XXI EBEM
BARREIRAS
XXI ENCONTRO BAIANO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA
13 a 16 de agosto de 2025
ISSN 2175-1668
CC BY NC SA

O Percurso de Estudo e Pesquisa para o ensino e aprendizagem da Matemática

Liliane Lopes Machado
Universidade Estadual de Feira de Santana
Feira de Santana, BA – Brasil
https://orcid.org/0009-0003-0405-3513
lilianelopesmachado@gmail.com

Recebido • 04/04/2025
Aprovado • 05/06/2025
Publicado • 08/08/2025

Comunicação Científica

Resumo:
O ensino e a aprendizagem de Matemática têm sido temas de diversas pesquisas no campo da Educação Matemática, as quais abordam os desafios e as potencialidades a partir de diferentes perspectivas teóricas. Nesse contexto, o presente trabalho é um ensaio teórico que tem como objetivo discutir brevemente o Percurso de Estudo e Pesquisa (PEP) como uma abordagem para o ensino e a aprendizagem da Matemática. O PEP é um dispositivo didático e metodológico oriundo da Teoria Antropológica do Didático, proposta por Yves Chevallard e seus colaboradores. Neste texto, buscamos esclarecer os fundamentos dessa teoria e as possibilidades de aplicação do PEP na prática educacional, considerando seus possíveis impactos na formação dos estudantes. Além disso, pretende-se refletir sobre os desafios e as possibilidades dessa abordagem no contexto escolar, contribuindo para o debate sobre as perspectivas no ensino da Matemática.

Palavras-chaves: Percurso de Estudo e Pesquisa. Matemática. Ensino e aprendizagem. Teoria Antropológica do Didático.

1 Introdução

O ensino e a aprendizagem da Matemática enfrentam desafios constantes, tanto na educação básica quanto no ensino superior. Essa temática tem se configurado como um campo fértil de discussões e pesquisas no âmbito da Educação Matemática, que busca respostas para esses desafios. Tais pesquisas podem seguir diferentes direções, abordando novas metodologias didáticas, tendências teóricas e metodológicas, o uso de tecnologias no ensino e a investigação de práticas pedagógicas mais eficazes, entre outras possibilidades.

Nesse cenário, tomamos como base teórica, neste trabalho, a Teoria Antropológica do Didático (TAD), desenvolvida por Yves Chevallard e seus colaboradores. Segundo Chevallard (1999), a TAD analisa as relações entre o saber, o sujeito e as instituições, especialmente na interação entre o indivíduo e o conhecimento matemático em diversas situações. O termo "antropológico" é empregado para situar a atividade matemática no contexto das atividades humanas e das instituições sociais.

Assim, a TAD permite analisar como a Matemática é construída, ensinada e aprendida, considerando o papel que desempenha na vida humana e nas estruturas sociais.

Considerando o atual quadro educacional vivenciado no pós-pandemia — marcado pelas redes sociais, pelo livre acesso à internet e pelas novas tecnologias —, a escola, que já vinha sofrendo abalos em sua estrutura tradicional, precisa incorporar às suas práticas novos elementos que fazem parte da sociedade. Nesse contexto, a Teoria Antropológica do Didático define o que chama de paradigmas, entendidos como um conjunto de regras que, mesmo implicitamente, determinam o que deve ser estudado (Chevallard, 2009). Observamos que a escola de hoje ainda opera predominantemente sob o chamado Paradigma Monumentalista, que, conforme Chevallard e Strømskag (2022), trata os conteúdos como objetos de estudo em si mesmos, repetindo-os por força da tradição curricular. Nesse caso, o estudo se assemelha a uma visita a um museu, em que o estudante apenas observa as obras, sem interagir, questionar ou utilizá-las.

Para contrapor esse paradigma, Chevallard e Strømskag (2022) propõem o novo Paradigma de Pesquisa e Questionamento do Mundo. Nesse paradigma, "[...] as obras podem ser visitadas e estudadas na procura de dar resposta a um questionamento inicial. Neste paradigma é importante estudar as razões de ser que fizeram e fazem existir determinada obra" (Almouloud, 2022, p. 439). Assim, há um processo de investigação e pesquisa que visa descobrir as razões de existência de determinados conhecimentos — ou seja, busca-se compreender a razão de ser dos objetos de conhecimento e o motivo de estudá-los nas instituições das quais fazemos parte.

De acordo com Bosch (2019), o principal elemento para definir o Paradigma de Questionamento do Mundo é a noção de Percurso de Estudo e Pesquisa (PEP). Nesse contexto, o presente trabalho propõe o PEP como um dispositivo teórico-metodológico para o ensino da Matemática. O PEP é uma abordagem baseada na investigação, em que a aprendizagem se organiza em torno de uma pergunta a ser respondida, e não apenas de um conteúdo a ser transmitido. Nesse processo, os estudantes, com a orientação do professor, exploram diferentes fontes e ferramentas para responder à questão proposta.

