

## Conhecimento Especializado para o ensino de volume: um estudo de caso no PIBID

### Resumo:

Este trabalho é um recorte de uma pesquisa de mestrado e visa analisar o conhecimento especializado revelado e desenvolvido por professores em formação inicial ao participarem de uma sequência didática com situações-problema que abordam o volume como uma grandeza. Como aporte teórico recorreremos ao Mathematics Teacher's Specialized Knowledge e, como teoria subjacente, à Teoria dos Campos Conceituais. A pesquisa é de cunho qualitativo, do tipo estudo de caso, e os dados foram coletados por meio das produções escritas dos participantes, gravações (vídeo e áudio) e observação participante. Os dados obtidos apontam que o contexto formativo elaborado contribuiu para a mobilização e o aprimoramento de conhecimentos especializados por parte dos participantes. Ademais, reforçam a relevância de levar em conta as particularidades e fragilidades dos professores em formação inicial, visando fortalecer o ensino de conceitos fundamentais como volume.

**Palavras-chaves:** Conhecimento especializado. Formação Inicial. Professor de Matemática. Grandeza volume.

### 1 Introdução

O volume, assim como o comprimento e a área, é uma característica espacial e tangível, acessível experimentalmente e presente em atividades cotidianas e profissionais, sendo uma grandeza pertencente ao campo conceitual das grandezas geométricas, que, por sua vez, integra o campo das grandezas e medidas. A Base Nacional Comum Curricular - BNCC (Brasil, 2018) propõe que os estudantes desenvolvam habilidades relacionadas ao volume na Matemática, com ênfase no pensamento espacial e geométrico, incentivando sua aplicação em situações cotidianas, a medição e estimativa utilizando unidades padrão, a resolução de problemas com fórmulas matemáticas e a conexão do volume a outras grandezas, como a capacidade, explorando relações entre unidades de medida e contextos práticos. Contudo, ainda persistem inúmeros desafios no processo de ensino e aprendizagem das grandezas geométricas.

### Roberta dos Santos Rodrigues

Universidade Federal do Amazonas  
Manaus, AM – Brasil

 <https://orcid.org/0000-0001-9903-7644>  
✉ [roberta.rodrigues@ufam.edu.br](mailto:roberta.rodrigues@ufam.edu.br)

### Leonard Euler Valente Feitosa

Universidade Federal do Amazonas  
Manaus, AM – Brasil

 <https://orcid.org/0000-0002-4639-1153>  
✉ [leonardeulerv@gmail.com](mailto:leonardeulerv@gmail.com)

### Francisco Eteval da Silva Feitosa

Universidade Federal do Amazonas  
Manaus, AM – Brasil

 <https://orcid.org/0000-0003-0913-3427>  
✉ [sfeitosa@ufam.edu.br](mailto:sfeitosa@ufam.edu.br)

Recebido • 04/04/2025  
Aprovado • 05/06/2025  
Publicado • 08/08/2025

Comunicação Científica

Em relação aos livros didáticos, observa-se uma ênfase exagerada na utilização de fórmulas e conversão de unidades (Brasil, 2011), nas situações de medição e no aspecto numérico da grandeza Volume (Morais; Bellemain; Lima, 2014; Moraes, 2013). Além disso, os trabalhos de Barros (2002) e de Oliveira (2002) revelam que os estudantes do ensino fundamental não compreendem o princípio de conservação de volume, têm dificuldades conceituais em torno do conceito de volume e dificuldades na distinção entre volume e capacidade, recorrendo, na maioria dos casos, à utilização de fórmulas para calcular o volume.

Essas dificuldades para uma construção satisfatória do conceito de volume não são meramente de natureza epistemológica, mas também emana das diversas decisões que o professor toma, sendo, portanto, de natureza didática, como mostram os resultados encontrados por Vuelma, Garcia e Trevisan (2011), que indicam que o tema volume é frequentemente tratado na escola de forma bastante superficial, com o professor atuando como um mero repetidor de práticas tradicionais. Essas práticas geralmente se baseiam em exposições no quadro, seguidas por uma sequência de definição ou fórmula, exemplos e exercícios, apresentados de maneira descontextualizada e sem significado.

Os estudos de Leivas (2009) e Muraca (2011) apontam fragilidades nos conhecimentos de conceitos de Geometria, tanto entre professores em formação inicial quanto entre professores já formados, respectivamente. No que tange à formação inicial de professores de Matemática, Righi (2018) e Righi, Santarosa e Mathias (2019) apontam que os licenciandos apresentam dificuldades que advêm da ausência e/ou fragilidade de conceitos subsunçores, necessários para a aprendizagem de volume como grandeza (transformação de unidades de medidas), compreensão da independência da área e volume com a forma e suas medidas lineares, ênfase no quadro geométrico e numérico como obstáculo para a aprendizagem de Volume como Grandeza.

