BARREIRAS
XXI EBEM
XXI ENCONTRO BAIANO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA
13 a 16 de agosto de 2025
ISSN 2175-1668

Uma experiência Matemática na Feira de Graduação

Henrique Oliveira Monteiro
Universidade Estadual de Feira de Santana
Feira de Santana, BA – Brasil
https://orcid.org/0009-0003-6151-6975
oliveiramonteirohenrique@gmail.com

Beatryz Silva Queiroz
Universidade Estadual de Feira de Santana
Feira de Santana, BA – Brasil
https://orcid.org/0009-0004-6515-3937
biiaaaqueiroz@gmail.com

Wériton de Souza Lôbo
Universidade Estadual de Feira de Santana
Feira de Santana, BA – Brasil
https://orcid.org/0000-0002-0243-8319
weritonslobo@gmail.com

Recebido • 04/04/2025
Aprovado • 05/06/2025
Publicado • 08/08/2025

Relato de Experiência

Resumo:
Os paradoxos matemáticos tiveram um papel importante no desenvolvimento da Matemática, contribuindo para a construção de novas ideias, do rigor matemático, da clareza e de seus métodos. Assim, no processo de ensino e aprendizagem da matemática, pode-se utilizar os paradoxos para discutir os aspectos históricos dessa ciência e para despertar nos estudantes a análise sob diferentes perspectivas, promovendo uma compreensão mais profunda dos conceitos matemáticos. Desse modo, o presente trabalho tem como objetivo apresentar o ensino de dois paradoxos matemáticos: o Paradoxo de Monty Hall e o Paradoxo de Zenão, utilizando a perspectiva do ensino da matemática com materiais didáticos manipuláveis. O trabalho foi desenvolvido em um evento que reuniu diversas mostras de matemática, tendo como público-alvo estudantes e professores da Educação Básica e Ensino Superior. Observamos que essa atividade estimulou nos participantes a curiosidade, a argumentação, a compreensão e conceitos de limites e probabilidade.

Palavras-chaves: Paradoxos matemáticos. Material didático. Ensino de matemática. Monty Hall. Paradoxo de Zenão.

1 Introdução

Este trabalho é um relato das experiências vivenciadas por licenciandos do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Estadual de Feira de Santana (UEFS) que aplicaram uma mostra matemática na 1° Amostra Maria Hildete de Magalhães França sobre paradoxos matemáticos, possuindo como objetivo divulgar os Curso e Programas Especiais de Graduação, ocorrendo durante 2 dias, onde as escolas públicas e privadas foram convidadas a visitarem a feira, com as turmas do Ensino Fundamental e Ensino Médio, de maneira que os alunos visitavam à amostra matemática de forma livre e espontânea. É importante destacar que essas experiências surgiram em decorrência de algumas disciplinas durante a graduação, como Instrumentalização para ensino de Matemática VI (INEM-VI) e Estágio Supervisionado IV, as quais, em virtude da potencialidade que os materiais possuíam, decidimos levá-las para a mostra. Com isso, objetivamos apresentar o ensino de paradoxos matemáticos, utilizando a perspectiva de ensino de matemática com a utilização de materiais didáticos manipuláveis.

Destarte, um paradoxo é uma declaração que, aparentemente, é dita verdadeira, mas que leva a alguma contradição lógica. Em outras palavras, diz respeito a uma situação que vai contrariar o senso comum, podendo provocar uma reação de surpresa (Monteiro; Mondini, 2019). No desenvolvimento da Matemática, os paradoxos tiveram um papel importante, contribuindo para a construção de novas ideias, do rigor matemático, da clareza e dos seus métodos (Balieiro Filho; Oliveira, 2022).

