CONTEXTUALIZANDO FUNÇÕES MATEMÁTICAS

Paulo Tadeu Gandra Campos
Colégio de Aplicação Coluni
paulo.gandra@ufv.br

Chang Kuo Rodrigues
Universidade do Grande Rio (UNIGRANRIO)
changkuockr@gmail.com

Resumo

Esse trabalho tem por objetivo apresentar um dos resultados extraído da dissertação de mestrado "A Influência do Cotidiano nas Questões de Função do Exame Nacional do Ensino Médio". Essa dissertação nasceu da observação das mudanças provenientes da oficialização do ENEM como mecanismo de seleção para o ingresso no ensino superior da quase totalidade das instituições públicas do país. Por meio da metodologia Engenharia Didática, da Teoria Antropológica do Didático e da Matriz de Referência do ENEM estruturamos e respaldamos nossa pesquisa e aqui pretendemos apresentar uma opção para professores da Educação Básica de como melhor servir seus alunos quanto ao novo modelo de questão praticado pelo ENEM.

Palavras-chave: Engenharia Didática; Teoria Antropológica do Didático; Exame Nacional do Ensino Médio; Função Matemática.

1. Introdução

O presente trabalho é consequência da dissertação de Mestrado "A Influência do Cotidiano nas Questões de Função do Exame Nacional do Ensino Médio", a qual originou-se a partir da percepção das mudanças ocorridas na Educação Básica provenientes da substituição da maioria dos clássicos vestibulares das universidades federais do país pelo Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM). Percebemos mudanças nos conteúdos, na fala dos professores e nos livros didáticos, uma vez que, a abordagem contextualizada das questões do ENEM difere da abordagem de grande parte dos antigos clássicos vestibulares do país e, concordando ou não, o exame que seleciona os estudantes para o ingresso no ensino superior é quem, na maioria das vezes, dita os conteúdos a serem abordados na Educação Básica do nosso país.

Assim, a dissertação foi estruturada segundo a metodologia de pesquisa da Engenharia Didática e teve como principal questão de pesquisa a seguinte pergunta de partida: "As questões de matemática contextualizadas com situações do cotidiano e/ou de outras áreas do conhecimento podem ser mais eficazes, atingindo positivamente uma parcela maior de alunos com relação à aprendizagem dessa disciplina?”. Na tentativa de responder tais questões, propomos aos estudantes a resolução de dois tipos de atividades. A primeira delas por nós classificada como “atividades de contexto matemático” e a segunda, “atividades de contexto cotidiano”.

Essa etapa da pesquisa nos permitiu, à luz das competências e habilidades do ENEM e da Teoria Antropológica do Didático, pensar meios para adaptar ou criar questões no formato de contexto cotidiano, que sejam “equivalentes” a questões de contexto matemático. Nessa Comunicação Científica apresentaremos o modo como criamos e/ou adaptamos tais questões e os critérios de equivalência das mesmas, como sugestão a professores da Educação Básica para melhor servir seus alunos quanto ao novo modelo de questão praticado pelo ENEM.

2. Metodologia

A Metodologia de Pesquisa da escola francesa de Educação Matemática, Engenharia Didática, desenvolvida por Michele Artigue (1988), é composta por quatro fases: Análises preliminares, Concepção e análise *a priori,* Experimentação e Análise *a posteriori* e validação.

Na primeira fase fizemos a Revisão da Literatura, apontamos o Embasamento Teórico, a Problemática de Pesquisa e a metodologia de pesquisa. Como embasamento teórico adotamos a Teoria Antropológica do Didático (TAD), e a Matriz de Referência do ENEM. A TAD, de Yves Chevallard (1996), permite ao professor pesquisador uma análise detalhada na resolução das questões apresentadas pelos alunos e, para isso, se baseia em quatro termos, a saber: *tarefa* (T), *técnica* (τ), *tecnologia* (θ) e *teoria* (Θ).

No contexto da TAD, uma *tarefa* (T) é identificada por um verbo de ação que deve estar acompanhado de um conteúdo em estudo. Em outras palavras, identificar a *tarefa* (T) em uma atividade matemática significa apontar o que o problema quer que descubramos.

Uma *técnica* (τ) é um modo de proceder a fim de realizar uma *tarefa* (T).

