X ENCONTRO MINEIRO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA
Diálogo e Alteridade: a potência da horizontalidade entre escola e universidade
Montes Claros – Minas Gerais
Outubro/novembro de 2024
COMUNICAÇÃO CIENTÍFICA

LEBNIZ e CANTOR: Duzentos anos de diálogo

Fredy Enrique González[1]

RESUMO

Essa comunicação forma parte de uma pesquisa maior em andamento relacionada com a apresentação das ideias nucleares da Análise Matemática num programa de mestrado em Educação Matemática. Assim, compreendendo que tanto Leibniz quanto Cantor, lidaram com a noção de infinito, acredita-se importante examinar os vínculos entre eles, articulados pelas suas concepções sobre o infinito, prestando atenção aos sentidos e significados que essa noção assume, tanto no pensamento filosófico de Leibniz, que o levou a trabalhá-lo no campo da Matemática, como no trabalho matemático de Cantor, que o levou a conjecturar a respeito de dimensões filosóficas dessa ideia. Trata-se de uma pesquisa documental e bibliográfica, realizada sob uma perspectiva fenomenológica, baseada na consulta de fontes entrecruzadas; sem ter ainda resultados conclusivos, se têm conjecturas; e apesar dos duzentos anos que separam Cantor de Leibniz, a influência deste na obra de Cantor é importante; seu diálogo deu-se tanto na Matemática quanto na Filosofia e na Teologia. Observou-se que suas concepções sobre o infinito são divergentes. Suas rotas para chegar à noção de infinito tiveram sentidos opostos; Leibniz foi da Filosofia para a Matemática, e Cantor foi da Matemática para Filosofia. Mesmo suas perspectivas teológicas, serem semelhantes, a crença no Deus como um Absoluto omnipresente fazia com que para Leibniz a ideia da Nada, como ausência do todo, era inconcebível; dessa forma, em concordância com suas crenças religiosas, não conseguia admitir a possibilidade do Infinito Atual, mesmo que concordava com a ideia aristotélica do Infinito Potencial. Mas, pela leitura minuciosa da obra de Leibniz que Cantor fez, este conseguiu algumas inconsistências ao respeito desse ponto, indicando que mesmo que ao início Leibniz nega o Infinito Atual, implicitamente acaba aceitando-o. Mas é necessário dizer que em tanto Leibniz interessou-se no infinitamente pequeno, Cantor estava absorvido pelo infinitamente grande.

Palavras chave. Infinito Atual. Aritmetização da Análise Matemática. Infinitesimal.

INTRODUÇÃO

A viagem como diplomata que Leibniz fez para Paris em 1672, foi marcante para ele em muitos aspectos, foi então quando ele consolidou a formação matemática, especialmente em Geometria, que, ao tempo, lhe conduziram para a invenção de seu Cálculo Infinitesimal; ele reconhece esse fato numa epístola enviada a Jacques Bernoulli em abril de 1703, da qual reproduzimos o treito a seguir:

[1] Professor-Doutor / Docente Magistério de Educação Superior, Universidade Federal de Ouro Preto (UFOP). fredy.gonzalez@ufop.edu.br.

> Quando cheguei a Paris no ano de 1672, eu era autodidata em geometria e, na verdade, tinha pouco conhecimento do assunto, para o qual não tive paciência para ler através da longa série de provas. Quando jovem, consultei a álgebra de um certo Lanzius, e depois de Clavius, que de Descartes parecia ser mais intrincada. No entanto, pareceu-me, não sei por que confiança precipitada em minha própria capacidade, que eu poderia tornar-me o igual destes se assim o desejasse. Também tive a audácia de olhar através de obras ainda mais profundas, como a geometria de Cavalieri e os elementos mais agradáveis das curvas de Leotaud, [...] e outras coisas desse tipo; das quais é claro que eu estava agora pronto para ir sem ajuda, pois eu li-os quase como se lesse contos de romance. *Enquanto isso, eu estava formando para mim mesmo uma espécie de cálculo geométrico por meio de pequenos quadrados e cubos para expressar números indeterminados*, não sabendo que Descartes e Vieta tinha trabalhado toda a matéria de uma maneira superior. Nisso, posso quase chamar-lhe, soberba ignorância da matemática, eu estava então estudando história e direito; pois eu tinha decidido me dedicar a este último. Da matemática eu como que só bebia aquelas coisas que eram mais agradáveis, sendo especialmente afeiçoado a investigar e inventar máquinas, pois era uma época em que minha máquina aritmética foi inventada. Nessa época também aconteceu que Christiaan Huygens, que eu acredito plenamente viu mais em mim do que realmente havia, com grande cortesia me trouxe uma cópia recentemente publicada de seu livro sobre o pêndulo. Este foi para mim o início ou ocasião de um estudo mais cuidadoso da geometria. (Leibniz, 1703/2005, pp 11-14) (Tradução e Itálicos nossos)

