O ENSINO DE ANÁLISE COMBINATÓRIA NA EDUCAÇÃO BÁSICA: UMA REVISÃO SISTEMÁTICA DE LITERATURA.

Eixo Temático: Ensino e Aprendizagem de Matemática na Educação Básica;

Gabriel Carneiro Almeida, UEFS, gabrielcaralmeida@gmail.com

RESUMO

Este trabalho se baseia na teoria dos Códigos Linguísticos, de Basil Bernstein, mais especificamente, nos estudos sobre o dispositivo pedagógico, ao sistematizar como os textos de Análise Combinatória têm sido recontextualizados para serem ensinados na Educação Básica. Afim disso, realizamos uma revisão sistemática de literatura, no portal da Biblioteca Digital de Dissertações e Teses (BDTD), para fazer o levantamento dos dados que, posteriormente, foram analisados. Por conseguinte, a partir da análise dos dados, identificamos que a Resolução de Problemas e a utilização de Jogos Matemáticos são as principais metodologias utilizadas para o ensino de Análise Combinatória nas etapas da Educação Básica, por apresentarem contribuições positivas para o aprendizado, motivação e participação dos estudantes no desenvolvimento do conteúdo.

Palavras-chave: Análise Combinatória. Recontextualização Pedagógica. Dispositivo Pedagógico. Educação Matemática. Matemática.

Introdução

O raciocínio lógico e o pensamento combinatório são habilidades responsáveis por auxiliar na interpretação crítica de problemas e na tomada de decisões perante à situações cotidianas, como a organização de equipes, cardápios, rotas de transportes, entre outros. (BORBA; ROCHA; AZEVEDO, 2015; SCOLARI; BERNARDINI; CORDENONSI, 2007). E, para que um indivíduo consiga estar à par dos acontecimentos que movimentam a sociedade e seja capaz de interpretar esses dados, tomando decisões a partir deles, ele precisa ter desenvolvido tais habilidades ao longo da sua formação (BRASIL, 1997; BRASIL, 2018).

Neste cenário, a Análise Combinatória se constitui como objeto de conhecimento matemático capaz de estimular a capacidade de abstração e a ampliação do pensamento combinatório e do raciocínio lógico dos estudantes (MORGADO, 1991; SILVA, 2019), por meio das interpretações meticulosas e representações diferentes para

resolver variados problemas combinatórios. Também conhecida como a "arte de contar", A Análise Combinatória é a área da Matemática que estuda a quantidade de objetos dentro de um conjunto, sem ter que contar diretamente cada um deles (PESSOA; BORDA, 2009), ou, segundo Morgado (1991, p. 1), "é a parte da Matemática que analisa estruturas e relações discretas". É por meio dela que surgem, também, os estudos dos tópicos de permutações, arranjos, combinações e do Princípio Fundamental da Contagem.

Além das implicações supracitadas sobre o ensino de Análise Combinatória, a escolha desse tema representa um grande desafio pessoal, visto que durante a minha formação escolar e acadêmica questionava-me sobre como ensinar este conteúdo. E, como uma forma de me desafiar a enfrentar as dificuldades apresentadas durante minha formação vislumbrei a possibilidade de desenvolver um estudo com o objetivo de sistematizar na literatura como conteúdos de Análise Combinatória são transformados para serem ensinados nas salas de aula da Educação Básica.

Com esta finalidade, utilizamos a Teoria dos Códigos de Basil Bernstein, mais especificamente, os conceitos que tratam de processos de transformação das estratégias pedagógicas, sejam em termos dos conteúdos específicos ou das metodologias. Tais conceitos são abordados na seção 2 deste artigo, quando apresentaremos o objetivo em termos teóricos. Nas demais seções são apresentados, nesta ordem, os procedimentos metodológicos, a análise dos dados e as considerações finais.

Recontextualização Pedagógica.

Em meio às diversas definições que estruturam a Teoria dos Códigos, predisposta por Basil Bernstein, elucidaremos, neste trabalho, aquelas envolvidas no processo de recontextualização pedagógica, a exemplo de: texto, discurso pedagógico, campos produtor, recontextualizador e reprodutor e prática pedagógica. Entendemos, aqui, à luz da teoria bernsteiniana, que "textos" são quaisquer representações de um elemento, humano ou não, a exemplo de gestos, escritas, sons, elementos visuais, que carregam informações, nos fazendo entender um pouco mais sobre o respectivo

elemento e o contexto ao qual ele está inserido. Como, por exemplo, a forma como uma sala de aula está organizada é, entendida por Bernstein, como um texto, pois a depender da organização das carteiras, podemos entender qual o tipo de postura adotada pelo docente, ou, até mesmo, o comportamento dos estudantes (BERNSTEIN, 1996).