> *[...] a realização de toda tarefa provém de se colocar em ação uma técnica. O sentido do termo técnica é mais amplo do que o usual; não é apenas um procedimento estruturado e metódico, mas, uma maneira particular de se*

ISSN 2178-034X

> *realizar determinada tarefa. (BOSCH; CHEVALARD, 1999 apud MIGUEL, 2005, p.35, grifo nosso)*

Uma *tecnologia* (θ) é um discurso descritivo e justificativo das *técnicas* (τ) empregadas para tentar realizar uma *tarefa* (T). As *tecnologias* (θ), assim como as *técnicas* (τ), empregadas devem ser reconhecidas pela instituição em que estão inseridas.

> *A existência de uma técnica supõe a existência subjacente de um discurso interpretativo e justificativo da técnica e de âmbito de aplicabilidade e validade. Chamaremos esse discurso sobre a técnica de uma tecnologia.*
> *(CHEVALLARD et al., 2001 apud SABO, 2010, p. 58, grifo nosso)*

A respeito da *tecnologia* (θ), em alguns casos, é possível, na própria *técnica* (τ), identificá-la por completo, em outros, apenas parte dela. Segundo Chevallard (1999 apud SABO, 2010, p.58), “qualquer que seja o tipo de tarefa, a *técnica* relativa a esta *tarefa* estará sempre associada a uma *tecnologia* ou a um vestígio da *tecnologia*”.

A *teoria* (Θ) justifica e garante a veracidade da *tecnologia* (θ), pois a partir dela podemos generalizar os conhecimentos em outras situações similares.

> *A teoria é a especulação abstrata da tecnologia; no plano teórico estão as definições, os teoremas, as noções mais abrangentes e abstratas que servem para explicar, justificar e produzir tecnologias. (MIGUEL, 2005, p. 36, grifo nosso)*

A *teoria* (Θ) é chamada de *tecnologia* (θ) da *tecnologia* (θ) e, segundo Chevallard (1996 apud RODRIGUES, 2009 p. 46), “a *teoria* (Θ) é o nível superior de justificativa-explicação-produção e nem sempre está presente numa atividade.”

Em síntese, a TAD é norteada por quatro estágios “*tarefa* (T), *técnica* (τ), *tecnologia* (θ) e *teoria* (Θ)”. O cumprimento de toda *tarefa* (T) é proveniente da utilização de uma *técnica* (τ), justificada pela *tecnologia* (θ), que é garantida pela *teoria* (Θ).

Criado, em 1998, o Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) era composto, até 2008, por uma redação com tema proposto e 63 questões objetivas e contextualizadas. A partir de 2009, o Ministério da Educação implementou mudanças no exame, dentre as quais passou a ser utilizado como mecanismo de seleção para o ingresso no ensino superior da quase totalidade das instituições públicas do país.

Dentre outras mudanças, o *Novo ENEM*, como passou a ser chamado a partir de 2009, ganhou novo formato, e o seu conteúdo passou a ser definido a partir da Matriz de Referência em quatro áreas do conhecimento, a saber: Linguagens, códigos e suas tecnologias, Matemática e suas tecnologias, Ciências da Natureza e suas tecnologias e Ciências Humanas e suas tecnologias[1]. Assim, cada uma dessas quatro áreas do conhecimento passou a ter número determinado de questões em um total de 180 e o exame passou a se estender por dois dias, com 90 questões por dia, além de, no segundo dia, também ser aplicada a redação.

Diferentemente dos vestibulares tradicionais, o *Novo ENEM* não é baseado em conteúdos específicos e sim em uma Matriz de Referências constituída por Competências e Habilidades. Comum a todas as áreas de conhecimento, os Eixos Cognitivos apresentam:

> **I. Domínio de linguagens (DL):** dominar a norma culta da Língua Portuguesa e fazer uso das linguagens matemática, artística e científica e das línguas espanhola e inglesa.
> **II. Compreensão de fenômenos (CF):** construir e aplicar conceitos das várias áreas do conhecimento para a compreensão de fenômenos naturais, de processos históricogeográficos, da produção tecnológica e das manifestações artísticas.
> **III. Enfrentar situações-problema (SP):** selecionar, organizar, relacionar, interpretar dados e informações representados de diferentes formas, para tomar decisões e enfrentar situações-problema.
> **IV. Construir argumentação (CA):** relacionar informações, representadas em diferentes formas, e conhecimentos disponíveis em situações concretas, para construir argumentação consistente.
> **V. Elaborar propostas (EP):** recorrer aos conhecimentos desenvolvidos na escola para elaboração de propostas de intervenção solidária na realidade, respeitando os valores humanos e considerando a diversidade sociocultural. (BRASIL, 2013, p.1)