Considerando a carência de pesquisas relacionadas aos conceitos geométricos no contexto da formação de professores de Matemática (Sena; Dorneles, 2013; Sanchez, 2018) e levando em conta que o conhecimento matemático do professor é um componente fundamental para a prática docente (Carrillo-Yañez *et al.*, 2018), considera-se necessário ampliar as pesquisas nessa área, a fim de contribuir para a identificação de possíveis lacunas e alternativas, tanto na formação inicial de professores quanto no ensino de volume como grandeza.

A fim de combater e superar as dificuldades supracitadas, esta pesquisa objetivou analisar o conhecimento especializado revelado e desenvolvido por professores de matemática em formação inicial ao participarem de uma sequência didática com situações-problema que abordam o volume como uma grandeza. Além disso, tendo em vista evidenciar a compreensão do volume como grandeza, e não apenas como aplicação de fórmulas, este estudo recorre à Teoria dos Campos Conceituais (TCC), desenvolvida pelo pesquisador francês Gérard Vergnaud.

## 2 Aportes teóricos

Esta pesquisa se fundamenta no modelo teórico-analítico proposto por Carrillo *et al.* (2014), conhecido como Mathematics Teacher's Specialized Knowledge – MTSK, o qual é um modelo que considera o caráter especializado do conhecimento do professor de forma integral, abrangendo todas as suas subdimensões, e evita fazer referência a elementos externos (conhecimentos de outras profissões). O MTSK apresenta uma dualidade, funcionando tanto como uma estrutura teórica que organiza o núcleo do conhecimento profissional do professor de matemática quanto como uma ferramenta metodológica para examinar diversas práticas docentes com base em suas categorias (Flores; Escudero; Aguilar, 2013). Assim, esse modelo pretende constituir uma ferramenta útil para analisar e compreender que conhecimento um professor de matemática possui e/ou mobiliza em sua atividade profissional (Climent; Montes, 2022).

O MTSK considera dois grandes grupos de conhecimento cuja natureza e meios de validação diferem entre si. Por um lado, considera-se o conhecimento que o professor possui sobre a matemática como disciplina científica em um contexto escolar, denominado Mathematical Knowledge – MK, que abrange os subdomínios Knowledge of Topics - KoT, Knowledge of the Structure of Mathematics - KSM e Knowledge of Practices in Mathematics – KPM. Por outro lado, tem-se o conhecimento de aspectos relacionados ao conteúdo matemático como objeto de ensino-aprendizagem, o qual é denominado de Pedagogical Content Knowledge - PCK, composto pelos subdomínios Knowledge of Mathematics Teaching - KMT, Knowledge of features of learning mathematics - KFLM e Knowledge of mathematics learning standards – KMLS (Carrillo *et al.*, 2014). No centro do modelo estão incluídas as crenças do professor sobre a matemática e sobre o seu ensino e sua aprendizagem, influenciando todo o processo de aquisição e análise sobre o MTSK que um professor de matemática possui (Climent; Carreño; Ribeiro, 2014).

Não obstante a aparente compartimentalização, esta tem caráter meramente operatório, dada a impossibilidade de analisar com atenção a completude do conhecimento do professor. Nessa direção, Flores-Medrano *et al.* (2014) reforçam o fato que o esse conhecimento tem todos os subdomínios de forma integral e que o MTSK permite uma visão holística desse conhecimento, podendo, no mesmo episódio, encontrar vários subdomínios do conhecimento do professor.

Ao analisarmos os conhecimentos matemáticos revelados e desenvolvidos pelos participantes deste estudo, focamos no KoT e suas categorias (Quadro 1).

**Quadro 1** – Categorias do subdomínio KoT

Subdomínio	Categoria	Descrição
Knowledge of Topics (KoT)	Definições, propriedades e fundamentos	Conhecimento das propriedades que caracterizam um determinado objeto e o tornam definível, além das propriedades e fundamentos que são atribuídos a um tópico em específico.
	Fenomenologia e aplicações	Conjunto de situações em que o professor pode situar um tema, dando sentido a ele e gerando conhecimento matemático e conhecimento dos usos e aplicações de um tópico.

Procedimentos	Conhecimento de algoritmos convencionais e alternativos, como proceder com eles, as condições suficientes para usá-los e os fundamentos matemáticos desses algoritmos.
Registros de representação	Diferentes formas as quais o professor pode recorrer ao representar um conceito, processo ou procedimento, as quais podem ser gráficas, algébricas, aritméticas, pictóricas, linguagem natural etc.