Assim, com a guia de Huygens, Leibniz adentrou-se e aprofundou nas águas da Matemática, na época agitadas pelo tratamento dado ao infinito. Mas, como afirmado por Lacerda (2016, p. 40), Leibniz desenvolveu além de uma matemática do infinito, uma filosofia dessa noção, gerando uma coexistência entre o propriamente matemático e o teológico no tratamento do infinito. Mas, esses dois níveis de realidade são conflitivos pois, como afirmado pela autora citada, “Na matemática só se conhece o infinito como infinito potencial. Mas é possível exprimir, por meio dessa limitada explicação, o infinito atual que caracteriza Deus e o mundo das substâncias criadas.” (Lacerda, 2016, p. 41).

Mas, no pensamento de Leibniz tais perspectivas sobre o infinito (o matemático e o teológico) não geravam conflito nenhum pois, para ele

> [...] não apenas é possível um saber positivo acerca do infinito na matemática, como sem esse saber não conheceríamos nada de certo a respeito de Deus. Qual é, então, a relação entre a

> matemática e a metafísica? O conhecimento de Deus se dá a partir do conhecimento do infinito matemático? (Lacerda, 2016, p. 42).

Percebe-se então, que Leibniz faz apelo do infinito matemático como um recurso argumentativo de seus posicionamentos teológicos. E são essas considerações matemáticas sobre o infinito que lhe ajudaram a compreender a natureza da Verdade. Mas, mesmo sendo relevante o tratamento teológico do infinito, ao final o que predominou foi sua Matemática do infinito, pois:

> É recorrente a adoção do conceito de infinito nos procedimentos utilizados por Leibniz na matemática para resolver problemas de geometria, especialmente aqueles que exigem tal intervenção, a saber: encontrar retas tangentes a curvas e determinar o valor exato de áreas limitadas por curvas. Lembremos aqui a importância do filósofo para a criação e o desenvolvimento do Cálculo Infinitesimal. E as noções de infinito e infinitésimos, aí, são centrais. Indício disso é o notável volume de publicações atinentes a problemas que envolviam cálculos com o infinito que aparecem nas *Acta Eruditorum*[2] com a autoria de Leibniz. (Neto, 2008, p. 73).

Mas, foi no outubro de 1684 quando na edição de sua Acta Eruditorum desse mês, foi publicada sua obra seminal do Cálculo intitulada *Nova Methodus pro Maximis et Minimis, itemque Tangentibus, quae nec fractas nec irrationales quantitates moratur et singulari pro illis calculi genus*; nela Leibniz expõe as regras de seu Cálculo, assumindo a existência dos infinitésimos, sem oferecer justificativa nenhuma; mas, introduzindo dessa forma o tratamento do continuo, o que constitui um salto qualitativo importante, dado que implica a consideração de magnitudes que não são discretas: as magnitudes infinitesimais, que constituíram a base do cálculo e, dado que sua manipulação conduz aos paradoxos, gerou uma crise nos seus fundamentos (Cafezeiro, et. al., 2016; Molik, 2020;) e que propiciou a mudança dessa fundamentação da Geometria para Aritmética, movimento conhecido como Aritmetização da Matemática (Thomé, et. al., 2020; , liderado por Karl Weierstrass (Martins, 2019) e no qual George Cantor protagonizou um papel de primeiríssima ordem.

LEIBNIZ E CANTOR: um frutífero diálogo que mudou a História da Matemática.

[2] Uma revista criada em 1682, e que o próprio Leibniz ajudou a fundar; foi nesse periódico que Leibniz deu a conhecer suas principais descobertas matemáticas.

