IMPORTÂNCIA DO PENSAMENTO ALGÉBRICO NA EDUCAÇÃO BÁSICA

Maria Vitória da Luz Ameno. Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia da Bahia. vitoriaamenoluz@gmail.com;
Brena Reis da Silva. Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia da Bahia. brenareis13@gmail.com;

Eixo Temático: Eixo 5 - Ensino e Aprendizagem de Matemática na Educação Básica;

RESUMO

Este artigo apresenta a importância do pensamento algébrico na Educação Básica e seu impacto na aprendizagem matemática. Explorando conceitos como variáveis, expressões, equações e generalização. Desta forma, são propostas atividades práticas para promover o pensamento algébrico, como a resolução de problemas contextualizados, a criação de expressões algébricas a partir de situações-problema e a exploração de padrões matemáticos. Essas atividades visam engajar os estudantes de forma ativa, promovendo o desenvolvimento de habilidades algébricas e a conexão entre a matemática e a realidade. Conclui-se que o pensamento algébrico é essencial para uma educação matemática de qualidade e, portanto, deve ser considerado como uma prioridade nos currículos escolares, incentivando pesquisas futuras e a implementação de atividades práticas para fortalecer o pensamento algébrico na Educação Básica.

Palavras-chave: Álgebra. Pensamento Algébrico. Matemática.

INTRODUÇÃO

Pelas experiências em sala de aula, percebe-se que a Álgebra é um ramo da Matemática muito temido pelos estudantes. Não é incomum ouvir dos alunos: “entendia matemática antes de misturarem os números com as letras” ou “por que eu preciso achar esse tal de x?”.

O processo de aprendizagem dos alunos, com a Álgebra costuma ser tardio e de forma vaga, no entanto conforme está na BNCC,

> É imprescindível que algumas dimensões do trabalho com a álgebra estejam presentes nos processos de ensino e aprendizagem desde o ensino fundamental - anos iniciais, como as ideias de regularidade, generalização de padrões e propriedades da igualdade. (BRASIL, 2018, p.270).

Considerando os aspectos mencionados, o objetivo do presente trabalho é apresentar uma proposta de ensino da Álgebra que ajude a desenvolver o pensamento algébrico de uma forma que facilite a compreensão dos alunos e cause uma aproximação com o conteúdo matemático.

A metodologia utilizada foi a de aulas expositivas-dialogadas, nas quais foram trabalhados aspectos históricos, surgimento e importância do uso das letras para representar grandezas, adição e multiplicação de termos algébricos e o ato de equacionar problemas reais do cotidiano, bem como resolvê-los. A ideia não é trazer um método disruptivo que desconsidere o contexto da sala de aula e ultrapasse o tempo reservado para trabalhar o conteúdo, mas sim, trazer esse protagonismo do aluno na construção do pensamento algébrico, colocando-o numa posição de busca e trabalho ativo na obtenção das respostas.

A CONSTRUÇÃO DO PENSAMENTO ALGÉBRICO E SUA IMPORTÂNCIA

Nesta seção trataremos sobre a álgebra e o pensamento algébrico. Segundo Kaput (1995, p.6, tradução nossa), ao começar o estudo da álgebra “os atos de generalização e formalização gradual da generalidade construída devem preceder o trabalho com formalismos - do contrário os formalismos não têm origem na experiência do estudante”. Por conseguinte, o processo de construção das habilidades que o estudo da álgebra traz é feito paulatinamente durante a educação básica. E essas habilidades em conjunto podem ser entendidas como a estruturação do pensamento algébrico, que se estabelecem por meio da necessidade de organizar as ideias matemáticas presentes em um problema. Como salientam Blanton e Kaput (2005, p. 413) citado por Almeida e Santos (2017, p. 41) o pensamento algébrico é um

