

## X ENCONTRO MINEIRO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA Diálogo e Alteridade: a potência da horizontalidade entre escola e universidade

Montes Claros – Minas Gerais Outubro/novembro de 2024

**COMUNICAÇÃO CIENTÍFICA** 

#### SIMETRIA: uma discussão com autores e documentos orientadores

Luana Milagres Fernandes<sup>1</sup>
Marli Regina dos Santos<sup>2</sup>

#### **RESUMO**

Esta comunicação visa discutir o conceito de simetria em diálogo com autores e documentos orientadores da Educação Básica, buscando compreender suas características e como ele é abordado nesse nível de ensino. Trata-se de um recorte de uma pesquisa de mestrado, em andamento, conduzida pela primeira autora sob a orientação da segunda, no âmbito do mestrado acadêmico em Educação Matemática da Universidade Federal de Ouro Preto. Percebe-se que, apesar da relevância do conceito geométrico de simetria, sua abordagem na Educação Básica é frequentemente limitada e inconsistente frente ao estudo de outros conceitos que se relaciona a ele. A simetria é um conceito polissêmico e está cercada de interpretações e aplicações que, frequentemente, comprometem sua aprendizagem ou limitam o entendimento correto do termo. A análise dos documentos orientadores revela uma frequente confusão entre os conceitos de simetria e isometria, tratados muitas vezes como sinônimos. A falta de uma articulação clara entre esses conceitos, especialmente no contexto da Educação Básica, gera ambiguidades que comprometem tanto a compreensão conceitual da simetria quanto seu tratamento nos livros didáticos e em sala de aula. Diante disso, espera-se que esta comunicação contribua para aprofundar as discussões sobre o ensino e a aprendizagem de simetria, oferecendo subsídios para fundamentar práticas pedagógicas voltadas à sua aplicação em sala de aula.

Palavras-chave: Educação Básica. Ensino e aprendizagem. Geometria. Simetria.

## INTRODUÇÃO

Uma breve análise de documentos orientadores, como a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), bem como de alguns livros didáticos, revela indícios de que a *simetria*, muitas vezes, é tratada de forma limitada ou superficial quando buscamos adentrar pelo entendimento desse conceito matemático. É comum abordá-la como isometria, sem o devido destaque às particularidades que distinguem esses dois conceitos. Assim, além de não se estabelecer uma articulação adequada entre o conceito de isometria e o conceito de simetria, há uma confusão recorrente entre esses termos que faz com que, frequentemente,

-

<sup>1</sup> Mestranda da Universidade Federal de Ouro Preto (UFOP). luana.fernandes@aluno.ufop.edu.br.

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup> Profa. Doutora da Universidade Federal de Ouro Preto (UFOP). marli.santos@ufop.edu.br.

eles sejam tratados como sinônimos. Contudo, são conceitos que implicam operações e decorrências diferentes, razão pela qual não são sinônimos, embora possam apresentar características que os aproximem.

Conforme o Guia do Livro Didático (Brasil, 2008, p. 31), "há algum tempo, recomenda-se o estudo de simetria do Ensino Fundamental. Essa indicação justifica-se pela inegável importância do conceito, tanto no campo científico, como nas demais atividades humanas". Ele enfatiza, ainda, a importância do estudo das transformações geométricas, especialmente das isometrias no plano, como reflexão, rotação, translação e reflexão deslizante. O mesmo guia enfatiza ainda que "apenas algumas obras dedicam-se a esse tema, e o fazem de forma apropriada. No entanto, mesmo nesses casos, a necessária articulação dessas transformações com o conceito de simetria, nos termos mencionados acima, não é feita" (Brasil, 2008, p. 48).

Assim, apesar da importância do conceito geométrico de simetria tanto na Matemática quanto em outras áreas do conhecimento, constata-se que ele é abordado de maneira limitada e, muitas vezes, inconsistente no contexto da Educação Básica. Isso sinaliza para uma problemática, previamente identificada quanto ao ensino de simetria, que perpassa os próprios materiais e recursos didáticos disponibilizados ao professor.