Sob esse viés, os paradoxos podem aparecer de várias formas para o público. Pode-se encontrar um paradoxo que, conhecendo-o, poderá afirmar que é falso, mas que, na verdade, é verdadeiro, como o paradoxo de Zenão. Ou ainda o contrário, afirmações aparentemente verídicas, mas que, na verdade, são falsas. Pode-se ainda encontrar paradoxos que não seja possível classificar como verdadeiros ou falsos, ou ainda paradoxos que apresentam uma sequência de raciocínios verdadeiros, mas que entregam contradições lógicas (Balieiro Filho; Oliveira, 2022). Desse modo, o ensino sobre paradoxos, na sala de aula, pode contribuir para ampliar as percepções que os alunos tenham sobre a Matemática, auxilia o desenvolvimento do pensamento lógico e cria um ambiente de debate.

Destarte, propomos o ensino de paradoxos matemáticos por meio da utilização de materiais didáticos manipuláveis, contribuindo para a visualização e a compreensão desses conceitos muitas vezes abstratos. Lorenzato (2006) caracteriza esses materiais como qualquer instrumento útil no processo de ensino e aprendizagem. Outro exemplo de utilização de materiais manipuláveis é possível encontrar em Lôbo, Jesus e Madruga (2017), que tecem contribuições desses materiais para a ampliação e construção de conhecimentos sobre o objeto matemático a ser estudado.

Lorenzato (2006) ressalta, ainda, que o ensino pautado na manipulação desses materiais não se baseia simplesmente em trazer os objetos e permitir que os alunos tenham contato com eles. Faz-se necessário que o professor tenha paciência e compreenda que se trata de um processo de construção longo, que requer, acima de tudo, um movimento ativo do aluno.

De acordo com Rodrigues e Gazire (2012), os materiais didáticos manipuláveis (MD) se mostram como um importante recurso didático a serviço do professor. De forma que estes podem tornar as aulas de matemática mais dinâmicas e compreensíveis, com a participação dos alunos, à medida que permitem a aproximação da teoria matemática, por meio da constatação, juntamente com o envolvimento da prática, por meio de uma ação manipulativa.

Assim, a utilização de materiais didáticos manipuláveis é uma ótima forma de conceituação sobre assuntos matemáticos. Segundo Santos (2013), a utilização de materiais concretos auxilia no desenvolvimento do raciocínio dos alunos, estimulando o pensamento lógico-matemático na construção de esquemas conceituais que atribuem contornos e significados às ideias.

Desse modo, na seção seguinte, apresentaremos os paradoxos matemáticos selecionados, juntamente com os materiais didáticos manipuláveis, evidenciando as percepções dos estudantes ao participarem e sua relação com os paradoxos.

Anais do XXI Encontro Baiano de Educação Matemática
v. 1, n. 21, p. 1-8, 2025

2 Propostas de ensino com a utilização de MD

A Mostra Matemática contou com a presença de discentes do curso de Licenciatura em Matemática, que apresentaram dois paradoxos matemáticos para professores e estudantes da Educação Básica, com o auxílio de materiais didáticos manipuláveis. Desse modo, os paradoxos matemáticos escolhidos para a exposição foram o Paradoxo de Monty Hall e o Paradoxo de Zenão que serão apresentados na seção seguinte.

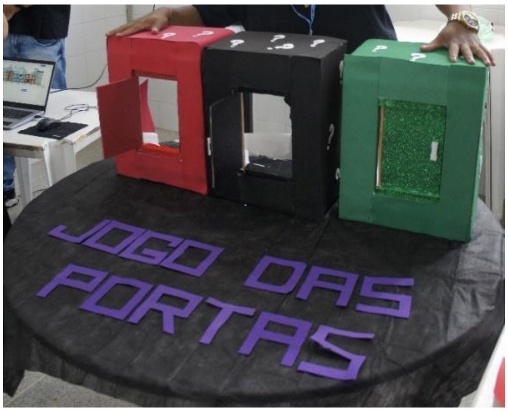
2.1 Paradoxo de Monty Hall

O paradoxo de Monty Hall surgiu nos Estados Unidos, na década de 1970, em um programa de auditório de TV apresentado pelo canadense Monty Hall1. No programa, o apresentador mostra ao público três portas enumeradas de 1 a 3 e explica que uma delas escondia um carro, enquanto as outras duas escondiam um bode. Em seguida, ele solicita que o convidado escolhido para participar do programa escolha uma porta para ser contemplado com o prêmio correspondente.

