

Modelagem Matemática Aplicada A Impactos Ambientais: Um Estudo Sobre Função Exponencial no Ensino Superior

Resumo:

O presente resumo apresenta uma experiência desenvolvida no contexto da licenciatura em Ciências Biológicas, com o componente curricular Cálculo. O objetivo principal está em fazer uma interlocução entre um problema ambiental existente e o estudo da matemática. A proposta relaciona o conteúdo de Função Exponencial, ao processo de despoluição dos rios. A pergunta norteadora: o processo de despoluição mecânica dos rios pode sofrer contribuição da matemática, em quais aspectos? A metodologia aplicada é de cunho qualitativo, aliadas aos pressupostos da Modelagem Matemática. Os instrumentos foram: pesquisa de temas, discussão com a turma, simulação experimental, e o estudo dirigido. Desse modo, o modelo matemático descreve a variação do poluente contida no rio sofrendo o processo de despoluição. Essa temática gerou discussão e tomada de consciência por parte dos estudantes em função dos impactos gerados para a população, a fauna e a flora da região.

Palavras-chave: Cálculo. Função Exponencial. Modelagem Matemática. Modelo Matemático. Despoluição

Martielle Soledade Souza Santos Aragão

Universidade do Estado da Bahia
Bom Jesus da Lapa, BA – Brasil

 <http://orcid.org/0000-0001-5109-3700>
 email@email.com.br

Recebido • 04/04/2025
Aprovado • 05/06/2025
Publicado • 08/08/2025

Comunicação Científica

1 Introdução

O presente trabalho surge através de uma experiência de ensino desenvolvido em uma turma de Licenciatura em Ciências Biológicas, com o componente curricular Cálculo. Tal atividade fez parte do estágio desenvolvido na disciplina do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática (PPGEM) denominada Prática de Ensino. A proposta tinha como objetivo aplicar a Matemática no contexto da Biologia, em particular, o estudo de função exponencial voltando-se para a problemática da despoluição dos rios, de forma que os estudantes pudessem perceber a relação entre estas duas áreas do conhecimento.

Nesse sentido, o contexto da aula foi relacionado à temática da poluição ambiental, tendo como base a emissão de poluentes em rios, principalmente pela cidade de Itabuna ter um rio que se encontra poluído atualmente. O Rio Cachoeira corta o perímetro urbano da cidade de Itabuna até

chegar a Ilhéus onde derrama suas águas no oceano atlântico (BRASIL, 2022). Nesse trecho, o rio encontra-se poluído.

Entretanto, em toda a trajetória de vida do rio nem sempre foi assim. Em meados de 1906 a cidade de Itabuna era conhecida como um distrito de Ilhéus, nesse período a flora e fauna dominavam a região, além de povoados indígenas e a expansão cacaueteira (ANDRADE, ROCHA, 2005). A cidade pode obter muitas riquezas trazidas pelo cacau, promovendo o crescimento e desenvolvimento local. Em contrapartida, o aumento da receita líquida associada a uma agricultura de baixo esforço, que aliviava as perdas, proporcionou o aumento da pecuária e do cultivo do café de forma indiscriminada, gerando a devastação da Mata Atlântica. (ANDRADE, ROCHA, 2005).

Além disso, Andrade e Rocha (2005, p. 45) evidenciam que, “[...] O ecossistema que envolve toda a bacia está num estágio avançado de degradação e poluição, principalmente em áreas próximas aos centros urbanos”. Nesse sentido, o processo decorrente da industrialização e urbanização proporcionou a destruição de recursos naturais, de forma que nos rios, encontramos esgotos não tratados sendo derramados, produtos químicos despejados, mau cheiro aos arredores e espumas (BRASIL, 2022).

Tomando essa temática como contexto, o presente trabalho procura fazer uma interlocução entre esse problema ambiental existente e o estudo da matemática. Para isso, torna-se necessário evidenciar uma tendência denominada Modelagem Matemática. Para Bassanezzi (2002, p. 16) “A *modelagem matemática* consiste na arte de transformar problemas da realidade em problemas matemáticos e resolvê-los interpretando suas soluções na linguagem do mundo real”. Nesse sentido, ela promove a reconstrução do conhecimento, apresentando uma nova abordagem para o conteúdo, com aplicações e possibilitando a compreensão do objeto Matemático através da investigação. Na próxima seção conheceremos um pouco da modelagem aplicada a situações problemas.