Veloso (2012) reforça a inclusão do ensino do conceito de simetria na Educação Básica de Portugal como uma iniciativa positiva, destacando que o estudo desse tópico no contexto da Geometria pode ser um fator relevante para o desenvolvimento matemático e cultural dos alunos, contribuindo significativamente para sua formação. Por outro lado, ele também ressalta que esse conteúdo, ao ser inserido na Educação Básica, recebeu um tratamento superficial. No contexto brasileiro, o estudo de Pasquini e Bortolossi (2015) revelou que o conceito de simetria praticamente não aparece no âmbito da Educação Básica, sendo abordado de forma restrita, com uma interpretação "ingênua" tanto nas orientações curriculares quanto nos livros didáticos.

Segundo Bastos (2006) e Veloso (2012), um dos motivos que contribui para esse cenário é o uso das designações simetria axial e simetria bilateral em português para transformações geométricas que deveriam ser chamadas, simplesmente, reflexões:

A reflexão tem sido tradicionalmente designada, em português, por simetria axial. (...) Tendo em atenção que a palavra simetria está reservada, em matemática, para um conceito diferente (...), devemos fazer esforços para perder o hábito de chamar simetria axial ou bilateral à transformação reflexão. Esta <<mera>> questão de nomes tem-se revelado como o maior factor de confusões na introdução deste novo tema no ensino básico (Veloso, 2012, p. 9).

Veloso (2012) destaca, assim, a importância de abandonarmos a prática de denominar a transformação reflexão como simetria axial ou bilateral, pois isto tem se revelado como o principal fator de dificuldades na introdução do tema na Educação Básica, uma vez que a palavra simetria está reservada, na Matemática, a um conceito muito bem delineado e distinto desta transformação.

Conforme observado por Pasquini e Bortolossi (2015), muitas confusões relacionadas ao conceito podem ser atribuídas aos diversos significados e usos que a palavra simetria adquiriu ao longo da história, indicando sua natureza polissêmica. Ainda que no dia a dia a polissemia do termo seja natural, no âmbito da Matemática é preciso encaminhar ações que permitam ao estudante ir se apropriando de suas especificidades diretamente relacionadas à disciplina.

Tais constatações levaram a primeira autora deste texto a desenvolver uma pesquisa centrada no ensino e aprendizagem da simetria na Educação Básica, visando promover, entre alunos do 8º ano do Ensino Fundamental, a aprendizagem do tema por meio das conexões e relações entre os conceitos de simetria e isometria, destacando as particularidades de cada um. Este texto foca na discussão do tema central da pesquisa, articulando-a com autores e documentos orientadores que abordam a simetria.

## O CONCEITO GEOMÉTRICO DE SIMETRIA

Identificamos, em diferentes situações do dia a dia, figuras que consideramos mais simétricas que outras, ou seja, que apresentam um visual mais regular. "Por exemplo um quadrado é «mais simétrico» do que um rectângulo, e um triângulo equilátero «mais simétrico» que um triângulo escaleno; este pode até caracterizar-se por não ser «nada simétrico»" (Veloso, 2012, p. 41). Essa comparação que realizamos intuitivamente e de modo espontâneo, sem

preocupações com definições relacionadas ao conceito de simetria, pode se dar até mesmo se ainda não conhecemos sua definição formal. Embora possamos intuir sobre a ideia de simetria e buscar explicá-la com base em exemplos ou características de figuras, o caminho até o entendimento matemático deste conceito não é uma tarefa simples e, ao mesmo tempo, não se desliga dessas intuições que vivenciamos no cotidiano.

O termo "simetria" permeia tanto o universo da vida cotidiana quanto o ambiente escolar, sendo utilizado não apenas na Matemática, mas também em áreas como História, Geografia, Português, Biologia, Química, Física, entre outras. Diante de sua aplicação em contextos tão diversos, como definir simetria em sala de aula? E como abordar essa definição com alunos da Educação Básica levando-os a ampliar entendimentos e a adentrar pela definição Matemática do termo? Segundo Veloso (2012, p. 41), o foco não deve residir no estudo dos vários aspectos do conceito de simetria na Matemática, mas sim na abordagem geométrica da noção de simetria em figuras planas, valorizando a interpretação visual dos objetos cotidianos que nos rodeiam.

Mas afinal, o que é simetria de uma figura plana? Stewart (2012, p. 121) inicialmente explica que "a palavra 'simetria' deve ser reinterpretada como 'uma simetria'. Objetos não apresentam só uma simetria; em geral apresentam diferentes simetrias". O autor explica, ainda, que "uma simetria de um objeto matemático é uma transformação que preserva a estrutura do objeto" (Stewart, 2012, p. 122, grifo nosso). A partir dessa definição, o autor se empenha em desdobrar o conceito, ressaltando que ela deve ser compreendida mais como um processo que como uma coisa. Para ilustrar essa ideia, ele utiliza a analogia "não é um prato, é a receita", sugerido que a simetria envolve uma sequência de operações e não um estado fixo.

