



PROBLEMAS MATEMÁTICOS: COMPREENDENDO SIGNIFICADOS EPISTEMOLÓGICOS

Eixo Temático: 4. Modelagem Matemática, Resolução de Problemas e Investigação Matemática

Fernando de Carvalho Pires. Universidade do Estado da Bahia/UNEB.

fernando.carvalho3108@gmail.com

Joseane Mirtis de Queiroz Pinheiro. Universidade Estadual Paulista/UNESP.

mirtis.queiroz@unesp.br

Renan Pereira Santos. Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia/UESB.

renan.psantos96@gmail.com

RESUMO

Este trabalho tem como objetivo principal discutir alguns significados da ideia de problema matemático, apresentando suas características e aspectos centrais. Para tanto, lançamos mão de uma pesquisa bibliográfica, a fim de identificar estudos que versem sobre essa temática, levantando os pontos fundamentais desse fenômeno. A comunicação científica aqui desenvolvida se estrutura em quatro seções textuais que sintetizam bem as ideias discutidas. São elas: Contexto Epistemológico da Resolução de Problemas, Caminho Metodológico Assumido, dos Significados de Problemas Matemáticos e Observações Finais. Após as discussões teóricas realizadas, concluímos que a noção de problemas matemáticos pressupõe uma compreensão mais refinada de seu núcleo teórico e o reconhecimento dos quatro aspectos centrais que os constitui: a solução, os dados, as estratégias e as restrições. A discussão aqui promovida nos faz entender ainda a distinção que é possível fazer entre o conceito de problema e a ideia de exercício matemático.

Palavras-chave: Problemas Matemáticos. Educação Matemática. Epistemologia.

CONTEXTO EPISTEMOLÓGICO DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS

As pesquisas acadêmicas de resolução de problemas matemáticos têm se mantido forte na atualidade e têm demonstrado sua relevância para o domínio da Educação Matemática (SCHOENFELD, 2013; CAI et al, 2016). Nesse sentido,



observamos que a presença incontestável da resolução de problemas no seio das problematizações científicas da Educação Matemática pode ser compreendida como um reconhecimento valioso deste fenômeno em seu campo investigativo.

O estudo científico de resolução de problemas na Educação Matemática se pulverizou após o desenvolvimento dos trabalhos seminais de George Pólya, em 1945. A partir das observações levantadas por este pesquisador, muitos outros estudiosos se puseram em marcha num movimento crescente de reflexões teóricas acerca desta temática (SCHOENFELD, 2013; KOICHU, 2018; LESTER, 1994).

Embora os estudos de resolução de problemas tenham avançado em decorrência do trabalho de Pólya (1945), a literatura assevera que foi na década de 1980 que as investigações deram um salto significativo, impulsionadas, por exemplo, pelo documento *Uma Agenda para Ação* (1980), proposto pelo Conselho Nacional de Educadores Matemáticos (NCTM), nos EUA. (NCTM, 1980). A Agenda afirmava que “a resolução de problemas deveria ser o foco da matemática escolar” (NCTM, 1980, p. 1, tradução nossa).

O campo da resolução de problemas, a partir de então, cresceu vertiginosamente nos EUA, tendo rápida ascensão em todo o mundo, ampliando sua base de conhecimento e recrutando cada vez mais pesquisadores interessados em investigá-lo. Muitos trabalhos investigativos, nessa perspectiva, têm se diversificado, culminando em achados importantes para a evolução dessa área do conhecimento.

Um ponto que se torna importante destacar é a natureza atórica da resolução de problemas na Matemática (SCHOENFELD, 2013; LESTER, 1994). Esses autores reconhecem a ausência de uma teoria universal que possa fundamentar as ideias subjacentes da resolução de problemas e, por conta disso, manifestam preocupação com o andamento das pesquisas nesta região de inquérito. Ao longo de seus trabalhos, é possível observar um chamamento geral para que a comunidade de educadores envie esforços nesta direção, isto é, na busca de uma base de conhecimento teoricamente solidificada.

