

O Material Manipulável enquanto metáfora do objeto matemático: uma discussão a partir do seu uso para o ensino de frações

Resumo:

Nesse texto, apresentaremos algumas ideias teóricas sobre o uso de materiais manipuláveis no ensino de fração evidenciando a relação do manipulável e o objeto matemático. Objetiva-se discutir sobre o limite de alguns materiais manipuláveis para a produção de um discurso matemático legítimo. Este trabalho é fruto de levantamentos bibliográficos realizados, além de uma vivência de simulação de aula, em um curso de Licenciatura em Matemática, que ocasionou na discussão em torno da natureza desses materiais e sua relação com o ensino de Matemática. O conceito de manipulável como metáfora é utilizado. Quando usamos um manipulável como mediador visual do objeto matemático, a comparação e conexão só são possíveis devido às semelhanças entre eles, assim como na figura de linguagem metáfora. Ou seja, nem todo manipulável é interessante para o ensino e suas características não podem ser conflitantes com o conceito matemático a ser ensinado, evitando de ser um obstáculo na construção de um discurso matemático legítimo.

Palavras-chaves: Materiais Manipuláveis. Ensino de Fração. Ensino de Matemática.

1 Introdução

A utilização de materiais manipuláveis no ensino da matemática pode oferecer aos alunos a oportunidade de explorar e compreender conceitos matemáticos de forma prática e interativa. Neste trabalho, assumo materiais manipuláveis, ou simplesmente manipuláveis, como objetos que podem ser tocados, sentidos e movimentados pelos sujeitos (Reys, 1971, *apud* Matos; Serrazina, 1996). Ao manusear objetos, os estudantes podem visualizar e experimentar as ideias matemáticas (Lorenzato, 2006). Os materiais manipuláveis podem ser utilizados em diversas áreas da matemática, como geometria, álgebra e aritmética, proporcionando qualidades diferentes a uma aula de matemática.

Nesse sentido, uma simulação de aula de matemática utilizando esses materiais, vivenciada em um curso de Licenciatura em Matemática, além de outras reflexões, ocasionou uma discussão em torno da natureza dos materiais manipuláveis e sua relação com o ensino de Matemática. Na

Jamille Vilas Bôas

Instituto Federal da Bahia
Salvador, BA – Brasil

 <https://orcid.org/0000-0002-1795-6880>
✉ jamille@ifba.edu.br

Recebido • 04/04/2025
Aprovado • 05/06/2025
Publicado • 08/08/2025

Comunicação Científica

ocasião, uma licencianda utilizou tampinhas plásticas de refrigerante para representar frações e elucidar sua equivalência. Porém, algumas características do objeto matemático deixavam de aparecer visualmente. O que possibilitou discussões sobre qual o limite de alguns manipuláveis para a produção de um discurso matemático legítimo? Está é a questão norteadora deste texto. Assumo que objetos matemáticos, como um triângulo ou uma matriz, não existem fisicamente no mundo, sendo entendidos como construções discursivas (Sfard, 2008), cujas representações físicas podem ser vistas como mediadores visuais. Segundo Davis e Hersh (1985, p. 157), por exemplo:

Um carpinteiro, usando uma régua de metal, traça uma reta, com um lápis, em uma prancha, para usá-la como guia, ao cortar a prancha. A reta que ele traçou é uma coisa física; é um depósito de grafite sobre a superfície da prancha física. Possui largura e espessura variável, e, ao seguir a borda da régua, a ponta do lápis reage as desigualdades da superfície da prancha e traça uma reta que tem desvios e asperezas. Ao lado deste exemplo real, concreto, de uma reta, existe a ideia mental da abstração matemática de uma linha reta ideal. Em sua versão idealizada, todos os fatos não essenciais e imperfeições do exemplo concreto foram miraculosamente eliminados (Davis; Hersh, 1985, p. 187).

Em alguma medida, a relação entre a reta rabiscada pelo carpinteiro e a reta enquanto objeto matemático, além de tantas outras experiências que vivemos, como “seguir reto” até um destino, podem nos ajudar a manejar discursivamente a reta matemática. Porém, não se pode esperar uma total correspondência entre o objeto e sua representação, devido às suas naturezas ontologicamente diferentes (Vilas Bôas; Barbosa, 2011). No uso de materiais manipuláveis como mediadores visuais em uma sala de aula, o/a professor/a pode utilizá-lo para descrever, definir, comparar e/ou justificar propriedades de objetos matemáticos. A partir dessas considerações, esta pesquisa apresenta algumas ideias teóricas sobre o uso de materiais manipuláveis no ensino de fração, evidenciando a relação do manipulável com o objeto matemático.

