, a professora parece estar usando um mecanismo cognitivo que remete as relações básicas espaciais, conforme apresentado por Lakoff e Nunez (2000). Essa mesma impressão é reforçada em um outro episódio quando, ao afirmar que “*uma vez representados os Espaços Vetoriais por um conjunto de matrizes* [faz um gesto que representa uma região delimitada] *o vetor nulo continua a pertencer a esse conjunto* [aponta para a região delimitada desenhada no quadro]”.

5.2 Episódio 2: metáfora objeto

Segundo Font, Bolite e Acevedo (2010) a metáfora objeto é uma metáfora de fundamentação que mapeia o esquema imagem, no domínio fonte, e ajuda a construir a sua projeção metafórica na Matemática, no domínio de chegada. Para os pesquisadores, ao proferir seus discursos, os professores apresentam entidades matemáticas como objetos com propriedades que podem ser expressas fisicamente, como no quadro ou com gestos.

Figura 1: Sequencia de gestos na metáfora objeto.



Esse episódio refere-se ao momento em que o Professor A produz o discurso da noção de subespaço vetorial. Ele inicia o trecho apresentando uma definição informal de subespaço vetorial. A análise do episódio em apresso reforça a compreensão de que, assim como o espaço vetorial, o subespaço vetorial também pode ser representado pela noção de uma região delimitada. Contudo, outra metáfora é associada a explicitação dessa noção e que também mobiliza mecanismos cognitivos ordinários utilizados para a compreensão de relações básicas espaciais, conforme figura 1. A noção introduzida é a de que o subespaço vetorial, como conjunto, está contido em outro conjunto, o Espaço Vetorial, A essa relação, estar contido, é associada a ideia de estar dentro, a exemplo da metáfora sugerida por Lakoff e Nunez (2000). Dessa forma, o professor utiliza a ideia de que um conjunto de vetores que constituem um

subespaço Vetorial

é também um Espaço Vetorial por estar dentro deste, como disposto no quadro 3.

Quadro 3: Exemplo de metáfora objeto identificado

Sujeito	Fala	Gestos	Escrita
Professor A	<i>“Só que o objeto de estudo da nossa aula de hoje é falar sobre o subespaço vetorial. O que é que seria um subespaço vetorial, bem assim de uma forma informal. É como se eu tivesse um espaço vetorial dentro de outro espaço vetorial[.] Ou seja, eu tenho aqui um subconjunto de V, chamamos assim de W [pausa], que está contido em V</i>	Faz o gesto como se colocasse algo dentro de um recipiente.	Usa a notação e escreve no quadro.

5.3 Episódio 3: metáfora objeto e polissemia

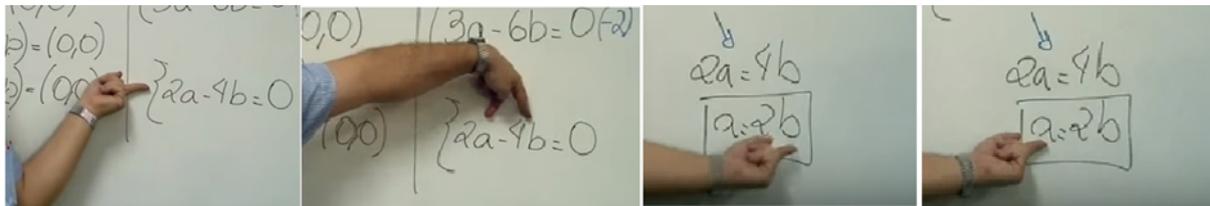
No episódio 3, referente a vídeoaula do conhecimento Dependência Linear, com duração de um minuto e quinze segundos, o Professor B, ao verificar se determinado vetor poderia ser escrito como combinação linear dos demais, apresenta o discurso disposto no quadro 4.