2 MODELAGEM MATEMÁTICA E RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

A Modelagem Matemática proporciona transformar problemas da realidade vivenciada pelo estudante em contextos para modelar situações de cunho matemático. Conforme Bassanezzi (2002, p.17) “ela alia teoria e prática na procura de entendimento da realidade para assim agir e transformá-la”. Nesse sentido, é possível modelar problemas do cotidiano, utilizando ferramentas matemáticas para a compreensão dos resultados.

A utilização da Modelagem como metodologia de ensino centra-se nos procedimentos para a construção de um modelo, segundo Biembengut (2014, p. 21) “Modelagem é o processo envolvido na elaboração de modelo de qualquer área do conhecimento”. Com esse recurso é possível idealizar, uma realidade a partir do objeto modelado, produção de desenhos, esquemas, símbolos, delimitando formas de raciocínio e possibilitando o aflorar da criatividade do educando (BASSANEZI, 2002). Bassanezi (2002, p.20, grifo do autor) enfatiza que “*Modelo Matemático* um conjunto de símbolos e relações matemáticas que representam de alguma forma o objeto estudado”. Essa premissa vai ao encontro das ideias de Madruga (2016, p. 33) que acredita que “o processo criativo, inerente ao ser

humano e presente nos mais diversos contextos sociais é requerido ao contexto da Educação formal, com a expectativa de ‘instigar/aprimorar’ os princípios estéticos e a criatividade no estudante da Educação Básica”. Nessa direção, Biembengut acredita que,

A representação ou reprodução de alguma coisa, ou melhor, um modelo requer série de procedimentos que perpassam a observação cuidadosa da situação ou fenômeno a ser modelado pela interpretação da experiência realizada, pela captação do significado do que produz. Esse conjunto de procedimentos denomina-se Modelagem. (BIEMBENGUT, 2014, p.201).

Nesse sentido, para construir a reprodução de um modelo, torna-se necessário uma observação atenta, procurando compreender o fenômeno e suas relações de significado. Essa, de fato, é uma das fases mais importantes da modelagem, pois trata da compreensão e interpretação do problema, para posteriormente conseguir expressá-lo.

Conforme Biembengut (2014) os passos para a construção da modelagem são três: *Perceber e apreender*; *Compreender e explicitar*; e *Significar e expressar*. A primeira refere-se o reconhecimento da situação problema e entendimento do tema de estudo. A segunda passa pelo entendimento do problema até a da construção do modelo matemático, sua explicitação e resolução do problema com base no modelo proposto. A terceira trata-se da interpretação da situação problema, significação e validação do modelo.

No que tange ao Ensino de Exponenciais, em documentos oficiais como a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) para o Ensino Médio, na competência específica da área é enfatizado a necessidade de utilizar estratégia para interpretar problemas de diversos âmbitos; investigar desafios do mundo contemporâneo e tomar decisões éticas e responsáveis; utilizar conceitos matemáticos para construção de modelos e resolver problemas; compreender e utilizar registros matemáticos; estabelecer conjecturas sobre os conceitos matemáticos (BRASIL, 2018). Diante disso, percebe-se a importância da resolução de problemas, o uso de estratégias, da criatividade e toma de decisões assertivas, para a formação de um indivíduo responsável e crítico. Além disso, é enfatizado o registro matemático e a criação, validação e por fim a resolução do problema.

Nessa direção, mediante a uma determinada situação problema, o estudante interagindo com seus conhecimentos prévios, poderá solidificá-los através do conhecimento científico da matemática e modelagem aplicada a diversos contextos.

Nas Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN+) é enfatizado o uso de modelos explicativos, representações e interpretações para analisar situações (BRASIL, 2007), que podem representar fenômenos reais ou situações problemas da semi-realidade, aos quais podem aprofundar o conhecimento dos alunos por ligar o ensino do conteúdo a sua aplicação. Nesse contexto, percebe-se a importância da utilização de modelos explicativos para explicar situações problemas, de forma a auxiliar na interpretação e entendimento. Dessa forma na próxima seção apresentaremos o caminhar metodológico da experiência.

3 METODOLOGIA DA PESQUISA

A metodologia aplicada neste trabalho é de cunho qualitativo, acerca da abordagem qualitativa corroboramos com Moreira e Caleffe (2008, p.73) quando enfatiza que ela “[...] explora as características dos indivíduos e cenários que não podem ser facilmente descritos numericamente”. Nesse tipo de pesquisa a valorização da experiência torna-se um elemento diferencial para complementariedade dos dados. Nesse sentido, o foco da análise dos dados encontra-se na *Perceber e apreender; Compreender e explicitar; e Significar e expressar*, ou seja, percepção de entendimento do problema, construção de modelo e validação que são estratégias da Modelagem na Educação proposta por Biembengut (2014).