Por conseguinte, este trabalho tem como objetivo discutir brevemente o Percurso de Estudo e Pesquisa como uma abordagem para o ensino e a aprendizagem da Matemática. Na sequência, discutimos os fundamentos da Teoria Antropológica do Didático e apresentamos com mais profundidade os paradigmas. Em seguida, abordamos as características do PEP e, posteriormente, o tópico central, que trata do PEP no ensino de Matemática.

2 Teoria Antropológica do Didático

A Teoria Antropológica do Didático (TAD) "situa a atividade matemática, e então a atividade de estudos em matemática, no conjunto das atividades humanas e das instituições sociais" (Chevallard, 1999, p. 223). Dessa forma, a TAD busca analisar e compreender como o conhecimento matemático é construído, transformado e difundido nas instituições sociais. Seu postulado básico considera que

todo conhecimento, tanto teórico quanto prático, pode ser descrito em termos de praxeologias, entendidas como conjuntos organizados de práticas e discursos.

> O conhecimento, tanto no sentido teórico quanto prático, é modelado no TAD por meio da noção de praxeologia. O termo é formado por uma combinação de práxis — o saber-fazer ou as maneiras de fazer — e logos — um discurso organizado sobre a práxis. Os blocos de práxis e logos de uma praxeologia são, por sua vez, constituídos por dois elementos distintos: tipos de tarefas e técnicas para realizá-las, para a práxis; uma tecnologia ou discurso sobre a técnica, e uma teoria ou justificativa da tecnologia, para o logos (Bosch, 2019, p. 4034, tradução nossa).

Nesse contexto, a praxeologia é composta por quatro elementos: o tipo de tarefa (T), as técnicas que resolvem as tarefas desse tipo (τ), a tecnologia (θ) que justifica as técnicas e garante sua validade, e, por fim, a teoria (Θ) que fundamenta a tecnologia (Chevallard, 1999).

A TAD considera a Matemática um conhecimento que surge e se desenvolve em determinados contextos sociais, dependendo das necessidades de transmissão, uso e difusão. Isso possibilita a circulação e o estabelecimento desse conhecimento em diversos contextos (Guadagnini e Dias, 2022, p. 288). Esses contextos são denominados instituições, que ocupam papel central no sistema didático, composto essencialmente por professores, alunos e saberes. Dentro dessa perspectiva do conhecimento, três elementos fundamentais se destacam na TAD: os objetos "O", as pessoas "X" e as instituições "I".

De acordo com Chevallard (2009a; 2009b) um objeto é qualquer elemento, material ou imaterial, que pode ser estudado, utilizado ou transmitido dentro de uma instituição. Isso inclui conceitos matemáticos, métodos de ensino, problemas, ferramentas e até mesmo pessoas e instituições. Conhecer um objeto, na TAD, significa estabelecer uma relação com ele. Portanto, um objeto só "existe" no contexto educacional se for conhecido por alguém (um estudante, professor ou instituição). Assim, um conceito matemático, por exemplo, só existe para um aluno se ele for apresentado e trabalhado dentro de um contexto de ensino e aprendizagem.

Outra noção fundamental é a de pessoa, "cada indivíduo é uma pessoa, isto é, o resultado evolutivo de uma série de subjugações passadas e presentes às instituições das quais esse indivíduo é ou foi sujeito, e que geraram seu atual equipamento praxeológico pessoal" (Chevallard, 2009b, p. 80, tradução nossa). Em outras palavras, uma pessoa é um indivíduo juntamente com suas relações com os objetos de conhecimento. Isso significa que uma pessoa, na TAD, não se resume à condição de ser humano, mas envolve também a formação institucional à qual se esteve submetido.

Ademais, uma instituição é qualquer sistema social que regula e influencia a forma como as pessoas pensam e agem em determinadas áreas de atividade. As instituições impõem às pessoas certos modos de fazer e pensar, ou seja, praxeologias, que variam conforme a posição que cada pessoa ocupa nelas (Chevallard, 2009a; 2009b). Podemos observar diversos tipos de instituições, como as escolas, as turmas de aula e até mesmo pequenos grupos sociais, como um grupo de amigos. Essas instituições desempenham um papel significativo nas relações pessoais e

institucionais, pois determinam quais saberes são ensinados, como são transmitidos e quais práticas são valorizadas.

