

# VII EMEM

ENCONTRO MINEIRO  
DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA



Comunicação  
Científica



Pôster



Minicursos



Produto  
Educativo

Realização

Apoio

ISSN 2176-0160



Download WinRAR

Sair

## **Anais do VII Encontro Mineiro de Educação Matemática**

*Universidade Federal de São João del-Rei  
09 a 12 de outubro de 2015*

O Encontro Mineiro de Educação Matemática – EMEM é um importante evento acadêmico-científico na área de Educação Matemática em Minas Gerais e têm como principais objetivos:

- i) Promover o intercâmbio de conhecimentos na área de Educação Matemática;
- ii) Divulgar os resultados de pesquisas realizadas em Minas Gerais;
- iii) Aproximar as pesquisas acadêmicas das práticas educacionais escolares e estimular o intercâmbio de experiências de sala de aula nos distintos níveis de ensino.

O VII Encontro Mineiro de Educação Matemática aconteceu na Universidade Federal de São João del-Rei (UFSJ) no período de 09 a 12 de outubro de 2015.

As atividades incluíram palestras, minicursos, oficinas, pôsteres, comunicações científicas, divulgações de produtos educacionais e mesas redondas.

O EMEM é uma promoção trianual da Sociedade Brasileira de Educação Matemática – Regional Minas.



## COMISSÕES

### **Comissão Organizadora Local (UFSJ):**

Profa. Dra. Viviane Cristina Almada de Oliveira – Presidente  
Profa. Dra. Romélia Mara Alves Souto  
Profa. Dra. Fabíola de Oliveira Miranda  
Prof. Dr. Francinildo Nobre Ferreira

### **Comissão Organizadora Externa:**

Prof. Dr. Marco Aurélio Kistemann Júnior (UFJF / SBEM-MG) – Presidente  
Prof. Dr. Marco Antônio Escher (UFJF / SBEM-MG)  
Profa. Dra. Rosana Maria Mendes (UFLA)  
Prof. Dr. Amarildo Melchiades da Silva (UFJF / NIDEEM / SBEM-MG)  
Prof. Me. Marcílio Dias Henriques (SEE-MG / NIDEEM / SBEM-MG)  
Prof. Me. Dejair Frank Barroso (Fundação Educacional São José / SBEM-MG)  
Prof. Me. Vitor Rezende Almeida (SME-JF / SEE-MG / SBEM-MG)  
Prof. Neil da Rocha Canedo Junior (SME-JF / SEE-MG / SBEM-MG)

### **Comissão Científica:**

Prof. Dr. Adlai Ralph Detoni (UFJF)  
Prof. Dr. Amarildo Melchiades da Silva (UFJF)  
Profa. Dra. Ana Cristina Ferreira (UFOP)  
Prof. Dr. Antonio Vicente Marafioti Garnica (UNESP)  
Prof. Dr. Arlindo José de Souza Junior (UFU)  
Prof. Dr. Benerval Pinheiro Santos (UFU)  
Profa. Dra. Cristiane Coppe de Oliveira (UFU)  
Profa. Dra. Cristiane de Andrade Mendes (UFJF)  
Prof. Dr. Dale William Bean (UFOP)  
Prof. Dr. Daniel Clark Orey (UFOP)  
Prof. Dr. Edson Crisostomo dos Santos (Unimontes)  
Prof. Dr. Eduardo Barrére (UFJF)  
Profa. Dra. Eliane Scheid Gazire (PUC-MG)  
Profa. Dra. Fabíola de Oliveira Miranda (UFSJ)  
Prof. Dr. Frederico da Silva Reis (UFOP)  
Prof. Me. Giovani Cammarota Gomes (UFJF)  
Prof. Dr. João Bosco Laudares (PUC-MG)  
Prof. Dr. José Maria Nazar David (UFJF)  
Profa. Dra. Jussara de Loiola Araújo (UFMG)  
Profa. Dra. Liamara Scortegagna (UFJF)  
Prof. Dr. Marco Antônio Escher (UFJF)  
Prof. Dr. Marco Aurélio Kistemann Júnior (UFJF)  
Profa. Dra. Margareth Aparecida Sacramento Rotondo (UFJF)  
Profa. Dra. Marger da Conceição Ventura Viana (UFOP)  
Profa. Dra. Maria Cristina Araujo de Oliveira (UFJF)  
Profa. Dra. Marli Regina dos Santos (UFV)  
Profa. Dra. Maria do Carmo Vila (UFOP)  
Prof. Dr. Milton Rosa (UFOP)

Prof. Dr. Orestes Piermatei Filho (UFJF)  
Prof. Dr. Plínio Cavalcanti Moreira (UFOP)  
Prof. Dr. Reginaldo Fernando Carneiro (UFJF)  
Prof. Dr. Rodolfo Chaves (IFES)  
Profa. Dra. Romélia Mara Alves Souto (UFSJ)  
Prof. Dr. Romulo Campos Lins (UNESP)  
Profa. Dra. Rosana Maria Mendes (UFLA)  
Profa. Dra. Sônia Maria Clareto (UFJF)  
Profa. Dra. Viviane Cristina Almada de Oliveira (UFSJ)  
Prof. Dr. Wagner Rodrigues Valente (UNIFESP)

# VII Encontro Mineiro de Educação Matemática



9 a 12 de Outubro de 2015



*Práticas educativas e de pesquisa em Educação Matemática*

## PROGRAMAÇÃO / LOCAIS

|               | sex (09/10)                                                                                                          | sáb (10/10)                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        | dom (11/10)                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           | seg (12/10)                                                                                                                                                                                                                         |
|---------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 8:00 – 9:40   |                                                                                                                      | <b>Minicursos 1</b><br>Local: ver programação dos minicursos aprovados                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             | <b>Minicursos 1 (2a. Parte)</b><br>Local: ver programação dos minicursos aprovados                                                                                                                                                                                                                                                                                    | <b>Comunicações científicas e relatos de experiências</b><br>Local: ver programação de CC e PE aprovados                                                                                                                            |
| 10:00         |                                                                                                                      | <b>Café</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        | <b>Café</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           | <b>Café</b>                                                                                                                                                                                                                         |
| 10:30 – 12:00 |                                                                                                                      | <b>Palestras A</b><br>1: Etnomodelagem<br>Palestrante: Prof. Daniel Clark Orey (UFOP)<br>Local: Teatro Campus S. Antonio<br>2: Educação Financeira<br>Palestrante: Prof. Marco Aurélio Kistemann Jr. (UFJF)<br>Local: Sala 3.03<br>3: Tecnologias e Educação Matemática<br>Palestrante: Profa. Silvana Cláudia Santos (UFV)<br>Local: Anfiteatro<br>4: Condição docente no Brasil - desafios colocados à formação de professores<br>Palestrante: Romélia Mara Alves Souto (UFSJ)<br>Local: Sala 3.18                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               | <b>Palestras B</b><br>5: Malba Tahan<br>Palestrante: Profa. Cristiane Coppe (UFU)<br>Local: Teatro Campus S. Antonio<br>6: Formação de professores de Matemática para inclusão<br>Palestrante: Prof. Ana Cristina Ferreira (UFOP)<br>Local: Sala 3.03<br>7: Educação Matemática nos anos iniciais<br>Palestrante: Giovani Cammarota Gomes (UFJF)<br>Local: Anfiteatro | <b>Conferência de encerramento</b><br>Palestrante:<br>Prof. Antonio Vicente Marafioti Garnica (Unesp Bauru)<br><b>EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, PESQUISA, INTERVENÇÃO E HISTÓRIA: alguns apontamentos</b><br>Local: Teatro Campus S. Antonio |
| 12:00         |                                                                                                                      |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |                                                                                                                                                                                                                                     |
| 14:00 – 15:40 |                                                                                                                      | <b>Minicursos 2</b><br>Local: ver programação dos MC aprovados                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     | <b>Minicursos 2 (2a. Parte)</b><br>Local: ver programação dos MC aprovados                                                                                                                                                                                                                                                                                            |                                                                                                                                                                                                                                     |
| 15:40         |                                                                                                                      | <b>Café</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        | <b>Café</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |                                                                                                                                                                                                                                     |
| 16:00 – 17:00 |                                                                                                                      | <b>Pôster de 01 a 38</b><br>Local: Tendões no pátio do CSA                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         | <b>Pôster 39 a 75</b><br>Local: Tendões no pátio do CSA                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |                                                                                                                                                                                                                                     |
| 17:00 – 19:00 | <b>Credenciamento</b>                                                                                                | <b>Mesa redonda</b><br>MR 1: Educação Matemática no Ensino Superior<br>Prof. Amarildo Melchhiades da Silva (UFJF)<br>Prof. João Bosco Laudares (PUC/MG)<br>Mediador: Prof. Marco A. Escher (UFJF)<br>Local: Teatro Campus S. Antonio<br>MR 2: Modelagem Matemática<br>Profa. Jussara de Lóiola Araújo (UFMG)<br>Prof. Milton Rosa (UFOP)<br>Prof. José Antônio Araújo Andrade (UFLA)<br>Med. Profa. Fabíola de O. Miranda (UFSJ)<br>Local: Anfiteatro<br>MR 3: Formação a distância de Professores que ensinam Matemática<br>Profa. Marger da Conceição Viana (UFOP)<br>Prof. Reginaldo Fernando Carneiro (UFJF)<br>Med.: Prof. Edson Crisóstomo Santos (UNIMONTES)<br>Local: Sala 3.03<br>MR 4: Educação Matemática na Escola Básica<br>Prof. Leonardo José da Silva (João XXIII/UFJF)<br>Profa. Denise Alves de Araújo (UFMG)<br>Med. Profa. Margareth Ap. S. Rotondo (UFJF)<br>Local: Sala 3.18<br>MR 5: História da Matemática e da Educação Matemática<br>Profa. Maria Cristina de Oliveira (UFJF)<br>Prof. Marcos Teixeira (UNESP)<br>Mediadora: Profa. Romélia Mara Alves Souto (UFSJ)<br>Local: Sala 3.23<br>MR 6: PIBID e Estágio Supervisionado<br>Profa. Rosana Maria Mendes (UFLA)<br>Profa. Marii Rezana dos Santos (UFV)<br>Profa. Viviane Cristina Almada de Oliveira (UFSJ)<br>Mediador: Rodolfo Chaves (IFES)<br>Local: Sala 2.22 | <b>Assembleia SBEM MG</b><br>Local: Teatro do Campus Santo Antonio                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |                                                                                                                                                                                                                                     |
| 20:00 – 22:00 | <b>Abertura e Conferência</b><br>Palestrante:<br>Prof. Rômulo Campos Lins (Unesp)<br>Local: Teatro Campus S. Antonio |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |                                                                                                                                                                                                                                     |



## SUMÁRIO

|                                 |             |
|---------------------------------|-------------|
| <b>COMUNICAÇÕES CIENTÍFICAS</b> | <b>7</b>    |
| <b>PÔSTERES</b>                 | <b>1097</b> |
| <b>MINICURSOS</b>               | <b>1474</b> |
| <b>PRODUTO EDUCACIONAL</b>      | <b>1679</b> |

# **COMUNICAÇÕES CIENTÍFICAS**

# **A APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA POR MEIO DA MODELAGEM MATEMÁTICA: UM ESTUDO SOBRE A IRRIGAÇÃO DO JARDIM DA ESCOLA**

**Jonisario Littig<sup>1</sup>**

**Rafaela Duarte Nascimento<sup>2</sup>, Luciano Lessa Lorenzoni<sup>3</sup>, Oscar Luiz Teixeira de Rezende<sup>4</sup>**

<sup>1</sup> Instituto Federal de Educação, Ciências e Tecnologia do Espírito Santo /Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática,  
[jonisariolittig2014@gmail.com](mailto:jonisariolittig2014@gmail.com)

<sup>2</sup> Instituto Federal de Educação, Ciências e Tecnologia do Espírito Santo /Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática,  
[rafaeladn17@gmail.com](mailto:rafaeladn17@gmail.com)

<sup>3</sup> Instituto Federal de Educação, Ciências e Tecnologia do Espírito Santo /Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática,  
[lllorenzoni@ifes.edu.br](mailto:lllorenzoni@ifes.edu.br)

<sup>4</sup> Instituto Federal de Educação, Ciências e Tecnologia do Espírito Santo /Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática,  
[oscarltr@gmail.com](mailto:oscarltr@gmail.com)

## **Resumo**

Esse relato é fruto de uma atividade de modelagem matemática desenvolvida com uma turma do segundo ano do ensino médio no município de Santa Maria de Jetibá–ES. A problemática que norteou a atividade foi trazida pelos alunos e surgiu a partir da proposta da escola em implantar um jardim sustentável no seu entorno. Nessa escola é comum faltar água, pois não recebe água de empresa de tratamento, sendo o abastecimento feito exclusivamente por meio de um poço artesiano. Os alunos então questionaram: onde encontrar água para irrigar esse jardim? É notória a intenção dos alunos em resolver a questão. O professor da turma assumiu o papel de orientador e provocador das discussões com o objetivo de tornar a aprendizagem de conteúdos matemáticos significativos. A pesquisa de cunho qualitativo utilizou como ferramenta de coleta de dados o diário de campo. Os resultados explicitam a aproximação da atividade de modelagem com as características da aprendizagem significativa, pois os alunos estavam motivados e engajados em resolver o problema por meio da matemática.

**Palavras-chave:** Modelagem Matemática. Conteúdos Matemáticos. Aprendizagem Significativa.

## **CONSIDERAÇÕES INICIAIS**

A experiência descrita nesse relato ocorreu a partir da aplicação de uma atividade de modelagem matemática em uma turma do segundo ano do ensino médio, no segundo semestre de 2014, sendo o primeiro autor deste artigo o professor de matemática, que também atuou como pesquisador.



Tudo começou com a implantação do projeto “Jardim Sustentável”, com objetivo de atender as discussões recentes sobre a implantação da disciplina de educação ambiental na escola. O projeto foi elaborado por uma arquiteta, pois precisava atender os preceitos legais para receber verbas para a sua implantação. A proposta era que cada professor trabalhasse sua disciplina envolvendo a temática do jardim sustentável e, sempre que possível, de forma interdisciplinar.

Os professores começaram a trabalhar a temática do jardim relacionando com as suas disciplinas. Interessados na proposta, os alunos questionaram o professor de matemática se o assunto seria contemplado na sua disciplina.

O professor de matemática ao se deparar com a proposta inicial não havia encontrado uma atividade que pudesse contemplar a temática do jardim em sua disciplina. Em busca de uma atividade que motivasse e engajasse os alunos foi orientado pela parte pedagógica a medir as dimensões do jardim e o muro da escola. Contudo o professor não a desenvolveu, pois quais significados os alunos poderiam encontrar no desenvolvimento dessa atividade? Como não encontrou respostas adiou qualquer atividade até encontrar algo que fosse significativo e motivador para os alunos. Os alunos identificaram uma problemática na implementação do jardim, pois a escola não recebe água de empresas de tratamento, dispõe apenas de um poço artesiano e é comum faltar água. Então, solicitaram ao professor que os ajudassem a resolvê-la: “como irrigar o jardim dada à escassez de água?”.

O professor de matemática a partir da questão trazida pelos alunos propôs uma atividade de modelagem conduzindo-os na perspectiva da construção de um ambiente de problematização e investigação, onde “o primeiro refere-se ao ato de criar perguntas e/ou problemas, enquanto que o segundo, à busca, seleção, organização e manipulação de informações e reflexão sobre elas” (BARBOSA 2004, p. 04).

Os alunos foram guiados pelo interesse em resolver uma inquietação do contexto social deles, tornando a atividade significativa na medida em que buscaram relacionar os conhecimentos já adquiridos com novos conhecimentos exigidos pela atividade. Nessa perspectiva, Ausubel et al (1978, p. 159) propõe que a aprendizagem é significativa quando há um esforço deliberado por parte do aprendiz “em ligar a informação nova com conceitos ou proposições relevantes preexistentes em sua estrutura significativa”.

A modelagem matemática envolve questões relacionadas ao contexto social dos alunos que por sua vez necessitam de conhecimentos matemáticos para serem resolvidos e interpretados. De acordo com Figueiredo (2013) o exercício de relacionar os conhecimentos já internalizados nas estruturas cognitivas com a situação investigativa bem como a reorganização desses conhecimentos para a sua resolução caracterizam a aprendizagem no ambiente de modelagem como significativa.

## **REFERENCIAL TEÓRICO: MODELAGEM MATEMÁTICA E APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA**

A modelagem matemática surge inicialmente da matemática aplicada em que o interesse era a construção de modelos matemáticos para representar e/ou explicar questões problemáticas da realidade (BARBOSA, 2004). Na educação matemática a modelagem ganha outros contornos e segundo Barbosa (2003), os alunos são envolvidos num processo de investigação de situações com referência na realidade que possibilita a reflexão sobre o papel da matemática na sociedade.

Neste estudo, adotamos a concepção de Barbosa (2009) que se refere à atividade de modelagem como um ambiente de aprendizagem onde os alunos são convidados a questionar e investigar situações reais com base na matemática.

Assim a situação proposta pelos alunos emerge do contexto real e necessita de um conjunto de conceitos e procedimentos matemáticos para compreender, resolver ou explicar a situação inicial. E esse conjunto trata da relação de conhecimentos prévios, que os alunos já adquiriram, e os conhecimentos que os alunos construíram durante o processo, mediado pelo interesse em resolver a problemática.

Esses interesses são segundo Barbosa (2004) uma das contribuições da utilização da modelagem para o processo de aprendizagem. Além dessa dispõem as demais, quando diz “em geral, são apresentados cinco argumentos: motivação, facilitação da aprendizagem, preparação para utilizar a matemática em diferentes áreas, desenvolvimento de habilidades gerais de exploração e compreensão do papel sociocultural da matemática” (BARBOSA, 2004, p. 02), sobre essas disposições percebemos que o ensino de matemática pode se tornar mais significativo por meio da atividade de modelagem.

Entendemos por aprendizagem significativa, a construção de novos conhecimentos tendo como base os conhecimentos já adquiridos por meio da reorganização das estruturas cognitivas existentes, mas com algum significado que leve a essa reorganização.

Esse entendimento é construído a partir dos textos de Ausubel (1980) que trata dessa aprendizagem como uma reorganização clara das estruturas cognitivas, ou seja, processo pelo qual novas informações são atribuídas às estruturas do conhecimento dando sentido a informação assimilada. Nas palavras do autor “os novos significados são produto de uma interação ativa e integradora entre novos materiais de instrução e ideias relevantes da estrutura de conhecimentos existentes do aprendiz” (Ausubel, 2003, p. 43). Contudo Pivatto (2013), baseado em Ausubel, diz que essa relação não se estabelece de forma imediata, pois há uma mudança tanto no conceito da estrutura cognitiva quanto na nova informação a ser assimilada. A partir dessas duas mudanças se estabelece a relação que o autor vem denominar de assimilação de significados.

Portanto, para que ocorra essa aprendizagem, Ausubel (1980) discorre sobre a necessidade do aluno ter vontade substancial de relacionar a nova informação com suas estruturas cognitivas de modo a tornar essa informação significativa para a aprendizagem. E o autor completa, para que a informação recebida seja potencialmente significativa é necessária a existência de uma estrutura cognitiva com conceitos iniciais que possam ser relacionados de forma intencional e substancial. E para que isso ocorra, é necessário compreender que “o fator singular mais importante que influencia a aprendizagem é aquilo que o aprendiz já sabe [...]” (AUSUBEL; NOVAK; HANESIAN, 1980, p. 137).

Ausubel (2003) aponta algumas vantagens para a promoção da aprendizagem significativa. A primeira se refere à retenção mais duradoura das informações devido às modificações nas estruturas cognitivas. Outra é a facilidade de adquirir novos conhecimentos, relacionando com aqueles aprendidos significativamente presentes nas estruturas cognitivas. Mais uma vantagem trata-se da relação da nova informação com a já existente que aloca essa nova na chamada memória “a longo prazo” preservando detalhes secundários e mais concretos dessa informação.

Além dessas vantagens o autor ressalta as atividades com referencia no cotidiano por meio da interação em grupos, o contexto social como base da construção do conhecimento, o trabalho em grupo que possibilita o desenvolvimento cognitivo, a oportunidade de todos os indivíduos apontarem suas experiências e a forma de compreender a realidade, o posicionamento ativo do aluno frente a construção do

conhecimento e é pessoal, pois o significado da aprendizagem depende das estruturas cognitivas de cada aluno (AUSUBEL 2003).

Ausubel, Novak e Hanesian (1980) elencam algumas condições para que ocorra a aprendizagem significativa, entre as quais destacamos a existência de conceitos prévios nas estruturas cognitivas que sirvam de âncora para o novo conhecimento a ser aprendido dando significado a ele, disposição dos alunos para aprender relacionando de forma não arbitrária ou substantiva o novo conhecimento. Essa relação não deve ser de forma aleatória, mas como uma continuação, detalhamento e/ou aprimoramento dos conceitos prévios (RORATTO, NOGUEIRA e KATO, 2011).

Sobre essas disposições procuramos relações e aproximações entre o ambiente de aprendizagem propiciado pela modelagem e aspectos facilitadores da aprendizagem significativa, na medida em que os alunos necessitam retomar conhecimentos prévios criando condições que podem favorecer a modificação desse conhecimento (FIGUEIREDO, 2013).

Almeida e Brito (2005) acreditam que a contribuição da modelagem matemática para a aprendizagem significativa de conteúdos matemáticos está associada a questões do contexto social dos alunos. Nessa mesma linha Borssoi e Almeida (2004) apontam a situação-problema trazida pelos alunos como potencialmente significativo para a aprendizagem significativa da matemática. Além dessas contribuições, Burak (2004) associa o desenvolvimento da atividade em grupo como contribuinte para a aprendizagem significativa na medida em que “isso confere maior significado ao contexto, permitindo e favorecendo o estabelecimento de relações matemáticas, a compreensão e o significado dessas relações” (p. 8).

## **DESENVOLVIMENTO DA AÇÃO E RESULTADOS**

A atividade foi desenvolvida em uma turma do matutino composta por oito alunos do 2º ano do ensino médio em uma escola estadual no interior do município de Santa Maria de Jetibá - ES. A escola possui todos os níveis básicos de ensino, desde a educação infantil até o ensino médio, funcionando nos três turnos e atende alunos do entorno, e comunidades vizinhas, filhos de pequenos produtores rurais e assalariados. A economia local baseia-se essencialmente na agricultura e práticas avicultoras. Na maioria das vezes, as atividades foram desenvolvidas conjuntamente por toda a turma, como se fosse um único grupo, ou em duplas. Os nomes dos alunos que aparecem neste relato são fictícios.

Após discussões os alunos propuseram o estudo da captação da água da chuva para a irrigação do jardim sustentável já que a proposta do projeto convergia para discussões da sustentabilidade, o professor assumiu a função de mediador e orientador dessa prática.

A atividade descrita nesse relato é parte da pesquisa de mestrado do primeiro autor que propões discutir a construção do conhecimento reflexivo e o desenvolvimento do olhar crítico nos alunos a partir do estudo da captação da água da chuva e irrigação do jardim sustentável da escola. No decorrer da atividade buscou-se relacionar a precipitação de chuva de Santa Maria de Jetibá, a quantidade de água necessária para a irrigação do jardim da escola promovendo reflexões sobre a viabilidade da implantação do sistema de captação da água da chuva na escola, a utilização consciente dos recursos hídricos e o papel social da matemática.