De acordo com o autor, três palavras-chave fundamentam a definição de simetria: "transformação", "estrutura" e "preservação". De forma didática, ele utiliza o exemplo de um triângulo cuja estrutura "inclui coisas como 'tem três lados', 'os lados são retas', 'um lado tem 18,36 cm', 'está situado em determinada localização do plano', e assim por diante" (Stewart, 2012, p. 122). Diversas transformações podem ser aplicadas a um triângulo – como torcê-lo, girá-lo, amassá-lo, esticá-lo ou pintá-lo – no entanto, elas podem não preservar sua estrutura. Mas quando nos

referimos à simetria, conforme o autor, a estrutura do triângulo transformado deve se conformar à do original:

O triângulo transformado também deve ter três lados, por isso, não podemos dobrá-lo. Os lados devem permanecer retos, por isso não podemos entortá-lo. Um dos lados deve ter 18,36 cm, por isso também é proibido esticar o triângulo. A localização deve ser a mesma, por isso não podemos deslocá-lo três metros para o lado (Stewart, 2012, p. 122, grifo nosso).

Poderíamos, por exemplo, girar um triângulo equilátero num certo ângulo qualquer. Contudo, a depender do ângulo, essa transformação preservaria apenas parte da estrutura do triângulo, podendo alterar a sua localização original no plano. A rotação de centro O e ângulo reto (90°), por exemplo, não é uma simetria desse triângulo equilátero (Figura 1a) já que a imagem final não coincide com a original. Mas se o girássemos em 120° (Figura 1b), não conseguiríamos ver nenhuma diferença entre o "antes" e o "depois" dessa rotação. Em outras palavras, a rotação de centro O e ângulo 120° é uma simetria do triângulo equilátero. Ou, nos termos de Stewart (2012), a rotação com centro em O e ângulo de 120° "é uma transformação ("rotação") que preserva a estrutura do triângulo (seu formato e localização)" (Stewart, 2012, p. 124).

Figura 1: Rotações de um triângulo equilátero

(a) Rotação de centro O e ângulo reto

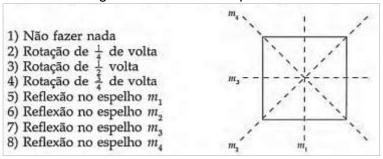
(b) Rotação de centro O e ângulo 120°

Fonte: elaborado pela pesquisadora

As rotações com centro em O e ângulos de 240° e 360° também são simetrias do triângulo equilátero. Esta última é equivalente a uma rotação de 0° e, por isso, também é chamada de *identidade*. Farmer (1999) não utiliza o termo "identidade" para descrever uma rotação de 0° ou 360°, referindo-se a ela como

"não fazer nada", conforme ilustrado na Figura 2, onde ele destaca todas as simetrias de um quadrado, inclusive aquelas que não são de rotação. Para as de rotação, especificamente, o autor opta por não utilizar ângulos medidos em graus, preferindo expressá-los como frações de uma volta.

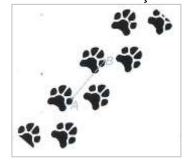
Figura 2: Simetrias do quadrado



Fonte: Farmer (1999, p. 45)

Se considerarmos a definição de simetria apresentada por Stewart (2012), vemos que, nos exemplos acima (dos triângulos e do quadrado), as figuras não possuem simetria de translação, já que, se considerarmos um segmento orientado qualquer de comprimento não nulo, a imagem de uma das figuras obtidas por meio da translação definida por esse segmento seria uma figura congruente, mas em uma posição diferente no plano. Isso significa que a estrutura da figura não foi preservada, e, portanto, a translação não é uma simetria da figura. No caso de o segmento orientado ter comprimento nulo, a figura permaneceria invariante, o que é evidente. Assim, a translação se reduziria à identidade, que sabemos ser uma simetria a qualquer figura. Quando estamos interessados em analisar frisos, como o ilustrado na Figura 3, devemos imaginá-los estendendo-se indefinidamente em ambos os sentidos, como se o rastro de pegadas continuasse sem interrupção.