Após a escolha, o apresentador, que sabe atrás de qual porta o carro está, elimina uma das portas que guarda um bode. Então, volta a fazer uma outra pergunta ao participante, questionando se deseja continuar com a porta inicialmente escolhida ou se prefere trocá-la. Então, o paradoxo surge, com a seguinte pergunta: qual seria a melhor opção, ficar com a porta inicialmente escolhida ou trocar pela porta que sobrou?

A partir dessa contextualização, na mostra matemática, os monitores responsáveis pela exposição, iniciavam as apresentações, explicando para os discentes o que era um paradoxo matemático e as curiosidades, como: origem, inspiração e curiosidade sobre o paradoxo de Monty Hall. Em seguida, o monitor explicava que o intuito daquela dinâmica era encontrar o prêmio que estava escondido atrás de uma das três portas. Em seguida, foi solicitado que o estudante escolhesse uma das três portas. Após a escolha, o monitor abria uma das duas portas que sobrava, em que ele sabia que não guardava o prêmio, e fazia então uma outra pergunta para o estudante, se ele desejava continuar com a porta que tinha sido escolhida, ou se desejava fazer uma troca.

Figura 1 – Jogo das portas



---

[1] Neste link: https://www.youtube.com/watch?v=T5QYTrDReTo, é possível acompanhar um exemplo do paradoxo de Monty Hall.

Anais do XXI Encontro Baiano de Educação Matemática
v. 1, n. 21, p. 1-8, 2025

Fonte: Arquivo dos pesquisadores, 2025.

Durante a exposição do paradoxo, a maioria dos estudantes optavam por permanecer na porta que tinha sido anteriormente escolhida, justificando sua escolha com base na intuição ou acreditando que, após eliminar uma das portas, a probabilidade de escolher a porta certa ou errada seria de 50%. No entanto, quando o monitor explicava as possibilidades detalhadamente, os estudantes notavam que a realidade era diferente. Apresentava-se para os estudantes as três situações possíveis nesse paradoxo, exposto na Figura 2, no qual será feita uma análise, a fim de chegar na solução da pergunta.

Figura 2 – Possibilidades do jogo

PORTA 1	PORTA 2	PORTA 3	FICAR	TROCAR
PRÊMIO	NADA	NADA	GANHA	NADA
NADA	PRÊMIO	NADA	PERDE	GANHA
NADA	NADA	PRÊMIO	PERDE	GANHA

Fonte: Arquivo dos pesquisadores, 2025.

Assim, após a dinâmica inicial, dava-se continuidade à explicação de cada uma das situações. Analisando a Figura 2, na situação 1, suponha que a escolha do estudante tenha sido a porta com o prêmio. Com a eliminação de uma das portas sem prêmio, caso o convidado optasse por permanecer com a porta inicialmente escolhida, ele ganharia o prêmio; caso decidisse trocar, ficaria sem nada.

Na segunda situação, suponha que o convidado escolhesse a porta 1, que não guarda o prêmio. Ao eliminar outra porta, que também não contém o prêmio, se o participante escolhesse permanecer com a sua escolha inicial, não ganharia o prêmio. No entanto, se decidisse trocar, ficaria com o carro. A terceira situação é análoga à segunda: se trocar de porta, o convidado ganhará o carro; caso permaneça com sua escolha inicial, você perderá.

Então, os monitores retornaram uma pergunta aos estudantes: "E agora, você optaria por trocar ou continuar com a sua escolha inicial? E por quê?". Os estudantes responderam que agora trocariam, pois, a probabilidade de trocar e ganhar era maior do que a de ficar e ganhar. Alguns estudantes que optaram por ficar e ganharam o prêmio questionaram essa compreensão.

