



Trigonometria: Uma experiência de ensino para além dos livros

Resumo:

Este relato tem como objetivo compartilhar uma experiência de ensino sobre o conteúdo de Trigonometria no Círculo Trigonométrico, durante o Componente Curricular de Matemática II, na perspectiva de uma discente do 2° semestre do curso de Licenciatura em Matemática. As aulas foram desenvolvidas com o intuito de construir nos estudantes uma nova gama de conhecimentos sobre o tema, enfatizando não apenas a fixação dos conteúdos, como também a visualização da aplicação desses saberes em outros contextos, por meio do uso de diversos recursos, como softwares e materiais concretos. Assim, essa vivência contribuiu para um aprendizado com potencial de se propagar eficazmente, não se limitando a uma retenção de conhecimento, mas entendendo diferentes maneiras de transmiti-lo. Inicialmente, o que parecia ser solto e vazio passou a se entrelaçar e a ter significado. Compreendi, então, a importância de estudar a partir da definição e não somente do conceito, desfrutando, assim, da riqueza que uma boa didática pode proporcionar a mim e a outros estudantes.



Palavras-chaves: Trigonometria. Ensino de Matemática. Círculo Trigonométrico. Percepção. Geometria.

1 Introdução

Este relato traz detalhes das experiências de ensino ocorridas no Curso de Licenciatura em Matemática da UNEB, Campus II, durante as aulas do Componente Curricular de Matemática II. Um dos principais objetivos dessa disciplina era estudar as funções trigonométricas, conforme apresentado pela professora e constante na ementa do componente curricular (PPP, 2020, p. 54). Para tanto, a docente inicia os trabalhos fazendo uma revisão sobre os conhecimentos prévios dos conteúdos de Trigonometria no Círculo Trigonométrico. Nessa condução, surpreendi-me com sua preocupação em apresentar a disciplina para além de um conjunto de conhecimentos necessários para minha caminhada ao longo da Licenciatura, visto que buscava desenvolver uma perspectiva de ensino coerente, respeitando as limitações existentes, além de ser dinâmica e criativa. Um processo que contribuiu para potencializar o meu desejo de ser professora.



Apesar das minhas expectativas iniciais estarem centradas, principalmente, em sanar as dúvidas que carregava desde o Ensino Médio, fui apresentada a um novo horizonte na educação: "aprender a aprender", de forma mais natural e não mecanizada. Logo, conforme as aulas foram sendo ministradas, outras competências passaram a ser supridas, como o aprofundamento da reflexão, da interpretação e da abstração. Para isso, foram utilizados variados recursos didáticos, como materiais visuais, aulas expositivas, exercícios de fixação, atividades em grupo, manuseio de softwares, dentre outros.

Sendo assim, este trabalho ressalta a importância desse componente curricular para a minha compreensão acerca dos conhecimentos de Matemática, em particular os que envolvem o estudo da trigonometria, uma vez que minha trajetória escolar foi marcada por um ensino regado de movimentos repetitivos, e sem a exploração de significados. Nessa direção, as atividades desenvolvidas em Matemática II consolidaram-se como um divisor de águas para a minha permanência no Curso de Licenciatura em Matemática.

1.1 O ensino da Trigonometria

A Trigonometria representa um conhecimento fundamental à formação escolar e acadêmica dos estudantes, uma vez que estimula o desenvolvimento do pensamento matemático algèbrico e geométrico e pelo seu campo de aplicação nas Ciências Naturais (Ferreira, 2016), por exemplo, cálculos de largura de rios, distância entre planetas, ajuste de curvas na engenharia, medicina, eletricidade, informática etc. Nessa direção, as pesquisas em Educação Matemática, voltadas ao estudo da Trigonometria, trazem algumas considerações envolvendo o ensino e o contexto da sala de aula, que considero importantes para este relato.

De acordo com Silva (2013), ainda é possível reconhecer, na abordagem didática da Trigonometria, ações similares ao início do século XX, no qual os alunos apenas reproduziam técnicas e repetições feitas por professores em sala de aula. Ou seja, na contramão do que se exige nos dias atuais: "um ensino que possa auxiliar na formação de um cidadão que saiba questionar, compreender, aplicar, propor, sistematizar, relacionar, avaliar, e não apenas reproduzir ações" (Silva, 2013, p. 45). Como resultado, os estudos mostram que a maioria dos estudantes chegam ao ensino superior carregando lacunas de aprendizagem, decorrentes do Ensino Fundamental e Médio.