Fonte: adaptado de Carrillo *et al.* (2014)

Ademais, o conhecimento especializado do professor de matemática para o ensino de volume como grandeza envolve a compreensão de que esse conceito está inserido no campo conceitual das Grandezas Geométricas, o que remete à Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud (1982).

### 3 Metodologia

Este estudo possui uma abordagem qualitativa (Stake, 2011), visto que buscamos analisar e compreender o conhecimento matemático especializado mobilizado e desenvolvido por um grupo de futuros professores inseridos em um ambiente formativo. A pesquisa caracteriza-se como um estudo de caso instrumental, na perspectiva de Stake (2005), segundo o qual um estudo de caso instrumental é aquele em que o caso, por si só, não é o foco principal, mas sim um meio para explorar ou compreender algo mais amplo. Da mesma forma, nesta pesquisa o foco não será o caso em si, mas utilizá-lo como ferramenta para obter insights a respeito da questão de pesquisa.

Este estudo trata-se de um recorte de uma pesquisa maior, cujos participantes foram 20 (vinte) discentes do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal do Amazonas, que também eram bolsistas do Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência (PIBID). Como técnica de coleta de dados, recorreremos à observação participante, à gravação em vídeo e à análise documental (Gil, 2022) por meio de notas de campo e das respostas dos participantes à tarefa proposta, os quais foram analisados à luz da Análise de Conteúdo (Bardin, 1997).

A coleta de dados ocorreu em um contexto formativo no qual aplicamos uma sequência didática baseada na perspectiva de Zabala (2015), cuja apenas uma seção será discutida neste estudo. A sequência foi estruturada em torno de um objetivo claro (desenvolver o conhecimento especializado), conteúdos bem definidos (a grandeza volume) e estratégias metodológicas adequadas ao contexto. A seguir, descreveremos como as etapas fundamentais de uma sequência didática, conforme Zabala (2015), foram implementadas neste estudo.

A seção da sequência didática apresentada neste recorte foi aplicada em 1 encontro com 4 horas de duração, cujo foco foi promover a construção de conhecimento por meio de estratégias que estimulem a participação ativa dos estudantes. Para tanto, recorreremos à metodologia ativa Rotação por Estações (Christensen; Horn; Staker, 2013), a qual constitui-se na proposta metodológica em que

várias atividades diferentes são organizadas em estações de trabalho, independentes, porém que devem apresentar o mesmo tema, cada uma delas com início, meio e fim (Coussirat, 2020).

Conforme o conceito de contrato didático (Brousseau, 1980), foi estabelecido que os participantes trabalhariam em grupos 4 integrantes, formando um total de 6 grupos, dos quais o *corpus* deste estudo será apenas dois, identificados neste estudo por Grupo 1 – composto apenas por acadêmicos cursando a partir da segunda metade do curso – e Grupo 2 – composto por estudantes do 3º período e que ainda não cursaram a disciplina de Geometria Espacial. Como critério de escolha para esses dois grupos, definimos que um deveria ser formado por alunos que já cursaram a disciplina de Geometria Espacial na universidade e o outro, que ainda não cursaram. Planejou-se a organização de 3 estações. Além disso, os grupos somente tomariam conhecimento das situações propostas em cada estação quando passassem por ela, sendo proibido que um grupo que já tivesse concluído sua atividade em determinada estação informasse outro grupo sobre as situações daquela estação.

Uma vez que visamos conceber o volume como um conceito, apoiamo-nos na Teoria dos Campos Conceituais na elaboração das situações, mais especificamente no Campo Conceitual das Grandezas Geométricas, seguindo, e adaptando para a grandeza volume, a perspectiva de Douady e Perrin-Glorian (1989), com seus quadros geométrico, numérico e das grandezas, e Baltar (1996) e Ferreira (2010), que propõem os tipos de situações que dão sentido a essa temática – comparação, medida, produção de superfícies e mudança de unidade.

Dessa forma, em cada estação, foram propostas situações que conferem significado ao conceito de volume, projetadas para desenvolver um ou mais conhecimentos especializados sobre o tópico. A seguir, apresentaremos as situações presentes em cada uma das três estações (Quadro 2) e, mais adiante, descreveremos quais conhecimentos especializados esperávamos que fossem mobilizados e desenvolvidos.