Apesar dos duzentos anos que separam a biografia de Cantor da de Leibniz, a marca da obra deste último na do primeiro é importante. O diálogo de Cantor com Leibniz deu-se tanto no terreno da Matemática quanto no da Filosofia e da Teologia. Um dos pontos onde os pensamentos de Leibniz e Cantor encontram-se é nas ideias que cada um deles sustentava e na qual eles são divergentes, é o Infinito.

As rotas pelas quais ambos os dois pensadores chegaram à noção de infinito tiveram sentidos opostos; Leibniz foi da Filosofia para a Matemática, em tanto Cantor foi da Matemática para Filosofia. Mesmo tendo perspectivas teológicas, em certo modo, semelhantes, a crença no Deus como um Absoluto omnipresente fazia com que para Leibniz a ideia da Nada, como ausência do todo, era inconcebível; dessa forma, em concordância com suas crenças religiosas, não conseguia admitir a possibilidade do Infinito Atual, mesmo que concordava com a ideia aristotélica do Infinito Potencial.

Mas, pela leitura minuciosa da obra de Leibniz que fez Cantor, este percebeu algumas inconsistências ao respeito desse ponto, indicando que mesmo que ao início Leibniz nega o Infinito Atual, implicitamente acaba aceitando-o. Mas é necessário dizer que em tanto Leibniz interessou-se no infinitamente pequeno, Cantor estava absorvido pelo infinitamente grande.

O interesse de Cantor pela obra de Leibniz ficou manifesto quando, em 1878, sendo professor na Universidade de Halle, pediu ministrar uma disciplina relacionada com a Filosofia de Leibniz, mas não teve sucesso como professor de Filosofia e decidiu voltar para ministrar aulas de Matemática, mesmo sem deixar de se interessar nas ideias leibnizianas; dessa forma em muitos de seus trabalhos notam-se interligações entre a Matemática e a Filosofia. Alguns editores de periódicos pediam que Cantor apagasse os aspetos filosóficos presentes nos seus escritos; mas, ele consistentemente rejeitava tais pedidos porque esses argumentos filosóficos formavam parte das justificativas de suas teorias.

Mas, não foi só de Leibniz que Cantor bebeu para desenvolver suas ideias que, mesmo que muito originais, levaram em conta os aportes de vários outros matemáticos, alguns contemporâneos dele e outros anteriores. Entretanto, devamos deixar claro que nós não nos dedicamos a esses estudos de modo aprofundado, pois esse não é o objeto de nossa investigação. Sendo assim, traçaremos um panorama das ideias que foram sendo pesquisadas e trabalhadas matematicamente por autores tidos como significativos.

O trabalho que conduziu a Cantor para o tema do Infinito foi o convite que ele recebeu de um colega na Universidade de Halle de trabalhar o assunto da unicidade da representação por séries trigonométricas de uma função geral, o seja, com menos restrições das que eram exigidas as outras funções que tinham sido trabalhadas em antecedência. Os trabalhos de Dirichlet, Riemann, Lipschitz e Hankel com séries trigonométricas precederam o de Cantor; o estudo que este fez dessas séries desempenhou um papel crucial na criação de sua Teoria dos Conjuntos Transfinitos.

Mas, para a compreensão cabal do trabalho de Cantor, é importante conhecer um pouco do contexto socio-histórico-cultural e matemático onde ele desenvolveu seu trabalho, particularmente alguns problemas chaves tais como o problema da propagação do calor (Fourier); o problema das cordas vibrantes (D´Alembert); com o passar dos anos vieram os trabalhos de Cauchy, Bolzano, Riemann e entre outros grandes matemáticos que contribuíram na construção de uma base sólida para a Análise Matemática, para o qual era preciso atender às questões seguintes: (a) esclarecimento dos conceitos fundamentais relativos à noção de limite; (b) demonstração dos principais teoremas sobre tais conceitos; y (c) criação de uma teoria firme dos números reais; no desenvolvimento desse “plano de trabalho” tiveram destaque Bolzano, Hamilton e Weirstrass; os trabalhos do primeiro só foram conhecidos muito tempo depois da sua morte; Hamilton, num ensaio de 1837 relativo aos Fundamentos da Matemática, afirmou que “a Análise pode ser, sim, uma ciência propriamente dita, estrita, pura e independente (sempre e quando) seja deduzida por raciocínios válidos a partir de seus princípios intuitivos próprios”; Weierstrass, pela sua vez, aportou um exemplo de função continua que não tem derivada em ponto nenhum e desenvolveu uma teoria dos números irracionais. No seu conjunto, todos esses trabalhos geraram o movimento conhecido como Aritmetização da Análise Matemática (AAM) ou seja a criação de teorias dos números reais sustentando-as os números naturais. A seguir tentaremos traçar uma sequência dos trabalhos que conformam a cronogenese da obra de Cantor.

