

Estudo do conceito de divisão: realizações de um grupo de professores

Resumo:

O artigo apresenta os resultados de uma pesquisa desenvolvida com o objetivo de discutir as realizações do conceito de divisão compartilhada por professores participantes de um curso de formação contínua. Trata-se de uma pesquisa qualitativa que apoiou-se na perspectiva teórica-metodológica do Estudo do Conceito. Aqui apresentamos os resultados referentes à ênfase “realizações”, acerca do conceito de divisão. Foram identificadas seis realizações: transposição da linguagem materna para a linguagem matemática, ilustração, uso de materiais didáticos e algorítmica. Os resultados apontam que a Matemática para o ensino do conceito de divisão está associada a saber compreender as soluções não convencionais dos estudantes recorrendo a estratégias que extrapolam o formalismo matemático ao realizar o conceito por meio de ilustrações e materiais manipuláveis a fim de evitar vícios de linguagem que podem ocasionar erros e incompreensões.

Palavras-chaves: Estudo do Conceito. Matemática. Ensino. Divisão.

Rebeca Rios Santos

Universidade Estadual de Feira de Santana
Feira de Santana, BA – Brasil

 <https://orcid.org/0009-0007-7643-199X>
✉ rebeca.rebecarios@hotmail.com

Jaqueline de Souza Pereira Grilo

Universidade Estadual de Feira de Santana
Feira de Santana, BA – Brasil

 <https://orcid.org/0000-0002-0408-047X>
✉ jspgrilo@uefs.br

Recebido • 04/04/2025
Aprovado • 05/06/2025
Publicado • 08/08/2025

Comunicação Científica

1 Introdução

De acordo com Grilo e Costa (2023), há algum tempo as discussões em torno da formação inicial de professores que ensinam matemática nos Anos Iniciais da Educação Básica apontam lacunas referentes ao desenvolvimento de conhecimentos específicos para ensinar. No Brasil, o ensino das quatro operações matemáticas tem ocupado lugar de destaque nessa discussão, a partir do contato com os estudos realizados por Kamii e Joseph (2008) e Kamii e Livingston (1995).

Estudos mais recentes apontam como possibilidades de melhoria da aprendizagem envolvendo as quatro operações, o uso de recursos didáticos como: jogos (Gomes; Nunes, 2017; Baumgartel; Possamai, 2020; Souza, 2021) e materiais concretos, a exemplo do Material Dourado e Quadro Valor de Posição (Oliveira et al., 2017; Grilo; Costa, 2023). Ganha destaque também os estudos que defendem o uso de softwares com a mesma finalidade (Kliszcz et al., 2016; Marcondes, 2016; Aguiar; Castilho, 2017). O uso de diferentes estratégias metodológicas para o ensino das quatro operações é parte da complexa rede de conhecimentos necessários ao professor para ensinar, visto

que tal conhecimento difere do conhecimento matemático necessário a outros profissionais (Ball; Bass, 2003). Partindo da teorização de Shulman (1986; 1987) sobre o Conhecimento Profissional do Professor, pesquisadores da área de Educação Matemática têm se dedicado a discutir o conhecimento matemático necessário para o ensino sob diferentes perspectivas e teorizações. De acordo com Ball, Thames e Phelps (2008), todos concordam que a compreensão do conteúdo é essencial para o ensino, mas não é suficiente, pois ao professor é requerido outros conhecimentos. Assim, apesar da vasta literatura envolvendo o ensino das quatro operações nos anos iniciais, poucos são os estudos que problematizam a matemática para o ensino desses conteúdos (Moia; Mendes; Pereira, 2022). Na perspectiva de Davis e Renert (2014), a matemática para o ensino

é uma forma de estar com o conhecimento matemático que permite ao professor estruturar situações de aprendizagem, interpretar as ações dos alunos com atenção e responder com flexibilidade, de forma a permitir que os alunos ampliem a compreensão e expandam o alcance das suas possibilidades interpretativas através do acesso a conexões poderosas e práticas apropriadas. (Davis; Renert, 2014, p. 4 – tradução nossa)

De acordo com tal teorização, os conceitos matemáticos podem ser reconhecidos por meio de suas realizações. Essas realizações, por sua vez, são descritas a partir das diferentes formas utilizadas pelo professor para transmitir o conceito matemático em sala de aula, permitindo que os alunos interpretem e atribuam significado a ele. Geralmente, as representações de um conceito incluem definições formais, algoritmos, metáforas, símbolos, imagens, aplicações, gestos, entre outras. Assim, desenvolvemos um estudo com o objetivo de discutir as realizações do conceito de divisão compartilhada por professores participantes de um curso de formação contínua.

