XX ENCONTRO BAIANO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA
IX FÓRUM BAIANO DAS LICENCIATURAS EM MATEMÁTICA
01 A 04 DE AGOSTO DE 2023
PAULO AFONSO - BA
ISSN 2175-1668

O estudo das funções racionais por mediação do geogebra: uma proposta para a construção intuitiva da noção de limites com elementos da Educação Básica

Eixo Temático: Eixo 5: Ensino Superior

Flavia dos Santos Ferreira. Universidade Estadual de Feira de Santana.
flaviasantos821@gmail.com;
Caio Silva Brito dos Santos. Universidade Estadual de Feira de Santana.
caiosilva.brito02@gmail.com;
Kaiza Fernandes Barbosa. Universidade Estadual de Feira de Santana.
kaiza.fernandes.14@gmail.com;
Laiza Ferreira de Oliveira. Universidade Estadual de Feira de Santana.
laizaferreira85@gmail.com;
Thaíse Jesus Carvalho de Araújo. Universidade Estadual de Feira de Santana.
thaise.j.araujo@gmail.com.

RESUMO
Este minicurso tem por objetivo apresentar conceitos de Funções Racionais através do *software* Geogebra, relacionando os conteúdos do Ensino Básico com os do Ensino Superior. Além disso, buscamos também a partir desse estudo construir intuitivamente as noções dos diferentes tipos de limites. Para execução da atividade proposta foi tomado como referencial teórico a Teoria Antropológica do Didático (TAD) proposta por Chevallard, a Abordagem Instrumental de Rabardel e as Funções Racionais. Essa abordagem se faz necessária devido ao papel cada vez maior de protagonismo das tecnologias digitais nos mais diversos contextos, inclusive no educacional.

Palavras-chave: Teoria Antropológica do Didático. Abordagem Instrumental. Funções Racionais. Limites

INTRODUÇÃO

Neste minicurso temos como objetivo apresentar os resultados parciais obtidos na pesquisa da primeira autora intitulada como: *"Instrumentalização e Experimentação de um Percurso de Estudo e Pesquisas- PEP Interdisciplinar por Mediação Tecnológica na Formação Inicial e Continuada de Professores de Matemática"*, que está vinculado ao projeto de pesquisa "*Formação Para Prática Interdisciplinar Docente: Construção De*

ISSN 2175-1668

Tarefas Por Mediação Tecnológica E Conteúdos Para Web No Ensino De Matemática E Química", fomentada pela Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado da Bahia-FAPESB. No qual, por meio da elaboração de tarefas mediadas por tecnologias buscamos lançar um novo olhar para o ensino de matemática, apresentando aos professores de Matemática da Educação Básica e estudantes da licenciatura uma matemática que seja interativa, investigativa e participativa.

A sequência de tarefas apresentadas neste minicurso, fundamentadas na Teoria Antropológica do Didático e na Abordagem Instrumental, foram desenvolvidas e apresentadas no *I Seminário Temático: Escolarização do Cálculo Diferencial e Integral*, cujo objetivo eram as discussões acerca das tentativas de implementação do Cálculo Diferencial e Integral na Educação Básica. Dessa forma, estamos propondo aos professores de matemática da Educação Básica e estudantes da Licenciatura em Matemática, uma maneira de apresentar o conceito de Funções Racionais e a análise comportamental do seu gráfico utilizando o *software* Geogebra. Almejamos demonstrar a importância das Funções Racionais na Educação Básica, visto que esse conteúdo não é citado como objeto de saber nos documentos oficiais que norteiam essa educação.

Além disso, buscamos delinear a compreensão intuitiva dos tipos de limites, pois acreditamos que esse conteúdo possui um grande potencial para auxiliar na compreensão dos conceitos intuitivos do Cálculo Diferencial. Pois, Molon (2015) esclarece em seu texto os motivos pelos quais a disciplina de Cálculo obtém resultados insatisfatórios, sendo uma de suas causas o fato de os alunos não terem um contato com o comportamento das funções a partir dos seus gráficos, para compreender os seus conceitos e teorias. Justificando também o uso das tecnologias durante as aulas de matemática, com o propósito de facilitar a interação entre o objeto de conhecimento e o estudante.

