

O desempenho de estudantes do Ensino Fundamental em problema de função linear

Resumo:

O objetivo deste estudo é examinar o desempenho de estudantes dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental na resolução de problema referente à Função Linear. O aporte teórico que fundamenta são os estudos de Blanton *et al.*; Carraher, Schliemann, Brizuela e Earnest, Stacey. Trata-se de um diagnóstico realizado com 706 estudantes, distribuídos entre 3º, 4º e 5º ano do Ensino Fundamental de escolas públicas localizadas em três regiões do país: sul, sudeste e nordeste. Cada participante respondeu a um problema contendo duas perguntas, uma relativa à incógnita próxima e a segunda à uma incógnita distante. Os resultados desta investigação sugerem que a localização da incógnita em relação aos dados contidos no enunciado de problema tem papel importante no desempenho apresentado por estudantes do Ensino Fundamental, uma vez que em relação a cada um dos três anos escolares investigados, os estudantes obtiveram um melhor desempenho quando a incógnita era próxima do que quando era distante.

Palavras-chaves: Diagnóstico. Anos Iniciais. Generalização. Incógnita Próxima. Incógnita Distante.

1 Introdução

Desde as últimas décadas do século passado vários estudos têm sido realizados por pesquisadores internacionais (Usiskin, 1995; Kaput, 1999) e nacionais (Fiorentini, Miguel, Miorim, 1993; Lins e Gimenez, 1997) a respeito da abordagem de conceitos algébricos já nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental. Esses estudos têm demonstrado que o ensino da álgebra não necessariamente deveria ser precedido pelo ensino da aritmética.

A esse respeito, Lins e Gimenez (1997, p.11, grifo dos autores) afirmam que “*é preciso começar mais cedo o trabalho com álgebra, e de modo que esta e a aritmética desenvolvam-se juntas, uma implicada no desenvolvimento da outra*”. Essa forma de conceber o ensino de álgebra, imbricado no ensino da aritmética já nos Anos Iniciais, pode minimizar as dificuldades na aprendizagem por conta dessa ruptura entre a aritmética e a álgebra.

Aqui no Brasil, com a publicação da Base Nacional Comum Curricular (BNCC) publicada em

Vera Lucia Merlini

Universidade Estadual de Santa Cruz
Ilhéus, BA – Brasil

 <https://orcid.org/0000-0001-9784-3546>
✉ vlmerlini@uesc.br

Sandra Magina

Universidade Estadual de Santa Cruz
Ilhéus, BA – Brasil

 <https://orcid.org/0000-0003-0383-9744>
✉ sandramagina@gmail.com

Sonia Fonseca

Universidade Estadual de Santa Cruz
Ilhéus, BA – Brasil

 <https://orcid.org/0000-0003-2654-1887>
✉ soniafonseca19@gmail.com

Recebido • 04/04/2025
Aprovado • 05/06/2025
Publicado • 08/08/2025

Comunicação Científica

2018, a Álgebra passa a ser uma Unidade Temática a partir do 1º Ano do Ensino Fundamental, tendo em vista trabalhar com “as ideias de regularidade, generalização de padrões e propriedades de igualdade” (Brasil, 2018, p.268). É perceptível que não se trata de abordar a álgebra com o rigor que lhe confere a Matemática nos anos iniciais, mas sim de trazer ideias e situações envolvendo conceitos algébricos, com a finalidade de desenvolver o raciocínio algébrico nos estudantes mais jovens. Esse termo raciocínio algébrico tem por base Blanton *et al.* (2015) ao referirem a

Essas grandes ideias, que oferecem oportunidades significativas para se envolver nas principais práticas de pensamento algébrico de generalizar, representar, justificar e raciocinar com relações matemáticas (Blanton *et al.*, 2011; Kaput, 2008), incluem (a) equivalência, expressões, equações e desigualdades; (b) aritmética generalizada; (c) pensamento funcional; (d) variável; e (e) raciocínio proporcional (Blanton *et al.*, 2015, p. 43, tradução nossa).

