

Cálculo em campo: medindo o espaço com Interpolação e Integração

Resumo:

Este trabalho foi realizado por discentes do curso de Licenciatura em Matemática da UNEB – Campus VI, com o intuito de aplicar conceitos de Cálculo II em uma situação prática. A atividade, orientada pelo professor da disciplina, consistiu em identificar uma figura com curva no campus, coletar dados reais e, com base neles, elaborar e resolver uma questão matemática. Utilizando a interpolação polinomial, foi construída uma função que representa a curva da figura observada. Em seguida, aplicou-se o conceito de integral definida para calcular a área delimitada por essa curva. A experiência possibilitou a aplicação prática de conteúdos, facilitando uma aprendizagem significativa ao relacionar conteúdos abstratos com a realidade dos discentes, promovendo o raciocínio lógico e a construção de modelos matemáticos. A proposta mostrou-se eficaz ao integrar teoria e prática, reforçando a importância de metodologias que contextualizem a matemática no cotidiano dos discentes.

Palavras-chave: Interpolação Polinomial. Integração. Modelagem Matemática. Contextualização. Cálculo de área..

Kelly Kauany Oliveira Cardoso

Universidade do Estado da Bahia
Caetité, BA – Brasil

 <https://orcid.org/0009-0004-5466-1450>
✉ kellykauany029@gmail.com

Kelly Silva Magalhães

Universidade do Estado da Bahia
Caetité, BA – Brasil

 <https://orcid.org/0009-0007-6303-0046>
✉ kellysilvamagalhaes20@gmail.com

Paloma Magalhães Silva

Universidade do Estado da Bahia
Caetité, BA – Brasil

 <https://orcid.org/0009-0008-3437-0604>
✉ Pa369884@gmail.com

Recebido • 04/04/2025
Aprovado • 05/06/2025
Publicado • 08/08/2025

Comunicação Científica

1 Introdução

O presente trabalho, caracterizado como um relato de experiência, foi realizado por discentes do quinto semestre do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade do Estado da Bahia (UNEB) – Campus VI, como parte das atividades do componente curricular Cálculo II. A proposta consistiu na realização de uma aula de campo, na qual os discentes, organizados em trios, deveriam resolver um problema baseado em uma figura com curva localizada no campus da UNEB. O objetivo da atividade foi identificar uma figura com curva presente no ambiente da universidade, realizar a coleta de dados reais por meio de medições diretas e, a partir desses dados, aplicar os conceitos de interpolação polinomial e integração definida para calcular a área delimitada por essa figura.

Essa proposta visava aplicar conhecimentos de matemática do ensino superior em uma situação concreta e próxima à realidade dos discentes, tornando mais significativa a aprendizagem. Ao contextualizar o conteúdo estudado, o trabalho contribui para a construção de conexões entre os

conceitos teóricos e suas aplicações no cotidiano, favorecendo a compreensão e o desenvolvimento do pensamento matemático.

Abordar em sala de aula a interação entre a matemática e aspectos do cotidiano é fundamental para que o discente perceba que os conhecimentos adquiridos vão além do ambiente escolar. Muitas vezes, conceitos matemáticos são frequentemente aplicados em situações do cotidiano mesmo que de forma implícita. É papel do professor promover atividades que evidenciem essas aplicações, possibilitando que o aluno, futuramente, reconheça e utilize tais conceitos de forma autônoma. Na matemática, principalmente, essas atividades devem ser desenvolvidas, pois contribuem para que os discentes superem as dificuldades que possuem em relação a essa disciplina, que é continuamente abordada em sala sem ser relacionada com suas aplicações externas e seus significados em situações do cotidiano.

De acordo com Carraher, Carraher e Schielman (1995, p.99):

Quando a experiência diária é combinada com a experiência escolar é que os melhores resultados são obtidos. Isto não significa que os algoritmos, fórmulas e modelos simbólicos devam ser banidos da escola, mas que a educação matemática deve promover oportunidades para que esses modelos sejam relacionados a experiências funcionais que lhes proporcione significado.

Nesse sentido, compreende-se que a aprendizagem matemática se torna mais significativa quando suas aplicações e relações com o cotidiano são trabalhadas em sala de aula.