Na TAD, a didática é caracterizada como uma ciência que estuda as condições e restrições da transmissão social das praxeologias. Em específico para Matemática, "a didática da matemática é a ciência das condições e restrições da difusão social das praxeologias matemáticas. Não devemos esquecer aqui que o estudo da difusão praxeológica inclui o estudo dos fatos da não difusão" (Chevallard, 2009a, p.5, tradução nossa). Destaca-se aqui a diferença entre condição e restrição: uma condição é um fator que pode ser modificado dentro de um determinado contexto; já a restrição é uma condição considerada imutável em um certo momento e instituição. Assim, as condições e restrições são variáveis conforme a perspectiva institucional e do momento histórico, visto que algo tido hoje como uma restrição hoje pode se tornar uma condição no futuro (Chevallard, 2009a).

Conforme Bosch (2018, p.4035, tradução nossa) "os sistemas didáticos não existem no vácuo". Isso significa que o ensino e a aprendizagem não acontecem de forma isolada, mas estão inseridos num contexto mais amplo, no qual diferentes fatores se influenciam mutuamente, gerando condições e restrições. Esse contexto é o dos níveis de codeterminação didática, que podem ser visualizados como uma hierarquia. Os níveis superiores abrangem humanidade ↔ civilização ↔ sociedade ↔ escola ↔ pedagogia ↔ disciplina; enquanto os níveis inferiores incluem domínios ↔ setores ↔ temas ↔ tópicos (Guadagnini e Dias, 2022).

No nível mais amplo, a civilização contempla questões globais sobre a Matemática referentes, a maneira como esse conhecimento é valorizado e desenvolvido em diferentes épocas e culturas. Em seguida, a sociedade inclui instituições oficiais que regulamentam a educação, como ministérios e conselhos que determinam diretrizes curriculares, avaliações e políticas públicas educacionais. A partir dessas diretrizes, a escola atua como um espaço intermediário onde essas normas são implementadas e adaptadas. Nesse espaço, a comunidade escolar — composta por professores, coordenadores e diretores — toma decisões relacionadas à gestão, organização e práticas pedagógicas. No nível da pedagogia, entram em cena as estratégias e metodologias adotadas para o ensino (Oliveira, 2020).

Chega-se, então, ao nível da disciplina, que corresponde ao campo de estudo – no caso, a Matemática. Dentro dela temos o domínio, que trata da organização global do conhecimento matemático, como a Álgebra ou a Geometria. Esses domínios subdividem-se em setores, que agrupam temas matemáticos mais específicos, como análise matemática e geometria euclidiana. A organização do conteúdo segue até níveis mais específicos, como o tema, que pode englobar tópicos como funções trigonométricas, seno e cosseno, dentro do círculo trigonométrico. Por fim, o nível mais detalhado, o assunto, refere-se a um conceito ou tarefa pontual, como o cálculo de valores de seno e cosseno em ângulos notáveis (Oliveira, 2020).

Por conseguinte, podemos perceber que a TAD analisa todo o contexto educacional, considerando as diferentes relações estabelecidas entre os objetos, as instituições e as pessoas. Sendo assim, após essa breve descrição dos principais elementos da TAD, apresentamos de forma

um pouco mais detalhada a noção de paradigmas, essencial para compreender o lugar do PEP no processo de ensino e aprendizagem da Matemática.

3 Os paradigmas

O Percurso de Estudo e Pesquisa consiste numa abordagem teórico-metodológica fundamentada na TAD e na Engenharia Didática. O PEP está enquadrado no Paradigma de Questionamento do Mundo, o qual é proposto por Yves Chevallard como uma resposta crítica ao Paradigma Monumentalista (PM). Para compreendê-lo, é necessário primeiramente entender as características desses dois paradigmas.

De acordo com Chevallard (2019), um paradigma didático é definido como um conjunto de regras que, mesmo de forma implícita, determinam o que deve ser estudado, quais podem ser os riscos didáticos envolvidos e de que maneiras esse estudo pode ser conduzido. Nesse sentido, de acordo com Chevallard (2019), a TAD reconhece o fenômeno didático do monumentalismo dos saberes, que é ilustrado por meio da analogia a um museu. O chamado Paradigma de Visita a Obras, ou Paradigma Monumentalista (utilizaremos, a partir daqui, a abreviação PM para nos referirmos a esse paradigma), considera que o conhecimento possui valor intrínseco, independentemente de sua aplicação prática ou relevância contextual.

No PM, a principal justificativa para o estudo de uma obra é a própria obra em si. É importante esclarecer o termo obra na teoria, "[...] a palavra aqui é desprovida de carga axiológica: ela designa qualquer 'objeto' visto como resultado de uma atividade antrópica voltada para um objetivo específico (que pode ser desconhecido), isto é, o produto de uma ação humana finalizada" (Chevallard, 2009a, p.16, tradução nossa). Assim, no PM a obra é considerada valiosa porque faz parte de uma tradição curricular estabelecida e seu estudo é reconhecido como intelectualmente formativo. Nesse contexto, aprender sobre a obra equivale a "visitar" um museu, onde o interesse está na obra por ela mesma, sem necessariamente explorar suas aplicações ou as ideias que ela pode gerar (Chevallard; Strømskag, 2022).

