XX ENCONTRO BAIANO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA
IX FÓRUM BAIANO DAS LICENCIATURAS EM MATEMÁTICA
01 A 04 DE AGOSTO DE 2023
PAULO AFONSO - BA
ISSN 2175-1668

A semelhança de triângulos e as teorias didáticas no contexto da Residência Pedagógica.

Eixo Temático: Ensino e Aprendizagem de Matemática na Educação Básica

Lahís Milenna Santos Andrade. IFBA. lahismilenna@gmail.com;
Aldo José Conceição da Silva. IFBA. aldo.silva@ifba.edu.br;
Celso Eduardo Brito. IFBA. celsoedu@ifba.edu.br;

RESUMO

O presente trabalho é fruto da aplicação de uma sequência didática desenvolvida nocontexto do Programa Residência Pedagógica[1], em uma turma do 2° ano do Ensino Médio Integrado ao Curso Técnico em Informática do IFBA, Eunápolis. Utilizando-se de uma tecnologia digital, objetivou-se despertar o interesse dos discentes, contribuindo para o seu crescimento acadêmico e pessoal, buscando melhorar o processo de aprendizagem, atreladoao objeto do saber. Os alicerces teóricos que embasaram a aplicação foram a Teoria das Situações Didáticas, desenvolvida por Guy Brousseau; a Teoria do Antropológico Didático, de Yves Chevallard, além da Teoria das Representações de Registros Semióticos,desenvolvida por Raymond Duval. O objeto matemático abordado na aplicação foi a *Semelhança de Triângulos*. A sequência didática conferiu aos estudantes o papel de protagonistas da construção do conhecimento, na medida em que, colocados em umasituação adidática, percorreram um caminho metodológico que os levou a construções que posteriormente foram validadas e institucionalizadas pela residente.

Palavras-chave: Aprendizagem Matemática. Sequência Didática. Semelhança de Triângulos. Teorias em Didática. Residência Pedagógica.

INTRODUÇÃO

O ensino e a aprendizagem da Matemática são processos dinâmicos que exigem transformações nas práticas pedagógicas. No entanto, mesmo com essas mudanças, nem sempre é garantido que os estudantes estejam motivados e engajados nesse processo, uma vez que nem sempre possuem uma visão admirável desse componente curricular.

Para superar essas dificuldades e envolver os estudantes de forma mais ativa em seu processo de aprendizagem, foi aplicada uma proposta de sequência didática baseada na Teoria das Situações Didáticas, com o uso da tecnologia digital *GeoGebra*. Essa abordagem busca estimular a criatividade, motivar os estudantes e permitir que eles

[1] O Programa de Residência Pedagógica é um programa da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - CAPES

ISSN 2175-1668

resolvam problemas, aplicando o raciocínio lógico, conceitos matemáticos e a manipulação da tecnologia digital.

A sequência didática foi implementada com 28 estudantes, divididos em duplas, de uma turma do 2º ano do Ensino Médio Integrado ao Curso Técnico em Informática do IFBA, Eunápolis. É importante mencionar que a elaboração da sequência e os estudos teóricos relacionados foram realizados no âmbito do Programa Residência Pedagógica, do curso de Licenciatura em Matemática dessa instituição.

O objetivo deste estudo foi verificar as contribuições da aplicação de uma sequência didática para a aprendizagem do tema "Semelhança de Triângulos", fundamentada naTeoria das Situações Didáticas (TSD). Além disso, observou-se o desenvolvimento dos estudantes por meio da Teoria Antropológica do Didático (TAD) e da Teoria dos Registros de Representação Semiótica (TRRS).

É importante ressaltar a importância dos estudantes realizarem diversas experiências com metodologias que favoreçam seu desenvolvimento sensorial, espacial, motor e pessoal, por meio da manipulação de objetos. No entanto, para que essa abordagem pedagógica seja efetiva, é necessário fornecer condições para que os alunos realizem explorações e investigações durante o processo de aprendizagem.

Nesse sentido, o uso de tecnologias digitais é essencial no ensino da Matemática, pois proporciona aos alunos a construção do conhecimento e torna a aprendizagem mais significativa, por meio de atividades dinâmicas e contextualizadas.