Este é um trabalho introdutório, inspirada na pesquisa descritiva. Segundo Gil (2008, p. 42), “a pesquisa descritiva observa, registra, analisa e correlaciona fatos ou fenômenos (sem manipulá-los)”. Além disso, foi realizado um levantamento bibliográfico, através do google acadêmico, para subsidiar e ilustrar as discussões propostas com exemplos de sala de aula. Acredito que esta discussão pode preencher uma lacuna na compreensão do uso destes materiais no ensino de Matemática, além de oferecer resultados teóricos para professores e pesquisadores a respeito da compreensão e da utilização desses materiais em sala de aula.

2 Usos de materiais manipuláveis no ensino de frações

Parece haver um entendimento comum que há muitas potencialidades no uso de materiais manipuláveis no ensino de matemática (Lorenzato, 2006). No ensino de frações podemos observar diversos exemplos exitosos de seu uso. Seja através do Frac-soma 235, que consiste em barras com

60 cm de comprimento, sendo divididas em peças congruentes entre si, cujos divisores são múltiplos de 2, 3 e 5 (Araújo, 2013).

Figura 1 – Frac-soma 235.



Fonte: (Araújo, 2013, p. 5).

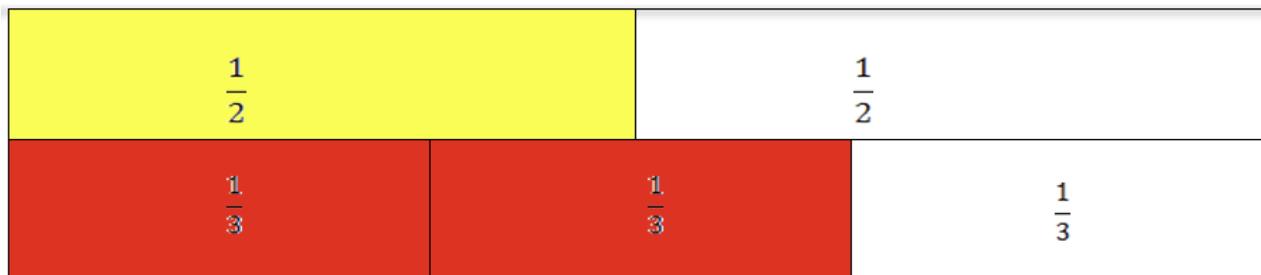
Neste caso, pode-se discutir o conceito de frações, explorar as relações de equivalência, operações de redução ao mesmo denominador, soma e subtração de frações, igualdade, divisão de frações. Há outros exemplos na literatura para tais abordagens, como os discos de frações (Souza; Santos; Santos, 2023) e uso de dobraduras (Silva, 2016), conforme Figuras 2 e 3:

Figura 2 – Disco de frações.



Fonte: (Souza; Santos; Santos, 2023, p. 12).

Figura 3 – Dobraduras.



Fonte: (Silva, 2016, p. 8).

Segundo os autores, estes materiais podem auxiliar na compreensão, comparação e ordenamento de frações, associando a ideia de partes de inteiros e resultado de divisão, identificando, por exemplo, frações equivalentes. Destaca-se, porém, que o uso do material depende do profissional que o utiliza, do conteúdo a ser abordado e dos objetivos que se espera alcançar (Turrioni; Perez, 2006). Ou seja, nenhum material é válido por si só e é na sua interação em sala que se promove o fazer matemático.

Na simulação da aula indicada no início desse estudo, a discente utilizou tampinhas para discutir o conceito de fração e sua equivalência. Iniciou-se a atividade entregando um kit com aproximadamente 12 tampinhas para cada participante e indicando como seria a representação de cada fração: o denominador da fração seria representado pelo total de tampinhas e o numerador seria representado com a tampinha virada para cima. Ou seja, $\frac{1}{3}$ seria representado conforme a Figura 4:

Figura 4 – Representação de $\frac{1}{3}$.



Fonte: Acervo pessoal.