2 Olhares sobre a Matemática para o Ensino

Os cursos de Licenciatura em Matemática têm a responsabilidade de formar professores que irão ensinar os conteúdos matemáticos aos estudantes da Educação Básica. Dessa forma, é essencial que, nesses cursos de formação docente, o conhecimento matemático seja discutido considerando a Matemática que é apresentada aos estudantes da Educação Básica (Moreira; David, 2003; Moriel Jr.; Cyrino, 2009; Manrique, 2009; Ribeiro; Machado, 2009; Costa; Passos, 2009; Grilo; Ribeiro, 2012; Grilo; Barbosa; Luna, 2015). Com essa perspectiva, diversos estudos vêm sendo desenvolvidos na área de Educação Matemática com o objetivo de identificar e descrever quais conhecimentos são específicos aos professores que ensinam Matemática, diferenciando-os dos conhecimentos necessários a outros profissionais, como os engenheiros (Ball; Bass, 2003).

Diante da diversidade de conceituações sobre os conhecimentos exigidos dos professores para ensinar Matemática, Grilo e Barbosa (2021; 2022) e Grilo, Barbosa e Maknamara (2020; 2021) destacam que os discursos sobre uma Matemática específica para o ensino frequentemente acabam por estabelecer uma definição prévia do que caracteriza um bom professor de Matemática. Essa definição é baseada em características culturalmente aceitas e selecionadas pelo imaginário social. A

literatura da área, tanto nacional quanto internacional, tem mostrado como essas teorias têm sido utilizadas para aprimorar a prática docente (Davis; Renert, 2014; Santos; Barbosa, 2016; Ní Riordáin; Paolucci; O'Dwyer, 2017; PolICASTRO; Almeida; Ribeiro, 2017).

A perspectiva da Matemática para o Ensino (MpE) surge como uma abordagem que vai além das categorizações propostas por Lee Shulman e Deborah Ball, focando na construção discursiva do conhecimento matemático para o ensino. Estudos associados a essa perspectiva (Barwell, 2013; Davis; Renert, 2014) argumentam que o conhecimento matemático para o ensino não pode ser completamente capturado por categorias fixas, mas deve ser entendido a partir das práticas e interações em sala de aula. Essa abordagem enfatiza a importância de analisar como os professores constroem e negociam o conhecimento matemático por meio de diálogos, gestos e textos, destacando a natureza dinâmica e situada do ensino.

Davis e Renert (2014) elaboraram uma perspectiva teórica e metodológica, o Estudo do Conceito (EC), que busca aprofundar o entendimento que professores têm acerca de conceitos matemáticos por meio de uma investigação colaborativa e reflexiva. O EC envolve a análise de como os conceitos são construídos, compreendidos e transformados ao longo do tempo, tanto individualmente quanto coletivamente, portanto, decorre daquilo que os professores fazem na sala de aula ao ensinar um determinado conceito.

Como apontam Grilo e Barbosa (2021) essa variabilidade de abordagens sobre o conhecimento necessário para ensinar Matemática tem oferecido resultados importantes para a elaboração de programas de formação docente que visam não apenas o domínio do conteúdo, mas também o desenvolvimento de habilidades pedagógicas e a compreensão das dinâmicas de ensino e aprendizagem. Sendo assim, apoiados no EC, desenvolvemos essa pesquisa com o objetivo de discutir as realizações do conceito de divisão compartilhadas por professores participantes de um curso de formação contínua.

