

## **Conhecimentos adquiridos durante a produção e aplicação de uma oficina para o desenvolvimento da visualização espacial**

### **Eixo 5: Ensino e Aprendizagem de Matemática na Educação Básica**

Gabriel Angelo de Paula Rodrigues. Universidade do Estado da Bahia (UNEB).  
[gabrielangelodepaularodrigues@gmail.com](mailto:gabrielangelodepaularodrigues@gmail.com);

Pedro Henrique Dantas Sampaio. Universidade do Estado da Bahia (UNEB).  
[phenriquesam@hotmail.com](mailto:phenriquesam@hotmail.com);

Maridete Ferreira Bispo Cunha. Universidade do Estado da Bahia (UNEB).  
[marideteferreira@gmail.com](mailto:marideteferreira@gmail.com)

### **RESUMO**

Este relato teve como objetivo socializar os conhecimentos adquiridos durante a produção e aplicação da oficina sobre Geometria Espacial que seriam apresentados a título de buscar desenvolver a visualização espacial, para uma turma do 2º ano do Ensino Médio. Na condição de estudantes iniciantes na Licenciatura em Matemática e com algumas dificuldades trazidas da educação básica, compreendemos a importância dos conhecimentos adquiridos para que assim possa se evitar que equívocos venham a ser passados aos nossos futuros estudantes. Essas informações foram importantes, pois isso nos fez obter conhecimentos que contribuirão enquanto futuros professores que buscam fazer a diferença.

**Palavras-chave:** Visualização Mental. Visualização Geométrica. Oficina

### **INTRODUÇÃO**

No presente relato estão as experiências adquiridas por licenciandos do curso de Matemática da UNEB, Campus II, Alagoinhas, durante o desenvolvimento das atividades da disciplina Prática em Geometria Espacial.

Um dos objetivos da disciplina é inserir os licenciandos ao cotidiano do ambiente escolar da rede pública de ensino, ao implementar tarefas que agreguem o desenvolvimento dos estudantes do curso de Licenciatura em Matemática, articulando teoria e prática.

O objetivo desse relato é descrever a experiência vivenciada por dois estudantes ao desenvolver e aplicar uma oficina intitulada “Visualização Espacial” para uma turma do 2º ano do Ensino Médio de um colégio da rede estadual de ensino da cidade de

Alagoinhas-BA. O desenvolvimento e a implementação da oficina surgiram à medida que as aulas de prática em geometria espacial nos apresentavam questões que trabalham com conceitos e ideias matemáticas relacionadas diretamente com a geometria e que eram muito importantes para um bom domínio deste campo da matemática.

Um dos temas discutidos na disciplina foi sobre a visualização geométrica como uma habilidade que é imprescindível para o desenvolvimento do pensamento geométrico. Para Gutierrez (1997, p. 9), a visualização geométrica é “o tipo de atividade de raciocínio baseada no uso de elementos visuais ou espaciais, mentais ou físicos, realizados para resolver problemas ou provar propriedades”. Nesse sentido, foi solicitado pela professora que pensássemos numa proposta de atividade que partisse das atividades aplicadas durante as aulas de Prática em Geometria Espacial, com o intuito de contribuir para estudantes desenvolverem seus pensamentos geométricos.

Para o desenvolvimento da oficina, elaboramos uma apresentação com material concreto, cujo objetivo era desenvolver com os alunos a habilidade de visualização. No entanto, antes de aplicar a oficina, apresentamos para a professora da disciplina, no intuito de ouvir sua opinião, contribuições essas que nos ajudariam a melhorar a oficina, tanto na formatação quanto na correção de possíveis erros conceituais. Assim sendo, nesse relato, iremos descrever um pouco de como a oficina foi aplicada aos estudantes e apresentaremos os conhecimentos adquiridos por nós, durante a produção da oficina que poderão impactar em nossa formação como futuros professores.

## APRESENTAÇÃO

Para fazer a construção da oficina, buscamos ideias a partir das discussões ocorridas durante as aulas. Focamos na habilidade de visualização espacial e percebemos que a questão da prova da 1º fase, nível 1 da OBMEP (Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas) de 2016, representada na figura 1, teria potencial para trabalhar essa habilidade. Vimos que essa questão seria uma ótima situação para ser ponto de partida para trabalhar a visualização.