**Quadro 2** – Ficha de Atividades

<p><b>Situação 1 (Situações de comparação estática)</b> – Considere os dois sólidos disponíveis para esta tarefa: um cubo e um paralelepípedo (ambos ocus). Com os recursos disponíveis para esta tarefa, <b>compare</b> o volume entre os dois sólidos. Em relação à <b>forma</b> e ao <b>volume</b> dos sólidos, o que você observou?</p>
<p><b>Situação 2 (Situações de comparação dinâmica)</b> – Um cilindro (sem tampa e sem fundo) foi construído tomando uma folha de papel retangular de 12 cm por 15 cm e enrolando-a ao longo do lado de 12 cm para formar a circunferência da base. Se, esse cilindro fosse planificado e enrolássemos a folha ao longo do lado de 15 cm, o que poderíamos observar em relação à <b>área da superfície</b> e do <b>volume</b> antes e após a transformação? A que conclusão você chegou?</p>
<p><b>Situação 3 (Situações de comparação dinâmica)</b> – Usando os cubinhos do material dourado como unidade de medida, construa um paralelepípedo de dimensões 4 cm, 3 cm e 2 cm. Determine o volume e a área da superfície do sólido construído. Em seguida, <b>transforme</b> esse paralelepípedo em um outro com dimensões 6 cm, 2 cm e 2cm. Determine o volume e a área da superfície do novo sólido construído. O que você observa em relação à <b>área da superfície</b> e do <b>volume</b> antes e após a transformação? A que conclusão você chegou?</p>

**Situação 4 (Situações de medida exata / Situação de mudança de unidade)** – Com os cubinhos do material dourado, construa um paralelepípedo de dimensões 4 uc, 6 uc e 8 uc (uc=unidade de comprimento). Considerando **um cubinho como unidade de medida**, calcule o volume do paralelepípedo. Em seguida, considere **dois cubinhos como unidade de medida**. Qual o valor obtido para o volume? E se consideramos **quatro cubinhos como unidade de medida**, qual será o valor obtido para o volume? O que você observou dos resultados obtidos? O volume do sólido mudou? O que você pode concluir?

Fonte: elaborado pelos autores.

Serão descritas a seguir, cada tipo de situação presente nesse quadro que relaciona os três diferentes quadros: geométrico, numérico e o das grandezas em cada tipo de situação apresentada.

As **situações de comparação** estão situadas essencialmente no quadro das grandezas, exigem do aluno a passagem do quadro geométrico para o quadro das grandezas (Douady; Perrin-Glorian, 1989) e tem como finalidade propor tarefas às quais o estudante possa comparar volumes, informado se são iguais, maiores ou menores.

A **situação 1** é do tipo **comparação estática**, que são situações em que o volume e a superfície não são alterados com os procedimentos utilizados (Baltar, 1996). Uma vez que os objetos são ocultos, os participantes poderão comparar os volumes preenchendo-os com grãos de arroz, por exemplo, e observando em qual coube mais grãos (unidade de medida não convencional). Em particular, os volumes do cubo e do paralelepípedo podem ser comparados preenchendo o interior dos sólidos com cubinhos do material dourado (unidade de medida não convencional) mobilizando o conhecimento que escolhida uma unidade de volume a medida do volume de um sólido é a quantidade de vezes que esta unidade cabe no sólido (KoT – fenomenologia). Esta situação tem como objetivo principal desenvolver o conhecimento que sólidos de formas diferentes podem possuir o mesmo volume (KoT – propriedades).

As **situações 2 e 3** são do tipo **comparação dinâmica**, que são aquelas relacionadas com o estudo das variações de volume e superfícies ao longo de deformações, otimizações e transformações geométricas (Ibidem, 1996). As situações têm como objetivo promover a compreensão da dissociação entre as variações de volume e área da superfície de sólidos, desenvolvendo o entendimento de que sólidos com volumes iguais podem ter áreas de superfície diferentes e vice-versa (KoT – propriedades). Para comparar os volumes dos cilindros, poderão preenchê-los com grãos de arroz, empregando a estratégia de comparação de volumes de sólidos por preenchimento (KoT – procedimentos). Na **situação 3** os participantes poderão utilizar a estratégia de decomposição e recomposição (KoT – procedimentos), calcular o volume através da fórmula (KoT – procedimentos) ou pela contagem de cubos presentes em cada figura mobilizando, neste caso, o conhecimento que escolhida uma unidade de volume a medida do volume de um sólido é a quantidade de vezes que esta unidade cabe no sólido (KoT – fenomenologia).