3 Aportes metodológicos

Face ao objetivo da pesquisa, adotamos a abordagem qualitativa por nos permitir interrogar as experiências individuais e descrevê-las a partir dos significados dados pelos participantes (Creswell, 2010). Para a produção e análise dos dados recorremos aos pressupostos analíticos do Estudo do Conceito (EC). O EC consiste em uma elaboração coletiva de conceitos matemáticos, na qual professores formulam/desenvolvem/propõem uma Matemática para o ensino por meio da análise, questionamentos e elaboração de novas formas de comunicar os conceitos (Davis; Renert, 2014). O Estudo do Conceito organiza-se em quatro ênfases, não lineares e não hierárquicas: *realizações*, *panoramas*, *vinculações* e *combinações*. As *realizações* são descritas a partir da identificação das formas (definições formais, algoritmos, metáforas, símbolos, imagens, aplicações, gestos) que o professor utiliza para comunicar um conceito matemático e é através delas que os alunos são capazes de interpretar e dar sentido a um determinado conceito.

Os dados foram produzidos em um Curso de Aperfeiçoamento para Professores (CAP), que é ofertado anualmente pelo Programa de Matemática Carloman Carlos Borges. O CAP foi desenvolvido em 5 encontros que duraram aproximadamente 3 horas cada um e contou com a participação de 19 professores que atuavam em diferentes níveis da Educação Básica. Nesta edição, o CAP discutiu os conceitos de adição, subtração, multiplicação e divisão. Inspirados na Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud (1982), o curso se organizou a partir dos campos aditivos e multiplicativos. Os dois primeiros encontros voltaram-se para o campo aditivo e o terceiro e quarto encontros, para o campo multiplicativo. No último encontro, os professores compartilharam materiais didáticos produzidos por eles e destinados ao ensino de um dos campos.

Neste artigo são apresentados os resultados referentes ao campo multiplicativo, com um recorte no conceito de divisão. Segundo Moreira (2002, p. 9), tal campo engloba “o conjunto de situações cujo domínio requer uma multiplicação, uma divisão ou uma combinação de tais operações”. (Moreira, 2002, p. 9). A escolha se justifica pois foi o campo que mais gerou discussão no grupo.

Os encontros foram registrados por meio de gravação de áudio e vídeo que, posteriormente, foram transcritos no intuito da identificação das *realizações* do conceito de divisão. De acordo com a perspectiva teórica do EC, as realizações capturadas dizem respeito à Matemática para o ensino compartilhada pelo grupo investigado em relação ao conceito estudado. Logo, não se trata de identificar as realizações de cada professor individualmente, mas coletivamente e colaborativamente, o que eles produzem em termos de uma matemática para o ensino de divisão.

4 Apresentação e discussão dos resultados

No primeiro encontro de cada um dos campos conceituais os professores foram questionados sobre as palavras que eles associavam aos conceitos matemáticos envolvidos em cada campo. Assim, com base nas respostas dadas pelos professores referentes ao conceito de Divisão, foi construída uma nuvem de palavras (Figura 1).

Figura 1. Nuvem de palavras associadas ao conceito de divisão



Fonte: Dados da pesquisa.

Durante a discussão a respeito das palavras registradas na nuvem, observamos que os professores não associaram o conceito de Divisão à ideia de Medida, restringindo a realização do

conceito à ideia de Distribuição, enquanto uma repartição equitativa. Assim como não relacionaram às subtrações sucessivas.

Após a construção da nuvem, os professores tinham à disposição um módulo com algumas questões que os provocavam a pensar sobre realizações dos conceitos estudados. Assim, selecionamos os episódios do curso que geraram mais discussão no grupo e, conseqüentemente, uma maior variabilidade de realizações. Separamos esses episódios em duas categorias, a saber: Problema de Ed e Como ensinar divisão quando... .

4.1 Problema de Ed

Nessa categoria apresentamos a discussão em torno de um problema extraído do livro de D'Ambrósio (2005) (Figura 2), pois ela gerou uma intensa discussão no grupo e a proposição de diferentes realizações do conceito de divisão.

