

Fractais e Progressão Geométrica: Explorando o Infinito de Forma Visual e Matemática

Resumo:

Este minicurso explora a construção de fractais como ferramenta pedagógica para o ensino de progressão geométrica. Com foco em atividades práticas, os participantes aprenderão a criar fractais como o Triângulo e o Quadrado de Sierpiński, conectando esses padrões à matemática do infinito e somas geométricas. Além disso, serão apresentadas aplicações práticas em contextos naturais e tecnológicos, utilizando estratégias baseadas na resolução de problemas e no uso de softwares educacionais como o GeoGebra. Os fractais, além de serem uma introdução visual ao conceito de infinito, tornam-se um recurso interdisciplinar para conectar matemática, arte e ciências naturais, tornando o aprendizado mais significativo e dinâmico.

Palavras-chaves: Fractais. Progressão geométrica. Ensino de matemática. auto-similaridade. Aplicações práticas.

Mariana Rangel dos Santos

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia da Bahia
Valença, BA – Brasil

<http://orcid.org/0009-0000-5413-8361>
marianarangeldosantos@gmail.com

Adriana de Jesus Almeida

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia da Bahia
Valença, BA – Brasil

<http://orcid.org/0000-0000-0000-0000>
gatos.recomeco2025@gmail.com

Recebido • 04/04/2025
Aprovado • 05/06/2025
Publicado • 08/08/2025

Minicurso

Ementa

O minicurso apresenta como a construção de fractais pode ser utilizada como uma ferramenta didática para ensinar progressão geométrica. Os participantes aprenderão os conceitos de auto-similaridade e somas infinitas por meio de atividades práticas, como a construção do Triângulo de Sierpiński, do Quadrado de Sierpiński e do Conjunto de Cantor. Serão exploradas conexões entre os fractais e as progressões geométricas, proporcionando uma experiência visual e interativa para compreender a matemática do infinito.

Justificativa

A construção de fractais é uma abordagem inovadora para ensinar progressão geométrica, integrando conceitos matemáticos com elementos visuais que facilitam a compreensão. Conforme apontado por estudos como os de Rezende (2003) e Lima (2011), destaca que as dificuldades de aprendizagem no ensino de matemática são de natureza variada, e que abordagens que enfatizam a compreensão conceitual e a construção do conhecimento matemático, como o uso de representações visuais e atividades interativas,

podem ser eficazes para superar essas dificuldades. a utilização de estratégias visuais e dinâmicas melhora a retenção de conceitos abstratos, como soma infinita e convergência. Além disso, como os fractais se conectam à natureza e aos eventos tecnológicos vincula o ensino de matemática à vida real, promovendo o engajamento dos participantes. Para o planejamento das atividades, foram consideradas abordagens metodológicas presentes em Barbosa (2005), Bemfica e Alves (2011), Paula e Souza (2017) e Paixão et al. (2016), que contribuíram com estratégias voltadas ao ensino de matemática com fractais e progressões geométricas.

Público

Estudantes do ensino médio, professores de matemática e interessados em matemática visual e interativa.

Conteúdo programático

1. Introdução aos Fractais:

- O que são fractais?
- Características principais: auto-similaridade e complexidade infinita.
- Exemplos na natureza (flocos de neve, árvores, brócolis Romanesco) e na ciência (antenas, compressão de dados).

2. Conceitos Fundamentais de Progressão Geométrica:

- Definição e propriedades.
- Termo geral: $a_n = a_1 \cdot r^{(n-1)}$, onde a_1 é o primeiro termo, r é a razão, e n é a posição do termo na sequência.
- Soma dos primeiros termos: a soma dos n primeiros termos de uma PG é dada por $S_n = a_1 \frac{1-r^n}{1-r}$, com $r \neq 1$.
- Soma infinita: Se a PG for infinita e a razão r satisfizer $|r| < 1$, a soma dos infinitos termos pode ser calculada por $S_\infty = \frac{a_1}{1-r}$, para $|r| < 1$.

3. Construção de Fractais com Progressão Geométrica:

A. Triângulo de Sierpiński:

- Processo iterativo e análise da redução de áreas e a relação com somas infinitas e convergência geométrica.

B. Quadrado de Sierpiński:

- Divisão em quadrados menores e remoção iterativa e representação gráfica das áreas restantes.

C. Conjunto de Cantor:

- Remoção iterativa de segmentos de um intervalo.
- Conexão com progressões geométricas e densidade de pontos.

4. Atividades Práticas:

- Construção manual dos fractais com papel e régua.
- Simulação e visualização no GeoGebra.
- Resolução de problemas relacionados à soma infinita e dimensões fractais.
- Atividade de resolução de problemas com base em situações reais, como compressão de dados e design de antenas.

5. Discussão e Encerramento:

- Importância dos fractais no ensino de progressões geométricas.
- Aplicações dos conceitos em contextos reais e tecnológicos.
- Reflexão sobre a aprendizagem durante o minicurso.