Os sujeitos da pesquisa são 16 estudantes do curso de Licenciatura em Ciências Biológicas de uma universidade localizada no estado da Bahia. A atividade foi desenvolvida em seis aulas de 50 minutos, compondo dois encontros. Os estudantes foram organizados em duplas denominadas: A, B, C, D, E, F, G, H.

No primeiro encontro foi feita a exposição e discussão com a turma, acerca da problemática relacionada ao processo de despoluir um rio, levando em consideração a água como sendo um recurso natural limitado. Foi apresentado o Rio Cachoeira que corta a cidade de Itabuna até derramar-se no oceano atlântico na cidade de Ilhéus. Como o local a ser despoluído. A partir dessa ideia, surgiram diversas indagações, como: o que é contaminação? Qual a função do biólogo ao analisar um problema sobre a despoluição de um rio? Um lago contaminado pode voltar ao que era antes? Como a matemática pode ajudar no processo de despoluição?

Após, foram iniciados os trabalhos experimentais. Para isso, foram necessários os seguintes recursos: um copo medidor, dois copos descartáveis (200 ml), três garrafas (pet) cortadas o topo, um balde para descartar resíduo, um copo de café (poluente) e água limpa.

Foram adicionados nove copos de água limpa dentro da garrafa pet e um copo do poluente, para identificar o lago poluído. Desse modo, temos $9 \times 200 \text{ ml} = 1800 \text{ ml}$ de água limpa, adicionados a 200 ml do poluente, com um total de 2000 ml de água para a formação do lago modelo, ou lago poluído. Tendo a amostra, é necessário identificar um fator de despoluição, ou seja, em que medida a troca de água irá despoluir o lago modelo? A partir disso, denotaremos D , como fator de despoluição para a cada troca:

(1)

$$D = \frac{400}{2000} = \frac{1}{5} \text{ ou } 0,2$$

Realizando os cálculos teremos um fator de despoluição equivalente a 0,2 ou 20%, a cada troca. Indicando que, ao final de cada troca, a quantidade de poluentes existentes dentro da água reduz 20%. Nesse sentido, a divisão entre dois copos de água limpa pelo total de água do lago modelo, determina o quanto de poluente será removido a cada troca realizada. A partir disso, durante a aula foram feitas três trocas, como mostra o Quadro 1, a seguir:

Dados da primeira troca

$$I - 200 \times 0,2 = 40 \text{ ml}$$

Logo temos $200 - 40 = 160$ ml de poluente

Dados da segunda troca

$$II - 160 \times 0,2 = 32 \text{ ml}$$

Logo temos $160 - 32 = 128$ ml de poluente

Dados da terceira troca

$$III - 128 \times 0,2 = 25,6 \text{ ml}$$

Logo temos $128 - 25,6 = 102,4$ ml de poluente

Fonte: Dados da aula

No segundo encontro, o principal objetivo foi discutir todos os dados encontrados. A seguir no Quadro 3 as perguntas contidas no estudo dirigido entregue aos estudantes.

Quadro 2: Perguntas do Estudo dirigido.

