Equações do 2º Grau na Prática: Uso de Materiais Manipuláveis

Resumo:

O objetivo deste minicurso é apresentar atividades a respeito da resolução de uma Equação do 2º Grau que serão exploradas por meio de materiais manipuláveis. Tomamos por base a fatoração de trinômios do 2º grau e o fato do produto entre dois números reais ser nulo acarretar que pelo menos um deles é nulo. Destaca-se a importância da natureza investigativa das atividades e a articulação entre os aspectos geométricos e algébricos, ou seja, a fatoração será abordada por meio da composição e decomposição de modelos retangulares, tendo como foco a sua área. Ao final, os participantes poderão tecer comentários a respeito dessa experiência. Assim, o minicurso poderá contribuir para aprimorar ou ampliar conceitos relativos ao conteúdo Equação do 2º Grau, sobretudo, no que diz respeito a uma possível alternativa para a sua abordagem na Educação Básica. O público-alvo são estudantes do curso de licenciatura em matemática e professores de matemática.

Palavras-chaves: Equação do 2º Grau. Materiais Manipuláveis. Geometria e Álgebra.

Ementa

O minicurso aborda a resolução de Equações do 2º Grau por meio de materiais manipuláveis, enfatizando a fatoração de trinômios e a relação entre produto nulo e raízes da equação. A abordagem combina aspectos geométricos e algébricos, utilizando modelos retangulares para representar uma fatoração pela área. Cabe destacar que a Teoria das Situações Didáticas foi utilizada para conceber as atividades e será utilizada para mediar as atividades durante o minicurso, pois esta, se relaciona com a execução de atividades focadas no ensino de conteúdos matemáticos em que o estudante é o protagonista na construção do seu conhecimento (Jesus; Dias, 2009). Os participantes poderão compartilhar suas impressões ao final e a interação entre eles durante a ocorrência do

Carla Mota de Jesus

Universidade Federal do Recôncavo da Bahia
Amargosa, BA – Brasil

✉ carlamota@aluno.ufrb.edu.br

Laís Santos Souza

Universidade Federal do Recôncavo da Bahia
Amargosa, BA – Brasil

✉ lais.souza.lai@hotmail.com

Jocelia de Jesus Araujo Reis

Universidade Federal do Recôncavo da Bahia
Amargosa, BA – Brasil

✉ sem_email@hotmail.com

Weliton Sacramento dos Reis

Universidade Federal do Recôncavo da Bahia
Amargosa, BA – Brasil

✉ sem_email@gmail.com

Recebido • 04/04/2025
Aprovado • 05/06/2025
Publicado • 08/08/2025

Minicurso

minicurso será fundamental. O objetivo é oferecer uma alternativa didática para a Educação Básica, sendo voltado para estudantes de licenciatura em matemática e professores que ensinam matemática, sobretudo nos anos finais do Ensino Fundamental.

Justificativa

Ao ingressar na faculdade tivemos interesse em participar do programa de extensão Materiais Manipuláveis no Processo de Ensino e Aprendizagem de Matemática, nele, percebemos como a utilização de materiais manipuláveis podem ajudar na aprendizagem de matemática, tornando a aula mais dinâmica e fazendo com que os alunos se interessem cada vez mais. A esse respeito, Scolari (2008) defende a necessidade de utilizar materiais alternativos na sala de aula, e que muitos professores se apegam muito ao formato “giz e quadro” evidenciando a dificuldade dos alunos de absorverem o conteúdo. Em verdade, como alternativa a autora propõe uma mesclagem entre os dois tipos de ensino, propiciando assim o que ela chama de “manipulação física do pensamento”.

Em relação ao conteúdo escolhido, equação do segundo grau, desde quando estudávamos no ensino básico, vimos a dificuldade de alunos absorverem esse conteúdo, dificuldade essa que foi evidenciada em nossas experiências como estagiários, dito isso, vemos a necessidade de dar uma contribuição no ensino desse conteúdo, e assim como já dito, os materiais manipuláveis podem se tornar uma alternativa para esse ensino, já que com a utilização desses materiais os alunos poderão ter acesso a uma matemática mais concreta, para além da aplicação de fórmulas matemáticas.