A fundamentação teórica deste estudo aborda conceitos da Teoria das Situações Didáticas (TSD), Teoria Antropológica do Didático (TAD) e Teoria dos Registros de Representação Semiótica (TRRS). Essas teorias permitem uma reflexão sobre as práticas pedagógicas adotadas no ensino da Matemática e fornecem um suporte teórico para a análise e avaliação dos resultados obtidos com a aplicação da sequência didática proposta.

FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Durante a aplicação das atividades deste trabalho, a TAD (CHEVALLARD, 1991); a TSD (BROUSSEAU, 2008); bem como a TRRS (DURVAL, 2012) foram nossas principais referências. O recurso a essas teorias se deu no intuito de contribuir com o processo de aprendizagem dos discentes, além de disponibilizar tarefas com objetivos definidos, sem ambiguidades. Outrossim, as representações desse aprendizado em diferentes registros permitiram aos estudantes a realização do tratamento, da conversão e

ISSN 2175-1668

da coordenação do objeto, o que possibilitou a construção de conceitos, a evocação de objetos não ostensivos, além da socialização dos novos conhecimentos construídos.

A TAD, desenvolvida por Chevallard, tem como objeto de estudo a didática, a partir da noção de *Objeto*, *Relação pessoal*, *Pessoa* e *Instituição*. O *Objeto* é definido como qualquer entidade material, tangível ou não, que existe para pelo menos um indivíduo; a *Relação pessoal*, como o sistema ou o conjunto de todas as interações que o indivíduo pode estabelecer com o objeto; uma *Pessoa*, como o conjunto de todas as relações pessoais que existem do indivíduo com os objetos, num dado instante da sua história. Por fim, uma *Instituição* se define como um dispositivo social "total", constituído, no mínimo, por uma parte intrínseca.

Essa teoria concede uma análise dos objetos matemáticos através da abordagem praxeológica, que, segundo Henriques (2019, p.57), é "[...] um modelo para análise da ação humana institucional", na qual a praxeologia é uma organização do saber, possuidora de quatro noções: tarefa, técnicas, tecnologias e teoria.

Sob essa ótica, a tarefa "[...] é um exercício, um exemplo ou um problema, elaborada com um enunciado em precisão[...]" (HENRIQUES, 2019, p. 58), com o verbo no infinitivo, sem ambiguidade e com um objetivo a ser alcançado. A técnica, por sua vez, "[...] é uma maneira de realizar uma determinada tarefa[..]" (HENRIQUES, 2019, p.60), aopasso que a tecnologia "[...] é o discurso racional (*o logos*) que tem por objetivo justificar atécnica" (HENRIQUES, 2019, p.61). Já a teoria, é definida por Henriques (2019, p.61) como "[...] um conjunto de regras sistemáticas que constituem um ramo de saberes organizados [...] que têm a função de justificar [...] uma tecnologia".

Outra importante construção teórica é a TSD, desenvolvida pelo educador francês Guy Brousseau, com o intuito de compreender as relações mútuas entre os discentes, os docentes e o *milieu* (meio), bem como modelar o processo de ensino e de aprendizagem através de várias situações reprodutíveis voltadas para os conceitos matemáticos e para os comportamentos dos alunos.

O objeto de estudo da TSD é a situação didática, definida por Brousseau *apud* Almouloud (2007, p. 33) como "o conjunto de relações estabelecidas explicitamente e/ou implicitamente entre um aluno ou grupo de alunos, um *milieu* [...] e um sistema educativo (o professor) para que esses alunos adquiram um saber constituído[...]". Nesse aparato teórico são identificadas as interações da tríade professor-aluno-saber, numa representação do processo de ensino e de aprendizagem criada por Brousseau e conhecida como

ISSN 2175-1668

Triângulo Didático ou *Vértices do saber.*

A teoria aborda duas situações denominadas de situação didática e situação adidática. A situação didática é definida por Brousseau como:

> um conjunto de relações estabelecidas explicitamente ou implicitamente entre um aluno ou um grupo de alunos, num certo meio, compreendendo eventualmente instrumentos e objetos, e um sistema educativo (o professor) com a finalidade de possibilitar a estes alunos um saber constituído ou em vias de constituição. (BROUSSEAU apud ALMOULOUD, 2007, p.33).