Essa visão tradicional do ensino, embora criticada, ainda prevalece em muitas instituições escolares. Os conteúdos são frequentemente selecionados por seu valor histórico e intelectual, sendo ensinados sem vínculo com a realidade dos estudantes ou com outras áreas do saber. Sobre a persistência do PM, Chevallard (2019) aponta que:

> Vários fatores explicam, pelo menos parcialmente, o longo domínio do paradigma de visitar obras como monumentos, bem como seu declínio atual — e, sugiro, seu fim iminente. Historicamente, a primeira causa parece ser a congruência desse paradigma com a estrutura social de países outrora não democráticos ou, mais recentemente, fracamente ou incompletamente democráticos. Essas sociedades são fundadas em um padrão onipresente que liga inseparavelmente aqueles em posições de comando, por um lado, e aqueles em posições de obediência, por outro. Quase todas as instituições (sejam elas famílias, escolas ou nações) dependem de alguma

> réplica desse padrão fundamental e dualista (Chevallard, 2019, p.174, tradução nossa)

Para questionar esse paradigma, Chevallard (2019) propõe um novo paradigma didático, denominado de Paradigma de Pesquisa e Questionamento do Mundo, na sequência PQM. Neste novo paradigma, o conhecimento é mobilizado a partir de questões (Q) formuladas no início do processo de ensino, que funcionam como motor da aprendizagem. As obras (os saberes) são então estudadas não por seu valor intrínseco, mas como resposta a problemas reais. O foco desloca-se da transmissão do conteúdo para a construção do conhecimento a partir da investigação.

Entretanto, de acordo com Chevallard e Strømskag (2022) a introdução desse paradigma não é isenta de desafios. No estágio inicial do PQM, a questão Q pode estar apenas indiretamente conectada à obra, o que, na prática, continua sendo o verdadeiro foco do aprendizado. Assim, mesmo ao propor questões investigativas, a estrutura tradicional do ensino pode permanecer subjacente, tornando a pergunta apenas um artifício para manter o conteúdo já legitimado pelo currículo. Nas variantes mais avançadas do PQM, a relação entre a pergunta e o conhecimento a ser construído é mais rigorosa. A questão Q deve estar associada a um meio que permita a criação de situações adidáticas genuínas, ou seja, momentos em que os alunos se engajam autonomamente na construção do saber. No entanto, no estágio inicial, a exigência de "começar com uma pergunta" pode resultar em uma prática superficial, onde as perguntas não conduzem a investigações autênticas, mas sim a uma repetição do paradigma anterior, agora mascarado pelo formato investigativo (Chevallard e Strømskag, 2022).

Até aqui, pode surgir a questão: então, como transmudar do Paradigma Monumentalista para o Paradigma de Questionamento do Mundo? E, para isso, Chevallard propõe o Percurso de Estudo e Pesquisa.

4 O Percurso de Estudo e Pesquisa

O Percurso de Estudo e Pesquisa, na sequência PEP, está diretamente associado ao PQM. Quando elaborado, o PEP é constituído por diferentes Atividades de Estudo e Pesquisa, na sequência AEPs, de maneira que se organizam de maneira sequencial e articulada. Essa composição tem o objetivo de promover a integração das diferentes praxeologias matemáticas, permitindo a construção de estruturas conceituais mais amplas (Guadagnini; Dias, 2022, p.294).

Segundo Bosch (2018) o principal elemento definidor do PQM é a noção PEP. Nesse cenário, com base em Chevallard (2009), toda situação didática pode ser representada por um sistema didático S(X;Y;Q). Nessa sistema, X representa um coletivo de estudos, como os alunos de uma turma, uma equipe de pesquisadores ou um grupo de estudantes, entre outros. Já o Y representa uma equipe, que é de diretores de estudo, podendo incluir professores, diretor de pesquisa ou diretor editorial. Constituir esse sistema didático é buscar estudar a pergunta diretriz Q, que perpassa o *milieu* didático M, para fornecer a resposta R♥. Trata-se, portanto, da constituição do sistema Herbartiano, aqui

referindo-se ao filósofo e pedagogo alemão Johann Friedrich Herbart, em sua forma reduzida: S (X; Y; Q)→ M) → R♥ (Chevallard, 2009a).