O discurso pedagógico é constituído por uma relação interdependente de, pelo menos, três campos: de produção, de recontextualização e de reprodução. O campo de produção tem como principal função o desenvolvimento de novos conhecimentos, a produção do discurso, apresentando um alto rigor científico em sua construção, ou, como afirma Bernstein (1996), um discurso especializado. Diante disso, o campo que se caracteriza como produtor dos discursos instrucionais de Análise Combinatória é a Matemática Discreta – área da Matemática que estuda conjuntos e sistemas finitos e suas respectivas propriedades. (MENINO, 2013)

Os textos desenvolvidos no campo de produção, passam por modificações/transformações ao serem relocados para outros campos. Bernstein (1996) chama essas modificações de “recontextualizações” e estas obedecem a um princípio recontextualizador que: “seletivamente, apropria, reloca, refocaliza e relaciona outros discursos, para constituir sua própria ordem e seus próprios ordenamentos” (BERNSTEIN, 1996, p. 259). Ou seja, a recontextualização é a transformação de um texto para que ele seja apropriado/inserido pelo/no discurso pedagógico que caracteriza os campos. Essas transformações acontecem, principalmente, no campo recontextualizador.

O autor divide este campo em dois: o Campo Recontextualizador Oficial e o Campo Recontextualizador Pedagógico. O primeiro é responsável pelas transformações, propostas pelo Estado, aos objetos de conhecimento oriundos dos Campos de Produção. Este campo é composto por agências especializadas do Governo e seus respectivos agentes, como os ministros e secretários de educação. Já, o Campo Recontextualizador Pedagógico se caracteriza pela transformação do conhecimento, que pode já ter sido foi recontextualizado pelo campo oficial, para ser ensinado, seja em cursos de formação de professores ou nas escolas de Educação Básica. Este é composto por agências e agentes

da recontextualização pedagógica, como as universidades, cursos e revistas de educação, livros didáticos, professores, etc. (BERNSTEIN, 1996).

Depois de serem recontextualizados, os textos são relocados para o campo de reprodução, onde, já transformados, são selecionados e apropriados pela prática pedagógica que, segundo Bernstein (1996), é um dispositivo humano de reprodução e produção da cultura. Ou seja, a prática pedagógica age como um condutor cultural atuando sobre o conteúdo a ser conduzido e a transmissão/ensino do mesmo. Por outro lado, apesar dos campos serem bem estruturados, Bernstein aponta que pode acontecer a produção de novos conhecimentos tanto no campo de recontextualização como no de reprodução, assim como acontecem recontextualizações no campo de reprodução durante o desenvolvimento da prática pedagógica (BERNSTEIN, 1996).

Diante do que foi discutido até aqui, podemos construir o caminho que os textos de Análise Combinatória percorrem desde o Campo de Produção, até a sua reprodução,em salas de aula:

No campo de produção, acontecem as discussões para o desenvolvimento de novos textos referentes à Matemática Discreta que por sua vez determinarão textos sobre a Análise Combinatória. Esses textos são apropriados pelo campo de recontextualização oficial sendo selecionados e, lá, são criados documentos reguladores que vão determinar quais tópicos devem ser estudados na Educação Básica e na Educação Superior. A partir dessas regulações, o campo de recontextualização pedagógica se apropria desses textos que foram selecionados e os recontextualiza para comporem as práticas pedagógicas que acontece entre professores e estudantes, e, esses textos passarão por outras recontextualizações ao se adaptarem ao contexto educacional.

Procedimentos metodológicos.