A **situação 4** é tanto do tipo medição exata quanto de mudança de unidade e tem como objetivo representar um mesmo volume utilizando diferentes unidades de medida. Situações envolvendo a **medição** de volume possibilitam a integração entre os quadros numérico, geométrico e de grandezas

(Figueiredo, 2013). Mais especificamente, **situações de medidas exatas** são aquelas que para a escolha de uma unidade, é atribuído um número ao volume do sólido, podendo ser com unidades de medidas convencionais ou não-convencionais (Baltar, 1996). Já as **situações de mudança de unidade** estão mais localizadas no quadro numérico e, por vezes, com ausência do quadro geométrico. Essa classe de situações tem como finalidade representar um mesmo volume com unidades de medida diferentes, podendo ser com unidades de medidas convencionais ou não-convencionais. Nessa situação, os participantes devem compreender que, ao usar unidades de medida distintas, o valor numérico do volume varia, mas o volume, enquanto conceito geométrico, permanece inalterado. Dessa forma, mobiliza-se o conhecimento de que o valor numérico do volume de um sólido depende da unidade de medida considerada (KoT – propriedades).

Evidentemente, o conhecimento matemático especializado do professor de matemática para o ensino da grandeza volume abrange uma ampla gama de manifestações. Portanto, não temos a pretensão de desenvolver todas elas em uma única atividade.

#### 4 Resultados e discussões

**Na situação 1** o **Grupo 1** fez uso dos cubinhos do material dourado como unidade de comprimento<sup>1</sup> a fim de determinar a medida das dimensões dos sólidos para, em seguida, aplicar as fórmulas de cálculo do volume, mobilizando o conhecimento do uso de estratégias diversas para comparar volumes (KoT – procedimentos).

O **Grupo 2**, assim como o Grupo 1, utiliza os cubinhos do material dourado como unidade de comprimento a fim de determinar a medida das dimensões dos sólidos para, em seguida, aplicar as fórmulas de cálculo do volume. No entanto, mobilizam também a estratégia de preenchimento (KoT – procedimentos), uma vez que os sólidos a serem medidos eram ocios, o que permitiu medir a sua capacidade observando a quantidade de grãos de arroz necessária para preenchê-los, comparando-as: *“Depois usamos o arroz e coube exatamente a mesma quantidade do cubo no cilindro [paralelepípedo]”*.

Analisando o vídeo em que os dois grupos explicam como resolveram a situação, registramos a seguinte fala de um dos discentes do Grupo 1: *“os dois têm o mesmo volume mesmo tendo formas tão diferentes”*, evidenciando, dessa forma, o desenvolvimento do conhecimento esperado para essa situação, isto é, de que sólidos de formas diferentes podem possuir o mesmo volume (KoT – propriedades). Por sua vez, o Grupo 2 não deu evidências de que conseguiu desenvolver tal conhecimento.

---

<sup>1</sup> Os participantes não afirmam que utilizaram a medida da aresta do cubinho como unidade de comprimento, mas sim o próprio cubinho, evidenciando uma fragilidade conceitual ao usarem uma unidade de medida de volume para determinarem um comprimento.

Na **situação 2**, os participantes deveriam perceber que a área da superfície permaneceu inalterada, enquanto o volume foi modificado, enquanto na **situação 3**, por outro lado, os acadêmicos deveriam observar que o volume permaneceu constante, enquanto a área da superfície foi alterada.

Para resolver a **situação 2**, ambos os grupos utilizaram a estratégia de preenchimento (KoT – procedimentos) com arroz para comparar os volumes e concluir que o cilindro de altura 12 uc possuía o maior volume. Isso foi evidenciado a partir dos registros da ficha de atividades, onde o **Grupo 1** escreveu “*ao utilizarmos o arroz, vimos que o cilindro original possui menos volume que o cilindro modificado*”, enquanto o **Grupo 2** escreveu “*Cilindro de 12 c [c = unidade de comprimento] coube mais arroz. Logo o menor volume é o cilindro de 15 c de altura*”. O **Grupo 1** percebeu que a área de superfície dos sólidos tinha a mesma medida pois a folha utilizada para construí-los era mesma e chegaram à conclusão esperada escrevendo “*Concluimos que seja usando a mesma folha, para construir os dois cilindros, o volume se modificou*” (KoT – propriedades). Por outro lado, o Grupo 2 não mostrou evidências de mobilização do conhecimento que se almejava desenvolver com a situação.

Na **situação 3**, embora o **Grupo 1** tenha chegado a construir os sólidos, eles demonstraram uma fragilidade no conhecimento de como determinar a área de superfície de paralelepípedos, levando-os a concluir equivocadamente que os dois sólidos teriam a mesma área. Quanto ao volume, o grupo percebeu que os dois sólidos possuem o mesmo volume, mas não justificam sua resposta, como evidenciado após análise do vídeo, apresentando uma fragilidade na argumentação do grupo para comprovar o que perceberam. Já o **Grupo 2** conseguiu resolver a situação usando as fórmulas para calcular o volume e a área dos sólidos (KoT – procedimentos). Além disso, ao escrever que “*o volume continuou o mesmo, porém a área da superfície teve mudança*”, o grupo evidencia o desenvolvimento do conhecimento de que sólidos com volumes iguais podem ter áreas de superfície diferentes (KoT – propriedades).