Na situação didática, enfatizam-se as relações estabelecidas entre o professor, o aluno e o saber, na qual o primeiro é protagonista dessa situação. Em contrapartida, a situação adidática, busca desenvolver contextos por meio dos quais os alunos encontrem soluções e respostas a partir de suas estratégias e conhecimentos prévios, tornando-se autônomo e protagonista do seu próprio processo de aprendizagem. (BROUSSEAU apud ALMOULOUD, 2007, p.33).

Nesse sentido, Brousseau fundamenta a teoria em quatro fases do saber: Ação, Formulação, Validação e Institucionalização, sendo as três primeiras fases voltadas para a situação adidática e a última fase, para a situação didática.

Dessa forma, a fase de ação, segundo De Almeida (2022, p.243), se dá quando "[...] os alunos interagem com o meio e buscam solucionar o problema que foi proposto". A fase de formulação "[...] tem como principal característica a comunicação de uma informação matemática, quando a situação começa a entrar em um campo teórico. Essa comunicação pode ocorrer de forma escrita ou oral [...]. Contudo, ainda sem a intenção de validar qualquer estratégia" (DE ALMEIDA, 2022, p.243). Na fase de validação, conforme evidencia De Almeida (2022, p.244) "[...] alunos buscam demonstrar, justificar para os interlocutores suas soluções por meio da argumentação, feita de modo racional". Na Institucionalização, "o professor fixa convencionalmente e explicitamente o estatuto cognitivo do saber" (ALMOULOUD, 2007, p.40). É nesse contexto que o professor explicitará os conceitos matemáticos voltados para as situações propostas, fazendo também seus questionamentos e validações.

Para o estudo da TRRS, é necessária a compreensão de dois termos: objeto e representação. De acordo com Duval *apud* Henriques (2019, p. 69), "as relações existentes entre dois termos são as noções centrais para toda a análise do conhecimento". Assim Henriques define a representação semiótica como "uma representação de uma ideia ou um objeto do saber, construída a partir da mobilização de um sistema de sinais."

ISSN 2175-1668

(HENRIQUES, 2019, p.70)

Dessa forma, um objeto de saber pode ser representado em diferentes registros de representação, compostos de diversos signos, nos quais são realizadas as possíveis representações de um dado objeto. Logo, os signos são definidos por Henriques como "um sinal mobilizado por alguém (sujeito) capaz de permitir-lhe identificar um sistema ou registro de representação semiótico (...)" (HENRIQUES, 2019, p. 71).

Durval distingue três atividades cognitivas fundamentais, ligadas aos registros de representação. A primeira delas é a formação, que, segundo Henriques (2019, p. 73) "é baseada na aplicação de regras de conformidade e na seleção de certas características do conteúdo envolvido." A segunda atividade é o tratamento de uma representação, voltada à manipulação, sem a mudança de registro. A conversão, terceira atividade cognitiva distinguida por Durval, refere-se à mudança de registro. De acordo Henriques, "a conversão de uma representação é a transformação dessa representação numa representação de outro registro." (HENRIQUES, 2019, p. 73).

Finalizando o quadro teórico do presente trabalho, apresentaremos a seguir o processo metodológico da aplicação da SD, os dados obtidos através dela, bem como a discussão dos resultados da aplicação.

METODOLOGIA

Durante todo o percurso metodológico, nossas análises se deram por meio de uma abordagem qualitativa, visto que se tratavam de observações frente às etapas ligadas as teorias anteriormente apresentadas. Para isso, os dados foram coletados por meio de *prints* das atividades desenvolvidas no *GeoGebra* e por meio de registros das observações feitas na folha que continham as orientações das tarefas a serem realizadas.

A SD em questão tem como objetivo verificar as contribuições para a aprendizagem do objeto matemático *Semelhança de triângulos*, introduzido por uma situação adidática e utilizando a tecnologia digital *GeoGebra*, através da qual os discentes realizaram a construção de triângulos, seguindo instruções que foram utilizadas para a resolução das Tarefas.

A aplicação dessa sequência didática envolveu os seguintes passos:

1º passo: Criar um triângulo ABC utilizando a ferramenta polígono.

2º passo: Ampliar o triângulo ABC com fator igual a 2 utilizando a ferramenta de homotetia, obtendo o triângulo A'B'C'.