Desse modo, o esquema herbartiano nos possibilita repensar a organização didática tradicional, propondo uma nova lógica de ensino e aprendizagem. O objetivo da constituição do sistema didático S(X; Y; Q) é o estudo de Q, ou seja, a busca por uma resposta R♥ que atenda a determinadas condições pré-estabelecidas para dar início à investigação. Esse processo deve mobilizar múltiplas ferramentas praxeológicas, provenientes de diferentes pesquisas, resultando, geralmente, em uma produção heterogênea da resposta final (Chevallard 2009a; 2009b; Almouloud et al., 2022).

Para mais, quando a investigação assume um caráter codisciplinar, ela recorre a um conjunto de ferramentas praxeológicas oriundas de diversas disciplinas. Engajar-se nesse tipo de inquérito significa comprometer-se com um Percurso de Estudo e Pesquisa (PEP), no qual a investigação desempenha um papel central na construção de respostas significativas para a pergunta Q (Chevallard, 2009; Almouloud et al., 2021).

O PEP é constituído por diferentes AEPs, que "[...] consiste no estudo de uma questão *q* que, realizada sob certas condições e sob certas restrições, vai fazer encontrar uma obra O normalmente determinada de antemão" (Chevallard; Strømskag, 2022, p.33). Dessa forma, o PEP contribui para uma abordagem mais ampla do conhecimento matemático, respondendo às limitações inerentes a uma AEP isolada, que, por si só, pode não abranger a complexidade das interações entre os conhecimentos matemáticos e de outras áreas do conhecimento. Entretanto, cabe ressaltar que o uso das AEPs pode se tornar um ponto de partida para o desenvolvimento do caminho investigativo e exploratório, fornecendo aberturas para construção de pesquisas maiores e PEPs.

Portanto, o PEP constitui um caminho dinâmico e investigativo, no qual os estudantes percorrem diferentes etapas da praxeologia matemática, envolvendo técnicas, tecnologias, teorias e tarefas diferentes. Cada AEP contribui com uma peça desse processo, favorecendo a construção de conhecimentos matemáticos e, ao mesmo tempo, permitindo a compreensão crítica das razões de ser das obras nos contextos escolares e acadêmicos.

5 O PEP no ensino e aprendizagem de matemática

Diante de todas as considerações feitas até aqui, surge a seguinte indagação: afinal, como de fato se estrutura um PEP? O PEP é estruturado a partir de diversas AEPs e se realiza como uma dinâmica investigativa, na qual os estudantes partem de uma questão geradora para desenvolver um processo de pesquisa e construção do conhecimento matemático.

A AEP representa um momento específico dentro do percurso investigativo, sendo caracterizada pela formulação de hipóteses, exploração de conceitos matemáticos, experimentação e validação de ideias. Já o PEP configura-se como uma organização mais ampla dessas atividades,

conectando diferentes AEPs para compor um caminho investigativo mais completo. Nele, os alunos são desafiados a articular diversas praxeologias matemáticas e a construir compreensões mais profundas sobre os temas estudados, até alcançar a resposta à questão geradora.

A partir da tese de Eliane de Souza Santana Oliveira (2020) intitulada *Estudo das funções seno e cosseno por meio de um modelo didático alternativo integrado ao GeoGebra*, apresentamos um exemplo de PEP desenvolvido pela autora, a fim de exemplificar esse dispositivo didático-metodológico. Oliveria (2020) aplicou o PEP que desenvolveu com alunos da Licenciatura em Matemática, em seis sessões com duração de duas horas cada, partindo da questão geradora Q0: "Como modelar fenômenos físicos periódicos?". Essa questão destaca-se por sua generalidade, ausência de resposta evidente e por permitir que os estudantes explorem diversos caminhos investigativos.

Na primeira sessão a autora apresentou a questão geradora e a partir daí, surgiram questões derivadas feitas pelos discentes como: Q1 "Quais são os fenômenos físicos que podem ser modelar periodicamente?" ou "Quais organizações matemáticas são necessárias para compreender os modelos circular e oscilatório harmônico e modelá-lo matematicamente?".

Essas questões derivadas da Q0 foram os temas centrais de cada AEP ao longo do desenvolvimento das sessões. Dado o espaço limitado neste artigo, optamos por apresentar duas AEPs que compõem o PEP da autora. As Figuras 1 e 2 ilustram duas das cinco atividades propostas no percurso investigativo.

Figura 1 - AEP 1 sobre as marés no Porto de Aratu, na Bahia.

