

Por que um Modelo Epistemológico de Referência para o ensino de derivadas?

Resumo:

Este trabalho apresenta como objetivo refletir/investigar sobre as razões para a elaboração de um Modelo Epistemológico de Referência (MER) para a construção/reconstrução do ensino da derivada no Ensino Superior. Problemáticas iniciais de uma pesquisa de mestrado em andamento, cujo objetivo é construir um Modelo Epistemológico de Referência (MER) para o desenvolvimento de uma Atividade de Estudo e Pesquisa (AEP) para o ensino de derivadas por meio da taxa de variação. Motivados pelas dificuldades associadas ao ensino e aprendizado desse conteúdo no contexto do Cálculo Diferencial e Integral (CDI) no Ensino Superior. A pesquisa possui como aporte teórico a Teoria Antropológica do Didático, em que por meio da problemática ecológica e da organização praxeológica buscamos suscitar elementos que possam vir a compor ao MER. Além disso, apresentamos argumentos que justificam a escolha desse tema como uma questão de pesquisa e um levantamento de elementos iniciais que problematizam os modelos dominantes no seu ensino e apontam reflexões para a construção do MER.

Palavras-chaves: Modelo Epistemológico de Referência. Cálculo Diferencial e Integral. Derivadas. Teoria Antropológica do Didático. Ensino Superior.

Flavia dos Santos Ferreira

Universidade Estadual de Feira de Santana
Feira de Santana, BA – Brasil

 <https://orcid.org/0000-0002-9349-5334>
✉ flaviasantos821@gmail.com

Eliane Santana de Souza Oliveira

Universidade Estadual de Feira de Santana
Feira de Santana, BA – Brasil

 <https://orcid.org/0000-0003-3981-1620>
✉ essoliveira@uefs.br

Recebido • 04/04/2025
Aprovado • 05/06/2025
Publicado • 08/08/2025

Comunicação Científica

1 Introdução

Neste trabalho, apresentamos as indagações iniciais que permeiam uma pesquisa de mestrado em andamento, cujo objetivo é a construção de um Modelo Epistemológico de Referência (MER) que possibilite o desenvolvimento de uma Atividade de Estudo e Pesquisa (AEP) para o ensino de derivadas por meio da taxa de variação. As razões que justificam a escolha desse tema para a nossa pesquisa estão nas dificuldades de ensino e aprendizagem no Cálculo Diferencial e Integral (CDI), relatados por professores e estudantes e publicados em trabalhos na área da Educação Matemática.

As discussões apresentadas foram feitas com base no referencial teórico da Teoria Antropológica do Didático (TAD), proposta por Yves Chevallard. Por meio desse apoio teórico, conseguimos suscitar e analisar, sob as lentes da Didática da Matemática, quais as ideias predominam no ensino do CDI, quais condições e restrições existem para o seu ensino, além das relações dos

sujeitos e instituições com esse objeto de conhecimento, a derivada. Nosso intuito é construir um MER composto por praxeologias de objetos de conhecimento pertinentes à compreensão da derivada.

O MER construído servirá como referência para a elaboração da AEP, um dispositivo didático de caráter investigativo. No contexto do ensino e aprendizado da matemática, ele visa proporcionar transformações e reflexões nos paradigmas de ensino.

Portanto, o objetivo para esse trabalho é refletir/investigar sobre as razões para a elaboração de um MER para a construção/reconstrução do ensino da derivada no Ensino Superior.

Para apresentar essas reflexões, organizamos o trabalho da seguinte forma: a primeira seção dedicada à introdução; a segunda, às discussões do referencial teórico; a terceira, à apresentação das justificativas dessa problemática como uma questão de pesquisa; a quarta seção propõe uma reflexão que conduz à identificação de elementos para a construção do MER e para a compreensão do problema de pesquisa, por meio da discussão de alguns trabalhos; por fim, a quinta seção apresenta a conclusão e as implicações para a pesquisa de mestrado em desenvolvimento.

2 Referencial teórico

O MER que estamos propondo construir é fundamentado pela Teoria Antropológica do Didático (TAD), proposta por Yves Chevallard. A TAD estuda o homem diante das situações matemáticas; assim, do ponto de vista da teoria, as atividades matemáticas passam a compor o conjunto de atividades humanas (Almouloud, 2007).