ISSN 2175-1668

3º passo: Utilizar a ferramenta de ângulo para encontrar os ângulos internos dos triângulos ABC e A'B'C'.

4º passo: Responder seis tarefas, sendo as quatro primeiras relacionadas às medidas dos triângulos, incluindo a área, perímetro e medidas dos lados, utilizando as ferramentas de área, distância, comprimento ou perímetro. Na quinta tarefa, fazia-se necessário observar e refletir sobre as razões encontradas entre as medidas dos lados, áreas e perímetro, bem como sobre os ângulos internos dos triângulos ABC e A'B'C'. Na sexta tarefa, refletir sobre a semelhança e igualdade dos triângulos, relacionando os elementos analisados nos itens anteriores.

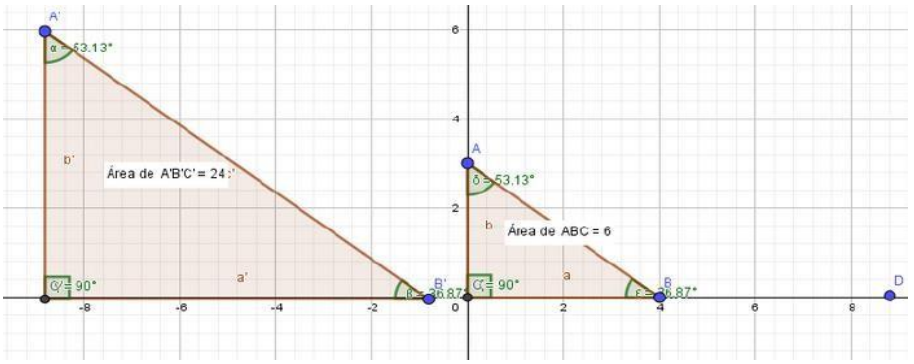
Os dados foram colhidos através das construções no *GeoGebra* e em formulário entregue aos discentes durante aplicação. Estes dados serviram de base para a discussão dos resultados da aplicação.

RESULTADOS E DISCUSSÃO

Foi possível observar nas análises de cada tarefa e de cada questão que, de forma geral, obteve-se um resultado positivo. Esse resultado se refletiu em contribuições para a aprendizagem do objeto matemático *Semelhança de Triângulos*, já que as duplas, em sua maioria, alcançaram os objetivos das tarefas, realizando as fases do saber de maneira coerente. De igual forma, os tratamentos nos registros semióticos também foram executados a contento e serão melhor detalhados no decorrer deste trabalho.

Iniciamos a aplicação da SD com uma construção realizada no *GeoGebra*. Para tanto, disponibilizamos um passo a passo, em 4 etapas. Nas 3 primeiras, haviam instruções para a construção de um triângulo, fazendo em seguida a homotetia por ampliação e exibindo a medida dos ângulos internos. Nessa etapa, foi possível notar que todos os discentes conseguiram realizar a construção dos triângulos, seguindo o passo a passo,como, por exemplo, podemos observar na Figura 1 uma construção feita no *GeoGebra*. As demais duplas formavam triângulos distintos, porém todas conseguiram realizar os passos.

Figura 1: Recorte da construção do *GeoGebra*, Dupla **A**



Fonte: Dados da pesquisa (2023)

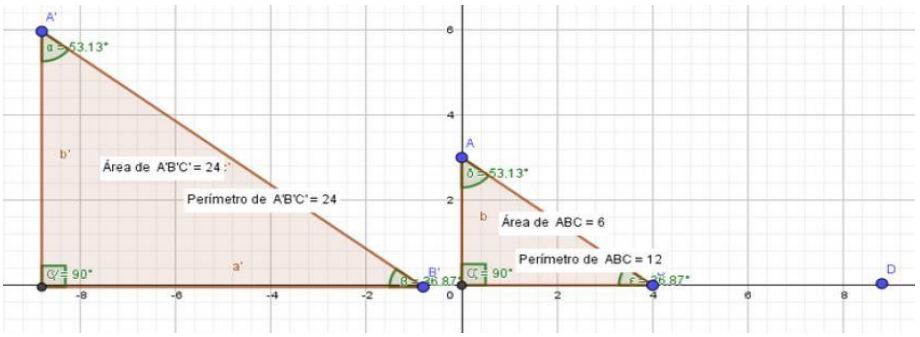
A partir daqui, traremos as principais impressões obtidas por meio das análises dos materiais referentes às tarefas do 4º passo.