As duas situações tinham como objetivo promover a compreensão da relação entre as variações de volume e a área da superfície de sólidos. No entanto, o entendimento de que sólidos com áreas de superfície iguais podem ter volumes diferentes (KoT – propriedades) foi evidenciado apenas pelo **Grupo 1**, enquanto a compreensão de que sólidos com volumes iguais podem ter áreas de superfície diferentes (KoT – propriedades) foi demonstrada exclusivamente pelo **Grupo 2**.

Na **situação 4**, para determinar o volume dos sólidos, o **Grupo 1** usou o cubinho do material dourado como unidade de medida, mobilizando, dessa forma, o conhecimento de que, escolhida uma unidade de volume, a medida do volume de um sólido é a quantidade de vezes que esta unidade cabe no sólido (KoT – fenomenologia), enquanto o **Grupo 2** fez uso apenas de fórmulas (KoT – procedimentos). Contudo o **Grupo 1** conclui que “[...] *os volumes se alteram a [sic] medida que modificamos a unidade padrão*” e o **Grupo 2** que “*se a unidade de medida mudar, o resultado do volume muda*”, o que evidencia uma confusão comum entre os estudantes, a de que o volume é visto como um número obtido por uma fórmula, sem qualquer relação com a grandeza (Anwandter-Cuellar, 2008).

Porém, durante a explicação de como resolveram a situação, o **Grupo 1** foi instigado pelos pesquisadores a refletir sobre a sua resposta, foi então que um membro do grupo concluiu corretamente que *“essencialmente o volume é o mesmo, aí como a unidade de medida mudou, o valor numérico do volume mudou”*, evidenciando o desenvolvimento do conhecimento de que o valor numérico do volume de um sólido depende da unidade de medida considerada (KoT – propriedades). Por sua vez, o **Grupo 2** afirma que *“de acordo com a unidade de medida, ele vai variando”*, que não deixa claro se estão se referindo à grandeza volume ou ao valor numérico dessa grandeza.

## 5 Considerações finais

Este trabalho é um recorte de uma pesquisa de mestrado em andamento e tem como **objetivo** analisar o conhecimento especializado, segundo a lente do MTSK, revelado e desenvolvido por professores de matemática em formação inicial ao participarem de uma sequência didática com situações-problema que abordam o volume como uma grandeza.

Na **situação 1** (comparação estática), ambos os grupos mobilizaram conhecimentos de procedimentos para comparar o volume dos sólidos. Contudo, o Grupo 2 não dá evidências de ter chegado à conclusão esperada de que sólidos de formas diferentes podem possuir o mesmo volume, enquanto o Grupo 1 conseguiu chegar a essa conclusão, desenvolvendo o conhecimento esperado.

Já na **situação 2** (comparação dinâmica), apesar de ambos os grupos terem mobilizado o conhecimento de procedimentos para comparação do volume dos sólidos, apenas o Grupo 1 mostrou evidências de ter chegado à conclusão esperada e, conseqüentemente, de ter desenvolvido o conhecimento almejado de que sólidos com áreas de superfícies iguais podem ter volumes diferentes. Na **situação 3** (comparação dinâmica) o cenário inverteu-se, enquanto o Grupo 2 conseguiu chegar à conclusão esperada, o Grupo 1 apresentou fragilidades no seu conhecimento a respeito do cálculo da área superficial de um sólido, o que o levou a conclusões equivocadas. Além disso, apesar de este último ter determinado o volume dos sólidos, não soube justificar o procedimento que utilizou para esse fim.

Na **situação 4** (medição exata e mudança de unidade), embora os grupos tenham mobilizado conhecimentos válidos a respeito dos procedimentos para determinar o volume do sólido, ambos chegaram à conclusão errada, visto que demonstraram confusão entre a grandeza volume e seu valor numérico, erro que a literatura mostra ser comum entre os estudantes. No entanto, ao ser instigado pelos pesquisadores, o Grupo 1 percebeu o seu equívoco e chegou à conclusão correta, desenvolvendo o conhecimento de que o valor numérico do volume de um sólido depende da unidade de medida considerada.

