



Explorando a trigonometria por meio da régua trigonométrica

Ensino Médio

Amanda dos Santos Bomfim. UFRB. amandabomfim@aluno.ufrb.edu.br;

Iran Silva Oliveira. UFRB. irans19@aluno.ufrb.edu.br;

Lais Santos Souza. UFRB. lais.souza.lai@aluno.ufrb.edu.br;

Weliton Sacramento dos Reis. UFRB. js203996@gmail.com;

RESUMO

Discussões e atividades no componente curricular Laboratório de Ensino da Matemática motivaram a construção deste minicurso. Nosso objetivo é desenvolver algumas atividades de trigonometria, com ênfase no ciclo trigonométrico, que serão exploradas por meio do material manipulável Régua Trigonométrica. Em um primeiro momento construiremos esse material manipulável, momento em que pretendemos explorar e justificar matematicamente as construções geométricas envolvidas. Em um segundo momento vamos propor atividades de natureza investigativa que versam sobre redução ao primeiro quadrante e resolução de equações trigonométricas, que podem ser resolvidas com o auxílio do material. As atividades têm como foco a construção do conhecimento pelo próprio sujeito e fazem referência a Teoria das Situações Didáticas, que foi usada para conceber e será usada para aplicar as atividades do minicurso.

Palavras-Chave: Trigonometria. Régua Trigonométrica. Material Manipulável.

A PROPOSTA

Esta proposta de minicurso foi pensada após experiências vivenciadas no componente curricular Laboratório de Ensino da Matemática. Nesse componente foi trabalhado a construção da Régua Trigonométrica e sua utilização em atividades de trigonometria. Desse modo, em discussões realizadas com o professor do componente, fomos motivados a desenvolver essa proposta.

Abordaremos nesse minicurso o tema trigonometria, em particular, o estudo do ciclo trigonométrico. Objetivamos a construção de conceitos acerca da redução ao primeiro



quadrante e equações trigonométricas que podem ser mediados por meio da utilização do material manipulável Régua Trigonométrica. Assim, temos como público-alvo alunos da graduação em Licenciatura em Matemática, professores que atuam no Ensino Médio e participantes interessados com a temática proposta.

Ressaltamos que ao construir a Régua Trigonométrica, os participantes terão a chance de utilizar conceitos geométricos e algébricos, que podem auxiliar em outros contextos matemáticos que vão além da sua construção.

Desenvolveremos o minicurso em dois momentos. Em um primeiro momento os participantes serão convidados a construir a Régua Trigonométrica, para tal será disponibilizado todo o material necessário: papel cartão, régua, compasso, lápis, borracha, hidrocor, capa de encadernação transparente, entre outros. Ainda nesse primeiro momento serão retomadas algumas construções geométricas fundamentais com régua e compasso. Em um segundo momento os participantes realizarão atividades de trigonometria que têm como referência conteúdos trigonométricos do Ensino Médio, redução ao primeiro quadrante e equações trigonométricas.

Pontuamos que o processo de construção desse material é de grande importância, pois, assim, os participantes poderão investigar e analisar, tendo a possibilidade de construir conceitos geométricos, sobretudo a respeito das construções geométricas com régua e compasso. A esse respeito, as Orientações Curriculares de Matemática para o Ensino Médio apontam “que o aluno consiga perceber os processos que levam ao estabelecimento das fórmulas, evitando-se a sua simples apresentação” (BRASIL, 2006, p. 76). Nesse caso específico, entendendo a geometria envolvida nas construções geométricas.

As atividades, tanto a construção, quanto as aplicações, são de natureza exploratória e investigativa, assim visam à construção do conhecimento pelo sujeito. Isto é, o saber não é “transmitido” ao aprendiz, mas por meio da interação ao realizar a construção e manusear a Régua Trigonométrica, o participante terá a possibilidade de construir conceitos e vislumbrar um recurso para o ensino de matemática que pode favorecer uma aprendizagem do seu aluno com mais significado.



Essa régua pode tornar as aulas mais atraentes e motivadoras visando melhor aprendizagem dos alunos, assim percebemos que o professor tem um papel muito importante, tendo que ser cauteloso quando utilizar esse material em sala de aula, pois o objetivo não está no material, mas sim nas atividades e no modo como ele será explorado, o material manipulável tem suma importância na aprendizagem.

Assim, não se pode deixar que o material se torne apenas um brinquedo para o aluno. É o que aponta Turrioni (2004, apud JANUARIO, 2008) ao defender que se o material manipulável for utilizado de modo coerente em sala de aula, com uma finalidade, este pode tornar-se um grande aliado do professor, auxiliando no ensino e favorecendo uma aprendizagem com significado. Fazendo com que o aluno consiga observar e analisar, desenvolvendo assim o raciocínio lógico, crítico e científico. É o que nos aponta a Base Nacional Comum Curricular para o Ensino Médio, quando destaca a importância de investigar e levantar conjecturas a respeito de propriedades matemáticas, empregando estratégias como observação de padrões e experimentações (BRASIL, 2018).