Segundo Dante (2010, p.13),

Uma aula de matemática na qual os alunos, incentivados e orientados pelo professor, trabalhem de modo ativo – individualmente ou em pequenos grupos – na aventura de buscar a solução de um problema que os desafia é mais dinâmica e motivadora do que a que segue o clássico esquema de explicar e repetir. O real prazer de estudar matemática está na satisfação que surge quando o aluno, por si só, resolve um problema. Quanto mais difícil, maior a satisfação em resolvê-lo. Sua autoestima aumenta consideravelmente com a sensação do “eu sou capaz de fazer isso”. Um bom problema suscita a curiosidade e desencadeia no aluno um comportamento de pesquisa, diminuindo sua passividade e seu conformismo.

Desse modo, a elaboração e resolução de uma questão a partir de uma situação cotidiana contribuíram para que os discentes desenvolvessem a capacidade de relacionar a matemática com sua rotina. Isso favorece o desenvolvimento da interpretação matemática – do pensar matematicamente – colaborando significativamente para o aprimoramento do raciocínio lógico, da representação e para a descoberta de modelos matemáticos. Além disso, sob essa perspectiva, podem ser desenvolvidas atividades que envolvam a aplicação de conhecimentos e princípios da matemática, desde que estejam relacionadas ao conteúdo proposto e despertem o interesse dos alunos.

A criação de um problema permitiu aos discentes aplicar conceitos matemáticos aprendidos em um contexto real, promovendo a compreensão dos conteúdos e a prática dos procedimentos matemáticos em situações concretas.

2 METODOLOGIA

Para o desenvolvimento deste trabalho, a metodologia foi dividida em três etapas. Na primeira, estudou-se e compreendeu-se a definição de integral definida para o cálculo de área, considerando uma função $f(x)$, definida em um intervalo $[a, b]$, cujo resultado representa a área entre a curva de $f(x)$ e o eixo x , desde que f seja contínua e $f(x) \geq 0$ para todo x pertencente ao intervalo. Neste contexto, a área pode ser determinada por meio da seguinte expressão:

$$A = \int_a^b f(x)dx$$

Tudo isso é possível graças ao teorema fundamental do cálculo. Esse teorema afirma que a diferenciação e a integração são operações inversas uma da outra. Em termos simples, ele conecta o conceito de integral definida de uma função com o conceito de antiderivada, mostrando que uma é a inversa da outra. Isso permite calcular áreas sob curvas.

Uma definição dada de acordo com esse teorema é: se f é contínua sobre $[a, b]$ e se F é uma primitiva f neste intervalo, então:

$$\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a) \text{ ou ainda, } \int_a^b f(x)dx = F(x)|_a^b = F(b) - F(a)$$

Na segunda etapa, foi realizada uma aula de campo com a turma, em que os discentes percorreram o campus da universidade para observar figuras com curvas. O objetivo era demonstrar que, por meio dos conceitos de integração estudados, seria possível calcular a área dessas figuras. Após essa atividade prática, foi proposto aos licenciandos o seguinte desafio: *“Dividam-se em trios, mapeiem o campus à procura de uma figura que contenha uma curva e, a partir dela, elaborem uma questão para calcular sua área utilizando interpolação polinomial e integração.”*

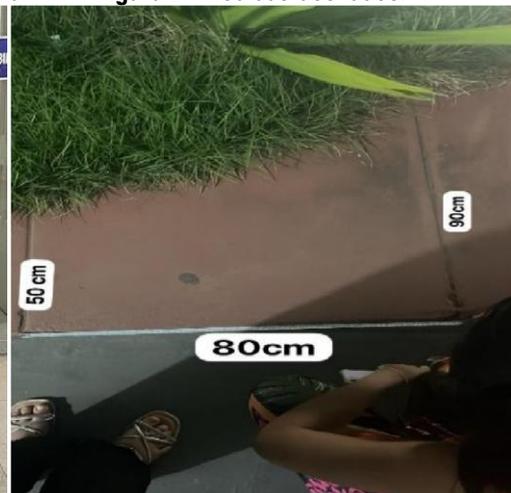
A terceira etapa consistiu na escolha da figura a ser utilizada, localizada em algum dos ambientes do campus, seguida da criação e resolução de uma questão que permitisse calcular sua área por meio da integração. A figura escolhida é apresentada a seguir.