Isto posto, o objetivo desta Comunicação Científica é apresentar alguns significados para a noção de problema matemático. Nesse sentido, ensaiamos uma



discussão dos aspectos de problema matemático, com base na literatura da Educação Matemática.

O CAMINHO METODOLÓGICO ASSUMIDO

A discussão dos significados desta investigação foi desenvolvida sob os pilares metodológicos da pesquisa bibliográfica. Sobre esta metodologia, Gil (2002) argumenta que “A pesquisa bibliográfica é desenvolvida com base em material já elaborado, constituído principalmente de livros e artigos científicos” (GIL, 2002, p. 44). Desse modo, entendemos que a abordagem bibliográfica consiste num procedimento metodológico capaz de dar conta da compreensão teórica de fenômenos que possuem amplo grau de abrangência.

A literatura de pesquisa não é consensual em torno da existência de critérios objetivos para o delineamento de pesquisas bibliográficas. No entanto, para o desenvolvimento desta Comunicação Científica, assumimos as ideias de Gil (2002). Segundo esse autor, uma pesquisa bibliográfica pode ser delineada levando-se em consideração, dentre outras, as seguintes etapas: escolha do tema; levantamento bibliográfico preliminar; formulação do problema; busca das fontes; leitura do material; fichamento; organização lógica do assunto; e redação do texto (GIL, 2002).

Por questão de espaço, não detalharemos todas essas etapas, somente a fase da *busca das fontes*. Assim, a discussão aqui promovida se inspirou em livros e periódicos científicos que abordam a temática em questão. A identificação desses materiais se efetuou, basicamente, em decorrência de nossa experiência acumulada em estudos sobre problemas matemáticos e resolução de problemas, o que nos possibilitou realizar os recortes necessários para construir as compreensões desejadas.

Nessa perspectiva, motivados por um sentimento pautado no rigor e na qualidade dos estudos científicos, direcionamos nossas buscas em obras de grande tradição acadêmica, tais como os livros de leitura corrente e os periódicos de divulgação especializados (GIL, 2002).

Desse modo, concentramos nossas consultas nas plataformas de grande tradição em pesquisas de Educação Matemática, entre eles: *Journal of Research in Mathematics*



Education, Springer, Quadrante, ICME-13, *The Mathematics Enthusiast* e o *Catálogo de Teses e Dissertações da CAPES*. Assim, identificados os trabalhos pertinentes, e seguindo as etapas sugeridas por Gil (2002), procedemos ao movimento de discussão que objetivou o desenvolvimento desta pesquisa.

DOS SIGNIFICADOS DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS

As reflexões desenvolvidas neste trabalho emergiram de ideias conceituais que se fizeram presentes nos materiais coletados. Para chegarmos ao movimento de reflexão e às discussões aqui construídas, procedemos ao estudo exaustivo dos materiais bibliográficos levantados.

As ponderações foram promovidas no sentido de se compreender a essência da ideia de problema matemático, sua conceituação, seus aspectos e características principais. Os pontos notáveis, após serem levantados, foram discutidos, sintetizados e registrados nesta seção textual. Passemos, então, a abordar o significado teórico da noção de problema matemático ancorado no campo da Educação Matemática.

O termo problema, para ser melhor compreendido, pressupõe algumas reflexões elementares. Desse modo, buscando compreender o termo problema, resolvemos analisar inicialmente sua raiz etimológica. Para Nascentes (1955), a palavra problema origina-se do vocábulo grego *próblema*, formada pelo prefixo ‘*pro*’, que significa diante de, à frente de, à vista, em destaque; e pelo radical ‘*blema*’, que equivale a pôr-se, colocar-se, lançar-se, apresentar-se.

Assim, de modo geral, a etimologia dessa palavra significa ‘lançar à frente’, ‘apresentar-se primeiramente’, ‘pôr-se diante de’. Ou seja, um problema é tudo aquilo que se apresenta antes de qualquer ação. Na realidade, podemos entender que ‘problema’ é tudo aquilo que pode desencadear diferentes ações dos sujeitos.

