

## DA PLANTAÇÃO À MESA DO CONSUMIDOR: UMA EXPERIÊNCIA ENVOLVENDO MODELAGEM MATEMÁTICA COM UVA E VINHO

*Bruno Elias Domingues*  
Universidade Tecnológica Federal do Paraná  
*brunodomingues.2012@alunos.utfpr.edu.br*

*Heloisa Vilar de Oliveira*  
Universidade Tecnológica Federal do Paraná  
*helo.isa\_oliveira@hotmail.com*

*Mirian Maria Andrade*  
Universidade Tecnológica Federal do Paraná  
*andrade.mirian@gmail.com*

### **Resumo:**

Este texto apresenta um trabalho realizado por alunos do curso de licenciatura em Matemática da Universidade Tecnológica Federal do Paraná, campus Cornélio Procópio, na disciplina de Modelagem Matemática. O projeto visou a elaboração de um modelo matemático baseado na produção da uva e o processo para fabricação de vinhos, tomando como parâmetro uma vinícola da região. A produção de uvas se intercala entre safra boa e safra ruim e o valor do vinho sofre alterações no custo da produção, interferindo no valor final do vinho no supermercado. Este estudo nos possibilitou verificar esse movimento por meio de um modelo matemático. Este projeto contribuiu, também, para a formação inicial dos graduandos, sobretudo no que se refere ao estudo teórico e prático da Modelagem Matemática como estratégia pedagógica para o ensino e aprendizagem da Matemática na Educação Básica.

**Palavras-chave:** Modelagem Matemática; Educação Matemática; Produção de Vinho.

### **1. Introdução: justificativa e referencial teórico**

A investigação apresentada aqui descreve uma experiência de um trabalho de elaboração de um modelo matemático que foi realizado durante as aulas da disciplina de Modelagem Matemática do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Campus de Cornélio Procópio. A proposta do projeto, na disciplina, era fazer com que os alunos pudessem vivenciar o desenvolvimento de um modelo (desde a escolha do tema) na aula de matemática, refletindo sobre cada uma das etapas do processo.

A Modelagem Matemática pode ser entendida como uma possibilidade metodológica para as aulas de matemática, em que o professor passa a ter o papel de mediador e os alunos participam do seu próprio processo de ensino e aprendizagem, o que permite despertar, nos

estudantes, o raciocínio, o senso crítico e a liberdade de errar (e retomar o processo) para aprender com a matemática no seu dia-a-dia.

A prática dessa metodologia, com foco no processo de ensino e aprendizagem, pode incentivar os alunos a construir seu conhecimento pelo próprio saber, o aluno parte de algo que será construído por ele, colaborando ativamente para a busca de possíveis soluções para um problema desconhecido até então. O conhecimento matemático é fruto de um processo de que fazem parte a imaginação, os contraexemplos, as conjecturas, as críticas, os erros e os acertos, pois a matemática reflete as leis sociais e serve de instrumento para o conhecimento do mundo e domínio da natureza.

No entanto, nossos estudos teóricos apontaram que muitos professores acabam não adotando a Modelagem Matemática como uma estratégia de ensino durante as aulas e isso pode ocorrer devido ao tempo necessário para o desenvolvimento das etapas ou pela falta de experiência no uso dessa metodologia (ANDRADE, 2008).

Segundo Bassanezi (2004, p. 24),

Modelagem Matemática é um processo dinâmico utilizado para a obtenção e validação de modelos matemáticos. É uma forma de abstração e generalização com a finalidade de previsão de tendências. A modelagem consiste, essencialmente, na arte de transformar situações da realidade em problemas matemáticos cujas soluções devem ser interpretadas na linguagem usual.

Para este autor, o processo de Modelagem pode ser bem sucedido quando a matemática pode ser trabalhada a partir do cotidiano do aluno, com possíveis problemáticas a serem criadas.

Para o desenvolvimento de um trabalho de Modelagem há várias perspectivas na Educação Matemática. A que usamos neste nosso projeto foi a sugerida por Biembengut e Hein (2005), em que os autores ressaltam a necessidade de que algumas etapas sejam seguidas para que o processo de modelagem alcance o objetivo esperado. Essas etapas são:

*a) Interação*

- Reconhecimento da situação-problema;
- Familiarização com o assunto a ser modelado → referencial teórico.