Iniciamos com as tentativas de Fourier por estabelecer uma fundamentação teórica para as funções periódicas; a seguir encontramo-nos com os esforços de Martin Ohm (1792–1872)[3] para evitar os paradoxos no Cálculo, submetendo a um exame exaustivo todas suas ideias, bem como os métodos de razoamento que são aplicados a elas. Entre as questões que ele estudou estiveram: (a) inquietações geradas pelos números imaginários e (b) as dificuldades com convergência e divergência de séries infinitas.

Outro matemático importante na génese do trabalho de Cantor é D´Alembert, quem foi um dos matemáticos do s. XVIII que, junto com muitos outros, afirmou que o Cálculo devia se basear na noção de limite. Essa chamada constituiu uma das justificativas pelas quais o processo da AAM ficasse associado com o estabelecimento do conceito de limite e de outros conceitos fundamentais que estão conectados com ele: convergência, continuidade, função, todos articulados com a noção de infinito.

Segundo D´Alembert, o limite é uma quantidade à qual cada vez mais se aproxima a razão $\frac{z}{u}$ supondo que z e u são números reais decrescentes. Bolzano e Cauchy, contemporâneos tanto cronologicamente quanto matematicamente, deram definições semelhantes das noções de limite, convergência e continuidade. Suas definições de limite constituíram um avanço em relação coma definição dada por D´Alembert e por matemáticos anteriores a ele. Tais definições caracterizavam-se por: (a) não depender da geometria e não usar as noções de movimento e velocidade; (b) não estabelecer a condição segundo a qual a variável independente não poderia superar o limite.

Cauchy deu uma definição substantiva de limite que teve um grande impacto sobre a noção de infinitesimal que passou de ser visto como “número muito pequeno”, para ser considerado como uma “variável dependente”. Além disso, é bom salientar que a definição de Cauchy é puramente verbal e foi Heine, aluno de Weierstrass quem, usando anotações tomadas nas aulas ministradas pelo seu mestre, publicou a chamada definição ε, δ; assim, a definição de limite ficou formalizada e é assim como é conhecida até hoje. Deve se apreciar que, na

[3] Aspetos sobre vida e obra de Martin Ohm pode ser estudados aqui: https://mathshistory.st-andrews.ac.uk/Biographies/Ohm_Martin/

definição de limite, publicada por Heine mas atribuída a Weierstrass, aparecem só noções de número real, as operações + e -, e as relações < e >.

Mas, os matemáticos do s. XIX não estavam conformes com a falta de clareza relativa às operações com séries infinitas e com a definição de número real. Esses assuntos foram abordados por Bolzano e Cauchy. Em quanto às séries, eram já conhecidos alguns testes para examinar a convergência das séries; mas uma solução geral só foi conseguida por Bolzano e Cauchy, independentemente um de outro. Cauchy baseou sua definição de Convergência sobre a noção de Soma Parcial. Sua definição é equivalente à dada por Bolzano. Mas, nem Cauchy nem Bolzano deram uma demonstração da suficiência desse critério. Bolzano tinha interesse nas propriedades dos números reais, entanto que Cauchy tinha como alvo o estudo da convergência das séries infinitas. O assunto chave aqui é que os trabalhos destes dois grandes da Matemática permitiram relacionar, por meio das séries infinitas, as noções de limite y de número real.