Figura 1: questão da prova da 1ª fase, nível 1 da OBMEP de 2016

6. A soma dos números das faces opostas de um dado é sempre 7. O dado da figura é girado sucessivamente sobre o caminho indicado até parar na última posição, destacada em cinza. Nessa posição, qual é o número que está na face superior do dado?

- A) 1
- B) 2
- C) 3
- D) 4
- E) 5



Fonte: Prova da OBMEP, 2016

A escolha dessa atividade se deu pelo fato de que ela envolve os elementos relacionados à visualização espacial, que segundo MacGee (1979) apud Gutierrez (1997, p.8) corresponde à:

- 1) Capacidade de imaginar a rotação de um objeto representado, o desdobramento de um sólido e as mudanças relativas à posição dos objetos no espaço.
- 2) Capacidade de visualizar uma configuração em que haja movimento entre suas partes.
- 3) Capacidade de compreender movimentos imaginários em três dimensões e de manipular objetos na imaginação.
- 4) Capacidade de manipular ou transformar a imagem de um padrão espacial em outro arranjo.

Nos momentos de estudos desenvolvidos e apresentação e discussão da atividade, obtivemos conhecimentos relacionados à própria geometria e conhecimentos

sobre o quadro teórico da visualização geométrica desenvolvida por Gutierrez, integrando os resultados parciais de pesquisadores como Bishop, Hoffer, Presmeg ou Yakimanskaya, que caracterizaram diferentes componentes da visualização. Segundo Gutierrez (1997, p. 4), “a visualização é importante para muito mais atividades do que poderíamos suspeitar inicialmente.”

### *MATERIAL CONCRETO*

A manipulação de materiais concretos emerge nas salas de aula visando tornar as aulas mais interessantes e cativantes para os alunos, que frequentemente veem a geometria como "difícil". O uso de materiais concretos é proposto como uma forma de estimular o aprendizado, permitindo que os estudantes visualizem e manipulem objetos para compreenderem conceitos matemáticos. No entanto, é ressaltado que o simples uso desses materiais como representações materiais dos conceitos não é suficiente, pois é essencial que os professores os utilizem de maneira adequada, incentivando o raciocínio lógico e a construção de conceitos pelos alunos. O objetivo é desenvolver o pensamento matemático, a visualização geométrica e preparar os estudantes para se tornarem adultos pensantes no futuro.

Com essas ideias, partimos para a criação de um modelo para trabalhar a questão escolhida de forma lúdica e significativa. Para isso, construímos um objeto em forma de cubo em que suas faces foram numeradas de 1 (um) a 6 (seis), sendo que a soma dos números correspondentes às faces opostas resultavam em 7 (sete) e trilhas em papel metro com várias configurações, representando caminhos distintos que o cubo pudesse percorrer sobre a trilha.

Elaboramos diferentes configurações das trilhas, com quadrados consecutivos, iniciando com configurações mais simples (de forma linear, ou seja, sempre para frente), depois com configurações mais complexas (em que contemplava caminhos para diferentes lados), até chegar a uma configuração a exemplo da atividade escolhida.

Com esse material, pensamos em desenvolver a oficina no sentido de proporcionar ao estudante condições para perceber um padrão de como identificar a face superior do



cubo ao percorrer diferentes caminhos e ter condição de resolver a atividade proposta (Figura 1) sem recorrer ao uso de material concreto.

### *APLICAÇÃO DA OFICINA*

Oficina foi aplicada a uma turma de 2º ano do Ensino Médio de uma escola pública. Na sala de aula, apresentamos a questão já comentada no tópico anterior e pedimos aos alunos que, se soubessem, a respondessem, e, a partir daí, fizemos alguns questionamentos com objetivo de investigar os conhecimentos apresentados pelos estudantes. Em seguida, trabalhamos com algumas trilhas que consistiam em mapas de quadrados consecutivos assim como o visto na questão, porém com algumas especificações com objetivo de fazer os estudantes investigarem e descobrirem padrões e desenvolverem a visualização de como ocorre a movimentação de um cubo a partir destas trilhas, como dito no tópico anterior.

