

Explorando a Maximização de Áreas Através de Funções Quadráticas

Resumo:

O relato aborda uma experiência de uma tarefa investigativa desenvolvida na disciplina Instrumentação para o Ensino de Matemática V, na Universidade Estadual de Feira de Santana. O objetivo foi investigar propriedades de funções quadráticas para resolver problemas de maximização em contextos geométricos e aplicados. Os alunos foram convidados a explorar a conjectura de que, entre todos os quadriláteros com um perímetro fixo, o quadrado é o que possui a maior área. A investigação também incentivou os alunos a aplicarem o conceito de área do quadrado para construir uma função polinomial, do segundo grau, representada pela questão proposta. Os alunos foram desafiados a determinar as medidas dos lados do quadrado para maximizar a área disponível, identificando o ponto máximo da função para encontrar o valor do lado do quadrado que maximizava a área.

Palavras-chaves: Função Quadrática. Educação Matemática. Maximização de Áreas.

1 Introdução

Relataremos uma experiência de implementação de uma tarefa com o tema "Explorando a Maximização de Áreas Através de Funções Quadráticas". A tarefa foi desenvolvida no dia 06 de novembro de 2024, no âmbito da disciplina Instrumentação para o Ensino de Matemática - V (INEM-V) da Universidade Estadual de Feira de Santana (UEFS). Os participantes da atividade foram os discentes desta disciplina, enquanto os mediadores foram as autoras deste relato.

O INEM-V visa a articulação da teoria e da prática em Álgebra, numa postura reflexiva buscando construir uma atitude crítica do professor em formação, por meio de atividades desenvolvidas para a Educação Básica. Textos discutidos na disciplina como Gimens e Lins (1997), discutem a conceitualização e utilização da álgebra no ensino básico, destacando a redução da álgebra ao "calcular com letras" e o papel da variável como incógnita de modo a privilegiar a álgebra simbólica.

Micaelle Souza Alcântara

Universidade Estadual de Feira de Santana
Feira de Santana, BA – Brasil

 <https://orcid.org/0000-0002-2672-3931>
✉ micaellealcantara022@gmail.com

Hellen Nunes Rocha

Universidade Estadual de Feira de Santana
Feira de Santana, BA – Brasil

 <https://orcid.org/0009-0007-5065-7413>
✉ hellrochaa@gmail.com

Railane Souza Santos

Universidade Estadual de Feira de Santana
Feira de Santana, BA – Brasil

 <http://orcid.org/0000-0000-0000-0000>
✉ railanessantos7@gmail.com

Recebido • 04/04/2025

Aprovado • 05/06/2025

Publicado • 08/08/2025

Relato de Experiência

Por outro lado, Gomes (2013), são apresentadas quatro concepções do uso da variável, proposto por Usiskin (1994), que são: álgebra como matemática generalizada, álgebra como estudos de procedimentos, álgebra como estudos de relações entre grandezas e álgebra como estudos das estruturas. Essas concepções ressaltam a importância do uso diversificado da variável, buscando superar a visão restrita de que a álgebra se resume a "calcular com letras".

Nesse sentido, Ponte (1990) afirma que o papel curricular de função pode ser visto em três aspectos essenciais: a natureza mais algébrica ou funcional da abordagem; a generalidade do conceito e a sua aplicação a problemas e situações da vida real. Assim, a forma de conceber o ensino privilegia concepções distintas da álgebra, valorizando tanto a compreensão conceitual quanto a aplicação prática desse conteúdo. Essas ideias fundamentaram o planejamento e desenvolvimento da experiência, que buscou transcender a manipulação simbólica e valorizar tanto a compreensão conceitual quanto às aplicações práticas de funções quadráticas.

A experiência que será relatada foi planejada da seguinte maneira: primeiramente, a docente responsável pela ministração da disciplina, Airam da Silva Prado, estabeleceu quatro temas: Fatoração de Polinômios, Equações e Sistemas de Equação, Função Afim/Função Quadrática e Sequências e distribuindo-os entre quatro grupos de no máximo quatro integrantes. A proposta da professora era que, a partir de uma habilidade da Base Nacional Comum Curricular (BNCC), cada equipe desenvolvesse uma tarefa de investigação, exploração ou resolução de problemas com os temas determinados.

Após os temas serem estabelecidos, cada equipe deveria apresentar na aula seguinte a primeira versão da proposta da tarefa. Assim, o primeiro passo das autoras deste relato foi identificar quais habilidades da BNCC abordam Função Afim/Função Quadrática e determinar qual seria abordada. Com intenção inicial de trazer várias questões problemas, escolhemos a habilidade: "(EM13MAT503): Investigar pontos de máximo ou mínimo de funções quadráticas em contextos envolvidos em superfícies, Matemática Financeira ou Cinemática, entre outros, com apoio de tecnologias digitais." e então selecionamos alguns problemas matemáticos para serem aplicados.