*b) Matematização*

- Formulação do problema → hipóteses;
- Resolução do problema em termos do modelo.

c) *Modelo matemático*

- Interpretação da solução;
- Validação do modelo → avaliação.

Se o modelo matemático não atender a validação é possível retornar ao modelo pela segunda etapa – Matemática – mudando-se ou ajustando hipóteses, variáveis, etc.

É importante, ao concluir o modelo, a elaboração de um relatório que registre todas as fases do desenvolvimento, a fim de propiciar seu uso de forma adequada (BIEMBENGUT, 1999).

## 2. Desenvolvimento do projeto de modelagem

Durante as aulas da disciplina de Modelagem Matemática, foram estudados vários textos teóricos que nos permitiram compreender como a Modelagem se constitui no âmbito da Educação Matemática. Após um intenso período de estudos teóricos, foi possível trabalhar com projetos de Modelagem já prontos (publicados em artigos, livros ou anais de eventos). Num terceiro momento: um convite. Era chegada a hora de desenvolvermos o nosso projeto de Modelagem. A primeira dúvida: o tema.

Durante a escolha do tema, foram levantadas três propostas de trabalho e a escolha se deu após discussões sobre o assunto e levando em consideração a localização geográfica da residência de todos os membros da equipe. A ideia para o trabalho de Modelagem foi de verificar o preço do vinho, analisando todas as etapas deste processo, desde a plantação da uva até chegar ao consumidor, produzido por uma vinícola de grande porte, localizada na cidade de Bandeirantes-PR, cidade próxima ao Campus da Universidade Tecnológica Federal do Paraná, no qual os alunos desenvolveram as atividades.

Com a escolha do tema, partimos em busca de informações que pudessem contribuir para o nosso objetivo. Encontramos diversos artigos e livros que colaboraram para a nossa familiarização com o tema, buscando o máximo de informações possíveis em relação à

plantação e cultivo da uva e a fabricação do vinho, que consiste num processo lento e rigoroso. Com isso definimos nossa problemática e começamos a coleta de dados.

O objetivo deste projeto foi analisar o processo desde a compra da uva até chegar ao consumidor sob a forma de vinho. A vinícola considerada para este projeto trabalha com uma fabricação em torno de dez mil garrafas mensais. Foram considerados dados que relacionam tanto o preço da uva em quilo (kg) quanto à venda em varejo, no qual foram verificados que o valor do vinho que chega até o consumidor tem como variância o preço da uva. A coleta dos dados foi obtida em entrevistas realizadas com o técnico da empresa, e, posteriormente, com o gerente de um supermercado da cidade.

No início, decidimos começar nossas pesquisas pelo campo onde é feita a plantação e a colheita da uva, com o auxílio da professora decidimos fazer a elaboração de um questionário para nos auxiliar na coleta de dados. Pedimos ao produtor que nos respondesse esse questionário em que coletamos dados referentes as duas safras (a boa e a ruim). Cada pergunta que ele nos respondia ele já mostrava na prática como ocorria cada processo. Entre as perguntas que compunham este questionário, destacamos: Qual o espaçamento necessário para a plantação de uva? Aproximadamente, quantos quilos de uva cada pé produz, tanto na safra boa, quanto na ruim? A safra boa consiste numa produção em que a uva rende mais líquido, desta forma necessita de um volume menor de uvas para se produzir 10.000 garrafas de vinho, que é a nossa base mensal coletada nos dados. A safra boa é considerada, de acordo com o produtor, o segundo semestre do ano, e a safra ruim o primeiro semestre. A uva produzida na safra ruim, por outro lado, apresenta uma baixa produção de líquido, assim demanda mais uvas para conseguir atingir as 10.000 garrafas de vinho produzidas no mês por essa vinícola.