Colocamos as trilhas uma de cada vez, o dado em uma posição e antes de girá-lo, perguntamos: Se girarmos o dado sobre o caminho até parar no último quadrado, qual o número que estará na face superior do dado? Inicialmente, para imaginar o dado que seria entregue aos estudantes depois de suas respostas para conferir se estavam certos, colocado na trilha assim como na questão, com a face de número 3 para cima e a face de número 5 virada para o quadrado em frente ao movimento, e começamos a investigação. A partir das respostas e comentários dos alunos, que foram surpreendentes, foi possível observar entendimento e desenvolvimento da visualização espacial, pois começaram a apresentar padrões e noções do movimento que um cubo (neste caso, o dado) faria a partir de um caminho.

Logo na primeira trilha, que consistia em seis quadrados posicionados em linha reta, iniciando no primeiro quadrado branco para chegar no cinza e questionamos sobre o que eles perceberam a fim de detectar a descoberta de algum padrão ou algo a comentar sobre o que entenderam e obtivemos as seguintes respostas:

Grupo 1: “A cada quatro casas em uma única direção, os números começam a se repetir.”

Grupo 3: “Nessa trilha, alguns números da face do dado repetiam, mas outros ficavam de fora. Porque o dado só andava em linha reta, aí o 6 e o 1 ficaram excluídos, e que as faces laterais não mudaram”, ou seja, em caminho de linha reta, as faces laterais permanecem constantes.

Figura 2: Trilha 1



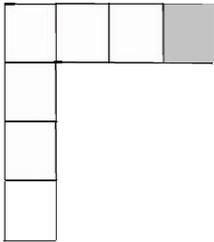
Fonte: Autor

Já na segunda trilha, questionamos a mesma coisa, e obtivemos os seguintes comentários:

Grupo 2: “Se a trilha fosse em linha reta, dois números seriam excluídos, mas aqui ele mudou de direção, por causa disso, todos os números são envolvidos. E as laterais mudam quando a trilha muda de direção e isso faz com que o dado ande em outra direção fazendo as faces laterais mudarem”

Grupo 1: “fizemos por um caminho diferente, ao invés de irmos para frente, fomos para o lado que temos a curva lá na frente, e depois subimos em direção a última casa, e deu o mesmo resultado do que vocês colocaram no quadro”

Figura 3: Trilha 2



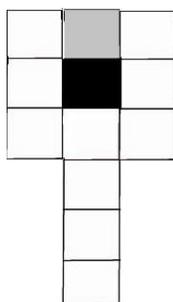
Fonte: autor

Ao chegar na última trilha, que consistia em dois caminhos para chegar no local desejado, e onde o local preto seria considerado um buraco, e os dados não poderiam passar, obtivemos os seguintes comentários:

Grupo 1: “Por causa do número de faces, eu segui em linha reta depois virei uma casa para direita ou uma para a esquerda e depois continuei indo na mesma direção que eu estava no começo, a casa final fica bem no meio dos dois caminhos, e esses dois caminhos são como o reflexo das faces opostas e por isso vai dar o mesmo resultado. ”

Grupo 4: “Considerando o ponto zero, onde eu tenho que escolher ir para a esquerda ou ir pra direita, e essas faces antes que estavam viradas pra cima, agora se tornaram face lateral, tanto pelo caminho da esquerda ou da direita. Continuando a trilha pelo lado que escolhi, que foi a direita, quando cheguei lá na frente, tive que virar para a esquerda, fazendo com que a face, que antes era a face de cima do cubo, voltasse a ser a mesma, que nesse caso era o 5. E se eu tivesse escolhido o caminho da esquerda mais na frente eu teria que virar à direita. ”

Figura 4: Trilha 5



Fonte: Autor

Por fim, perguntamos se tinham alguma dúvida e se agora saberiam responder à questão inicial trazida, e então a fizeram com enorme facilidade, e com isso foi possível observar que os alunos, do início para o final, com os questionamentos feitos, e induzindo-os a pensar em como movimentar o dado, apresentaram um ótimo desenvolvimento da visualização mental e geométrica, demonstrando um domínio mais adequado dos movimentos.

Durante a aplicação da oficina, pudemos observar a grande importância de trilhar um caminho com o estudante. Não deve mais existir aquela forma engessada e tradicional

de ensino, onde o professor é autoridade e nenhum estudante pode falar, nós devemos ser orientadores dos estudantes, que os façam buscar as respostas e andar pelos caminhos até compreenderem o que queremos ou até mais do que esperamos. Entendemos que é de extrema importância a atenção dos professores às dúvidas e dificuldade dos estudantes.