Era então pontuado para aqueles estudantes que, ao trocar sua escolha inicial, o participante ganhava em 2 de 3 casos possíveis. Assim, a probabilidade de trocar e ganhar era de 2/3, ou, aproximadamente, 67%, enquanto a de ficar e ganhar, em que o participante vencia em apenas 1 de 3 casos possíveis, era de 1/3, o que correspondia a, aproximadamente, 33%. Por esse motivo, embora a chance seja menor, ainda existia a possibilidade de o participante não mudar sua escolha e, mesmo assim, ganhar o prêmio. Assim a melhor estratégia no paradoxo de Monty Hall é trocar de porta.

2.2 Paradoxo de Zenão

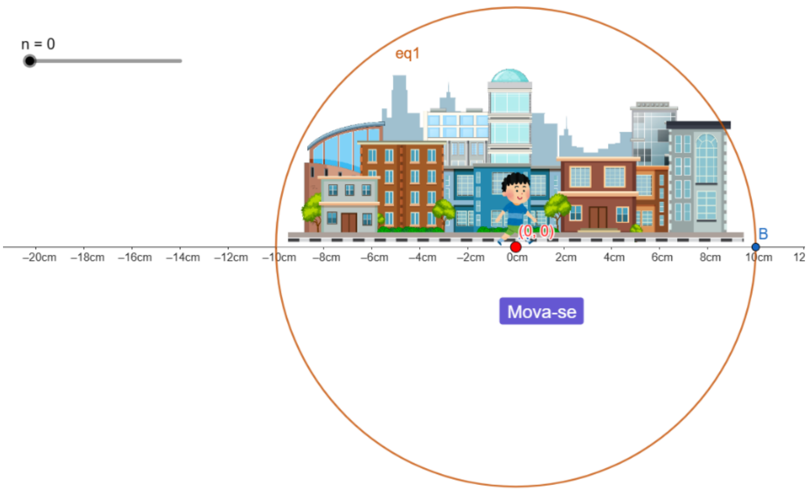
Anais do XXI Encontro Baiano de Educação Matemática
v. 1, n. 21, p. 1-8, 2025

O paradoxo de Zenão é um paradoxo matemático atribuído ao filósofo pré-socrático Zenão de Eleia (490 – 430 A.C), que, em sua obra *Secondary Source*, enunciou quarenta paradoxos que argumentam sobre movimento e mudança. Com isso, um dos mais famosos paradoxos que foi utilizado é sobre Aquiles e a tartaruga.

Aquiles e a tartaruga decidem apostar uma corrida, onde a velocidade de Aquiles é maior do que a da tartaruga, contudo, está recebe uma vantagem ao começar a corrida de um trecho a frente da linha de largada. Aquiles, nesse paradoxo, nunca sobrepassa à tartaruga, por quando ele chega à posição inicial **A** da tartaruga, ela já estará em uma posição **B**, e assim, sucessivamente, ao infinito.

Uma adaptação realizada dessa ideia foi aplicada durante a feira de graduação, utilizando a metáfora de um garoto que deseja se locomover da sua casa até a saída da cidade. Contudo, a cada passo dado pelo garoto, as suas pernas diminuem para a metade do tamanho anterior. Assim, à medida que ele dá o primeiro passo e percorre uma certa distância, o próximo passo dado percorrerá apenas metade da distância anterior, e assim sucessivamente ao infinito. Essa adaptação foi construída no Geogebra, como representado na Figura 3.

Figura 3 – Complexo de Zenão no Geogebra



Fonte: Arquivo dos pesquisadores, 2025.

Para tornar a discussão do paradoxo mais dinâmica e compreensível, o material didático elaborado possuía o desenho de uma cidade envolto em uma circunferência para demonstrar os limites da mesma e o desenho de um garoto no centro dessa cidade. Juntamente com eles, havia a representação de três pontos, um ponto inicial vermelho nas coordenadas (0,0), onde o garoto estava; um ponto **B,** que representava os limites da cidade, onde o garoto desejava ir; e um ponto não nominado, que representava as coordenadas no plano cartesiano da localização do garoto. Para a locomoção, o aluno apertava no botão de “Mova-se”, fazendo com que o garoto desse o primeiro passo, e assim, sucessivamente, com uma indicação no topo da tela de quantos passos foram dados.