> [...] processo pelo qual os alunos generalizam ideias matemáticas a partir de um conjunto de casos particulares, estabelecem essas generalizações através de discurso argumentativo, e expressam-nas de formas progressivamente mais formais e adequadas à sua idade. (BLANTON E KAPUT, 2005, p.413)

Levando em consideração que muitas vezes os estudos da álgebra não são feitos dessa maneira, gradualmente e adequadamente, para os alunos ela é considerada de difícil significado e interpretação. Muitas vezes eles resolvem uma equação, por exemplo, sem ao menos saber o que está acontecendo, sendo feita de uma forma mecanizada. Como enfatiza Geraldi, citado por Gorini (2021, p.3):

> A maior dificuldade dos alunos em Álgebra é compreender a simbologia e colocar significado no que estão resolvendo; é necessária a compreensão da Álgebra e para isso ele necessita desenvolver o pensamento algébrico; este por sua vez não é fácil de adquirir, já que demanda tempo e uma construção gradativa. (GERALDI, 2008)

Pensar algebricamente é fazer com que o aluno perceba que a equação $2x + 1 = 9$, possui relação de equivalência, ou seja tornando os dois lados da igualdade equilibrada. Dessa forma enfatizaria as propriedades comutativa, elemento neutro e as operações.

Por exemplo: $2x + 1 = 9$, adiciona -1 em ambos os membros temos $2x + 1 - 1 = 9 - 1 \Rightarrow 2x + 0 = 8 \Rightarrow 2x = 8$, multiplica $\frac{1}{2}$ em ambos os membros temos $2x \cdot \frac{1}{2} = 8 \cdot \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{2x}{2} = \frac{8}{2} \Rightarrow x = 4$.

Dessa forma, precisa-se que seja construído o pensamento algébrico de modo que os alunos entendam o que realmente está sendo pensado algebricamente para resolver tais problemas algébricos. A partir do momento que o aluno desenvolve esse pensamento, ele está desenvolvendo habilidades de interpretação, análises críticas, raciocínio lógico, a capacidade abstrata das coisas e generalizar o problema que for proposto.

Assim, também aborda a BNCC sobre a Álgebra na Educação Básica,

> A unidade temática **Álgebra**, por sua vez, tem como finalidade o desenvolvimento de um tipo especial de pensamento – pensamento algébrico – que é essencial para utilizar modelos matemáticos na compreensão, representação e análise de relações quantitativas de grandezas e, também, de situações e estruturas matemáticas, fazendo uso de letras e outros símbolos. (BNCC, 2018, p. 270)

Nessa perspectiva o documento oficial ressalta o objetivo do desenvolvimento de inserir a álgebra nas aulas de matemática e sua importância. Para isso os alunos precisam desenvolver habilidades necessária para que ocorra essa compreensão de pensar algebricamente, sendo assim é imprescindível trabalhar a álgebra no processo de ensino e aprendizagem. Essa construção acontece desde a Educação Infantil quando a professora pede para o aluno completar a sequência ou determinar qual o próximo elemento, então não são habilidades trabalhadas do dia para noite, acontece por meio de um processo contínuo.

Nesse sentido a proposta desde trabalho é trazer situações problemas para trabalhar o pensamento algébrico na sala de aula. Dessa maneira garantir que os alunos possam visualizar a álgebra em problemas do cotidiano por meio das equações.

METODOLOGIA

Para iniciar, os alunos da turma do 7º ano tiveram aulas de Introdução à Álgebra, onde foram apresentados aos conceitos mais básicos da Álgebra, os símbolos, os termos algébricos, e a importância de expressar valores desconhecidos através de incógnitas. Em seguida, foram trabalhadas as substituições de letras por valores já conhecidos, adição e multiplicação algébrica e equação do 1º grau. A exposição do conteúdo estava sempre acompanhada de atividades para que eles pudessem entender melhor o assunto e desenvolver o pensamento algébrico. Sendo assim, foram induzidos a equacionar e resolver problemas simples.