Diante da inquietação para investigar como os textos de Análise Combinatória são recontextualizados ao/para serem ensinados na Educação Básica, realizou-se esta revisão sistemática de literatura na Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BDTD), portal que reúne as publicações de dissertações de mestrado e teses de doutorados, de 133 instituições brasileiras de pesquisa. Esta biblioteca virtual

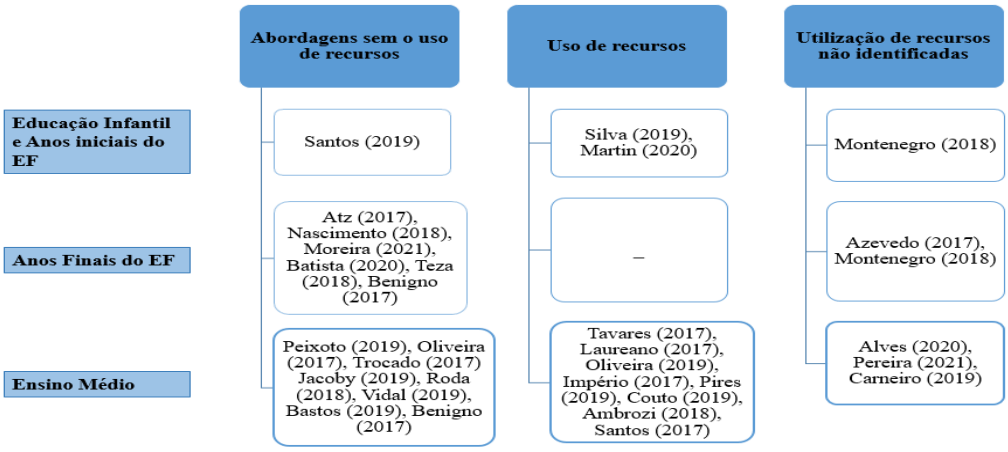
disponibiliza a busca avançada através de descritores e filtros, como: ano de publicação, idioma, formato do documento que pode ser tese e/ou dissertação.

Para a presente pesquisa, utilizou-se como descritor "Análise Combinatória" e os filtros aplicados foram: no intervalo temporal entre 2017 até 2022 – do ano de promulgação da BNCC até o momento da pesquisa – e em Português ("por"), encontrando 87 resultados. Destes 77 foram dissertações de mestrado e 10 teses de doutorado.

A partir disso, a seleção foi efetuada através da leitura crítica do título e resumo dos trabalhos, quando o título e o resumo da obra não contemplava a pergunta diretriz da pesquisa: "como a Análise Combinatória é abordada em salas de aula da Educação Básica?", esta foi descartada. Por fim, após a seleção, dos 87 resultados encontrados na busca avançada da BDTD, selecionamos 33 trabalhos, sendo 30 dissertações de mestrado e 3 teses de doutorado, que estudavam tópicos da Análise Combinatória voltados para o ensino na Educação Básica.

As 33 pesquisas selecionadas se encontram dispostas no esquema abaixo, levando em conta a forma como o texto de Análise Combinatória foi recontextualizado e em qual etapa da Educação Básica.

Figura 1: esquema das pesquisas



Fonte: elaborado pelo autor.

Na próxima seção, as pesquisas serão apresentadas e analisadas paralelamente.

Apresentação e análise dos dados

Para dinamizar a organização do presente estudo, dividiu-se as pesquisas em duas categorias: abordagens sem a utilização de recursos e a utilização de recursos para o ensino de AC. Na primeira, serão apresentados os estudos que utilizam metodologias variadas para o ensino de Matemática, porém, sem a utilização de recursos materiais manipuláveis ou virtuais, como a Resolução de Problemas, com e sem a flexibilização do uso de fórmulas, a Modelagem Matemática e a História da Matemática. Já na segunda, serão elencadas as pesquisas que fizeram uso de recursos materiais lúdicos físicos e/ou virtuais, como os jogos matemáticos, softwares e materiais manipuláveis.

Abordagens sem a utilização de recursos.

Durante as análises, notou-se que o ensino de Análise Combinatória (AC), nas instituições de ensino da Educação Básica, tem se dado a partir de diferentes abordagens metodológicas. Os estudos de Atz (2017), Nascimento (2018), Santos (2019), Benigno (2017), Moreira (2021), Peixoto (2019), Oliveira (2017), Alves (2020) e Montenegro (2018) propõem o desenvolvimento dos tópicos de AC por meio da Resolução de Problemas (RP), apontando as contribuições que esta metodologia trouxe para o processo de ensino e aprendizagem dos seus estudantes. Dentro da RP, a flexibilização do uso de fórmulas para o ensino de AC, ou seja, a redução da utilização de fórmulas, para solucionar os problemas combinatórios por meio do PFC teve destaque pelos estudos de Trocado (2017), Jacoby (2019), Roda (2018) e Vidal (2019). Onde eles apontam as implicações desta tendência durante as aulas de AC, defendendo que essa abordagem estimula o desenvolvimento do raciocínio lógico-combinatório e na interpretação das situações problema.