O garoto se locomovia no plano cartesiano, segundo a expressão matemática $\left(10\left(1-\frac{1}{2^n}\right),0\right)$, onde **n** representa o valor do passo dado. Desse modo, logo quando o aluno dava

Anais do XXI Encontro Baiano de Educação Matemática
v. 1, n. 21, p. 1-8, 2025

o primeiro passo, ele se locomovia para a coordenada (5,0) no plano cartesiano, e assim, sucessivamente, à medida que o valor de **n** aumenta. Além disso, à medida que o garoto se move, um zoom é dado para acompanhar o movimento do garoto, sempre centralizando ele na tela.

Após a conceituação sobre a problemática do garoto se locomover da sua casa até o fim da cidade, era questionado a quem estava participando, se eles achavam que o garoto chegaria no fim da cidade. De maneira unânime, todos responderam que o garoto chegaria uma hora ou outra no fim, sendo que suas justificativas, eram sempre dizendo que, depois de um tempo andando chegaria lá.

Após o questionamento inicial, e a resposta de quem estava participando, o aluno poderia utilizar o material didático manipulável para validar sua resposta e mover-se com o garoto. Após serem livres para se locomover e ver que não importava a quantidade de passos que o garoto dava, ele jamais chegava no ponto na saída da cidade, era retirado o zoom da tela, e mostrava-se que o garoto estava muito próximo do ponto, mas nunca chegaria ali, mesmo que ele fizesse quantos passos eles quisessem, sempre ia faltar alguma coisa.

Uma das respostas mais surpreendentes foi a de um aluno do ensino médio, ao ser questionado se ele acreditava que o boneco conseguiria chegar na borda da cidade, ele respondeu que sim e arrastou o ponto do limite da cidade até o personagem. Foi uma resposta nova e inesperada frente aquela situação, demonstrando como atividades de caráter mais amplo e investigativo podem ter respostas inesperadas, contudo, cabe ao professor mediar e contra-argumentar sobre essas soluções. Dessa maneira, para validar a resposta dele ou não, foi questionado se, para sair da universidade, ele andaria até a saída ou se iria trazer a saída até ele. Assim, como ele respondendo que teria que andar até a saída e entendia o porquê, não poderia simplesmente arrastar o ponto até o personagem.

3 Considerações Finais

Pode-se ressaltar que o uso de paradoxos matemáticos se mostra como uma poderosa ferramenta no processo de discussão e apresentação de conteúdos, sendo bastante útil para motivar e cativar os alunos no processo de ensino de diferentes assuntos. Contudo, não basta apenas utilizar os materiais como ferramenta de visualização, é necessário potencializar o processo reflexivo sobre o conteúdo, de forma a usar o material como auxiliador da prática.

Durante a mostra de matemática, a utilização dos materiais para explicar os paradoxos mostrou-se bem positiva no processo de ensino, facilitando a visualização de problemas e respostas, aproximando os alunos do objeto de estudo sem perder o rigor. Além disso, instigou e incentivou a participação deles, seja pela curiosidade ou a manipulação dos objetos.

Por mais que vários estudantes não tinham tido um contato inicial com assuntos, como probabilidade, limite ou continuidade, isso não se mostrou um grande problema durante a mostra, ressaltando-se que os conteúdos matemáticos trabalhos também estão previstos pela Base Nacional Comum Curricular (BNCC), como por exemplo, ao trabalhar o paradoxo de Monty Hall, é possível desenvolver nos estudantes habilidades relacionadas à resolução de problemas de probabilidade, como previsto pela habilidade EM13MAT311 enquanto que, no paradoxo de Zenão, a discussão sobre somas infinitas e sequências permite explorar habilidades, como a EF08MA11, que trata sobre a resolução de problemas envolvendo progressões e regularidades, favorecendo também o desenvolvimento do pensamento lógico-matemático, o qual é amplamente discutido e abordado na BNCC em várias habilidades.