O movimento de construção da ideia de problema, conforme avaliamos, para ser melhor compreendido, exige definições elementares. Haja vista que identificamos sua raiz etimológica, julgamos importante buscar sua definição no dicionário de Língua Portuguesa Houaiss (2009). Segundo o autor, um problema pode ser compreendido



como um “obstáculo, dificuldade que desafia a capacidade de solucionar de alguém” (HOUAISS, 2009, p. 1553).

Pela definição, é fácil perceber que um problema consiste em uma situação que coloca em dificuldade o sujeito, configurando para ele um desafio que precisa ser solucionado, apesar dos obstáculos existentes. Assim sendo, a partir destas compreensões, torna-se mais inteligível construir o significado deste conceito.

Nessa perspectiva, trazemos uma conceituação apresentada pela literatura. De acordo com Vale, Pimentel e Barbosa (2015), “Tradicionalmente, tornou-se consensual na literatura definir problema como uma situação que envolve o aluno em atividade, mas para a qual não conhece à partida, ou não é óbvio, um caminho para chegar à solução” (VALE, PIMENTEL, BARBOSA, 2015, p. 41).

As autoras explicam que um problema matemático consiste em uma situação indefinida e, para a qual, não se tem, de imediato, um caminho que o leve a solucioná-lo. Esse entendimento vai ao encontro das ideias de Lester (1983), que considera um problema matemático como uma situação em que um indivíduo ou um grupo de indivíduos quer ou precisa resolver e, para a qual, não dispõe de um caminho rápido e direto que o leve à solução (LESTER, 1983).

Vários pesquisadores apresentam outras reflexões inerentes à noção epistemológica de problema, que também contribuem bastante para seu desenvolvimento. Numa perspectiva metodológica, Allevato e Onuchic (2014) ensaiam uma definição deste conceito ao apontarem que “[...] para que uma atividade constitua, de fato, um problema, o professor não pode prescrever aos estudantes os métodos e/ou regras específicas para que obtenham a solução” (ALLEVATO e ONUCHIC, 2014, p. 44).

Isto posto, compreendemos que um problema se presentifica a partir do momento em que a situação considerada carece de métodos ou caminhos prévios, fazendo com que os sujeitos busquem construir tais caminhos. Nos ambientes de



aprendizagem de Matemática, por exemplo, cabe ao professor proporcionar ações educativas em que os estudantes construam tais caminhos, promovendo a criatividade e o desenvolvimento de competências matemáticas.

Nesta linha de pensamento, Echeverría e Pozo (1998) também apresentam contribuições importantes sobre problemas matemáticos. Para esses autores,

[...] uma situação somente pode ser concebida como um problema na medida em que exista um reconhecimento dela como tal, e na medida em que não disponhamos de procedimentos automáticos que nos permitam solucioná-la de forma mais ou menos imediata, sem exigir, de alguma forma, um processo de reflexão ou uma tomada de decisões” (ECHEVERRÍA e POZO, 1998, p. 16).

Um ponto a ser considerado na explicação dos autores é a necessidade de se ter um processo de reflexão e de tomada de decisão nas situações problemáticas. Para esses autores, a reflexão consiste no pensar, no analisar, no avaliar as estratégias adequadas para se chegar à solução de um problema. A tomada de decisão, por outro lado, configura-se como a escolha que os sujeitos devem fazer diante das inúmeras possibilidades de estratégias que possam surgir no processo de sua resolução.

Em contraponto à ideia de problema, Echeverría e Pozo (1998) discorrem sobre o significado de exercício matemático. Segundo os autores, as tarefas matemáticas que não exigem o processo de reflexão e de tomada de decisão configuram-se como exercício. Os exercícios matemáticos, diferentemente dos problemas, têm natureza voltada para a repetição, para a reprodução de técnicas que não exigem a reflexão para tal.