Inicialmente, pensamos em trabalhar com a ideia de maximização e minimização de lucros de empresas, no entanto, após apresentar a proposta para a professora e algumas observações serem sinalizadas, decidimos escolher um dos problemas selecionados, delimitar melhor a proposta, e desenvolver uma atividade investigativa a partir dele. O problema escolhido envolvia a ideia inicial de maximização, assim, priorizou-se a utilização da área de um retângulo fixado no perímetro, ou seja, caracterizando um problema de isoperímetro que segundo Moreto (2013), já era muito utilizado na idade média para construção de muros de proteção para as cidades, que devido ao trabalho para construí-los era necessário um perímetro mínimo para obter a área máxima. Em seguida, para a elaboração do planejamento e desenvolvimento da tarefa, foram realizadas discussões online e pesquisas em livros acadêmicos do ensino médio, artigos e dissertações.

2 A implementação da tarefa

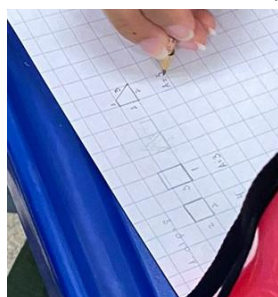
A disciplina Instrumentação para o Ensino de Matemática - V (INEM-V), contou com 14 discentes, dos quais 11 participaram da atividade, acompanhados por três mediadoras, autoras deste relato. Os alunos foram convidados a explorar a conjectura de que, entre todos os quadriláteros com um perímetro fixo, o quadrado é o que possui a maior área. Para isso, investigaram diversas formas geométricas, calculando suas áreas enquanto mantinham o perímetro constante.

A investigação também incentivou os alunos a aplicarem o conceito de área do quadrado para construir uma função polinomial do segundo grau, representando a seguinte situação: Um fazendeiro deseja cercar uma região retangular junto a um rio para confinar alguns animais, destacando que o lado junto à margem do rio precisará ser cercado. Com 240 metros de cerca, os alunos foram desafiados a determinar as medidas dos lados desse quadrado para maximizar a área disponível aos animais. A proposta consistia em modelar a situação por meio de uma função quadrática, identificar seu ponto máximo e, assim, determinar a medida do lado que otimiza a área.

A implementação começou com uma explicação sobre maximização e sua importância econômica, além da utilidade da maximização de áreas. Perguntou-se aos discentes se lembravam o que era uma função polinomial do 2º grau; como mencionaram que lembravam, não abordamos a revisão da definição de uma função polinomial do 2º grau. Também apresentamos um vídeo explicativo sobre a aplicação da função polinomial do 2º grau.

No segundo momento, os discentes foram organizados em grupos de dois a quatro participantes. Entregamos a atividade proposta e uma folha quadriculada (ANEXO 2), na qual deveriam responder à questão 1 (ANEXO 1). Foram questionados com perguntas como “Todo retângulo é um quadrado?” e “Todo quadrado é um retângulo?”, incentivando-os a criar figuras que se aproximassem de um quadrado (Figura 1) e identificarem que, com o mesmo perímetro, o quadrado sempre possui uma área maior que o retângulo.

Figura 1 - Discente resolvendo a questão 1.



Fonte: Autoria própria, 2024.

Observamos que os alunos não tiveram dificuldades para atingir o objetivo da questão 1 (ANEXO 1) e todos concordaram que a figura com a maior área era o quadrado. Na segunda questão, no entanto, os alunos enfrentaram dificuldades em relacionar a primeira questão com a segunda. As dúvidas levantadas incluíam se a região retangular deveria estar totalmente fechada e qual a relação entre as questões, além de questionarem se havia diferença em isolar x (reescrever a equação de forma que

fique x sozinho de um lado da equação) ao invés de y (reescrever a equação de forma que fique y sozinho de um lado da equação).

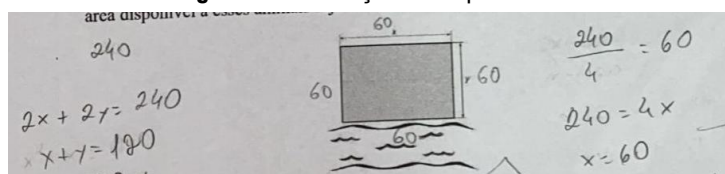
Para responder a essas perguntas, discutimos a viabilidade de confinar animais com três lados e destacamos que seriam necessários os quatro lados. Em relação à conexão com a questão anterior, solicitamos que aplicassem as informações sobre área na nova figura, o que os levou a chegar à função polinomial do 2º grau que modelava a situação.

