

## O grupo dos vértices do quadrado

### Eixo Temático: 5 – Ensino Superior.

Viviane de Jesus Lisboa Aquino – Universidade Federal de Sergipe (UFS)  
vjlisboa@yahoo.com.br

#### RESUMO

Neste minicurso o conteúdo de grupo do curso de Estruturas Algébricas será trabalhado de forma palpável usando o grupo das permutações dos vértices do quadrado. Iniciaremos com a definição da estrutura de grupo, do conjunto das permutações e da operação de composição. Serão construídos os elementos deste grupo de forma palpável que vai ajudar o participante a perceber e entender como estes elementos se relacionam através da composição. Por fim, o quadrado do Tangram será usado para trabalhar um subgrupo do grupo das permutações. Com todo esse trabalho se pretende trazer o material manipulável para a aula de Estruturas Algébricas. Os participantes devem ser estudantes e professores do ensino superior. Serão utilizados jogo de cartas construído para o curso, o Tangram, papel e lápis.

**Palavras-chave:** Grupo. Tangram. Permutações.

#### A ESTRUTURA DE GRUPO

Os grupos são conjuntos com uma operação a qual satisfaz três propriedades associativa, ter elemento neutro e todo elemento ter um inverso.

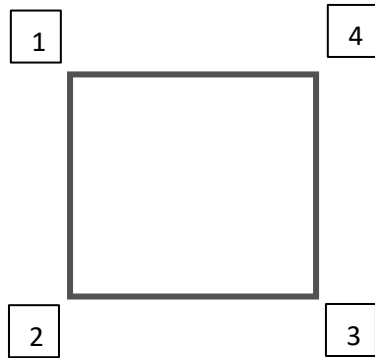
Com essa definição o conjunto formado pelas bijeções do conjunto  $I_4 = \{1,2,3,4\}$  nele mesmo que denotaremos por  $S_4$  com a operação de composição é um grupo, vamos relacionar cada uma dessas bijeções com as permutações dos vértices de um quadrado.

Em  $S_4$  existem  $4! = 24$  elementos, essas bijeções serão representadas por ciclos na forma  $\alpha = (1243)$  este ciclo representa a função onde  $\alpha(1) = 2, \alpha(2) = 4, \alpha(4) = 3$  e  $\alpha(3) = 1$ . Dessa forma o conjunto das permutações dos vértices de um quadrado será

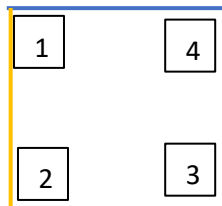
$$S_4 = \{(1), (12), (13), (14), (23), (24), (34), (12)(34), (13)(24), (14)(23), (123),$$

(132), (124), (142), (134), (143), (234), (243), (1234), (1243), (1324), (1342),  
 (1423), (1432)}.

Considere o quadrado fixo que será o domínio das bijeções em  $S_4$



Enquanto o contradomínio delas será o quadrado colorido dado por



Seguindo esta definição vamos construir as permutações usando palitos coloridos para o quadrado/figura da imagem, separados em 4 grupos cada grupo vai construir 6 das funções de  $S_4$ .

Agora vamos trabalhar a composição de funções com o jogo:

*Acerte a função:* Cada grupo tem um conjunto com as imagens correspondentes às permutações dos vértices do quadrado.

Um líder vai indicar funções para compor e o grupo deve escolher a resposta correta, quem responder primeiro corretamente ganha um ponto.

Quem conseguir mais pontos ganha o jogo.

Trabalhando os subgrupos com o jogo:

*Construindo subgrupos:* Cada grupo de trabalho vai determinar entre os elementos de um subgrupo deste conjunto e conferir se este é comutativo ou não.

Quem determinar o maior subgrupo próprio de  $S_4$  ganha.

Na segunda fase vamos usar o Tangram.

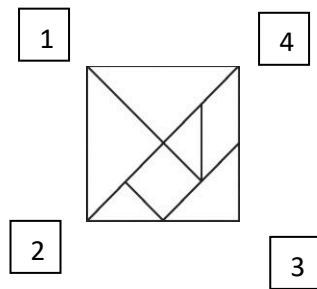
O Tangram é um quebra-cabeça chinês, de origem milenar. Existem várias lendas sobre sua origem.

Uma delas conta que um chinês deixou cair no chão um pedaço de espelho quadrado, o qual se quebrou em sete pedaços. Para sua surpresa, com os cacos do espelho ele poderia dar origem a várias formas conhecidas, como animais, plantas, pessoas, objetos, letras, números, figuras geométricas, entre outras.

Outra diz que o Tangram se originou quando um homem tentava consertar os pedaços quebrados de um azulejo de porcelana. Independentemente de qual seja a verdadeira lenda, o Tangram é muito conhecido hoje em dia e também muito gostoso de se brincar.

O objetivo desse jogo é utilizar as sete peças, sem sobreposição, para montar determinada figura.

Originalmente ele é um quadrado formado por 2 triângulos grandes, 1 triângulo médio, 2 triângulos pequenos, 1 paralelogramo e 1 quadrado. Nele vamos identificar os vértices para a próxima atividade.



Nesse próximo desafio os grupos devem identificar quais as funções de  $S_4$  que mantêm o quadrado no Tangram.

Vamos mostrar no final que o conjunto formado por essas funções é um subgrupo de  $S_4$ .

## CONCLUSÃO

Voltado para estudantes e professores do ensino superior o minicurso será realizado com a utilização de jogo de cartas criado para o mesmo, além de papel, lápis e o Tangram. Procuramos assim incentivar o uso de material manipulável num curso abstrato como o de Estruturas Algébricas.

## REFERÊNCIAS

- SOUZA, E. R. et. al. **A matemática das sete peças do Tangram**. 3 ed. São Paulo: Centro de Aperfeiçoamento do Ensino de Matemática. IME/USP, 2003.
- VIEIRA, V. L. **Álgebra Abstrata para Licenciatura**. Campina Grande: EDUEPB, 2013.