Embora os documentos curriculares, nos últimos anos, tenham orientado as instituições escolares a adotarem a prática de resolução de problemas nos componentes curriculares de Matemática, ainda é muito comum as práticas educativas serem desenvolvidas por exercícios. Isso ocorre, dentre outros motivos, pelas crenças pessoais que os professores, estudantes, gestores e a comunidade de um modo geral constroem em relação à Matemática (SCHOENFELD, 2013).



Nesse sentido, consideramos que as mudanças que são impostas à escola, em geral, levam um tempo significativo para se adequar à nova realidade. Devemos nos lembrar que a educação escolar se compõe de vários sujeitos (pais, professores, estudantes, gestores, legisladores) e as reformas educacionais, para se efetivarem, precisam conquistar a confiança de todos esses atores para que as mudanças aconteçam. E isso nem sempre é tão simples.

Os problemas matemáticos apresentam muitos elementos. Essa característica fez com que os estudiosos procedessem a uma categorização comum para identificar quais aspectos elementares é comum se encontrar nas situações problemáticas. Cavalcanti (2010), em suas pesquisas, consultou diferentes autores sobre essa questão. Seus resultados demonstram que, nos problemas de Matemática, é possível identificar a existência de:

Solução: a solução consiste no objetivo final que o resolver quer alcançar, isto é, a meta para a qual suas ações são destinadas. Os problemas podem apresentar uma solução ou várias soluções. Os problemas de solução única são chamados de problemas fechados, enquanto os que possuem várias soluções, são chamados de problemas abertos. Os problemas do cotidiano apresentam essa característica, isto é, admitem várias possibilidades de solução, conferindo maior liberdade ao resolvidor no momento de se escolher qual a resposta se quer atingir.

Estratégias: As estratégias são os caminhos que se tem para resolver um dado problema. Podem ser bem estruturadas ou mal estruturadas. Os problemas bem estruturados, segundo Cavalcanti (2010), consistem naqueles em que as estratégias de resolução são fáceis de se encontrar e que não demandam tanta procura por parte do resolvidor. Normalmente, alguns problemas encontrados nos livros didáticos apresentam essa característica.

Por outro lado, os problemas mal estruturados são aqueles em que as estratégias não estão evidentes, levando o sujeito a buscar caminhos adequados para encontrar a



meta desejada. Desse modo, “Em relação a estes problemas, grande parte da dificuldade está em construir um plano para seguir sequencialmente uma série de passos que se aproximem cada vez mais de sua solução” (CAVALCANTI, 2010, p. 98).

Dados: também é classificada em bem estruturado e em mal estruturado. “Quanto aos dados, estes consistem em informações numéricas ou verbais disponíveis para que se possa começar a analisar a situação-problema” (CAVALCANTI, 2010, p. 95). Os problemas cujo enunciado da questão é bem estruturado são aqueles em que as informações (verbais ou numéricas) estão explícitas e de fácil identificação. É possível, nestes problemas, encontrar todos os dados de que se precisa para encontrar a solução.

Já os problemas mal estruturados carecem de informações claras. Neles, as informações (verbais ou numéricas) estão implícitas ou, em alguns casos, escassas. Os resolvidores destes problemas, naturalmente, levarão mais tempo para conseguir resolvê-lo, pois buscará identificar os elementos informativos com mais dificuldade do que no caso mencionado acima.

Restrição: são os fatores impeditivos que dificultam a resolução do problema. Ou seja, “As restrições são fatores que limitam o caminho para que se possa chegar à solução; igualmente, podem ser bem ou mal definidas, serem explícitas ou implícitas” (CAVALCANTI, 2010, p. 95). Nesse sentido, entendemos que as restrições, como se pode deduzir, são de diferentes naturezas. Podem ser de natureza cognitiva, social, afetiva, emocional. Todos esses aspectos apresentam implicações no momento da resolução de um dado problema.