Nas tarefas 1, 2 e 3, o objetivo era calcular as áreas, perímetros e medidas dos lados dos triângulos, utilizando a ferramenta indicada do *GeoGebra*, determinando, assim, as razões entre elas.

Todas as duplas conseguiram alcançar o objetivo ao completarem as fases de ação, formulação e validação. Isso pode ser observado na resposta da Dupla A, conforme ilustrado na Figura 2, que mostra a construção feita no *GeoGebra* para as tarefas 1 e 2. A Figura 3 apresenta a construção da tarefa 3, enquanto a Figura 4 demonstra o tratamento na representação semiótica no registro algébrico desenvolvido. No entanto, durante a fase de ação, enfrentaram um obstáculo inicial em relação à evocação do objeto não ostensivo necessário para realizar a tarefa, que era o conceito de razão. Esse obstáculo foi superado durante a fase de formulação.

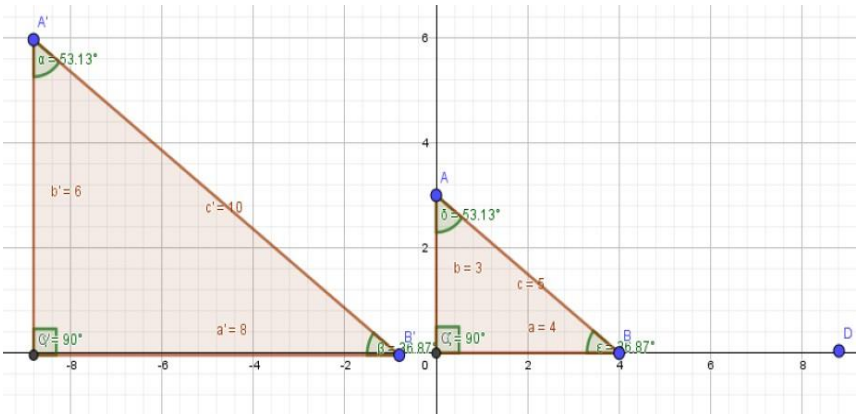
A maioria dos discentes não recordava o conceito, alguns realizaram essa evocação de forma correta e, através da formulação, trocaram tal informação com os colegas que não lembraram. Essa troca foi permitida, já que era atrelado a um pré-requisito e não iria prejudicar a aplicação da situação adidática sobre o objeto em estudo.

Figura 2: Recorte da construção do *GeoGebra*, Dupla **A**



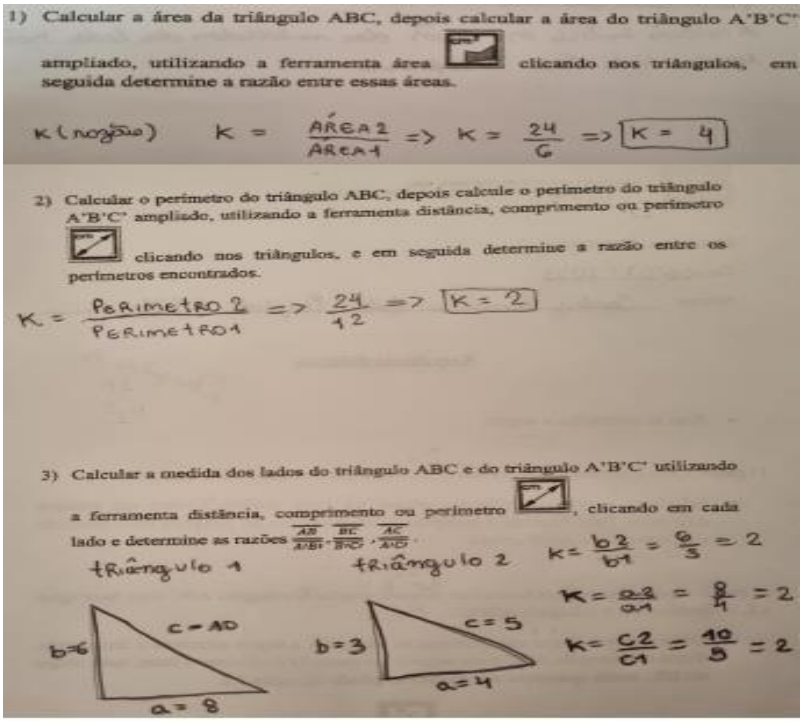
Fonte: Dados da pesquisa (2023)