Dando sequência à pesquisa, nos deslocamos até a vinícola para buscar informações sobre a produção do vinho. Constatamos um processo amplo, desde o esmagamento da uva até seu envelhecimento em pipas. Descobrimos que após a uva ser triturada é realizada a separação de ramos e folhas e, então, dá-se continuidade na fermentação das bagas e cascas. Em seguida, com a ação de drenagem do bagaço, ocorre a saída do vinho da prensa para que, assim, possa descansar em pipas para seu envelhecimento.

Este sistema de processamento da uva gera um custo com energia, com água, com funcionários da empresa e com outros mecanismos. Com essas informações concluímos que a

vinícola trabalha com um percentual de margem de venda da garrafa na safra boa de 28% e na safra ruim de 25% para a venda até o varejo.

Partimos, então, para a etapa final da coleta de dados, onde buscamos informações referentes à venda do vinho no supermercado e à margem de lucro deste. A informação obtida nos mostrou que o estabelecimento trabalha com uma margem de lucro, em seus produtos, que varia de 20 a 45%, constatando, assim, que na safra boa da uva o vinho chega até ele com um custo baixo, então a margem de venda do vinho é de 43%, e na safra ruim é posto uma margem de 20%.

Para conseguirmos os dados referentes ao preço de custo do vinho que chega ao supermercado, foi necessário agendar uma entrevista com o gerente e o proprietário de empresa situada na mesma cidade em que os vinhos são produzidos, que, por sua vez, foram bastante educados e compreensivos.

A empresa que comercializa os produtos fabricados na vinícola forneceu a margem de lucro de dois tipos de vinhos que são entregues nesse estabelecimento, também foi fornecida, pelo gerente do supermercado, a informação de que ao se calcular a margem de lucros é necessário incluir a substituição tributária sobre o preço de cada garrafa de vinho, que influencia no preço final do produto, causando um aumento no valor da venda para os consumidores.

### *Modelo Matemático*

Esta etapa consistiu em buscar uma forma matemática que representasse o valor final de um determinado vinho produzido por essa vinícola, verificando a influência de alguns elementos desde a compra da uva até a venda do vinho no supermercado. Verificamos que o preço da uva seria a variável independente, pois esse preço varia de acordo com as safras, temos também os percentuais da vinícola e do supermercado que somados influenciam no preço final do vinho.

Assim, temos:

### *Safra boa*

$S_b$  = Quantidade de uva na Safra Boa – 25.000kg (necessário para produzir 10 mil garrafas de vinho/mês).

A = Variável do preço por Quilo da uva.

B = Porcentagem cobrada pela vinícola para produção do vinho, que é de 28% em cima do preço de compra.

J = Porcentagem cobrada pelo supermercado para venda do vinho ao consumidor, que é de 43% em cima do preço de compra.

P = Produção de vinho ao mês (10.000 garrafas).

$C_1$  = Valor final pago pelo consumidor por garrafa produzida na safra boa.

Desta forma temos:

$$C_1 = (1 + J) \left[ \left( \left( \frac{S_b A}{P} \right) \frac{B}{100} \right) + \left( \frac{S_b A}{P} \right) \right]$$

*Safra ruim*

$S_r$  = Quantidade de uva na Safra Boa – 40.000kg (necessário para produzir 10 mil garrafas de vinho/mês).

U = Variável do preço por Quilo da uva.

D = Porcentagem cobrada pela vinícola para produção do vinho, que é de 25% em cima do preço de compra.

M = Porcentagem cobrada pelo supermercado para venda do vinho ao consumidor, que é de 20% em cima do preço de compra.

P = Produção de vinho ao mês (10.000 garrafas).

$C_2$  = Valor final pago pelo consumidor por garrafa produzida na safra ruim.

Desta forma temos:

$$C_2 = (1 + M) \left[ \left( \left( \frac{S_r U}{P} \right) \frac{D}{100} \right) + \left( \frac{S_r U}{P} \right) \right]$$

### *Validação*

#### *Safra Boa*

$$\begin{aligned}
 C_1 &= (1 + 0,43) \left[ \left( \frac{25000 \cdot 2,15}{10000} \cdot \frac{28}{100} \right) + \left( \frac{25000 \cdot 2,15}{10000} \right) \right] \\
 C_1 &= 1,43 \left[ \left( \frac{53750}{10000} \cdot 0,28 \right) + \left( \frac{53750}{10000} \right) \right] \\
 C_1 &= 1,43 \cdot [(5,375 \cdot 0,28) + 5,375] \\
 C_1 &= 1,43 \cdot [1,505 + 5,375] \\
 C_1 &= 1,43 \cdot [6,88] \\
 C_1 &= 9,8384
 \end{aligned}$$

Venda do vinho no supermercado é de R\$9,84.