De acordo com Almouloud (2007), a TAD estuda as condições e o funcionamento de sistemas didáticos, definidos por meio das relações sujeito-instituição-objeto de saber, descritas pela organização praxeológica da teoria. É essa organização que permite a modelação dessas atividades matemáticas desenvolvidas no ensino e aprendizagem. Além disso, ao situar a teoria na problemática ecológica, ampliamos o nosso campo de análise e a compreensão dos problemas relacionados à relação sujeito-instituição-objeto de saber. Isso ocorre por meio de questionamentos como: De onde vêm esses objetos? Quais suas razões de ser nas instituições? Por que ensinamos esse objeto dessa forma? Há outras maneiras de ensinar?

Essa problemática ecológica é abordada por meio de conceitos provenientes da biologia. Segundo Almouloud (2007, p.113), “O autor vai assim buscar apoio na ideia de nicho, habitat, cadeia alimentar, ecossistema, para tentar explicar as relações entre os objetos e no estudo do objeto em si mesmo”. Desse modo, o *ecossistema* são os possíveis caminhos para observar e realizar nossas análises; o *habitat* são as instituições onde vivem os objetos matemáticos; e por fim, o *nicho*, que representa as funções desempenhadas por esses objetos nas instituições.

Essas relações suscitadas pela problemática ecológica são descritas por meio das noções de: (tipos de) *tarefa*, (tipos de) *técnicas*, *tecnologia* e *teoria*. Composto a organização praxeológica que permite a modelação das atividades matemáticas na TAD.

As tarefas são identificadas por meio de verbos de ação que determinam a sua natureza, como: calcular, decompor, somar, subtrair, etc. As técnicas são as maneiras de realizar determinada tarefa, ou seja, são as ferramentas disponíveis em uma determinada instituição. Sobre as técnicas utilizadas, ressaltamos que elas existem de forma limitada nas instituições. É importante destacar que o levantamento dessas técnicas não se trata necessariamente de um processo metódico; o que estamos propondo é a delimitação e a investigação das atividades desenvolvidas em uma instituição, o que também é o nosso intuito na construção do MER.

Esses dois conceitos formam o bloco prático-técnico da teoria, sendo fundamentado pelos seguintes postulados:

- “1. Toda prática institucional pode ser analisada, sob diferentes pontos de vista e de diferentes maneiras, em um sistema de tarefas relativamente bem delineadas.
2. O cumprimento de toda tarefa decorre do desenvolvimento de uma técnica.” (Almouloud, 2007, p. 114)

Para que uma técnica seja utilizada numa instituição, é necessário que ela seja compreensível, legitimada e justificada (Almouloud, 2007). Isso será feito por meio da tecnologia. Toda tecnologia também precisa ser justificada, e esse é o papel da teoria. Logo, temos formado o bloco teórico da TAD, enunciado pelo terceiro postulado da teoria: “A ecologia das tarefas, quer dizer, as condições e restrições que permitem sua produção e sua utilização nas instituições” (Almouloud, 2007, p. 116). Esse bloco garante as condições e restrições para a realização de uma determinada tarefa numa instituição.

Na próxima seção, faremos uma análise sobre as razões em propor o MER como uma questão de pesquisa.

3 Modelo epistemológico de referência: por que torná-lo uma questão de pesquisa?

Nas discussões sobre a TAD, vimos que, por meio da problemática ecológica, ampliamos nossas lentes de análises sobre determinado objeto de saber. Desse modo, é possível desvendar suas razões de ser e as relações desenvolvidas entre instituições e pessoas com aquele objeto. E, mais ainda, compreender a sua importância e utilidade nessas instituições. Quando propomos esse tipo de análise para o estudo da derivada no Ensino Superior estamos em concordância com Oliveira (2022, p. 46):

- “É importante que se questionem os motivos de requisitar o estudo da derivada no Ensino Superior, de modo a verificar se esta obra é visitada como um monumento ou se existem razões para a sua manutenção, continuidade e prosseguimento nesse nível de ensino.”

De acordo com Almouloud *et al.* (2021), essa “visita às obras” e os objetos de saber, como um monumento dizem respeito à forma como os estudantes interagem e são apresentados aos conhecimentos matemáticos. Ou seja, são expostas somente as obras que podem ser vistas e

veneradas, e a interação não permite que esses estudantes as toquem, manipulem ou as questionem (Almouloud *et al.*, 2021)

Essas análises levam ao que conhecemos por Modelo Epistemológico Dominante (MED), que podemos considerar como práticas que vivem no contexto educacional que foram aceitas, muitas vezes sem problematizações, e são replicadas nas práticas pedagógicas dos professores, em ideias presentes nos livros didáticos, nos currículos e etc.