O uso da ludicidade nessa oficina, propiciou um interesse e participação maior dos alunos para trabalho com a visualização mental. Segundo Corbalán (1994, p. 14), “ensinar e aprender matemática pode e deve ser uma experiência com bom êxito do sentido de algo que traz felicidade aos alunos. Curiosamente quase nunca se cita a felicidade dentro dos objetivos a serem alcançados no processo ensino-aprendizagem.

### *CONSIDERAÇÕES FINAIS*

Este relato teve como objetivo socializar os conhecimentos adquiridos durante a produção e aplicação da oficina sobre Geometria Espacial que seriam apresentados a título de buscar desenvolver a visualização espacial, para uma turma da 2ª série do Ensino Médio e mostrar como se deu este desenvolvimento a partir de relatos dos estudantes sobre o que viram e entenderam da atividade.

A questão da OBMEP foi escolhida para a aplicação da oficina por contemplar aspectos da visualização espacial segundo a perspectiva de Gutierrez e, posteriormente, para investigar o aperfeiçoamento da visualização espacial dos alunos, pois ela traz, a partir do dado, a ideia da movimentação de um sólido geométrico, neste caso um cubo, conduzindo os estudantes a pensarem as variadas formas, jeitos e posições em que pode manipular este objeto.

É válido ressaltar a importância de aprimorar a visualização espacial nos alunos, visto que agora terão mais facilidade para questões como esta, sem contar que com esta habilidade desenvolvida, podem executar mais facilmente alguns trabalhos e atividades que exijam a manipulação com objetos.

Na condição de estudantes iniciantes na Licenciatura em Matemática e com algumas dificuldades trazidas da educação básica, compreendemos a importância dos conhecimentos adquiridos para que assim possa se evitar que equívocos venham a ser passados aos nossos futuros estudantes.

## XX ENCONTRO BAIANO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA IX FÓRUM BAIANO DAS LICENCIATURAS EM MATEMÁTICA

01 A 04 DE AGOSTO DE 2023  
PAULO AFONSO - BA

Sintetizando, nós percebemos com essa oficina que:

- Visualização espacial é um fator da vida como um todo e que é muito utilizado na matemática, buscando auxiliar os estudantes no desenvolvimento da compreensão de conceitos matemáticos e, portanto, é de extrema importância para o indivíduo.
- O uso de material concreto é de extrema valia para o ensino de matemática, devido às possibilidades de manipulação que ele traz, fazendo com que o estudante crie uma imagem mental da variedade de posições e desenvolva a capacidade de compreender movimentos imaginários em três dimensões e de manipular objetos na imaginação.
- Temos também a ludicidade que é uma tendência matemática que transforma o ensino da Matemática em situações de aprendizagem atrativas e prazerosas.

Essas informações foram importantes, pois nos proporcionaram obter conhecimentos que geraram embasamento teórico aprofundado, nos incentivando a buscar materiais mais seguros e nos ensinando o quanto esses conhecimentos são fundamentais para a nossa vida como professores que se empenham para termos um diferencial, para não deixar nenhuma lacuna sobre os conceitos e ideias matemáticas para nossos estudantes.

**XX ENCONTRO BAIANO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA**  
**IX FÓRUM BAIANO DAS LICENCIATURAS EM MATEMÁTICA**

01 A 04 DE AGOSTO DE 2023  
PAULO AFONSO - BA

## REFERÊNCIAS

CORBALÁN, F. **Juegos matemáticos para secundaria y bachillerato**. Madrid: Síntesis, 1994.

GUTIERREZ, A. **Visualization in 3-Dimensional Geometry: In Search of a Framework**. “Institución Valenciana de Estudios e Investigación” (1989-91), the University of Valencia (1992-93), and the DGICYT (project PB93-0706, 1994-97).

SANTOS, A. O.; OLIVEIRA, C. R.; OLIVEIRA, G. S. de. **Material concreto: uma estratégia pedagógica para trabalhar conceitos matemáticos nas séries iniciais do ensino fundamental Itinerarius Reflectionis**, Goiânia, v. 9, n. 1, 2013. DOI: 10.5216/rir.v1i14.24344.

OBMEP. Solução da prova da 1ª fase. 2022. Disponível em [https://drive.google.com/file/d/19dbDWsw456MWk-z8YE2s-EJc\\_k4IncQy/view](https://drive.google.com/file/d/19dbDWsw456MWk-z8YE2s-EJc_k4IncQy/view). Acesso em 025 out. 2023.