

## Cálculo de área curvilínea no jardim da Universidade do Estado da Bahia: uma aplicação de interpolação polinomial e integral definida

### Resumo:

O texto tem como objetivo relatar uma experiência vivenciada por estudantes do 5º semestre do curso de Licenciatura em Matemática em aulas de Cálculo II, referente a mostrar o uso de cálculo diferencial e integral para o cálculo de áreas curvilíneas, na qual o docente mostrou como aplicar a integral de modo a encontrar a área de uma figura curva delimitada em um plano. Nesse sentido, o relato de experiência aborda aspectos qualitativos ao buscar explorar a aplicação dos conceitos de Interpolação polinomial e integração no cálculo de área em uma região curvilínea. Através desta abordagem foi possível relacionar os conceitos teóricos do cálculo com uma situação do cotidiano, como a área de ambientes, assim atribuindo mais significado ao conteúdo, possibilitando sua compreensão de maneira mais profunda, uma vez que entender sua utilidade e aplicações.

**Palavras-chaves:** Cálculo diferencial. Integral. Área. Matemática.

### 1 Introdução

O presente trabalho foi escrito por alunos do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade do Estado da Bahia (UNEB), cujo objetivo é relatar uma experiência vivenciada por estudantes do curso de Licenciatura em Matemática ao discutir o cálculo da integral em figuras curvilíneas nas aulas de Cálculo II. A temática abordada parte de uma aula no 5º semestre do componente curricular Cálculo II, onde aplicou-se a integral para encontrar a área de uma curva delimitada em um plano. Nesse contexto, o professor, Dr. Daniel de Jesus Silva, levou os alunos até o jardim da UNEB, onde foi possível identificar diversas áreas planas com curvas que poderiam ser calculadas por meio do conteúdo aplicado em sala de aula.

Mediante a discussão do cálculo da integral em figuras curvilíneas, o professor pediu que escolhessem uma parte do jardim e elaborassem uma questão matemática a fim de obter-se sua área, explorando o uso de integral e de interpolação polinomial. Nesse cenário, os alunos escolheram uma

### Neisivaldo Guedes Santos

Universidade do Estado da Bahia  
Caetité, BA – Brasil

 <https://orcid.org/0009-0003-7488-2974>  
✉ [neyguedes@outlook.com](mailto:neyguedes@outlook.com)

### Júlia Sousa Silva

Universidade do Estado da Bahia  
Caetité, BA – Brasil

 <https://orcid.org/0009-0009-5231-1429>  
✉ [sousasilvajulia196@gmail.com](mailto:sousasilvajulia196@gmail.com)

### Daniel de Jesus Silva

Universidade do Estado da Bahia  
Caetité, BA – Brasil

 <https://orcid.org/0000-0001-6271-1295>  
✉ [djsilva@uneb.br](mailto:djsilva@uneb.br)

Recebido • 04/04/2025  
Aprovado • 05/06/2025  
Publicado • 08/08/2025

Relato de Experiência

parte do jardim que era formada por uma área retangular seguida de uma curva, com uma superfície coberta por grama, plantas e um bueiro. Diante disso, para obterem a área total, os alunos optaram por criar uma questão, na qual queriam descobrir a área de grama que aquela superfície do jardim teria se ela fosse totalmente formada por grama ao invés de possuir o bueiro e as plantas.

Diante do cenário posto, observou-se um fato crucial no ensino-aprendizagem presente na questão, a resolução de problemas. Nesse contexto, essa metodologia vem sendo abordada com uma maior frequência, visto que, segundo Pinto (apud BRASIL, 2017, p.6), “o conhecimento matemático é fruto da busca, pelo ser humano, de respostas a problemas que a sociedade lhe apresenta em suas práticas sociais”; nesse viés, há um problema proposto, uma vez que ele contextualiza um conteúdo vindo da sala de aula aplicado em algo do dia a dia, como o tamanho de uma área que seria formada por grama. Desse modo, o aluno responde à pergunta aplicando a resolução de problemas envolvendo uma visão do cotidiano.

No entanto, faz-se necessário um cuidado maior ao envolver a resolução de problemas em sala de aula, visto que essa metodologia deve favorecer a autonomia do discente. Nesse âmbito vale destacar que para Silva e Pires (2017, p.40),

Parece indiscutível que um currículo de Matemática deva centrar-se na resolução de problemas, não como mero coadjuvante ou como simples estratégia para auxiliar o ensino. Essa metodologia deve ser a protagonista de um processo que privilegia a criatividade, a autonomia e o trabalho cooperativa (Silva; Pires, 2012, p.40).