Segundo Oliveira (2022), precisamos questionar os saberes ensinados e aceitos nessas instituições como se fossem algo natural ou não-problemático. Em nossas pesquisas iniciais sobre o Cálculo Diferencial e Integral (CDI), conseguimos perceber essas inquietações, problematizações e a dimensão dos problemas de ensino e aprendizado do CDI.

Nas investigações das dificuldades envolvidas no ensino e aprendizado dos objetos de conhecimento associados ao CDI. Analisando algumas pesquisas constatamos algumas ideias aceitas como naturais sobre o fracasso do seu ensino, indo desde a falta de base na Educação Básica a questões pedagógicas no Ensino Superior. Conforme mostrado por Macêdo e Gregor (2020, p. 06), “Os alunos chegam ao Ensino Superior com um conhecimento superficial dos conteúdos matemáticos, o que dificulta a compreensão e absorção dos teoremas, conceitos e cálculos desta disciplina.”

Em sua pesquisa, Rezende (2003), caracteriza esse fato como a dominância das técnicas sobre o significado da operação. Ou seja, o processo de aprendizagem do Cálculo fica reduzido a manipulações algébricas para se obter o resultado, em vez de haver uma compreensão profunda sobre o sentido daquele conceito e operação.

Desse modo, Rezende (2003) apresenta soluções “normais” para o ensino de Cálculo, tanto no contexto pedagógico quanto no âmbito da pesquisa. Apresentaremos aqui as resoluções dadas no contexto pedagógico. A primeira delas, e provavelmente mais comum, é a utilização de listas de exercícios para que os estudantes possam de forma exaustiva treinar as manipulações algébricas. Em seguida, temos o uso de computadores como um suporte e tentativa de solucionar as dificuldades envolvidas no processo de aprendizagem do Cálculo. De acordo com Rezende (2003, p. 16), “O que precisamos fazer não são projetos para o “uso de computadores” no ensino de Cálculo, e sim, projetos para o ensino de Cálculo”. Portanto, segundo a visão do autor, o que precisamos é repensar o ensino do CDI e qual a sua finalidade.

“Primeiro, será necessário que se defina o que (nós professores) queremos com o ensino de Cálculo, qual o seu papel no ensino superior; isto é, questões pertinentes ao Cálculo e ao seu ensino, para, aí sim, num momento oportuno, definir qual a contribuição que este valioso instrumento da inteligência - o computador - possa vir a dar para este projeto.” (Rezende, 2003, p. 16)

Por fim, Rezende (2003) aborda sobre a “falta de base” nos estudantes recém-chegados ao Ensino Superior. Como forma de solução, às instituições elaboram cursos preparatórios para nivelar esses estudantes, como por exemplo, o curso de Pré-Cálculo. O foco desse curso está no ensino das ferramentas algébricas necessárias para o estudo do CDI, tais como: polinômios, funções reais usuais,

fatoração, relações e identidades trigonométricas, simplificações e etc. (Rezende, 2003). “É verdade que falta tudo isto ao aluno recém-egresso do ensino médio. Mas também é verdade que a tal “falta de base” não é um problema específico do ensino de Cálculo” (Rezende, 2003, p. 17).

Portanto, podemos perceber que as dificuldades relacionadas ao ensino e aprendizado do CDI, agora em nosso recorte de pesquisa sobre a derivada, envolvem questões mais profundas. Necessitando de uma análise detalhada que busque identificar aspectos históricos; às relações estabelecidas entre instituições de ensino, sujeitos (professores e estudantes) e livros didáticos com o Cálculo, e às ideias predominantes sobre o conteúdo que influenciam no seu ensino. Nesse sentido, encontramos aqui a nossa justificativa para a elaboração de um MER.

De acordo com Almeida e Iglioni (2024), um MER permite tornar visíveis essas práticas replicadas no contexto educacional para que sejam discutidas em pesquisas acadêmicas. Esses autores revelam que “Um MER desempenha um papel crucial na emancipação da didática da matemática, ao permitir a libertação da pesquisa didática da sujeição aos códigos escolares e aos Modelos Epistemológicos Dominantes (MED) em instituições educacionais” (Almeida; Iglioni, 2024, p. 33).

