

Construção da régua trigonométrica: um recurso para auxiliar no ensino e aprendizagem de trigonometria

Resumo:

As discussões e as atividades desenvolvidas no componente curricular “Laboratório de Ensino da Matemática” inspiraram a criação deste minicurso. O objetivo principal é propor atividades de trigonometria, com ênfase no ciclo trigonométrico, utilizando o material manipulável denominado Régua Trigonométrica. Inicialmente, vamos construir esse material, momento no qual buscaremos explorar e justificar as construções geométricas envolvidas do ponto de vista matemático. Na sequência, serão apresentadas atividades investigativas relacionadas à redução ao primeiro quadrante e à resolução de equações trigonométricas, que podem ser trabalhadas com o auxílio do material. Essas atividades têm como objetivo promover a construção do conhecimento pelo próprio estudante e se baseiam na Teoria das Situações Didáticas de Brousseau, que orienta tanto a concepção quanto a aplicação das atividades propostas neste minicurso.

Palavras-chaves: Material Manipulável. Teoria das Situações Didáticas. Trigonometria.

Ementa

Este minicurso aborda temas da trigonometria, com foco específico no estudo do ciclo trigonométrico, buscando a construção de conceitos relacionados à redução ao primeiro quadrante e às equações trigonométricas. Para alcançar esse objetivo, será construído e utilizado um material manipulável, a Régua Trigonométrica, proporcionando aos participantes a oportunidade de aplicar conceitos geométricos e algébricos que podem ser úteis em outros contextos matemáticos além da própria construção desta régua. Este minicurso utiliza como fundamentação teórica pressupostos da Teoria das Situações Didáticas (TSD), pois esta, se relaciona com a execução de atividades focadas no ensino de conteúdos matemáticos. A TSD é composta por

Rebeca Mata Prazeres

Universidade Estadual de Santa Cruz
Ilhéus, BA – Brasil

 <https://orcid.org/0009-0003-9006-3354>
✉ rmprazer@uesc.br

Sara Inês dos Anjos de Almeida

Universidade Estadual de Santa Cruz
Ilhéus, BA – Brasil

 <https://orcid.org/0009-0009-6024-238X>
✉ sarainesanjos20@gmail.com

Maria de Lourdes Pereira Lima Neta

Universidade Estadual de Santa Cruz
Ilhéus, BA – Brasil

 <https://orcid.org/0000-0001-5450-3445>
✉ malu83510581@gmail.com

Filipe Jesus dos Santos

Universidade Federal do Recôncavo da Bahia
Amargosa, BA – Brasil

 <https://orcid.org/0009-0009-0278-7189>
✉ santosfilipej@gmail.com

João Victor Batista Alves

Universidade Federal do Recôncavo da Bahia
Amargosa, BA – Brasil

✉ joaovictorbatistaalves@aluno.ufrb.edu.br

Recebido • 04/04/2025

Aprovado • 05/06/2025

Publicado • 08/08/2025

Minicurso

quatro momentos denominados fases (adidáticas e didáticas). As três fases adidáticas (ação, formulação e validação) e a fase didática institucionalização. Sendo que nas três primeiras as atividades são formuladas pelo professor e é oculto ao aluno a intencionalidade de modo que o docente agirá como mediador durante o processo de ação oportunizando ao aluno experimentar, observar, conjecturar e se portar como construtor e protagonista do seu conhecimento. A fase didática, por sua vez, tem por objetivo a sistematização de fato, realizada pelo professor no quadro objetivando a correção coletiva das atividades e correções de equívocos que podem ter acontecido durante o processo de aprendizagem. Nesse contexto, os participantes serão incentivados a agir, refletir e discutir, de modo a adquirir novos conhecimentos de forma autônoma. Após essa fase, a institucionalização do conteúdo será realizada pelos formadores, que sistematizarão as principais ideias trabalhadas durante o minicurso. O formato do mini curso envolve a formação de equipes de participantes, permitindo que estes vivenciem a fase adidática e, posteriormente, compartilhem soluções e estratégias. A interação entre os participantes será fundamental para o aprendizado, com os formadores assumindo o papel de facilitadores do processo de institucionalização. O minicurso visa, assim, promover uma aprendizagem ativa e colaborativa, permitindo aos participantes uma compreensão mais profunda e significativa da trigonometria e suas aplicações.