Perante o exposto, é de suma importância o papel do professor ao fazer uma contextualização do conteúdo com a realidade, não apenas envolvendo o cálculo da área como também a elaboração da questão. Segundo Ripoll, Rangel e Giraldo (2016, p.20), “A importância da contextualização de conteúdos em relação a situações da vida cotidiana e a aplicações compatíveis com os grupos sociais em que os alunos se inserem não deve ser desmerecida”, assim, ao explorar a elaboração de questões voltada para o cotidiano, já que todos os dias de aula os discentes passam pelo jardim, denota-se outro olhar para a matemática, que deixa de ser vista apenas em sala de aula, sendo mostrada em detalhes do dia a dia. Dessa forma, permite que o aluno coloque em prática algo que aprendeu em sala de aula.

Outro importante fator a ser analisado é o uso da modelagem matemática. Para Bassanezi (2002) a modelagem matemática é uma arte consistindo na transformação de problemas da realidade em problemas matemáticos e resolvendo de modo a interpretar conforme a solução na linguagem do mundo real; quando o professor pediu para usarem integral no cálculo de área de um local do jardim ocorreu a modelagem matemática de forma a transformar uma questão real em um problema matemático. Logo, a aula de cálculo ultrapassou a sala de aula, levando os alunos a aplicarem o conteúdo aprendido no mundo real.

Ademais, no que tange o conteúdo abordado, ao resolver a questão elaborada pelos alunos faz-se necessário uma maior exploração sobre cálculo de áreas por integral e interpolação polinomial. Os assuntos mencionados possibilitam a resolução da questão de forma clara, visto que trabalhar com área de figuras curvilíneas não é algo fácil, uma vez que no estudo da matemática as figuras

poligonais são mais utilizadas e o cálculo diferencial e integral não é abordado no ensino básico atualmente. Nesse contexto, Rezende (2003) aborda que a falta do ensino de cálculo na matemática básica traz dificuldades no ensino superior. Assim, a metodologia explorada pelo professor possibilitou um melhor entendimento do conteúdo.

### 1.1 Cálculo de área integral

Desde os tempos antigos, na Grécia 300 a.C., os matemáticos se interessavam por problemas que envolvessem o cálculo de área de figuras planas. O principal método utilizado por eles era o método da exaustão, que consiste em aproximar a figura dada por meio de outras, cujas áreas eram conhecidas, conforme destaca Eves (2004).

Durante o século XVII os matemáticos passaram a utilizar o artifício do limite para obter áreas de figuras não regulares curvilíneas, entretanto como relatado por Eves (2004), foram Newton e Leibniz que encontram uma maneira mais eficaz de se chegar ao resultado usando a integração, pois se uma quantidade pode ser calculada utilizando o método da exaustão, então ela também pode ser calculada com o uso de antiderivada. Esse importante resultado é denominado Teorema Fundamental do Cálculo.

Desta forma o cálculo de áreas por integrais utiliza os métodos ou técnicas de integração para determinar a área da região formada por uma curva no plano cartesiano, este processo é uma aplicação do conceito da soma de Riemann que consiste em dividir a área delimitada em infinitos retângulos com largura infinitesimal e somando suas áreas, como evidenciado por Stewart (2013). Em notação formal, a área da curva  $f(x)$  limitada em um intervalo fechado  $[a, b]$ , é dada pela integral definida de:

$$A = \int_a^b f(x)dx \quad (1)$$

Por sua vez como evidenciado por Stewart (2013), o Teorema Fundamental do Cálculo estabelece uma relação entre as operações de derivação e integração. Assim, ele nos diz que se  $f(x)$  é integrável no intervalo fechado de  $[a, b]$ , e se  $F(x)$  é uma primitiva qualquer de  $f(x)$  então:

$$\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a). \quad (2)$$

Que também pode ser escrito:

$$\int_a^b f(x)dx = F(x) \Big|_a^b = F(b) - F(a). \quad (3)$$

### 1.2 Interpolação polinomial

A interpolação polinomial é um método utilizado para determinar uma função  $f(x)$  através de um conjunto de pontos conhecidos. Existem diversas abordagens, como o método de Lagrange, o método de Newton e o de Hermite para se calcular a interpolação polinomial, cada um tendo suas vantagens. Daremos enfoque ao método de Lagrange, pois ele fornece uma fórmula precisa para o polinômio interpolador em função dos pontos dados.