01 / 07/ 2019				02/07/2019			
Manhã		**Tarde**		**Manhã**		**Tarde**	
0h	1,8 m	12h	1,8 m	0h	1,1 m	12h	1,5 m
1h	2,1 m	13h	2,0 m	1h	1,6 m	13h	1,6 m
2h	2,4 m	14h	2,2 m	2h	1,9 m	14h	1,8 m
3h	2,0 m	15h	2,6 m	3h	2,4 m	15h	2,1 m
4h	1,5 m	16h	2,0 m	4h	2,2 m	16h	2,6 m
5h	1,0 m	17h	1,9 m	5h	2,0 m	17h	2,3 m
6h	0,8 m	18h	1,2 m	6h	1,5 m	18h	1,7 m
7h	0,5 m	19h	0,7 m	7h	1,0 m	19h	1,1 m
8h	0,2 m	20h	0,4 m	8h	0,5 m	20h	0,8 m
9h	0,6 m	21h	0,3 m	9h	0,2 m	21h	0,6 m
10h	1,0 m	22h	0,9 m	10h	0,7 m	22h	0,2 m
11h	1,4 m	23h	1,3m	11h	1,3 m	23h	0,6 m

a) Observando a tabela acima, o que você pode concluir sobre o fenômeno?
b) Quantas marés altas existem por dia? E quantas marés baixas existem em cada dia? (Maré alta é o nível mais alto de cada maré alta. Maré baixa é o nível mais baixo de cada vazante).
c) Qual a amplitude média das marés no Porto de Aratu nos dois dias registrados? (A amplitude das marés em um dia é a diferença de altura da maré alta e da próxima maré baixa).
d) Uma família quer realizar um passeio de barco de duas horas em alto-mar saindo da praia no dia 3/7/2019. Qual será o melhor horário para a família pegar uma maré que não seja nem alta e nem baixa?
e) Construa uma figura, utilizando o GeoGebra, que permita apreciar as alturas de água no Porto de Aratu durante os dias 1º, 2 e 3 de julho de 2019.

Fonte: Oliveira (2020, p.164-165)

A questão derivada Q1 motivou a construção dessa AEP. Observa-se, na atividade, a presença de questionamentos abertos e a investigação sobre um fenômeno físico real. A outra AEP (Figura 2) volta-se para exploração dos modelos circular e oscilatório harmônico. As questões propostas por Oliveira (2020) estão relacionadas à modelação matemática desses fenômenos, que podem ser abordados sob diferentes representações: algébrica, gráfica, geométrica ou numérica.
Além disso, é possível notar na AEP a construção do modelo com o auxílio do software Geogebra.

Figura 2 - AEP 2 sobre roda-gigante

Atividade 3 (Adaptada de Nguyen Thin (2011)).

Na Festa de *Réveillon* da cidade de Salvador há uma roda-gigante de 40 m de diâmetro cujo centro está localizado a 22 m do chão.

A roda sempre gira uniformemente na mesma direção. No início da jornada, a cabine P está no ponto mais baixo e Carlos estava nessa cabine. Ele faz uma viagem de 3 voltas que dura 30 minutos. A partir destas informações, responda os questionamentos abaixo:

a) Quando Carlos está na posição mais alta?

b) Calcule a altura da cabine de Carlos no solo após 2,5 minutos de viagem, após 7 minutos, após 12 minutos e após 22 minutos.

c) Construa uma figura utilizando o GeoGebra para apreciar as alturas da cabine P durante as três voltas da viagem.

d) A partir dos 35 m de altura, podemos ver o Farol da Barra. Por quanto tempo Carlos poderá ver o Farol em cada volta?

Fonte: Oliveira (2020, p.165-166)

Nas atividades 4 e 5, Oliveira (2020) explora construções no Geogebra envolvendo o ciclo trigonometria dinâmico e o gráfico das funções seno e cosseno. Essas atividades não foram aqui apresentadas devido à limitação de espaço. Além disso, a autora destaca que "[...] é possível relacionar fenômenos físicos periódicos, tais como o movimento de um pêndulo, o movimento vibratório dos tímpanos, o comportamento da maré, entre outos" (Oliveira, 2020, p. 170).

As AEPs realizadas são distintas das atividades propostas em livros didáticos, pois as questões sobre modelização matemática dos fenômenos periódicos não ditam um modelo a ser seguido e nem apresentam leis para aplicação de dados. De acordo com Oliveira (2020), a partir dessas sessões e das atividades envolvendo fenômenos físicos periódicos os estudantes chegaram a R♥, que foi: "Para modelar fenômenos físicos periódicos podemos utilizar as funções seno e cosseno, a partir dos modelos oscilatório e circular, considerando suas características e as transformações ocorridas nas funções" (Oliveira, 2020, p.270).

Além da pesquisa de Oliveira (2020), encontramos na dissertação de Caroline da Silva Santos (2024), intitulada *Propostas de Atividades de Estudo e Pesquisa para o estudo das funções trigonométricas seno e cosseno no âmbito de um curso de Licenciatura em Matemática*, o desenvolvimento de diversas AEPs, também sobre as funções trigonométricas. Apresentamos um exemplo de uma AEP construída pela autora na figura 3.