Figura 3: Recorte da construção do *GeoGebra*, Dupla **A**



Fonte: Dados da pesquisa (2023)

Figura 4: Recorte da resolução da dupla **A**

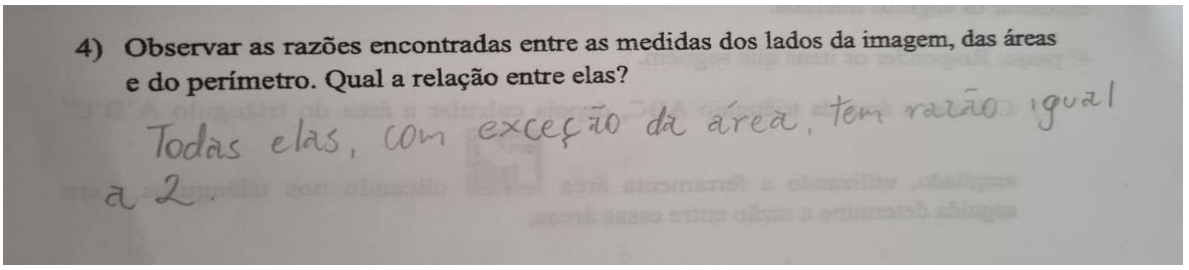


Fonte: Dados da pesquisa (2023)

Na tarefa 4, o objetivo era analisar as razões encontradas nas tarefas anteriores, percebendo uma igualdade entre elas. Os discentes tiveram alguns obstáculos para realizar o tratamento na representação da língua materna, pois não interpretaram totalmente o enunciado. Porém, por se tratar de uma situação adidática, nas fases de ação, formulação e validação previstas na TSD, a intervenção docente não poderia acontecer.

No entanto, mesmo com algumas dúvidas, 60% das duplas conseguiram alcançar o objetivo da tarefa ao executarem corretamente as três primeiras fases da TSD. Elas chegaram à conclusão de que as razões nas tarefas 2 e 3 eram iguais. No entanto, nenhuma dupla observou que a área correspondia à constante das outras razões ao quadrado. Elas perceberam, porém, que a área era a metade, o dobro ou simplesmente diferente das outras razões, conforme demonstrado na Figura 5, na resolução da Dupla F.

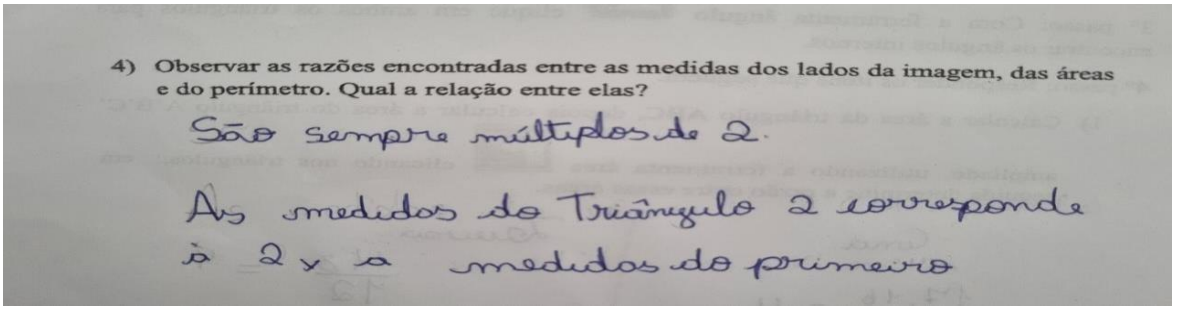
Figura 5: Recorte da resolução da Dupla **F**.