Contribuindo com essa abordagem no processo de ensino e aprendizagem, a Teoria das Situações Didáticas (TSD) leva em conta o planejamento e execução de atividades sobre conteúdos matemáticos. Usamos essa teoria na concepção das atividades e a aplicaremos durante o minicurso.

Para explicar esse processo, a TSD se decompõe em quatro fases diferentes: ação, formulação, validação e institucionalização. As três primeiras compõem a situação didática, ou seja, a intenção de ensinar não é revelada ao estudante, contudo foi preparada de modo a favorecer ao estudante se apropriar de um novo saber que se deseja ensinar. Nessa situação o aluno é levado agir, falar e refletir, de forma a adquirir novos conhecimentos por meio da situação, sem apelo a razões didáticas impostas. Após a fase didática é necessário fazer a institucionalização do conteúdo em questão, tornando o saber oficial, é o momento da sistematização das principais ideias trabalhadas (JESUS; DIAS, 2009).

Assim, os participantes trabalharão em equipes de forma a vivenciarem a fase didática e depois trocarão informações, farão exposição de soluções e os formadores (ministrantes do minicurso) ficam responsáveis por gerenciar a institucionalização.

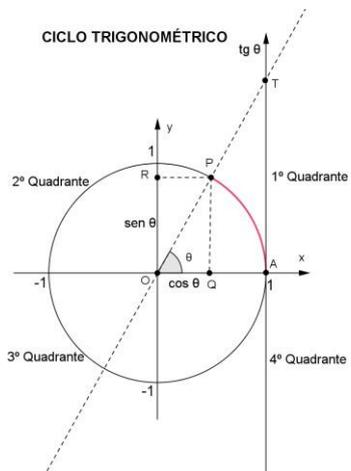
Na sequência, diante do limite de páginas para apresentação da proposta, indicamos algumas das atividades a serem desenvolvidas durante o minicurso.

ATIVIDADES

ATIVIDADE 01 – CONSTRUÇÃO DA RÉGUA TRIGONOMÉTRICA

Para que possamos construir a régua trigonométrica com significado, precisamos retomar alguns conceitos referentes ao seno, cosseno e tangente no ciclo trigonométrico.

A circunferência trigonométrica também chamada de ciclo trigonométrico tem raio unitário e centro na origem do referencial cartesiano. Sobre a circunferência serão fixados arcos (ver figura 1), com origem no ponto A (1, 0). Esses arcos serão percorridos no sentido anti-horário. Cabe lembrar de que a medida do ângulo $A\hat{O}P$ é igual à medida angular do arco (arco AP é igual a θ). Vejamos então as definições de seno, cosseno e tangente de um arco. Vamos definir considerando a arcos de 0° a 360° , ou seja, 0 rad a 2π rad, sem maiores perda de generalidade, pode-se ampliar para um arco qualquer. A um número θ , de 0° a 360° , associamos um ponto P da circunferência trigonométrica, de modo que a medida angular do arco de origem em A e extremidade em P, marcado no sentido anti-horário, seja arco $AP = \theta$. Definimos que *seno* de θ é a ordenada do ponto P (indica-se por $\text{sen}\theta$ ou seja, $\text{sen}\theta = OR$) e *cosseno* de θ é a abscissa do ponto P (indica-se por $\text{cos}\theta$, ou seja, $\text{cos}\theta = OQ$).



Para definir a tangente fixamos um eixo auxiliar paralelo ao eixo dos y que passa no ponto A e unidade igual à dos eixos x e y esse eixo será chamado de eixo das tangentes. Consideremos a reta que passa pelos pontos O e P chamemos de T o ponto de intersecção dessa reta com o eixo das tangentes, assim, a *tangente* de θ é a ordenada do ponto T ou simplesmente $\text{tg}\theta = AT$.

Descreveremos, na sequência, alguns passos para a construção da Régua Trigonométrica. Utilizando o compasso, construa uma circunferência com raio qualquer cujo centro fique o mais próximo do centro da folha, para isso é aconselhável que dobre a folha ao meio na horizontal e na vertical.

A) Trace a reta suporte do diâmetro na horizontal da circunferência e nomeie esse eixo de $\cos(x)$, sendo assim a parte superior ao eixo do cosseno tem seus valores positivos e consequentemente a parte inferior tem seus valores negativos. Por meio da mediatriz desse diâmetro, trace a reta perpendicular e nomeie esse eixo de $\sin(x)$, a esquerda desse eixo os valores são positivos e a direita são negativos.