Dito isso, a importância desse minicurso para o evento é apresentar para professores e futuros professores novas formas de ensinar matemática por meio dos materiais manipuláveis, podendo assim, favorecer o processo de ensino e aprendizagem, já que ao final no minicurso, irão dispor de mais ferramentas para o ensino.

Público

Este minicurso é voltado para professores, estudantes de licenciatura em matemática e pessoas interessados em aprimorar suas práticas no ensino de matemática. Nosso objetivo é promover a troca de experiências e apresentar estratégias inovadoras para tornar o ensino da matemática mais eficaz e acessível. Além disso, como trabalharemos com materiais manipuláveis e precisamos de orientações pormenorizadas, indicamos um máximo de 30 participantes.

Conteúdo programático

1. Introdução ao tema

Ensinar matemática de forma eficaz é um desafio constante, o que leva educadores a explorarem novas metodologias para tornar esse processo mais dinâmico e significativo. Uma abordagem promissora é estimular a participação ativa dos alunos na construção do seu próprio conhecimento, promovendo reflexões e investigações. Nesse contexto, os materiais manipuláveis surgem como uma ferramenta didática valiosa, pois permitem que os estudantes toquem, manipulem e explorem conceitos matemáticos de maneira concreta (Reys, 1982, citado por Vale, 2002).

Com o objetivo de discutir uma alternativa para o ensino da resolução de uma Equação do 2º Grau no Ensino Fundamental II, propomos um minicurso baseado na resolução de equações por fatoração, utilizando materiais manipuláveis. Essa abordagem visa estabelecer uma relação entre as representações geométricas e algébricas, facilitando a compreensão do conteúdo e promovendo um aprendizado mais significativo.

2. Primeiros Conceitos e Fundamentos

O minicurso será fundamentado na ideia de que a aprendizagem matemática não deve ser apenas a transmissão de fórmulas prontas, mas um processo investigativo e reflexivo. Para isso, trabalharemos com conceitos essenciais, tais como: áreas de figuras planas (quadrados e retângulos); fatoração de expressões algébricas; resolução de equações do 2º grau por fatoração; justificativas geométricas e algébricas da equação do 2º grau.

Dessa forma, buscamos superar a prática comum na Educação Básica de apresentar a fórmula de Bhaskara sem a devida contextualização, promovendo uma abordagem que justifique e dê significado ao conteúdo. Além disso, os materiais manipuláveis terão papel central na mediação entre professor, aluno e conhecimento (Passos, 2006), possibilitando que os estudantes saiam do empírico para o abstrato, compreendendo as relações matemáticas a partir da experimentação.

3. Aplicações Práticas

As atividades serão desenvolvidas em duplas ou trios, permitindo a troca de informações e o compartilhamento de estratégias. Os participantes terão acesso a materiais manipuláveis, incluindo: 4 modelos de quadrados grandes (lado = x); 15 modelos de retângulos (dimensões x e 1); 16 modelos de quadradinhos pequenos (lado = 1), de duas cores. Vale ressaltar que a unidade “1” não é comensurável com x , ou seja, essa unidade não consegue medir x .

Com esses materiais, os participantes serão desafiados a representar geometricamente a fatoração de expressões algébricas e a resolver equações do 2º grau. Ao longo das atividades, os ministrantes do minicurso circularão entre os grupos, oferecendo suporte para estimular o raciocínio matemático.

Após essa fase exploratória, os participantes serão incentivados a generalizar os conceitos abordados e a resolver atividades sem o uso dos materiais manipuláveis, garantindo a transição do concreto para o abstrato.

4. Exercícios e Discussões

Para consolidar os conhecimentos adquiridos, as atividades práticas serão complementadas por momentos de socialização e discussão dos resultados. A sistematização será conduzida pelos ministrantes, destacando: relação entre a representação geométrica e algébrica das equações; reflexões sobre o uso de materiais manipuláveis no ensino da matemática; estratégias para aplicar essa abordagem na Educação Básica.

Além disso, essa metodologia está alinhada às Orientações Curriculares para o Ensino Médio (Brasil, 2006), que recomendam a integração entre diferentes blocos de conteúdo e a valorização do raciocínio matemático. Entre os aspectos desenvolvidos ao longo do minicurso, destacam-se:

formulação de questões matemáticas; investigação de soluções e hipóteses; argumentação lógico-dedutiva; resolução de problemas.