3 tampinhas no total, representando o denominador, e uma tampinha voltada para cima, representando o numerador. O uso de tampas de cores distintas é somente para realçar o valor do numerador. Neste caso, após algumas representações, a simulação de aula foi interrompida com alguns questionamentos. Alguns participantes, após representar $\frac{1}{2}$ e $\frac{1}{3}$, conforme ilustra a figura 5, observaram:

Figura 5 – Representação de $\frac{1}{2}$ e $\frac{1}{3}$.



Fonte: Acervo pessoal.

A representação da fração $1/2$ tem uma extensão menor que a representação por tampinhas da fração $1/3$, pois a primeira é formada com duas tampinhas e a segunda com três tampinhas. Dessa forma, um discente, a partir dessa percepção visual, pode entender que $1/2$ é menor que $1/3$, o que diverge do conceito matemático escolar. Será então que esse é um material interessante para ensinar frações? Novos questionamentos surgiram, após o início da discussão sobre equivalência de frações, ao observar as representações de $1/2$ e $2/4$, conforme Figuras 6 e 7:

Figura 6 – Representação de $1/2$.



Fonte: Acervo pessoal.

Figura 7 – Representação de $2/4$.



Fonte: Acervo pessoal.

O espaço ocupado por 4 tampinhas é maior que o espaço ocupado por 2 tampinhas. Dessa forma, $1/2$ parece menor que $2/4$ e não equivalentes, como são. A característica visual relacionada à extensão das tampinhas é fundamental para o entendimento dos conceitos trabalhados? O entendimento foi que sim. Entendemos, naquela simulação de aula, que nem todo manipulável é interessante para o ensino e mais, suas características não podem ser conflitantes com o conceito matemático a ser ensinado, pois pode acarretar noções matemáticas equivocadas, conforme discutiremos a seguir.

3 O manipulável enquanto metáfora do objeto matemático

Vilas Bôas (2019) apresenta cinco categorias possíveis para os manipuláveis usados no ensino de matemática, são elas: materiais usados como metáforas de ideias matemáticas, manipuláveis projetados para representar conceitos matemáticos, manipuláveis que representam problemas matemáticos, os jogos manipulativos e os instrumentos. O conceito de manipulável como metáfora baseia-se na figura de linguagem que estabelece sentidos por meio de comparações implícitas, ou seja, a metáfora. É essa categoria que será abordada nesta seção. De acordo com Lakoff e Núñez (2000), a metáfora não é apenas um elemento da linguagem, mas também nos permitem estruturar conceitos complexos a partir de noções mais simples e concretas. De maneira geral, a metáfora pode ser entendida como a interpretação de um domínio de conhecimento a partir de outro (Lakoff; Núñez, 2000).

Nesse sentido, essa categoria inclui “manipuláveis que originalmente são produzidos para usos diversos, para além da matemática, para além do ensino e que podem ser incorporados na prática pedagógica por terem semelhança ou relação com alguma ideia matemática.” (Vilas Bôas, 2019, p. 3). Exemplos incluem o quadro branco utilizado para representar um retângulo, a relação entre a abertura de uma porta e a parede para discutir a ideia de ângulo, ou ainda, o uso de tampinhas com duas cores diferentes para discutir operações com números inteiros. Observemos que esses materiais, embora não tenham sido criados para fins educativos, são adaptados à prática pedagógica, devido a possíveis similaridades com conceitos matemáticos.

Ao fazer a opção pelo seu uso, o/a professor/a precisa garantir tal similaridade. Quando usamos um manipulável como mediador visual do objeto matemático, a comparação e conexão só são possíveis devido às semelhanças entre eles, assim como na metáfora. Neste caso, é na experiência corporal, observando, tocando, que o/a discente poderá construir e fazer uso de um discurso matemático que será legitimado pelo/a professor/a. Dessa forma, se alguma característica física do manipulável diverge do objeto matemático, há muitas limitações no seu uso. Podendo até contribuir para erros matemáticos conceituais.

Como no caso das tampinhas de refrigerante utilizadas para representar e comparar frações. O/a discente pode achar que $1/3$ é maior que $1/2$ já que a extensão da representação do $1/3$ por meio das tampinhas é maior que $1/2$. Além de poder dificultar o entendimento de equivalência, conforme

discutido na seção anterior. Neste caso, o manipulável transforma-se em um obstáculo na construção do discurso matemático legítimo. O que precisa ser evitado a partir de boas escolhas desse material, observando suas características, a relação delas com o objeto matemático ao qual se está relacionado, se possível ainda, buscar estudos que discutem seu uso aplicado ao ensino.