Os alunos demoraram a relacionar o valor do lado com o valor máximo da função, necessitando do auxílio dos mediadores com questionamentos como: “Se utilizarmos o conceito de valor máximo da função, conseguiremos encontrar os valores dos lados?”. Quando conseguiram responder à questão 2 (ANEXO 1), surgiram diferentes tipos de resolução:

- Tipo 1: Alguns alunos, ao concluir que a maior área com perímetro constante é a do quadrado, simplesmente dividiram o perímetro por quatro para encontrar os valores dos lados (Figura 2).

→

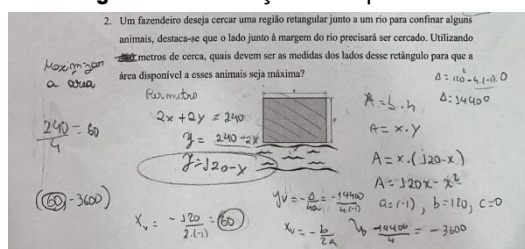
Figura 2 - Resolução 1 da questão 2.



Fonte: Autoria própria, 2024.

- Tipo 2: Outros utilizaram a fórmula da área do retângulo e o conceito de perímetro para montar um sistema que resultou em uma função do segundo grau, encontrando o x do vértice (ponto máximo) pela fórmula (Figura 3).

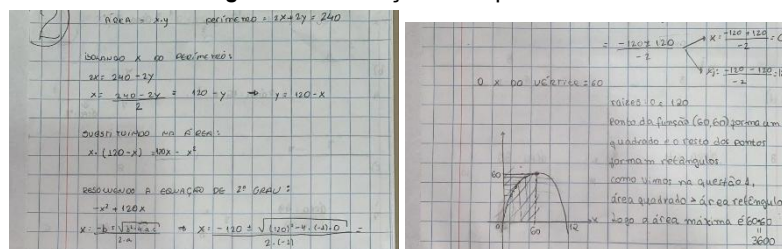
Figura 3 - Resolução 2 da questão 2.



Fonte: Autoria própria, 2024.

- Tipo 3: Alguns usaram a mesma abordagem, mas analisaram o gráfico e perceberam que a coordenada x_v , que representa o ponto onde a função atinge seu valor máximo, coincide com o ponto médio das raízes da equação (Figura 4).

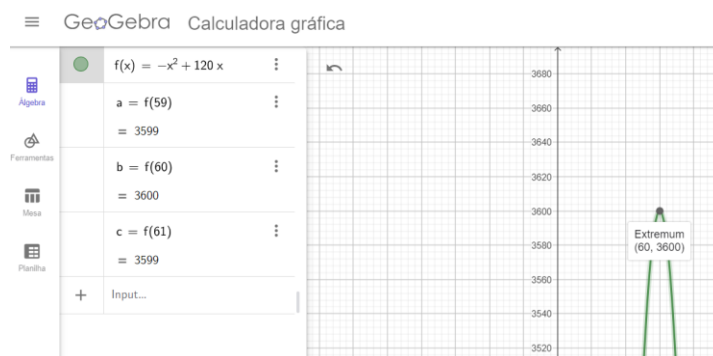
Figura 4 - Resolução 3 da questão 2.



Fonte: Autoria própria, 2024.

No terceiro momento, enfatizamos que, para maximizar a área, deveríamos encontrar o ponto máximo da função quadrática, já que estávamos lidando com uma parábola com concavidade voltada para baixo (ou seja, quando coeficiente $a < 0$). O ponto máximo correspondia ao valor do lado que maximizava a área, pois, ou antes ou após esse ponto, valores maiores ou menores que o ponto máximo resultariam em uma área menor. Utilizamos o GeoGebra para ilustrar melhor esse conceito (Figura 5).

Figura 5 - Função apresentada pelos discentes, exibida no GeoGebra.



Fonte: Autoria própria, 2024.

Outro aspecto abordado foi que as raízes da função são os pontos onde a função se iguala a zero. Em uma parábola simétrica, é possível determinar o ponto de máximo ou mínimo obtendo a coordenada x_v , que representa o valor de x onde a função atinge seu valor máximo. Esse ponto x_v coincide com o ponto médio das raízes da equação. Sabendo o valor de x_v , podemos calcular $f(x_v)$ e, assim, determinar o ponto de máximo ou mínimo da função. Assim, ao encontrarmos as raízes da função quadrática

(1)

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

com $a \neq 0$, podemos determinar a posição do vértice (ponto máximo) utilizando a expressão:

(2)

$$x_v = \frac{x_1 + x_2}{2}.$$

E, portanto, explicamos porque, com perímetro fixo, a área do quadrado é sempre maior do que a área do retângulo.