Por outro lado, a Modelagem Matemática foi uma outra metodologia, sem o uso de recursos físicos e virtuais, encontrada nos estudos captados pela pesquisa no portal da BDTD, a investigação de Batista (2020) e Bastos (2019) comentam sobre o desenvolvimento e contribuições desta metodologia para o ensino de Análise Combinatória. Em contraposição, a pesquisa de Teza (2018) é a única que adota a tendência da História da Matemática para investigar as relações que podem ser feitas

entre o desenvolvimento histórico dos estudos referentes à AC e a organização curricular para o ensino da temática

Além das abordagens supracitadas, a revisão sistemática de literatura identificou pesquisas que utilizaram princípios metodológicos do ensino tradicional. Os estudos de Pereira (2021), Carneiro (2019) e Azevedo (2021) fazem uso do tradicionalismo para analisar registros e o comportamento dos estudantes perante o desenvolvimento dos textos de AC.

Por conseguinte, apesar das contribuições apontadas por Batista (2020), Bastos (2019) e Teza (2018), percebe-se que a recontextualização pedagógica dos textos de Análise Combinatória por meio da Modelagem Matemática e da História da Matemática ainda é pouco pesquisada. Por outro lado, a Resolução de Problemas, com e sem a flexibilização do uso de fórmulas, foi a abordagem que se fez presente na maioria das pesquisas voltadas ao ensino deste conteúdo na Educação Básica. Isto deve-se ao fato de que a recontextualização pedagógica dos textos de AC por meio da RP contribui de forma significativa para o processo de ensino e aprendizagem dos tópicos de Análise Combinatória, causando aproximação dos conteúdos matemáticos ao cotidiano dos alunos, estimulando o interesse e o envolvimento deles durante todo o processo. E, além disso, a abordagem a partir da flexibilização do uso de fórmulas promove um maior estímulo para o desenvolvimento da interpretação das situações problema e do raciocínio lógico-combinatório. Sendo uma forma de "desengessar" o ensino de AC, dando espaço para uma maior criatividade dos discentes na resolução das questões.

A utilização de recursos para o ensino de AC

As investigações de Silva (2019), Ambrozi (2018), Santos (2017), Tavares (2017), Santos (2018), Laureano (2017) e Oliveira (2019) relatam o desenvolvimento dos tópicos de Análise Combinatória com o auxílio de materiais manipuláveis e do uso de jogos, indicando que a utilização de jogos matemáticos, como forma recontextualizada dos textos de Análise Combinatória para serem ensinados no Educação Básica, se constitui como uma ferramenta metodológica da prática

pedagógica que proporciona aos estudantes uma maior interação com o conteúdo, um maior interesse pelas discussões relacionadas à temática, uma maior participação nas atividades ao longo do desenvolvimento das discussões sobre AC e possibilita uma maior compreensão/aprendizados dos tópicos estudados, além de estimular o desenvolvimento do raciocínio lógico e combinatório dos mesmos.

Além da utilização de jogos como metodologia para o ensino de AC, notou-se que os *softwares* e vídeos são usados, também, como ferramentas tecnológicas auxiliares do processo de ensino e aprendizagem dos estudantes. Os estudos de Martin (2020), Império (2017), Pires (2019), Couto (2019) e Faria (2017) relatam as suas experiências a partir do ensino de AC com o auxílio dessas ferramentas e que o uso de dispositivos tecnológicos, contribuem significativamente para o desenvolvimento dos textos de AC, em salas de aula da EB. Pois, segundo os estudos supracitados, essas ferramentas metodológicas complementam a prática pedagógica, possibilitando a visualização mais dinamizada e prática do conteúdo. Além disso, estimulam o interesse dos estudantes por se tratarem de tecnologias educacionais que se aproximam do contexto tecnológico no qual a juventude da nossa sociedade está inserida. Ademais, por causa destas características, as tecnologias são capazes de auxiliar na inclusão de discentes com especificidades, como relatado por Império (2017) que conseguiu inserir uma estudante com deficiência auditiva através da utilização do GeoGebra para desenvolver os textos de AC.

Conclusão

Diante do objetivo de sistematizar como os textos de Análise Combinatória são recontextualizados ao/para serem ensinados na Educação Básica, desenvolveu-se uma revisão sistemática de literatura no portal da Biblioteca Digital de Teses e Dissertações. Os dados captados na pesquisa, passaram pela seleção, leitura e análise crítica para serem categorizados em três diferentes categorias: abordagens sem a utilização de recursos, uso de recursos lúdicos para o ensino de AC e abordagens com a utilização de recursos não identificada.