REFERENCIAL TEÓRICO

Para a criação e modelação da sequência de tarefas apresentadas no minicurso tomamos como embasamento teórico a Teoria Antropológica do Didático (TAD), desenvolvida por Chevallard (1999), e sua organização praxeológica para a análise das tarefas. A TAD surge como uma proposta de inserir a didática do campo da antropologia

ISSN 2175-1668

e então passamos a analisar o homem diante às situações matemáticas. Às noções de tarefas, tipos de tarefas, técnica, tecnologia e teoria propostas pela TAD nos permite modelar às atividades matemáticas por meio de três postulados:

> 1. Toda prática institucional pode ser analisada, sob diferentes pontos de vista e de diferentes maneiras, em um sistema de tarefas relativamente bem delineadas.
> 2. O cumprimento de toda tarefa decorre do desenvolvimento de uma técnica.
> 3. A ecologia das tarefas, quer dizer, às condições e restrições que permitem sua produção e utilização nas instituições. (ALMOULOUD, 2007, p. 114-116).

Assim, a partir dos dois primeiros postulados podemos definir o bloco prático-técnico (*práxis*) da TAD que é composto por: tipos de tarefas, tarefas e técnica. As tarefas são identificadas por meio dos verbos de ação, por exemplo, calcular, resolver, somar e etc que ditam qual será o seu gênero, e a técnica pode ser entendida como formas de fazer uma determinada tarefa. O último postulado diz respeito ao bloco *logos* da TAD, formado pela tecnologia e a teoria. De acordo com Chevallard (1999), a tecnologia é a justificativa da técnica que está sendo utilizada, e assim como precisamos justificar a técnica o mesmo deve ser feito para a tecnologia, logo podemos compreender a teoria como sendo a justificativa da técnica. A junção desses blocos forma o que chamamos de organização praxeológica.

Logo, os blocos *práxis* e *logos* possuem uma relação de interdependência entre si, assim, um conhecimento produzido que não contemple os dois blocos não é considerado um conhecimento completo. Por isso, às tarefas elaboradas durante cada etapa do projeto buscaram contemplar as organizações praxeológicas propostas pela TAD.

A Abordagem Instrumental proposta por Rabardel (1995) analisa as atividades humanas feitas em um artefato possibilitando o desenvolvimento do mesmo para um instrumento à medida que o sujeito detém maior conhecimento acerca de seu funcionamento. Separados pelos seguintes polos: Sujeito (S) o agente, usuário; Instrumento (I) ferramenta, sistema; Objeto (O) ação do uso do instrumento, objeto da atividade. Com as seguintes relações: [S-I] conhecido como Instrumentação é processo de implementação do artefato a partir de algumas operações; [I-O] conhecido como

ISSN 2175-1668

Instrumentalização, são as ações do sujeito utilizando -se do instrumento possibilitando o agir sobre o objeto, ação que pode ser diferente da anterior pelo artefato. E [S-O] diretaou [S-(I)-O] mediada pelo instrumento, que também é descrito pelos processos acima mostrando como o instrumento influi na constituição dessas relações.

Para este minicurso, o objeto a ser estudado, que já foi citado, será as Funções Racionais, que seguindo uma linha cronológica nas séries básicas. Segundo Freitas (2021), o assunto de polinômios apresenta-se no 7º ano, com conceitos e operações que podem ser realizadas, e logo após o objeto apresentava-se no 1º ano do Ensino Médio com definições, estudos do sinal, domínio e a imagem da função. No entanto, este tipo de função que se caracteriza como $f(x) = \frac{p(x)}{p(x)}$, onde p e q são funções polinomiais e $q(x) \neq 0$, apresenta-se de maneira crucial para a compreensão de limites, observando a sua construção em gráfico e determinando as suas assíntotas.

DESENVOLVIMENTO DO MINICURSO

O desenvolvimento da sequência de tarefas será realizado em duas etapas, a primeira voltada para a construção das funções racionais e a segunda para o estudo do comportamento do gráfico dessas funções. Ambas realizadas sob a mediação do *software* Geogebra e com o apoio de lápis, caneta, borracha e papel para os cálculos que serão realizados.

Na primeira etapa, a construção do conceito de função racional acontecerá a partir das operações de adição, subtração, multiplicação e divisão de funções polinomiais. Onde espera-se que os participantes percebam que para as três primeiras operações citadas anteriormente vamos obter como resultado uma nova função da forma $f(x) = a_nx^n + a_{n-1}x^{n-1} + a_{n-2}x^{n-2} + ... + a_2x^2 + a_1x^1 + a_0$, que está definida em todos os pontos do seu domínio, nesse caso, o conjunto dos números reais. Além disso, que descrevam o comportamento do gráfico das funções analisando a relação entre o grau do polinômio e o formato do seu gráfico, às influências dos parâmetros das funções e quais são seus domínios.