3 Considerações finais

A atividade aplicada destacou a presença da matemática no cotidiano, especialmente ao evidenciar a relevância da função do segundo grau e suas aplicações na vida dos estudantes. Tendo como objetivo principal da aula, investigar as propriedades das funções quadráticas para resolver problemas de maximização em contextos geométricos e práticos. Podemos pontuar que avançamos significativamente com o objetivo. O processo de maximização com funções quadráticas mostrou-se uma estratégia eficiente para engajar os alunos, conectando o conteúdo ao dia a dia, como na análise de áreas de terrenos, o que permitiu interpretar e explorar questões de forma relevante ao aprendizado.

Ressalta-se, contudo, a necessidade de realizar ajustes futuros na aplicação da atividade. Durante seu desenvolvimento, observou-se que alguns alunos apresentaram dificuldades em estabelecer a relação entre a primeira e a segunda etapa da tarefa. Uma das medidas a ser aplicada seria de deixar orientações na própria folha de atividade, para que os alunos possam se orientar na realização da atividade de modo a atingir o objetivo esperado. Outro ponto relevante é a necessidade de explorar mais o software GeoGebra. A proposta inicial seria que a atividade fosse realizada em um laboratório, permitindo que cada aluno interagisse de forma diversificada com o gráfico da função, utilizando os recursos tecnológicos.

Além disso, diante dos questionamentos sobre a diferença entre isolar x ou y em uma equação, discutimos essa distinção, enfatizando que, no ensino médio, é mais comum expressarmos uma variável em função da outra isolando y . Isso ocorre porque, ao trabalharmos com funções, geralmente lidamos com expressões da forma $y = f(x)$, onde y é a variável dependente, x a variável independente. Esse padrão pode facilitar a interpretação gráfica e algébrica das funções, tornando a análise mais intuitiva dentro do contexto escolar.

Além de alcançar os resultados desejados, observou-se que a atividade proposta despertou o interesse dos alunos. Iniciar com exemplos que destacam a aplicação da maximização no cotidiano foi essencial para demonstrar a utilidade prática do conteúdo. Durante o exercício, surgiram dúvidas que motivaram os alunos a buscar soluções. Houve trocas de ideias entre os grupos para resolver as questões, e as intervenções das mediadoras foram importantes para ampliar a compreensão e incentivar a investigação da atividade, conduzindo ao objetivo final.

Referências

GOMES, Maria Laura Magalhães. **Álgebra e funções na educação básica**. Belo Horizonte: Centro de Apoio à Educação a Distância da UFMG (CAED-UFMG). 2013. p. 1-72.

MORETO, F. A. **O Problema Isoperimétrico e Aplicações para o Ensino Médio**. 2013. 56 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) - Universidade Estadual Paulista, Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Rio Claro, 2013.

PONTE, João Pedro da. O conceito de Função no currículo de Matemática. **Educação e Matemática**, n. 15, p. 3-9, 1990.

ANEXO 1

COLÉGIO		
Professores:	Disciplina:	Data:
Aluno:	Série/Turma:	

1. Dado os perímetros (P) a seguir, desenhe figuras que tenham o mesmo perímetro, mas apresentam áreas diferentes.

a) $P = 8$

c) $P = 28$

b) $P = 16$

d) $P = 32$

Observações: Lembre que perímetro é a soma de todos os lados de uma figura geométrica.

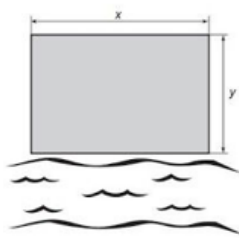
Fórmulas para o Cálculo da Área

QUADRADO	RETÂNGULO	TRIÂNGULO	TRAPÉZIO	LOSANGO
$A = l^2$	$A = b \cdot h$	$A = \frac{b \cdot h}{2}$	$A = \frac{(B + b) \cdot h}{2}$	$A = \frac{D \cdot d}{2}$

- l = lado
- b = base
- h = altura

- B = base maior
- D = diagonal maior
- d = diagonal menor

2. Um fazendeiro deseja cercar uma região retangular junto a um rio para confinar alguns animais, destaca-se que o lado junto à margem do rio precisará ser cercado. Utilizando 240 metros de cerca, quais devem ser as medidas dos lados desse retângulo para que a área disponível a esses animais seja máxima?



ANEXO 2