5. As atividades

Na sequência, segue o conjunto de atividades que desenvolveremos no minicurso. Inicialmente retomaremos a definição de Equação do 2º Grau, ou seja, é toda equação da forma $ax^2 + bx + c = 0$, com a, b e c reais e $a \neq 0$.

1ª PARTE: Fatorando trinômios e resolvendo equações.

Você recebeu um kit com 4 modelos de quadrados grandes, 15 modelos de retângulos e 16 modelos de quadradinhos de duas cores. As figuras têm as seguintes dimensões: o lado do quadrado grande vale x ; o do quadrado pequeno vale 1; e os do retângulo medem x e 1. Qual a expressão algébrica que representa a área dessas figuras?

As peças brancas representam expressões com coeficientes positivos e as que não são brancas representam expressões com coeficientes negativos. Com o material que você dispõe, com quais peças representaria o trinômio $x^2 + 3x + 2$? Com essas peças monte um retângulo. As dimensões desse retângulo podem ser representadas por quais expressões algébricas?

Assim, $x^2 + 3x + 2 = (\quad)(\quad)$.

Lembrando que: Se o produto de dois números reais é igual a zero, então um deles deve ser nulo e, reciprocamente, se um de dois números reais é nulo, então o produto deles é igual a zero, ou seja, $a \cdot b = 0 \cdot a = 0$ ou $b = 0$.

Resolva a equação $x^2 + 3x + 2 = 0$.

Com as peças, forme um retângulo associado a cada equação do quadro. A seguir, destaque as suas dimensões e escreva-a na forma fatorada. Resolva a equação e anote suas raízes.

Equação	Equação na forma fatorada	Raízes (x' e x'')
a) $x^2 + 6x + 5 = 0$		
b) $x^2 + 7x + 12 = 0$		
...	...	...

As equações do quadro são da forma $x^2 + bx + c = 0$ e podem ser escritas na forma fatorada: $(x + p)(x + q) = 0$. Responda as seguintes questões:

- Que relação existe entre p e q e o número c ?
- Que relação existe entre p e q e o número b ?
- Que relação existe entre as raízes da equação $x^2 + bx + c = 0$ e os números b e c ?

Agora resolva as equações sem utilizar o material:

a) $x^2 + 5x + 6 = 0$

b) $x^2 + 6x + 9 = 0$

c) $x^2 + 9x + 20 = 0$

d) $x^2 + 10x + 9 = 0$

2ª PARTE: Ampliando conhecimentos – Equações com coeficientes negativos.

Vamos agora considerar equações cujos coeficientes de seus termos podem ser números negativos. Considere que as peças não brancas anulam uma parte da área das peças brancas quando são sobrepostas a elas. Então, a sobreposição de duas peças iguais de cores diferentes corresponde à área zero. Usaremos este fato para escrever a equação $x^2 - 3x + 2 = 0$, na forma fatorada. Com o material que você dispõe, com quais peças representaria o trinômio $x^2 - 3x + 2 = 0$? Com essas peças monte um retângulo. Se precisar sobreponha peças.

Quais as expressões algébricas que representam as dimensões do retângulo branco?

Resolva a equação $x^2 - 3x + 2 = 0$.

Com as peças, forme um retângulo associado a cada equação do quadro. A seguir, destaque as suas dimensões e escreva-a na forma fatorada.

Equação	Equação na forma fatorada	Raízes (x' e x'')
a) $x^2 - 5x + 6 = 0$		
b) $x^2 - 3x = 0$		
...	...	...

Analise seus resultados da mesma forma que você fez anteriormente.

- Que relação existe entre p e q e o número c ?
- Que relação existe entre a , p e q e o número b ?
- Que relação existe entre as raízes da equação $x^2 + bx + c = 0$ e os números b e c ?

Resolva as equações sem utilizar o material.

a) $x^2 - 8x + 12 = 0$

b) $x^2 + x - 6 = 0$

c) $x^2 - 9x + 20 = 0$

...

f) $x^2 - 2x - 35 = 0$

3ª PARTE: Avançando.