Quadro 4: Exemplo de metáfora objeto e polissemia identificado

Sujeito	Fala	Gestos
Professor B	<i>“[...] uma vez que os escalares são iguais a zero, essa equação é possível também atribuindo outros valores para a_1, a_2 e a_3 diferentes de zero. Por isso que os vetores são ditos linearmente dependentes. Agora uma coisa interessante, linearmente dependente..veja, se a gente escrever esse vetor l_2 em função dos outros dois, essa terminologia vai ficar bem adequada e justificada. Olhe, se eu isolar esse vetor aqui, um vezes um, quatro e dois, [...] Todo vetor tem o seu oposto. Na verdade essa história de passa pra lá com o sinal trocado é porque você está somando aos dois membros da equação, vetores opostos desses dois . Isso é uma coisa muito interessante...quando um conjunto de vetores é LD, pelo menos um desses vetores pode ser escrito em função dos demais vetores. Por isso, fica justificada a terminologia linearmente dependente.</i>	[aponta para os vetores] [mostra a equação].

Nesse caso, é possível perceber que a noção de dependência linear é relacionada a polissemia atrelada ao significado da palavra. De acordo com Lakoff e Nunez (2000), uma das evidências da existência das metáforas é associação polissêmica efetivada a partir do significado obtido pela palavra dependência. No trecho em questão, o Professor B, usa os gestos para sinalizar a relação de dependência entre as incógnitas, relacionando o número de incógnitas e a quantidade de equações, conforme figura 2.

Figura 2: Sequência de gestos e polissemia



De acordo com o dicionário online de língua portuguesa Michaelis, a palavra dependência significa Estado de dependente, Conexão, Correlação. No episódio em exposição, o professor associa a definição de dependência ao significado atribuído na Língua Portuguesa. Dessa maneira, “escrever em função de” seria como “ser dependente de” e essa seria a justificativa de ser dependente, desprezando o sentido geométrico da denominação.

5.4 Episódio 4: a metonímia conceitual

De acordo com Nunez (2008), uma metonímia conceitual ocorre quando uma ideia parcial assume o lugar da noção integral trazida pelo conceito em questão. Assim como as metáforas conceituais, as metonímias também cumprem papel fundamental na organização inferencial. Lakoff e Nunez (2000) apresentam o uso de um caso particular da aritmética para generalizar o pensamento algébrico como um exemplo central de metonímia. O quadro 5, a seguir, apresenta um episódio extraído do discurso do professor e que versa a esse respeito.

Quadro 5: Exemplo de metáfora do tipo metonímia identificado

Sujeito	Escrita
Professor B	“ sejam v_1, v_2, \dots, v_n vetores de um espaço vetorial V . Dizemos que os vetores v_1, v_2, \dots, v_n vetores são linearmente independentes se a equação $x_1 v_1 + x_2 v_2 + \dots + x_n v_n = 0$ admite apenas uma solução trivial $x_1, x_2, \dots, x_n = 0$.

No episódio 4, o Professor B apresenta a noção de dependência linear a partir da definição escrita no quadro. Em seguida, o professor inicia a resolução de três atividades que consistiam na verificação da existência de dependência linear entre n-uplas de vetores dadas.

Sobre esse aspecto, acreditamos que a combinação linear é utilizada aqui como uma metonímia para o ensino da dependência linear, visto que outras características e propriedades deste objeto matemático, como as relações entre as representações geométricas dos vetores, são substituídas pela resolução da equação de combinação linear. De acordo com Nunez

(2008), uma metonímia conceitual ocorre quando uma ideia parcial assume o lugar da noção integral trazida pelo conceito em questão.

5.5 Episódio 5: Representações fossilizadas

O episódio 5 é referente a vídeoaula do Professor C, sobre subespaço vetorial e tem duração de 2 minutos e 15 segundos. Foram extraídas da análise, representações nos meios fala, gesto, desenho à mão livre e escrita, conforme quadro 6, a seguir.

Quadro 6: Exemplo de representação fossilizada identificada

Sujeito	Fala	Gesto	Desenho	Escrita
Professor C	<p>“para que V seja um subespaço de R^n, eu preciso de três coisas. A primeira delas é que V tem que conter o vetor nulo 0. Nós podemos dizer o que? Nós podemos dizer que esse vetor 0 aqui. Eu ainda tenho uma outra regra aqui, ó...se eu tenho um vetor x que está em V, dentro desse subespaço V, então aqui é o vetor v que tá aqui, ó. Que é que vai acontecer com esse vetor? Se eu pegar um escalar e multiplicar pelo vetor x isso aqui também tem que estar lá, Para que V seja realmente um subespaço de R^n, isso aqui realmente tem que acontecer. Então eu quis dizer o seguinte, que V é fechado para a multiplicação por um escalar”</p>	<p>Direciona o ícone para o zero</p>	<p>Desenha o vetor v dentro do subconjunto V, desenha uma seta no vetor. Leva o cursor até o desenho do subespaço V. Faz uma chave indicando inclusão disso.</p>	<p>Escreve cx</p>

Segundo Font et al (2010), uma metáfora caracterizada como representação fossilizada é um tipo de metáfora que a instituição acadêmica considera como expressão literal, enquanto permanece sem ter conhecimento da origem metafórica disto.