Justificativa

De acordo com Bomfim et al. (2024), a presente proposta de minicurso surgiu a partir das experiências vivenciadas no componente curricular do Laboratório de Ensino da Matemática da Universidade Federal do Recôncavo da Bahia. Nesse contexto, foi desenvolvida a construção da Régua Trigonométrica e sua aplicação em atividades relacionadas à trigonometria. Dessa forma, em discussões com o professor responsável pelo componente, os referidos autores foram motivados a elaborar esta proposta.

Nessa vertente, Lobo, Jesus e Madruga (2017, p. 27) destacam a “percepção de algumas dificuldades de compreensão de conteúdos trigonométricos por parte de estudantes do Ensino Médio”. Considerando essa problemática e reconhecendo as potencialidades da Régua Trigonométrica, tem-se como hipótese que ela pode favorecer a aprendizagem de trigonometria por partes dos estudantes, ampliando suas experiências e construindo uma aprendizagem com mais significado ao possibilitar que vivenciem todas as fases da Teoria das Situações Didáticas (TSD) (Lobo; Jesus; Madruga, 2017).

Entretanto, para que essa estratégia seja efetiva, é necessário que os professores de Matemática obtenham a formação adequada para sua implementação. Em relação a temática régua trigonométrica e formação de professores identificou-se a proposta de minicurso de Bomfim et al (2024) que teve o mesmo objetivo dessa proposta. Os demais trabalhos correlatos foram o de Lobo, Jesus e Madruga (2017) que desenvolveram a proposta com estudantes do segundo semestre da graduação em matemática, e o de Jesus e Souza (2016) que relata a experiência de utilização da Régua em uma turma de 9º ano do Ensino Fundamental. Ambos os trabalhos evidenciaram que o uso da Régua Trigonometrica auxiliou no processo de aprendizagem dos estudantes colaboradores da

pesquisa e que após o desenvolvimento das atividades os estudantes aprimoraram e/ou construíram conhecimentos a respeito de conteúdos de trigonometria.

Diante do exposto, a utilização da Régua Trigonométrica, fundamentada na Teoria das Situações Didáticas, surge como uma alternativa para superar as dificuldades de aprendizagem relatadas na literatura (Rodrigues; Souza; Thiengo, 2022). Além disso, ao direcionar essa proposta para a formação docente, busca-se não apenas ampliar o repertório metodológico dos professores, mas também fomentar práticas que favoreçam uma abordagem dinâmica e interativa no processo de ensino e aprendizagem ensino de trigonometria.

Público

O minicurso é indicado para graduandos, professores e pesquisadores da área de matemática que estejam buscando formação continuada na área do ensino e aprendizagem de matemática, bem como participantes interessados com a temática proposta. Adotamos como pré requisito terem estudado a parte inicial do conteúdo de trigonometria (seno, cosseno e tangente).

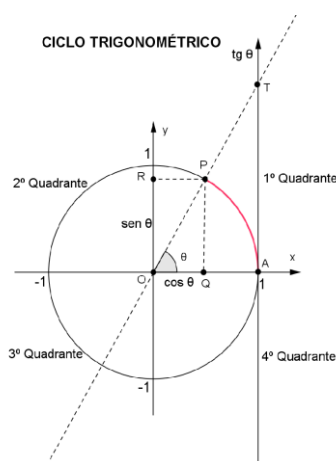
Conteúdo programático

ATIVIDADE 01 – CONSTRUÇÃO DA RÉGUA TRIGONOMÉTRICA¹

Para que possamos construir a régua trigonométrica com significado, precisamos retomar alguns conceitos referentes ao seno, cosseno e tangente no ciclo trigonométrico.

A circunferência trigonométrica também chamada de ciclo trigonométrico tem raio unitário e centro na origem do referencial cartesiano. Sobre a circunferência serão fixados arcos (ver Figura 01), com origem no ponto A (1, 0).

Figura 01: Ciclo trigonométrico.