Figura 3: Simetrias de translação de um friso



Fonte: Bastos (2006, p. 11)

Observe que essa figura não possui simetrias de reflexão ou rotação, mas apresenta simetrias de translação. Ou seja, ao aplicarmos uma translação no plano segundo o vetor AB – por exemplo -, a figura, em seu conjunto, é transformada em si mesma.

Após a discussão sobre o conceito de simetria, a próxima seção apresentará uma discussão do que os documentos oficiais que orientam a Educação Básica no Brasil apresentam sobre o tema. Isso inclui a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) - atual documento que guia a elaboração dos currículos estaduais e municipais -, os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) - documento anterior à BNCC -, e guias do Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) - responsável pela distribuição de livros e materiais didáticos para professores e estudantes de escolas públicas em todo o país.

# ENSINO E APRENDIZAGEM DE SIMETRIA: UM DIÁLOGO COM OS DOCUMENTOS OFICIAIS

Nos PCN (Brasil, 1998) – Terceiro e quarto ciclos (atual 6º ao 9º ano) do Ensino Fundamental –, quando realizamos uma busca pelo termo "simetria", constatamos sua presença 15 vezes no documento. Ele é mencionado pela primeira vez quando o documento trata dos conceitos e procedimentos que devem ser ensinados ao longo do terceiro ciclo (atual 6º e 7º anos) do Ensino Fundamental:

Classificação de figuras tridimensionais e bidimensionais, segundo critérios diversos, como: corpos redondos e poliedros; poliedros regulares e não-regulares; prismas, pirâmides e outros poliedros; círculos, polígonos e outras figuras; número de lados dos polígonos; eixos de simetria de um polígono; paralelismo de lados, medidas de ângulos e de lados (Brasil, 1998, p. 73, grifo nosso).

O documento refere-se exclusivamente aos "eixos de simetria" de um polígono, sem considerar o conceito geométrico de simetria em si. Por outro lado, embora não tratem da simetria de maneira abrangente para esse ciclo, fazem referência às isometrias: "Transformação de uma figura no plano por meio de reflexões, translações e rotações e identificação de medidas que permanecem invariantes nessas transformações (medidas dos lados, dos ângulos, da

superfície)" (Brasil, 1998, p. 73). A Simetria não é mencionada entre os conceitos que devem ser ensinados ao longo do quarto ciclo (atualmente 8º e 9º anos) do Ensino Fundamental, no entanto, reforça-se novamente o estudo das transformações isométricas: "Desenvolvimento do conceito de congruência de figuras planas a partir de transformações (reflexões em retas, translações, rotações e composições destas), identificando as medidas invariantes (dos lados, dos ângulos, da superfície)".

A simetria é novamente mencionada apenas nas orientações didáticas do bloco "Espaço e Forma", para o terceiro e quartos ciclos:

O estudo das <u>transformações isométricas</u> (transformações do plano euclidiano que conservam comprimentos, ângulos e ordem de pontos alinhados) é um excelente ponto de partida para a construção das noções de congruência. <u>As principais isometrias são: reflexão numa reta (ou simetria axial), translação, rotação, reflexão num ponto (ou simetria central), identidade. Desse modo as transformações que conservam propriedades métricas podem servir de apoio não apenas para o desenvolvimento do conceito de congruência de figuras planas, mas também para a compreensão das propriedades destas (Brasil, 1998, p. 124, grifos nossos).</u>

Observa-se que o documento nomeia algumas isometrias, como a reflexão numa reta e a reflexão num ponto, respectivamente, como simetria axial e simetria central. Isso evidencia que o documento se refere especificamente à reflexão e não ao conceito de simetria. Isto destaca o que foi apontado por Veloso (2012) de que a reflexão tem sido tradicionalmente designada em português como simetria axial. Essa questão de nomenclatura tem se revelado um dos principais fatores de confusão na Educação Básica no que diz respeito ao conceito de simetria. Assim, é necessário fazer um esforço para abandonar a prática de utilizar o termo "simetria" para se referir à transformação "reflexão".