Vale aqui destacar a forma como foi trabalhada a equação do 1º grau. Primeiro pela definição, depois a raiz, conjunto universo e conjunto solução. Para trabalhar a definição, utilizamos o conceito de balança e equilíbrio. Na ausência de uma balança, foi solicitado que uma aluna ficasse de pé e fosse para a frente do quadro ficando de frente para a turma com as duas mãos suspensas na mesma altura representando equilíbrio, dessa forma, era retirado algo de uma das mãos o que causava uma alteração no equilíbrio da "balança", e ao ser retirado algo equivalente da outra mão voltava a ficar balanceado, assim, foi possível conduzi-los com muita tranquilidade até as resoluções de equações.

PROPOSTA DE ATIVIDADES PARA TRABALHAR O PENSAMENTO ALGÉBRICO

Atividade 1 - Em um trem a locomotiva possui 4 rodas de cada lado e cada vagão possui 6 rodas de cada lado.

a) Quantas rodas tem ao todo um trem de 7 vagões. Observe a imagem a seguir e responda?

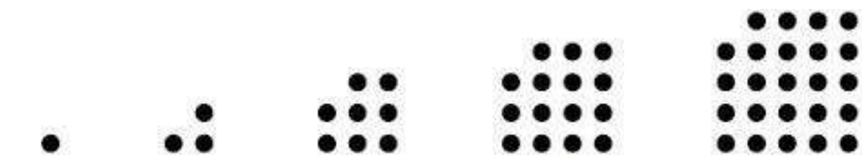
Possível solução: A questão traz que são 4 rodas em cada lado da locomotiva, então $4 \cdot 2 = 8$ e 6 rodas em cada lado do vagão, então $6 \cdot 2 = 12$. Em um trem de 7 vagões terá $7 \cdot 12 = 84$, agora basta adicionar a quantidade de rodas da locomotiva, temos que $84 + 8 = 92$. Portanto são 92 rodas ao todo.

b) Escreva uma fórmula que determine o número total de rodas R do trem: **Possível solução:** Observa-se que cada vagão tem 12 rodas, então se quisermos calcular uma quantidade de vagão desconhecido de um trem com 8 rodas na locomotiva temos: $R = 12v + 8$.

c) Determine o número de vagões quando o trem tiver um total de 128 rodas;

Possível solução: $R = 12v + 8 \Rightarrow 128 = 12v + 8$, adiciona -8 em ambos os membros, temos $128 - \mathbf{8} = 12v + 8 - \mathbf{8} \Rightarrow 120 = 12v + 0 \Rightarrow 120 = 12v$, multiplica $\frac{1}{12}$ em ambos os membros, temos $120 \cdot \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{12}} = 12v \cdot \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{12}} \Rightarrow \frac{120}{12} = \frac{12v}{12} \Rightarrow 10 = v$.

Atividade 2 - Considere a seguinte sequência de figuras formadas a partir de pontos:



1ª figura 2ª figura 3ª figura 4ª figura 5ª figura

a) Quantos pontos tem em cada figura?

Possível solução: 1ª figura: 1 ponto, 2ª figura 3 pontos, 3ª figura 8 pontos, 4ª figura 15 pontos, 5° figura 24 pontos. Ou seja, $\{1, 3, 8, 15, 24\}$.

b) Poderíamos encontrar uma próxima figura? Quantos pontos terá essa figura?

Possível solução: Sim, 35 pontos. Pois se pintarmos o espaço vazio de cada figura, cada lado terá a mesma quantidade, que podemos chamar de quadrado perfeito. E como esse ponto que escrevemos não existe na figura, podemos subtrair um no valor do quadrado. Por exemplo a 6ª figura é $6^2 = 36$, retirando um ponto da figura temos $36 - 1 = 35$.

c) Desenhe a figura 6ª.
d) Quantos pontos tem a 12ª figura?