Pela sua parte, Bolzano estabeleceu uma relação entre o Teorema do Valor Intermediário (TVI) e a definição de continuidade em 1817; mas, seus trabalhos só foram conhecidos 80 anos depois da sua morte. Foi Cauchy quem, em 1821, conseguiu definir de forma precisa a noção de Continuidade de uma função num intervalo. Mesmo que Cauchy acreditava haver definido continuidade de uma função num ponto, em verdade sua definição se refere a continuidade de uma função num intervalo. A continuidade num ponto, por fim, foi dada por Weierstrass (Definição ε, δ)

As formas de trabalho de Cauchy e de Bolzano tiveram influência em Lagrange quem dizia que “os conceitos do Cálculo só poderão alcançar rigorosidade si e somente si eles são definidos em termos de conceitos algébricos”

Em 1817, Bolzano, acreditando que a prova dada por Gauss no 1816 não era completa e, além disso, a mesma depende de “uma verdade tomada emprestada da geometria”, rejeitou totalmente e inequivocamente as provas de Gauss. Em geral, Bolzano, rejeitou todas as provas que assumiam numa noção de continuidade que, segundo ele, era incorreta porque se baseava num conceito de continuidade de uma função que incluía os conceitos de tempo e movimento que, como o conceito de espaço, ficam fora do campo da Matemática Pura (i.e. aritmética, álgebra, análise, ...). Para Bolzano, a geometria não era Matemática

Pura senão aplicada, e foi ele que deu uma definição formal de continuidade de uma função de uma variável real.

Dessa forma, os trabalhos de Lagrange, Gauss, Bolzano, Cauchy, Weierstrass e muitos outros, contribuíram para desenvolver uma noção rigorosa de número real. Antes de Cauchy era assumida a existência dos números reais e para defini-los eram usadas aproximações. O procedimento de Cauchy foi tratar o tema de modo contrário: definir os números reais como os limites de aproximações e usar a convergência dessas aproximações para provar a existência dos números reais. Bolzano assumiu que: (a) uma série de termos positivos, limitada superiormente, por uma progressão geométrica convergente, também é convergente; (b) uma sucessão monótona e limitada, tem limite.

Já na metade do s. XIX as noções de limite, convergência e continuidade haviam sido rigorosamente definidas e usadas nas provas de teoremas importantes. Mas, o estabelecimento sobre bases rigorosas de algumas das noções chave ainda permanecia em pendência, entre elas a de número real e, especificamente a de número irracional. Vários autores fizeram tentativas para definir os números irracionais usando como base a noção de limite de sequência de números racionais. Cantor fez uma crítica dessas tentativas dizendo que eram erróneas porque se o número irracional é o limite de uma sequência de números racionais, com antecedência deve-se definir o que é número irracional.

A primeira construção dos números irracionais devesse a William Rowan Hamilton que, em 1837, uma Teoria da Separação dos Números parecida à de Dedekind, mas Hamilton não completou sua iniciativa. Em 1869, partindo do que Lagrange só havia conjeturado, Hugues Charles Robert Mêray desenvolveu a mais antiga, coerente e rigorosa teoria dos números irracionais; mas, por diversos motivos (por exemplo, a guerra franco-prusiana) o trabalho de Méray foi pouco conhecido e por isso teve quase nula influência no desenvolvimento posterior da Matemática; a pesar disso, Méray continuo seu projeto de "jogar fora das provas na Análise Matemática qualquer consideração geométrica". (MARTINS4, 2004; pp 13-

[4] MARTINS, Ana P. M. da F. **As construções dos Números Reais por Dedekind, Weierstrass e Méray.** Tese. Universidade do Porto, Faculdade de Ciências, Departamento de Matemática Pura. 2004, Março. Disponível em: https://repositorio.ipv.pt/bitstream/10400.19/1401/1/2004%20tese%20mestrado.pdf

14). Mas, quizá o nome mais importante em toda essa história é o de Karl Theodor Wilhelm Weierstras, quem desenvolveu uma teoria dos números irracionais; mas, seu trabalho só foi publicado, depois que ele morreu, pelos seus alunos Lindermann e Heine.

Assim essa viagem nos leva para Georg Ferdinand Ludwig Philipp Cantor que, em 1871, assumiu o projeto de Méray de “remover as considerações geométricas de todas as demonstrações na Análise Matemática”; seu plano foi o seguinte: definir os números irracionais como sequencias (de Cauchy) de números racionais convergentes, mas que não convergem para um outro número racional. Diferentemente dos trabalhos de Méray, as realizações de Cantor foram conhecidas e influenciaram outros matemáticos, entre eles Dedekind, quem deu um tratamento unificado dos números racionais e dos números irracionais; mas com uma grande diferença respeito das abordagens de Méray e de Cantor; em tanto que estes trabalharam com a convergência, Dedekind trabalhou com a continuidade, contribuindo com esclarecimentos da ideia de continuidade e com a noção do continuum.