OBSERVAÇÕES FINAIS

A investigação bibliográfica que realizamos, que ensejou a discussão dos significados da ideia de problema matemático, nos fez levantar as seguintes reflexões. O problema matemático consiste numa situação em que os caminhos possíveis de se chegar ao objetivo desejado é desconhecido. A ausência desses caminhos pressupõe,



necessariamente, aos sujeitos a construção de estratégias heurísticas que os habilite a determinar a(s) solução(ões) procurada(s).

A busca pelas estratégias heurísticas põe em marcha dois movimentos importantes para a construção do pensamento matemático: a reflexão e a tomada de decisão. Esses movimentos, próprios dos problemas matemáticos, tornam-se os fatores preponderantes que elevam algumas práticas educativas a essa categoria. Por outro lado, as práticas educativas que não promovem a emergência desses dois elementos (reflexão e tomada de decisão) configuram-se como exercícios matemáticos.

Os problemas matemáticos possuem alguns elementos existenciais que se destacam pela sua importância: a solução, os dados, as estratégias e as restrições. Observamos que a identificação desses elementos se torna fundamental para os sujeitos desenvolverem seu processo de resolução, pois, a compreensão plena de toda situação problemática perpassa pelo reconhecimento de tais aspectos.

REFERÊNCIAS

ALLEVATO, Norma Suely Gomes; ONUCHIC, Lourdes de la Rosa. Ensino-Aprendizagem-Avaliação de matemática: por que através da resolução de problemas? In: ONUCHIC, Lourdes de la Rosa; ALLEVATO, Norma Suely Gomes; NOGUTI, Fabiane Cristina Hopner; JUSTULIN, Andresa Maria (Org.). **Resolução de problemas: teoria e prática**. Jundiaí: Paco Editorial, 2014. p. 35-49.

CAI, Jinfa; JIANG, Chunlian; HWANG, Stephen. How do textbooks incorporate mathematical problem posing? An international comparative study. In: FELMER, Patrício et al. (org.). **Posing and solving mathematical problems**. Springer International Publishing: Switzerland, 2016.

CAVALCANTI, Almir Cesar Ferreira. **Educação matemática e cidadania: um olhar através da resolução de problemas**. 252 f. Tese. (Doutorado em Educação) - Universidade Federal da Paraíba, João Pessoa, 2010.

ECHEVERRÍA, María del Puy Pérez; POZO, Juan Ignacio. Aprender a resolver problemas e resolver problemas para aprender. In: POZO, Juan Ignacio. (org.). **A solução de problemas: aprender a resolver, resolver para aprender**. Porto Alegre: Artmed, 1998.

GIL, Antônio Carlos. **Como elaborar projetos de pesquisa**. 4. ed. São Paulo: Atlas, 2002.



HOUAISS, Antônio et al. **Dicionário houaiss da língua portuguesa**. Rio de Janeiro: Objetiva, 2001.

KOICHU, Boris. Mathematical problem solving in choice-affluent environments. IN: **Invited lectures from the 13th international congress on mathematical education**, ICME-13, Monographs, 2018.

LESTER, Frank. **Musings about mathematical problem solving: 1970–1994**. Journal of Research in Mathematics Education, v. 25, n. 6, p. 660–675, 1994.

LESTER, Frank. Trends and issues in mathematical problem solving research. IN: LESH, R; LANDAU, M. **Acquisition of mathematics concepts and proceses**. Academic Press, 1983.

NASCENTES, Antenor. **Dicionário etimológico da língua portuguesa**. Rio de Janeiro: 1955.

NCTM. **Agenda of action**: recommendations of school mathematics of the 1980s. Reston, VA. National Council of Teachers Mathematics, 1980.

SCHOENFELD, Alan H. **Reflections on problem solving theory and practice**. The Mathematics Enthusiast. v. 10, n. 1, p. 8-34, 2013.

VALE, Isabel; PIMENTEL, Teresa; BARBOSA, Ana. **Ensinar matemática com resolução de problemas**. Quadrante, v. 24, n. 2, p. 39-60, 2015.