Na vídeoaula do Professor C sobre o conteúdo subespaço vetorial destacamos o episódio 5. Nele identificamos o uso de uma metáfora desta natureza, conforme trecho transcrito no quadro 6.

6. Análise Longitudinal

Para a análise longitudinal consideramos o caso do Professor A, cuja aula foi elaborada para a disciplina de Álgebra Linear em um curso de Licenciatura em Matemática à distância. Para esta análise, utilizamos as técnicas de Análise de Conteúdo (BARDIN, 2011) em associação às técnicas de análise videográfica. Para tanto, foram extraídos dos vídeos referentes as aulas de combinação linear, dependência linear e subespaço vetorial, episódios em que foram identificadas metáforas conceituais. Esses episódios foram categorizados

conforme as metáforas já identificadas na sessão anterior e quantificados quanto ao conhecimento foco de cada vídeo aula analisada.

Dessa maneira, a tabela 1, a seguir, expressa de ocorrências de episódios que apresentaram metáforas considerando a natureza de cada um dos conhecimentos, a saber, combinação linear, dependência linear e subespaço vetorial.

Tabela 1: Número de ocorrências de metáforas em cada aula do Professor A

Tipos de Metáforas identificadas	Combinação Linear	Dependência Linear	Subespaço Vetorial
Domínio Container			5
Metáfora objeto			3
Polissemia	1	1	
Metonímia Conceitual		1	
Representações fossilizada			1

É possível observar que há um forte incremento no número de ocorrências de metáforas quando se considera a mudança de conteúdo da aula do Professor A. Apesar de ser possível identificar metáforas nas três aulas, essas são mais abundantes quando o professor se refere ao conteúdo de subespaço vetorial.

Considerando a especificidade de cada metáfora, percebe-se maior variedade delas quando se analisa a aula de subespaço vetorial. Contudo, a metáfora preponderante nos discursos sobre os subespaços vetoriais é a metáfora conceitual do tipo domínio-container, correspondendo a 42% das utilizadas por esse professor. A segunda delas, é a objeto metáfora, correspondente a 25% das ocorrências.

Ainda sobre as análises dos dados obtidos a partir da análise do trabalho deste professor, percebe-se também maior abrangência quanto ao meio de suporte a estas metáforas. Foram identificadas metáforas ancoradas em todos os meios comunicacionais sugeridos por nós, sejam elas a fala, o gesto, o desenho e a escrita a mãos livre. Entretanto, a fala e os gestos ocupam posição de destaque em detrimento dos demais meios.

Tais resultados nos ajudam a elucidar alguns questionamentos sobre os meios comunicacionais necessários ao suporte dessas metáforas quando se considera a comunicação para a aprendizagem de objetos matemáticos em modalidades online. Acreditamos na necessidade de ampliação da atenção a esse fato para o desenvolvimento de interfaces digitais comunicantes para esse fim.

7. Discussão dos resultados

No

Episódio 2 é possível identificar que o Professor A transfere para a definição do objeto matemático em questão, uma relação espacial presente na metáfora do tipo domínio container mas que não são evidentes nas condições de existência de um subespaço, por ela explicitada. Situação análoga é evidenciada nos episódios 1, 3 e 5, em que os professores, ao associar a noção de Espaço Vetorial a uma região fechada, atribuem ao domínio alvo em questão, características não explicitadas nas representações comumente utilizadas na definição deste conceito. Nestes episódios, é possível perceber que as metáforas utilizadas nos respectivos discursos possibilitam que a diferenciação entre o símbolo e o objeto sejam transferidas para o objeto matemático, conforme afirmam Fonte et al (2009).