#### *Safra Ruim*

$$\begin{aligned}
 C_2 &= (1 + 0,20) \left[ \left( \frac{40000 \cdot 3,13}{10000} \cdot \frac{25}{100} \right) + \left( \frac{40000 \cdot 3,13}{10000} \right) \right] \\
 C_2 &= 1,20 \left[ \left( \frac{125200}{10000} \cdot 0,25 \right) + \left( \frac{125200}{10000} \right) \right] \\
 C_2 &= 1,20 [(12,52 \cdot 0,25) + 12,52] \\
 C_2 &= 1,20 [3,13 + 12,52] \\
 C_2 &= 1,20 [15,65] \\
 C_2 &= 18,78
 \end{aligned}$$

Venda do vinho no supermercado é de R\$18,78.

Com isso o trabalho foi validado, pois na safra boa, que a uva rende mais e é necessária pouca quantidade para a produção mensal da vinícola, obtivemos o preço final de aproximadamente R\$6,88, sendo que no mercado, neste período, é vendido a R\$9,84. E em safra ruim, na qual a uva rende pouco e é necessária uma maior quantidade para fabricar a quantia mensal, com o nosso modelo obtemos o preço final de aproximadamente R\$15,65, e no supermercado é vendido a R\$18,78.

### **3. Considerações Finais**

Este trabalho, que teve como intuito relatar a experiência em sala de aula na construção de um modelo matemático, cujo objetivo foi de construir um modelo que pudesse verificar o preço que o consumidor paga em uma garrafa de vinho levando em consideração as safras boa e ruim da uva. Durante o processo de criação do modelo foi necessário o cumprimento de todas as etapas.

A escolha do tema se deu de forma democrática entre os membros da equipe. Durante o processo de levantamento e pesquisa dos dados foi realizada uma visita na vinícola, que foi extremamente importante para a compreensão e desenvolvimento das atividades.

A Modelagem Matemática nos motivou, pois à medida em que o projeto ia sendo desenvolvido, a cada etapa que conseguíamos concluir nos proporcionava uma reflexão mais ampla sobre o que estava sendo estudado. Podemos dizer, após a realização deste trabalho, que a Modelagem Matemática constitui-se como uma estratégia pedagógica capaz de propiciar um ensino com maior interesse dos alunos, facilitando a aprendizagem, preparando o aluno para utilizar a matemática em diferentes áreas. Essa experiência nos proporcionou algo até então não vivenciado nas demais disciplinas do curso de Licenciatura em Matemática, que foi o prazer em pesquisar e investigar, resultando num modelo que descreve matematicamente uma situação real da nossa comunidade. Este projeto contribuiu, também, para a nossa formação inicial, sobretudo no que se refere ao estudo teórico e prático da Modelagem Matemática como estratégia pedagógica para o ensino e aprendizagem da Matemática na Educação Básica.

#### 4. Referências

ANDRADE, M. M. *Ensino e Aprendizagem de Estatística por meio da Modelagem Matemática: uma investigação com o Ensino Médio*. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática), Instituto de Geociências e Ciências Exatas, UNESP, Rio Claro, SP, Brasil. 2008.

BASSANEZI, R. C. *Ensino-aprendizagem com Modelagem Matemática*. São Paulo: Ed. Contexto, 2004.

BIEMBENGUT, M. S. *Modelagem Matemática & Implicações no Ensino-Aprendizagem de Matemática*. Editora da FURB: Blumenau, 1999.

BIEMBENGUT, M. S.; HEIN, N. *Modelagem Matemática no Ensino*. São Paulo: Editora Contexto, 2005.