Por isso, é importante refletir sobre como têm ocorrido as aulas de Trigonometria na Educação Básica bem como no Ensino Superior, procurando entender os métodos de ensino que estão sendo aplicados, a linguagem que o professor tem utilizado, como o conteúdo é introduzido e exercitado, qual é a sequência lógica que norteia o planejamento e execução das aulas e, finalmente, o quanto os alunos estão aderindo esses conhecimentos de forma significativa (Grando, 2007).

Visando mudanças no processo educacional, Borges (2002) e Fernandes (2010) defendem o uso das tecnologias, em particular, o software de geometria dinâmica GeoGebra, como ferramenta de potencial na transição das razões trigonométricas no triângulo retângulo para o círculo trigonométrico.

Não menos importante, sinalizam para a construção do círculo trigonométrico, fazendo uso de lápis, régua e compasso.

As pesquisas também apresentam uma diversidade de obstáculos que podem gerar muitas dificuldades por parte dos alunos, a saber: falta de entendimento correto do que vem a ser ângulo ou radiano; fragilidade na compreensão da estrutura do círculo trigonométrico como base para o gráfico no plano das funções trigonométricas e o hábito de decorar as fórmulas de redução ao primeiro quadrante, sem compreender a necessidade de apenas entender a simetria no círculo trigonométrico (Ferreira, 2016).

Ao leque de informações produzidas pelas leituras, somo o conjunto de informações construídas e vivenciadas ao longo do semestre na disciplina Matemática II, atribuindo, ao meu relato, um caráter de experiência para além dos livros.

1.2 Procedimentos Metodológicos

A disciplina Matemática II, com carga horária de 75 horas, foi ofertada para a turma do 2° semestre do curso de Licenciatura em Matemática, que no período de 2024.2, contava com 13 estudantes matriculados, no turno matutino. Os primeiros encontros ocorreram no LABMAP (Laboratório de Matemática Aplicada) da universidade, e os demais, na própria sala de aula regular. A turma mostrou-se bastante participativa durante todo o processo de ensino, apresentando disposição a aprender e contribuir com as atividades propostas, respondendo e fazendo perguntas e seguindo todos os passos orientados, como o manuseio dos materiais concretos, a realização dos exercícios e a escrita do pensamento matemático constituído no decorrer da experiência.

Alguns trabalhos eram individuais, como a atividade de sondagem, os exercícios de casa e a escrita de textos, enquanto outros eram em dupla, como a construção lúdica do círculo trigonométrico, os exercícios de classe e o manuseio do GeoGebra. Outrossim, constantemente a professora destacava a importante associação entre a nossa construção do conhecimento e quais daqueles métodos poderíamos aplicar, futuramente, na docência.

Para a escrita deste relato de experiência, foram utilizadas as próprias atividades que desenvolvi ao longo do semestre, através das anotações no caderno e das impressões que nos foi entregue. Além disso, foi mantido o contato com a professora e com alguns dos meus colegas de turma, para a confirmação da veracidade e coerência do que relatei.

2 Desenvolvimento

2.1 Iniciando a discussão

Inicialmente, a professora conduziu os estudantes a um Laboratório de Informática, onde uma espécie de atividade de sondagem foi proposta. Entendimentos iniciais acerca de ângulo, grau, radiano, círculo trigonométrico, entre outros, foram redigidos e discutidos com a turma, por meio da consulta das referências constantes da ementa do componente, em particular, Fundamentos da Matemática Elementar, Volume 3 (Martins, 2013). A partir disso, a docente responsável por ministrar a discplina Matemática II discutiu e sistematizou as definições matemáticas desses elementos e, consequentemente, a correlação prática existente entre eles.

Em sequência, as questões da atividade foram resolvidas, aos poucos, a partir do uso de recursos lúdicos, como o software matemático GeoGebra, devido ao seu caráter mais adaptativo e de manuseio mais simples. Essa parte foi realizada em dupla, com o auxílio dos computadores do LABMAP e, posteriormente, os resultados obtidos foram discutidos com a turma.