Fonte: Dados da pesquisa (2023)

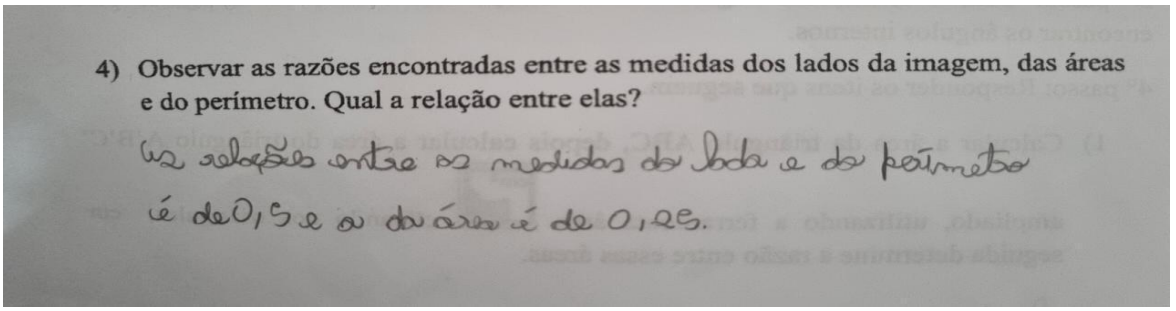
Das duplas restantes, representando 40% do total, nenhuma delas completou as fases de formulação e validação. Dessas, 27% observaram que as razões eram múltiplas de 2, como pode ser visto na Figura 6, na resolução da Dupla E. Os outros 13% destacaram apenas os valores, conforme ilustrado na Figura 7, na resolução da Dupla C.

Figura 6: Recorte da resolução da Dupla **E**



Fonte: Dados da pesquisa (2023)

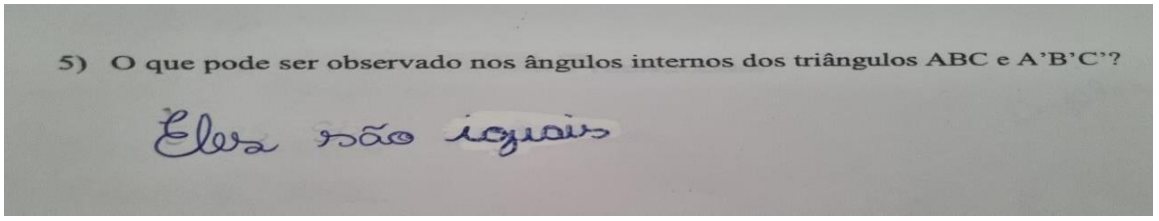
Figura 7: Recorte da resolução da Dupla **C**



Fonte: Dados da pesquisa (2023)

Na tarefa 5, o objetivo era observar os ângulos internos dos triângulos e perceber que, mesmo com a ampliação, os ângulos analisados permaneciam congruentes. Todas as duplas alcançaram o objetivo, completando as fases de ação, formulação e validação, conforme pode ser observado na Figura 8, na resolução da Dupla E. Essa tarefa foiutilizada na fase de institucionalização para apresentar a definição de semelhança detriângulos: "Dois triângulos são semelhantes se seus ângulos correspondentes são congruentes e os lados homólogos são proporcionais" (IEZZI, 2016, p.198).

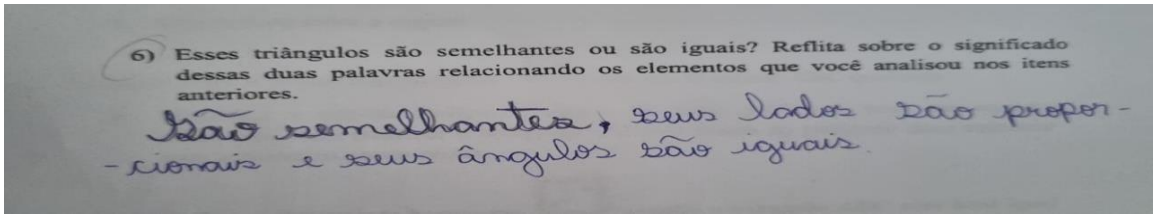
Figura 9: Recorte da Resolução da Dupla **E**



Fonte: Dados da pesquisa (2023)

A Tarefa 6 teve como objetivo promover a reflexão dos alunos sobre o significado das palavras "semelhança" e "igualdade". Durante a análise, foi possível perceber que todas as duplas alcançaram o objetivo ao desenvolverem corretamente as três fases da TSD e validarem suas respostas, como exemplificado na Figura 10, um recorte da resolução da Dupla I.