Metodologia

O minicurso será realizado em um único encontro com duração estimada entre **1h30min e 2h**, conduzido de forma participativa de forma interativa, alternando momentos expositivos com atividades práticas. Inicialmente, serão apresentados os conceitos de fractais e progressão geométrica. Em seguida, os participantes construirão fractais manualmente e com ferramentas digitais, como o GeoGebra. Durante as atividades, será adotada a metodologia de resolução de problemas, permitindo que os participantes identifiquem padrões e apliquem os conceitos aprendidos em situações práticas. Abaixo, descrevemos a sequência das ações:

1. Apresentação inicial e contextualização (15 a 20 minutos)

- Introdução ao tema e objetivos do minicurso.
- Breve exposição dos conceitos de fractais e progressão geométrica, com apoio de slides e exemplos visuais.
- Questão-problema: *"É possível somar infinitas figuras e obter uma área finita?"*

2. Atividades práticas em grupo (40 a 50 minutos)

- Os participantes construirão fractais manualmente (como o Triângulo e o Quadrado de Sierpiński) utilizando papel quadriculado, régua e lápis.
- Posteriormente, usarão o **GeoGebra** para simular e visualizar as propriedades matemáticas envolvidas, como a redução de área e a soma infinita.
- Durante a atividade, o(a) ministrante fará **perguntas e irá tirar dúvidas** para estimular conexões entre os conceitos matemáticos e suas aplicações.

3. Discussão coletiva dos resultados (20 a 25 minutos)

- Compartilhamento das produções com os outros participantes e suas observações.
- Discussão orientada sobre as relações entre os fractais construídos e as propriedades das progressões geométricas.
- Ênfase na interdisciplinaridade e em aplicações práticas em contextos reais.

4. Encerramento e atividade final (15 a 20 minutos)

- Proposta de um **desafio final**: análise de um fractal com base em dados fornecidos e cálculo da área após várias iterações.

- Roda de conversa para fechar o encontro, discutindo o que foi aprendido e como o tema pode ser explorado em sala de aula. Essa discussão será incentivada pelas perguntas abaixo:

Exemplos de perguntas reflexivas:

1. Quais padrões você consegue identificar ao observar as iterações no Triângulo de Sierpiński?
2. Como a redução de área nos fractais se conecta com o conceito de soma infinita?
3. Que aplicações práticas dos fractais podem ser visualizadas no mundo ao nosso redor?
4. De que maneira a auto-similaridade contribui para a beleza e complexidade dos fractais?
5. É possível representar matematicamente a PG presente nos fractais? Como?

O uso de objetos de aprendizagem no ensino de matemática contribui significativamente para o engajamento dos estudantes, esse tipo de interação tem grande importância porque estimula o pensamento crítico e a construção conjunta do conhecimento, conforme mencionado por Rezende et al. (2016). Perguntas reflexivas permitem que os participantes relacionem os conceitos, como soma infinita e auto-similaridade, a aplicações práticas e situações cotidianas, tornando o aprendizado mais ativo e significativo, além de auxiliar na troca de experiências e aprendizado.

Recursos

- Computador e projetor para apresentações.
- Papel quadriculado, régua e lápis para atividades manuais.
- Acesso a softwares como GeoGebra para visualização digital.
- Material impresso com exercícios, problemas e explicações detalhadas.

Avaliação

A avaliação será realizada por meio da participação ativa dos inscritos durante as discussões e atividades práticas. Serão utilizados feedbacks imediatos, correções orientadas e a análise de problemas resolvidos pelos participantes para verificar a compreensão e aprendizado do conteúdo.

Referências

BARBOSA, R. M. **Descobrendo a geometria fractal para a sala de aula**. 3. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2005.

BEMFICA, A., ALVES C. **Fractais: progressão e série geométrica. Uma metodologia de ensino**. Disponível em:

http://facos.edu.br/publicacoes/revistas/modelos/agosto_2011/pdf/fractais_progress

Acesso em: 24 de jan, de 2025.

LIMA, S. M. **A formação do pedagogo e o ensino da Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental**. Dissertação de Mestrado em Educação - Departamento de Educação, Universidade Federal de Mato Grosso, Cuiabá, 2011.

PAULA, C. E. S. de; RODRIGUES DE SOUZA, T. M. Uma abordagem da geometria fractal para o ensino médio. **C.Q.D. - Revista Eletrônica Paulista de Matemática**, Bauru, v. 10, 2017.

PAIXÃO, et al. Aprendendo a matemática com o triângulo de Sierpinski. ENEM, São Paulo, 2016. Disponível em: <http://www.sbem.com.br/enem2016/anais/pdf/5516_2870_ID.pdf> Acesso em: 24 de jan. de 2025.

REZENDE, W. M. *O ensino de cálculo: dificuldades de natureza epistemológica*. 2003. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2003.

REZENDE, W. M.; SILVA, T. L.; MARINS, P. N.; GALLERA, G. T.; SILVA, A. L. A.; MATOS, J. A. C.; ASSIS, S. H. Jogos e Objetos de Aprendizagem para o Ensino Básico de Matemática: uma contribuição do PIBID UFF. In: I Bienal de Matemática da UFF e VIII Semana da Matemática da UFF 2016, 2016, Niterói. **Anais da I Bienal de Matemática da UFF e VIII Semana da Matemática da UFF**, 2016.

Software GeoGebra: <https://www.geogebra.org/>.