Embora na área de Matemática e suas Tecnologias, sejam apresentadas sete Competências, e cada uma delas possua certo número de Habilidades, vamos focar naquelas que se referem ao objeto matemático "função" que são exigidas para solucionar as tarefas presentes nesse trabalho.

> ***Competência de área 5 - Modelar e resolver problemas que envolvem variáveis socioeconômicas ou técnico-científicas, usando representações algébricas.***

[1] Disponível em: <http://portal.inep.gov.br/web/enem/conteudo-das-provas>. Acesso em: 14 jul. 2015.

> ***H19*** *- Identificar representações algébricas que expressem a relação entre grandezas.*
> ***H20*** *- Interpretar gráfico cartesiano que represente relações entre grandezas.*
>
> ***H21*** *- Resolver situação-problema cuja modelagem envolva conhecimentos algébricos.*
> ***H22*** *- Utilizar conhecimentos algébricos/geométricos como recurso para a construção de argumentação.*
> ***H23*** *- Avaliar propostas de intervenção na realidade utilizando conhecimentos algébricos.*
> ***Competência de área 6 - Interpretar informações de natureza científica e social obtidas da leitura de gráficos e tabelas, realizando previsão de tendência, extrapolação, interpolação e interpretação.***
> ***H24*** *- Utilizar informações expressas em gráficos ou tabelas para fazer inferências.*
> ***H25*** *- Resolver problema com dados apresentados em tabelas ou gráficos.*
> ***H26*** *- Analisar informações expressas em gráficos ou tabelas como recurso para a construção de argumentos. (BRASIL, 2009, p.5-7)*

A respeito da Problemática da Pesquisa, não entraremos em mais detalhes uma vez que já foram elencadas na introdução deste trabalho. E sobre a metodologia de pesquisa, escolhemos a Engenharia Didática e, como o leitor pode perceber, ela está organizando o presente trabalho.

Na segunda fase da metodologia, na Concepção e análise *a priori,* temos dois tipos de variáveis, as Macrodidáticas e as Microdidáticas.

As variáveis Macrodidáticas, as quais pontuamos, primeiramente, a pesquisa que fizemos selecionando questões de função, por nós classificadas como de “contexto matemático”, nos vestibulares da Universidade Federal de Juiz de Fora (UFJF) no período de 2009 a 2013. Em um segundo momento, de acordo com algumas questões que encontramos na pesquisa feita inicialmente, formulamos e/ou adaptamos questões no formato “contexto cotidiano”. Dessa maneira, passamos a contar com pares de questões, uma de contexto matemático e outra de contexto cotidiano. Em seguida, determinamos critérios de equivalência entre as questões de contexto matemático dos vestibulares da UFJF e as questões de contexto cotidiano que criamos e/ou adaptamos. Essa equivalência foi construída com base nas Competências e Habilidades da Matriz de Referência do ENEM e se resume a dois pontos:

I) As questões devem apresentar, no mínimo, uma competência em comum e mesmas habilidades segundo a matriz de referência do ENEM. Exceto, as habilidades que se referem à intervenção da realidade e a situações-problema, uma vez que estas não podem ser contempladas em questões de contexto matemático, pois as questões de contexto matemático são voltadas apenas para a matemática, não havendo conexão com o cotidiano.

II) As questões devem apresentar o mesmo objeto matemático, diferindo, apenas, pelo contexto em que estão inseridas.

Finalmente, no quarto momento, efetuamos a resolução dessas questões à luz da Teoria Antropológica do Didático.

Assim, após concluir as etapas das variáveis macrodidáticas, obtemos três pares de questões, embora apresentaremos apenas dois no presente trabalho.