Possível solução: Assim como na letra b, faremos a mesma coisa, será o número da figura ao quadrado, subtraindo um, ou seja $12^2 = 144$, $144 - 1 = 143$ pontos.

e) Podemos encontrar uma fórmula geral para encontrar qualquer figura? Como podemos encontrá-la? Qual é ela?

Possível solução: Sim, pelo mesmo raciocínio para as questões anteriores, basta chamar o número da figura de f e p para representar os pontos, sendo assim temos $p = f^2 - 1$.

Atividade 3 – Isadora tem 36 anos a menos que seu pai, e seu pai tem o quíntuplo de anos de Isadora. Qual a idade de cada um?

Possível solução: Chamando a idade de Isadora de $\boldsymbol{x}$ e a idade do pai de Isadora de $\boldsymbol{y}$, temos $x = y - 36$ e $y = 5x$, sendo assim podemos substituir a idade do pai de Isadora, na idade de Isadora. Então temos que:

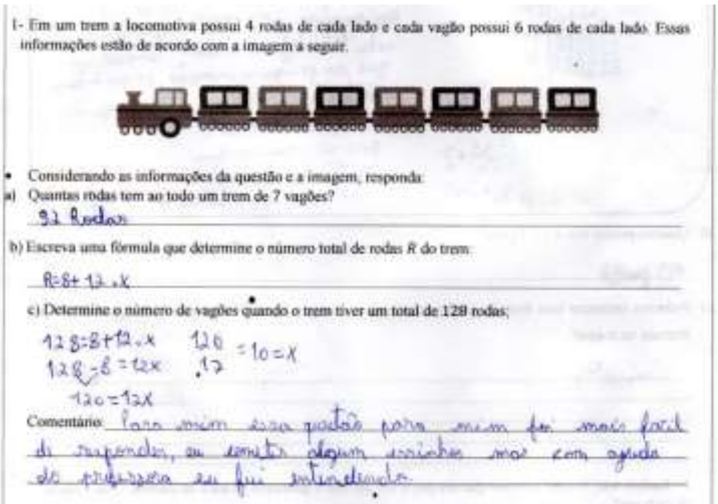
$x = y - 36 \Rightarrow x = 5x - 36$, adicionando o $-5x$ em ambos os membros temos: $x - 5x = -5x + 5x - 36 \Rightarrow x - 5x = 0 - 36 \Rightarrow -4x = -36$, multiplicando ambos os lados por (-1), temos $(-1) \cdot (-4x) = (-1) \cdot (-36) \Rightarrow 4x = 36$, dividindo ambos os lados por $\frac{1}{4}$, então $4x \cdot \left(\frac{1}{4}\right) = 36 \cdot \left(\frac{1}{4}\right) \Rightarrow \frac{4x}{4} = \frac{36}{4} \Rightarrow x = 9$, portanto Isadora tem 9 anos. Agora iremos descobrir quantos anos o Pai dela tem, faremos $y = 5x \Rightarrow y = 5 \cdot 9 \Rightarrow y = 45$, portanto o Pai de Isadora tem 45 anos.

RESULTADO E DISCUSSÃO

1 APLICAÇÃO DA ATIVIDADE

Os estudantes receberam permissão para realizar a atividade em conjunto, resultando em discussões entre eles. Eles gradualmente chegaram às respostas mais simples, embora tenham enfrentado dificuldades ao equacionar. No entanto, com as explicações fornecidas ao final de suas tentativas, ficou evidente que eles perceberam onde estavam cometendo erros e entenderam que as fórmulas eram úteis para simplificar cálculos envolvendo números muito grandes. A terceira questão abordava um tema ainda não estudado, portanto, os alunos não conseguiram resolvê-la, mas compreenderam a explicação fornecida no quadro como um avanço em relação ao conteúdo anterior. Por fim, os alunos tiveram a oportunidade de expressar suas opiniões sobre a experiência nos comentários.