Pasquini e Bortolossi (2015) também analisaram a forma como o conceito de simetria está contemplado nos PCN para o primeiro e segundo ciclos, bem como para o Ensino Médio. Dentre as conclusões referentes à abordagem sobre a simetria, destacam que:

(...) o texto não apresenta qual é a definição de simetria que se referem, ou qual abordagem os professores deveriam usar para contemplar tal conteúdo. O que o texto faz resume-se a destacar a

importância de contemplarmos conteúdos relacionados ao assunto, como eixos/planos de simetria para classificar figuras bidimensionais e tridimensionais, definir o que são transformações isométricas, destacar as principais isometrias, além de afirmar que as simetrias são pré-requisitos fundamentais para desenvolver os estudos sobre congruência. De fato, o foco dos PCN está nas transformações isométricas que preservam distâncias e não em objetos simétricos que são invariantes por tais transformações (Pasquini; Bortolossi, 2015, p. 89, grifo nosso).

Nesse sentido, os autores apontam a falta de orientação sobre o significado do que os documentos propõem que seja explorado nesse nível de ensino. Ressaltam, ainda, corroborando nossa análise, que o foco do documento está nas transformações isométricas que preservam distâncias, e não em objetos simétricos que permanecem invariantes por tais transformações. Embora os PCN apresentem algumas ideias relacionadas à simetria, não trazem uma definição clara para esse conceito, o que gera dúvidas sobre o entendimento adotado pelo documento quanto ao termo.

Já na BNCC (Brasil, 2018), atual referência orientadora da Educação Básica, constatamos que simetria é um conteúdo previsto e que é destacado no documento em meio aos demais temas geométricos que considera importantes:

A Geometria envolve o estudo de um amplo conjunto de conceitos e procedimentos necessários para resolver problemas do mundo físico e de diferentes áreas do conhecimento. Assim, nessa unidade temática, estudar posição e deslocamentos no espaço, formas e relações entre elementos de figuras planas e espaciais pode desenvolver o pensamento geométrico dos alunos. Esse pensamento é necessário para investigar propriedades, fazer conjecturas e produzir argumentos geométricos convincentes. É importante, também, considerar o aspecto funcional que deve estar presente no estudo da Geometria: as transformações geométricas, sobretudo as simetrias. (Brasil, 2018, p.271, grifo nosso).

Assim, esse documento, mesmo que indiretamente, sinaliza que a simetria se encontra no âmbito das transformações geométricas, sem estabelecer uma distinção clara entre ambos os conceitos. Tal tratamento pode gerar ambiguidades, especialmente no contexto da Educação Básica, uma vez que a ausência de uma diferenciação entre simetria e transformações geométricas isométricas compromete a clareza conceitual. A relevância dessa distinção se torna evidente diante das múltiplas interpretações e inconsistências que cercam tais conceitos,

muitas vezes opostos entre si, e que influenciam diretamente a estruturação de materiais didáticos, como livros e apostilas.

Nos anos finais do Ensino Fundamental, a simetria é abordada pela BNCC na unidade temática Geometria, com habilidades específicas delineadas para os 7º e 8º anos. No 7º ano, o objeto de conhecimento simetrias de translação, rotação e reflexão está relacionado à habilidade EF07MA21, que propõe "reconhecer e construir figuras obtidas por simetrias de translação, rotação e reflexão, usando instrumentos de desenho ou softwares de geometria dinâmica, vinculando esse estudo a representações planas de obras de arte, elementos arquitetônicos, entre outros (Brasil, 2018, p. 309). Já no 8º ano, o objeto de conhecimento transformações geométricas: simetrias de translação, reflexão e rotação está associado à habilidade EF08MA18, que propõe "reconhecer e construir figuras obtidas por composições de transformações geométricas (translação, reflexão e rotação), com o uso de instrumentos de desenho ou de softwares de geometria dinâmica (Brasil, 2018, p. 315)".

Percebe-se a inconsistência presente na BNCC no que tange aos conceitos de simetria e isometria, com uma alternância inadequada no uso dos termos. Em determinados contextos, a BNCC adota o termo "transformação geométrica (isométrica)", enquanto em outros, utiliza as expressões "simetria de translação", 'simetria de reflexão" e "simetria de rotação". Além disso, essa incongruência é acentuada pelo fato de que, em várias habilidades, o termo "simetria" é tratado como sinônimo de "transformação". Em síntese, a BNCC aborda a simetria como uma subcategoria das transformações geométricas, sem esclarecer as distinções e relações entre esses dois conceitos, apresentando, assim, algumas inconsistências conceituais.