Desse modo, os pesquisadores acima citados asseguram que o pensamento algébrico está associado à prática da generalização, da representação, da justificação e do raciocinar as relações matemáticas. Essas práticas são abordadas por meio das quatro grandes ideias que envolvem o pensamento algébrico, que são a equivalência; a aritmética generalizada; o pensamento funcional; a variável; e o raciocínio proporcional. Dessas ideias, as que mais se aproximam de objeto desse estudo são as do pensamento funcional e do raciocínio proporcional, os quais os autores consideram que

o pensamento funcional envolve a generalização de relacionamentos entre quantidades covariantes [...] *o raciocínio proporcional* se refere a oportunidades de raciocínio algébrico sobre duas grandezas generalizadas que estão relacionadas de tal forma que a razão de uma grandeza para a outra é invariante (Blanton *et al.*, 2015, p. 43, tradução nossa e grifo dos autores).

Como é possível observar, as ideias do pensamento funcional e do raciocínio proporcional podem estar interligadas desde o início da escolaridade. É certo que a função, de maneira formal, é trabalhada no 9º Ano da Escola Básica (Brasil, 2017), contudo esse mesmo documento traz explicitamente que, nos anos Iniciais do Ensino Fundamental “A noção intuitiva de função pode ser explorada por meio da resolução de problemas envolvendo a variação proporcional direta entre duas grandezas” (Brasil, 2017, p. 268).

Nessa direção, de acordo com Vergnaud (1988) problemas que envolvem variação proporcional estão relacionados à Estrutura Multiplicativa, mais precisamente à relação quaternária. É essa linha do pensamento funcional, que trata da relação, da covariância entre as quantidades, da razão invariante entre uma grandeza e outra, que contempla o objeto matemático desse estudo.

A definição formal de função, de acordo com Lima *et al.* (2016), é que a função conta com três elementos: dois conjuntos disjuntos, tidos como domínio e contradomínio; e a lei de correspondência $x \rightarrow f(x)$. Esta definição é válida para todo tipo de função, sendo que o interesse deste estudo está na polinomial de 1º Grau, contudo no caso particular da Função Afim, denominada por Função Linear. A Função Linear, g representada por $g(x) = ax$, modela problemas matemáticos de proporcionalidade. De acordo com Lima *et al.* (2016) “a proporcionalidade é, provavelmente, a

noção mais difundida na cultura de todos os povos e seu uso universal data de milênios”. Esse tipo de problema é muito utilizado para introdução da operação de multiplicação no ensino básico e fazem parte da rotina escolar a partir do 3º Ano do Ensino Fundamental (Brasil, 2017).

Problemas de estrutura multiplicativa, em especial aqueles de pertencentes à relação quaternária já são trabalhados nos Anos Iniciais. E se isso já acontece então cabem questionamentos a respeito, o que muda ao propor a Unidade Temática Álgebra na BNCC (Brasil, 2018) Em que circunstâncias seria razoável admitir a ruptura/aproximação entre a aritmética e a álgebra? Estudos de Carraher, Schliemann, Brizuela e Earnest (2006) afirmam que as operações aritméticas, que são trabalhadas nos Anos Iniciais (adição, subtração, multiplicação e divisão), poderiam ser abordadas como função desde o início. Carraher e Schliemann (2016) afirmam que o fato de propor operações aritméticas como funções oferece a chance aos estudantes de trabalhar com variáveis.

Funções computáveis, nomeadamente aquelas para as quais as saídas podem ser determinadas exclusivamente a partir de entradas usando um algoritmo (uma lista claramente especificada de etapas ou fórmula), consistem em variáveis, constantes e operadores que, quando configurados de certas maneiras, permitem focar em conjuntos de valores em vez de valores individuais. Esta mudança de foco de números específicos para variáveis encoraja a produção de generalizações matemáticas (Carraher, Schliemann, 2016, p.197, tradução nossa).

De acordo com os esses pesquisadores ao proporcionar aos estudantes problemas que permitam que se trabalhem um conjunto de valores ao invés de valores específicos, possibilitam ao estudante que ele venha produzir generalizações matemáticas. Nessa perspectiva, o salto qualitativo da ruptura entre aritmética e álgebra poderia estar atrelado à abordagem feita em problemas aritméticos com vistas à generalização, que é um dos pilares da álgebra. Para os Anos Iniciais, a álgebra está na forma de abordagem, não necessariamente em problemas ou conteúdos específicos. Para exemplificar segue essa situação:

Leo comprou 5 pacotes de figurinhas, sendo que cada pacote tem 3 figurinhas. Qual a quantidade de figurinhas que Leo comprou?