Não entraremos em detalhes a respeito das variáveis microdidáticas pois, assim como a terceira e quarta fases da metodologia Engenharia Didática, a Experimentação e a Análise *a posteriori* e validação, respectivamente, para o presente trabalho, fogem do cerne do tema, "Contextualizar Funções Matemática", uma vez que já apresentamos os critérios de equivalência entre os dois tipos de questões (contexto cotidiano e contexto matemático) faltando, agora, apresentar as questões propriamente ditas.

3. Resultados

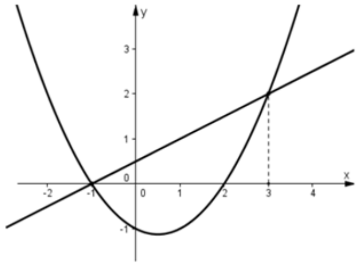
Direcionamos tais questões para professores da Educação Básica com o intuito de deixar sugestões sobre como aproximar questões de contexto matemático das de contexto cotidiano, além de criar um modo de compará-las. Acreditamos que de posse de pares de questões equivalentes os professores poderão servir melhor seus alunos quanto ao novo modelo de questão praticado pelo ENEM. Também deixamos a sugestão da utilização da Teoria Antropológica do Didático (TAD) tanto para a formulação de avaliações como para a correção das mesmas.

Seguem abaixo dois pares de questões trabalhados durante o desenvolvimento da pesquisa:

A Questão 1, Figura 1, foi retirada do clássico vestibular da Universidade Federal de Juiz de Fora-UFJF, do ano de 2010.

Figura 1 – Questão 1 – UFJF 2010

Questão 1 (UFJF 2010) No plano cartesiano abaixo, estão representados os gráficos de uma função f, do 1º grau, e de uma função g, do 2º grau.



Considerando o conjunto S = {x ∈ ℝ : f(x) - g(x) > 0}, é correto afirmar que:

a) S =]-1, 3[b) S =] -1, 2[c) S =]-∞, -1[∪]3, +∞[d) S =]3, +∞[e) S = ∅

Disponível em: http://www.vestibular.ufjf.br/antenado/vestibular-e-pism/edicoes-anteriores/provas-e-gabaritos/pg2009/. Acesso em: 15 out. 2013.

Para a resolução à luz da TAD, destacamos na Questão 1, Figura 1:

- *Tarefa* (*T*): Distinguir a função cujo gráfico é uma reta da função cujo gráfico é uma parábola e identificar para quais valores de x os valores numéricos da função f são superiores aos da função g.
- *Técnica* (τ):

A reta é o esboço do gráfico da função f. (1)

A parábola é o esboço do gráfico da função g. (2)

Sabendo quais são os gráficos de f e g, por meio de análise de gráficos, observamos que f está acima de g, para x variando de -1 até 3.

- *Tecnologia* (θ): Na passagem (1), concluímos que o gráfico de f é a reta, pois toda função do primeiro grau possui por gráfico uma reta.

Na passagem (2), concluímos que o gráfico de g é a parábola, pois toda função do segundo grau possui por gráfico uma parábola.

- *Teoria* (Θ): Na *tecnologia* (θ) utilizamos, primeiramente, o conceito de função polinomial do primeiro grau que é uma função cuja expressão geral é $f(x) = ax + b$, $a \neq 0$, $a, b \in \mathbb{R}$, cujo gráfico é uma reta[2].

Na segunda parte da *tecnologia* (θ) utilizamos o conceito de função polinomial do segundo grau, cuja expressão geral é $g(x) = ax^2 + bx + c$, $a, b, c \in \mathbb{R}$ e $a \neq 0$[3].

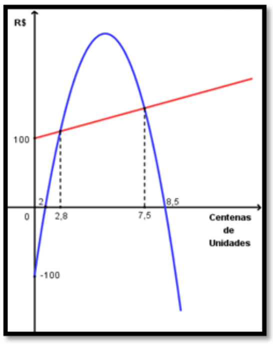
[2] Devido ao alto grau de complexidade na demonstração de que toda função do primeiro grau possui por gráfico uma reta, deixamos tal explicação para a dissertação "A Influência do Cotidiano nas Questões de Função do Exame Nacional do Ensino Médio", trabalho que gerador desse trabalho.

Segundo a Matriz de Referência do ENEM, essa questão apresenta as competências de área 5 e 6 com suas respectivas e as habilidades H20, H22, H25 e H26[4].