A partir do que foi dito, pôde-se perceber que a ação formativa teve caráter efetivo no que se refere ao mapeamento de conhecimentos que os professores em formação mobilizam ao resolver situações envolvendo a grandeza volume e de algumas fragilidades nesse conhecimento que podem impactar no desenvolvimento de novos, assim como possibilitou o desenvolvimento de alguns desses

conhecimentos de forma intencionada. Além disso, com respeito aos grupos, pôde-se perceber que o Grupo 1, composto apenas por acadêmicos veteranos e que já haviam cursado a disciplina de Geometria Espacial, foi o que teve mais facilidade para chegar às conclusões esperadas e desenvolver os conhecimentos almejados, indo ao encontro do que diz as pesquisas a respeito da necessidade de conceitos subsunçores para a aprendizagem de volume como grandeza pelos licenciandos.

Assim, com essa pesquisa, almeja-se identificar o conteúdo do conhecimento especializado revelado por professores de matemáticas em formação inicial ao resolverem situações no âmbito da grandeza volume para averiguar como esse conhecimento se desenvolve. Não se pretende avaliar os participantes ou seu conhecimento, mas sim explorar contextos formativos que favoreçam o desenvolvimento desses conhecimentos a fim de investigá-los e compreendê-los.

## AGRADECIMENTOS

O presente trabalho forma parte do projeto de pesquisa financiado pela FAPEAM por meio do “Programa de Apoio à Pós-Graduação Stricto Sensu Posgrad/Fapeam/2024-2025”.

## Referências

- ANWANDTER-CUELLAR, N. **Étude de conceptions d'élèves à propos du concept de volume**. Montpellier, 2008. 96f. Dissertação (Mestrado)- Laboratoire Interdisciplinaire de Recherche en Didactique, Education et Formation. Université Montpellier 2. 2008.
- BALTAR, P. M. **Enseignement et apprentissage de la notion d'aire de surfaces planes: une étude de l'acquisition des relations entre les longueurs et les aires au collège**. Grenoble, 2010. Doctoral dissertation (PhD in Didactique Des Disciplines Scientifiques) – Université Joseph Fourier, Grenoble, 1996.
- BARDIN, L. **Análise de Conteúdo**. Traduzido por RETO, L. A.; PINHEIRO, A. Lisboa: Edições 70, 1997.
- BARROS, J. S. **Investigando o conceito de volume no ensino fundamental: um estudo exploratório**. 2002. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2002.
- BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC, 2018.
- BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. **Guia de livros didáticos: PNLD 2012: Matemática / Brasília**, 2011.
- BROUSSEAU, G. Les échecs électifs dans l'enseignement des mathématiques à l'école élémentaire. **Revue de laryngologie, otologie, rhinologie**, v. 101, n. 3-4, p. 107-131, 1980.
- CARRILLO, J. *et al.* **Un marco teórico para el conocimiento especializado del profesor de matemáticas**. Huelva: Universidad de Huelva Publicaciones, p. 1-18, 2014.
- CARRILLO-YAÑEZ, J., *et al.* The mathematics teacher's specialised knowledge (MTSK) model. **Research in Mathematics Education**, v. 20, n. 3, p. 236-253, 2018.

CHRISTIANSEN, C. M.; HORN, M. B.; STAKER, H. **Ensino híbrido: uma inovação disruptiva?** Uma introdução à teoria dos híbridos. Tradução por Fundação Lemann e Instituto Península. Lexington: Clayton Christensen Institute, 2013.

CLIMENT, N.; CARREÑO, E.; RIBEIRO, M. Elementos de Conocimiento Matemático en Estudiantes para Profesor de Matemática. El caso de los Polígonos. **Acta Latinoamericana de Matemática Educativa**, [s. l.], n. 27, p. 1761–1769, 2014.

CLIMENT, N.; MONTES, M. El modelo MTSK: Antecedentes y estructura. *In*: CARRILLO-YÁÑEZ, J.; MONTES, M. Á.; CLIMENT, N. (org.). **Investigación sobre conocimiento especializado del profesor de matemáticas (MTSK): 10 años de caminho**. Universidad de Huelva, Huelva: Dykinson, 2022. p. 27-34.

COUSSIRAT, R. S. S. **Rotação por estações como estratégia para o ensino de radiações e radioatividade para estudantes de ensino médio**. Porto Alegre, 2020. 123 f. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2020.

DELGADO-REBOLLEDO, R. **Una propuesta de categorización del conocimiento de la práctica matemática de profesores universitarios**. 2020. Tese (Doutorado em Didática da Matemática) – Pontificia Universidade Católica de Valparaíso, Valparaíso, 2020.