Figura 2. Resolução não-convencional para um problema envolvendo divisão

Ao Ed (um aluno de segundo ano), foi dado o seguinte problema durante uma entrevista: "Quanto é quarenta e dois dividido por sete?"
Ed respondeu:
"Quarenta dividido por dez são quatro; três mais três mais três mais três são doze; doze mais dois são quatorze; quatorze dividido por dois são sete; dois mais quatro são seis".
Para garantir que a resposta do Ed não havia sido acidental, e para tentar elucidar maiores informações sobre o seu método, a professora colocou outra pergunta ao Ed: "Quanto é 72 dividido por oito?"
Ed respondeu:
"Setenta dividido por dez são sete; sete vezes dois são quatorze; quatorze mais dois são dezesseis; dezesseis dividido por dois são oito; dois mais sete são nove. A resposta é nove". [extraído de Harel and Behr, 1991]
Determine como justificar o pensamento de Ed. Procure resolver outros problemas utilizando a mesma estratégia dele. O que o Ed entende sobre a divisão? Ofereça uma justificativa matemática para a estratégia que ele usou.

Fonte: Problema extraído de D'AMBRÓSIO (2005, p. 26).

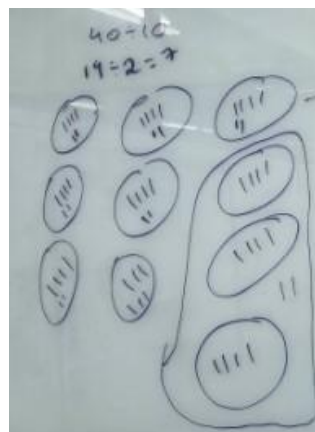
Após serem apresentados ao problema, o grupo de professores elaborou diferentes realizações no intuito de compreender a estratégia de resolução não convencional do estudante Ed. A primeira *realização* dos professores ocorreu apoiada na transposição da linguagem materna (expressa por Ed) para a linguagem matemática (Figura 3A) e a segunda apoiou-se na *ilustração* (Figura 3B).

Figura 3A. Solução de Ed traduzida para a linguagem matemática

Figura 3B. Solução de Ed explicada por meio de ilustração

① $42/7 = (40+2)/7$
 ② $40/10 = 4$
 ③ $10-7 = 3$
 ④ $4 \cdot 3 = 12$
 ⑤ $12+2 = 14$
 ⑥ $14/2 = 7$
 ⑦ $2+4 = 6$

① $72/8 = (70+2)/8$
 ② $70/10 = 7$
 ③ $10-8 = 2$
 ④ $7 \cdot 2 = 14$
 ⑤ $14+2 = 16$
 ⑥ $16/2 = 8$
 ⑦ $2+7 = 9$



Fonte: Dados da pesquisa

Para explicar como Ed pensou, a realização expressa em 3A, gerou a seguinte discussão:

Primeiro você vai ter o número, exemplo do 72, aí você decompõe separando as dezenas das unidades. Em seguida, divide as dezenas por 10, que dá 7. Só que era pra ele dividir por 8, então ele subtraiu $10 - 8$ para saber quanto que ele dividiu a mais, que foi 2. Daí ele multiplica a diferença, que foi dividida a mais, pelo valor encontrado na divisão da dezena por 10, que é o 7 vezes 2 que dá 14. Aí a soma desse 2 com o 14 é o mesmo 2 da unidade que eu desconsidere dos 72, que dá 16. Daí ele pensa qual número dividido por 16 dá 8, que é a quantidade que ele tinha que dividir originalmente, por que ele quer saber quantas vezes o 16 cabe nesses 8, que é 2 por que 16 dividido por 2 dá 8. Aí, ele pega esse 2 que acabou de encontrar e soma com o 7 que foi o que ele encontrou lá no primeiro passo, 2 mais 7 dá 9. A mesma coisa faz com o primeiro caso.

Vê-se que a explicação ocorreu baseada em inferências sobre o que Ed pode ter pensado. Mas, o grupo ainda não se sentia satisfeito com a explicação, voltando-se para a realização expressa em 3B com a seguinte explicação.

Ele tinha 42 para dividir por 7. Mas ele dividiu 40 por 10. Então ele distribuiu em cada um desses 10 círculos 4 unidades. Só que era para dividir por 7, então sobraram 3 círculos pra ele redividir. Só que na verdade era 42 para dividir e ele só dividiu 40, então ele tem que colocar mais esses 2 que ficaram faltando nesse grupo. E somando esses 2 ficaram com 14. Daí que ele divide esse 14 por 2 porque ele se pergunta qual o múltiplo que foi dividido por 14 da 7, que é por quanto ele queria dividir inicialmente, por isso ele divide o 14 por 2 porque 14 dividido por 2 dá 7. E aí esse 2 usado nessa divisão quer dizer que preciso colocar mais 2 nos 7 círculos. E por isso dá 6, porque fica 2 mais 4 que é a quantidade que já tinha em cada círculo.