Figura 3 - AEP sobre frequência cardíaca e doenças cardíacas

DISCUTINDO FENÔMENOS

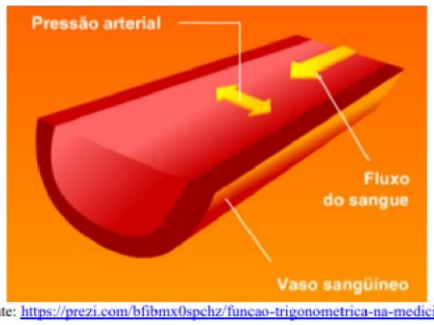
O que é pressão arterial?

É uma espécie de jogo de empurra-empurra entre o sangue e as artérias. O líquido vermelho tem que chegar a cada parte do corpo. Para isso, o coração trata de bombeá-lo. Então, para continuar circulando, é preciso que ele exerça uma pressão sobre a parede interna das artérias. Acontece que os vasos oferecem certa resistência a essa passagem. É esse jogo que determina a pressão. Quando tudo funciona bem, parece um encanamento perfeito, e cada célula recebe sua cota de oxigênio e nutrientes. Em resumo, o sangue bombeado pelo coração é transportado para todos os tecidos e órgãos do corpo humano através das artérias e a pressão arterial ou sanguínea é a força que o sangue exerce sobre as paredes das artérias.

Esse passeio dos cerca de 5 litros de sangue que circulam pelo organismo depende também dos rins, do cérebro e de certos hormônios. A sala de comando está na massa cinzenta. Imagine que a central se divide em duas: o sistema nervoso simpático e o parassimpático. O primeiro dá uma acelerada nos batimentos cardíacos. Se estamos deitados e nos levantamos, por exemplo, o normal seria a gravidade derrubar a pressão. Aí, não conseguiríamos parar em pé. Isso não acontece porque o sistema simpático dá uma ordem às glândulas suprarrenais, no topo dos rins: elas devem produzir hormônios que provocam a contração das artérias. Dessa forma, o sangue é direcionado a áreas importantes, como o cérebro, e conseguimos manter o equilíbrio.

Já o parassimpático faz justamente a tarefa oposta. Ele manda, entre outras coisas, baixar o ritmo de batimentos cardíacos e relaxar as artérias. Percebeu que um balanceia o trabalho do outro? O simpático manda as artérias se comprimirem; o parassimpático pede a elas que dilatem. Em princípio, eles se entendem bem e a pressão se mantém regulada.

Disponível em: https://saude.abril.com.br/bem-estar/o-que-e-pressao-arterial/



Fonte: https://prezi.com/bfibmx0spchz/funcao-trigonometrica-na-medicina/

A pressão arterial atinge o seu valor máximo (pressão sistólica) quando o coração se contrai e bombeia o sangue e atinge o valor mínimo (pressão diastólica) quando o coração está em repouso, num intervalo de tempo de um batimento cardíaco.

A pressão sanguínea é sempre dada pelos valores das pressões sistólica e diastólica e ambas são importantes. Normalmente, a pressão é representada por 120/80mmHg (milímetros de mercúrio), sendo o primeiro valor a pressão sistólica (valor mais alto) e o segundo valor é a pressão diastólica (valor mais baixo).

Disponível em: https://inesregina99.wixsite.com/trigonometria/medicina

- **O que você pode concluir sobre o ciclo da pressão arterial?**
- **Qual o valor médio entre a pressão sistólica e diastólica? O que você pode concluir a partir do valor médio em relação aos valores mais alto e mais baixo?**
- **Em geral, a pressão obedece a um ciclo, sendo que cada ciclo completo equivale a um batimento cardíaco. Sabendo-se que em 3 segundos se completam 4 ciclos, determine o período de cada ciclo.**
- **Determine em quantos segundos após o valor mínimo encontra-se o valor máximo.**
- **Você acha que esses ciclos poderiam ser expressos por uma função? Como você representaria essa variação da pressão sistólica à diastólica por meio de uma função? Escreva a expressão.**
- **Construa uma figura, utilizando o GeoGebra, que expresse esses ciclos.**

Fonte: Santos (2024, p. 166-167)

Observamos que a AEP da figura 3 envolve investigações sobre a pressão arterial e perpassa a realização de diferentes tarefas, técnicas, tecnologias e teorias.