DOUADY, R.; PERRIN-GLORIAN, MJ. Un processus d'apprentissage du concept d'aire de surface plane. *Educational Studies in Mathematics*. **Dordrecht, the Netherlands**, v. 20, n. 4, p. 387-424, 1989.

FERREIRA, L. F. D. **A construção do conceito de área e da relação entre área e perímetro no 3º ciclo do ensino fundamental**: estudos sob a ótica da teoria dos campos conceituais. Recife, 2010. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2010.

FIGUEIREDO, A. P. N. B. **Resolução de problemas sobre a grandeza volume por alunos do ensino médio**: um estudo sob a ótica da teoria dos campos conceituais. Recife, 2013. 182 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2013.

FLORES, E., ESCUDERO, D. I., Y AGUILAR, A. Oportunidades que brindan algunos escenarios para mostrar evidencias del MTSK. *In*: BERCIANO, A.; GUTIÉRREZ, G.; ESTEPA, A.; CLIMENT, N. (ed.). **Investigación en Educación Matemática XVII**. Bilbao: SEIEM, 2013. p. 275-282.

FLORES-MEDRANO, E. *et al.* Nuestra modelación del conocimiento especializado del profesor de matemáticas, el MTSK. *In*: CARRILLO, J., CONTRERAS-GONZÁLEZ, L. C.; CLIMENT, N.; ESCUDERO-AVILA, D.; FLORES-MEDRANO, E.; MONTES, M. Á. (ed.). **Un marco teórico para el conocimiento especializado del profesor de matemáticas**. Huelva: Universidad de Huelva Publicaciones, 2014. p. 57-72.

GIL, A. C. **Como elaborar projetos de pesquisa**. 7 ed. São Paulo, SP: Editora Atlas AS, 2022.

LEIVAS, J. C. P. **Imaginação, Intuição e Visualização**: a riqueza de possibilidades da abordagem geométrica no currículo de cursos de Licenciatura em Matemática. 2009. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2009.

MORAIS, L. B. **Análise da abordagem da grandeza volume em livros didáticos de matemática do Ensino Médio**. 2013, 132f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica) – Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2013.

MORAIS, L. B.; BELLEMAIN, P. M. B.; LIMA, P. F. Análise de situações de volume em livros didáticos do ensino médio à luz da teoria dos campos conceituais. *Analyse de situations de volume dans les manuels scolaires au lycée sous le point de vue de la Théorie des Champs Conceptuels*. **Educação Matemática Pesquisa Revista do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática**, v. 16, n. 1, 2014.

- MURACA, F. S. **Educação Continuada do Professor de Matemática**: um contexto de problematização desenvolvido por meio de Atividades Exploratório-Investigativas envolvendo Geometria Espacial de Posição. 2011. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Bandeirante de São Paulo, São Paulo, 2011.
- OLIVEIRA, G. R. F. **Construção do Conceito de Volume no Ensino Fundamental**: um estudo de caso. 2002. 135 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2002.
- RIGHI, F. D. L. **Esquemas em ação para aprendizagem significativa da grandeza volume**: implicações para a formação inicial de professores. 2018. 141 p. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Ensino de Física) – Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria, 2018.
- RIGHI, F. L.; SANTAROSA, M. C. P.; MATHIAS, C. V. Análise dos Esquemas em ação da Grandeza Volume no Ensino Superior. **VIDYA**, v. 39, n. 1, p. 179-194, 2019.
- SANCHEZ, J. B. P. **Mapeamento da pesquisa acadêmica brasileira sobre Geometria Espacial**: período 2007 a 2017. 2018. 101 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2018.
- SENA, R. M.; DORNELES, B. V. Ensino de Geometria: Rumos da pesquisa (1991-2011). **Revista Eletrônica de Educação Matemática – Revemat**, v. 8, n. 1, p. 138-155, 2013.
- STAKE, R. E. **Pesquisa qualitativa**: estudando como as coisas funcionam. Tradução: Karla Reis. Porto Alegre: Penso, 2011.
- STAKE, R. E. **Qualitative case studies**. New York: Oxford University Press, 2005.
- VERGNAUD, G. Cognitive and developmental psychology and research in mathematics education: some theoretical and methodological issues. **For the learning of mathematics**, v. 3, n. 2, p. 31-41, 1982.
- VUELMA, C. A.; GARCIA, V. C. V.; TREVISAN, V. Ensino de áreas e volumes: articulação do mundo físico com os objetos geométricos e suas representações. **Reflexão e pesquisa na formação de professores de matemática**. Porto Alegre: Evangraf, p. 197-228., 2011.
- ZABALA, A. **A prática educativa**: como ensinar. Porto Alegre: Penso Editora, 2015.