<p>Questão 1 - Considerando que a mistura de água e café é perfeitamente homogênea, quantos mililitros de poluente foram retirados do lago-modelo neste procedimento? (MALAGUTTI, 2010)</p> <p>Resposta Esperada: Espera-se que os estudantes encontrem o fator de despoluição do rio, por meio da razão entre a dois copos de água limpa em relação ao total existente no lago modelo. E logo após a porcentagem em relação a quantidade de poluente existente no lago. Então $\frac{400}{2000} = 0,2$ ou 20%. Logo deve-se fazer $200 \times 0,2 = 40$ ml.</p>
<p>Questão 2 - Depois de fazer isso, quantos mililitros de poluente ainda restaram no lago modelo? (MALAGUTTI, 2010)</p> <p>Resposta Esperada: Como foi colocado 200ml no lago modelo. A diferença entre 200 e 40 é o resultado. Logo, $200 - 40 = 160$ que é o total de poluente que ainda está n lago modelo.</p>
<p>Questão 3 – Após a 5 troca a água tornou-se límpida? Quanto ainda resta de poluente? Faça os cálculos e anote o resultado a seguir.</p> <p>Resposta Esperada: Espera-se que o estudante perceba que a relação estabelecida entre trocas e quantidade de poluente não é linear. Mas sim exponencial. Dessa forma a água não ficou límpida. Restando uma quantidade de 65,53 ml de poluente.</p>
<p>Questão 4 - Construa uma tabela contendo a redução de poluente em decorrência do tempo, reflita sobre essa questão e indique quando a água do lago-modelo estará límpida.</p> <p>Resposta Esperada: Espera-se que o estudante construa uma tabela com os dados das trocas e do poluente, dessa forma ele perceberá que trata-se de uma função exponencial e o valor da quantidade de trocas tende ao infinito, ao mesmo tempo de o poluente tende a erro.</p>
<p>Questão 5 - Construa um gráfico relacionando as variáveis utilizadas e comente se esta relação é uma função, se for uma função indique de qual se trata.</p> <p>Resposta Esperada: Espera-se que o estudante identifique através de representação gráfica o tipo de função que trata o problema.</p>
<p>Questão 6 - Faça um relatório da aula enfatizando tudo o que foi possível aprender, as respostas das atividades e inclusive sugestões.</p> <p>Resposta Esperada: Espera-se que o estudante entregue de forma detalhada os dados e o modelo matemático construído.</p>

Fonte: Dados da aula.

4 RESULTADOS

As análises e discussão dos dados foram produzidas com base nos acontecimentos da aula e do estudo dirigido, produzidos pelos alunos. Diante desses fatos, foi possível emergir categorias de análise denominadas: *Contextualização e entendimento do problema*; *Explicitação e construção do modelo*; e *Visão de professor de ciências*. A primeira tem como foco a percepção dos estudantes diante do problema. A segunda apresenta as conjecturas propostas e a terceira categoria apresenta a visão dos estudantes perante a atividade.

4.1 1ª categoria – Contextualização e entendimento do problema

Com relação à discussão da problemática percebe-se que foi consenso da turma que a água é um importante recurso natural para a existência da vida. Os estudantes do grupo A, G e F destacam a poluição das praias e o derramamento de esgoto sem tratamento nestes locais. O grupo F salienta também a quantidade de lixo existente nesses locais. O grupo G infere que a principal fonte de poluição do rio são os esgotos sem tratamento, os dejetos lançados nas praias e rios, o lixo da população e indústria.

Os grupos B, H e D argumentou que no centro da cidade de Itabuna é possível verificar o esgoto sendo derramado no rio cachoeira. Além do mau cheiro, é possível observar espuma, lixo e água acinzentada, o que impede o processo da fotossíntese. Além disso, o grupo D evidenciou que o Rio Cachoeira é um símbolo da poluição na cidade de Itabuna. O grupo C salienta que o Brasil possui tanto recurso hídrico, mas não sabe aproveitar e cuidar. Além disso, a água poluída pode ser sinônimo de intoxicação e outras doenças. O grupo B também destacou a importância das autoridades governamentais criem medidas para enfrentar este problema.

Os grupos G, F, B e E calcularam o fator de despoluição de forma correta, encontrando o valor de 20 %. O grupo C acertou a questão completamente. Os grupos G, F, B e E ao calcular a quantidade de poluente restante no lago modelo, eles fizeram 20% em cima da quantidade de água retirada do lago modelo (400ml), que contém água e poluente juntos. Eles deveriam ter feito à porcentagem em cima do volume de poluente colocada no lago modelo que foi 200 ml. Fato que levou o erro também da segunda questão, já que ela utiliza do resultado obtido na anterior.

4.2 2ª categoria - Explicitação e construção do modelo

Os estudantes acreditaram que ao chegar à troca nº 5, a quantidade de poluente iria se esgotar, retomando a ideia de proporção, em que $0,2 \times 5 = 1$. Outra ideia vinda dessa teoria é que a quantidade de poluente fosse proporcional à quantidade de água trocada, entrando em divergência com os dados da tabela mudaram de opinião. Percebe-se, que a cada troca realizada a quantidade de poluente da amostra original diminui de forma não linear, mas sim exponencial, além disso, o resíduo é retirado de forma mecânica, ou seja, são retirados pequenos fragmentos do poluente.