Este relato discute as situações em que os alunos conscientizaram da necessidade da utilização da matemática no ambiente de aprendizagem. Foi percebida a aproximação entre a modelagem matemática e a aprendizagem significativa de conhecimentos matemáticos referentes a média aritmética, estimativas e aproximações, cálculo de área e volume.

Durante a estruturação da problemática surgiram algumas questões sobre a quantidade de chuva que seria coletada, e a quantidade necessária para irrigar esse jardim. Por meio de pesquisas perceberam que não chove a mesma quantidade de chuva todos os anos no mesmo mês e também que a quantidade de água necessária para a irrigação depende das características das plantas e de fatores climáticos, conforme destacado nas seguintes falas dos alunos.

Fabio “[...] vamos tirar algumas médias da chuva mensal, vamos fazer aproximações da quantidade de chuva necessária para irrigar levando em consideração os tipos de plantas que tem esse jardim”.

Marcos “vamos pesquisar o volume de chuvas dos três anos anteriores e tirar uma média, assim vamos ter uma média de quanto chove por mês”.

É evidente, a partir desses trechos, que os alunos reconheceram a necessidade da utilização de conteúdos matemáticos. Os conteúdos de médias foram elencados pelos alunos, pois eles já haviam adquirido tais elementos, que nesse momento foram fundamentais para a compreensão dessa situação, propiciando condições de ocorrer à aprendizagem significativa segundo Ausubel (1980). Figueiredo (2013) aponta para a atribuição de significado na aprendizagem quando o aluno transforma um problema real em um problema matemático atribuindo significado aos conteúdos matemáticos.

Outra condição necessária apontada por Ausubel (1980) trata da disposição do aluno para aprender, ou seja, disposição para relacionar os conceitos prévios de forma não arbitrária e substantiva ao novo conhecimento. Barbosa (2004) apresenta como vantagem para utilização de uma atividade de modelagem, a motivação para resolver a questão, uma vez que a problemática emerge do contexto social do aluno que busca elementos para compreender a situação. Já Burak (2005) ressalta o interesse tanto individual quanto o interesse do grupo para o desenvolvimento dessa atividade, contribuindo significativamente no processo de aprendizagem pela interação que esses grupos estabelecem. A figura 1 explicita as interações dos alunos no desenvolvimento da atividade de modelagem matemática em que tiveram a oportunidade de confrontarem seus conhecimentos prévios e a construção de novos conhecimentos matemáticos.

**Figura 1: Discussões e interações entre os alunos**



**Fonte: Jonisario Littig, 2014**

As discussões e interações entre o grupo que emergiram durante esse processo foram fundamentais para a compreensão de métodos e estratégias para o cálculo da área do jardim e o volume de chuva bem como para a aprendizagem significativa conforme disposto anterior. Concluíram que era necessário calcular a área a ser irrigado e o volume de chuva de cada mês a fim de confrontar os dados e analisar se o volume de chuva seria suficiente para irrigar o jardim todos os meses do ano.

*Fabio “agora precisamos calcular qual é a área que pretendemos irrigar e aí associar com a quantidade gasta em cada metro quadrado com a água captada”;*  
*Fabio “vamos estudar um método de saber a quantidade de água da caixa, e depois ver quanto uma borboleta ligada gasta por um tempo e só fazer os cálculos e está pronto”.*

*Mateus “vamos voltar ao volume de chuvas de todo mês e aí para saber o maior volume que a caixa precisa comportar é só pegar como referência o mês que mais choveu porque se tivermos tudo pronto e esse mês chover muito e não molharmos quase nada então vamos saber o valor Máximo de água”.*

No desenvolvimento da atividade, foi possível identificar a dificuldade dos alunos em associar a informação  $\text{mm}^3$  da precipitação de chuva com o volume em litros e essa situação pode ser justificada, pois os alunos ainda não haviam tido contato com informações similares. O professor apresentou os conceitos subjacentes à informação para possibilitar os cálculos e a relação com a situação real.

No desenvolvimento da atividade ficou evidente a motivação e o interesse em resolver a situação. Os conteúdos matemáticos surgiram no decorrer da atividade quando apareciam questões que necessitavam de algum conteúdo matemático para ser resolvido e os alunos associavam a situação ao conteúdo. Ausubel (2003) chama esse processo de aprendizagem por descoberta descrevendo como aquela em que “o conteúdo principal do que está por aprender não é dado, mas deve ser descoberto de modo independente pelo aprendiz antes de este o poder interiorizar” (p. 47). Na atividade de modelagem matemática os alunos, por meio do processo de investigação, descobrem os conhecimentos



matemáticos necessários para cada situação. Essa descoberta fica explícita no trecho abaixo.

Priscila “[...] quando tentamos resolver um problema como esse precisamos de muita matemática, que não sabemos, mas sabemos o que precisamos aprender e aí vamos aprender.

No trecho a aluna reconhece a importância dos conhecimentos matemáticos para a compreensão de situações do contexto social. Apesar de ela especificar a busca de novos conhecimentos matemáticos para a solução do problema, os conhecimentos prévios e/ou já adquiridos anteriormente são o ponto de partida para aprendizagem de novos conhecimentos matemáticos.

Durante o processo de investigação e nas discussões em grupo, os alunos descobriram a necessidade do uso do cálculo de área para compreender a situação. Como mostrado na figura 2, os alunos foram até o jardim e realizaram as medições, fizeram aproximações e calcularam a sua área. Essa atividade foi desenvolvida em dupla e após a realização dos cálculos as discussões foram estendidas para a turma toda.

**Figura 2: Cálculo da área do Jardim**



**Fonte: Jonisario Littig, 2014**

A descoberta desses conteúdos reafirma a fala da aluna, que ressalta a necessidade dos conteúdos matemáticos para resolver problemas do contexto social. Além disso, esse conhecimento já fazia parte das estruturas cognitivas dos alunos e a partir dele buscaram compreender a situação elencando novos conceitos matemáticos.

Durante o desenvolvimento das medições e do cálculo de área, os alunos perceberam que o formato geométrico do jardim não era regular como nas figuras dos livros e apresentado pelo professor. Houve reflexões sobre os procedimentos a serem adotados para o cálculo e optaram em fazer aproximações.

A atribuição de significado aos conteúdos matemáticos elencados nessa etapa está relacionada à relação deles com o contexto social dos alunos e são construídos a partir de relações entre conhecimentos já existentes nas estruturas cognitivas e os novos conhecimentos segundo Ausubel (2003).

Esse evento caracteriza um dos apontamentos de Ausubel (2003) quando trata de conceitos âncoras ou conceitos prévios das estruturas cognitivas. Ainda que esses conceitos prévios não existam nas estruturas, há a possibilidade do professor fornecer esses conceitos, a fim de preencher a lacuna existente entre o que o aluno já sabe e o que ele precisa saber e Ausubel (2003) chama esse processo de fornecimento de organizadores avançados.

Após a apresentação desse conceito e suas características os alunos passaram a desenvolver os cálculos para obterem a quantidade de água captada e a quantidade necessária para irrigar o jardim. Abaixo seguem alguns trechos que foram registrados nesse momento.

Priscila *“como podemos determinar quantos litros vamos gastar na semana ou no mês se não sabemos se vai chover ou vai fazer calor?”*.

Marcos *“vamos tirar uma média de 500ml e um litro e ai teremos um valor aproximado, para definirmos o tamanho do reservatório”*.

Fabio *“vamos voltar ao volume de chuvas de todo mês e ai para saber o maior volume que a caixa precisa comportar [...]”*.

Katiele *“chegamos a conclusão que a caixa de água seria de 1000l, que daria o tamanho certo de irrigadas por semana”*.

Um ponto fundamental percebido foi à relação entre conteúdos prévios e novos conteúdos, propiciado pela investigação da situação problemática trazida pelos alunos. Esses conteúdos prévios tiveram mais significados na medida em que sustentaram discussões para a compreensão do problema.

O conhecimento matemático tornou-se mais significativo na medida em que os resultados obtidos representavam a solução de uma problemática da realidade deles. Apesar dos conceitos prévios sobre cálculo de volume fazerem parte das estruturas cognitivas dos alunos, percebemos que eles não conseguiram num primeiro momento associar esse conhecimento ao cotidiano deles.

A atividade foi conduzida para a aprendizagem significativa, pois concordarmos com as vantagens apontadas por Ausubel (2003) relacionando a capacidade de “aprender e reter novas ideias e informações, de forma significativa e mais eficaz, quando já estão disponíveis conceitos ou proposições adequadamente relevantes e tipicamente mais inclusivos” (Ausubel, 2003, p. 44).

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

Esse relato descreveu o desenvolvimento de uma atividade de modelagem matemática que buscou analisar a atribuição de significado aos conteúdos matemáticos presentes na atividade. Durante o desenvolvimento, os alunos foram estimulados pelo professor, a formular questões e a investigar as explicações por meio da matemática.

A partir dessa atividade os alunos perceberam a importância de novos conceitos matemáticos para resolverem uma problemática do contexto social deles, estabelecendo uma relação intrínseca entre essa ciência e as situações sociais. Além disso, relacionaram conceitos prévios com novos conceitos a serem aprendidos por meio de um processo de reorganização das estruturas cognitivas, que possibilitou a aprendizagem significativa.

Os indícios de aprendizagem significativa foram percebidos no desenvolvimento da atividade de modelagem matemática observando a motivação, engajamento e trabalho em grupo para a solução da situação proposta, que em certa medida trouxe algum significado para o aluno resolver a questão e aprender matemática.

Percebemos que a atividade propiciou aprendizagem significativa para o aluno a partir da relação com os conhecimentos prévios e os novos conteúdos a serem aprendidos para resolver a problemática, tornando-se potencialmente significativos.

Concluimos esse relato, acreditando nas potencialidades da modelagem matemática para a aprendizagem significativa de conteúdos matemáticos, na medida em que a modelagem condiciona a busca por novos conhecimentos matemáticos, fazendo sentido para o aprendiz e essa busca mediada pelos conhecimentos prévios adquiridos pelos alunos. E quando a aprendizagem ocorre significativamente os novos conceitos aprendidos reorganizam as estruturas cognitivas, tornando a aprendizagem mais duradoura e servindo de ancoras a construção de novos conceitos.

## REFERÊNCIAS

ALMEIDA, L. W.; SILVA, K. P.; VERTUAN, R. E. **Modelagem Matemática na educação básica**. São Paulo: Contexto, 2012.

ALMEIDA, L. M. W. de; BRITO, Dirceu dos Santos. Atividades de modelagem matemática: que sentido os alunos podem lhe atribuir? Revista Ciência & Educação, v. 11, n. 3, p. 483-498, 2005. Disponível em: <http://www.scielo.br/pdf/ciedu/v11n3/10.pdf>. Acesso em: 20 de jun. de 2015.

AUSUBEL, D. P. **A aprendizagem significativa**: a teoria de David Ausubel. São Paulo: Moraes, 1980.

AUSUBEL, D. P. (2003); **The Acquisition and Retention of Knowledge**: A cognitive view. Tradução de Lígia Teopisto. Lisboa: Plátano Edições Técnicas.

AUSUBEL, D. P; NOVAK, J. D.; HANESIAN, H. **Psicologia Educacional**. Rio de Janeiro: Interamericana, 1980.

BARBOSA, J. C. Modelagem Matemática na sala de aula. **Perspectiva**, Erechim, v. 27, n. 98, p. 65-74, jun. 2003.

BARBOSA, J. C. Modelagem Matemática e a Perspectiva Sócio-crítica. In: **II Seminário Internacional de Pesquisas em Educação Matemática GT Modelagem Matemática**. Santos, novembro de 2003. Disponível em: <http://www.somaticaeducar.com.br/arquivo/material/142008-11-01-15-44-48.pdf>. Acesso em: 05 Jan. 2015.

BARBOSA, J. C. As relações dos professores com a Modelagem Matemática. In: **Encontro Nacional de Educação Matemática**, 8., 2004, Recife. Anais... Recife: SBEM, 2004. Disponível em: <http://www.somaticaeducar.com.br/arquivo/material/142008-11-01-15-53-24.pdf>. Acesso em: 10 de jan. 2015.

BLUM, W. e LEIß, D. **“Filling Up” – the problem of independence-preserving teacher interventions in lessons with demanding modelling tasks**. Paper for the CERME4, 2005, WG 13 Modelling and Applications, p. 1623-1633.

BURAK, D. **Modelagem Matemática e a Sala de Aula**. Ponta Grossa – PR. Disponível em: <http://dionisioburak.com.br/documents/IEPMEM.pdf>. Acesso em: 20 de jun. de 2015.

BORSSOI, A. H.; ALMEIDA, L. M. W. Modelagem matemática e aprendizagem significativa: uma proposta para o estudo de equações diferenciais ordinárias. **Educação Matemática e Pesquisa**, São Paulo, v. 6, n. 2, pp. 91-121, 2004. Disponível em: <http://revistas.pucsp.br/index.php/emp/article/view/4689/3258>. Acesso em: 20 de jun. de 2015.

RORATTO, C.; NOGUEIRA, C. M. I.; KATO, L. A. Ensino de matemática, história da matemática e aprendizagem significativa: uma combinação possível. **Investigações em Ensino de Ciências** – V16(1), pp. 117-142, 2011. Disponível em: [http://www.if.ufrgs.br/ienci/artigos/Artigo\\_ID257/v16\\_n1\\_a2011.pdf](http://www.if.ufrgs.br/ienci/artigos/Artigo_ID257/v16_n1_a2011.pdf). Acesso em: 11 de jan. 2015.

PIVATTO, M. W. Aprendizagem significativa: revisão teórica e apresentação de um instrumento para aplicação em sala de aula. **Tinerarius Reflectiones**, v2, nº 15, 2013. Disponível em: <http://www.revistas.ufg.br/index.php/ritref/article/viewFile/27795/15794>. Acesso em: 11 de jan. 2015.

# A CONTEXTUALIZAÇÃO DAS ATIVIDADES NO LIVRO DIDÁTICO DE MATEMÁTICA DO ENSINO MÉDIO<sup>1</sup>

Marcio de Lana Abreu<sup>1</sup>

Airton Carrião<sup>2</sup>

<sup>1</sup>UFMG/ICEX, marciolanaabreu@outlook.com

<sup>2</sup>UFMG/COLTEC, airtoncarriao@gmail.com

## RESUMO

Este artigo apresenta uma análise dos contextos utilizados nas atividades de um livro didático de Matemática do ensino Médio, em particular as que abordam o tema funções. As categorias de contextos que utilizamos para classificar as atividades são: puramente matemático, semirrealidade, realidade, intradisciplinar e interdisciplinar. Descrevemos também o que os documentos curriculares, PCN+, PNLD, PCNEM orientam sobre a contextualização das atividades. Nossa análise revela que o livro didático apresenta uma concentração em um tipo de contextualização, que é o puramente matemático, bem distinto do que indicam os documentos, que recomendam que as atividades sejam contextualizadas no cotidiano do aluno.

**Palavras-chave:** Livro Didático. Contextos das atividades. Contextualização. Documentos Curriculares.

## INTRODUÇÃO

Este artigo é parte de um trabalho de pesquisa em que analisamos as atividades presentes em três livros didáticos de Matemática, selecionados pelo PNLD de 2015. Em particular, aqui faremos a análise de como são os contextos utilizados nas atividades em um desses livros e se estes estão de acordo com o que recomendam os documentos PCNEM e PCN+.

No projeto de pesquisa foram analisados os livros, Matemática: Contexto & Aplicações de Luiz Roberto Dante; Matemática – Ciência e Aplicações de Gelson Iezzi e et al; Matemática – Ensino Médio e Kátia Stocco Smole e Maria Ignez Diniz. Porém, neste artigo, devido ao limite de espaço, iremos apresentar apenas a análise de um livro, Matemática: Contexto & Aplicações, pois é o livro mais comprado pelo FNDE, para distribuição em 2015, para o ensino médio no Brasil.

O livro didático é destinado a dois públicos distintos o professor e o aluno, com funções distintas. O professor é o transmissor e mediador dos conteúdos e o aluno o receptor dos mesmos (SILVA JÚNIOR, 2007). O mesmo autor ainda descreve que o livro didático, é uma das formas de transmitir o conhecimento, nas escolas, para as próximas gerações. Desta forma, na relação entre professor e aluno, podemos incluir o livro, pois este participa do dialogo entre dois sujeitos do aprendizado (BRASIL, 2014). Sendo o livro, o “portador de escolhas sobre: o saber a ser estudado; os métodos adotados para que o aluno consiga aprende-lo mais eficazmente” (BRASIL, 2014).

---

<sup>1</sup> Este trabalho foi financiado pela FAPEMIG, através de bolsa de PROBIC para o primeiro autor.

O livro didático representou uma evolução do modo de ensinar, pois o aluno passou a ter em mãos um material que traz o conhecimento matemático considerado importante de ser aprendido. Todos os povos tentam preservar sua cultura, e a transmissão para as futuras gerações se dá de várias maneiras. Ao longo dos anos, registrar o conhecimento de forma escrita, passou a ser uma das formas importantes de preservação e transmissão. Esse registro escrito passou por várias mudanças, desde antes da invenção do papel, quando esta reprodução era bastante difícil, até uso da imprensa em larga escala. Segundo Silva Junior, “o surgimento da imprensa dá um novo rumo à produção de livros textos para fins de ensino, pois barateou os custos das cópias, e o armazenamento dessas, passou a ser facilitado, com os formatos dos impressos” (2007, p.15-16). O papel e o livro passam de um artigo de luxo a um produto acessível ao público, devido a seu barateamento.

Muitas vezes o livro é o único material didático que o aluno tem contato no processo de aprendizagem. Além disso, como apontam Dante (1996) e Vilela e Fonseca (2014), o livro tem influenciado o trabalho e planejamento das aulas de muitos professores, sendo muitas vezes o único meio utilizado. Como o livro didático tem uma proposta de ensino-aprendizado bem definida, isso pode influenciar o trabalho dos professores na sala de aula (DANTE, 1996). Logo analisar o livro didático, ajuda a entender como são conduzidas as aulas em grande parte das escolas.

Apesar de o livro didático ser um importante instrumento, não deve ser a única ferramenta para o professor, pois existem outras que podem ser utilizadas em sala de aula. Segundo Dante (1996), o foco não deve ser o livro e o conteúdo contido nele, mas o aprendizado do aluno, pois essa prática pode dificultar o aprendizado do aluno, tornando as aulas menos interessantes, e assim reduzir a interação entre o professor e o aluno. Ou seja, o livro didático não deve ser a única forma de o professor planejar suas aulas, o livro deve servir como auxílio, para sua consulta (DANTE, 1996), e (BRASIL, 2014).

Segundo o PNLD uma das competências importantes para o ensino de Matemática é a resolução de problemas, pois o aluno deve desenvolver estratégias e capacidades de decisão. Assim a resolução de problemas é uma estratégia importante na educação do aluno. A resolução de problemas, além de ajudar o aluno a criar estratégias, possibilita o desenvolvimento de linguagem e comunicação, tomada de decisões; hábitos de investigação; capacidade de argumentação; desenvolvendo habilidade de leitura e interpretação da realidade e de outras áreas de conhecimento. Dessa forma nestas atividades, o aluno está se preparando para resolver situações novas, que serão colocadas dentro e fora da escola. (BRASIL, 1999).

As atividades de resolução de problemas podem se tornar desafiadoras para o aluno, podendo se relacionar a diferentes conhecimentos em situações diversas e instigantes, tendo o aluno a pensar por si mesmo e perseverar na busca de solução (BRASIL, 2000). As atividades utilizadas na resolução de problemas, sempre apresentam um contexto, logo analisá-los é de suma importância para sua relação com o aprendizado do aluno.

Atividades contextualizadas podem ser um atrativo para o aluno, em particular, quando se relacionam com fatos do cotidiano do aluno. Segundo o PCNEM (BRASIL, 1999) o ensino de Matemática deve explorar atividades contextualizadas, principalmente desenvolvendo a interdisciplinaridade. Podendo também relaciona-las, além da própria matemática, com várias ciências, tecnologia, técnicas, realidades e a realidade do aluno. As atividades contextualizadas têm potencial do uso de um tema específico “permitir conexões entre diversos conceitos matemáticos e entre diferentes formas de pensamento matemático” (BRASIL, 1999, p.38), com aplicações internas e externas a Matemática.



Então para o aluno as atividades contextualizadas desenvolvem competências e habilidades para a sua formação, favorecendo a compreensão e interpretação de situações, não só na escola, mas no âmbito geral, a apropriação de linguagem específica e a análise e avaliação de situações problemas (BRASIL, 2000).

Nos livros didáticos do ensino médio, há uma concentração no estudo de funções, no livro do primeiro ano, com cerca de 60% do texto são dedicados a esse campo (BRASIL, 1999). Os documentos oficiais mostram a importância de se estudar funções e quais as habilidades que o aluno desenvolve para esse estudo. Segundo eles, com o conceito de função os alunos adquirem conexão entre vários campos de conhecimento, além de ajudar no estudo de fenômenos em outras ciências, conseguindo ainda fazer ligação entre conteúdos na própria Matemática. (BRASIL, 2014) e (BRASIL, 1999).

Além disso, o aluno aprimora habilidades importantes, como a interpretação, leitura e construção de gráficos. Esse estudo se torna também necessário para, “buscar a solução, ajustando seus conhecimentos”, “para construir um modelo para interpretação e investigação em Matemática” (BRASIL, 1999) e também modelar situações em outras áreas de conhecimento. (BRASIL, 2000).

Consideramos pelo que foi exposto, que estudar a contextualização das atividades presentes nos livros didáticos de Matemática é importante para compreendermos vários aspectos da aula de Matemática, e para tanto optamos por analisar os capítulos que exploram o conceito de função, que é um tema importante e que contribui com a integração com outras áreas, como afirmam os documentos oficiais.

## A CONTEXTUALIZAÇÃO

As atividades usadas em sala de aula, ou mesmo no livro didático, podem, ser bem distintas, e para Skovsmove (2000) elas são divididas, quanto à abordagem, em dois casos, o paradigma do exercício e o cenário para investigação. No paradigma do exercício as atividades têm uma resolução mecânica, pois o aluno já observou um exemplo que foi resolvido anteriormente no livro didático, ou pelo professor. Desse modo, o aluno apenas reproduz o procedimento, já sabendo de antemão como fazer as atividades, ocorrendo assim um aprendizado mecânico (SKOVSMOVE, 2000). Para esse autor, a educação tradicional se enquadra no paradigma do exercício.

Já o cenário de investigação é o oposto desse paradigma, Skovsmove (2000) descreve que nele “os alunos são convidados a se envolverem em processos de exploração e argumentação justificada” (p.1). Nestas atividades, o aluno se envolve mais, tendo um papel central. Nos dois casos os papéis do professor e do aluno são distintos: no paradigma do exercício o papel do professor é central na aula, já no cenário de investigação o centro é o aluno.

O paradigma do exercício organiza a aula com certa ‘rotina’: exposição do tema, exemplo resolvido e exercícios de fixação, que são semelhantes aos exemplos dados.