Dedekind, Weierstrass e Cantor são reconhecidos como três grandes matemáticos que construíram suas respectivas teorias sobre os números irracionais; mas, eles tiveram motivações diferentes. Para Dedekind, dispor de uma caracterização axiomática dos números reais era essencial para uma rigorosa fundamentação do Cálculo Diferencial. Por sua vez, Weierstrass acreditava que a formulação do sistema dos números reais era um assunto chave para a fundamentação da teoria das funções reais que ele desenvolveu. Por fim, Cantor viu-se obrigado a definir os números irracionais em termos de séries infinitas convergentes de números racionais, logo após de haver provado que uma função de uma variável complexa pode ser representada de forma única por uma série trigonométrica.

CONSIDERAÇÕES PARA UM FECHAMENTO PROVISIONAL

A criação do Cálculo por Newton e Leibniz, esse último trabalhando com magnitudes infinitesimais, gerou inúmeros questionamentos referidos ao tratamento dado ao infinito e ao continuo e isso propiciou uma autêntica revolução na Filosofia da Matemática, dada a relação estreita existente entre a infinitude e a continuidade.

Assim sendo, criou-se a necessidade de dar um adequado tratamento ao continuo; é nessa empreitada que se fez presente a voz de Cantor quem, dialogando tanto com Leibniz quanto com outros matemáticos contemporâneos dele, participou ativamente no movimento da Aritmetização da Matemática, no qual resultou necessário dar conta do conceito de número real que, pela sua vez desencadeou uma grande discussão sobre o continuo, assunto esse que, sem muitos esclarecimentos, tinha sido já introduzido por Leibniz no seu texto de 1684. Dessa forma, a conceitualização dos números reais e, por tanto, a Análise Matemática toda, ficou atrelada ao conceito de continuidade que, a partir da formulação da Hipótese do Continuo, gera controvérsias ainda hoje não resolvidas.

REFERÊNCIAS

CAFEZEIRO, Isabel; KUBRUSLY, Ricardo; MARQUES, Ivan da Costa; SOUZA, Narrira Lemos de; BRITTO, Sicleidi Valente dos Santos. Crises e Incompletudes, Multi-histórias Matemáticas. **REVEMAT**. Florianópolis (SC), v.11, Ed. Filosofia da Educ. Matemática, p. 162-177, 2016. https://doi.org/10.5007/1981-1322.2016v11nespp162

LEIBNIZ, Gottfried Wilhelm. Letter to Bernoulli. In: **The Early Mathematical Manuscripts of Leibniz**. Translated and with an introduction by J. M. Child. Mineola, New York: Dover Publications, 2005, p. 11 ss).

LACERDA, Tessa Moura. LEIBNIZ: A INFINITUDE DIVINA E O INFINITO EM NÓS. **Cadernos Espinosanos**, São Paulo, Brasil, n. 34, p. 39–63, 2016. DOI: 10.11606/issn.2447-9012.espinosa.2016.116945. Disponível em: https://www.revistas.usp.br/espinosanos/article/view/116945.. Acesso em: 15 set. 2024.

MARTINS, Ana Patrícia. A CONSTRUÇÃO DO SISTEMA DOS NÚMEROS REAIS POR WEIERSTRASS. **Revista Matemática e Ciência**: construção, conhecimento e criatividade. v. 2 n. 1, 2019. https://doi.org/10.5752/P.2674-9416.2019v2n1p110-162

MOLICK, Sanderson. O problema dos fundamentos da matemática e as raízes do anti-excepcionalismo lógico. **Perspectiva Filosófica**, vol. 47, n. 2, 2020. https://doi.org/10.51359/2357-9986.2020.248949

NETO, Izaias Ribeiro de Castro. **Estudo acerca da distinção entre Verdades Necessárias e Verdades Contingentes em Leibniz**. 2008. 137 p. Dissertação. (Mestrado em Filosofia – Área de Concentração: História da Filosofia Moderna e

Contemporânea) - Setor de Ciências Humanas, Letras e Artes, Universidade Federal do Paraná, 2008.

THOMÉ, Vinícius Weite; DURO, Mariana Lima; ANDRADE, Carina Loureiro. História da Análise Matemática e Desenvolvimento Cognitivo. **Bolema**, 34 (67), Ago 2020. https://doi.org/10.1590/1980-4415v34n67a03