B) Com a medida do raio (que representa a medida de um arco de 60°), a partir das extremidades dos diâmetros determinados, marque pontos nos quatro arcos de modo a construir três ângulos de 30° em cada um dos quatro quadrantes da circunferência. Em seguida é necessário dividir o quadrante ao meio por meio da bissetriz, deste modo encontrando os ângulos de 45° , 135° , 225° e 315° de cada quadrante.

C) Para construirmos a reta tangente, vamos prolongar o diâmetro da horizontal. Em seguida realize a construção da perpendicular por um ponto pertencente à reta, essa reta é tangente à circunferência. Ao finalizar essa etapa deve-se nomear os ângulos já construídos de 30° , 45° , 60° , 90° , 120° , 135° , 150° , 180° , 210° , 225° , 240° , 270° , 300° , 315° , 330° , 360° .

D) Agora utilizando a régua construa um segmento de reta tracejado do centro da circunferência até a reta tangente passando pelo ângulo de 60° , repita o processo nos ângulos de 30° , 45° , 300° , 315° , 330° . Posteriormente, construa um segmento de reta tracejado do ângulo de 30° ao de 150° , 45° ao de 135° , 60° ao de 120° , 210° ao de 330° , 225° ao de 315° e 250° ao de 300° . De forma análoga, construa um segmento de reta que liga os ângulos, de 30° ao de 330° , 45° ao de 315° , 60° ao de 300° , 120° ao de 240° , 135° ao de 225° e 150° ao de 210° .

E) Por fim, vamos nomear os pontos marcados anteriormente. Na reta tangente acima do eixo dos cossenos esses valores serão positivos $\sqrt{3}$, 1 , $\frac{\sqrt{3}}{3}$, abaixo do eixo dos cossenos os valores são negativos $-\frac{\sqrt{3}}{3}$, -1 , $-\sqrt{3}$. A interseção do tracejado com os raios da circunferência, serão nomeados da seguinte forma, acima do eixo dos cossenos $\frac{1}{2}$, $\frac{\sqrt{2}}{2}$, $\frac{\sqrt{3}}{2}$ abaixo do eixo dos cossenos os valores são simétricos. Analogamente, a direita do eixo dos senos marcaremos esses valores $\frac{1}{2}$, $\frac{\sqrt{2}}{2}$, $\frac{\sqrt{3}}{2}$, e a esquerda do eixo dos senos deve-se marcar os valores em negativo.



a) $\sin x = \frac{1}{2}$ b) $\cos x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ c) $|\operatorname{tg} x| = \sqrt{3}$ d) $\operatorname{sen} x = \operatorname{sen} \frac{\pi}{5}$ e) $2\cos^2 x - 5\cos x + 2 = 0$

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Acreditamos que as atividades propostas neste minicurso têm potencial de ser recursos efetivos para o ensino e aprendizagem das relações trigonométricas a partir da confecção da Régua Trigonométrica. Ao participar dessas atividades, os alunos têm a oportunidade de construir conhecimentos vinculados a essas relações. Além disso, com base nas referências citadas, enfatizamos a importância de um ensino que promova a construção do conhecimento pelo estudante. Nossa expectativa é que as atividades abordadas neste minicurso possam facilitar esse processo de desenvolvimento do conhecimento.

AGRADECIMENTOS

Expressamos nossa gratidão ao professor doutor Gilson Bispo de Jesus, coordenador do Projeto Materiais Manipuláveis no Processo de Ensino e Aprendizagem da Matemática e docente responsável pelo componente curricular Laboratório de Ensino da Matemática. Sua valiosa contribuição foi fundamental para a elaboração desta proposta de minicurso.

REFERÊNCIAS

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Obra com parceria do Conselho Nacional de Secretários de Educação e da União Nacional dos Dirigentes Municipais de Educação. Brasília, 2018.

BRASIL. Ministério da Educação. **Orientações Curriculares para o Ensino Médio: Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias**. Brasília, 2006.

JANUARIO, Gilberto. Materiais Manipuláveis: uma experiência com alunos da Educação de Jovens e Adultos. In: Primeiro Encontro Alagoano de Educação Matemática. **Anais... I EALEM: Didática da Matemática: uma questão de paradigma**. Arapiraca: SBEM – SBEM-AL, 2008.

JESUS, G. B.; DIAS, M. M. J. O grupo EMFOCO e a Didática Francesa. In: DINIZ, L. N.; BORBA, M. C. (Org.). **Grupo Emfoco: diferentes olhares, múltiplos focos e autoformação continuada de educadores matemáticos**. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2009.