*Os exercícios são formulados por uma autoridade externa à sala de aula. Isso significa que a justificativa da relevância dos exercícios não é parte da aula de matemática em si mesma. Além disso, a premissa central do paradigma do exercício é que existe uma, e somente uma resposta correcta. (SKOVSMOVE, 2000, P.1)*

Consideramos que os livros didáticos analisados podem ser classificados como paradigma do exercício. Por exemplo, no livro de Dante (2013) a metodologia de ensino e aprendizagem é apresentada da seguinte forma: os conteúdos são expostos por situações

contextualizadas e/ou históricas; teorias e definições, exemplos exercícios resolvido e exercícios propostos. (BRASIL, 2014).

Segundo Ponte (1995) o uso de atividades investigativas facilita a compreensão do aluno. Para esse autor as atividades investigativas “constituem uma oportunidade de promover, junto dos alunos, processos matemáticos característicos amiúde esquecidos no processo de ensino-aprendizagem” (p.1). Ponte, citando Lerman (1989), destaca que “a matemática é identificada por modos particulares de pensar, conjecturar, procurar contradições formais e informais, etc., e não pelo ‘conteúdo’ específico”.

Skovsmose (2000) classifica as atividades quanto ao seu contexto em três tipos: matemática pura, semirrealidade, realidade. O contexto da matemática pura é descrito por ele quando “questões e actividades matemáticas podem se referir à matemática e somente a ela” (p.7). Outro contexto, definido por Skovsmose é a semirrealidade, que “não se trata de uma realidade que 'de fato'”, mas de “uma realidade construída”. Por fim, o terceiro tipo de contextualização, segundo Skovsmose é a Realidade, onde “alunos e professores podem trabalhar com tarefas com referencias a situação da vida real” (p.7). Assim, estes três contextos se combinam com as duas formas de abordagens: paradigma do exercício e cenário para investigação, gerando seis diferentes classificações para elas. A seguir, vamos descrever alguns exemplos de contextos, com algumas das suas características.

Nas atividades onde o contexto é a matemática pura, o aluno deve executar um procedimento para encontrar a resolução. O enunciado da atividade, não tem referencia ao cotidiano do aluno, sendo interna à matemática, usando somente: sinais, símbolos, números e letras. Como exemplo, de atividades que classificamos o contexto como matemática pura, usaremos uma apresentada pelo próprio Skovsmose: “ $(27a - 14b) + (23a + 5b) - 11a =$ ” (SKOVSMOSE, 2000, p. 8).

Para a semirrealidade, Skovsmose apresenta o seguinte exemplo:

*Um feirante A vende maçã a 0,85 € o Kg. Por sua vez, o feirante B vende 1,2 Kg por 1,00 €.*

*(a) Que feirante vende mais barato.*

*(b) Qual é a diferença entre os preços cobrados pelos dois feirantes por 15 Kg de maçãs?*

*(SKOVSMOSE, 2000, p.8)*

Nesta atividade mesmo, tendo “maçãs, compra, preço”, provavelmente a situação não emergiu cotidiano de quem vai resolvê-la, podemos considerar, com alguma dificuldade, que comprar 15 Kg de maçãs possa ser relevante em certo contexto, para alguns alunos, porém não em geral. Logo a semirrealidade é uma “situação artificial”, apenas com referência na realidade, criada pelo autor, no nosso caso do livro didático. Na semirrealidade alguns dados não são importantes e nem são comentados na atividade proposta, como por exemplo, quem são os feirantes, a qualidade da maçã e todos os demais elementos do contexto envolvidos na atividade, como cita o autor, “nenhuma outra informação é relevante para resolução do exercício, mais informações são totalmente irrelevantes, o único proposito de apresentar o exercício é resolvê-lo.” (2000, p. 9).

Para atividades baseadas na vida real, Skovsmose da o seguinte exemplo,

*[...] diagramas representando o desemprego podem ser apresentados como parte de um exercício, e, com base neles, podem ser elaborados questões sobre períodos de tempos, países diferentes, etc. Todos os diagramas utilizados vêm da vida real, oferecendo uma condição diferente para a comunicação entre professor e os alunos, uma vez que*

*agora faz sentido questionar e suplementar a informação dada pelo exercício. (2000, p.9-10).*

Além dessas três contextualizações, usadas por Skovsmose, vamos utilizar mais duas formas contextualizações, pois consideramos que as três categorias apresentadas, não abrangem todas as atividades no livro didático. Duli (2014), citando Spinelli, destaca três outros tipos de contexto para as atividades: uso da História da Matemática, a interdisciplinaridade e a intradisciplinaridade. Utilizaremos, neste trabalho apenas os dois últimos, pois não encontramos a ocorrência de atividades contextualizadas na História.

Segundo Duli (2014), “Contextualizar na Interdisciplinaridade trata-se de fazer a ligação dos conhecimentos da própria matemática com os demais conceitos das disciplinas da grade curricular” (p.53). Onde podemos destacar disciplinas como Física, Biologia, Química, Geografia e etc. Assim, “as abordagens interdisciplinares acontecem nas atividades matemáticas nas quais o aluno é chamado a lidar com informações de outras disciplinas” (DULI, 2014. p.53).

Já a contextualização intradisciplinar, segundo Duli, é a utilização de “contextos que estabelecem a ligação de um determinado conteúdo com outros campos dentro da própria Matemática” (p.53). Nessa forma de contextualização, o aluno é chamado a lidar com informações que relacionam diferentes campos da matemática.

## ANALISE DO LIVRO

A seguir analisaremos o livro Matemática: Contexto & Aplicações (DANTE, 2013), observando as atividades segundo o contexto utilizado. Ressaltamos que classificamos todas as atividades apresentadas no livro no paradigma do exercício, pois sempre estas se encontram na sequência da apresentação do conteúdo e de exemplos.

A tabela abaixo mostra a distribuição das atividades segundo o contexto, nos capítulos que abordam as funções. A distribuição é apresentada pelo em número total e porcentagem de ocorrência.

| <b>Tabela 1 – Distribuição das atividades por contextualizadas</b> |                       |                |           |                  |                  |                     |
|--------------------------------------------------------------------|-----------------------|----------------|-----------|------------------|------------------|---------------------|
|                                                                    | Puramente Matemáticos | Semirrealidade | Realidade | Intradisciplinar | Interdisciplinar | Total de atividades |
| Total por contexto                                                 | 290                   | 53             | 25        | 35               | 48               | 451                 |
| Porcentagem                                                        | 64,3 %                | 11,75%         | 5,5%      | 7,75%            | 10,7%            | 100%                |

Fonte: elaborado pelos autores

Observamos que as atividades por contexto não apresentam uma distribuição uniforme. Há no livro analisado certa tendência para a contextualização puramente matemática, sendo que as demais são menos privilegiadas.

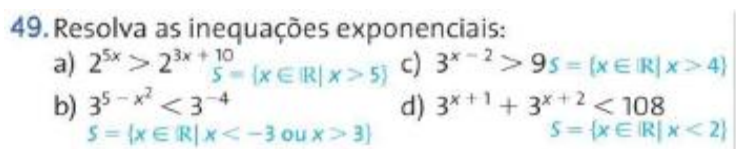
Vamos agora descrever algumas características das atividades apresentadas em Dante (2013), em cada categoria descrita pelas formas de contextualizações: Puramente matemático, Semirrealidade, Realidade, Intradisciplinar, Interdisciplinar. Apresentaremos um exemplo de cada contexto, descrevendo o conteúdo matemático envolvido e as características principais. Notamos que uma das características comuns a todas as contextualizações são o uso de gráficos, tabelas, e fórmulas.

O livro apresenta atividades contextualizadas no que definimos como contexto puramente matemático, que são caracterizadas por se referirem a matemática e somente a ela, ou seja, não possuem relação com o cotidiano. Estas são as atividades mais numerosas

do livro, em um total de 451 atividades, 290 são classificados como puramente matemáticos, ou seja, 64,30% do total. Destaca-se que existem algumas atividades em que o aluno tem que discutir questões teóricas a respeito do conteúdo estudado, com isso ele tem de rever as definições, ou propriedades, trabalhadas. As características específicas desse contexto para as atividades nesse livro são: completar tabelas; utilizar a definição, propriedades ou conceitos matemáticos; verificar a função; encontrar uma expressão ou equação; calcular a taxa de variação; determinar a equação da reta; resolver inequações; encontrar as raízes de uma função; estudar as funções e a intercessão de gráficos; operações com funções; resolver sistema de equações; determinar mudança de base. Outra característica são os comandos utilizados: resolva, determine, calcule, reduza, simplifique, encontre, observe; construa o gráfico; análise de gráficos.

Como exemplo, vamos analisar uma atividade envolvendo a função exponencial. Para a sua resolução o aluno tem que saber fazer algumas interpretações necessárias para a resolução desta atividade. Nela o cotidiano do aluno não aparece, temos somente elementos da matemática a serem interpretados.

**Figura 1: Atividade no contexto puramente matemático.**



49. Resolva as inequações exponenciais:

a)  $2^{5x} > 2^{3x+10}$   $S = \{x \in \mathbb{R} \mid x > 5\}$  c)  $3^{x-2} > 9$   $S = \{x \in \mathbb{R} \mid x > 4\}$

b)  $3^{5-x^2} < 3^{-4}$   $S = \{x \in \mathbb{R} \mid x < -3 \text{ ou } x > 3\}$  d)  $3^{x+1} + 3^{x+2} < 108$   $S = \{x \in \mathbb{R} \mid x < 2\}$

Fonte – DANTE, 2013, p. 169

Nesta atividade o aluno deve deixar as desigualdades de potências com a mesma base; analisar se a base é maior, ou menor, que um (para manter, ou inverter, o sentido da desigualdade); o aluno deve encontrar os valores que satisfazem a desigualdade, resolvendo a equação; com os valores encontrados, representar a solução da desigualdade na reta numérica; e por fim mostrar qual é o conjunto solução da desigualdade. Portanto, utiliza-se somente de conceitos matemáticos e sua linguagem.

Algumas atividades apresentam um contexto que definimos como semirrealidade, elas são relacionadas com o cotidiano, porém são criadas e não emergem de contexto real. Nelas o autor explora, para criar as atividades, situações que podem ou não ter ocorrido, é uma realidade construída a partir de elementos são próximos ao cotidiano do aluno. No livro analisado esse contexto é o segundo mais utilizado, com cerca de 11,90%. Alguns contextos que o autor usa para construir esse tipo de atividade no livro são: taxa desemprego; prévia eleitoral; produção de algum material; escolha do plano de saúde; aluguel de um carro; vazão de uma torneira; desvalorização de algum produto; compra de produtos; venda de passagens de ônibus; meteorologia; campo de futebol; bola de futebol; empréstimo de dinheiro; unidades vendidas de um produto; porcentagem de indivíduos em um país. Nota-se a grande variedade de contextos utilizando a semirrealidade.

Classificamos a atividade abaixo como semirrealidade. Ela apresenta uma realidade construída, onde os dados fornecidos são os únicos necessários para a resolução. Nesse contexto uma empresa produz trufas de chocolate e o aluno deve escrever um modelo matemático que descreva o lucro.

**Figura 2: Atividade no contexto da semirrealidade.**

40.(EEM-SP) Uma empresa produz trufas de chocolate cujo custo de fabricação pode ser dividido em duas partes: uma, independente da quantidade vendida, de R\$ 1 500,00 mensais; outra, dependente da quantidade fabricada, de R\$ 0,50 por unidade. Escreva a(s) expressão(ões) que permita(m) determinar o número de trufas que devem ser vendidas num mês para que a empresa não tenha prejuízo nesse mês, sabendo-se que o preço de venda de cada unidade é de R\$ 1,50.

$x - 1500 \geq 0$

Fonte – DANTE, 2013, p. 88

O aluno deve perceber que a empresa tem dois modos de custo, que são chamados de dependente e independente das quantidades vendidas. Depois deve escrever uma expressão do custo de produção que considere a soma entre custo dependente (R\$0,50 a unidade) e o independente (R\$1500,00). Por fim, deve perceber que a expressão do lucro é a diferença entre a total da venda e o custo. Ou seja, o aluno tem de utilizar conhecimentos como lucro, custo, ganho, que não são puramente matemáticos, para resolver a atividade.

Há atividades contextualizadas em fatos que ocorreram na vida real, mesmo que não no cotidiano próximo do aluno, nesse caso como definimos anteriormente vamos considerar essas atividades como contextualizadas na Realidade. Sua caracterização geral é contextos reais, que apresentam gráficos, tabelas e formulas. No livro analisado, normalmente, essas atividades se referem a alguma matéria publicada em jornais ou revistas, sites ou até mesmo algum livro ou artigo. O livro apresenta uma seção nomeada “Outros contextos”, nela temos atividades contextualizadas na Realidade, os textos relacionados são fatos reais, como por exemplo: obesidade; população brasileira; o acidente radioativo com césio 137 no Brasil; Terremotos e Tsunami. Nestes textos o autor, descreve um pouco sobre o tema abordado, como calcular alguma variação, desenvolvendo algumas atividades utilizando o texto. As atividades, em geral, são: Trabalhe com o texto, pesquisando e discutindo, veja mais sobre o assunto. E nestas atividades, o aluno vai aplicar o conteúdo matemático que está estudando relacionando com o ocorrido. Assim, o autor procura ligar o conteúdo matemático a fatos reais, estabelecendo uma relação entre a matemática e o cotidiano. Em outras seções as características dos exercícios são basicamente a mesma, mudando somente o assunto da atividade: previsão do crescimento demográfico na América Latina; terremoto Kobe; barulho de vuvuzelas na copa do mundo.

Vamos analisar uma atividade sobre a obesidade para exemplificar as atividades que apresentam como contexto a realidade. Esta é a atividade que mais aproxima da realidade de todos os alunos, pois a discussão sobre obesidade é de utilidade pública. Como veremos vários jovens e adultos sofrem com isso, a atividade trás uma introdução do que seria a obesidade, todo o mal que ocorre no organismo humano e a relação da obesidade com outras doenças. Um dos parâmetros utilizados para ver se a pessoa é obesa é o IMC, mesmo não sendo exato em alguns casos. No texto relacionado à obesidade, temos o quadro de crescimento da obesidade no Brasil desde 2006. É descrito, que tipo de alimentação prejudica, o ajuda, a saúde. Um gráfico compara o número de homens e mulheres, adultos, em porcentagem que são obesos e com excesso de peso, com o cálculo do IMC. O texto discute sobre gordura e aonde se tem a maior concentração no corpo humano.

Figura 3: Atividade no contexto realidade.

## Outros contextos

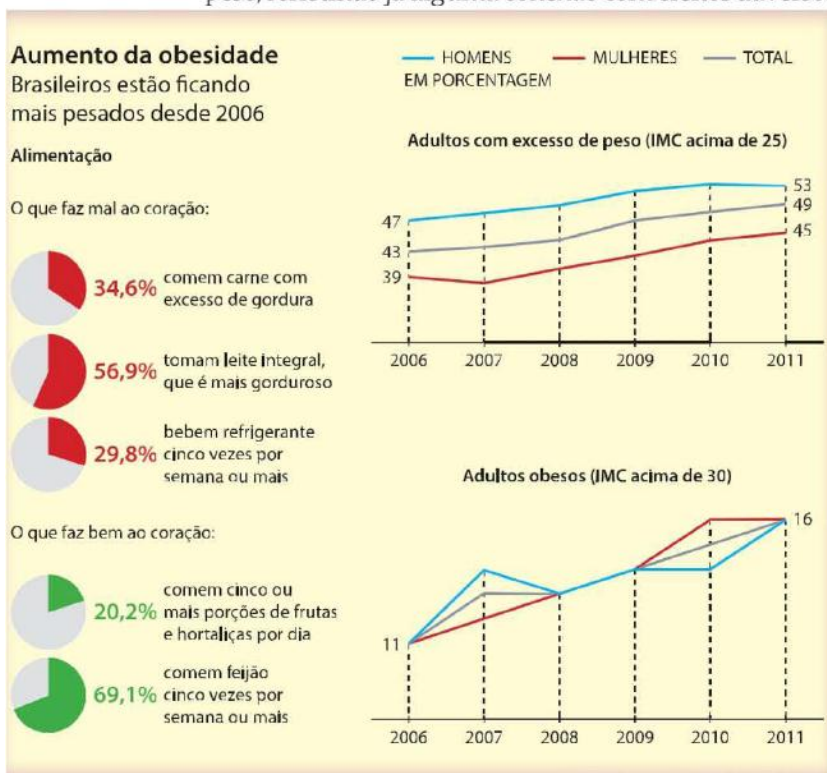
## Obesidade

Quando comemos mais do que precisamos, o excesso é armazenado em forma de gordura. Em outras palavras, se o número de calorias que “entra” no corpo for maior que o de calorias que “sai”, engordamos. Esse desequilíbrio pode ser gerado por hábitos alimentares errados, pouca atividade física, fatores hereditários, problemas glandulares, etc. O armazenamento de gordura que se aproxima de um nível que compromete a saúde de uma pessoa é chamado de obesidade.

### Papel confuso da gordura na doença

Foi estabelecida uma nítida associação entre obesidade e várias enfermidades sérias, entre elas diabetes, hipertensão, doenças cardiovasculares e até alguns tipos de câncer, embora muitos aspectos dessa relação não tenham sido explicados. Ainda assim, a definição médica mais comum de obesidade baseia-se em evidências de efeitos adversos sobre a saúde em pessoas acima do peso.

O índice de massa corporal (IMC) é um dos parâmetros utilizados para identificar sobrepeso e obesidade. Esse índice é calculado com a massa de uma pessoa, em quilogramas, dividida pelo quadrado da sua altura, em metros. Já que uma maior mortalidade é encontrada em pessoas com IMC maior do que 30, esse número tornou-se um dos principais parâmetros para definir a obesidade. Um IMC entre 25 e 30 é chamado sobrepeso, refletindo já alguma conexão com efeitos adversos à saúde.



Essas relações epidemiológicas entre IMC e enfermidade, contudo, podem variar em diferentes subpopulações. E nenhum número preciso permite que os médicos determinem qual quantidade de gordura excedente causará uma doença. Algumas pessoas têm problemas de saúde com o IMC abaixo de 25, enquanto outras permanecem saudáveis com IMC maior do que 30.

Disponível em: <<http://g1.globo.com/ciencia-e-saude/noticia/2012/04/quase-metade-da-populacao-esta-acima-do-peso-diz-saude.html>>. Acesso em: 28 jan. 2013.



Além das diferenças entre as populações, a localização da gordura armazenada no corpo também parece ser uma variável importante. O tecido adiposo se acumula sob a pele na maioria das áreas corporais, bem como dentro e ao redor dos órgãos internos, especialmente no abdômen. Muitos estudos sugerem que diabetes e doenças cardiovasculares, em particular, estão ligadas a essa gordura intra-abdominal, ou visceral. Em alguns casos, é relativamente improvável que um excesso significativo de gordura nos quadris e coxas – que produz a forma de “pera” no corpo – cause essas doenças quando não estiver presente também a gordura abdominal em excesso. Essa última, presente no corpo em forma de “maça”, está altamente associada a diabetes e outros desequilíbrios metabólicos, mesmo na ausência de gordura abundante na parte inferior do corpo.

Adaptado de: FLIER, Jeffrey; FLIER, Eleftheria. *Scientific American Brasil*, 65. ed., out. 2007.

### Trabalhando com o texto

- Há palavras no texto que você desconhece? Se sim, procure-as em um dicionário. *Resposta pessoal.*
- O índice de massa corporal (IMC) é dado pela fórmula  $IMC = \frac{p}{a^2}$ , em que  $p$  é a massa, em quilogramas, e  $a$  é a altura, em metros, do indivíduo. A avaliação de um peso, se está normal, abaixo ou acima do peso ideal, é feita de acordo com a seguinte tabela:

- Determine o IMC de Amanda, que tem 1,60 m de altura e 51,2 kg de massa. *IMC = 20*
- Classifique o IMC de Amanda segundo a tabela ao lado. *Peso normal*
- Qual é a altura mínima para que uma pessoa de massa 108,3 kg seja considerada com sobrepeso? *1,9 m*

| Categoria          | IMC            |
|--------------------|----------------|
| Abaixo do peso     | Abaixo de 18,5 |
| Peso normal        | 18,5 - 24,9    |
| Sobrepeso          | 25,0 - 29,9    |
| Obesidade Grau I   | 30,0 - 34,9    |
| Obesidade Grau II  | 35,0 - 39,9    |
| Obesidade Grau III | 40,0 e acima   |

Fonte: Abeso (Associação Brasileira para o Estudo da Obesidade e da Síndrome Metabólica). Disponível em: <<http://www.abeso.org.br/calculador-seu-imc.shtml>>. Acesso em: 5 nov. 2012.

### Pesquisando e discutindo

- Muitas pessoas acreditam que um bebê ou uma criança “gordinha” é sinônimo de boa saúde. Você concorda com isso?
- Quais medidas podem ser tomadas para evitar a obesidade?
- Uma dieta equilibrada não significa eliminar o consumo total de gordura. Pesquise quais são os benefícios da ingestão de alguns tipos de gordura para o nosso organismo.

3. Espera-se que o aluno não concorde com essa afirmação, pois na verdade essa “crença” é equivocada. A obesidade tem se apresentado como um fator prejudicial à saúde.

### Veja mais sobre o assunto

Procure mais informações em jornais, revistas e nos sites:

- Artigo *Cinturas avantajadas* do Dr. Dráuzio Varella: <<http://drauziovarella.com.br/doencas-e-sintomas/obesidade/cinturas-avantajadas/>>;
- Associação Brasileira para o Estudo da Obesidade e da Síndrome Metabólica: <[www.abeso.org.br](http://www.abeso.org.br)>.

5. As gorduras, ou lipídeos, estão relacionadas ao crescimento, ajudam a dissolver vitaminas, agem na produção de espermatozoides e atuam como reserva de energia.

4. Alimentação balanceada e prática de atividades físicas. Pode ser necessário eventualmente o tratamento de possíveis distúrbios metabólicos, como o hipotireoidismo.

Fonte - DANTE, 2013, p. 66-67

Nesta atividade o aluno irá trabalhar com o texto, procurando o significado de palavras desconhecidas; calcular e analisar o IMC de uma pessoa; o aluno irá pesquisar e discutir sobre obesidade e responder algumas perguntas. Devemos observar que, quando o se traz um fato da realidade para uma atividade, pode explorar a relação dele com a matemática. Porém, o autor não o faz, mesmo quando a resposta envolve com conceitos matemáticos, o não aproveita o potencial que tema tem para se explorar mais conceitos matemáticos. O trabalho com a atividade matemática é superficial, tendo apenas o objetivo de auxiliar o contexto social, não se discute a aproximação entre o modelo matemático e o fenômeno estudado.

Existem atividades contextualizadas na própria matemática, que tem se relacionam com outros temas da matemática, que chamamos de contextualização Intradisciplinar. As características gerais são o uso de tabela, gráfico e formula. As atividades com contexto intradisciplinar exigem que o aluno tenha algum conhecimento sobre o outro conteúdo matemático envolvido, para a compreensão e resolução. Os conteúdos que são mais utilizados para as atividades intradisciplinares são: calculo de área, perímetro e capacidade;



sequências, P.A. e P.G; elementos de uma circunferência; retas paralelas; área de uma figura; polígonos, retângulo áureo; sequência e razão de uma P.G; juros compostos.