Trata-se de uma situação prototípica da estrutura multiplicativa (Gitirana *et al*, 2014), de proporção simples de um para muitos. A função que modela esse problema é a linear, cuja representação algébrica é $g(x)=3x$, sendo que a quantidade de figurinhas de Leo ($g(x)$) depende da quantidade de pacotes comprados (x) e a taxa de variação é 3. Da forma como está exposto, trata-se de um problema aritmético, contudo é possível elaborar uma tabela com quantidades variadas de pacotes de figurinhas para saber quantas figurinhas Leo teria. É importante salientar que a intento não é chegar na formalização da função, mas sim que já sejam considerados como problemas algébricos, ressaltando a covariação.

Nesse contexto, Post, Behr e Lesh (1995, p.90) o raciocínio proporcional “envolve um senso de covariação, comparações múltiplas e a capacidade de armazenar e processar mentalmente várias informações [...] está ligado à inferência e à predição e envolve métodos de pensamento qualitativos e quantitativos”. Assim, a importância de trabalhar o ensino de proporcionalidade nessa perspectiva

está em fomentar uma discussão qualitativa de como se dá a covariação entre as grandezas, o que acontece com a outra grandeza envolvida (contradomínio) se a grandeza (domínio) aumenta ou diminui.

Problemas de proporcionalidade são modelados pela função linear e Carraher, Martinez e Schliemann (2008, p.4, tradução nossa) afirmam a esse respeito que “Há um papel importante para a conjectura na generalização matemática, o conceito de função [...]. As funções também podem ser introduzidas em situações em que os alunos são incentivados a fazer conjecturas”. Esse tipo de problema, que já é trabalhado a partir do 3º Ano do Ensino Fundamental, pode ser abordado com essa dinâmica de covariação, fazendo com que permita ao estudante fazer suas conjecturas.

No que tange à proporcionalidade, Magina e Molina (2023) trazem dois enfoques que estão presentes em situações proporcionais: escalar e a funcional

O enfoque escalar se centra na identificação e uso da razão interna (relações multiplicativas entre quantidades de uma mesma magnitude ou variável). Neste enfoque ‘cada variável se mantém independente da outra e as transformações paralelas se realizam em ambas variáveis’ (Schliemann y Carraher, 1992, p. 52). O enfoque funcional se centra na identificação e uso da razão externa (relações multiplicativas entre quantidades distintas). Neste segundo enfoque a atenção está em como uma das variáveis varia em função da outra (Magina, Molina, 2023, p. 5)

Essa ótica de Magina e Molina (2023) apoiam-se nas análises de Vergnaud (1991) sobre problemas multiplicativos. De fato, Vergnaud defende que o raciocínio proporcional deve ser trabalhado desde cedo, explicitando sempre as variáveis presente nos problemas multiplicativos.

Outra possibilidade de trabalhar com o raciocínio funcional é a partir de sequência de padrão repetitiva e não repetitiva, cuja relação está entre a posição da sequência e o elemento que ocupa essa posição. Dentre muitos estudos, dois deles foram escolhidos que são de Vale (2013), que desenvolveu uma proposta didática com estudantes de seis a nove anos; e Merino, Cañadas e Molina (2013) que trabalhou com uma turma de 20 estudantes do 5º Ano primário, cujo ponto em comum é fazer menção à pesquisa de Stacey (1989) que discute as generalizações próxima e distante em sequências de padrão. O estudo de Vale (2013, p.70) desenvolveu uma proposta didática com sequências de padrão com o intuito de descobrir padrões e fazer generalizações. De acordo com esta pesquisadora

As tarefas de padrões, em contextos figurativos, podem envolver dois tipos de generalização: a *generalização próxima*, que se refere à descoberta do termo seguinte, que pode ser obtido por contagem [...], e que normalmente envolver relações recursivas, e a *generalização distante*, que implica a descoberta do padrão e exige a compreensão da lei de formação, ou seja, de uma regra geral expressa matematicamente, e requer a procura de relações funcionais (Vale, 2013, p.70).

Ao referir-se que a generalização distante de uma sequência de padrão implica a descoberta desse padrão e que, para tanto, é preciso compreender a sua lei de formação. Numa sequência de padrão há uma relação entre a ordem do termo da sequência e o número que lhe corresponde. Assim, embora seja em contextos diferentes, é razoável admitir que há uma similaridade entre a

sequência de padrões e problemas de proporcionalidade, já que a finalidade de ambos é a generalização, encontrar a lei de formação.