Na próxima seção apresentaremos reflexões presentes em pesquisas que levam à elaboração de um MER sobre as derivadas e a compreensão do problema didático.

4 Reflexões na perspectiva da elaboração de um modelo epistemológico de referência para as derivadas: uma compreensão do problema didático

É comum a apresentação e construção do conceito de derivada em livros didáticos por meio da reta tangente. Oliveira (2022) aponta que, em atividades desenvolvidas com seus estudantes, que estavam cursando o último semestre de seus cursos, era notório que a maioria conseguia resolver tarefas que exigiam apenas a manipulação algorítmica para obter a derivada. No entanto, não conseguiam relacionar adequadamente a taxa de variação e o coeficiente angular da reta tangente a uma curva, com a derivada da função naquele ponto do seu domínio.

“Para alguns desses alunos, a derivada de uma função deveria ser a equação da reta tangente à curva do gráfico dessa função. Um deles ficou surpreso quando ao obter a equação da reta tangente de uma função polinomial de grau 3, em um certo ponto, obteve como derivada da função, uma função polinomial de grau 2, e afirmou: “[...] mas o gráfico dessa derivada não é uma reta!”” (Oliveira, 2022, p. 53)

De acordo com Almeida e Iglioni (2024), essa analogia entre os conceitos pode potencializar os desafios para o aprendizado na derivada no Ensino Superior. Isso ocorre porque os conceitos de reta tangente introduzidos na Educação Básica não são suficientes para descrever a dimensão desse fenômeno no Ensino Superior aplicados a derivada. No primeiro contexto, o conceito está sendo visto na perspectiva da trigonometria, ou seja, estamos associando a reta tangente a um círculo, nesse

caso a tangente diz respeito sobre o número de pontos em que se toca aquela curva. Segundo Escarlata (2008, p. 22):

“Portanto, no contexto do cálculo, a noção de derivada é anterior à de tangência. Assim, a afirmação de que “o valor da derivada no ponto é a inclinação da reta tangente” pode ser considerada como uma definição para reta tangente, mas não para derivada— como está em muitos casos é apresentada por livros didáticos e professores.”

Sobre as práticas do cálculo no Ensino Superior e na Educação Básica, compreendemos que ambas possuem objetivos distintos. Na matemática escolar os interesses estão associados as operações aritméticas e equações, e na prática acadêmica essas praxeologias tornam-se mais complexas, pois necessitam da Álgebra Linear, Geometria Analítica, Geometria Diferencial e etc. (Pereira; Nunes; Almouloud, 2024).

Além dessas noções construídas ao longo dos níveis escolares e que ainda permeiam o Ensino Superior, dificultando a compreensão do conceito de derivadas, Almeida e Igliori (2024) apontam para o desenvolvimento histórico do conceito. Os autores discutem como as resistências e os conflitos de natureza matemática e filosófica influenciam no ensino e aprendizado. *Ibid.* (2024, p. 36), “Essa resistência histórica à metafísica do infinito e aos conceitos abstratos associados ao cálculo diferencial reflete a complexidade envolvida na compreensão e no ensino da derivada”. Sobre isso, Escarlata (2008) sugere a necessidade de um argumento infinitesimal para definir a tangente no contexto do cálculo, como forma de trazer essa abrangência ao conceito.

Essas questões em torno da derivada nos mostram quais elementos podem ser revelados na construção do MER, uma vez que estamos buscando essa construção/ reconstrução do conceito de derivada. É necessário estarmos atentos à forma como construímos essas ideias na Educação Básica e suas implicações no Ensino Superior. Precisamos delimitar quais são as condições, restrições e limitações em torno desse conceito. Outro ponto abordado aqui são as questões históricas na construção da derivada. Para que isso seja explorado, precisamos de um estudo histórico-epistemológico, a fim de revelar como essas problemáticas foram sendo solucionadas ao longo do tempo, tanto pelos matemáticos quanto pelos professores de matemática. Isso tudo visa tornar esse conceito acessível aos sentidos dos estudantes, permitindo e justificando as razões de ser do seu estudo.