A primeira categoria apresentou os estudos que desenvolveram a recontextualização pedagógica dos textos de AC por meio da Resolução de Problemas, com e sem a flexibilização do uso de fórmulas, a Modelagem Matemática e a História da Matemática. Os estudos apontam que o ensino destes tópicos por meio dessas metodologias estimula o aprendizado dos estudantes, dando ênfase à Resolução de Problemas por ser capaz de motivar os estudantes, estimular o interesse deles ao aproximar a AC ao cotidiano deles e a habilidade de interpretação dos problemas.

Já na segunda categoria, apresentam-se as pesquisas que fizeram uso de recursos lúdicos, materiais manipuláveis e virtuais, como ferramentas auxiliares da prática pedagógica que acontece entre professores e alunos. Ao analisar o panorama formado pelas pesquisas que compõem essa seção, pode-se afirmar que a utilização de jogos matemáticos para o desenvolvimento de AC, na Educação Básica, se configura como uma metodologia que envolve os estudantes na discussão do conteúdo, estimulando o desenvolvimento do raciocínio lógico e do pensamento combinatório.

Por conseguinte, por meio deste estudo, professores da Educação Básica podem identificar as abordagens metodológicas que estão sendo/foram utilizadas para o ensino de Análise Combinatória e que melhor se enquadram no contexto social e educacional nos quais o seu campo de atuação está inserido, buscando as recontextualizações do conteúdo que irão contribuir de forma significativa para o aprendizado dos seus estudantes.

Ademais, como indicações para pesquisas futuras, pode-se estudar as relações sociais que são perpetuadas, também, pelo ensino de AC, como questões de raça e gênero. Além disso, ao observar as metodologias identificadas por esta revisão, acredita-se que ainda existem poucos estudos, à nível de pós-graduação, que investigam as implicações da Modelagem Matemática e da História da Matemática para o ensino de Análise Combinatória na Educação Básica. E, por fim, seguindo o tema da atual pesquisa, pode-se fazer análises mais aprofundadas da prática pedagógica envolvida no ensino de AC, tais como: isolamento, enquadramento, classificação e tipos de pedagogias.

Referências

ALVES, Luana Lopes dos Santos. **O uso de questões rotineiras e não rotineiras de combinatória e a análise dos registros dos estudantes como instrumentos de reflexão para a prática docente.** 2019.

AMBROZI, Luiz. **Jogos em uma sequência didática para o ensino de análise combinatória.** 2018.

ATZ, Dafne. **A análise combinatória no 6º Ano do Ensino Fundamental pormeio da resolução de problemas.** 2017.

AZEVEDO, Elionôra R. de. **Uma proposta para a inserção de problemas de contagem no ensino fundamental.** 2017.

BASTOS, Ticiano Azevedo. **Modelagem na educação matemática para o desenvolvimento de conceitos de análise combinatória em uma escola particular no Vale do Rio Doce em Minas Gerais.** 2019.

BATISTA, Manassés da Silva. **Princípio fundamental da contagem e modelagem matemática nos anos finais do ensino fundamental.** 2020.

BENIGNO, Make Bruno Silva et al. **Resolução de problemas em análise combinatória:** uma abordagem no ensino básico. 2017.

BERNSTEIN, Basil. **A Estruturação do Discurso Pedagógico:** classe, códigos e controle. Petropólis: Editora Vozes, 1996.

BORBA, Rute Elizabete de Souza Rosa; ROCHA, Cristiane de Arimatéa; AZEVEDO, Juliana. **Estudos em Raciocínio Combinatório:** investigações e práticas de ensino na Educação Básica. Bolema: **Boletim de Educação Matemática**, v. 29, p. 1348-1368, 2015.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular,** Brasília, 2018.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática.** Ministério da Educação e do Desporto: Secretaria de Educação Fundamental. Brasília, 1997

CARNEIRO, Sonny Odine et al. **A metacognição associada a aprendizagem significativa:** estudo envolvendo o conteúdo de análise combinatória. 2019.

COUTO, Monique Andrade da Conceição et al. **Resolução de problemas de análise combinatória e aplicação na lousa digital.** 2019.

FARIA, Ive Sá de Pina et al. **Problemas na aprendizagem de matemática: uma proposta de ensino usando videoaulas.** 2017.