Fonte: Os autores (2025)

¹ Atividade apresentada no XX Encontro Baiano de Educação Matemática por Bomfim et al. (2024)

Esses arcos serão percorridos no sentido anti-horário. Cabe lembrar de que a medida do ângulo $\widehat{AOP}$ é igual à medida angular do arco (arco AP é igual a O). Vejamos então as definições de seno, cosseno e tangente de um arco. Vamos definir considerando arcos de 0° a 360° , ou seja, 0 rad a 2π rad, sem maiores perda de generalidade, pode-se ampliar para um arco qualquer. A um número θ , de 0° a 360° , associamos um ponto P da circunferência trigonométrica, de modo que a medida angular do arco de origem em A e extremidade em P , marcado no sentido anti-horário, seja arco $AP = \theta$. Definimos que $\sin \theta$ é a ordenada do ponto P (indica-se por $\sin \theta$ ou seja, $\sin \theta = OR$) e $\cos \theta$ é a abscissa do ponto P (indica-se por $\cos \theta$, ou seja, $\cos \theta = OQ$).

Para definir a tangente fixamos um eixo auxiliar paralelo ao eixo dos y que passa no ponto A e unidade igual à dos eixos x e y esse eixo será chamado de eixo das tangentes. Consideremos a reta que passa pelos pontos O e P chamemos de T o ponto de intersecção dessa reta com o eixo das tangentes, assim, a tangente de θ é a ordenada do ponto T ou simplesmente $\operatorname{tg} \theta = AT$.

Descreveremos, na sequência, alguns passos para a construção da Régua Trigonométrica. Utilizando o compasso, construa uma circunferência com raio qualquer cujo centro fique o mais próximo do centro da folha, para isso é aconselhável que dobre a folha ao meio na horizontal e na vertical.

A) Trace a reta suporte do diâmetro na horizontal da circunferência e nomeie esse eixo de $\cos(x)$, sendo assim a parte superior ao eixo do cosseno tem seus valores positivos e consequentemente a parte inferior tem seus valores negativos. Por meio da mediatriz desse diâmetro, trace a reta perpendicular e nomeie esse eixo de $\sin(x)$, a esquerda desse eixo os valores são positivos e a direita são negativos.

B) Com a medida do raio (que representa a medida de um arco de 60°), a partir das extremidades dos diâmetros determinados, marque pontos nos quatro arcos de modo a construir três ângulos de 30° em cada um dos quatro quadrantes da circunferência. Em seguida é necessário dividir o quadrante ao meio por meio da bissetriz, deste modo encontrando os ângulos de 45° , 135° , 225° e 315° de cada quadrante.

C) Para construirmos a reta tangente, vamos prolongar o diâmetro da horizontal. Em seguida realize a construção da perpendicular por um ponto pertencente à reta, essa reta é tangente à circunferência. Ao finalizar essa etapa deve-se nomear os ângulos já construídos de 30° , 45° , 60° , 90° , 120° , 135° , 150° , 180° , 210° , 225° , 240° , 270° , 300° , 315° , 330° , 360° .

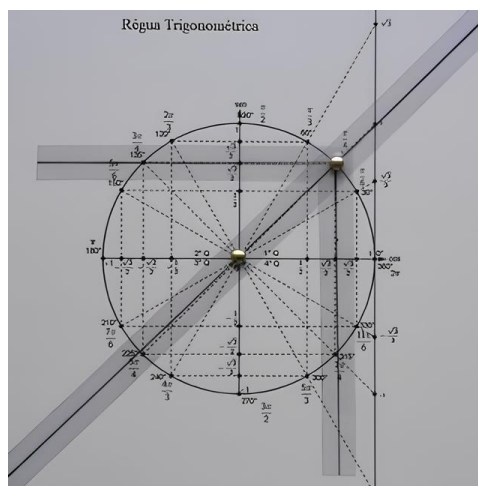
D) Agora utilizando a régua construa um segmento de reta tracejado do centro da circunferência até a reta tangente passando pelo ângulo de 60° , repita o processo nos ângulos de 30° , 45° , 300° , 315° , 330° . Posteriormente, construa um segmento de reta tracejado do ângulo de 30° ao de 150° , 45° ao de 135° , 60° ao de 120° , 210° ao de 330° , 225° ao de 315° e 250° ao de 300° . De forma análoga, construa um segmento de reta que liga os ângulos, de 30° ao de 330° , 45° ao de 315° , 60° ao de 300° , 120° ao de 240° , 135° ao de 225° e 150° ao de 210° .