Figura 1- Equipe medindo a figura plana.



Fonte: imagem do autor, 2024

Figura 2- Medidas dos lados.



Fonte: imagem do autor, 2024

Diante da figura, é importante destacar que, além das medidas dos lados e comprimento, também foram aferidas as alturas a cada espaçamento de 20 em 20 centímetros no rejunte horizontal. A partir dessas medições, a figura foi mentalmente inserida em um plano cartesiano, considerando o rejunte horizontal como o eixo x.

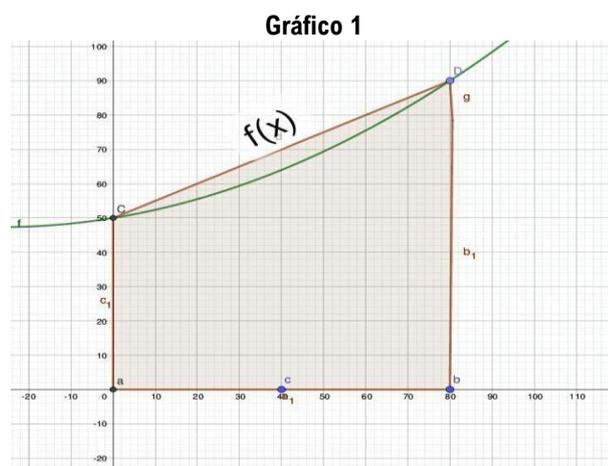
Figura 3- Rascunho feito pelo trio representando todas as medidas



Fonte: imagem do autor, 2024

Com base nas informações coletadas, foi elaborada a seguinte questão:

“Observe a figura abaixo. Calcule a área da figura plana limitada pelo gráfico de f , pelas retas $x = a$, $x = b$, onde f é contínuo e $f(x) \geq 0$, para todos $x \in [a, b]$. Encontre a função $f(x)$ correspondente à curva para calcular a área.”



Fonte: imagem do autor, 2024

Antes de calcular a área, foi necessário encontrar a função que representa a curva. Para isso, utilizou-se a técnica de interpolação polinomial. A interpolação polinomial tem por objetivo aproximar funções por polinômios de grau n , facilitando o cálculo de valores em pontos em que a função não está explicitamente definida.

Uma função polinomial pode ser expressa na forma:

$$P(x) = a_0 + a_1(x) + a_2(x^2) + \dots + a_n(x^n)$$

Para determinar a função que representa a curva, foi preciso determinar os coeficientes do polinômio que a aproxima. Foram extraídas as seguintes coordenadas a partir do gráfico elaborado: (0, 50); (40, 64); (80, 90). Como foram obtidos três pontos distintos, utilizou-se a interpolação polinomial para determinar um polinômio de grau 2 (quadrático), pois n pontos determinam um polinômio de grau $n - 1$.

Sabendo que o grau do polinômio é $n = 2$, considerando a interpolação quadrática, tem-se:

$$P(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2$$

Substituindo os três pontos da tabela:

- Para $x = 0$:

$$P(0) = a_0 = 50$$

- Para $x = 40$:

$$P(40) = a_0 + 40a_1 + 1600a_2 = 64$$

- Para $x = 80$:

$$P(80) = a_0 + 80a_1 + 6400a_2 = 90$$

Substituindo $a_0 = 50$ nas duas últimas equações:

$$1. \quad 50 + 40a_1 + 1600a_2 = 64 \rightarrow 40a_1 + 1600a_2 = 14$$

$$2. \quad 50 + 80a_1 + 6400a_2 = 90 \rightarrow 80a_1 + 6400a_2 = 40$$

Resolvendo o sistema:

□ Multiplicando a 1ª equação por -2: $-80a_1 - 3200a_2 = -28$ (somando com a 2ª equação)

$$(80a_1 + 6400a_2) + (-80a_1 - 3200a_2) = 40 - 28$$

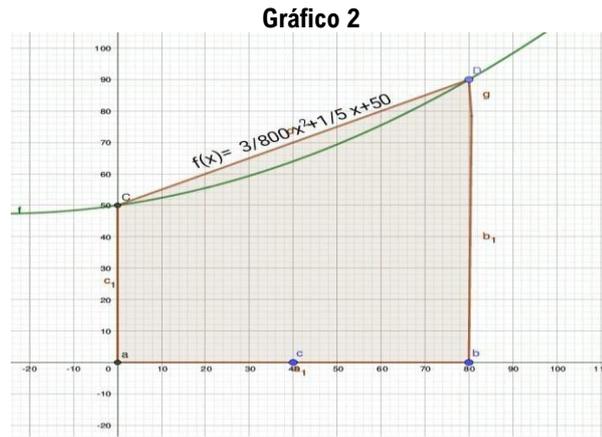
$$3200a_2 = 12 \rightarrow a_2 = 12 / 3200 = 3/800$$

$$\text{Substituindo o valor de } a_2: 40a_1 + 1600 \cdot (3/800) = 14$$

$$40a_1 + 6 = 14 \rightarrow a_1 = (14 - 6) / 40 = 1/5$$

Já sabemos que: $a_0 = 50$, $a_1 = 1/5$, $a_2 = 3/800$ Assim, a função que representa a curva é:

$$P_2(x) = f(x) = 50 + \frac{1}{5}x + \frac{3}{800}x^2$$



Fonte: imagem do autor, 2024

Por meio da análise do gráfico é possível identificar o eixo dos x , onde $x = a = 0$ e $x = b = 80$. Neste caso, a área é dada por $A = \int_a^b f(x)dx$. Sabendo que a área é limitada pela curva $f(x) = \frac{3}{800}x^2 + \frac{1}{5}x + 50$, tem-se que:

$$A = \int_0^{80} \left(\frac{3}{800}x^2 + \frac{1}{5}x + 50 \right) dx$$

$$A = \frac{3}{800} \int_0^{80} x^2 dx + \frac{1}{5} \int_0^{80} x dx + 50 \int_0^{80} dx$$

$$A = \frac{3}{800} \cdot \frac{x^3}{3} \Big|_0^{80} + \frac{1}{5} \cdot \frac{x^2}{2} \Big|_0^{80} + 50x \Big|_0^{80}$$

$$A = \frac{x^3}{800} \Big|_0^{80} + \frac{x^2}{10} \Big|_0^{80} + 50x \Big|_0^{80}$$

$$A = \left(\frac{80^3}{800} - \frac{0^3}{800} \right) + \left(\frac{80^2}{10} - \frac{0^2}{10} \right) + (50 \cdot 80 - 50 \cdot 0)$$

$$A = 640 + 640 + 4000$$

Assim a área da figura é:

$$A = 5280 \text{ cm}^2.$$

Portanto, este foi o processo utilizado para elaborar e resolver uma questão baseada em uma figura real do campus. Aplicando os conceitos de interpolação polinomial e integração, foi possível calcular com precisão a área sob a curva, unindo teoria e prática de forma significativa.

3 CONCLUSÃO

Este trabalho evidencia a importância de estabelecer conexões entre o conteúdo matemático e o cotidiano dos alunos. Ao aplicar conceitos como interpolação polinomial e integração em uma situação concreta observada no campus universitário, os discentes puderam visualizar a matemática de forma prática e significativa.

A atividade permitiu o desenvolvimento de habilidades como raciocínio lógico, representação matemática e construção de modelos matemáticos aplicáveis à realidade. Além disso, a interação entre teoria e prática contribuiu para que os conceitos abstratos se tornassem mais compreensíveis e relevantes no processo de aprendizagem.

Ao analisar uma figura real com curvas e calcular sua área, os discentes tiveram a oportunidade de vivenciar a aplicabilidade da matemática em contextos reais, reforçando a importância de estratégias pedagógicas qu

Referências

CARRAHER, Terezinha Nunes; CARRAHER, Davis; SCHIELMAN, Ana Lúcia. **Na vida dez, na escola zero**. São Paulo: Cortez Editora, 1995.

DANTE, Luiz Roberto. **Formulação e resolução de problemas de matemática: teoria e prática**. 1. ed. São Paulo: Ática, 2010.