IMPÉRIO, Pablo Silva. **A utilização do GeoGebra na resolução de problemas de análise combinatória São Luís – MA 2017.** 2017.

JACOBY, Keli. **O ensino de análise combinatória pautado na aprendizagem, nos trabalhos em grupo e na comunicação matemática.** 2019.

LACERDA, Greice. **The Nature OF Mathematical Knowledge and the subject of real analysis:** brief considerations from a systematic literature review. 2022.

LAUREANO, Sidomar Barbosa. **Um jogo de cartas no ensino de Análise Combinatória e Probabilidade.** 2017.

MARTIN, Elise Friedrich. **Pensamento combinatório e objetos digitais de aprendizagem:** estudo construtivista nos anos iniciais. 2020.

MENINO, Fernanda dos Santos. **Resolução de problemas no cenário da Matemática Discreta**. 2013.

MONTENEGRO, Juliana Azevedo. **Identificação, conversão e tratamento de registros de representações semióticas auxiliando a aprendizagem de situações combinatórias.** 2018.

MOREIRA, Fabrícia Gomes. **Análise de estratégias de resolução mobilizadas por alunos do 9º ano frente a atividades envolvendo raciocínio combinatório.** 2021.

NASCIMENTO, Roberto Alfredo et al. **Análise Combinatória no Ensino Fundamental através da Resolução de Problemas.** 2018.

OLIVEIRA, Gildo Gouveia de. **Análise combinatória e probabilidade:** atividades pautadas com foco nos PCNs e no currículo da rede estadual. 2018.

OLIVEIRA, Gleisiani de Fátima. **Ensino de análise combinatória:** como classificar problemas. 2017.

OLIVEIRA, Welder José de et al. **O uso do pôquer como ferramenta para o ensino e a aprendizagem de probabilidade.** 2019.

PEIXOTO, Priscilla Costa et al. **A arte de combinar**: uma proposta metodológica para o Ensino Médio baseada na resolução de problemas. 2019.

PEREIRA, Erika Regina Santana da Silva et al. **Tarefas de análise da produção escrita para o ensino de análise combinatória**. 2021. Dissertação de Mestrado. Universidade Tecnológica Federal do Paraná.

PESSOA, C.; BORBA, R. **Quem dança com quem**: o desenvolvimento do raciocínio combinatório de crianças de 1ª a 4ª série. ZETETIKÉ, Cempem, FE, Unicamp, v. jan-jun 2009.

PIRES, Delma Erks et al. **Uma proposta de interdisciplinaridade utilizando análise combinatória e o algoritmo de colônia de formigas no ensino médio.** 2019.

RODA, Thiago Miguel. **Análise combinatória:** uma abordagem diferenciada sem a utilização de fórmulas. 2018.

SANTOS, Emily de Vasconcelos. **Contribuições da resolução, exploração e proposição de problemas ao processo de ensino e aprendizagem da combinatória nos anos iniciais do Ensino Fundamental**. 2019.

SANTOS, Evandro Rodrigues dos. **Board games como atividades experimentais no aprendizado de análise combinatória e raciocínio lógico**. 2018.

SANTOS, Ricardo Pessoa dos. **A matemática por trás do sudoku, um estudo de caso em análise combinatória**. 2017.

SCOLARI, Angélica Taschetto; BERNARDI, Giliane; CORDENONSI, Andre Zanki. **O desenvolvimento do raciocínio lógico através de objetos de aprendizagem**. RENOTE, v. 5, n. 2, 2007.

SILVA, Ariedja de Carvalho. **O uso de Material Manipulativo e a produção de desenhos no desenvolvimento do Raciocínio Combinatório na Educação Infantil**. 2019. Dissertação de Mestrado. Universidade Federal de Pernambuco.

TAVARES, Paulo Cezar Monteiro; BOGUTCHI, Tânia Fernandes. **Ensino da Análise Combinatória por meio de Tecnologia Móvel:** um relato de experiência. **Abakós**, v. 7, n. 3, p. 22-34, 2019.

TEZA, Daniela da Rosa. **O ensino do raciocínio combinatório:** considerações a partir do movimento histórico e lógico. 2018

TROCADO, Nathália López et al. **Uma proposta didática para um curso básico de análise combinatória**. 2017.

VIDAL, Sávia Cristina. **Criptografia como ferramenta educacional no ensino da Análise Combinatória**. 2019. Tese de Doutorado. Universidade de São Paulo.