A seguir, a Questão proposta 1, Figura 2, que formulamos, nos baseando a partir da Questão 1 do clássico vestibular da Universidade Federal de Juiz de Fora-UFJF de 2010.

Figura 2 – Questão proposta 1

Questão proposta 1 O Departamento Financeiro de uma empresa de cosméticos apresentou um relatório referente aos lucros e/ou prejuízos do ano de 2010. O gráfico abaixo, contido no relatório, apresenta a função Lucro (L), do 2º grau e a função Custo (C), do 1º grau para a produção e venda de x centenas de unidades de cosméticos.



A faixa de número de peças produzidas e vendidas que compreende lucro superior aos custos dessa empresa é:

a) Entre -100 e 100. b) Entre 0 e 280. c) Entre 200 e 850.
d) Entre 280 e 750. e) Entre 280 e 850.

Fonte: Dados da pesquisa.

Para a resolução à luz da TAD, destacamos na Figura 2, o desenvolvimento da Questão proposta 1 elaborada por nós:

- *Tarefa* (*T*): Distinguir a função cujo gráfico é uma reta da função cujo gráfico é uma parábola, identificar em que faixa de número de cosméticos produzidos e vendidos teremos lucro maior que os custos e reconhecer a escala gráfica utilizada no eixo horizontal.

- *Técnica* (τ): Chamaremos Lucro (L) e Custo (C).

O gráfico de C é a reta (3)

O gráfico de L é a parábola. (4)

Sabendo quais são os gráficos de L e C, por meio de análise de gráficos, observamos que L

[3] Devido ao alto grau de complexidade na demonstração de que toda função do segundo grau possui por gráfico uma parábola, deixamos tal explicação para a dissertação "A Influência do Cotidiano nas Questões de Função do Exame Nacional do Ensino Médio", trabalho que gerador desse trabalho.
[4] Ver páginas 4 e 5 desse trabalho.

ISSN 2178-034X

está acima de C, entre 2,8 (x 100) e 7,5 (x 100) unidades de cosméticos produzidos e vendidos.

- *Tecnologia* (θ): Na passagem (3), concluímos que o gráfico de C é a reta, pois toda função do primeiro grau possui por gráfico uma reta.

Em (4), concluímos que o gráfico de L é uma parábola, pois toda função do segundo grau possui por gráfico uma parábola.

Teoria (Θ): Primeiro, na *tecnologia* (θ), utilizamos o conceito de função do primeiro grau, que é uma função cuja expressão geral é $y = ax + b$, $a \neq 0$, $a, b \in \mathbb{R}$, cujo gráfico é uma reta[2].

Em um segundo momento, utilizamos o conceito de função do segundo grau, que é uma função cuja expressão geral é $y = ax^2 + bx + c$, $a, b, c \in \mathbb{R}$ e $a \neq 0$[3].

Quanto à Matriz de Referência do ENEM, essa questão apresenta, as competências de área 5 e 6, e as respectivas habilidades H20, H22, H25 e H26[4].

Assim, o par de questões apresentados acima contém as mesmas competências e habilidades segundo a Matriz de Referência do ENEM, além de apresentarem o mesmo objeto matemático função do primeiro e segundo graus, ou seja, são classificadas como equivalentes.

A Questão 2, Figura 3, foi retirada do vestibular da Universidade Federal de Juiz de Fora-UFJF, na modalidade Educação à Distância do ano de 2010.

Figura 3 – Questão 2 – UFJF EAD 2010

Questão 2 (UFJF EAD 2010) O valor máximo da função $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, definida por $f(x) = 7 - 2 \cdot \text{sen}(x)$, é igual a:

a) 5 b) 6 c) 7 d) 9 e) 11

Disponível em: http://vestibular.brasilescola.com/downloads/universidade-federal-juiz-fora.htm. Acesso em: 15 out 2013.