E) Por fim, vamos nomear os pontos marcados anteriormente. Na reta tangente acima do eixo dos cossenos esses valores serão positivos $\sqrt{3}$, 1 , $\frac{\sqrt{3}}{3}$, abaixo do eixo dos cossenos os valores são

negativos $-\frac{\sqrt{3}}{3}, -1, -\sqrt{3}$. A interseção do tracejado com os raios da circunferência, serão nomeados da seguinte forma, acima do eixo dos cossenos $\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}$, abaixo do eixo dos cossenos os valores são simétricos. Analogamente, à direita do eixo dos senos marcamos esses valores $\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}$, e a esquerda do eixo dos senos deve-se marcar os valores em negativo.

A figura 02, representa a Régua Trigonométrica a ser construída.

Figura 02: Régua Trigonométrica.



Fonte: Os autores (2025)

ATIVIDADE 02 – UTILIZANDO A RÉGUA TRIGONOMÉTRICA

01) Utilizando a régua trigonométrica complete a tabela:

	°	0°	5°	0°	0°	80°	70°	60°
enx								
osx								
g x								

02) Analisando a régua trigonométrica determine em que quadrantes $\sin\theta$, $\cos\theta$, $\tan\theta$ apresentam valores positivos ou negativos.

03) Utilizando a régua trigonométrica, responda:

- a) $\sin 120^\circ =$ $\sin 135^\circ =$ $\sin 150^\circ =$
 $\cos 120^\circ =$ $\cos 135^\circ =$ $\cos 150^\circ =$
 $\tan 120^\circ =$ $\tan 135^\circ =$ $\tan 150^\circ =$

b) Tomando por base os ângulos de 30° , 45° e 60° , como poderíamos obter as funções trigonométricas de 120° , 135° e 150° , sem fazer uso da régua trigonométrica.

c) Consulte a tabela disponibilizada para determinar: $\sin 160^\circ$, $\cos 160^\circ$ e $\tan 160^\circ$.

d) De forma geral, dado um arco $x \in 2^\circ\text{Q}$, como proceder para encontrar $\text{sen} x$, $\text{cos} x$ e $\text{tg} x$.

04) Usando a régua trigonométrica, resolva as equações trigonométricas no intervalo de $0 \leq x \leq 2\pi$.

a) $\text{sen } x = \frac{1}{2}$ b) $\text{cos } x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ c) $|\text{tg } x| = \sqrt{3}$ d) $\text{sen } x = \text{sen } \frac{\pi}{5}$

e) $2\cos^2 x - 5\cos x + 2 = 0$

Metodologia

O minicurso proposto é dividido em dois momentos. Durante o primeiro iremos realizar o convite aos minicursistas para que construam a Régua Trigonométrica, para isso iremos disponibilizar os materiais necessários para tal construção, a saber: papel cartão, régua, compasso, lápis, borracha, hidrocor, capa de encadernação transparente, pino metálico, caneta entre outros. Faremos ainda neste momento uma breve explicação ensinando/relembrando algumas construções geométricas fundamentais com régua e compasso, as quais serão necessárias para a confecção da régua trigonométrica. No segundo momento será proposto aos cursistas que realizem atividades relacionadas ao conteúdo de trigonometria que têm como referência conteúdos trigonométricos do Ensino Médio, redução ao primeiro quadrante e equações trigonométricas.

A atividade proposta como intuito de permitir aos minicursistas a experiência de vivenciar as fases da Teoria das Situações Didáticas, visto que durante o segundo momento quando estiverem realizando as atividades estarão na parte adidática da teoria (a fase de ação), e quando em grupo juntamente com os colegas quando forem testando hipóteses levantada, conjecturando e buscando argumentos para consolidar as descobertas, explicando para os colegas (perpassarão pela fase de formulação e validação) e por fim quando as discussões forem levadas para a sala inteira e os minicursistas estiverem indo ao quadro expor para a sala os resultados encontrados e corrigindo possíveis equívocos (a fase didática de institucionalização).