Figura 10: Recorte da resolução da Dupla **I**



Fonte: Dados da pesquisa (2023)

Utilizamos essa tarefa na fase de institucionalização, para apresentar a definição da diferença entre triângulos iguais e a triângulos semelhantes.

Após a aplicação da situação adidática sobre semelhança de triângulos, ocorreu a fase de institucionalização dos conceitos desenvolvidos na SD. O objetivo dessa fase foi formalizar o que foi construído pelas duplas durante a atividade.

Inicialmente, foi realizado um diálogo com os alunos para saber suas impressões sobre a metodologia utilizada na aula. Em suas falas, eles relataram ter sido muito positiva, pois estiveram ativamente envolvidos no processo durante todo o tempo. Em seguida, as duplas compartilharam suas respostas da tarefa 4, sendo explicado pela professora que as razões das tarefas 2 e 3 eram iguais, enquanto na da tarefa 1 a área era a constante das outras razões ao quadrado, denominando essa constante como razão de semelhança.

Após a apresentação do conceito de razão de semelhança, o compartilhamento das respostas continuou com as tarefas 5 e 6, que foram utilizadas para introduzir o conceito de semelhança de triângulos, destacando a ideia de semelhança entre duas figuras com base na tarefa 6.

A aplicação da SD por meio de uma situação adidática, conforme prevista na TSD, obteve resultados positivos, uma vez que envolveu os alunos na aula, tornando-os mais participativos e interessados em construir seus conhecimentos juntamente com seus colegas e a professora. Dessa forma, foi perceptível a contribuição positiva da aplicação de uma SD voltada para o aprendizado de "Semelhança de Triângulos", baseada na Teoria das Situações Didáticas (TSD), possibilitando um melhor entendimento dos conceitos e maior participação dos alunos. Isso demonstra que essa aplicação se mostrou ser uma boa possibilidade de abordagem metodológica para as nossas aulas.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

É sabido que o processo de aprendizagem da Matemática requer uma prática que se atualiza, colocando-se em consonância com as novas tecnologias. Por meio deste trabalho, apresentamos uma abordagem menos tradicional de um objeto matemático, por meio de uma metodologia fundamentada em teorias que apontam para caminhos outros e possíveis nesse processo. Verificamos que a aplicação da SD no viés adidático proporcionou aos discentes maior protagonismo e autonomia, pensamentos lógicos e o incentivo ao trabalho em equipe na resolução das tarefas propostas. Também foi notório que os estudantes foram capazes de coordenar diferentes registros durante a resolução das questões. Ademais, a

utilização da tecnologia digital através do *GeoGebra* e a utilização das diferentes representações nos registros culminaram em uma melhor manipulação do objetomatemático, deixando-o menos abstrato e atraindo mais os discentes por meio de uma participação mais ativa no processo de construção de seu conhecimento.

REFERÊNCIAS

ALMOULOUD, Saddo Ag. **Fundamentos da Didática da Matemática**. UFPR, 2007.

BROUSSEAU, Guy. **Introdução ao Estudo das Situações Didáticas**: Conteúdos e métodos de ensino. São Paulo: Ática, 2008. 128p.

CHEVALLARD, Yves. **La transpostion didactique**: du savoir savant au savoir enseigné. La Pensée Sauvage Éditions: Grenoble, 1991.

DE ALMEIDA, Franciane Alves; DE ALMEIDA, Fernando Emilio Leite. **Teoria das Situações Didáticas: Uma análise do planejamento do professor até as interações em sala de aula**. Revista Paranaense de Educação Matemática, v. 11, n. 25, p. 238-260, 2022.

DUVAL, R. Registros de representação semiótica e o funcionamento cognitivo do pensamento. Trad. Méricles Thadeu Moretti. **Revemat**, Eissn 1981-1322. Florianópolis, v. 07, n. 2, p.266-297, 2012

HENRIQUES, A. **Saberes Universitários e as suas relações na Educação Básica**. Via Litterarum, 2019.

IEZZI, G.; DOLCE, O.; DEGENSZAJN, D.; PÉRIGO, R; ALMEIDA, N. **Matemática:** ciência e aplicações. v. 1, 9.ed. São Paulo: Saraiva, 2016.