2.2 Utilizando o material concreto

Em determinado momento, no decorrer do semestre, a turma recebeu alguns recursos para a construção e manipulação de um material concreto. Assim, com ele, passaríamos a enxergar cada elemento do círculo trigonométrico e o seu comportamento, visualizando, então, na prática, o porquê da sua existência e como são deduzidas algumas das principais fórmulas utilizadas.

Primeiramente, foi solicitada a manipulação de uma circunferência, portanto, o raio foi demarcado sobre uma folha de papel ofício, com o auxílio de um barbante e alfinete (com o qual o centro da circunferência foi preso, unindo o papel a um pedaço plano de isopor). Movimentando e reposicionando o cordão com a origem, os arcos passaram a ser formados. Após uma observação cuidadosa, conclui-se a relação matemática entre a medida do ângulo, do raio e do arco, respondendo o enunciado de um dos exercícios. Logo, foi possível entender e definir o que é "radiano": unidade de medida do ângulo associado a um arco da circunferência, cuja medida é igual à medida do raio, que é igual a 1 (unitário).

Além disso, também foi atribuído significado à relação $180^{\circ} = \Pi rad$, através da percepção da quantidade de arcos com a mesma medida do raio unitário que cabem em 180° , cuja resposta consiste em um número irracional de valor aproximado a 3,1415... (nomeado como pi ' Π '). É plausível associar esse momento ao acender de uma lâmpada, pois foi quando finalmente compreendi o que era o Π e o porquê de ele estar tão associado a figuras redondas. Finalmente, a medida da circunferência como sendo $2\Pi r$ saiu do meu imaginário imaturo, desenvolvido na Educação Básica, como apenas mais um item de uma lista infindável de fórmulas que parecem ter sido inventadas ao acaso, para uma percepção maturada do encantamento belo gerado pela Matemática e do valor que ela carrega.

Ademais, foi possível explorar as diferentes possibilidades de medidas em graus e radianos na circunferência, tomando sempre como pressuposto outro entendimento ministrado: diante da diversidade na escolha, é necessário uma orientação para que o diálogo entre grupo aconteça. Para o discernimento desse ponto, foram discutidos, também, tópicos envolvendo orientação (horário e anti-horário) e quadrante. Desse modo, a professora solicitou o traçado do plano cartesiano sobre o

5

círculo desenhado. Consequentemente, a definição do círculo trigonométrico passou a se fortalecer ainda mais e, então, consegui resolver as demais questões da atividade guiada, a partir do manuseio do material concreto e de um olhar mais apurado.

Em sequência, foram apresentados os arcos notáveis, através da demarcação sobre o círculo, com alfinetes. Após isso, foi proposto um desafio de demarcar, no papel ofício sobre o isopor, os múltiplos desses arcos, sem a utilização do transferidor. Desse modo, pude visualizar os prolongamentos dos arcos do primeiro para os demais quadrantes e, assim, comparar os resultados numéricos encontrados e associar padrões que se repetiam. Em vista disso, as fórmulas de redução de quadrantes foram deduzidas, bem como as relações de seno, cosseno e tangente existentes entre os arcos notáveis, de quadrante para quadrante, facilitando, mais uma vez, a organização e sistematização das ideias.

2.3 Outros recursos complementares

O constante exercício dessas novas considerações, através de outros recursos complementares, como traçados no caderno de desenho, preenchimento de tabelas e interpretação de gráficos, possibilitou que, somado a tudo isso, eu pudesse também visualizar um triângulo retângulo cuja hipotenusa corresponde ao raio da circunferência no círculo trigonométrico. Portanto, aprendi as relações trigonométricas numa perspectiva geométrica, como as projeções de elementos, a partir da movimentação dentro do ciclo. Essa foi uma das etapas que mais contribuiu para a consolidação do meu aprendizado ativo, não mecanizado, pois, foi manifesto que, a partir dos arcos notáveis, era possível visualizar inúmeros outros arcos no círculo trigonométrico.