No estudo de Merino, Cañadas e Molina (2013), que também trabalhou com sequências de padrão, nas questões que solicitava qual seria um determinado termo próximo, em geral, os estudantes utilizavam a contagem como estratégia de resolução. Ao ser questionado para descobrir qual seria um determinado termo distante, todos os estudantes referiram-se a um caso particular, tendo um total de nove acertos. No questionamento que foi feito para qualquer quantidade, nove dos 20 estudantes conseguiram atingir a generalização.

É perceptível que há na literatura uma lacuna de evidências empíricas e observações em outros tipos de tarefas, que não sejam de sequências de padrão. A intenção do presente estudo é trazer essa discussão para problemas de proporcionalidade, que a ora a incógnita é próxima ora a incógnita é distante, que serão descritos na seção adiante, no método.

Isso posto, objetivo deste estudo é examinar o desempenho de estudantes dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental na resolução de problema referente à Função Linear. Agregado a este objetivo, outros dois objetivos específicos serão considerados: (a) examinar o desempenho dos estudantes em cada ano escolar de acordo da Pergunta A (incógnita próxima) e da Pergunta B (incógnita distante); (b) examinar se haverá progresso dos estudantes em ambas as perguntas com o avanço da escolaridade.

2 Método

Participaram do estudo 706 crianças de ambos os sexos, estudantes do 3º ano ($n=214$), do 4º ano ($n=222$) e do 5º ano ($n=270$) do Ensino Fundamental de escolas públicas localizadas em quatro cidades de três regiões do país: sul (Rio Grande), sudeste (Rio de Janeiro) e nordeste (Ilhéus e Feira de Santana). A participação foi voluntária, tendo os estudantes assinado o Termo de Assentimento Livre e Esclarecido Lúdico (TALE-LÚDICO) e seus responsáveis assinado o Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE). A pesquisa foi aprovada pelo Comitê de Ética em Pesquisa da Universidade Estadual de Santa Cruz, Bahia (CAAE: 58016222.9.0000.5526).

Foi apresentado por escrito uma questão de função linear composta por dois problemas a cada participante. Essa questão foi lida em voz alta pela examinadora na sala de aula de modo a garantir completo acesso de todos os estudantes. Foi solicitado a eles para que respondessem as duas perguntas da questão na folha de papel na qual estavam as perguntas. A primeira pergunta era relativa à identificação de uma incógnita próxima (Pergunta A), tendo como resposta correta um valor próximo a uma das informações numéricas do problema. A segunda pergunta era relativa à uma incógnita distante (Pergunta B) que tinha como resposta correta um valor distante das informações numéricas do problema.

A Figura 1 a seguir apresenta a questão tal qual ela foi apresentada aos estudantes.

Figura 1: Problema de Função Linear

Na receita de Dona Tina para cada bolo vai 3 ovos.

A) Ela vai fazer hoje 5 bolos. De quantos ovos ela precisa?

Bolo	ovos
	
	
	
	
	
	
	
	
	
	
	
	
	
	
	
	
	
	
	
	
	
	
	
	
	
	
	
	
	
	
	
	
	
	
	
	
	
	
	

Resposta _____

B) Se Dona Tina receber uma encomenda para fazer 9 bolos, de quantos ovos ela vai precisar?

Resposta _____

Fonte: Atividade do projeto “Estudo multicêntrico sobre Álgebra na Educação Infantil e anos iniciais do Ensino Fundamental: de onde partimos e para onde caminhamos?”, Universal, CNPq, 2023

A função linear no problema apresentado aos participantes é modelada por $f(x) = 3x$, envolvendo duas grandezas: quantidade de bolos ($f(x)$) e quantidade de ovos (x). O número 3 é a taxa de variação entre a quantidade de bolos a preparar e a quantidade de ovos, que sempre será o triplo da quantidade de bolos. Este é um problema familiar entre estudantes dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, frequentemente empregado na introdução da operação de multiplicação.

Considerando os objetivos do estudo, a predição é que o desempenho dos estudantes em cada ano escolar será melhor na Pergunta A (incógnita próxima) do que na Pergunta B (incógnita distante) e que, com o avanço da escolaridade, haverá progresso dos estudantes em ambas as perguntas.

3 Resultados

Os dados obtidos foram analisados em função do número de acertos nas perguntas A e B, para cada ano escolar. O Teste Qui-Quadrado de Pearson foi aplicado para identificar se as diferenças encontradas entre os desempenhos dos estudantes dos três anos escolares (3º, 4º e 5º anos) foi estatisticamente significativa.