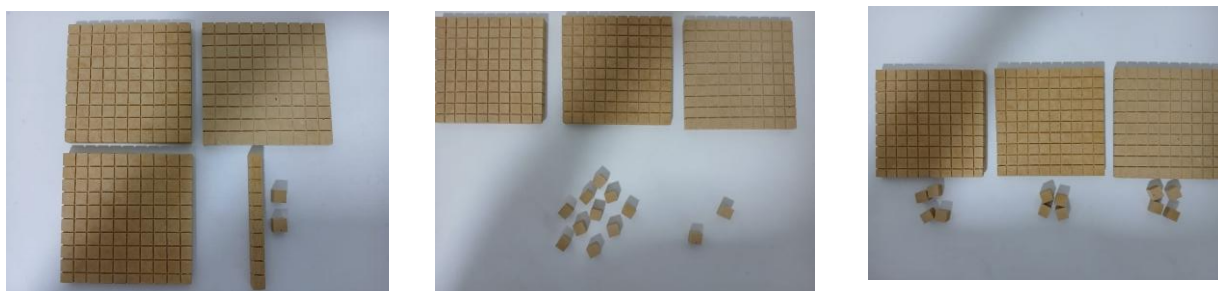
Os professores concordaram que o uso da ilustração torna a resolução de Ed mais compreensível e refletem sobre a importância de o professor fazer uso de diferentes realizações não apenas para ensinar, mas para compreender as resoluções não convencionais dos seus alunos. Observamos a mobilização de duas realizações na busca pela compreensão da resposta de Ed.

4.2 Como ensinar divisão quando...

Esta categoria reúne as proposições de discussão sugeridas pelos professores diante das dúvidas manifestadas por eles sobre “como ensinar” divisão quando: “aparece o zero no quociente” ou “o divisor é da ordem das dezenas, centenas” ou “envolve números decimais”.

Após intensas discussões sobre como ensinar a divisão “quando aparece o zero no quociente”, os professores realizaram a divisão de 312 por 3 recorrendo ao uso de materiais manipuláveis conforme Figura 4.

Figura 4. Realização com uso de material manipulável



Fonte: Dados da pesquisa

Segundo os professores, o uso de materiais manipuláveis pode contribuir para que os estudantes entendam os processos de trocas existente entre as ordens (unidade, dezena, centena) quando estão operando com o algoritmo da divisão, evitando erros comuns que levaria o estudante a responder que 312 dividido por 3 é igual a 14. Foi sugerido o uso do material atrelado à execução do algoritmo no intuito de facilitar a compreensão dos alunos na Educação Básica.

Após essa discussão acerca do uso do material manipulável como um auxiliar do algoritmo, o grupo foi desafiado a pensar em realizações do algoritmo recorrendo à decomposição ao responderem a questão do módulo: 7105 dividido por 35 (Figura 5).

Figura 5. Resolução por decomposição para um problema envolvendo divisão

$$\begin{array}{r}
 7000 + 100 + 5 \\
 \hline
 7000 \\
 \hline
 0
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 7000 \\
 \hline
 30 + 5 \\
 \hline
 = 35
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 35 \\
 \hline
 2 + 200 + 1 = 203
 \end{array}$$

Fonte: Dados da pesquisa

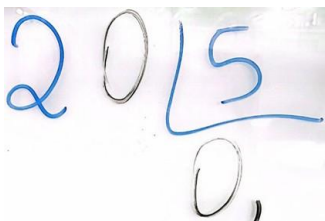
Após a solução da divisão por meio da decomposição, o grupo de professores concordou que essa realização é importante, pois evita expressões do tipo “sete não dá para dividir por 35, pega o próximo número”, conforme a explicação de um dos participantes.