Conforme as aulas foram se sucedendo, cada vez mais a turma foi respondendo positivamente às aulas, de modo que, nos últimos encontros do semestre, a execução de exercícios mais avançados tornou-se comum e simplificada, esses envolvendo, por exemplo, a construção dos gráficos de funções trigonométricas e a interpretação dos seus elementos, a aplicação de relações, como a relação fundamental, expressões e até redução dentro de um mesmo quadrante.

Dessa maneira, não havia mais a necessidade primária de estar sempre desenhando um círculo trigonométrico ou fazendo cálculos de conversão de grau para radiano, porque, após todo esse processo de apreensão, sempre revisitando as definições e a Geometria, os elementos básicos da Trigonometria tornaram-se, progressivamente, parte do meu imaginário matemático. Constatei, então, que desenvolvi um olhar diferenciado e especial do ambiente acadêmico.

3 Considerações finais

Apesar das dificuldades resultantes do atual contexto educacional do Ensino Básico e das particularidades individuais, o objetivo principal desse Componente Curricular foi alcançado com sucesso. Isso se deu devido à aplicação de uma boa didática que, aliada à utilização de uma gama de

recursos pedagógicos, resultou em despertar o estímulo dos discentes a participarem da construção do saber (pensando, refletindo, visualizando, discutindo e praticando). Essa experiência de estudar a Trigonometria para além das limitações dos livros e das listas de fórmulas foi, indubitavelmente, significante para mim, pois comprovou, na prática, que estudar a partir da definição e de uma visualização bem fundamentada faz toda a diferença.

Como efeito, alcancei uma considerável segurança na realização de exercícios individuais, explicação de questões resolvidas em grupo, apontamentos, arguições em sala de aula, desenhos, dentre outros métodos de avaliação. Logo, o saber tão almejado foi construído de forma excelente, abrindo sempre caminhos para novas lapidações e buscas, conforme foi concluído pela professora, na última aula, ao ver os resultados das atividades avaliativas.

Concluo que os impactos positivos dessas experiências, como um todo, não se restringiram a um resultado específico, como o de uma prova, mas que eles estão sendo desenvolvidos e ainda serão desfrutados nos próximos anos, no decorrer do curso, como também nas futuras gerações, durante o exercício da docência. Assim, a qualidade do Ensino Básico será aumentada e novos horizontes serão ampliados através da Educação.

Referências

BORGES, C. F. Transição das razões trigonométricas do triângulo retângulo para o círculo trigonométrico: uma sequência para o ensino. 2009. 151f. Dissertação (Mestrado) - PUC-SP, São Paulo, 2009.

FERNANDES, F. U. Estratégias pedagógicas com uso de tecnologias para o ensino de trigonometria na circunferência. 2010. 135f. Dissertação (Mestrado) - PUC - SP, São Paulo, 2010.

FERREIRA, A. L. A. **Um olhar sobre a história nas aulas de matemática**. Abakós, Belo Horizonte, v. 2, n. 1, p. 75-88, 2013.

FERREIRA, A. L. S. dos. **Trigonometria e funções trigonométricas, uma abordagem didático metodológica. 2016.** Trabalho de Conclusão de Curso (Mestrado em Matemática) – Universidade Federal do Amapá, Macapá, 2016.

GEOGEBRA. **Geogebra:** plataforma de matemática interativa. Disponível em: https://www.geogebra.org/classic?lang=pt_PT. Acesso em: 21 mar. 2025.

GRANDO, R. C. **Concepções quanto ao uso de jogos no ensino da Matemática**. Revista de Educação Matemática, São Paulo, v. 10, n. 12, p. 43-50, 2007

MARTINS, José. **Fundamentos da Matemática Elementar: Volume 3 - Trigonometria.** 9. ed. São Paulo: Atual Editora, 2013.



OLIVEIRA, E.S.S. de; FARIAS, L. M. S. Elementos do Processo Evolutivo do Conceito das Funções Seno e Cosseno: contribuições para uma razão de ser na construção de um **PEP. Educ. Matem. Pesq.**, São Paulo, v. 21, n. 5, p. 529-543, 2019.

SILVA, W. **0 ensino da trigonometria: perspectiva do ensino fundamental ao médio.** Universidade Estadual.