Além disso, a utilização dos materiais para a explicação dos paradoxos trouxe consigo várias situações em que as respostas dos alunos foram inesperadas e criativas. Desse modo, o professor não deve, simplesmente, negar a solução e apresentar a resposta correta, mas assim como foi realizado, instigar o aluno acerca da sua própria solução, fazendo-o refletir e assim questionar a sua própria resposta como válida ou não, impulsionando o processo educacional.

Dessa forma, a experiência da utilização de Materiais Didáticos Manipuláveis, demonstrou-se bastante positiva, pois não apenas facilita a compreensão de conceitos abstratos, mas também promove um ambiente mais interativo e reflexivo no ensino de matemática, estimulando a investigação e autonomia intelectual dos alunos, permitindo que eles interajam e explorem paradoxos de maneira instigante, despertando o interesse e causando questionamentos acerca das suas intuições matemáticas.

Referências

BALIEIRO FILHO, Inocêncio Fernandes; OLIVEIRA, Ernandes Rocha de. Os paradoxos no ensino de Matemática: uma perspectiva histórica. **Revista de Educação Matemática**, [*s. l.*], v. 19, n. 01, p. e022013, 2022. DOI: 10.37001/remat25269062v19id588. Disponível em: https://www.revistasbemsp.com.br/index.php/REMat-SP/article/view/77. Acesso em: 22 mar. 2025.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Curricular Comum**. Brasília, [2018?].Disponível em: https://basenacionalcomum.mec.gov.br/abase/. Acesso em: 09 mai. 2025.

LOBO, W. de S.; JESUS, G. B. de; MADRUGA, Z. E. de F. Teoria das Situações Didáticas: uma proposta de ensino de Inequações utilizando a Régua Trigonometrica. **Com a Palavra, o Professor**, *[S. l.]*, v. 2, n. 4, p. 25–46, 2017. DOI: 10.23864/cpp.v2i3.227. Disponível em: http://revista.geem.mat.br/index.php/CPP/article/view/227. Acesso em: 7 abr. 2025.

LORENZATO, Sérgio. Laboratório de ensino de matemática e materiais didáticos manipuláveis. *In*: LORENZATO, Sérgio. **Laboratório de Ensino de Matemática na formação de professores**. Campinas: Autores Associados, 2006. p. 3-38.

MONTEIRO, Gisele de Lourdes; MONDINI, Fabiane. Paradoxos falsídicos:os primeiros enfrentamentos do conceito de infinitono contexto da ciência matemática. **Docência em Ciências**, v. 4, n.2 p. 30-47, 2019. Disponível em: https://periodicos.utfpr.edu.br/actio/article/view/9400/6354. Acesso em: 22 mar.2025.

Anais do XXI Encontro Baiano de Educação Matemática
v. 1, n. 21, p. 1-8, 2025

RODRIGUES, Fredy Coelho; GAZIRE, Eliane Scheid. Reflexões sobre uso de material didático manipulável no ensino de matemática: da ação experimental à reflexão**. Revemat: Revista Eletrônica de Educação Matemática**, v. 7, n. 2, p. 187–199, 2012. Disponível em: https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/article/view/1981-1322.2012v7n2p187. Acesso em: 22 mar. 2025.

SANTOS, Anderson Oramisio; OLIVEIRA, Camila Rezende; OLIVEIRA, Guilherme Saramago de. Material Concreto: Uma Estratégia Pedagógica para Trabalhar Conceitos Matemáticos nas Séries Iniciais do Ensino Fundamental. **Itinerarius Reflectionis**, Jataí-GO., v. 9, n. 1, 2013. DOI: 10.5216/rir.v1i14.24344. Disponível em: https://revistas.ufj.edu.br/rir/article/view/24344. Acesso em: 22 mar. 2025.