Ressaltamos a importância da confecção deste material, pois através dele os participantes terão a possibilidade de analisar e investigar os conceitos geométricos construídos. Assim como apontado pelas Orientações Curriculares de Matemática para o Ensino Médio quando afirmam a importância para a aprendizagem “que o aluno consiga perceber os processos que levam ao estabelecimento das fórmulas, evitando-se a sua simples apresentação” (BRASIL, 2006, p. 76), o que pode contribuir para atribuir sentido a fórmulas. Nesse caso específico, pode levar o estudante a compreender a geometria envolvida nas construções geométricas.

Tanto as atividades quanto ao que tange a construção da Régua Trigonométrica são de caráter investigativo e exploratório, visando o protagonismo do sujeito na construção do seu conhecimento. Logo, espera-se que o aprendiz por meio da interação durante o processo de construção e ao

manusear a Régua Trigonométrica, terá a possibilidade de construir conceitos e perceber um recurso para o ensino de matemática que pode contribuir para uma aprendizagem com significado.

É importante ressaltar que não se deve permitir que o material manipulável seja utilizado como se fosse apenas um brinquedo para o aluno. A utilização de maneira adequada pode contribuir para a compreensão do aluno e para aulas mais dinâmicas “uma vez que permitem a aproximação da teoria matemática da constatação na prática, por meio da ação manipulativa”(Rodrigues; Gazire, 2012, p.188).

Além disso, a Base Nacional Comum Curricular para o Ensino Médio, destaca a importância de investigar e conjecturar sobre as propriedades matemáticas, empregando estratégias como observação de padrões e experimentações (BRASIL, 2018).

Recursos

Para o encaminhamento do minicurso utilizaremos computador, datashow, quadro e piloto, bem como disponibilizamos para os mini cursistas atividades impressas e material para recorte e confecção da Régua Trigonométrica.

Avaliação

A avaliação se dará de maneira qualitativa, no qual estimularemos a discussão durante as atividades práticas, sobretudo sobre a relevância da utilização desse recurso em sala de aula, bem como se a teoria que foi utilizada como encaminhamento do minicurso contribuiu para a construção do conhecimento e sobre quais pressupostos ela atua.

Referências

- BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, 2018.
- BRASIL. Secretaria de Educação Básica. **Orientação Curriculares para o Ensino Médio**: Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias. Brasília: MEC, v.2, p 67-98, 2006.
- BOMFIM, Amanda dos Santos; OLIVEIRA, Iran Silva; SOUZA, Lais Santos; REIS, Weliton Sacramento dos. **Explorando a trigonometria por meio da régua trigonométrica**. Encontro Baiano de Educação Matemática, [S. l.], p. 1-7, 2024. Disponível em: <https://www.sbembrasil.org.br/eventos/index.php/ebem/article/view/121>.. Acesso em: 20 mar. 2025.
- JESUS, Luana Oliveira Moreira de; SOUZA, Lizandra Monteiro de. Materiais manipuláveis no ensino de trigonometria-Investigação a partir da régua trigonométrica. **Encontro Nacional de Educação Matemática, São Paulo. SBEM**, p. 1-12, 2016.
- LOBO, Weriton de Souza; JESUS, Gilson Bispo de; MADRUGA, Zulma Elizabete de Freitas. Teoria das Situações Didáticas: uma proposta de ensino de Inequações utilizando a Régua Trigonometrica. **Com a Palavra, o Professor**, v. 2, n. 4, p. 25-46, 2017.
- RODRIGUES, Poliana Figueiredo Cardoso; SOUZA, [Maria Alice Veiga Ferreira](#) de; THIENGO, Edmar Reis. Trigonometria: conhecimento de conteúdo e de ensino fundamentados em uma revisão

sistemática de literatura. **Revista de Ensino de Ciências e Matemática**, [S. l.], v. 13, n. 5, p. 1-23, 2022.

RODRIGUES, Fredy Coelho; GAZIRE, Eliane Scheid. Reflexões sobre uso de material didático manipulável no ensino de matemática: da ação experimental à reflexão Reflections on use of material in school teaching of mathematics manipulable: trial of action to ponder. **Revista Eletrônica de Educação Matemática**, v. 7, n. 2, p. 187-196, 2012.