Nos episódios extraídos das videografias realizadas, foram identificadas representações como movimentos de gestos simulando a aposição de um objeto dentro de outro, gestos simulando a delimitação de um espaço e desenhos à mão livre representando regiões não necessariamente atribuídas a conceitos matemáticos bem como símbolos gerais como conectores entre escritos no quadro, sinalizando para a larga existência de sistemas simbólicos não especificamente matemáticos e que comportam estes conhecimentos, como afirmam Nunez e Lakoff (2000) dentre outros.

No estudo em questão, foram analisadas as metáforas utilizadas por professores de Álgebra Linear em três contextos distintos: o da aprendizagem presencial, o da aprendizagem à distância e o do videocast. Foram identificadas metáforas do tipo metáfora objeto, metáfora container, metáforas por polissemia, metonímias e representações fossilizadas. Quanto ao meio comunicacional que pode suportar tais metáforas, foram identificadas metáforas nos quatro meios propostos, a fala, o gesto, o desenho e a escrita à mãos livre.

Dessa maneira, repensar os *designs* das interfaces de sistemas que suportam o ensino não presencial se faz necessário. Adaptar as demandas de metáforas advindas do *design* interacional e que não se configuram a partir das metáforas provenientes dos objetos se põe como um desafio, considerando a aprendizagem de objetos pertencentes a Álgebra Linear.

8. Referências

ARARIPE, J; BELLEMAIN, F. Interfaces digitais comunicantes e registros de representação semióticos: análises das interações para a aprendizagem colaborativa suportada por computador de objetos de Álgebra Linear. In: SIMPÓSIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. 6.,2015, Pirenópolis, *Anais...*Brasília: Sbem,2015.

BARDIN, L .

Análise de conteúdo . Lisboa: Edições 70. 2011.

BENYON, D. *Interação Humano-Computador*. São Paulo: Pearson Brasil.2011.

DEPENDÊNCIA. In: MICHAELIS. *Moderno Dicionário da Língua Portuguesa*. Disponível em: <<http://michaelis.uol.com.br/moderno/portugues/index.php>>. Acesso em: 10 fev. 2016.

DUVAL, R. *Semiosis y pensamiento humano: registros semióticos e aprendizajes intelectuales*. Santiago de Cali: Universidad del Valle.

FONT, V; BOLITE, J.; ACEVEDO, J.I.; *Metaphors in mathematics classrooms: analyzing the dynamic process of teaching and learning of graph functions*. *Educational Studies in Mathematics* . Springer, vol. 75, pp. 131-152, Maio. 2010.

FONT, V; GODINO, J. PLANAS, N; ACEVEDO, J. *The existence of mathematical objects in the classroom discourse*. In: PROCEEDINGS OF CERME. 6.,2009, Lyon. *Anais...* France: INRP ,2010 .Disponível em :<www.inrp.fr/editions/cerme6>. Acesso em: 23 fev. .2016.

JORDAN, B; HENDERSON, A. *Interaction Analysis: foundations and practice*. *The Journal of the Learning Sciences*, Vol. 4, Lawrence Erlbaum Associates:1995.

NUNEZ, R. *A fresh look of foundations of mathematics: gestures and psychological reality of conceptual metaphor*. In: CIENKI, A; MULLER, C (Orgs.). *Gesture and metaphor*. Amsterdam: John Benjamins. 2008.

LAKOFF, G; NUNEZ, R. *Where the Mathematics comes from: how the embodied mind brings Mathematics into being*. New York: Basic Books. 2000.

RADFORD, L; SCHUMBRING, G; SEEGER, F. *The ubiquitousness of signs*. In: RADFORD, L; SCHUMBRING, G; SEEGER, F (orgs.). *Semiotics in Mathematics Education: epistemology, history, classroom and culture*. Semiotics Perspectives in the Teaching and Learning of Mathematics Series. Rotterdam: Sense Publishers, 2008, Vol.1.

ROGERS, Y; SHARP, H; PREECE, J. *Design de Interação: além da interação humano computador*. Porto Alegre: Bookmann. 2013. 3ª ed.

SABENA, C. *On the Semiotics of the Gestures*. In: RADFORD, L; SCHUMBRING, G; SEEGER, F (orgs.). *Semiotics in Mathematics Education: epistemology, history, classroom and culture*. Semiotics Perspectives in the Teaching and Learning of Mathematics Series. Rotterdam: Sense Publishers, 2008, Vol.1.