A seguir, a resolução, à luz da TAD, da Questão 2, Figura 3:

- *Tarefa* (T): Calcular o máximo valor numérico da função f(x) fornecida.
- *Técnica* (τ):

$$-1 \leq \text{sen}(x) \leq 1 \qquad (5)$$

$$\text{sen}(x) \geq -1 \quad \text{e} \quad \text{sen}(x) \leq 1 \qquad (6)$$

$$2 \cdot \text{sen}(x) \geq -2 \quad \text{e} \quad 2 \cdot \text{sen}(x) \leq 2 \qquad (7)$$

$$-2 \cdot \text{sen}(x) \leq 2 \quad \text{e} \quad -2 \cdot \text{sen}(x) \geq -2 \qquad (8)$$

$$7 - 2\cdot \operatorname{sen}(x) \leq 7 + 2 \quad \text{e} \quad 7 - 2\cdot \operatorname{sen}(x) \geq 7 - 2 \qquad (9)$$

$$\underbrace{7 - 2\cdot\operatorname{sen}(x)}_{f(x)} \leq 9 \quad \text{e} \quad \underbrace{7 - 2\cdot\operatorname{sen}(x)}_{f(x)} \geq 5 \qquad (10)$$

$$5 \leq f(x) \leq 9 \qquad (11)$$

- *Tecnologia* (θ): Em (5), a função trigonométrica seno é limitada, variando de -1 até 1.

Em (6), separação das desigualdades sucessivas em duas.

Em (7), a multiplicação de números positivos, no caso 2, em desigualdades, não altera o sentido das mesmas.

Em (8), a multiplicação de números negativos, no caso -1, em desigualdades altera o sentido das mesmas.

Em (9), a adição de valores iguais nos dois membros das desigualdades preserva o sentido das últimas.

Em (10), reconhecimento da expressão f(x) em cada uma das desigualdades.

Em (11), junção das duas desigualdades em uma única.

- *Teoria* (Θ)[5].

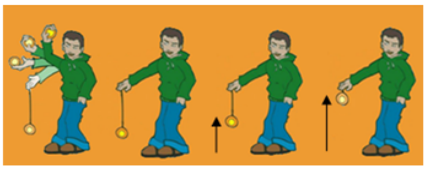
No que se refere à Matriz de Referência do ENEM, apontamos para a competência e habilidades:

- Competência de área 5, com as habilidades H19 e H22[4].

A seguir, a Questão proposta 2, Figura 4, que surgiu inspirada nas ideias apresentadas na Questão 2, Figura 3.

Figura 4 – Questão proposta 2

Questão proposta 2 O ioiô é um brinquedo constituído de uma corda ou barbante conectado a uma peça de plástico ou acrílico, por exemplo, que amarrada a um dos dedos da mão pode criar bons momentos de diversão. Com movimentos de subida e descida, pessoas treinadas em manejar um ioiô são capazes de executar várias manobras.



Fonte: http://www.facebook.com/TulaBombonierееCia (modificado). Acesso em: 03 Mai 2013.

A imagem acima mostra um garoto brincando com seu ioiô, no qual o brinquedo é arremessado para baixo até que atinja uma altura mínima e, assim, retorna para sua mão, ou seja, atinge a altura máxima. Suponha que a distância da mão do garoto até o chão se mantenha constante e que o movimento de descida e de subida do ioiô seja descrito pela função h(t) = 1 – 0,2 · sen(t), sendo h a altura em metros, do brinquedo, e t, o tempo decorrido, em segundos, após o lançamento do mesmo. A altura mínima alcançada por esse ioiô está entre:

a) 0,6 m e 0,8 m. b) 0,7 m e 0,9 m. c) 0,8 m e 1,0 m. d) 0,9 m e 1,1 m. e) 1,0 m e 1,2 m.

Fonte: Dados da pesquisa.

[5] Devido ao alto grau de complexidade na demonstração de que a função trigonométrica f(x) = sen(x), é limitada, deixamos tal explicação para a dissertação "A Influência do Cotidiano nas Questões de Função do Exame Nacional do Ensino Médio", trabalho que gerador dessa Comunicação Científica.