Encontre as raízes das equações abaixo:

a) $x^2 - 6x + 5 = 0$

b) $x^2 + 4x + 3 = 0$

c) $x^2 - 25 = 0$

Agora que você descobriu como resolver uma equação do 2º grau por meio de sua forma fatorada, complete o quadro abaixo:

Equação	Equação na forma fatorada	Raízes (x' e x'')
a) $x^2 \dots \dots \dots = 0$	$(x + 1)(x + 2) = 0$	$x' = -1$ e $x'' = -2$
...	...	...
g) $\dots \dots \dots = 0$	$(\quad)(\quad) = 0$	$x' = 1/2$ e $x'' = -1/3$

4ª PARTE: Encontrando a fórmula resolutive para resolver uma equação do 2º grau.

Metodologia

Como já sinalizado, os participantes trabalharão, inicialmente, em duplas ou trios de forma a trocarem informações e em seguida socializarão a solução encontrada. Serão convidados a resolverem as situações apresentadas por meio dos materiais manipuláveis que serão disponibilizados. Nesse primeiro momento circularemos entre os grupos dando o auxílio necessário para que os participantes se sintam encorajados a concluir a atividade. Ao final, os formadores (ministrantes do minicurso) ficarão responsáveis por gerenciar a sistematização.

Como já apontamos, no minicurso destacaremos a articulação entre os quadros geométrico e algébrico. Acreditamos que esse aspecto é fundamental, pois pode proporcionar ao aluno da Educação Básica o desenvolvimento de habilidades que caracterizam o pensar matematicamente, o que vai ao encontro das recomendações dadas pelas Orientações Curriculares para o Ensino Médio (Brasil, 2006), quando apontam que os blocos de conteúdo não devem ser trabalhados de forma estanque, mas sim, buscando a articulação entre eles.

Além disso, esse documento destaca que é necessário agregar um valor formativo no que diz respeito ao desenvolvimento do pensamento matemático, ou seja, deve-se colocar os alunos em um processo de aprendizagem que valorize o raciocínio matemático, destacando-se: os aspectos relativos à formulação de questões; as perguntas sobre a existência de solução; o estabelecimento de hipóteses e conclusões; a apresentação de exemplos e contraexemplos; a generalização de situações, abstração de regularidades, criação de modelos; a argumentação lógico-dedutiva; a resolução de problemas (Brasil, 2006). Acreditamos que esses aspectos podem, em alguma medida, ser contemplados com as atividades do minicurso.

Por fim, acreditamos que esse minicurso poderá contribuir para ampliar conceitos relativos ao conteúdo Equação do 2º Grau, sobretudo, no que diz respeito a sua abordagem na Educação Básica.

Recursos

Para o encaminhamento do minicurso utilizaremos computador, datashow, quadro e piloto, bem como disponibilizamos para os participantes atividades impressas e material manipulável para o trabalho com as representações retangulares.

Avaliação

A avaliação do minicurso será formativa, baseada na participação ativa dos inscitos. Durante as atividades, observaremos a interação e o uso dos materiais manipuláveis. Os participantes também refletirão sobre o aprendizado por meio de autoavaliação e socialização das soluções.

Referências

- BRASIL. **Orientações Curriculares para o Ensino Médio**. v. 2. Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, 2006. p. 69-86.
- JESUS, G. B.; DIAS, M. M. J. O grupo EMFOCO e a Didática Francesa. In: DINIZ, L. N.; BORBA, M. C. (Org.). **Grupo Emfoco: diferentes olhares, múltiplos focos e autoformação continuada de educadores matemáticos**. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2009.
- PASSOS, C. L. B. **Materiais Manipuláveis como recursos didáticos na formação de professores de matemática**. In: LORENZATO, Sérgio. Laboratório de Ensino de Matemática na formação de professores. Campinas: Autores Associados, 2006. p. 77-92.
- SCOLARO, M. A. **O uso dos Materiais Didáticos Manipuláveis como recurso pedagógico nas aulas de Matemática**. v. 6, 2008. FUNESP – PR VALE, I. **Materiais Manipuláveis**. Departamento de Matemática, Ciências e Tecnologia. 1ª edição-2ª