4 Considerações

Nesse estudo, buscou-se, a partir de uma vivência, discutir sobre o uso de materiais manipuláveis no ensino de fração e, principalmente, a relação do manipulável e o objeto matemático. Segundo Vilas Bôas (2019), alguns manipuláveis utilizados na prática pedagógica são originalmente criados para outros usos, mas incorporados à sala quando possuem semelhança ou relação com conceitos matemáticos, são usados como metáforas de ideias matemáticas. Muitos professores recorrem a estes no ensino de matemática, mais corriqueiramente na geometria, quando por exemplo, ao explicar sobre a esfera menciona-se uma bola de futebol e suas características.

Conforme discutido, embora esses materiais não tenham sido desenvolvidos com propósitos educativos, sua adaptação ao ensino ocorre devido às possíveis semelhanças com conceitos matemáticos. Ao optar por utilizá-los, precisa ser assegurado essa similaridade, pois o uso do manipulável como mediador visual do objeto matemático depende dessa conexão. Assim como nas metáforas, a compreensão matemática emerge da experiência corporal – ao observar, tocar o material, o/a estudante constrói um discurso matemático legítimo. No entanto, caso o manipulável apresente características físicas que se afastam do conceito matemático que se deseja ensinar, seu uso pode ser limitado e até mesmo induzir, ao que chamamos, de erros conceituais.

Uma possibilidade é buscar discussões na literatura a respeito desses materiais antes de aplicá-los. Como no caso de frações, é possível identificar diversas experiências sendo debatidas, como o uso do Frac-soma ou o disco de frações, que podem inspirar e auxiliar o/a docente para o ensino deste conteúdo matemático. Observando que suas características devem estar alinhadas ao conceito matemático a ser ensinado, pois incompatibilidades podem transformar o manipulável em um obstáculo na construção do discurso matemático legítimo.

Referências

ARAÚJO, W. A. O uso do Frac-soma 235 no processo de ensino e aprendizagem de frações para o ensino fundamental. In: XI Encontro Nacional de Educação Matemática, 9. 2013. Curitiba. **Anais[...]**, 2013.

DAVIS, P. J.; HERSH, R. **A experiência matemática**. Rio de Janeiro: F. Alves, 1985.

Gil, A. C. **Métodos e técnicas de pesquisa social**. São Paulo: Atlas, 2008.

LAKOFF, G.; NÚÑEZ, R. **Where mathematics comes from: How the Embodied Mind Brings Mathematics into Being**. New York: Basic Books, 2000.

LORENZATO, S. Laboratório de ensino de matemática e materiais didáticos manipuláveis. *In*: LORENZATO, S. (Org.). **O laboratório de ensino de matemática na formação de professores**. São Paulo: Autores Associados, p. 3– 38, 2006.

MATOS, J.M.; SERRAZINA, M.L. **Didáctica da matemática**. Lisboa: Universidade Aberta, 1996.

SFARD, A. **Thinking as communicating: human development, the growth of discourses, and mathematizing**. Cambridge: University Press, 2008.

SILVA, J. S. C. uma proposta de aprendizagem significativa para a eja: o ensino de frações por meio das dobraduras. *In*: XII Encontro Nacional de Educação Matemática, 13. 2016. São Paulo. **Anais[...]**, 2016.

SOUZA, A. L.; SANTOS, R. S.; SANTOS, A. E. S. o uso de materiais manipuláveis no aprendizado de adição e subtração de frações. **Revista Foco**, Curitiba, v.16, n.12, p.01-18, 2023.

TURRIONI, A.M.S.; PEREZ, G. Implementando um laboratório de educação matemática para apoio na formação de professores. *In*: LORENZATO, S. (Ogr.) **O laboratório de ensino de matemática na formação de professores**. São Paulo: Autores Associados, p. 57 - 76, 2006.

VILAS BÔAS, J. BARBOSA, J. C. Os Materiais Manipuláveis e a Produção Discursiva dos Alunos na Aula de Matemática. **Acta Scientiae**, Canoas, v. 13, n.2, p.39-53, jul./dez. 2011.

VILAS BÔAS, J. Materiais manipuláveis no ensino de matemática: uma categorização possível. *In*: XIII Encontro Nacional de Educação Matemática, 13. 2019. Cuiabá. **Anais[...]**, 2019.