Um exemplo de uma atividade intradisciplinar, relacionada com o cálculo do número de ouro. Na natureza temos vários exemplos onde podemos observar a proporção áurea, como nas artes e nas construções. A atividade a seguir relaciona proporção e a equação, usando a construção como citação.

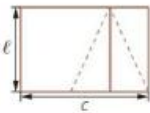
**Figura 4: Atividade no contexto intradisciplinar.**

28. **DESAFIO** O retângulo áureo, ou de ouro, grego é um retângulo especial em que valem as relações entre comprimento ( $c$ ) e largura ( $\ell$ ):

$$\frac{c}{\ell} = \frac{\ell}{c - \ell} \leftarrow \text{proporção áurea}$$

A proporção áurea, como vimos no capítulo 1 deste volume, pode ser observada na natureza, nas artes e nas construções. Por exemplo, o templo grego Partenon tem suas medidas apoiadas na proporção áurea.

Se considerarmos  $c = 1$ , a proposta será:

$$\frac{1}{\ell} = \frac{\ell}{1 - \ell} \Rightarrow \ell^2 + \ell - 1 = 0. \text{ A raiz positiva dessa equação é chamada } \textbf{número de ouro}. \text{ Qual é esse número? } \frac{\sqrt{5} - 1}{2}$$



Vista do Partenon, em Atenas, Grécia.

Fonte – DANTE, 2013, p. 112

Nesta atividade, com a relação do retângulo entre comprimento e largura, temos um retângulo áureo, assim com a equação  $\phi^2 + \phi - 1 = 0$ , em que a raiz positiva é o número de ouro. O aluno para resolver esta atividade deve calcular as raízes, e como já foi descrito a raiz positiva é o número que procuramos.

No livro, são apresentados exercícios com contextualização em outras disciplinas, o que definimos como Interdisciplinar. As disciplinas utilizadas são: Química, Física, Biologia, Geografia e Ciências Sociais. As atividades podem conter, além do conteúdo matemático, conceitos de uma, ou mais, das disciplinas. Podemos destacar algumas características que apresentam essas atividades interdisciplinares, elas podem ser bem abrangentes, pois tais disciplinas se utilizam de conteúdos matemáticos para resolução de uma grande variedade de problemas. Destacamos alguns exemplos de usos em atividades: Geografia: conhecimento cartográfico (latitude e longitude); Biologia: cálculo da frequência cardíaca, crescimento no número de animais na fauna brasileira em extinção, modelo para avaliar a altura de uma criança, número ou taxa de crescimento de uma bactéria, meia vida de uma substância, altura média do tronco de árvore, espécies em extinção no Brasil, população de microrganismo no solo, teoria evolucionista de Darwin, medicina nuclear; Química: núcleo atômico radioativo, radioatividade, carbono 14 presente no corpo, átomos de elemento químico radioativo, pH de uma solução, desintegração de uma substância, substância radioativa, quantidade de nicotina, perda de massa de um material radioativo; Física: distância entre lugares, velocidade de um corpo, posição do veículo, trajeto retilíneo, transformador de energia, trajetória e lançamento de uma bola, distância e velocidade de um móvel, partícula em movimento, potência de chuveiro elétrico, leis de resfriamento de Newton e ou entre dois corpos, pressão atmosférica, intensidade de um terremoto; Ciências Sociais: como se espalha um boato, ou notícia.

Alguns casos envolvem várias disciplinas como: Química e Física: fusão e ebulição; Química, Biologia e Geografia: Sequestro de carbono.

As atividades normalmente não seguem um padrão, sendo bem variadas, como podemos perceber acima. Mas, normalmente, envolvem gráficos, tabelas e formulas que são utilizados para compreensão, facilitar leitura e para resolução dos problemas.

Vamos analisar uma atividade que classificamos como interdisciplinar. Ela foi extraída do Enem e aborda a magnitude de terremotos, que tem escala MMS denotada com  $M_w$ . Esta escala substitui a escala Richter para medir a magnitude de terremotos, sendo atualmente utilizada para medir os grandes terremotos.

**Figura 5: Atividade no contexto interdisciplinar.**

1. (Enem) A Escala de Magnitude de Momento (abreviada como MMS e denotada com  $M_w$ ), introduzida em 1979 por Thomas Hanks e Hiroo Kanamori, substituiu a escala Richter para medir a magnitude dos terremotos em termos de energia liberada. Menos conhecida pelo público, a MMS é, no entanto, a escala usada para estimar as magnitudes de todos os grandes terremotos da atualidade. Assim como a escala Richter, a MMS é uma escala logarítmica.  $M_w$  e  $M_0$  se relacionam pela fórmula:
- $$M_w = -10,7 + \frac{2}{3} \log_{10}(M_0), \text{ onde } M_0 \text{ é o momento sísmico (usualmente estimado a partir dos registros de movimento da superfície, através dos sismogramas), cuja unidade é } \text{dina} \cdot \text{cm}.$$
- O terremoto de Kobe, acontecido no dia 17 de janeiro de 1995, foi um dos terremotos que causaram maior impacto no Japão e na comunidade científica internacional. Teve magnitude  $M_w = 7,3$ .
- U.S. GEOLOGICAL SURVEY. Historic Earthquakes. Disponível em: <<http://earthquake.usgs.gov>>. Acesso em: 1º maio 2010 (adaptado).
- Mostrando que é possível determinar a medida por meio de conhecimentos matemáticos, qual foi o momento sísmico  $M_0$  do terremoto de Kobe (em  $\text{dina} \cdot \text{cm}$ )?
- a)  $10^{-5,10}$    b)  $10^{-0,73}$    c)  $10^{12,00}$    d)  $10^{21,65}$    e)  $10^{27,00}$

Fonte - DANTE, 2013, p. 197

A escala MMS é logarítmica e é dada pela formula  $M_w = -10,7 + \frac{2}{3} \log_{10}(M_0)$ , onde  $M_w$  é a magnitude do terremoto e  $M_0$  é o momento sísmico.

Na atividade é dado o valor da Magnitude do terremoto Kobe  $M_w = 7,3$ , e se deve calcular o momento sísmico  $M_0$ . O aluno para encontrar a resposta deve apenas substituir os valores na expressão e calcular  $M_0$ .

## CONCLUSÕES

Na análise sobre as atividades, apresentamos cinco formas de contextualizações, que são: Puramente Matemático; Semirrealidade; Realidade; Intradisciplinar; Interdisciplinar. Analisamos as atividades do livro didático de Dante (2013), classificando e apresentado exemplos de cada contexto identificado.

O livro didático apresenta os cinco contextos, mas a distribuição dos 451 atividades analisadas se concentra em um dos contextos, são 64,3% classificadas no contexto puramente matemático. Já outros contextos como semirrealidade, com um total de 11,75%; realidade, com um total de 5,50%; intradisciplinar, com um total de 7,75% e interdisciplinar, com um total de 10,70%, são pouco explorados pelo autor.

Segundo os documentos curriculares nacionais (PCN+/ PNLD/ PCNEM) as atividades devem ter contextos próximos ao cotidiano do aluno, pois elas desenvolvem habilidades que são essenciais para formação do aluno (BRASIL, 2000). Outra opção é a contextualização em temas interdisciplinares (BRASIL, 2014). Podemos concluir que a opção preferencial de contextualização adotada pelo livro analisado, pouco se aproxima do recomendado nos documentos oficiais.

Além disso, a estratégia didática adotada pelo livro pode ser associada ao paradigma do exercício, o que também contraria o que os documentos apontam. Segundo eles as atividades devem ser baseadas em uma lógica próxima do que Skovsmove (2000) chama de cenário investigação.

Neste sentido, nossa pesquisa conclui que o livro didático analisado não atende o que é indicado nos documentos, sobre como devem ser contextualizadas as atividades, pois neles o foco dos contextos deveria ser mais próximo ao cotidiano do aluno, o que não ocorre no livro analisado.

## **BIBLIOGRAFIA**

- BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. **Parâmetros Curriculares Nacionais (Ensino Médio)**. Brasília: MEC, 1999.
- BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria da Educação Média e Tecnológica. **Parâmetros Curriculares Nacionais + (PCN+) - Ciências da Natureza e suas Tecnologias**. Brasília: MEC, 2000.
- BRASIL. Guia de livros didáticos: **PNLD 2015: matemática: ensino médio**. – Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, 2014.108p.
- DANTE, L.R.; **Livro didático de Matemática: uso ou abuso?** Em Aberto, Brasília, ano 16 n.69, jan./mar.1996.
- DANTE, L. R.; **Matemática: contexto & aplicações/** Luiz Roberto Dante. - 2. ed. – São Paulo : Ática. 2013.
- DULI, J. L. B.; **Estudo sobre as estratégias utilizadas pelos alunos na resolução de problemas contextualizados em Cabinda/Angola**. /José Lelo Barros Duli – UFMG/FaE, 2014. 124 f., enc.
- PONTE, J.P.; OLIVEIRA, H.; CUNHA, H. Investigação matemáticas na sala de aula. **Actas do ProfMat95**, Lisboa: APM, 1995 (p. 161-167).
- PONTE, J.P.; CUNHA, M.H.; SEGURADO, I.; OLIVEIRA, H. **Investigações Matemáticas na Sala de Aula: Um Projecto Colaborativo**. Disponível em: <<http://www.prof2000.pt/users/j.pinto/textos/texto11.PDF>> Acesso em: 30 de março. 2015.
- SILVA JUNIOR, C.G. O Livro didático de matemática e o tempo. **Revista de Iniciação Científica da FFC**, v. 7, n. 1, p.13-21, 2007.
- SKOVSMOVE, O. (2000). Cenários para investigação. Publicado em **Bolema**, nº 14, pp. 66 a 91, 2000.
- VILELA, D.S.; FONSECA, A.G. Livros Didáticos e Apostilas: o currículo de matemática e a dualidade do ensino. **Bolema**, Rio Claro (SP), v. 28, n. 49, p. 557-579, abr. 2014.

# **A ESCOLA PARA ALUNOS DA TERCEIRA IDADE: “LUGAR” DE SUPERAÇÃO DAS DIFICULDADES, DOS MEDOS E DO “PAVOR” CAUSADO PELA MATEMÁTICA ESCOLAR**

**Flávia Cristina Duarte Pôssas Grossi<sup>1</sup>**  
**Écio Antônio Portes<sup>2</sup>**

<sup>1</sup> Colégio Revisão Ltda, [fcdpossas@gmail.com](mailto:fcdpossas@gmail.com)

<sup>2</sup> Universidade Federal de São João del-Rei/Departamento de Ciências da Educação, [eaportes@gmail.com](mailto:eaportes@gmail.com)

## **Resumo**

Neste artigo apresentamos parte dos resultados de uma pesquisa de Mestrado em Educação que trata da Educação na e para a Terceira Idade e tem como foco compreender como os alunos idosos que participam de um projeto alternativo de educação básica na cidade de Barroso, Minas Gerais, veem a escola, a leitura, a escrita e a Matemática Escolar. Os sujeitos da pesquisa frequentam o Instituto ABC (Alfabetizando pelo Bem da Cidadania), criado por uma iniciativa popular, sem nenhum vínculo institucional ou rede oficial de ensino e que tem como objetivo oferecer educação escolar para pessoas acima de 60 anos. A escolha metodológica refere-se à pesquisa qualitativa, e como instrumentos na coleta dos dados, utilizamos a elaboração e aplicação de questionários para professores e alunos e realizamos oito entrevistas com estudantes que possuem idade igual ou superior a 60 anos. O decisivo nos resultados desta pesquisa foi a organização analítica dos dados em “circunstâncias atuantes” a fim de descobrir o que a escola representa na vida dos educandos idosos. Um dos resultados encontrados, exposto neste trabalho, e que será ilustrado por intermédio da Matemática Escolar, mostrou a escola como um “lugar” de superação das dificuldades, dos medos e do “pavor” causado por essa disciplina. Além disso, apontamos os desafios da Educação que agora se dirige a essa demanda de alunos idosos, inseridos em Instituições ou espaços capazes de oportunizar a esses sujeitos o acesso à cultura escolar.

**Palavras-chave:** Terceira Idade; Escola; Matemática Escolar; Instituto ABC; Educação de Jovens e Adultos.

## **INTRODUÇÃO**

A população idosa vem aumentando em diversas partes do mundo, tanto nos países desenvolvidos como nos países que estão em desenvolvimento, como o Brasil. Assim, os temas relacionados à velhice e ao envelhecimento vêm sendo discutidos por diversas áreas do conhecimento, tendo em vista que os idosos têm se tornado um contingente populacional expressivo em termos absolutos e têm ganhado uma importância relativa no conjunto da sociedade brasileira.

Velho(a), maduro(a), idoso(a), terceira idade, idade madura, idade da sabedoria, velhote, velhinho(a) e antigo(a) são alguns dos variados termos aplicados a essa população. No Brasil, o termo “idoso”, usado para designar pessoas com idade igual ou superior a 60 anos, passou a simbolizar as pessoas mais velhas, conhecidas como “os velhos respeitados”, enquanto os “jovens velhos” passaram a ser chamados de “Terceira Idade”

(PEIXOTO, 1998, p. 76). Consideramos as nomenclaturas “idoso” e “Terceira Idade” de Peixoto (1998) as mais adequadas para designar os sujeitos neste trabalho, porque é uma identificação com essa lógica da Terceira Idade, um grupo que está em serviço buscando melhorias na qualidade de vida e que agora a escola se dirige a ele.

De acordo com Oliveira (1996), a escola tem um papel “importante” na construção do aluno adulto, incluindo nessa categoria os alunos da Terceira Idade, como cidadão na sociedade em que vivemos. Concordamos com Pinheiro (2009) ao apontar a educação como um dos fatores que podem proporcionar uma melhor qualidade de vida ao público da Terceira Idade devido à sua capacidade de (re)inserir o indivíduo na sociedade em que vive, conscientizando-o de seus deveres e direitos.

Para muitos idosos, a exclusão esteve presente no decorrer de sua trajetória de vida e se acentua ainda mais na velhice. Na única fase em que poderia ser essa a oportunidade de alcançar seus direitos, o respeito e a dignidade, eles acabam tornando-se vítimas de uma “estrutura que os oprime” e de um sistema ainda mais excludente. No entanto, é na Educação de Jovens e Adultos que estes sujeitos buscam escolarizar-se, atualizar seus conhecimentos, mostrar suas habilidades, trocar experiências e assim, acessar novas oportunidades de trabalho e cultura que lhes foram negadas na infância e na juventude.

Na sociedade em que vivemos a educação escolar é necessária para a sobrevivência do ser humano. Não existe uma idade específica para aprender. Ao aprender, com destaque para a pessoa idosa, ela se descobre e vivencia desafios que a renovam. Ela se torna desbravadora de um mundo que não conhecia ou que conhecia apenas de ouvir falar (KACHAR, 2001). Voltar a estudar, além de representar momentos de superação e realização de um desejo, é a conquista de um direito negado anteriormente pelas necessidades da vida.

Dentre os conhecimentos valorizados socialmente, está a Matemática Escolar que se ensinada de maneira adequada é capaz de desenvolver habilidades numéricas, de raciocínio lógico, além de desenvolver a autonomia dos estudantes na resolução de problemas cotidianos. Todavia, é uma das disciplinas responsáveis pela dificuldade na aprendizagem, reprovação e exclusão escolar.

Durante as pesquisas realizadas nos assentamentos e acampamentos dos sem-terra, Knijnik (1997) comenta a observação de um dos agricultores, dita no final de uma das etapas do curso de formação de monitores de um dos projetos de alfabetização para jovens e adultos, sobre a matemática como “remédio” para a “ferida da exclusão”:

*O monitor do Movimento Sem-Terra referiu que os acampados e assentados ‘buscam a matemática como se buscassem o remédio pra uma ferida. Porque eles sabem onde é que está o furo da bala, pelo lado que eles são explorados’. Talvez, na exploração de que fala o agricultor, haja mais de um lado. São, efetivamente, muitas as dimensões da exploração que estão diretamente relacionadas com uma precária ou, muitas vezes, inexistente educação matemática. Não se trata de somente não saber fazer ‘as contas’ ou de apresentar dificuldades no planejamento e administração da produção. Trata-se de ver uma mais sutil exclusão: aquela que diz respeito à ausência de seus saberes matemáticos no currículo escolar. Saberes que, produzidos pelas camadas populares que vivem no meio rural, por não serem produzidos por aqueles grupos que são legitimados em nossa sociedade como os produtores de ciência, ficam silenciados, num processo de ocultamento que certamente produz relações de poder muito particulares (KNIJNIK, 1997, p. 37, aspas da autora).*

Para o público idoso que já percorreu parte de sua vida, o saber matemático geralmente é tido como algo útil, presente no dia a dia e do qual eles já possuem certo domínio. Por isso, costumam encarar a Matemática Escolar com curiosidade e como um direito que também lhes fora negado anteriormente, para entenderem como representar formalmente os conceitos que desenvolveram intuitivamente e até com certo temor devido à crença enraizada na sociedade de que a Matemática é “difícil” e pode ser aprendida apenas por “pessoas inteligentes” (ROSA; GRANDO, 2012).

A partir destas considerações este artigo tem o objetivo de mostrar que mesmo diante da necessidade e do desejo da aquisição dos conteúdos escolares, voltar à escola e aprender a Matemática Escolar, em muitos momentos, para os idosos, exige superação; superação das dificuldades, dos medos e do “pavor” causado pela disciplina. Entretanto, são essas reações e sentimentos que levam estes sujeitos a permanecerem nas salas de aula e a aprenderem os conteúdos que lhes são ensinados.

Os sujeitos aqui apresentados participam de um projeto alternativo de educação na cidade de Barroso, Minas Gerais. Eles frequentam o Instituto ABC (Instituto Amigos do Bem Coletivo), criado por uma iniciativa popular, sem nenhum vínculo institucional ou rede oficial de ensino, mas que tem como objetivo oferecer educação escolar na modalidade de Educação de Jovens e Adultos para pessoas acima de 60 anos de idade.

Para subsidiar essa discussão, foram realizadas oito entrevistas com os alunos<sup>1</sup> da Instituição que possuíam idade igual ou superior a 60 anos, além de um questionário aplicado aos professores. Durante as entrevistas as perguntas versaram sobre a escola, a leitura, a escrita e sobre a Matemática Escolar. O questionário elaborado e aplicado aos professores abordou questões sobre o trabalho docente e sobre as principais facilidades e dificuldades dos estudantes idosos em relação à aprendizagem da Matemática.

Para interpretarmos o conjunto de dados coletados durante as entrevistas, apoiamos-nos em um conceito que vem sendo trabalhado por Portes *et. al.* (2012) denominado “circunstâncias atuantes”. Ele aponta para um conjunto de ações, que fazem sentido entre si, percebido nos discursos dos alunos idosos entrevistados, que dizem respeito ao *modus operandi* de cada aluno nas suas relações com a escola, a leitura, a escrita e a Matemática Escolar.

São ações que singularizam os seus esforços, revelam sentidos e possuem verossimilhanças com o esforço de outros alunos, a fim de permanecerem no Instituto frequentando as aulas. Sobre essas “circunstâncias” afirmam:

*Evidentemente, essas circunstâncias atuantes não são naturalmente naturais. São o resultado de um esforço de interpretação do material empírico à disposição do pesquisador. As circunstâncias atuantes, na verdade, são frutos de um diálogo com as referências teóricas que informam a questão tratada e procuram dar sentido ao conjunto do material empírico coletado, que vem marcado pelas possibilidades e impossibilidades de atuação no campo empírico (PORTES et. al., 2012, p. 6).*

Neste trabalho apresentaremos uma das circunstâncias atuantes que constrói um dos diferentes “lugares” que a escola, através da Matemática Escolar, tem para os alunos que

---

<sup>1</sup> Todos os alunos aqui apresentados autorizaram a utilização dos seus verdadeiros nomes por meio de suas assinaturas no Termo de Consentimento Livre e Esclarecido.

estão na Terceira Idade, um lugar de superação das dificuldades, dos medos e do “pavor” causado pela Matemática.

## **LUGAR DE SUPERAÇÃO DAS DIFICULDADES, DOS MEDOS E DO “PAVOR” CAUSADO PELA MATEMÁTICA**

Mesmo que haja uma busca pela aquisição da Matemática Escolar, a aula de Matemática também representa um lugar de superação para os alunos da Terceira Idade. Sem contar que também é capaz de revelar sensações, sentimentos, recordações e analogias, fantasias, desejos e sonhos (FONSECA, 1999a) dos educandos e não apenas os conceitos e lógicas estritamente matemáticos.

É por intermédio dessas sensações e sentimentos, conectados à superação das dificuldades, descritas pelos idosos entrevistados, que delineamos outra circunstância atuante capaz de levar os alunos a frequentarem e a participarem da aula de Matemática no Instituto ABC: a superação das dificuldades, dos medos e do “pavor” causado pela Matemática.

Boa parte dos educandos da Terceira Idade que são atendidos pelo Instituto ABC vivencia dificuldades durante a aprendizagem da Matemática. O que já era de se esperar, pois, de acordo com Fonseca, Gomes e Lopes (2007), mesmo que esses alunos sejam detentores de uma “matematicidade” própria, há uma precariedade em relação ao domínio dos conhecimentos e procedimentos elementares, próprios da cultura matemática que é socialmente valorizada.

Os adjetivos “difícil”, “complicada” e “impossível”, que, geralmente são atribuídos a essa disciplina, aparecem nas falas dos alunos. Ao se falar nas facilidades e dificuldades dos alunos nas aulas de Matemática, contemplamos dois pontos de vista: o dos professores e o dos educandos.

De um lado, por intermédio dos dados coletados, aparecem os professores que trabalham no Instituto ABC ensinando Matemática. Perguntamos aos docentes quais são os fatores que facilitam e/ou dificultam a aprendizagem dos alunos nessa disciplina.

A experiência vivenciada fora do ambiente escolar foi o fator facilitador mais elencado pelos professores. Obtivemos as seguintes respostas: *“O que eles já trazem como experiência da vida de cada um”*, *“A experiência trazida de casa pelos alunos”*, *“O fato de eles conviverem com a Matemática no dia a dia. Por exemplo, na culinária, trabalhando com pesos e medidas”* e *“Atividades que exemplifiquem situações cotidianas como contas de água e luz, dinheiro, horas, entre outros conteúdos que fazem parte do mundo ao nosso redor”*.

Afirmações como essas realçam as atividades cotidianas como parte essencial, segundo os professores, para que os educandos idosos possam assimilar os conteúdos matemáticos escolares. Acerca desse fator, observamos que os conteúdos matemáticos podem auxiliar os alunos durante a resolução de problemas do cotidiano. Todavia, em muitos momentos é tensa a relação entre Matemática Escolar e Matemática do cotidiano.

Outro fator apontado pelos docentes, facilitador da aprendizagem das pessoas da Terceira Idade, está relacionado à metodologia utilizada durante as aulas de Matemática. Respostas como *“material concreto, jogos”*, *“material pedagógico”* e *“trabalho com tampinhas e palitos para facilitar a memorização”* mostram que determinados materiais auxiliam no processo de acomodação e assimilação dos conteúdos matemáticos de acordo com os educadores.