O método ou técnica de Lagrange define que uma função  $L_i(x)$  corresponde a cada ponto  $(x_i, y_i)$ , os quais são conhecidos e bem determinados. Estas funções,  $L_i(x)$  são denominados polinômios de Lagrange, definidos por:

$$L_i(x) = \frac{(x - x_0) \dots (x - x_{i-1})(x - x_{i+1}) \dots (x - x_n)}{(x_i - x_0) \dots (x_i - x_{i-1})(x_i - x_{i+1}) \dots (x_i - x_n)} \quad (4)$$

Ao encontrar os polinômios de Lagrange,  $L_i(x)$  é preciso determinar o polinômio que passe respectivamente por todos os pontos conhecidos, este é o Polinômio Interpolador de Lagrange denotado por  $P_n(x)$ , onde  $n$  representa o grau do polinômio encontrado. Sendo assim, definimos:

(5)

$$P_n(x) = y_0 L_0(x) + y_1 L_1(x) + \dots + y_n L_n(x)$$

Que é o mesmo que:

$$P_n(x) = \sum_{i=0}^n y_i L_i(x) \quad (6)$$

## 2 Desenvolvimento Da Proposta

Este relato de experiência aborda aspectos qualitativos e visa explorar a aplicação dos conceitos de Interpolação polinomial e integração no cálculo de área em uma região curvilínea localizada no campus VI da UNEB. Por meio desta abordagem, é possível relacionar os conceitos teóricos do cálculo a uma situação que pode ocorrer no mundo real, desta forma atribuindo mais significado ao conteúdo, possibilitando sua compreensão de maneira mais profunda, por agora entender sua utilidade e aplicações.

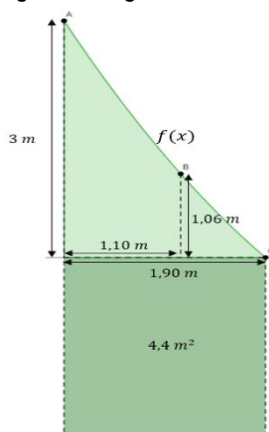
Diante desse pressuposto, a questão elaborada após retirar as medidas da região pela dupla foi a seguinte: “Observando o jardim, percebe-se que ele não é totalmente formado por grama, uma vez que possui plantas e um bueiro. Diante disso, se o jardim fosse formado apenas por grama, sabendo que a área retangular mede  $4,4 \text{ m}^2$ , e se sabe suas medidas dadas na Figura 2, qual seria a área de grama plantada no jardim?”

Figura 1 – Imagem da região.



Fonte: Autoria própria.

**Figura 2** – Imagem da região construída no GeoGebra.



Fonte: GeoGebra.

Para resolver esta questão é preciso determinar a área total do gramado, uma vez que já se sabe a área da parte retangular. Sendo assim, o estudante precisa calcular o restante da área formada pela curva do gramado, para isso ele precisa determinar a função  $f(x)$  aplicando a interpolação polinomial pelo método de Lagrange. Assim, o estudante inicialmente precisaria obter o  $L_0(x)$  para os pontos  $(0, 3)$ , o  $L_1(x)$  para os pontos  $(1.10, 1.06)$  e o  $L_2(x)$  para os pontos  $(1.90, 0)$ :

$$L_0(x) = \frac{(x - 1.10)(x - 1.90)}{(0 - 1.10)(0 - 1.90)} = \frac{100x^2 - 300x + 209}{209} \quad (7)$$

$$L_1(x) = \frac{(x - 0)(x - 1.90)}{(1.10 - 0)(1.10 - 1.90)} = -\left(\frac{50x^2 - 95x}{44}\right) \quad (8)$$

$$L_1(x) = \frac{(x - 0)(x - 1,10)}{(1,90 - 0)(1,90 - 1,10)} = \frac{50x^2 - 55x}{76} \quad (9)$$

Após isso ele precisa aplicar os resultados obtidos em  $L_i(x)$  no Polinômio Interpolador de Lagrange:

$$P_n(x) = y_0L_0(x) + y_1L_1(x) + \dots + y_nL_n(x) \quad (10)$$

$$P_2(x) = 3\left(\frac{100x^2 - 300x + 209}{209}\right) - 1,06\left(\frac{50x^2 - 95x}{44}\right) + 0\left(\frac{50x^2 - 55x}{76}\right) \quad (11)$$

$$P_2(x) = \left(\frac{300x^2 - 900x + 627}{209}\right) - \left(\frac{530x^2 - 1007x}{440}\right) \quad (12)$$

$$P_2(x) = \frac{1930x^2 - 16867x + 25080}{8360} \quad (13)$$

Após obter a função  $f(x)$  da curva pela interpolação polinomial, o estudante consegue calcular a área formada pela curva do gramado utilizando a integral definida no intervalo fechado de  $[0, 1.90]$ , o que leva aos seguintes cálculos:

$$A = \int_0^{1,90} f(x) \quad (14)$$

$$A = \int_0^{1,90} \frac{1930x^2 - 16867x + 25080}{8360} \quad (15)$$

$$A = \frac{1}{8360} \int_0^{1,90} 1930x^2 - \int_0^{1,90} 16867x + \int_0^{1,90} 25080 \quad (16)$$

$$A = \frac{1}{8360} (4412.623 \dots - 30444.935 + 47652) \quad (17)$$

$$A \cong 2,58 \text{ m}^2 \quad (18)$$

Como o estudante, encontrou uma área de  $2,58 \text{ m}^2$  para a região da curva e ele conhece a área do retângulo que mede  $4,4 \text{ m}^2$ . A área total de grama plantada no jardim seria de aproximadamente  $6,98 \text{ m}^2$ .

Diante da questão proposta, percebe-se que o uso da interpolação polinomial possibilitou a descoberta da área da figura curvilínea utilizando integral definida. Desse modo, a aplicação da temática acarretou na resolução do problema de forma simplificada, uma vez que, ao se tratar de uma figura não poligonal, geralmente, há uma dificuldade para obter sua área. Logo, a abordagem do

conteúdo feita pelo professor munida da metodologia usada para o trabalho acarretou em um maior aprendizado e na resolução do problema.

Ademais, é imprescindível relatar que o conteúdo abordado pode ser usado na medição de áreas de menor e de maior porte. Nesse viés, tem-se que a temática abordada em Cálculo II tem uma relação direta com área de figuras, um conteúdo que será trabalhado pelos futuros professores, o que, consoante a Alves (2022, p.60)

Lecionar o cálculo com integral contemplando essa perspectiva tornará o estudo desse tema, para os futuros professores muito mais relevante, pois se estará mostrando uma relação direta com a Matemática do curso de formação e a matemática que ele irá lecionar (Alves, 2022, p.60).

### 3 Considerações Finais

No decorrer do trabalho foi notório que o uso de integral e cálculo diferencial em uma questão elaborada pelos discentes propiciou um maior domínio do conteúdo, bem como a percepção de sua aplicabilidade no cotidiano. Além disso, o uso da resolução de problemas e da modelagem matemática possibilitou que os futuros docentes tivessem acesso a metodologias de ensino que poderão ser abordadas no exercício de sua profissão. Portanto, vale salientar que a elaboração da questão e sua resolução aliada com as práticas de ensino, fez com que os discentes olhassem de forma ampliada para a disciplina de Cálculo, uma vez que a integral pode ser usada para resolver um problema com área de um local possuindo regiões curvilíneas.

### Referências

ALVES, L. S. **O diálogo das matemáticas da educação básica e do ensino superior no estudo de áreas e volumes**. 2022. 72 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Especialização em Ensino de Matemática) – Instituto Federal da Paraíba, Campina Grande, 2022. Disponível em: [ifpb - repositório digital: o diálogo das matemáticas da educação básica e do ensino superior no estudo de áreas e volumes](#). Acesso em: 6 maio 2024.

BASSANEZI, R. C. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática**. São Paulo: Editora Contexto, 2002.

EVES, H. **Introdução à história da matemática**. 4. ed. Campinas: Editora da Unicamp, 2004.

GEOGEBRA. **GeoGebra Classic**. Versão 6.0. Disponível em: <https://www.geogebra.org/classic?lang=pt>. Acesso em: 6 maio 2024.

PINTO A. H. A Base Nacional Comum Curricular e o Ensino de Matemática: flexibilização ou engessamento do currículo escolar. **Bolema**, Rio Claro (SP), v. 31, n. 59, p. 1045-1060, dez. 2017. Disponível em: <https://doi.org/10.1590/1980-4415v31n59a10>. Acesso em: 05 maio 2024.

REZENDE, W. M. **O ensino de cálculo: dificuldades de natureza epistemológica**. 2003. 450f. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2003.

SILVA, M. A.; PIRES C. M. C. Quais os objetivos para o ensino de Matemática? Algumas reflexões sobre os pontos de vista de professores. **UNIÓN Revista Iberoamericana de Educación Matemática**, setembro de 2012. Disponível em: [\[PDF\] Quais os objetivos para o ensino de Matemática?: Algumas reflexões sobre os pontos de vista de professores | Semantic Scholar](#). Acesso em: 05 maio 2024.

STEWART, J. **Cálculo, volume I**. 7. ed. São Paulo: Cengage Learning, 2013.