ISSN 2178-034X

Segundo a TAD, a resolução da Questão proposta 2, Figura 4, é:

- *Tarefa* (*T*): Calcular a altura mínima alcançada pelo ioiô.
- *Técnica* (τ):

$$-1 \leq \text{sen}(t) \leq 1 \qquad (12)$$

$$-1 \leq \text{sen}(t) \quad \text{e} \quad \text{sen}(t) \leq 1 \qquad (13)$$

$$-0{,}2 \leq 0{,}2\cdot\text{sen}(t) \quad \text{e} \quad 0{,}2\cdot\text{sen}(t) \leq 0{,}2 \qquad (14)$$

$$0{,}2 \geq -0{,}2\cdot\text{sen}(t) \quad \text{e} \quad -0{,}2\cdot\text{sen}(t) \geq -0{,}2 \qquad (15)$$

$$1 + 0{,}2 \geq 1 - 0{,}2\cdot\text{sen}(t) \quad \text{e} \quad 1 - 0{,}2\cdot\text{sen}(t) \geq 1 - 0{,}2 \qquad (16)$$

$$1{,}2 \geq \underbrace{1 - 0{,}2\cdot\text{sen}(t)}_{h(t)} \quad \text{e} \quad \underbrace{1 - 0{,}2\cdot\text{sen}(t)}_{h(t)} \geq 0{,}8 \qquad (17)$$

$$0{,}8 \leq h(t) \leq 1{,}2 \qquad (18)$$

- *Tecnologia* (θ): (12) A função trigonométrica seno é limitada, variando de -1 até 1.

(13) Separação da dupla desigualdade em duas.

(14) A multiplicação de números positivos, no caso, 0,2, em desigualdades, não altera o sentido das mesmas.

(15) A adição de valores iguais nos dois membros das desigualdades preserva o sentido das mesmas.

(16) Soma e subtração de números fracionários de mesmo denominador.

(17) Reconhecimento da expressão h(t) em cada uma das desigualdades.

(18) Junção das duas desigualdades em uma única.

- *Teoria* (Θ)[5]

No que se refere à Matriz de Referência do ENEM, apontamos para a competência e habilidades:

- Competência de área 5, com as habilidades H19, H22 e H23[4].

Assim, o par de questões acima apresenta mesmo objeto matemático contém as mesmas competências e pelo menos uma habilidade em comum, ou seja, são classificadas como equivalentes.

4. Considerações Finais

Diante desta abordagem, esperamos que esta pesquisa possa servir como referência para os professores de Matemática, no sentido de valorizar os diferentes meios em que os alunos encontram para solucionar as tarefas disponíveis, além de consolidar os conceitos matemáticos por meio de habilidades específicas sugeridas na Matriz de Referência do Enem.

A realização das tarefas segue ao encontro da Teoria Antropológica do Didático quando valoriza os meios pelos quais o sujeito desenvolve a construção de um saber que foi ensinado e, por isso, o professor que transformou este saber a ser ensinado, se faz também um sujeito que está em ação no processo de ensinar, objetivando, sobretudo, que o aluno aprenda.

5. Referências

ALMOULOUD, Saddo Ag. **Fundamentos da didática da matemática**. Curitiba: UFPR, 2007.

BRASIL, Secretaria da Educação Básica. **Orientações Curriculares para o Ensino Médio**: Ciências da Natureza, Matemática e suas tecnologias. Brasília: MEC, 2002.

_____. Secretaria da Educação Básica. **Matriz de Referência para o ENEM**. Brasília: MEC, 2009. Disponível em: <http://portal.inep.gov.br/web/enem/conteudo-das-provas> Acesso em: 23 jun. 2013.

CAMPOS, Paulo Tadeu Gandra. **A Influência do Cotidiano nas Questões de Função do Exame Nacional do Ensino Médio**. 2014. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) Universidade Federal de Juiz de Fora.

MIGUEL, Maria Inez Rodrigues. **Ensino e Aprendizagem do Modelo Poisson**: uma experiência com modelagem. São Paulo, 2005. Tese (Doutorado em Educação Matemática) Pontifícia Universidade Católica de São Paulo.

PAIS, Luiz Carlos. **Didática da Matemática**: uma análise da influência francesa. Belo Horizonte: Autêntica, 2011.

RODRIGUES. Chang Kuo. **A Função do Cotidiano e o Cotidiano das Funções**. 1999. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) Universidade de Santa Úrsula.

_____, Chang Kuo. **O Teorema Central do Limite**: um estudo ecológico do saber e do didático. 2009. Tese (Doutorado em Educação Matemática) Pontifícia Universidade Católica de São Paulo.

SABO, Ricardo Dezso. **Saberes Docentes**: Análise Combinatória no Ensino Médio. 2010. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) Pontifícia Universidade Católica de São Paulo.