Trabalhar com “material concreto” é outra “verdade” problematizada por Knijnik *et al.* (2012). Os educadores que participaram de uma pesquisa realizada por Knijnik, Wanderer e Duarte (2010) afirmaram que utilizar material concreto dentro da sala de aula facilita a aprendizagem dos alunos e consequentemente traz melhores resultados. Além disso, o material utilizado pode ser bastante diversificado.

Fazer uso do material concreto durante as aulas, na Educação de Jovens e Adultos, é uma “verdade” sustentada, a fim de suprir as dificuldades de aprendizagem daqueles que são considerados pela instituição escolar “como não aprendentes, atrasados no desenvolvimento do raciocínio lógico, na aprendizagem dos conceitos. São suas dificuldades que fariam com que a professora tenha que partir pro material concreto” (KNIJNIK *et al.*, 2012, p. 77).

Todavia, mesmo que haja a necessidade de utilizar o material concreto com alunos adultos, durante o ensino e aprendizagem da Matemática, é necessário que seu uso seja contextualizado e que seus objetivos possam atender às demandas da vida adulta. E não ser apenas um recurso metodológico vazio de significado ou, ainda, ser trabalhado da mesma maneira como é feito na Educação Infantil, que tem outras especificidades, demandas e objetivos.

Apenas um dos professores afirmou que “*o fator que facilita é a boa vontade, a forma de interesse contínuo*”. Luciano, diretor e fundador do Instituto, ressaltou que, mesmo diante das dificuldades e limitações encaradas pelos alunos, “*a vontade supera tudo, a vontade sobrepõe todas as barreiras*”. Ou seja, ao serem (re)inseridos na escola, os discentes demonstram interesse em aprender tudo o que lhes fora negado anteriormente, levando-os à superação dos desafios em que anteriormente fracassavam.

Comprovamos esse fator com a fala dos alunos entrevistados. Leonídia afirmou que “*É a vontade de aprender tudo*” e a “*força de vontade*” que a fazem aprender Matemática. Já Raimundo e Maria aprendem devido ao “*interesse*” que possuem na disciplina. De acordo com Maria, o “*esforço que tem que ter*” também gera uma facilidade maior durante a aprendizagem dos conteúdos.

Sobre os fatores que dificultam a aprendizagem, o fator idade foi destacado por grande parte dos docentes. Muitos alunos com a idade avançada apresentam vários problemas de saúde, como debilidades físicas, deficiências visuais, esquecimento em relação ao que aprendem nas aulas, além do cansaço físico constante em pessoas acima de 60 anos de idade. Os professores declararam: “*O que dificulta é a memorização. Eles esquecem os fatos e confundem os números*” e “*O esquecimento. Eles esquecem com muita facilidade. Tem que estar sempre recordando*”. Luciano também afirmou: “[...] às vezes, é um problema no joelho, é um problema na perna, enfim, só que a vontade realmente faz eles superarem qualquer obstáculo”.

Outro empecilho na aprendizagem da Matemática está relacionado aos “*preconceitos trazidos da infância escolar*” pelos alunos que tiveram acesso à escola nesse período. Na verdade, esse preconceito apontado é uma construção cognitiva a partir das experiências concretas que eles e outros tiveram do contato com o ensino de Matemática. Muitos não associam o que aprenderam em Matemática com o que é ensinado atualmente na escola, sem contar que “*eles já trazem para dentro da sala de aula que a Matemática é difícil*”, como afirma um dos professores que respondeu ao questionário.

Ao relacionar a associação estabelecida pelos alunos a respeito da Matemática “*da infância*” e a Matemática “*atual*”, com o uso das tecnologias, um dos professores afirmou que o fator dificultador está relacionado “*às tecnologias e ao modo de ensinar aos alunos. Eles aprenderam e vivenciaram a Matemática na infância de uma maneira e hoje mudaram-se algumas maneiras. Com isso, eles apresentam muitas dificuldades*”.

“Preconceitos vivenciados na família e por membros da sociedade que não enxergam a importância da Educação na vida das pessoas” somam-se aos fatores que dificultam a aprendizagem dos alunos da Terceira Idade em Matemática. Mesmo diante de todos os fatores citados, Palacios (1995) sustenta que as pessoas mais velhas são capazes de aprender, mas a “falta de motivação, a baixa autoestima, as expectativas escolares prévias desagradáveis ou a pouca familiaridade com o sistema educacional atual” (p. 397) podem levá-los a terem dificuldades durante o processo da aprendizagem escolar.

Já os alunos, de maneira geral, sentem dificuldade em conteúdos específicos da Matemática, como “conta de vai um”, “empresta um” e “raiz quadrada”. Entretanto, para Vilmar, as dificuldades em Matemática são sinônimas de superação, desafios que precisam ser enfrentados com determinação, como a manifestação a seguir mostra:

*Eu aprendi que o seguinte, você não pode desanimar nunca e eu não desanimo mesmo não. Às vezes, alguma coisa assim, meio difícil, complicada, eu dou um tempo e depois volto a fazer aquela mesma coisa até conseguir, tem que ter determinação, porque muitas das vezes eu perdia trabalho por causa disso: ‘Ah, está difícil!’ Eu largava pra lá e não é desse jeito. Então, hoje está difícil, é aí que eu vou em cima mesmo pra conseguir. Então, eu aprendi muita coisa sobre isso.*

Por outro lado, nem todos os alunos têm esse mesmo sentimento de superação. Pelo contrário, observamos nos desabafos dos educandos entrevistados alguns medos e traumas relacionados à Matemática Escolar, frutos de experiências pessoais, nem sempre agradáveis, como alunos de Matemática ou simplesmente como sujeitos influenciados pelos discursos presentes na sociedade atual de que a Matemática é “difícil” e poucos conseguem compreendê-la. Essas sensações e sentimentos que emanam em nós diante da Matemática

*[...] têm sua origem na concepção de Matemática ou nos sentimentos em relação a ela, que se formam em nós, graças às influências da e sobre a nossa ‘experiência Matemática’. Os mesmos alunos que os denunciam não encontram dificuldades em identificá-los e admiti-los: ‘aversão, traumas, aborrecimento, curiosidade, desafio, satisfação, denúncia, repulsa, afeição, utilidade, repúdio, paciência, persistência, dedicação, criatividade, interesse, valorização, corrupção, necessidade, familiaridade, aceitação, temor, rejeição, tranquilidade, neutralidade, avanço, seriedade, brincadeira, entusiasmo, liberdade (!), trabalho...’ É um turbilhão de emoções (mescladas a estereótipos) que não nos permite negar que a lida com a Matemática possa carregar algo além do que seus aspectos ‘sintático’, ‘semântico’, ou ‘sociocultural’ possam abarcar (FONSECA, 1999, p. 57).*

Esse tipo de relação entre a Matemática e as emoções pode ser verificado nas declarações dos alunos ao falarem sobre a Matemática e sobre os conteúdos da disciplina. Suas falas estão carregadas de emoções e significados. De acordo com Trindade, Maria e Idalina, a Matemática causa tanto “*pavor*” nos alunos adultos que muitos não gostam da aula de Matemática: “*tem muita gente que fala: Ih, credo! É ruim*”.

Maria acrescentou: *“Ela [a professora] não avisa o dia que tem aula de Matemática... Ela não avisa, não. Nós já sabemos mais ou menos que é na quarta-feira. Aí, uns fala: ‘Ah, se eu soubesse que é Matemática, eu não vinha’”*. Idalina disse que, por achar a disciplina difícil, já aconselhou a professora: *“[...] Eu já falei com ela, quando for Matemática avisa de véspera, porque eu não vou vir na aula, não. Ela pega a gente de surpresa [risada]...”*. Na verdade, não é que Idalina não goste da aula de Matemática, mas, devido às dificuldades que possui para resolver as “*contas*”, a disciplina causa repulsa na aprendiz.

Além da vontade de não querer ir às aulas, os idosos se sentem nervosos frente ao desafio de aprender Matemática. Maria fica nervosa em todas as aulas de Matemática. Ela afirmou: *“A hora que ela [a professora] fala que é aula de Matemática, eu falo: ‘Nossa, e agora?’ [risada]...”* Segundo a aprendiz, a dúvida dos outros colegas durante a resolução dos exercícios é as “*continhas de multiplicar*” e isso a deixa ainda mais “*preocupada*”. Ela acrescentou: *“[...] a professora vai me dando umas contas, aquilo vai me dando um nervoso, assim, parece que a minha cabeça vai estourar. As colegas fica assim: ‘É isso assim? É quanto que dá?’ Aquilo vai na cabeça da gente também, n’ê? Mas se ela me der pra fazer, eu faço...”* Mesmo diante do temor, Maria se sente desafiada a aprender e a fazer todas as atividades que são propostas pela professora, já que a necessidade de aprender a Matemática Escolar é maior do que qualquer outro sentimento.

Assim como Maria, Leonídia também ficava nervosa durante a aula. Em todas as aulas de Matemática, ela sentia um “*calafrio*”. De acordo com Leonídia:

*[...] ela não conta o dia que tem aula de Matemática, cada semana ela põe num dia, porque se não a gente falha, n’ê? [risada]... Aí, ela já não conta, cada vez ela faz num dia... Como é que você vai saber? Quando ela fala que é aula de Matemática, é igual eu te falo, me dá aquele calafrio, mas eu fico. Hoje, eu fiz as contas tudo, quando eu parei, você acredita que eu estava chorando, assim nas vistas? Porque eu tenho as minhas vistas fraca, boba! Eu acho que eu firmo ali [nos exercícios], pra não sair errado.*

Além do nervosismo e da ansiedade, Leonídia também sentiu a necessidade de resolver as atividades corretamente, a fim de não ser considerada uma aluna incapaz de compreender os conteúdos matemáticos. Essa necessidade é um reflexo do discurso presente e disseminado pela sociedade atual de que apenas uma pessoa “*inteligente*” é capaz de entender a Matemática Escolar e solucionar suas atividades.

Idalina também sente repulsa em relação à aula de Matemática, mas como todo desafio precisa ser enfrentado e toda dificuldade precisa ser superada, a aluna encara a disciplina como mais um obstáculo a ser vencido. Ela afirmou:

*[Quando a professora fala que é aula de Matemática] Eu falo assim: ‘Eu posso ir embora?’ [risada]... Eu falo: ‘Dá pra ir pra casa?’ Mas eu falo brincando. Não, boba! A gente enfrenta direitinho e sai bem, graças a Deus! Pode ver, eu tenho as folhas que eu tenho aqui, tudo ela dá o ‘c’ direitinho pra gente. A gente faz direitinho, sim. Complica um cadinho, você esquentar um pouquinho a cabeça. Às vezes, dá pra ficar um pouquinho nervosa,*

*mas não com ela [a Matemática], mas com a gente mesmo, n'ê?  
Assim... Mas a gente sai bem sim...*

Frente às manifestações dos educandos idosos de traumas, medos, surpresas, esperanças e repúdio em relação à Matemática, observamos que a escola não tem apenas como função transferir conhecimentos que são veiculados e valorizados pela sociedade. Todavia, ainda que os idosos não aprendam os conteúdos específicos da disciplina, eles estão conversando e encontrando com outras pessoas. Mesmo ficando nervosos, ansiosos e preocupados, é por meio dessa dialética que sobrevivem como companheiros, amigos, pessoas solidárias em um espaço de atuação humana, enfrentando dificuldades na aprendizagem da Matemática Escolar. Mas a escola de adultos idosos percebe pouco essas socializações necessárias.

Nós defendemos que é necessário levar em consideração quem são os sujeitos que estão aprendendo a Matemática, que idade têm, com que propósitos procuram a escola e seus sentimentos diante do ato de aprendê-la. É que eles não podem mais ser envergonhados nem se envergonharem. Mas também acreditamos que não se trata só de uma questão de “método”, mas também de uma consciência política de quem é o sujeito que se apresenta para a prática educativa. Aqui, somar é sempre melhor do que dividir.

## **CONSIDERAÇÕES FINAIS**

É importante refletirmos sobre a metodologia que tem sido utilizada durante as aulas de Matemática, sobre como a disciplina tem sido direcionada para o público idoso, devido aos sentimentos e às sensações presentes nas falas dos educandos da Terceira Idade. Caberia aos educadores, por meio do ensino da Matemática, não apenas causar sentimentos de “pavor” e traumas nos discentes, mas “promover uma abertura ao encontro de nós mesmos, dos outros e do sentido radical mais profundo de nossa existência” (FONSECA, 1999, p. 62).

Concordamos com Fonseca (1991) ao apostar em um ensino de Matemática que não esteja focado em apenas depositar conteúdos escolares específicos nas pessoas, principalmente quando essas pessoas estão na Terceira Idade e possuem outros objetivos e metas ao (re)ingressarem na escola.

*Assumindo que o homem seja dotado de uma matematicidade, e que a Matemática seria, assim, um jeito de o homem sentir e pensar o mundo e expressar suas angústias e esperanças a respeito daquilo que ele é e do que pode ser, angústias e esperanças em relação ao mundo em que vivem e atuam ele e seus semelhantes, estamos acreditando no ensino de Matemática como uma ocasião em que tais sentimentos e ideias possam emergir; estamos apostando num ensino de Matemática que se deixe invadir pelas evocações, permitindo que a Matemática, que se vai desvelando de forma evocativa, se entregue ao aluno como um momento e um espaço para conhecer ou vivenciar, trabalhar e compartilhar seus medos e seus sonhos; momento e espaço para conhecer ou vivenciar, trabalhar e compartilhar suas possibilidades de ser e estar no mundo (FONSECA, 1991, p. 80).*

Assim, acreditamos que esse tipo de ensino, essa metodologia diferenciada só acontecerá se, como professores e educadores matemáticos, buscarmos uma relação mais íntima com o conhecimento matemático, não o vendo como uma “mera associação de termos a conceitos” (FONSECA, 2007, p. 57), mas como uma possibilidade mais ousada de exploração de novos caminhos que revele novos sentidos educativos para o ensino e aprendizagem da Matemática.

Esperamos que a circunstância atuante analisada, neste trabalho, “possa reanimar a motivação do nosso ensinar” Matemática, conferindo aos alunos “sinceridade e vitalidade, libertando-os da mediocridade de uma atividade na qual não se vislumbra o sentido” (FONSECA, 1999, p. 63).

Portanto, esperamos que os educadores estejam sensíveis aos anseios dos educandos idosos que buscam a escola como um ambiente de socialização, para aprender o que lhes fora negado anteriormente, melhorar sua qualidade de vida e enfrentar os desafios relacionados à velhice. São idosos que buscam, por meio da Matemática Escolar, a aquisição dos conhecimentos escolares legitimados pela sociedade e a superação de suas dificuldades, sejam elas na escrita, na leitura ou simplesmente nos cálculos e na resolução de problemas matemáticos, como mostra Grossi (2014).

Os relatos apresentados no decorrer deste artigo mostraram que a Educação na Terceira Idade vem promovendo nos alunos uma ampliação de aprendizagens e provocando mudanças em seus modos de ser, pensar e agir. O Instituto ABC configura a necessidade de ofertas educacionais para o público idoso na sociedade brasileira, que foi historicamente uma sociedade excludente dos mais necessitados, daqueles que mais precisavam da escola.

## REFERÊNCIAS

FONSECA, M. C. F. R. **O evocativo na matemática**: uma possibilidade educativa. 1991. 206 p. Dissertação (Mestrado) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, Rio Claro, 1991.

FONSECA, M. C. F. R. O caráter evocativo da matemática e suas possibilidades educativas. **Zetetiké**, Campinas, v. 7, n. 118, p. 51-65, jan./jun. 1999.

FONSECA, M. C. F. R. **Educação Matemática de Jovens e Adultos**: especificidades, desafios e contribuições. 2. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2007.

FONSECA, M. C. F. R.; GOMES, M. L. M.; LOPES, M. P. Parâmetros para a avaliação de habilidades matemáticas dos alunos em iniciativas de alfabetização de jovens e adultos. **Revista Iberoamericana sobre Calidad, Eficacia y Cambio en Educación**, Madrid Espanha, v. 5, n. 2e, p. 232-240, 2007.

GROSSI, F. C. D. P. **Os diferentes “lugares” que a leitura, a escrita e a aula de Matemática têm na vida dos alunos que estão na Terceira Idade**. 2014. 185 p. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de São João del-Rei, São João del-Rei, 2014.

KACHAR, V. (Org.). **Longevidade**: um novo desafio para a educação. São Paulo: Cortez, 2001.

KINIJNIK, G. As novas modalidades de exclusão social: trabalho, conhecimento e educação. **Revista Brasileira de Educação**, Rio de Janeiro, n. 4, p. 35-42, jan./fev./mar./abr. 1997.

KINIJNIK, G. *et al.* **Etnomatemática em Movimento**. Belo Horizonte: Autêntica, 2012.

KINIJNIK, G.; WANDERER, F.; DUARTE, C. G. De las invenciones pedagógicas: la importância del uso de materiales concretos em las aulas de matemática. **Uno** (Barcelona, 1994), v. 55, p. 81-93, 2010.

OLIVEIRA, M. K. de. Escolarização e organização do pensamento. **Revista Brasileira de Educação**, Rio de Janeiro, n. 3, p. 97-102, set./out./nov./dez. 1996.

PALACIOS, J. Mudança e desenvolvimento durante a idade adulta e a velhice. In: COLL, César; PALACIOS, Jesús; MARCHESI, Álvaro. **Desenvolvimento psicológico e educação: psicologia evolutiva**. Porto Alegre: Artes Médicas, 1995. p. 371-388.

PEIXOTO, C. Entre o estigma e a compaixão e os termos classificatórios: velho, velhote, idoso, terceira idade... In: BARROS, M. M. L. (Org.). **Velhice ou Terceira Idade? Estudos antropológicos sobre identidade, memória e política**. Rio de Janeiro: Fundação Getúlio Vargas, 1998. p. 69-84.

PINHEIRO, G. A. D. **Educação e Envelhecimento**: atividade intelectual na Terceira Idade. 2009. 105 p. Dissertação (Mestrado) – Universidade Estadual de Maringá, Maringá, 2009.

PORTES, É. A.; SANTOS, A. X. M. dos. Aspectos da Educação e do êxodo rural em Minas Gerais (1950-1970). **Cadernos de História da Educação**, Uberlândia, v. 11, n. 2, p. 407-417, jul./dez. 2012.

ROSA, R. S.; GRANDO, N. I. Percepções de Jovens e Adultos sobre a matemática. **Vidya**, Santa Maria, v. 32, n. 1, p. 51-64, jan./jun. 2012.

# A FORMAÇÃO MATEMÁTICA DOS PROFESSORES POLIVALENTES DE ESCOLAS MUNICIPAIS DE SÃO JOÃO EVANGELISTA

Érica Gonçalves de Carvalho<sup>1</sup>  
Lucas Ramos Assis Dias<sup>2</sup>, Pricila de Paula Medeiros<sup>3</sup>  
Jossara Bazílio de Souza Bicalho<sup>4</sup>

<sup>1</sup>Instituto Federal de Minas Gerais/Câmpus São João Evangelista, ([ericacarvalho06@hotmail.com](mailto:ericacarvalho06@hotmail.com))

<sup>2</sup>Instituto Federal de Minas Gerais/Câmpus São João Evangelista, ([lucasreallucas@hotmail.com](mailto:lucasreallucas@hotmail.com))

<sup>3</sup>Instituto Federal de Minas Gerais/Câmpus São João Evangelista, ([priciladipaula@gmail.com](mailto:priciladipaula@gmail.com))

<sup>4</sup>Instituto Federal de Minas Gerais/Câmpus São João Evangelista, ([jossara.bicalho@ifmg.edu.br](mailto:jossara.bicalho@ifmg.edu.br))

## Resumo

Pretende-se com esta pesquisa, que está em andamento, investigar a formação matemáticos dos professores formados em Pedagogia, que atuam nos anos iniciais das Escolas Municipais José Guimarães e Escola Municipal Alberto Pimenta do município de São João Evangelista, Minas Gerais. Escolhemos trabalhar com os professores que têm formação pedagógica porque após um primeiro levantamento, constatamos que estes são maioria nas duas escolas. O que nos motivou a iniciar esta investigação, foram observações realizadas por meio do PIBID (Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência) e do Estágio Supervisionado, que apontam o fato dos alunos ingressarem no sexto ano do ensino fundamental apresentando grande dificuldade nos conteúdos matemáticos elementares como operações fundamentais, noções de conjuntos e noções de tempo e espaço e forma. Esta pesquisa é norteadas principalmente por Ponte e Oliveira (2002) no artigo publicado na Revista Educação de Lisboa *Remar contra a maré: a construção do conhecimento e da identidade profissional na formação inicial*. Tem sido realizado nesse primeiro momento observações nas salas de aula dos professores, que aceitaram participar de forma voluntária, com o intuito de coletar dados quanto à didática utilizada por esses profissionais e sua relação com a matemática. Procurando entender como a formação fornecida pelo curso de graduação (Pedagogia) interfere no modo como o professor leciona, estamos analisando documentos oficiais na internet, tais como a ementa do curso de Pedagogia concluído pelos professores voluntários que atuam nas escolas municipais “Alberto Pimenta” e “José Guimarães”. Com isso, pretendemos compreender a divisão de carga horária, as metodologias utilizadas e a interferência que o “ensinar como foi aprendido” exerce no ato de lecionar desses professores.

**Palavras-chave:** Formação matemática de professores, anos iniciais, professores polivalentes, pedagogo.



## INTRODUÇÃO

*Feliz aquele que transfere o que sabe e aprende o que ensina. (CORALINA, 2015)*

Debater a formação dos professores polivalentes nas séries iniciais do ensino fundamental – também chamado de ensino fundamental I – nas escolas municipais “Alberto Pimenta” e “José Guimarães” do município de São João Evangelista, Minas Gerais está sendo o objetivo norteador deste trabalho realizado com professores voluntários atuantes nessas escolas. A intenção é pesquisar os conhecimentos matemáticos desses profissionais e a forma de trabalhá-los em sala de aula.

Matemática é uma ciência indispensável nos dias de hoje e segundo Nacarato, Mengali e Passos (2009) no livro *A matemática nos anos iniciais do ensino fundamental: Tecendo fios do ensinar e do aprender* é totalmente compreensível entender que, assim como outras disciplinas, ela possui questões relevantes como relacionamento e comunicação entre os principais sujeitos de ação dentro da escola – o professor e os alunos – que, com o tempo, pode contribuir para que a mentalidade de ambos mude. Ainda segundo as autoras, é necessário que as escolas que contemplem as séries iniciais já possuam em seus planos curriculares um estudo mais amplo da disciplina matemática, para fazer uma mudança radical na visão instrumentalista e na metodologia tradicional. Entende-se como visão instrumentalista o modo como os pedagogos utilizam atualmente a matemática. Segundo Nacarato, Mengali e Passos (2009) esses não possuem formação acadêmica necessária para lecionar a disciplina. Quanto à metodologia tradicional, trata-se do ensino mais comum encontrado nas escolas com aulas expositivas apenas com quadro e giz.