O PEP inclui práticas diversificadas de construção do conhecimento, como a pesquisa científica e a investigação jornalística, diferenciando-se do ensino tradicional, muitas vezes pautado na apresentação de respostas prontas. Nesse sentido, o PEP e as AEPs se apresentam como propostas alternativas, capazes de transformar a sala de aula em um espaço de aprendizagem ativa e investigativa. Além disso, um PEP pode envolver múltiplas AEPs organizadas de forma sequencial, possibilitando que os estudantes avancem por meio do questionamento, da exploração e da aplicação dos conceitos matemáticos em diferentes contextos.

Entre as potencialidades desse dispositivo destacam-se a integração entre áreas distintas, o desenvolvimento do pensamento crítico e da autonomia, o maior engajamento dos alunos e a aproximação com práticas reais de investigação. No entanto, sua implementação pode enfrentar alguns desafios, como a necessidade de formação docente adequada, a disponibilidade de recursos e infraestrutura, além da adaptação dos métodos avaliativos. Apesar dessas limitações, o PEP e as AEPs representam caminhos promissores para a superação do Paradigma Monumentalista em direção ao Paradigma de Pesquisa e Questionamento do Mundo no ensino da matemática, preparando os estudantes para enfrentar desafios de forma crítica e investigativa.

5 Considerações finais

As considerações finais aqui apresentadas não findam o processo de análise e estudo sobre as potencialidades, limites e consequências do uso do Percurso de Estudo e Pesquisa para o ensino e na aprendizagem da Matemática. Ressaltamos que o objetivo deste ensaio teórico foi discutir, de forma breve, sobre o PEP como uma abordagem para o ensino e a aprendizagem da Matemática. Nesse contexto, exploramos um pouco sobre a Teoria Antropológica do Didático, que origina o PEP, bem como outros importantes fundamentos que fazem parte dessa teoria.

Ressaltamos, à luz do nosso objetivo, que o trabalho contribui para apresentar e divulgar à comunidade de educadores de Matemática, mesmo que de forma sucinta, esse dispositivo didático e metodológico, destacando suas potencialidades, desafios e contribuições para o ensino e aprendizagem. Esperamos que essa abordagem incentive reflexões e novas práticas pedagógicas, promovendo um ensino mais dinâmico, investigativo e significativo para os estudantes.

Referências

ALMOULOUD, S. A. et al. Percurso de estudo e pesquisa como metodologia de pesquisa e de formação. **Revista de Educação da Universidade Federal do Vale do São Francisco**, v. 11, n. 24, p. 426-466, 2021.

BOSCH, M. C. Study and research paths: a model for inquiry. In: International Congress of Mathematics. Rio de Janeiro, Brazil, 2018.

CHEVALLARD, Y. Teaching mathematics in tomorrow's society: A case for an oncoming counter paradigm. In S. J. Cho (Éd.), Proceedings of the 12th International Congress on Mathematical Education (pp. 173-187). Berlin : Springer. https://doi.org/10.1007/978-3- 319-12688-3_13, 2015.

CHEVALLARD, Y. L'analyse des pratiques enseignantes en Théorie Anthropologique du didactique. In: *Recherches en Didactique des Mathématiques*. v. 19. n° 2, p. 221-266, 1999.

CHEVALLARD, Y. La TAD face au professeur de mathématiques. **Communication au Séminaire DiDiST de Toulouse**, v. 29, 2009a.

CHEVALLARD, Y. Théorie Anthropologique du Didactique & Ingénierie Didactique du Développement. In: **Journal du SéminaireTAD/IDD***;* p.1-288, 2009b.

CHEVALLARD, Y., STRØMSKAG, H.. **Condições de uma transição para o paradigma do questionamento do mundo**. In Almouloud, Saddo Ag et al. (org.): Percursos de estudo e pesquisa à luz da teoria antropológica do didático: fundamentos teórico-metodológicos para a formação. Volume 1. Editora CRV, p. 27-58, 2022.

GUADAGNINI, M. R.; DIAS, M. A. Modelo Epistemológico de Referência para a Fatoração Implementado por meio de um Percurso de Estudo e Pesquisa no Ensino Fundamental. ***Bolema*:** Boletim de Educação Matemática, v. 36, n. 72, p. 286-307, 2022.

OLIVEIRA, E. S. S. **Estudo das funções seno e cosseno por meio de um modelo didático alternativo integrado ao GeoGebra.** 2020. 324f. Tese (Doutorado em Ensino, Filosofia e História das Ciências) - Universidade Federal da Bahia, Salvador, 2020.

SANTOS, C. S. **Propostas de atividades de estudo e pesquisa para o estudo das funções trigonométricas seno e cosseno no âmbito de um curso de Licenciatura em Matemática**. 2024. 303 f. Dissertação. Programa de Pós- Graduação em Ensino, Filosofia e História das Ciências – Universidade Federal da Bahia, Salvador – Ba, 2024.