Tabela 1: Percentual de acertos em cada pergunta e em cada ano escolar

	Pergunta A (incógnita próxima)	Pergunta B (incógnita distante)
3º ano	41,3	29,3
4º ano	60,7	41,7
5º ano	74,5	55,1

Fonte: Dados do projeto “Estudo multicêntrico sobre Álgebra na Educação Infantil e anos iniciais do Ensino Fundamental: de onde partimos e para onde caminhamos?”, Universal, CNPq, 2023

Considerando a quantidade de acertos nas duas perguntas conjuntamente, observou-se haver uma melhoria no desempenho com o avanço da escolaridade, tanto no que se refere a Pergunta A como a B e, ainda, no percentual médio de acerto, considerando as duas questões, para cada ano escolar ($\chi^2 = 346,681$; $p = 0,000$),

Conforme mostram os dados da Tabela 1, em cada ano escolar o percentual de acertos foi maior na Pergunta A (incógnita próxima). Importante ressaltar que nessa Pergunta (incógnita próxima) houve um aumento considerável no percentual de acertos do 3º para o 5º ano (41,3% no 3º ano, saltando para 60,7% no 4º e chegando em 74,5% no 5º ano). Fica evidente que a Pergunta A não foi difícil para 3/4 dos estudantes do 5º ano. O mesmo já não se pode inferir para a Pergunta B (incógnita distante), em que os estudantes do 3º ano partem de patamar mais baixo do que partiram na Pergunta A (incógnita próxima) e os estudantes do 5º ano atingem patamares ainda mais baixo na Pergunta B (incógnita distante) se comparado com a performance deles na Pergunta A (incógnita próxima).

Em resumo, os estudantes apresentaram melhor desempenho acentuadamente melhor na Pergunta A do que na B e isto é verdade para os três anos escolares. Contudo, em ambas questões houve uma evolução positiva a medida que havia progressão no ano escolar. Assim, o 5º ano apresentou um percentual de acerto com, pelo menos, 25 pontos percentuais a mais que os estudantes do 3º ano, sendo essa diferença maior na Pergunta A do que na B.

Tais resultado nos permite inferir que encontrar o valor da incógnita distante é efetivamente mais difícil para os estudantes dos três anos estudados, embora tenha havido uma evolução no percentual de acerto a medida que os anos escolares progrediam. Essa progressão ocorreu para as duas perguntas.

4 Discussão e conclusão

Os dados obtidos nesta investigação sugerem que a localização da incógnita em relação aos dados contidos no enunciado de problema de função linear tem papel importante no desempenho apresentado por estudantes do Ensino Fundamental, uma vez que em relação a cada um dos três anos escolares investigados, os estudantes obtiveram um melhor desempenho quando a incógnita era próxima do que quando era distante. Contudo, este resultado deve ser interpretado com cautela, considerando que os dados foram obtidos apenas em relação a problemas de função linear. Pesquisas

futuras precisam ser conduzidas com outros tipos de problema, como por exemplo, problemas de função afim que são mais complexos que os de função linear. Essas pesquisas teriam por objetivo examinar se o mesmo padrão de resultados obtidos com a função linear seria também observado em relação à função afim.

Importante mencionar que a natureza da incógnita (próxima e distante) é noção que remete a um dos pilares do raciocínio algébrico que é a generalização, como afirmam diversos autores (e.g., Carraher, Martinez e Schliemann, 2008; Carraher, Schliemann, Brizuela e Earnest 2006). Além disso, é preciso levar em conta que problemas que oferecem mudança de números específicos para variáveis encorajam a generalização (Carraher, Schliemann, 2016).

Ao que parece, solucionar problemas algébricos em que a incógnita é distante requer uma generalização maior do que a resolução de problemas em que a incógnita é próxima, sendo isso sugerido por pesquisadores da área como Vale (2013) e Merino, Cañadas e Molina (2013). Diante disso, surge a necessidade de se conduzir estudos futuros que examinem as relações entre tipos de problemas de função e a natureza da incógnita.

Em uma perspectiva educacional, algumas implicações podem ser derivadas dos resultados obtidos nesta investigação. Por exemplo, é possível pensar-se em propor situações didáticas que envolvam a resolução de problemas de função linear em que a incógnita é próxima, como como aquele apresentado na presente pesquisa. A resolução desses problemas pelos estudantes poderia ser acompanhada de discussões conduzidas pela professora em que seria enfatizada a necessidade de identificar um dado padrão, a taxa de variação, e sua generalização para todos casos.