5 Considerações finais

As problematizações propostas nesse trabalho tratam-se de estudos iniciais acerca do ensino da derivada, entretanto, trazem questões importantes e inerentes às dificuldades relacionadas a esse objeto. Na construção do nosso MER, é fundamental transparecer esses problemas e apontar caminhos para a construção/reconstrução da derivada. Proporcionando uma postura crítica diante essas questões tanto no seu ensino, quanto nas pesquisas acadêmicas.

Embora abordamos essas problemáticas de forma resumida, conseguimos apresentar uma transposição dos conceitos na Educação Básica para o Ensino Superior, evidenciando de que forma o mesmo objeto pode viver nessas instituições e chamando a atenção para as práticas pedagógicas do professor. É importante que estes estejam atentos às ideias trazidas pelos estudantes e às associações são que são feitas ao longo do estudo de um conteúdo, para que não se torne um obstáculo na construção de noções mais abstratas.

Para a nossa pesquisa de mestrado, esse estudo preliminar sugere os próximos caminhos que devemos traçar, agora que conseguimos apontar a problemática da pesquisa. Portanto, para uma compreensão mais aprofundada, é necessário analisar a derivada sob diferentes perspectivas: livros didáticos, pesquisas acadêmicas, evolução histórica-epistemológica, currículos da Educação Básica e Ensino Superior e etc. O objetivo é revelar não apenas as razões de sua existência, mas também as formas de relações estabelecidas entre instituições-sujeitos-objeto do saber, justificando sua presença, necessidade de sua manutenção e sua utilidade.

Essas concepções sobre a derivada, sob o ponto de vista de diferentes instituições, contribuirão para a construção de MER sofisticado, no sentido de analisar essas questões sobre diferentes perspectivas. Além disso, o MER deverá ser problematizador das questões tidas como normais no seu ensino, permitindo uma análise crítica dos modelos propostos e considerados dominantes nos contextos educacionais.

Agradecimentos

O presente trabalho foi realizado com o apoio da Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado da Bahia (FAPESB) por meio da concessão da bolsa de mestrado.

Referências

ALMOULOU, S. A. A teoria antropológica do didático. In: ALMOULOU, S. A. (org.). **Fundamentos da Didática da Matemática**. Curitiba: Ed. UFPR, 2007. p. 111 – 123.

ALMOULOU, S. A.; NUNES, J. M. V.; PEREIRA, J. C. S.; FIGUEROA, T. P. Percurso de estudo e pesquisa como metodologia de pesquisa e de formação. **Revista de Educação da Universidade Federal do Vale do São Francisco**, v. 11, n. 24, p. 427-467, 2021.

ALMEIDA, M. V.; IGLIORI, S. B. C. Constructos teóricos de Tall para o ensino de derivada: considerações sobre a elaboração de um modelo epistemológico de referência. **Educação Matemática Pesquisa Revista do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática**, São Paulo, v. 26, n. 3, p. 029–047, 2024. DOI: 10.23925/1983-3156.2024v26i3p029-047. Disponível em: <https://revistas.pucsp.br/index.php/emp/article/view/66194>. Acesso em: 28 mar. 2025.

ESCARLATE, A. C. **Uma investigação sobre a aprendizagem de integral**. 2008. 152 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) – Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2008.

MACÊDO, J. A.; GREGOR, I. C. S. Dificuldades nos processos de ensino e de aprendizagem de Cálculo Diferencial e Integral. **Educação Matemática Debate**, v. 4, p. 1-24, 2020.

OLIVEIRA, L. C. B. **ESTUDO DAS TRÊS DIMENSÕES DO PROBLEMA DIDÁTICO DA DERIVADA DE UMA FUNÇÃO**. 2022. 120 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica, São Paulo, 2022

PEREIRA, J. C. de S.; NUNES, J. M. V.; ALMOULOU, S. A. Conexões transpositivas na perspectiva da elaboração de modelos epistemológicos de referência a partir de objetos da matemática escolar. **Educação Matemática Pesquisa Revista do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática**, São Paulo, v. 26, n. 3, p. 328–347, 2024. DOI: 10.23925/1983-3156.2024v26i3p328-347. Disponível em:
<https://revistas.pucsp.br/index.php/emp/article/view/66940>. Acesso em: 28 mar. 2025.

REZENDE, W. M. **O ensino de cálculo: dificuldades de natureza epistemológica**. 2003. 468 f. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade de São Paulo, São Paulo, 2003.