Procurando entender como a formação fornecida pelo curso de graduação (Pedagogia) interfere no modo como o professor leciona, estamos analisando documentos oficiais na internet, tais como a ementa do curso de Pedagogia concluído pelos professores voluntários que atuam nas escolas municipais “Alberto Pimenta” e “José Guimarães”. Com isso, pretendemos compreender a divisão de carga horária, as metodologias utilizadas e a interferência que o “ensinar como foi aprendido” exerce no ato de lecionar desses professores.

### 1.1 Justificativa

Observando, por meio do Estágio Supervisionado e do PIBID (Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência), os alunos que ingressam no sexto ano do ensino fundamental II, apresentam grande dificuldade com os conteúdos básicos de matemática que envolvem operações fundamentais (adição, subtração, multiplicação e divisão), conjuntos numéricos (frações, números decimais, números inteiros, por exemplo) e questões relacionadas à geometria (espaço e formas). Isso nos instigou a investigar os motivos dessa defasagem que provém dos anos iniciais.

Com base no Índice de Desenvolvimento da Educação Básica (IDEB) de duas escolas municipais de São João Evangelista, foi observado que estas apresentam uma disparidade em relação aos seus índices, sendo que a Escola Municipal “José Guimarães” apresenta nota 4,6 e a Escola Municipal “Alberto Pimenta” possui nota 6,5 no último levantamento, realizado em 2013. Essa diferença motivou-nos a investigar a relação entre a formação profissional dos professores polivalentes que atuam nessas escolas com os resultados em questão.

Já o Indicador Nacional de Alfabetismo Funcional (INAF) de 2009 alerta para as necessidades urgentes que o ensino da matemática apresenta, principalmente nos anos iniciais. Sobre o INAF, D'Ambrósio, citado por Silva (2013), ressalta que este indicador realiza uma importante pesquisa e aponta ainda a importância dessa avaliação para medir o “estado” da educação matemática e os níveis de formação dos professores atuantes nos anos iniciais do ensino fundamental.

Dados do INAF apontam que 17% dos brasileiros apresentam desempenho satisfatório em matemática, em se tratando de ensino básico e 70% dos graduados demonstram facilidade nesses conteúdos.

## REFERENCIAL TEÓRICO

*Se a educação sozinha não transforma a sociedade, sem ela tampouco a sociedade muda.* (FREIRE, 2015)

O referencial teórico da nossa pesquisa aborda três perspectivas apontadas por Ponte e Oliveira (2002) no artigo publicado na Revista Educação de Lisboa *Remar contra a maré: a construção do conhecimento e da identidade profissional na formação inicial* com relação à formação matemática dos professores formados em Pedagogia que atuam nos anos iniciais. Uma perspectiva diz respeito a sua “formação acadêmica”, ou seja, o que esses professores aprenderam durante sua graduação pedagógica; a outra está relacionada a sua “formação pessoal” que envolve as dificuldades enfrentadas com o conteúdo matemático, que muitas vezes podem provocar bloqueio tanto no aprendizado como no ensino do mesmo, além de resquícios deixados pelos seus professores durante a sua formação. E a terceira, como esses professores associam a “teoria com a prática”.

### Formação acadêmica

Ao iniciar sua docência, os professores se deparam com muitas situações inusitadas que exigem um rápido raciocínio e desenvoltura para solucioná-las. No entanto, seu conhecimento acadêmico provavelmente não será suficiente para lidar com

essas questões. Ponte e Oliveira (2002) dizem que os professores que ensinam matemática nos anos iniciais devem perceber seu entorno. Tanto em sala de aula quanto no convívio com outros professores. Isso possibilitará que este profissional seja capaz de desenvolver estratégias de ação para as diferentes situações que possam surgir em seu cotidiano.

Para Ponte e Oliveira (2002), o conhecimento acadêmico não é o mesmo que o conhecimento profissional. O conhecimento acadêmico diz respeito às teorias aprendidas na graduação que muitas vezes cumprem apenas como papel burocrático da ementa matemática. Já o conhecimento profissional abrange além dessas teorias, a forma com que os professores lidam com problemas reais que surgem no decorrer de sua docência.

Os autores Ponte e Oliveira (2002) nos dizem que o conhecimento obtido pelos professores durante a sua formação no curso de Pedagogia reflete em sua prática docente. Essa “bagagem” é chamada conhecimento didático e é ramificada em outros quatro tópicos, que são denominados:

- a) conhecimento da Matemática;
- b) conhecimento do aluno e seus processos de aprendizagem;
- c) conhecimento do Currículo;
- d) conhecimento do processo institucional.

O conhecimento que está conectado aos demais conhecimentos do professor é chamado de conhecimento didático: são conhecimentos que dizem respeito à sua prática fora da sala de aula, à sua profissão e à trajetória que o mesmo possui dentro de sua área profissional. Para Ponte e Oliveira (2002) o conhecimento didático do professor compreende também vários outros sujeitos:

- a) os colegas de profissão;
- b) os pais;
- c) a comunidade;
- d) o conhecimento do contexto de ensino.

Todos esses elementos reunidos e o conhecimento didático que o professor obtém, o levará a conhecer melhor seus alunos e criar uma aliança de afetividade, confiança e compromisso. Dentre essas vertentes, o conhecimento didático abrange também a visão que o professor tem de si próprio, seus recursos e capacidades, sua autonomia profissional (controle em sala de aula), e sua autoconfiança.

### **Formação pessoal**

Como compreender a profissão docente sem antes conhecer a identidade e cultura profissionais dos professores? Segundo Tardif (2002) a identidade profissional do professor está totalmente conectada com o meio cultural em que ele vive e muitas vezes suas crenças, convicções políticas e religiosas interferem significativamente nessa formação docente formando dois tipos de identidade:

- a) a identidade para si (como o profissional se vê);
- b) a identidade para o outro (como o profissional é percebido e valorizado por aqueles com quem ele se interage).

A escolha e o decorrer de um curso de formação de profissionais na área acadêmica constituem momentos importantes na construção da identidade. No entanto, é no dia a dia, exercendo a sua profissão, a sua prática em sala de aula que o desafio da formação de sua identidade é visto.

Para Ponte e Oliveira (2002) a socialização dos professores é vista pelos profissionais em educação como o início de uma cultura profissional e uma conversão do indivíduo para uma nova concepção do “seu mundinho” e do mundo em que vive, ou seja, o papel para assumir uma nova responsabilidade, uma nova identidade, no caso, a de ser professor.

### **Teoria X Prática**

Segundo Tardif (2002), teoria e prática juntas constituem o saber, a prática é a aplicação do saber. Portanto não é correto afirmar que a prática é desprovida de saberes e que nas escolas existe a tendência de tratar as disciplinas como teóricas, dedicando pouco tempo às práticas. Diante disso, os alunos tendem a desvincular a teoria da prática, tornando improvável a contextualização.

### **METODOLOGIA**

Nossa pesquisa é considerada de cunho qualitativo, com análise interpretativa, que segundo Gil (1999) caracteriza, quanto aos conhecimentos, como de Levantamento, onde envolve, a interrogação e interação direta dos sujeitos em questão.

Está sendo verificado por meio de documentos oficiais publicados na Internet as disciplinas referentes a área matemática, que compõem a grade curricular do curso de Pedagogia dos professores das escolas municipais que são voluntários da pesquisa. Segundo Marconi e Lakatos (2010) a pesquisa documental é muito utilizada em pesquisas teóricas, porque esse tipo de pesquisa necessita, em boa parte dos casos, de coleta de documentos para investigação. A ementa desse curso é necessária para verificarmos se a quantidade de carga horária presente da disciplina de matemática no curso de Pedagogia é suficiente e se há interferência do “ensinar como aprendeu” no dia a dia dos professores em sala de aula.

As pesquisas bibliográficas também esta sendo utilizadas como método de levantamento de dados a respeito do tema abordado para contribuição do trabalho. Segundo Marconi e Lakatos (2010) a pesquisa bibliográfica é definida como fonte de coleta secundária, podendo ser caracterizada como uma contribuição cultural ou científica realizada anteriormente sobre um problema, tema ou assunto que ainda possa ser estudado.

Quanto aos professores voluntários, serão aplicadas, a esses sujeitos entrevistas e questionários com o objetivo de alcançar as metas descritas. Segundo Gil (1999) a entrevista é uma técnica muito utilizada no levantamento de dados e é a mais adequada nas pesquisas sociais.

### **3.1 Resultados Parciais**

Estão sendo realizados levantamentos de dados, observações em sala de aula para a conclusão do nosso projeto. Após uma busca no site QEDu, foi constatado que as escolas municipais da cidade de São João Evangelista possuem uma nota abaixo do esperado pelo movimento Todos pela Educação. Houve uma queda de 5% do ano de 2011 para 2013 (últimas notas da Prova Brasil), sendo que em 2011 a nota foi de 50%.

Também foi constatado, através de pesquisa no banco de dados do IDEB, que a E.M.AP possui o maior índice e a E.M.JG possui o menor índice dentre as escolas municipais que possuem os anos iniciais do ensino fundamental da cidade de São João Evangelista.

Após observação e levantamento de dados sobre a formação desses professores voluntários, será realizado uma entrevista (apêndice A) sobre como é ser um professor atuante nas séries iniciais e também sobre sua formação em Pedagogia, para o enriquecimento do nosso trabalho. Segundo Gil (1999) a entrevista é a ferramenta mais viável para uma pesquisa social como a que estamos fazendo, pois ela é bastante flexível, diferente do questionário, onde não é captado nem o modo como o entrevistado fala e age tampouco sua ênfase nas respostas. Desse modo, optamos pela aplicação da entrevista juntamente com o questionário.

Com a entrevista concluída é a vez da aplicação do questionário (anexo A). O questionário abordará questões com ênfase em sua formação matemática. Segundo Gil (1999) o questionário é caracterizado “como uma técnica de levantamento de dados com números elevados, ou não, com o objetivo de conhecer a cultura, os interesses e expectativas do sujeito a ser investigado”.

Com esses dados em mãos, estes serão organizados afim de provar ou contrariar o que propusemos a estudar: debater sobre a formação matemática de professores polivalentes de duas escolas municipais da cidade de São João Evangelista.

## REFERÊNCIAS

- CORALINA, C. **Pensador**. Disponível em: <[http://pensador.uol.com.br/autor/cora\\_coralina](http://pensador.uol.com.br/autor/cora_coralina)>. Acesso em: 14 jun. 2015.
- COSTA, N. M; POLONI, M. Y. Percepções de concluintes de pedagogia sobre a formação inicial do professor para a docência de matemática. **Bolema**, Rio Branco, vol. 26, no. 44, Dezembro de 2012. Disponível em: < [http://www.scielo.br/scielo.php?pid=S0103-636X2012000400009&script=sci\\_arttext](http://www.scielo.br/scielo.php?pid=S0103-636X2012000400009&script=sci_arttext)>. Acesso em: 13 mai. 2015.
- CURI, E. **Formação de professores polivalentes: uma análise de conhecimentos para ensinar Matemática e de crenças e atitudes que interferem na constituição desses conhecimentos**. Tese de Doutorado, São Paulo, PUC, 2004.
- DANTE, R. L. **Tudo é Matemática**. 3. ed. São Paulo: Editora Ática, 2011.
- FREIRE, P. **Pensador**. Disponível em: <[http://pensador.uol.com.br/autor/paulo\\_freire/](http://pensador.uol.com.br/autor/paulo_freire/)>. Acesso em: 17 de jun. 2015.
- GIL, A. C. **Métodos e técnicas de pesquisa social**. 5.ed. São Paulo: Atlas, 1999.
- INDICADOR DE ALFABETISMO FUNCIONAL. **Desempenho matemático dos brasileiros**. Disponível em: <<http://revistaescola.abril.com.br/politicas-publicas/cai-analfabetismo-pais-desafio-ainda-gigante-693353.shtml>>. Acesso em: 17 de jun.2015.
- ÍNDICE DE DESENVOLVIMENTO DA EDUCAÇÃO BÁSICA. **Resultado do IDEB da Escola Municipal “Alberto Pimenta”**. Disponível em: <<http://ideb.inep.gov.br/resultado/resultado/resultado.seam?cid=233498>>. Acesso em: 17 de jun. 2015.
- ÍNDICE DE DESENVOLVIMENTO DA EDUCAÇÃO BÁSICA. **Resultado do IDEB da Escola Municipal “José Guimarães”**. Disponível em: <<http://ideb.inep.gov.br/resultado/resultado/resultado.seam?cid=233498>>. Acesso em: 17 de jun. 2015.
- LAKATOS, E. Maria; MARCONI, M. de Andrade. **Fundamentos de metodologia científica: Técnicas de pesquisa**. 7.ed. – São Paulo: Atlas, 2010.
- NACARATO, A. M; MENGALI, B. L. S; PASSOS, C. L. B. **A matemática nos anos iniciais do ensino fundamental: tecendo fios do ensinar e do aprender**. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2009.
- PONTE, J.P.; OLIVEIRA, H. Remar contra a maré: a construção do conhecimento e da identidade profissional na formação inicial. **Revista da Educação**, Lisboa,v.11, n.2, p.145-163, 2002.

QEDU. **Aprendizado dos alunos de São João Evangelista nos anos iniciais.** Disponível em: < <http://www.qedu.org.br/cidade/2997-sao-joao-evangelista/aprendizado>>. Acesso em: 17 de jun. 2015.

SILVA, C.R; ALVES, S. L. M; MIRANDA, I. F. D. Professores que vão ensinar matemática nos anos iniciais: educação matemática nos cursos de pedagogia. **Revemat.** Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.5007/1981-1322.2013v8n1p266>>. Acesso em: 02 mai. 2015.

TARDIF, Maurice. **Saberes docentes e formação profissional.** Petrópolis: Vozes, 2002.

## **APÊNDICE A – ENTREVISTA AOS PROFESSORES**

- 1) Você iniciou o curso de Pedagogia em que ano? Em que ano formou?
- 2) No vestibular, o curso de Pedagogia foi sua primeira opção? Por quê?
- 3) Você mudou seu modo de pensar ou de ser pelo fato de cursar Pedagogia?
- 4) Na sua opinião, é necessário adicionar outras disciplinas, assuntos ou atividades que não estão contidos no currículo de Pedagogia que você concluiu? Quais? Justifique.
- 5) Na sua opinião, o que foi mais relevante no curso de Pedagogia para a sua formação tanto pessoal quanto acadêmica?
- 6) Você se sente confortável em ser um professor polivalente? E nas aulas de matemática, como você se sente? Você participou ou participa de cursos de formação continuada na área da Matemática?



## **ANEXO A – QUESTIONÁRIO AOS PROFESSORES**

**1) Como você avalia sua formação no curso de Pedagogia, quanto aos conteúdos abordados e conhecimentos adquiridos?**

- ☐ Excelente.
- ☐ Bom.
- ☐ Regular.
- ☐ Ruim.

**2) Você considera que, em relação aos conteúdos desenvolvidos, pode-se classificar o curso de Pedagogia em:**

- ☐ Extremamente voltado para a prática.
- ☐ Integrando insatisfatoriamente teoria e prática profissional.
- ☐ Integrando satisfatoriamente teoria e prática profissional.
- ☐ Extremamente teórico.

**3) No curso de Pedagogia, você vivenciou aulas com metodologias diferenciadas da tradicional? (entende-se por metodologia tradicional as aulas expositivas, teóricas):**

- ☐ Sempre.
- ☐ Frequentemente.
- ☐ Raramente.
- ☐ Nunca.

**4) Você conhece qual é o currículo de Matemática dos anos iniciais do ensino fundamental?**

- ☐ Conhece totalmente.
- ☐ Conhece satisfatoriamente.
- ☐ Conhece insatisfatoriamente.
- ☐ Não conhece.

**Caso tenha respondido um dos três primeiros itens da questão 4, responder a questão 5. Caso contrário, pule para a questão 6.**

**5) Você considera que o currículo de Matemática nos anos iniciais do ensino fundamental é:**

- ☐ Plenamente adequado.
- ☐ Parcialmente adequado.
- ☐ Há a necessidade de muitas modificações.
- ☐ Totalmente inadequado.

**6) No seu curso de Pedagogia, você teve a disciplina Metodologia do Ensino de Matemática?**

- ☐ Sim.
- ☐ Não.

**Caso tenha assinalado SIM como resposta da questão 6, responda às questões 7 e 8. Caso contrário, pule para questão 9.**

**7) Na disciplina Metodologia do Ensino de Matemática os conteúdos abordados eram:**

- ☐ Todos plenamente conhecidos.
- ☐ Todos satisfatoriamente conhecidos.
- ☐ Todos insatisfatoriamente conhecidos.
- ☐ Todos desconhecidos.

**8) Na disciplina Metodologia do Ensino de Matemática quanto aos conteúdos abordados, seu aprendizado foi:**

- ☐ Pleno.
- ☐ Parcialmente satisfatório.
- ☐ Insatisfatório. Foi apenas um reforço dos conteúdos que já conhecia.
- ☐ Praticamente nulo.

**9) Você se sente preparado (a) para lecionar matemática nos anos iniciais do ensino fundamental?**

- ☐ Todos plenamente conhecidos.
- ☐ Todos satisfatoriamente conhecidos.
- ☐ Todos insatisfatoriamente conhecidos.
- ☐ Todos desconhecidos.

**10) Dos conteúdos matemáticos dos anos iniciais do ensino fundamental, assinale aqueles em que você se sente mais preparado (a) para ensinar. (Assinale quantos quiser)**

- ☐ Operações com números Naturais.
- ☐ Operações com números decimais.
- ☐ Operações com números fracionários.
- ☐ Problemas envolvendo números Naturais.
- ☐ Problemas envolvendo números decimais.
- ☐ Problemas envolvendo números fracionários.
- ☐ Divisão.
- ☐ Geometria – espaço e forma.
- ☐ Geometria – grandezas e medidas.
- ☐ Tratamento da informação – contagem.
- ☐ Tratamento da informação – noções de estatística.

# A GEOMETRIA DO ORIGAMI: UMA ABORDAGEM DOS POLIEDROS PLATÔNICOS NO 6º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL

Anita Lima Pimenta<sup>1</sup>  
Eliane Scheid Gazire<sup>2</sup>

<sup>1</sup>PUC-Minas, anitallima@yahoo.com.br

<sup>2</sup>PUC-Minas, egazire@terra.com.br

## Resumo

Esta pesquisa relata a experiência de um projeto realizado por um professor de Matemática de uma escola pública localizada na cidade de Belo Horizonte. Esta proposta sugere a construção dos Poliedros Platônicos com Origami Modular em turmas do 6º ano do Ensino Fundamental e tem como objetivo principal propor uma alternativa para a abordagem e reconhecimento de figuras geométricas tridimensionais e os elementos que as compõem. As técnicas do Origami obtidas a partir de seus axiomas permitem construções que concebem os conceitos elementares da Geometria Euclidiana. Este trabalho aponta o Origami como um instrumento facilitador no processo de ensino e aprendizagem da Matemática. A análise dos resultados das atividades desenvolvidas revela um efeito positivo no que tange, principalmente, o aprimoramento da linguagem matemática utilizada pelos alunos.

**Palavras-chave:** Geometria. Poliedros Platônicos. Origami.

## INTRODUÇÃO

*“(...) Há uma grande diferença entre compreender alguma coisa através da mente e conhecer a mesma coisa através do tato.”*

Tomoko Fuse, origamista japonesa.

A ideia dessa pesquisa surgiu através do projeto – Sólidos de Platão com Origami Modular – proposto por um professor de Matemática, para seus alunos do 6º ano do Ensino Fundamental de uma escola pública da região de Belo Horizonte. Seu objetivo principal é propor uma alternativa para a abordagem e reconhecimento de figuras geométricas tridimensionais e os elementos que as compõem, tais como faces, vértices e arestas, além de eixos e planos de simetria.

O professor apresentou à coordenação da escola seu material, que sugeria um trabalho com origamis onde seriam construídos com os alunos três dos cinco sólidos regulares. A partir de então, foi proposto a ele que participasse de uma breve formação com sua coordenadora pedagógica que desenvolve uma pesquisa de mestrado sobre este tema

A aceitação foi imediata e em um encontro de aproximadamente quatro horas foram trabalhadas as dobras dos cinco sólidos regulares conhecidos também como Poliedros Platônicos. Aproveitando o momento de formação, professor e coordenadora definiram juntos como seriam realizadas as atividades com os alunos.

Ensinar Geometria utilizando Origami depende única e exclusivamente da vontade do professor de se aperfeiçoar em uma técnica que pode proporcionar descobertas que contribuam com as construções dos conceitos elementares da Geometria Euclidiana.

A Geometria encontra-se descrita nos Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1997) nos blocos de conteúdos: Espaço e Forma; Grandezas e Medidas. O objetivo principal de cada bloco é, respectivamente, permitir que o aluno compreenda, descreva e represente, de forma organizada, o mundo em que vive e utilize o conhecimento Matemático em seu cotidiano.

Os PCN (BRASIL, 1997) indicam, entre os objetivos gerais da Matemática para o Ensino Fundamental, que o aluno se sinta seguro de sua capacidade de construir conhecimentos matemáticos, além de sugerir interação entre os pares de forma cooperativa e coletiva, aprendendo e respeitando uns aos outros.

Pretende-se, portanto, com essa pesquisa, mostrar que, ao construir cada sólido, o aluno também constrói seu conhecimento, pois cada conceito vai sendo formado dobra a dobra partindo do plano para o espaço tridimensional. Diferente daquelas manipulações com moldes, o que se tem no final de cada aula é um objeto que foi criteriosamente produzido por alguém que provavelmente se tornou detentor do conhecimento geométrico.

## **A GEOMETRIA E OS POLIEDROS PLATÔNICOS**

Para Fonseca *et al* (2005), a abordagem geométrica ainda se mostra um pouco ausente nas séries iniciais do Ensino Fundamental. Em um levantamento de tópicos realizado pela autora através de citações de professoras deste segmento, fica evidente que há uma lacuna na formação de tal profissional no que se refere ao ensino da Geometria. Segundo ela:

*O estudo das figuras planas precede o estudo dos sólidos, numa organização mais próxima à exposição euclidiana do que às propostas pedagógicas que valorizam a experiência e a manipulação como pontos de partida (o que sugeriria antepor o estudo dos sólidos ao estudo das figuras planas). (FONSECA et al, 2005, p.22).*

Muitas vezes, os professores acreditam que basta fazer com que os alunos estabeleçam relações geométricas com o espaço em que vivem para que a Geometria seja compreendida. Giovanni e Parente (2007) propõem uma interação com o cotidiano de cada um levando o aluno a perceber que todas as coisas no mundo real são tridimensionais e, portanto, possuem comprimento, altura e largura. Assim, eles sugerem uma atividade de percepção espacial que exige estabelecer uma relação dos sólidos geométricos com a gravura de uma metrópole.

Porém, somente essas relações com o espaço não são suficientes para garantir um aprendizado eficiente no ensino da Geometria. Como relatam os professores na pesquisa realizada por Fonseca *et al* (2005), não basta antepor o estudo dos sólidos ao estudo das figuras planas se não se estabelecer, com elas, relações elementares de conceitos fundamentais da Geometria Euclidiana.

Giovanni e Parente (2007), por sua vez, seguem um caminho metodológico relacionando a Geometria Plana com a Espacial e mostrando as planificações dos poliedros. Ainda neste caminho, apresentam os elementos que o compõe: vértice, face e aresta.