Comecei a divisão pelo 100, pois 2 vezes 35 é igual a 70. Aí, na subtração de 100 por 70 restou 30. Para dividir o 7000 multipliquei 200 por 35 que deu 7000 certinho. Depois eu somei os 30 que tinha sobrado dos 100 com o 5 que restou da conta inicial, e dividi por 35. Aí, um vezes 35 dá 35, aí zerou. O resultado da divisão ficou $2+200+1$ que deu 203. Essa é uma forma de se livrar da fala de que 7 não posso dividir por 35, pega o próximo.

Vê-se que ao propor a realização da divisão recorrendo à decomposição, os professores reconhecem os problemas de linguagem que ocorrem nas aulas de Matemática. Com apoio da decomposição a linguagem utilizada ajuda a estruturar o raciocínio, tornando a estratégia mais clara para os alunos. Nesse sentido, é possível discutir a importância de identificar os erros dos alunos, e se algum desses erros é fruto da linguagem que está sendo usada pelo professor no momento da explicação.

Diante da pergunta “como ensinar divisão quando aparece vírgula?”, os professores foram levados a pensar sobre como ensinar 2 dividido por 5. Ao discutirem sobre como explicar o algoritmo (Figura 6) não houve concordância entre os participantes do grupo.

Figura 6. Algoritmo da divisão com quociente menor que o inteiro



$$\begin{array}{r} 20 : 5 \\ \underline{20} \\ 0 \end{array}$$

Fonte: Dados da pesquisa

Com a mediação dos pesquisadores, o grupo foi levado a pensar na forma de apresentação de um número decimal no que diz respeito à parte inteira e a parte decimal, com auxílio do ábaco (Figuras 7A e 7B).

Figura 7A. Registro de número 1 inteiro e vinte e cinco centésimos no ábaco



Figura 7B. Registro de número 12 inteiros e trinta e seis centésimos no ábaco



Fonte: Dados da pesquisa

Após a discussão sobre o registro e leitura de números decimais, os professores foram levados a discutir sobre o uso do material dourado para realizar a divisão de 2 por 5, considerando a placa como sendo um inteiro, logo a barra e o cubinho seriam partes do inteiro. Assim, o grupo resolveu o problema conforme a Figura 8.

Figura 8. Realização da divisão em que o quociente não é um número inteiro com uso de material manipulável



Fonte: Dados da pesquisa

Após a realização com o material dourado os professores consideraram que ensinar a de divisão em que o quociente não é um número inteiro recorrendo ao uso de um material manipulável pode facilitar o entendimento dos estudantes e a explicação do professor ao evitar expressões no tipo: “dois dividido por cinco não dá, então coloca o zero no quociente”.

As realizações apresentadas nessa categoria apontam que os professores se preocupam com a linguagem utilizada para ensinar o conceito de divisão, reconhecendo que algumas expressões não deixam explícito os procedimentos matemáticos efetuados, podendo gerar compreensões equivocadas por parte dos alunos.

5 Considerações finais

A participação dos professores no CAP revelou que a Matemática para o ensino pode ser cada vez mais aperfeiçoada a partir da imersão em formações contínuas que priorizem as experiências docentes e o compartilhamento das socializações entre os participantes. Quanto às realizações identificadas referentes ao conceito de divisão, incluem-se: transposição da linguagem materna para a linguagem matemática, ilustração, uso de materiais didáticos e algorítmica.

A partir da nuvem de palavras construída inicialmente, acreditamos que a participação no CAP possibilitou aos professores ampliarem o repertório de associações ao conceito de divisão, bem como de realizações do mesmo. Quando desafiamos os professores a pensar sobre o problema de Ed, eles mobilizaram duas realizações, mas consideraram que a ilustração, em detrimento da passagem da linguagem materna para a linguagem matemática, foi a que possibilitou um melhor entendimento do procedimento adotado por Ed.

Observamos que a realização material didático ocorreu associada à realização algorítmica, sendo que a primeira foi tomada como uma estratégia para evitar vícios de linguagens que podem levar ao erro ou a dificultar o entendimento dos estudantes. Destacamos ainda que a realização *subtrações sucessivas*, comumente associada ao conceito de divisão, não foi mobilizada pelo grupo. Assim, a matemática para o ensino do conceito de divisão proposta pelo grupo está associada a saber compreender as soluções não convencionais dos estudantes recorrendo a estratégias que extrapolam o formalismo matemático quando realizam o conceito por meio de ilustrações e materiais manipuláveis a fim de evitar vícios de linguagem que podem ocasionar erros e incompreensões.