2 RESPOSTA DOS ALUNOS



1- Em um trem a locomotiva possui 4 rodas de cada lado e cada vagão possui 6 rodas de cada lado. Essas informações estão de acordo com a imagem a seguir.

- Considerando as informações da questão e a imagem, responda:

a) Quantas rodas tem ao todo um trem de 7 vagões?

92 Rodas

b) Escreva uma fórmula que determine o número total de rodas *R* do trem:

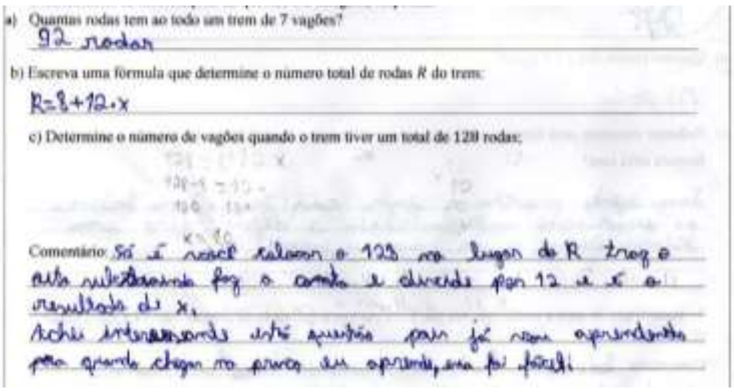
R=8+12.x

c) Determine o número de vagões quando o trem tiver um total de 128 rodas;

128=8+12.x
128-8=12x
120=12X
120/12 =10=X

Comentário: Para mim essa questão para mim foi mais fácil de responder, eu cometi algum errinho mas com ajuda do professora eu fui entendendo.

Fonte: autoria própria



a) Quantas rodas tem ao todo um trem de 7 vagões?

92 rodas

b) Escreva uma fórmula que determine o número total de rodas *R* do trem:

R=8+12.x

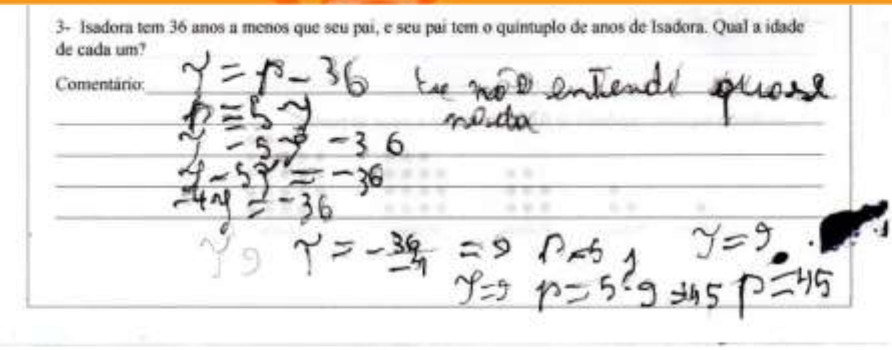
c) Determine o número de vagões quando o trem tiver um total de 128 rodas;

Comentário: Só é você colocar o 128 no lugar de R traz o oito subtraindo faz a conta e divide por 12 e é o resultado de x.
Achei interessante esta questão pois já venho aprendendo e quando chegou na prova eu aprendi, então foi fácil.