Esta relação da Geometria Plana com a Espacial é fundamental para a compreensão de conceitos. Assim, mesmo que o estudante leve anos de sua vida escolar

para aprendê-los, é de grande responsabilidade do professor, introduzir tais conteúdos nos primeiros anos de escolarização.

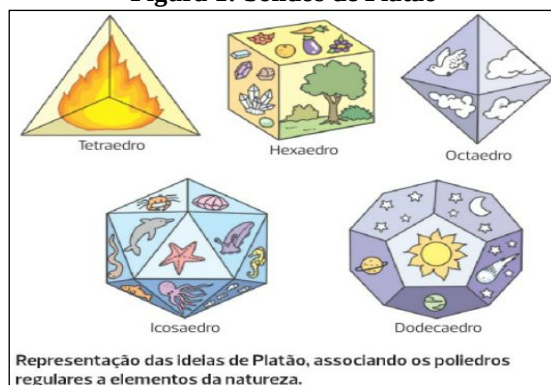
No que tange esta pesquisa, a proposta é oferecer ao aluno do 6º ano um contato mais íntimo com os sólidos geométricos, uma vez que as relações com o espaço provavelmente já foram estabelecidas nas séries anteriores.

Dante (2005) recorre à história para informar que Platão, filósofo grego, teve muito entusiasmo com a Matemática em sua obra *Timaeus*, na qual explana seus pensamentos sobre os sólidos em um possível encontro com o pitagórico Timeu de Locri. Neste diálogo, ele expôs suas ideias sobre os poliedros regulares, que ficaram conhecidos como Poliedros Platônicos. Alguns historiadores atribuem aos pitagóricos e a Teeteto as descobertas desses poliedros. Dante (2005) conta que:

*Neste trabalho de Platão, Timeu misticamente associa o tetraedro, o octaedro, o icosaedro e o cubo aos quatro “elementos” primordiais de todos os corpos materiais: fogo, ar, água e terra. Ele associou o quinto poliedro, o dodecaedro, ao Universo que nos cerca. E então? Você acha justo chamar esses poliedros de poliedros de Platão? (DANTE, 2005, p.98).*

Assim, devido à associação dos poliedros aos elementos da natureza e ao Universo, eles ficaram conhecidos também como “figuras cósmicas”. O matemático Johannes Kepler explicou essa associação feita por Platão. Em uma relação de volume entre o tetraedro e o icosaedro verificou-se que o primeiro possui um volume menor que o segundo. De acordo com essa correspondência, se tem a ideia de seco e úmido, ligando, respectivamente, os sólidos aos elementos fogo e água. O hexaedro e o octaedro foram tidos como mais e menos instável, logo, se associando o hexaedro à terra, por sua estabilidade e o octaedro ao ar. O dodecaedro foi associado ao Universo por suas doze estações zodiacais.

**Figura 1: Sólidos de Platão**



Fonte - DANTE, 2014, p.88.

Platão, ainda nos dias atuais, é muito lembrado por suas contribuições filosóficas e de acordo com Dante (2005), o filósofo era conhecido como “criador de matemáticos”. Fundou a Academia em Atenas, considerada a primeira Universidade no mundo, que continha em sua porta a seguinte escritura: “Que ninguém que ignore a Geometria entre aqui”.

Segundo Ferreira (2013), Platão destacou a importância dos triângulos, ao referir-se aos sólidos, pois mesmo aqueles que não possuíam faces triangulares poderiam tê-las decompostas em triângulos. Ele não percebia as faces dos poliedros apenas como triângulos, quadrados e pentágonos regulares, as enxergava como combinações de triângulos retângulos menores.

Tais poliedros ganharam lugar de destaque na história da Matemática e nos livros que trazem teorema a fim de demonstrar estas descobertas. A última proposição do livro XIII dos “Elementos” de Euclides prova que existem apenas estes 5 poliedros que são regulares, conforme aponta Lima *et al* (2004) quando dizem que:

*Desde a antiguidade são conhecidos os poliedros regulares, ou seja, poliedros convexos cujas faces são polígonos regulares iguais e que em todos os vértices concorrem o mesmo número de arestas. O livro XIII dos “Elementos” de Euclides (cerca de 300 a.C.) é dedicado inteiramente aos sólidos regulares e contém extensos cálculos que determinam, para cada um, a razão entre o comprimento da aresta e o raio da esfera circunscrita. (LIMA et al, 2004, p.240).*

Assim, Lima *et al* (2004) definem poliedro regular como aquele que em sua composição possui polígonos regulares determinando suas faces e em cada um de seus vértices verifique o mesmo número de arestas. Para tanto, na tabela abaixo há uma classificação dos poliedros que exemplifica esta definição. Para melhor compreensão é necessário associar as letras *F*, *V* e *A*, respectivamente, a faces, vértices e arestas.

**Tabela 1: Classificação dos Poliedros Platônicos**

| Denominação do Poliedro | <i>F</i>              | <i>V</i> | <i>A</i> |
|-------------------------|-----------------------|----------|----------|
| Tetraedro               | 4 faces triangulares  | 4        | 6        |
| Hexaedro                | 6 faces quadradas     | 8        | 12       |
| Octaedro                | 8 faces triangulares  | 6        | 12       |
| Dodecaedro              | 12 faces pentagonais  | 20       | 30       |
| Icosaedro               | 20 faces triangulares | 12       | 30       |

Fonte: Elaborado pelo pesquisador

Portanto, existem apenas cinco poliedros que são regulares e, por definição, como mostra Ferreira (2013), todo Poliedro Regular é de Platão.

Depois de introduzir o conteúdo de Geometria Espacial no 6º ano e mostrar todas as relações possíveis a esse nível de ensino, a proposta é, então, utilizar o origami como um recurso didático para construir os Poliedros Platônicos em sala de aula, a fim de proporcionar aos alunos uma aproximação dos componentes de um sólido. Assim, a partir de cada dobra é obtido um elemento até que se tenha uma figura tridimensional com vértices, arestas e faces todos adquiridos através de uma folha de papel.

Gazire (2000) aponta, como um grande benefício, a existência de outras geometrias, que se diferem da Geometria Euclidiana, permitindo acreditar que a Geometria do Origami possa possibilitar uma repercussão no ensino da Matemática. Segundo a autora:

*Um grande benefício que o estudo não euclidiano trouxe para a Geometria foi a certeza de que é possível criar Geometrias diferentes e que, com procura adequada, é possível encontrar um modelo físico para esta Geometria que surgiu.[...] Essa certeza de que é possível criar Geometrias diferentes e de que é possível encontrar um modelo físico para elas (o que não significa necessariamente, construir “materiais concretos”) terá, no futuro, uma ressonância profunda no ensino da Matemática, servido inclusive, como alternativa à aula expositiva. (GAZIRE, 2000, p.119).*

Além disso, vale, ainda, ressaltar que o origami, depois de popularizado, se tornou fonte de estudo de muitos matemáticos, dentre os quais se destacam Humiaki

Hizita e Koshiro Hatori, sendo eles os responsáveis por descrever um conjunto de axiomas que, como divulga Rafael (2011), são verdadeiras operações que permitem a caracterização geométrica do origami.

## O ORIGAMI COMO UM RECURSO DIDÁTICO

De origem japonesa, a palavra origami (折り紙) significa dobrar papel – Ori: dobrar e Kami: papel, como mostra Rafael (2011). O origami pode ser simples ou modular, sendo o primeiro feito a partir de dobras em uma única folha de papel, e o segundo consiste no encaixe de diversas peças geometricamente iguais para se alcançar, quase sempre, uma figura poliédrica; todos obtidos, preferencialmente, a partir de uma folha quadrada e sem o uso de tesouras ou colas. Porém, atualmente utilizam-se folhas retangulares para a construção de modelos poliédricos. Para a autora:

*Outro aspecto a considerar na história do Origami é a forma do papel utilizado nas dobragens. Durante vários anos os modelos eram construídos a partir de um quadrado de papel mas, mais recentemente, passaram a ser utilizadas outras formas e, muitos dos modelos poliédricos são construídos a partir de retângulos semelhantes a uma folha A4, cuja razão entre o lado maior e o lado menor é 1 por raiz de dois.(RAFAEL, 2011, p.19).*

Muitos pesquisadores acreditam que o origami não é exclusividade japonesa, como Kanegae e Imamura (1989) relatam. Segundo eles, apesar de o Japão ser considerado o berço do origami, ele pode ter surgido na China, uma vez que neste país a história do papel é muito mais antiga. Para os autores:

*Em praticamente todos os países onde existe o papel, há uma maneira própria de dobrar este material. Alguns pesquisadores do origami, acreditam que ele tenha surgido por volta do século VI d.C, quando um monge budista trouxe da China, via Coréia, o método de fabricação do papel, que até então era desconhecido pelos japoneses. Por causa do seu valor, as pessoas utilizavam-no em origamis especiais ou em cerimônias específicas. (KANEAE, IMAMURA, 1989, n.p).*

Assim, não se sabe ao certo como se começou a dobrar papel, mas segundo Kanegae e Imamura (1989) acredita-se que haja alguma ligação com os costumes religiosos, já que em templos xintoístas eram encontradas ornamentações divinizadas feitas de papel.

A Europa, através da Espanha, recebeu as primeiras informações sobre esta arte. No Brasil o origami é conhecido como “a arte de dobrar papel” e teve influências da Argentina e dos imigrantes japoneses a partir de 1908.

De acordo com Monteiro (2008), os matemáticos começaram a se interessar por esta arte no final do século passado. Muitos perceberam que as diversas criações feitas por origami vão muito além da inspiração, estando, na verdade, associadas a conceitos e limitações geométricas. Devido a esta percepção, podem-se estabelecer relações da Geometria do origami com outras Geometrias, aqui em especial à Geometria Euclidiana.

Grande (1994), em seu artigo publicado no livro *Aprendendo e Ensinando Geometria*, fala sobre a percepção espacial. Segundo ele:

*A percepção espacial é a faculdade de reconhecer e discriminar estímulos no espaço, e a partir do espaço, e interpretar esses estímulos associando-os a experiências anteriores. Oitenta e cinco por cento das informações que chegam ao corpo vindas do meio ambiente penetram em nós através do sistema visual, e a visão se desenvolve como resultado de muitas experiências acumuladas. (GRANDE, 1994, p.156).*

Mas então vem o seguinte questionamento: Por que ensinar Geometria com origami? Tomoko Fuse, uma origamista japonesa, diz que há uma grande diferença em entender alguma coisa através da mente e conhecer esta mesma coisa através do tato. É por acreditar nisso e por viver esta experiência, que neste trabalho se une a ideia da percepção espacial com o manuseio do concreto. Concreto este que vai além de um objeto pronto e acabado, já que se refere a um origami modular que será cuidadosamente produzido, dobra a dobra, pelas próprias mãos de quem o manuseia. Nesse sentido, para Rafael (2011):

*Nos últimos tempos, pavimentações construídas com a técnica do Origami e Origami Modular (Unit Origami) tem adquirido atingido maior relevo. A técnica modular consiste em construir vários módulos que se agrupam formando figuras mais ou menos complexas. É o que mais me atrai por possibilitar a construção e o estudo de poliedros. O expoente máximo desta técnica é a japonesa Tomoko Fuse que com o seu livro Unit Origami: Multidimensional Transformations, publicado em inglês inspirou muitos origamistas no ocidente.(RAFAEL, 2011, p.18).*

Portanto, diante do exposto, acredita-se que o uso do origami como um recurso didático contribui com o desenvolvimento do raciocínio investigativo, a criatividade e o senso estético do aluno, além de proporcionar interação com seus pares como indicam os PCN:

*Interagir com seus pares de forma cooperativa, trabalhando coletivamente na busca de soluções para problemas propostos, identificando aspectos consensuais ou não na discussão de um assunto, respeitando o modo de pensar dos colegas e aprendendo com eles. (BRASIL, 1997, p. 37).*

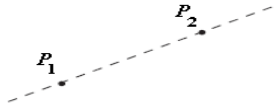
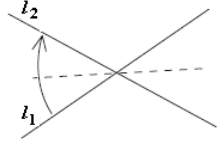
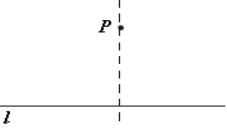
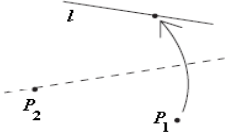
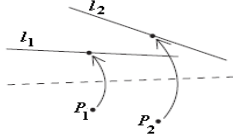
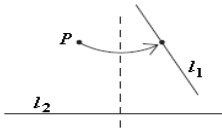
No que tange esta pesquisa, então, o origami não é visto apenas como uma “arte de dobrar papel”, mas sim como um objeto de aprendizagem contido de um corpo axiomático com embasamento matemático, a fim de assegurar um ensino significativo.

Assim como nas construções geométricas tradicionais, aquelas feitas por dobraduras também são regidas por um conjunto de axiomas que permite provar a existência de cada dobra possível de ser realizada. Rafael (2011) destaca o matemático Humiaki Huzita, que aponta seis operações que ficaram conhecidas como axiomas de Huzita. Anos depois Koshiro Hatori mostrou uma dobragem diferente dos axiomas existentes, surgindo, então, o sétimo axioma.

De acordo com Monteiro (2008), foi somente em 2003 que Robert Lang publicou em sua página na internet as sete combinações de dobras conhecidas agora como axiomas de Huzita-Hatori, sendo eles, conforme demonstrados na tabela 2, a seguir:



**Tabela 2: Axiomas de Huzita-Hatori**

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |                                                                                      |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------|
| <p><b><u>Axioma 01:</u></b></p> <p>Dados dois pontos, <math>P_1</math> e <math>P_2</math>, há uma dobragem que passa pelos dois pontos.</p>                                                                                                                                                                                                                                |    |
| <p><b><u>Axioma 02:</u></b></p> <p>Dados dois pontos, <math>P_1</math> e <math>P_2</math>, há uma dobragem que as torna coincidentes.</p>                                                                                                                                                                                                                                  |   |
| <p><b><u>Axioma 03:</u></b></p> <p>Dadas duas retas, <math>I_1</math> e <math>I_2</math>, há uma dobragem que as torna coincidentes.</p>                                                                                                                                                                                                                                   |    |
| <p><b><u>Axioma 04:</u></b></p> <p>Dados um ponto <math>P</math> e uma reta <math>I</math> há uma dobragem perpendicular a <math>I</math> que passa por <math>P</math>.</p>                                                                                                                                                                                                |    |
| <p><b><u>Axioma 05:</u></b></p> <p>Dados dois pontos, <math>P_1</math> e <math>P_2</math>, e uma reta <math>I</math>, se a distância de <math>P_1</math> a <math>P_2</math> for igual ou superior a distância há uma dobragem que faz incidir <math>P_1</math> em <math>I</math> e que passa por <math>P_2</math>.</p>                                                     |    |
| <p><b><u>Axioma 06:</u></b></p> <p>Dados dois pontos <math>P_1</math> e <math>P_2</math>, e duas retas <math>I_1</math> e <math>I_2</math>, se as retas não forem paralelas e se a distância entre as retas não for superior a distância entre os pontos, há uma dobragem que faz incidir <math>P_1</math> em <math>I_1</math> e <math>P_2</math> em <math>I_2</math>.</p> |  |
| <p><b><u>Axioma 07:</u></b></p> <p>Dado um ponto <math>P</math> e duas retas <math>I_1</math> e <math>I_2</math>, se as retas não forem paralelas, há uma dobragem que faz incidir <math>P</math> em <math>I_1</math> e é perpendicular a <math>I_2</math>.</p>                                                                                                            |  |

Fonte: adaptado de MONTEIRO, 2008, p. 9-10.

Assim, através dos axiomas da Geometria do origami será possibilitado ao aluno desenvolver sua destreza manual, além de compreender conceitos geométricos como: simetrias, congruências, ângulos, razões, proporções, dentre outros.

## A PESQUISA

A pesquisa foi realizada em três turmas de 6º ano do Ensino Fundamental com aproximadamente 62 alunos. Trata-se de uma escola pública localizada na cidade de Belo Horizonte.

O projeto “Sólidos de Platão com Origami Modular” teve como objetivo principal propor uma alternativa para a abordagem e reconhecimento dos sólidos e os elementos que os compõem, além de eixos e planos de simetria. Para tanto, foram destinadas seis aulas com duração de 60 minutos cada.

A distribuição das atividades foi a seguinte:

- 1ª aula: destinada a uma explanação geral sobre a Geometria Espacial, o reconhecimento dos sólidos geométricos e os elementos que os compõem. A separação de corpos redondos e poliedros, a fim de apresentar os Poliedros Platônicos. Esta aula foi expositiva e teve o auxílio do aparelho de data show.

No fim deste horário, o professor explicou como seriam realizadas as aulas nos dias seguintes. Falou sobre o origami, e revelou como seria a dinâmica dos próximos encontros, onde os alunos deveriam se organizar em grupos de aproximadamente seis componentes e providenciar régua, transferidor, lápis e borracha;

- 2ª aula: destinada à confecção dos módulos e montagem do Hexaedro;
- 3ª aula: destinada à confecção dos módulos e montagem do Dodecaedro;
- 4ª aula: destinada à confecção dos módulos e montagem do Icosaedro;
- 5ª aula: destinada à confecção dos módulos do Icosaedro;
- 6ª aula: destinada à montagem do Icosaedro. Porém, este último sólido demandou duas aulas, pois o número de módulos é grande e a montagem exige um pouco mais de dedicação.

Vale ressaltar que, para a produção dos Poliedros Platônicos deste projeto, com exceção do hexaedro, que é feito com uma folha quadrada, todos os outros moldes são obtidos a partir de folhas no formato retangular. Esta escolha foi devido ao maior aproveitamento das folhas, que normalmente são vendidas no tamanho A4.

Além disso, existe um tipo de papel específico para origami, porém, por ser um papel especial, ele não é facilmente encontrado no mercado e seu valor aquisitivo é alto. Aqui, então, optou-se pelo uso da folha *creative papers* no formato A4, por sua gramatura, cores fortes, preço acessível e fácil aquisição.

Para a confecção de cada poliedro foi distribuído, por grupo, a seguinte quantidade de material para cada grupo:

- Tetraedro: duas folhas A4 inteiras;
- Hexaedro: seis folhas quadradas obtidas a partir da folha de formato A4;
- Octaedro: quatro folhas retangulares obtidas da metade da folha de formato A4;
- Dodecaedro: doze folhas retangulares obtidas da quarta parte da folha de formato A4;
- Icosaedro: dez folhas retangulares obtidas da quarta parte da folha de formato A4.

A dinâmica das aulas incentivou o trabalho cooperativo, de modo que os colegas de grupo colaboraram uns com os outros. Sabe-se, porém, que nem todos os alunos possuem habilidades para realizar as dobras, mas seguindo as orientações do professor, é possível acompanhar e obter os resultados esperados pelas atividades propostas.

A primeira relevância do trabalho apresentado foi o fato de perceber o quanto os alunos possuíam dificuldades para manusear instrumentos como régua e transferidor. Para exemplificar será discorrido sobre a construção do módulo do Hexaedro, que foi o primeiro poliedro a ser montado.

Para gerar a peça deste sólido, é necessário obter um quadrado a partir de uma folha retangular, e, em seguida, deve-se dividir este quadrado em três partes iguais. Isso é possível pelo quarto axioma, porém, é necessário realizar uma sequência de dobras até atingir o resultado desejado. A primeira delas é dobrar uma diagonal do quadrado, a segunda é marcar, também com uma dobra, o ponto médio de um dos lados do quadrado e, por fim, efetuar um vinco gerador do ângulo de  $60^\circ$  com o ponto médio que intercepta a diagonal marcando, assim, o ponto que indica onde a folha deve ser dobrada para se obter  $1/3$  do papel.

Portanto, como é necessário efetuar várias dobras para encontrar o ponto de intersecção, os alunos confundem um pouco as marcas que ficam no papel. Porém, o professor encontrou uma estratégia que facilita o encontro do ponto: para evitar que o papel fique muito marcado com dobras, o aluno usa a régua para substituir uma delas,

ou seja, a régua é posicionada, mas a dobra não é feita e se marca com um lápis apenas o ponto de intersecção.

Apesar de parecer confuso, o processo é simples, mas requer atenção dos alunos na execução de cada dobra. Este sólido foi escolhido para a primeira aula por apresentar dobras simples e uma montagem fácil onde os encaixes são visivelmente notáveis. Todos os grupos conseguiram encaixar os módulos para montar os sólidos, mas deve-se enfatizar que alguns contaram com a ajuda de colegas ou do professor.

O sólido escolhido para a segunda aula foi o dodecaedro que, apesar de apresentar dobras um pouco mais complicadas na obtenção dos módulos, tem uma montagem bem intuitiva. Os alunos conseguiram perceber as faces pentagonais e localizar os “bolsos” que permitiam os encaixes. Todos os grupos montaram este sólido, e nenhum precisou da intervenção do professor.

Os últimos poliedros a serem montados foram o Tetraedro, Octaedro e Icosaedro. Os moldes destes sólidos têm a mesma dobragem, só diferindo no tamanho e na quantidade necessária para produzir cada um. Estes últimos sólidos são todos formados por faces triangulares e como cada um tem um tamanho e também quantidade diferentes de módulos, alguns alunos fizeram observações de semelhança e congruência, o que indica que, mesmo que ainda não utilizem estes termos matemáticos, eles conseguiram fazer comparações relevantes entre os poliedros em questão.

Não houve grandes empecilhos para encaixar as peças do Tetraedro e do Octaedro, porém, o Icosaedro foi um pouco mais complicado de montar, tanto que os alunos utilizaram uma fita crepe como um recurso para evitar que as peças se soltassem. Esse procedimento não é recomendável por origamistas, mas foi aqui sugerido, devido ao grau de dificuldade da montagem deste sólido.

Durante a confecção de cada módulo o professor relembrou conceitos básicos da Geometria Plana e procurou estabelecer relações com a Geometria Espacial, referindo-se a termos geométricos a cada dobra e, sempre que possível, fazia menção a um axioma do origami.

Nesta fase de construção, foi importante sempre citar elementos geométricos e, quando necessário, explicar seus significados. É neste momento que o aluno assimilava as construções aos conceitos abordados.

Quando os módulos de cada poliedro eram finalizados, se fazia necessário chamar a atenção dos estudantes para o formato de cada face construída. Ainda neste contexto, foi importante aproveitar para resgatar os cálculos de perímetro e áreas de figuras planas.

Seguindo este ritmo as aulas ficaram cada vez mais interessantes, pois os alunos se mostraram incentivados a participar das atividades, despertando neles um espírito questionador que os permita descobrir, cada vez mais, coisas novas.