Referências

BLANTON, Maria; STEPHENS, Ana; KNUTH, Eric; GARDINER, Angela M.; ISLER, Isler.; KIM, Jee-Seon. The development of children's algebraic thinking: the impact of a comprehensive early algebra intervention in third grade. *Journal for Research in Mathematics Education*, v. 46, n. 1, p. 39-87, 2015.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. *Base Nacional Comum Curricular: Educação Infantil e Ensino Fundamental*. Brasília, DF: MEC/SEB, 2018.

CARRAHER, David. W.; SCHLIEMANN, Analúcia. D.; BRIZUELA, Barbara M.; EARNEST, Darrell. Arithmetic and algebra in early mathematics education. *Journal for Research in Mathematics Education*, 37(2), 87-115, 2006.

CARRAHER, David; MARTINEZ, Mara, V.; SCHLIEMANN, Analúcia D. Early algebra and mathematical generalization. *ZDM*. 40. 3-22. 2008.

FIORENTINI, Dario; MIGUEL, Antonio; MIORIM, Maria A. Contribuição para um Repensar... a Educação Algébrica Elementar. *Pro-Posições, Revista Quadrimestral da Faculdade de Educação - Unicamp*. Campinas, v.4, n.1[10], p.78-91, 1993.

GITIRANA, Veronica; CAMPOS, Tania; MAGINA, Sandra; SPILLO, Alina. *Repensando Multiplicação e Divisão: Contribuições da Teoria dos Campos Conceituais*. São Paulo: PROEM, 2014.

KAPUT, James J. Teaching and learning a new algebra. In: FENNEMA, E.; ROMBERG, T.A. (Eds.). *Mathematics classrooms that promote understanding*. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum, p. 133-155, 1999.

LIMA, Elon Lages; CARVALHO, Paulo Cezar Pinto; WAGNER, Eduardo; MORGADO, Augusto César. *A Matemática do Ensino Médio*. 11 ed., Rio de Janeiro: SBM, 2016.

LINS, Romulo.C.; GIMENEZ, Joaquim. *Perspectivas em aritmética a álgebra para o século XXI*. Campinas: Papirus, 1997.

MAGINA, Sandra; MOLINA, Marta. Enfoque Funcional em Early Algebra em las aulas brasileñas: De donde partimos?. RIPEM. V. 13, n. 4, p.1-17, 2023.

MERINO, Eduardo; CAÑADAS, Maria C.; MOLINA, Marta. Uso de representaciones y patrones por alunos de quinto de educación primaria em uma tarefa de generalización. *Edma 0-6 Educación Matemática em la Infancia*, v.2 p.24-40, 2013.

POST, Thomas R.; BEHR, Merlyn J.; LESH, Richard. A proporcionalidade e o desenvolvimento de noções pré-álgebra. In: COXFORD, A. F.; SHULTE, A. P. *As idéias da Álgebra*. São Paulo: Atual, 1995.

STACEY, Kaye. Finding and using patterns in linear generalizing problems. *Educational Studies in Mathematics*, 20, 147-164, 1989.

SILVA, João Alberto at. Al. Estudo multicêntrico sobre Álgebra na Educação Infantil e anos iniciais do Ensino Fundamental: de onde partimos e para onde caminhamos? Projeto Universal CNPq, 2024-2027, Processo No. 421637/2023-4

USISKIN, Zalman. Concepções sobre a álgebra da escola média e utilizações das variáveis. In: COXFORD, A.F.; SHULTE, A.P. *As idéias da álgebra*. São Paulo: Atual, 1995.

VALE, Isabel, P. Padrões em contextos figurativos: um caminho para a generalização em matemática. *REVEMAT Revista Eletrônica de Educação Matemática*, Florianópolis: v.08 n.2. p.64-81, 2013.

VERGNAUD, Gerard. Multiplicative structures. In: HIEBERT, H. and BEHR, M. (Ed.). *Research Agenda in Mathematics Education Number Concepts and Operations in the Middle Grades*, Hillsdale, N.J.: Lawrence Erlbaum, p. 141-161, 1988.

_____ *El niño, las Matemáticas y la Realidad*. Mexico: Ed. Trilhas.