Fonte: autoria própria

Fonte: autoria própria

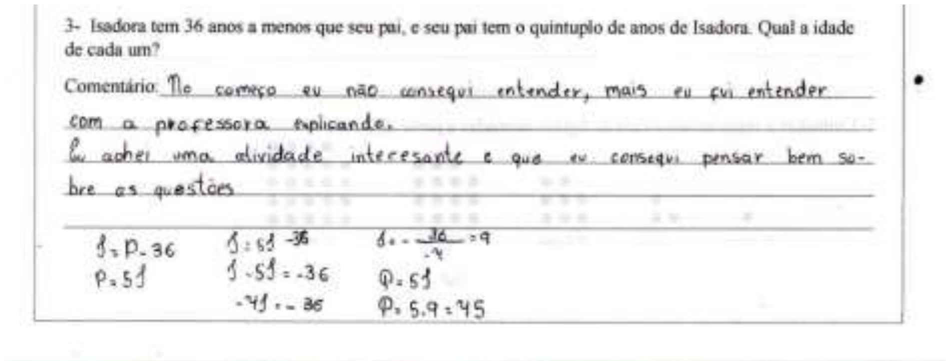
Fonte: autoria própria


3- Isadora tem 36 anos a menos que seu pai, e seu pai tem o quíntuplo de anos de Isadora. Qual a idade de cada um?

Comentário: Eu não entendi quase nada

$I = P - 36$
$P = 5I$
$I = 5I - 36$
$I - 5I = -36$
$-4I = -36$
$I = \frac{-36}{-4} = 9 \quad P = 5I, \quad I = 9$
$I = 9 \quad P = 5 \cdot 9 = 45 \quad P = 45$

Fonte: autoria própria


3- Isadora tem 36 anos a menos que seu pai, e seu pai tem o quíntuplo de anos de Isadora. Qual a idade de cada um?

Comentário: No começo eu não consegui entender, mais eu fui entender com a professora explicando.
Eu achei uma atividade interessante e que eu consegui pensar bem sobre as questões

$I = P - 36$
$P = 5I$
$I = 5I - 36$
$I - 5I = -36$
$-4I = -36$
$I = \frac{-36}{-4} = 9$
$P = 5I$
$P = 5.9 = 45$

Fonte: autoria própria

CONCLUSÃO

Diante dos fatos explicitados acima, pode-se notar a importância de ser desenvolvido atividades que estimulam o desenvolvimento do pensamento algébrico do aluno, paulatinamente durante o processo de aprendizagem, antes mesmo da abstração da Álgebra. Visto que é um ótimo aliado para desenvolver o raciocínio lógico, crítico e analítico do aluno e o fazer pensar, questionar e querer buscar além das atividades proposta. Dessa forma, contribui ao progresso para o amadurecimento e autonomia do estudante, para se tornarem protagonistas do seu próprio conhecimento.

REFERÊNCIAS

ABBAS, Youssef Ahmed. **Al-jabr: atividades para vivenciar a introdução à álgebra**. 2020. Tese de Doutorado. Universidade de São Paulo.

ALMEIDA. Jadilson Ramos de; SANTOS. Marcelo Câmara dos. **Pensamento algébrico: Em busca de uma definição.** Paranaense de Educação Matemática. RPEM, Campo Mourão, Pr, v.6, n.10, p.41, jan.-jun. 2017.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, 2018.

COELHO, Flávio Ulhoa; AGUIAR, Marcia. **A história da álgebra e o pensamento algébrico: correlações com o ensino.** Estudos Avançados, v. 32, p. 171-187, 2018.

GERALDI, L. M. A. **Pesquisa Em Educação Matemática: Desafios a Prática Docente.** São Luiz de Jaboticabal. Jan. de 2018.

GORINI, Kíssilla Christina Medeiros. **A ÁLGEBRA NAS SERIES FINAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL: ERROS QUE ALUNOS MAIS COMETEM**. 2021.Dissertação de Mestrado. Universidade Federal do Espírito Santo.

KAPUT, J. J. **A Research Base Supporting Long Term Algebra Reform?** In: Annual Meeting of North American Chapter of the international group for the psychology of mathematics educacion, 17th., Columbus, 1995. Disponível em: https://eric.ed.gov/?id=ED389539. Data do acesso: 08/07/2023.

XAVIER, Márcio Pizzete. Et al. **Reflexão sobre a constituição do pensamento algébrico.** Revista Científica Multidisciplinar Núcleo do Conhecimento. Ano 06, Ed. 06, Vol. 11, pp. 129-153. Junho de 2021.