Os grupos B, C, E, F, G verificaram que a água não ficou límpida. Vale ressaltar que devido ao erro da primeira questão, os grupos G, F, B e E tiveram os valores da tabela comprometidos, por esse

motivo a quantidade restante de poluente feita por cada grupo teve resultados deferentes. Além disso, percebe-se que os estudantes ainda não entenderam qual é o tipo de função tratada.

Outro fato interessante trata-se de os grupos B, C, E, G indicarem que a quantidade de poluente vai diminuindo com o tempo, mas não revelou qual seria o tipo de função atrelada a essa ideia. O grupo F indicou que o lago modelo nunca ficaria totalmente despoluído. Esses estudantes ao adicionar os dados da tabela conseguiram construir um gráfico que se assemelha ao de uma função exponencial.

4.3 3ª Categoria – Visão de professor de ciências

Sabe-se que para ser um professor é necessário desenvolver um trabalho dotado de intencionalidade, pois o profissional da educação, em suas diversas áreas, necessita formar para o mundo do trabalho (BRASIL, 2018), utilizando os objetos de conhecimento, proporcionadores de habilidades a serem desenvolvidas, reflexões e ações para promover melhores escolhas, valores intrínsecos e compromissos éticos. Acerca da visão do trabalho desenvolvido o grupo C salientou que:

“[...] podemos perceber como a ação do homem na natureza é devastadora, capaz de prejudicá-lo ao longo de vários anos. Ressaltando que aprender modelos matemáticos com temas relevantes para a biologia é de suma importância para formação docente, além disso, facilita o conhecimento tornando a aprendizagem significativa”. (Grupo C).

Dessa forma a equipe salienta que as ações humanas têm uma consequência que nos afeta diretamente, enfatiza a importância do trabalho com situações problemas aplicadas a contextos reais, em particular da biologia, tornando a aprendizagem significativa.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Nesse contexto, o trabalho aplicado a Modelagem Matemática como um auxílio para entendimento dos fenômenos relacionados ao meio ambiente fez com que os alunos da Licenciatura em Ciências Biológicas identificassem o valor da disciplina para a formação do biólogo.

.A matemática contribui por meio de previsões, o uso de cálculos matemáticos e ao estabelecer um padrão de regularidade a cada troca de água torna-se possível mensurar e escrever uma função que tenha este comportamento. Ao encontrar uma função exponencial e possível perceber que sempre terá um resíduo no lago. Desse modo é possível observar a matemática na formulação do problema, na busca de soluções, na coleta e análise de dados, na descrição/formação de um modelo matemático. Contudo percebe-se por parte dos participantes que é de extrema importância mostrar aos estudantes que a matemática está inserida em diversos contextos da vida.

Referências

ANDRADE, M. P; ROCHA, L, B. **De Tabocas a Itabuna**: um estudo histórico-geográfico. 1° ed., Ilhéus: Editus, 2005.

BRASIL. **Bacia Hidrográfica do Rio Cachoeira**. Disponível em: <http://naomeabandone.org.br/?pg=noticia&id=30>. Acesso em 06 de janeiro de 2022.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular (BNCC)**. Brasília: Ministério da Educação (MEC), 2018. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/historico/BNCC_EnsinoMedio_embaixa_site_110518.pdf. Acesso em: 05 de janeiro de 2022.

BRASIL. **Orientações Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais**: Ciências da natureza, Matemática e suas tecnologias. Brasília: Ministério da Educação (MEC), 2007. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/CienciasNatureza.pdf>. Acesso em 10 de janeiro de 2022.

BASSANEZZI, R; C. **Ensino** – aprendizagem com Modelagem Matemática. 3° ed., Editora Contexto, ISBN: 85-7244-207-3, p. 289, 2002.

BIEMBENGUT, M. S. **Modelagem matemática no ensino fundamental**. 1 ed., Blumenau: Editora da FURB, 2014.

MOREIRA, H; CALEFFE, L. G. **Metodologia da pesquisa para o professor pesquisador**. 2. ed. Rio de Janeiro: Lamparina, 2008.

MADRUGA, Z; E; F. **Modelagem & Aleg(o)rias**: um enredo entre cultura e educação. 1° ed, Curitiba: Appris, 2016.

MALAGUTTI, P. L. A. **Modelo de despoluição**: módulo I. 1 ed., Cuiabá: Central de Texto, 2010.

SKOVSMOSE, O. Cenários para investigação. In: **Bolema**, Rio Claro – SP, v. 13, nº 14, p.24, 2000.