Referências

- AGUIAR, C. E. P.; CASTILHO, R. B. de. **Uso de softwares educacionais no ensino de operações matemáticas fundamentais**: um estudo de caso no Telecentro. Revista de Estudos e Pesquisas sobre Ensino Tecnológico, v. 3, n. 6, 2017.
- BALL, D. L.; BASS, H. Making mathematics reasonable in school. In: KILPATRICK, J.; MARTIN, G.; SCHIFTER, D. (Eds.). **A Research Companion to Principles and Standards for School Mathematics**. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics, 2003. p. 3-14.
- BALL, D. L.; THAMES, M. H.; PHELPS, G. **Content knowledge for teaching: what makes it special?**. Journal of Teacher Education, Thousand Oaks, v. 59, n. 5, p. 389-407, 2008.
- BARWELL, Richard. **Discursive psychology as an alternative perspective on mathematics teacher knowledge**. ZDM Mathematics Education, v. 45, p. 595-606, 2013.
- BAUMGARTEL, P.; POSSAMAI, J. P. **Jogo didático e o desenvolvimento do cálculo mental**. Revista de Ensino de Ciências e Matemática, v. 11, n. 3, p. 465-485, 2020.
- COSTA, V. G.; PASSOS, L. F. O. **O professor formador e os desafios da formação inicial de professores de Matemática**. Educação Matemática Pesquisa, São Paulo, v. 11, n. 3, p. 597-623, 2009.
- CRESWELL, John W. **Projeto de pesquisa: métodos qualitativo, quantitativo e misto**. 3. ed. Porto Alegre: Artmed, 2010.
- D'AMBRÓSIO, B. S. Conteúdo e metodologia na formação de professores. In: FIORENTINI, D.; NACARATO, A. M. (Org.). **Cultura, Formação e Desenvolvimento Profissional de Professores que Ensinam Matemática**: investigando e teorizando a partir da prática. 1. ed. São Paulo: Musa Editora, 2005. p. 20-32.
- DAVIS, B.; RENERT, M. **The Math Teachers Know**: profound understanding of emergent mathematics. NY: Routledge, 2014.
- GOMES, V. B.; NUNES, I. C. V. **A utilização do jogo da ASMD como recurso didático para o ensino das quatro operações**. Remat, v. 3, n. 2, p. 62-77, 2017.
- GRILO, J. S. P.; BARBOSA, J. C.; LUNA, A. V. **Repercussões de disciplinas específicas na ação do professor de matemática da educação básica**: uma revisão sistemática. BOLEMA – Boletim de Educação Matemática, Rio Claro, v. 17, p. 4-24, 2015.