Em relação a divisão entre duas funções polinomiais, vão existir duas possibilidades de resultado que será descrita pelo participante, o primeiro caso para

ISSN 2175-1668

quando o resultado da divisão for exato, onde será obtido uma função da forma $f(x) = a_nx^n + a_{n-1}x^{n-1} + a_{n-2}x^{n-2} + ... + a_2x^2 + a_1x^1 + a_0$. E o segundo caso quando a divisão não for exata em que o resultado será $f(x) = \frac{p(x)}{q(x)}$, onde $p(x)$ e $q(x)$ são dois polinômios. Nesse momento da tarefa será construído o conceito de função racional, buscando analisar como é o gráfico dessas funções de um modo geral, observar os casos em que a função polinomial do denominador tem raízes reais e quando não possui raízes reais, determinar o seu domínio, a simetria em relação ao eixo e a origem e calcular os interceptos.

A segunda etapa do desenvolvimento da tarefa será para o estudo intuitivo de limites a partir das funções racionais e construção dos seus gráficos. Serão apresentadas três funções para que o participante analise o seu domínio, marque as assíntotas e construa uma tabela de valores para analisar o comportamento da imagem da função à medida em que tomamos valores para x próximos a sua restrição.

Para a primeira função, queremos construir intuitivamente a noção de limite de um modo geral, observando que para valores de x próximos a restrição do seu domínio temos que a imagem da função irá se aproximar de algum valor, que formalmente denominamos como limite da função. A segunda função, é pautada no conceito de limite infinito, onde fazendo o mesmo processo de tomar valores para x, o participante irá perceber que a imagem assume valores cada vez maiores de modo que não conseguimos estabelecer um padrão para o seu comportamento. E por fim, o caso em que a função está tendendo ao infinito, em que tomando valores cada vez mais altos no domínio para x podemos perceber que a sua imagem irá se aproximar de um determinado valor.

Ao final das atividades, faremos uma socialização dos resultados obtidos e discussões dos conceitos construídos. Além de ouvirmos as opiniões dos participantes sobre o desenvolvimento dessa tarefa na Educação Básica, especificamente em uma turma do Ensino Médio, e se a proximidade do tema com o Cálculo Diferencial e Integral pode trazer benefícios para o desenvolvimento do estudante.

REFERÊNCIAS

ISSN 2175-1668

ALMOULOUD, Saddo Ag. A teoria antropológica do didático. In: ALMOULOUD, Saddo Ag. **Fundamentos da Didática da Matemática**. Curitiba: Ed. UFPR, 2007. cap. VII, p. 111 – 123.

CHAACHOUA, Hamid; BITTAR, Marilena. A teoria antropológica do didático: paradigmas, avanços e perspectivas. **Caminhos da Educação Matemática em Revista**, v. 9, n. 1, p. 29 – 44, 2018.

FREITAS, Ana Maria de Sousa. **A aprendizagem de funções racionais com recurso à calculadora gráfica de alunos do 11º ano de escolaridade**. 2021. 134 f. Relatório de Estágio (Mestrado em Ensino de Matemática no 3.º Ciclo do Ensino Básico e no Ensino Secundário) -Universidade do Minho, Portugal, 2021.

JACOMINO, THIAGO MARQUES ZANON. **Funções racionais no ensino médio**. 2013. 69 f. Tese (Mestrado) – Mestrado Profissional em Matemática Em Rede Nacional (PROFMAT), Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro, Goytacazes, 2013.

MOLON, Jaqueline; FIGUEIREDO, Edson Sidney. Cálculo no ensino médio: uma abordagem possível e necessária com auxílio do software Geogebra. **Ciência e Natura**, v. 37, p. 156-178, 2015.

PEREIRA, José Wilson; SILVA, Anderson Douglas Pereira Rodrigues da; SANTANA, Walenska Maysa Gomes de. A Abordagem Instrumental e a Apropriação do Artefato Tecnológico Apprenti Géomètre 2 em uma Situação Proposta. In: **Educação Matemática na Contemporaneidade: desafios e possibilidades**. Anais do XII ENEM – Encontro Nacional de Educação Matemática, São Paulo, 2016. Disponível em: < http://www.sbembrasil.org.br/enem2016/anais/pdf/8170_4362_ID.pdf >. Acesso em: 02 mar. 2023.