Outro documento importante para compreendermos o ensino de simetria na Educação Básica é o Guia Nacional do Livro Didático, disponibilizado pelo Programa Nacional do Livro Didático (PNLD), que ressalta a recomendação para o estudo da simetria no Ensino Fundamental, enfatizando sua relevância tanto na ciência quanto nas atividades do cotidiano. O guia sublinha que, do ponto de vista matemático, embora não formal, o conceito de simetria envolve três noções básicas:

um conjunto de elementos; uma transformação "interna" desse conjunto em si mesmo; a existência de um subconjunto desse conjunto maior, que fica invariante quando submetido a tal transformação. Os exemplos mais simples de simetria surgem, na geometria, nos casos em que o conjunto mencionado é o plano, a transformação é uma de suas isometrias e o subconjunto em causa é uma figura simétrica em relação a tal isometria. Mais particularmente, se a isometria é a reflexão em relação a uma reta (eixo de simetria), diz-se que a figura possui simetria de reflexão. Ainda no plano, a rotação em torno de um ponto é uma isometria que dá origem a figuras com simetria de rotação – aliás, muito pouco presente no ensino (Brasil, 2008, p.48).

O documento ressalta a importância do estudo das transformações isométricas para a compreensão do conceito de simetria, contudo, também aponta que, apesar da relevância dessas transformações, poucas obras abordam o tema e, quando o fazem, em geral, não estabelecem uma articulação adequada entre essas transformações e o conceito de simetria:

A discussão acima, relativa ao conceito de simetria, evidencia a importância do estudo das transformações geométricas, em especial as isometrias no plano: reflexão, rotação, translação e reflexão com deslizamento. Apenas algumas obras dedicam-se a esse tema, e o fazem de forma apropriada. No entanto, mesmo nesses casos, a necessária articulação dessas transformações com o conceito de simetria, nos termos mencionados acima, não é feita (Brasil, 2008, p.48, grifo nosso).

Ao concluir essa análise dos documentos aqui enfocados, é evidente que persiste uma confusão em torno do termo "simetria". Observamos que o foco predominante nos documentos orientadores e nos livros didáticos está nas transformações isométricas que preservam distâncias e não nos objetos simétricos que permanecem invariantes sob tais transformações, o que limita ou torna inconsistente o tratamento dado ao tema no contexto da Educação Básica.

# CONSIDERAÇÕES E PERSPECTIVAS DE AÇÃO

Como evidenciado, a simetria se revela não apenas como um conceito polissêmico, mas também cercado de interpretações e aplicações diversas. Observa-se uma lacuna no aprofundamento conceitual, especialmente quanto à distinção entre simetria e isometria, bem como quanto às conexões e relações entre

esses conceitos. Tal cenário expõe a necessidade de maior clareza na apresentação desses conteúdos em sala de aula, indicando possibilidade de pesquisas voltadas ao tema.

Na pesquisa da qual deriva este texto, que está em fase de finalização, buscamos proporcionar aos alunos de uma turma do 8º ano de uma escola pública experiências voltadas ao ensino e à aprendizagem de simetria, com diferentes materiais manipuláveis e com ênfase nos aspectos intuitivos. Espera-se que eles adentrem por diferentes ideias e conceitos envolvidos, ampliando o entendimento do termo em meio à identificação características que distinguem e aproximam a simetria dos demais conceitos a que ela remete.

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Brasil (CAPES) – Código de Financiamento 001 e da Universidade Federal de Ouro Preto (UFOP).

#### REFERÊNCIAS

BASTOS, Rita. Notas sobre o Ensino da Geometria: Simetria. **Educação e Matemática**, n. 88, p. 9-11, 2006.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, DF: Ministério da Educação, 2018.

BRASIL. Ministério da Educação. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: Matemática. Brasília, DF: MEC/SEF, 1998.

BRASIL. Ministério da Educação. **Guia de livros didáticos**: matemática: anos finais do Ensino Fundamental. Brasília, DF: MEC/SEB, 2008.

FARMER, David; **Grupos e simetria**: um guia para a descoberta matemática. Trad. Cristina Isabel Januário. Lisboa: Gradiva, 1999.

PASQUINI, Regina Célia Guapo; BORTOLOSSI, Humberto José. **Simetria**: história de um conceito e suas implicações no contexto escolar. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2015.

STEWART, Ian. **Uma história da simetria na matemática**. Trad. Claudio Carina. Rio de Janeiro: Zahar, 2012.

VELOSO, Eduardo. **Simetria e transformações geométricas**. Lisboa: Associação de Professores de Matemática (APM), 2012.