- GRILO, J. S. P.; BARBOSA, J. C.; MAKNAMARA, M. **A especificidade matemática para ensinar e seus efeitos na constituição do professor de Matemática**. *BOLEMA – Boletim de Educação Matemática*, Rio Claro, v. 34, n. 66, p. 1334-1353, 2020.
- GRILO, J. S. P.; BARBOSA, J. C.; MAKNAMARA, M. **O dispositivo da especificidade matemática e a produção do sujeito-professor(a)-de-matemática**. *Zetetiké*, Campinas, v. 29, p. e021011, 2021.
- GRILO, J. S. P.; BARBOSA, J. C. **It is necessary to know a specific mathematics to teach mathematics**. *The Mathematics Enthusiast*, [s.l.], v. 19, n. 1, p. 136-157, 2022.
- GRILO, J. S. P.; COSTA, W. O. **“Novas formas de aprender” para ensinar matemática: experiências formativas com estudantes de pedagogia**. *Revista Interinstitucional Artes de Educar*, v. 9, n. 1, p. 107-125, 2023.
- KAMII, C.; JOSEPH, L. L. **Crianças pequenas continuam reinventando a aritmética – séries iniciais: implicações da teoria de Piaget**. 2. ed. São Paulo: Artmed, 2008.
- KAMII, C.; LIVINGSTON, S. J. **Desvendando a Aritmética: implicações da teoria de Piaget**. 7. ed. Campinas, SP: Papirus, 1995.
- KLISZCZ, S. et al. **Jogo educacional digital para apoio ao aprendizado de matemática**. *Tear*, v. 5, n. 1, 2016.
- MARCONDES, S. M. de L. **O uso de software no processo de ensino-aprendizagem**. *Eventos Pedagógicos*, v. 7, n. 2, p. 597-607, 2016.
- MANRIQUE, A. L. **Licenciatura em Matemática: formação para a docência versus formação específica**. *Educação Matemática Pesquisa*, São Paulo, v. 11, n. 3, p. 515-534, 2009.
- MORIEL JR., J. G.; CYRINO, M. C. de C. T. **Propostas de articulação entre teoria e prática em cursos de Licenciatura em Matemática**. *Educação Matemática Pesquisa*, São Paulo, v. 11, n. 3, p. 535-557, 2009.
- MOIA, R. E. de C.; MENDES, I. A.; PEREIRA, M. F. F. **A dimensão história e epistemologia da matemática presente em dissertações e teses (1990-2018) relacionadas aos anos iniciais do ensino fundamental**. *Boletim Cearense de Educação e História da Matemática*, v. 9, n. 26, p. 152-164, 2022.
- MOREIRA, M. A. **A teoria dos campos conceituais de Vergnaud, o ensino de ciências e a pesquisa nesta área**. *Investigações em Ensino de Ciências*, Porto Alegre, v. 7, n. 1, 2002.
- MOREIRA, P. C.; DAVID, M. M. M. S. **Matemática escolar, matemática científica, saber docente e formação de professores**. *Zetetiké*, Campinas: CEMPEM – FE – Unicamp, v. 11, n. 19, p. 57-80, jan./jun. 2003.
- NÍ RÍORDÁIN, M.; PAOLUCCI, C.; O' DWYER, L. M. **An examination of the professional development needs of out-of-field mathematics teachers'**. *Teaching and Teacher Education*, v. 64, p. 162-174, 2017.
- POLICASTRO, Milena Soldá; ALMEIDA, Alessandra Rodrigues de; RIBEIRO, Miguel. **Conhecimento especializado revelado por professores da educação infantil dos anos iniciais no tema de medida de comprimento e sua estimativa**. *Espaço Plural*, v. 18, n. 36, p. 123-154, jan./jun. 2017.
- OLIVEIRA, M. K. et al. **Material dourado como recurso pedagógico para o ensino das quatro operações matemáticas**. *Ambiente*, v. 9, n. 2, p. 114-130, 2017.
- RIBEIRO, A. J. **Equação e conhecimento matemático para o ensino: relações e potencialidades para a Educação Matemática**. *BOLEMA – Boletim de Educação Matemática*, Rio Claro, v. 26, n. 42B, p. 535-557, abr. 2012.

RIBEIRO, A. J.; MACHADO, S. D. A. **Equação e seus multissignificados: potencialidades para a construção do conhecimento matemático.** Zetetiké, Campinas: CEMPEM – FE – Unicamp, v. 17, n. 31, p. [se houver], jan./jun. 2009.

SANTOS, G. L. D.; BARBOSA, J. C. **Um modelo teórico de matemática para o ensino do conceito de função a partir de um estudo com professores.** Revista Iberoamericana de Educación Matemática, n. 48, p. 143-167, dez. 2016.

SOUZA, L. M. de. **Ludicidade no ensino da matemática.** Revista Nova Paideia, v. 3, n. 1, p. 81-92, 2021.

SHULMAN, Lee S. **Those who understand:** knowledge growth in teaching. Educational Researcher, Washington, v. 15, n. 2, p. 4-14, 1986.

SHULMAN, Lee S. **Knowledge and teaching:** foundations of the new reform. Harvard Educational Review, Cambridge, v. 57, n. 1, p. 1-22, 1987.

VERGNAUD, Gérard. **Cognitive and Developmental Psychology and Research in Mathematics Education:** Some Theoretical and Methodological Issues. For the Learning of Mathematics, v. 3, n. 2, p. 31-41, 1982.