Então, manipulando o papel, o aluno foi convidado a “por a mão na massa”, ou seja, colocar a mão em seu objeto de estudo. Dessa forma, ele via e sentia – relação campo visual e tato – cada elemento sendo construído. Perpassando seus dedos sobre as arestas, tocava seus vértices e compreendia a formação de cada face daquele sólido que ele mesmo acabou de construir. Um objeto que se formou em suas mãos através de uma simples folha de papel antes tida como bidimensional, agora ocupava as três dimensões do espaço.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

As construções feitas neste projeto possibilitaram estabelecer relações entre a Geometria do origami e a Geometria euclidiana. Foi constatado que manipulando as dobraduras é possível construir um ângulo qualquer e, até mesmo, dividir uma folha quadrada em  $n$  partes iguais. Os origamis confeccionados pelos alunos possibilitaram que eles estabelecessem conexões entre as Geometrias ao utilizarem instrumentos tais como, régua e transferidor, para conferir os resultados obtidos. Observar estas conexões estabelecidas foi um grande avanço no processo de ensino e aprendizagem, pois, o aluno descobriu maneiras diferentes de executar a construção de diversas figuras, que só eram possíveis baseadas no estudo tradicional da Geometria Euclidiana.

Por fim, nota-se uma grande evolução dos alunos no manuseio dos instrumentos que já fazem parte de sua vida escolar há anos. Nas últimas aulas, a régua e o transferidor já eram utilizados de maneira adequada. Dessa forma, eles eram instigados a medir as arestas dos sólidos para certificarem se tinham o mesmo tamanho, posicionavam o transferidor para conferir os ângulos e eram desafiados a tentar construir novamente, através do origami, sem orientação do professor, os Poliedros Platônicos. Alguns conseguiram e deram um retorno muito positivo, acredita-se que isso só foi possível porque os alunos construíram cada objeto de estudo e constataram, dobra a dobra, cada conceito geométrico abordado.

Pôde-se perceber, no decorrer do processo, mais precisamente a partir da terceira aula de dobradura, que os alunos começaram a fazer afirmações e questionamentos bem matemáticos, tais como: “Onde encaixa este vértice?”, “É para dobrar na vertical ou horizontal?”, “Segura esta face para mim.”, dentre outras. Ouvir frases assim indica uma grande evolução no vocabulário matemático dos estudantes. Este aprimoramento da linguagem fez com que os alunos se sentissem mais seguros, pois, conseguiam empregar corretamente o nome de diversos elementos básicos da Geometria sabendo, exatamente do que se tratava.

Torna-se relevante dizer que as aulas foram muito produtivas e a participação foi significativa, o que mostra a possibilidade de se levar novas propostas de ensino para a sala de aula.

## REFERÊNCIAS

BRASIL, **Parâmetros Curriculares Nacionais:** matemática / Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC / SEF, 1997.

DANTE, L. R. **Tudo é Matemática:** 6ª série. São Paulo: Ática, 2005.

\_\_\_\_\_. **Projeto Teláris** – Matemática – 6º ano, São Paulo: Ática, 2014.

FERREIRA, F. E. **Ensino e Aprendizagem de Poliedros Regulares via a Teoria de Van Hiele com Origami.** 2013. 94 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) – Universidade Estadual Paulista, São José do Rio Preto, 2013.

FONSECA, M. C. F. R., LOPES, P. M., BARBOSA, G. G. M., GOMES, M. L. M. DAYRELL, S.S. M. M. M. **O Ensino da Geometria na Escola Fundamental:** Três questões para a formação do professor dos ciclos iniciais. 2. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2005.

GAZIRE, E. S. **O Não Resgate das Geometrias,** 217 f. 2000. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2000.

GIOVANNI, J. R., PARENTE, E. **Aprendendo Matemática** - 6º ano. São Paulo: FTD, 2007.

GRANDE, J. J. D. Percepção Espacial e Geometria Primária. In: LINDQUIST, M. M., SHULTE, A. P. **Aprendendo e Ensinando Geometria**. São Paulo: Atual, 1994. p. 156-167.

KANEGAE, M., IMAMURA, P. **Origami Arte e Técnica da Dobradura de Papel**. São Paulo: Aliança Cultural Brasil Japão, 1989. n. p.

LIMA, E. L.; CARVALHO, P. C. P.; WAGNER, E.; MORGADO, A. C. **A Matemática do Ensino Médio**, Rio de Janeiro: Sociedade Brasileira de Matemática, 2004. V. 2.

MONTEIRO, L. C. N., **Origami: História de uma Geometria Axiomática**. 2008. 111 f. Dissertação (Mestrado em Matemática para o Ensino) – Universidade de Lisboa, Lisboa, 2008.

RAFAEL, I. Origami. **Educação e Matemática**, Lisboa, n. 114 p. 16-22, set./out. 2011. Disponível em: [http://www.apm.pt/files/EM114\\_pp16-22\\_4e6489d4d25fc.pdf](http://www.apm.pt/files/EM114_pp16-22_4e6489d4d25fc.pdf). Acesso em: 4 abr. 2015.

# **A GEOMETRIA NA FORMAÇÃO DE NORMALISTAS MINEIROS(AS): 1890 a 1930**

Silvia de Castro de Barros  
Universidade Federal de Juiz de Fora/ PPG Educação Matemática  
[sbarros.mat@gmail.com](mailto:sbarros.mat@gmail.com)

Maria Cristina Araújo de Oliveira  
Universidade Federal de Juiz de Fora/ PPG Educação Matemática  
[mcrisoliveira6@gmail.com](mailto:mcrisoliveira6@gmail.com)

## **Resumo**

Este artigo tem como objetivo apresentar uma análise das propostas para o ensino de geometria aos normalistas mineiros(as) presentes nos cadernos de alunas da professora Alda Lodi na Escola de Aperfeiçoamento de Minas Gerais, confrontando-as com a legislação vigente no mesmo estado relativamente à formação de normalistas no período de 1890 a 1930. Tomou-se como referência, em um primeiro nível de compreensão, o conhecimento da legislação relativa à formação desses professores no período pesquisado, focalizando-se a presença da geometria como disciplina. A utilização dos cadernos como fontes para a pesquisa levou a um segundo nível de compreensão, por meio do qual se pode melhor compreender as práticas para o ensino da geometria efetivadas na formação dos professores primários. As principais fontes utilizadas para a investigação foram legislação educacional do estado de Minas Gerais e cadernos de alunas da professora Alda Lodi.

**Palavras-chave:** Normalistas; Geometria; Alda Lodi.

## **O INÍCIO DE TUDO**

Comenius, cientista, pedagogo, educador e escritor tcheco considerado o pai da didática moderna já demonstrava no século XVII sua grande preocupação com a formação de professores. Devido a essa preocupação foi que no ano de 1684 foi instituído por São João Batista de La Salle o primeiro estabelecimento destinado à formação de docentes, na cidade francesa de Reims. (Saviani, 2009, p. 143)

A Revolução Francesa e sua preocupação com a instrução popular trouxe à tona e intensificou os debates sobre a necessidade de criação de escolas cujo objetivo era preparar professores que seriam corresponsáveis pelas transformações pelas quais clamavam a sociedade, as Escolas Normais.

Pensando em implementar essa mudança foi que se instalou em Paris no ano de 1795 a primeira Escola Normal da França e em 1802 a Escola Normal de Pisa no norte da Itália, por Napoleão Bonaparte que seria responsável pela formação de professores para o ensino secundário.

No Brasil essa preocupação se inicia após a Independência a referência oficial à formação dos professores aparece pela primeira vez em 15 de outubro de 1827<sup>1</sup>, com a promulgação da Lei das Escolas de Primeiras Letras cujo ensino era desenvolvido pelo método mútuo.

Em 1835 é instituída no país a primeira Escola Normal na província do Rio de Janeiro, em Niterói; após esta escola outras surgem em diversas províncias como, por exemplo, Minas Gerais e São Paulo.

## **AS ESCOLAS NORMAIS E A FORMAÇÃO DE PROFESSORES EM MINAS GERAIS: QUAL GEOMETRIA ENSINAR?**

Em Minas Gerais a primeira Escola Normal foi criada na cidade de Ouro Preto através da Lei n. 13, de 28 de março de 1835, em seu artigo 7º, mas somente foi instituída em 5 de agosto de 1840, ficando sua direção a cargo do professor Francisco de Assis Peregrino. Tal instituição foi de enorme importância na formação daqueles que desejavam e tinham como sonho o magistério. A Escola Normal nasceu da preocupação dos dirigentes mineiros com a organização da instituição e com o sistema público de educação elementar.

Com a morte do professor Francisco de Assis Peregrino as atividades da Escola Normal são interrompidas por um longo período até que em 1846, através da Lei n. 13 é novamente estabelecida tendo em sua direção Antônio José Osório de Pinna Leitão. Em 1852 é novamente fechada voltando a funcionar em 1871, agora em caráter definitivo, pela Lei n. 1769. Essa inconstância em seu funcionamento determinou o registro na literatura sobre a formação de professores em Minas Gerais da criação de uma Escola Normal no estado somente a partir de 1871. Nessa época os professores precisavam ir até a Escola Normal do Rio de Janeiro para se habilitarem aos novos métodos de ensino dos países civilizados transmitidos nessa instituição. (Gouvêa & Rosa, 2000, p. 6). À época as Escolas Normais tinham a finalidade de habilitar professores para o ensino primário já que não existiam cursos superiores para essa formação.

A Escola Normal tinha como objetivo formar um modelo ideal de professor. Segundo Gouvêa & Rosa

*A Escola Normal foi o espaço legitimado de produção e circulação de um saber pedagógico que tentava racionalizar as práticas educativas escolares, tendo como papel principal a formação dos sujeitos que seriam autorizados a formarem as novas gerações. Tais sujeitos deveriam apresentar uma conduta moral coerente com o papel de modelo para população e agente do estado nos diversos municípios. Para os dirigentes mineiros, na primeira metade do século XIX, o professor ideal era aquele que fosse abnegado, que encarasse a profissão como um sacerdócio, que possuísse uma sólida formação religiosa, que tivesse frequentado a Escola Normal, onde ali aprendesse os métodos de ensino e os conhecimentos exigidos pela lei. O domínio dos saberes pedagógicos não era suficiente, combinando-se com critérios de ordem moral, em consonância com o ideário compreendia a educação como estratégia de moralização da pobre população da província, de maneira a garantir condições de governabilidade. Educar era assim moralizar o povo, de acordo com os valores dos países europeus ditos civilizados.*

(Gouvêa & Rosa, 2000, p. 6)

---

<sup>1</sup> Disponível em < <https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/99972> >

A capacidade profissional do professor era importante, mas sua conduta moral era ainda mais relevante. Quando do processo de contratação do professorado era avaliado além de seu desempenho nos conteúdos propriamente escolares, a documentação que atestasse suas qualidades morais para o exercício da docência. Outra forma de selecionar o professor era feita através do pagamento de uma taxa de inscrição que afastava das vagas oferecidas a parcela pobre da população, fazendo uma seleção segundo a classe social econômica. Mas, o principal objetivo da Escola Normal era formar professores que estivessem em consonância com as novas metodologias de ensino vigentes na época.

Após a reabertura a frequência da Escola Normal de Ouro Preto era de homens e mulheres em cursos de dois anos de duração com lições alternadas. Compunham o currículo as seguintes disciplinas: Instrução Moral e Religiosa, Gramática da Língua Nacional, Aritmética, Sistema Métrico e Elementos da Geometria, Noções Gerais de Geografia e História, Geografia do Brasil, (mormente da província), Leitura Refletida da Constituição, Pedagogia e Legislação do Ensino, uma aula de Ensino Linear e Música.

No estado de Minas Gerais duras críticas foram feitas à instrução pública no século XIX. Criticava-se a falta de escolas, de materiais, a ausência de professores devidamente habilitados para o exercício da profissão, a falta de escolas normais que preparassem adequadamente os professores para o trabalho pedagógico. Esta última crítica era considerada pelos administradores da província a principal causa do atraso em que se encontrava a instrução pública elementar mineira, sendo esse o motivo que alavancou a criação da Escola Normal de Ouro Preto (Gouvêa & Rosa, 2000).

A partir de 1871 a importância adquirida pelas Escolas Normais na formação de professores é tão significativa no estado de Minas Gerais que as duas escolas que havia, em Ouro Preto e Campanha, se multiplicaram em outros locais. Em 1879 o número já havia saltado para cinco e em 1894 o número já chegava a nove. Nesse ano é criada a primeira Escola Normal de Juiz de Fora que atuou até 1907. Mais tarde, em 1928, é fundada a Escola Normal Oficial de Juiz de Fora, hoje Instituto de Educação de Juiz de Fora, que durante 70 anos foi responsável pela formação dos professores primários.

Com a Reforma Afonso Pena, Lei n. 41, de 3 de agosto de 1892, é proposta uma nova organização da instrução pública mineira. Em 1893 o Decreto n. 601, de 27 de fevereiro regulamenta as Escolas Normais. A partir desta data a mulher era convocada a participar da instrução pública iniciando sua participação na docência e marcando tal atividade como uma função tipicamente feminina.

No estado de Minas Gerais, em 21 de outubro de 1901 com o Decreto nº 1479<sup>2</sup> assinado pelo Dr. Francisco Silviano de Almeida Brandão, a lei n. 318 de 16 de setembro de 1901 alterando a estrutura das Escolas Normais é posta em execução, da parte referente à Secretaria do Interior. Em seu artigo 11 define que a Aritmética Elementar, a Geometria Plana e o Desenho Linear constarão na grade do curso normal.

Em 28 de setembro de 1906 com a Reforma João Pinheiro, através da Lei n. 439, é criada a Escola Normal da Capital que atendia exclusivamente ao público feminino, cujo curso tinha a duração de três anos.

Na década de 1920, no governo Antônio Carlos Ribeiro de Andrada, a expansão da rede estadual do estado de Minas Gerais, a fundação da Escola de Aperfeiçoamento e a possibilidade da experimentação de novos métodos de ensino foram iniciativas intimamente relacionadas com a ida de professores mineiros aos Estados Unidos para realizarem estudos e se capacitarem.

---

<sup>2</sup> Disponível em <<https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/115910>>



A Escola de Aperfeiçoamento situava-se em Belo Horizonte e tinha como objetivo permitir às professoras primárias mineiras que frequentassem curso sintonizado com os princípios da Escola Nova para que estas pudessem seguir as novas diretrizes pedagógicas. Nessa época, entre 1928 e 1930, mais de três mil unidades de ensino primário e vinte e uma Escolas Normais são criadas, momento de expansão do sistema público de ensino mineiro. Tal expansão foi responsável pela profissionalização do professor primário e consolidou a Escola Normal como lugar específico para sua formação e especialização. (Gouvêa & Rosa, 2000)

No corpo docente da Escola de Aperfeiçoamento destacava-se a professora mineira Alda Lodi, nascida em Belo Horizonte, em 17 de dezembro de 1898. Alda Lodi foi professora da primeira classe mista da Escola Normal Modelo. Responsável pela formação de várias gerações de professores para os anos iniciais e professores de Matemática em Minas Gerais nesta Escola, entre 1927 e 1950. Lecionava Metodologia da Aritmética na Escola de Aperfeiçoamento e no Curso de Administração Escolar, em Belo Horizonte, onde foi também diretora. Alda Lodi foi uma das fundadoras da Escola de Aperfeiçoamento e uma das cinco professoras escolhidas pelo então Secretário dos Negócios do Interior de Minas Gerais, Francisco Campos, para aprimorar sua formação docente no Instituto Internacional do *Teacher's College*, na Universidade de Coimbra, em Nova York, Estados Unidos, entre 1927 e 1929, centro mundialmente famoso por divulgar na época o método da Escola Ativa. Nessa época acontecia em Minas Gerais a chamada Reforma Francisco Campos, uma grande reforma no Ensino Primário e Normal. (Reis, 2014, p. 36)

#### **AS NORMATIVAS OFICIAIS RUMO À SALA DE AULA: A GEOMETRIA NA EXPERIÊNCIA DA PROFESSORA ALDA LODI**

A Escola de Aperfeiçoamento nasceu como um centro de estudos e pesquisas que seria responsável pela renovação do ensino. No início esteve sob a influência americana quanto às ideias da Escola Nova e foi com base nessa influência que as cinco professoras fundamentaram as novas práticas introduzidas, mas houve também influência europeia relativamente às propostas mais ligadas à psicologia. (*IDEM, IBDEM*)

As disciplinas do programa oficial da Escola construído em 1937 no que diz respeito a saberes matemáticos continha entre outras Metodologia da Aritmética, Desenho e Modelagem no primeiro ano. No segundo ano constavam Metodologia (referente a cada uma das matérias do curso primário), Desenho e Modelagem. Nesse programa do segundo ano já aparecia a Metodologia da aritmética e da Geometria. (Reis, 2014, p. 38)

As Aulas da Escola de Aperfeiçoamento eram de segunda a sábado em um regime de 14 a 15 horas diárias e tinham como objetivo a formação de professores que iriam lecionar nas Escolas Normais, profissionais que iriam difundir as novas ideias e técnicas de ensino para outros professores do Estado.

Extinta em 1946 deu origem ao Curso de Pedagogia do Instituto de Educação de Minas Gerais, em 1972.

Helena Lopes, aluna de Alda Lodi no curso de Administração Escolar entre 1949 e 1950, na disciplina Metodologia da Aritmética descreve o método de ensino da professora

*[...] Dona Alda Lodi dava, no início da aula, dez cálculos mentais, que você tinha que prestar atenção naquela colocação... naquele problema, vamos colocar como problema mesmo, ela falava um problema e você tinha que prestar atenção e dar a resposta e havia gráficos de quantos*

*acertos você fazia; o gráfico não era comparativo com outros alunos; ela mandava que você fizesse o seu próprio gráfico; cada dia de aula de matemática, ela dava os 10 cálculos mentais... quer dizer, aquilo era um exercício mental; eu não via nisso uma resposta só imediata, não; você tinha que elaborar mentalmente aquele problema que estava sendo proposto, podia ser uma simples operação,  $3 + 2$ , numa hipótese, mas sempre envolvia uma situação problema para você colocar uma resposta.*

(Lopes 2011, *apud* Reis, 2014, p. 46)

O relato desta aluna nos leva a crer que não havia a possibilidade de uma resposta decorada mas se fazia necessário a elaboração mental da resposta. Em treze cadernos de algumas alunas da professora Alda Lodi para os conteúdos de Matemática e Aritmética que foram analisados e cujas observações constam da tese de Doutorado de Diogo Alves de Farias Reis (2014), se pode ver nitidamente a preocupação da mestra em mostrar a essas professorandas como iriam ensinar às crianças da escola primária, ou seja, a metodologia a ser aplicada. Nos cadernos de Matemática cujas alunas não tiveram seu nome mencionado e que por isso são numerados (aluna 1, aluna 2, etc) aparecem conteúdos como porcentagem, regra de três e álgebra. Nos de Aritmética aparecem conteúdos que não pertencem à escola primária como matemática comercial e financeira, cálculo de áreas e volumes, razão e proporção, etc. Em um dos cadernos aparecem conteúdos de geometria, expressões numéricas e problemas de Aritmética resolvidos. (Reis, 2014, p. 80).

O primeiro caderno é chamado de caderno da aluna 1 e constam desse caderno apenas exercícios de aula e de casa não apresentando nenhum outro tipo de apontamento.

O exercício abaixo consta do caderno e nos dá uma noção do nível de dificuldade desses exercícios.

Exercício 1: Em um local há 60 fardos de 150 Kg cada um com a densidade 5. Tendo o local 2 m de largura por 1,5 de comp e 2 de altura. Quantos fardos ainda poderão ser postos nele?

**Figura 1: Caderno de uma aluna da professora Alda Lodi**

Em um local há 60 fardos de 150 Kg cada um com a densidade 5. Tendo o local 2 m de largura por 1,5 de comp e 2 de altura. Quantos fardos ainda poderão ser postos nele?

$$150 \div 5 = 30 \text{ dm}^3$$
$$30 \times 60 = 1800 \text{ dm}^3$$
$$2 \text{ m} \times 1,5 \text{ m} \times 2 \text{ m} = 20 \times 15 \times 20 = 6.000 \text{ dm}^3$$
$$6.000 - 1800 = 4.200 \text{ dm}^3$$
$$4.200 \div 30 = 140 \text{ fardos.}$$

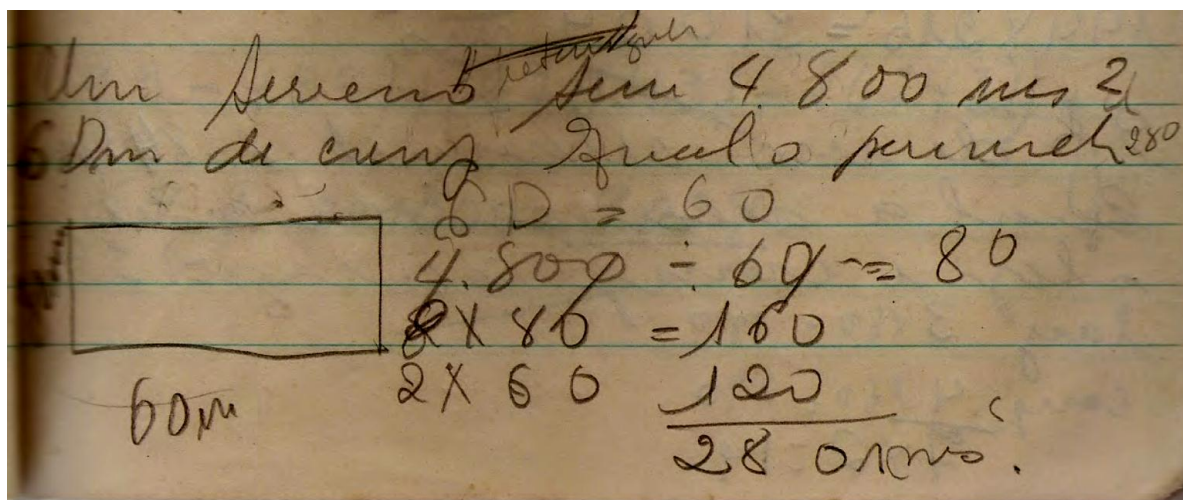
Fonte: Arquivo Pessoal Alda Lodi digitalizado por Diogo Reis, 2014

Calculou-se primeiramente o volume de cada um dos fardos. A seguir, o volume dos 60 fardos que existiam no local e o volume do local fazendo inicialmente as conversões das unidades de metro para decímetro. Posteriormente se fez o cálculo de quantos fardos ainda caberiam no local. Os conhecimentos geométricos utilizados no exercício dizem respeito à obtenção do volume dos fardos e do local, sistema métrico decimal e conversão de unidades de medida e as quatro operações matemáticas básicas.

Os exercícios abaixo, contidos no caderno 2 da aluna 1, datado de 14/10/1941, em cuja capa a mesma escreveu a palavra Matemática, foram elaborados sob a forma de problemas, tratavam de conteúdos como o cálculo de área e de perímetro de terrenos e reservatórios com a forma retangular e cilíndrica respectivamente.

Exercício 2: Um terreno retangular tem  $4800 \text{ ms}^2$ , 6 Dm de comp. qual o perímetro?

Figura 2: Caderno de uma aluna da professora Alda Lodi



Fonte: Arquivo Pessoal Alda Lodi digitalizado por Diogo Reis, 2014

Não sabemos de que forma esses exercícios eram passados às alunas, se escritos na lousa para serem copiados em seus cadernos ou se eram ditados em voz alta pela professora. Assim, no problema abaixo parece-nos que a aluna ao copiá-lo se esqueceu de escrever a palavra “retangular” e por isso acrescentou-a ao enunciado.

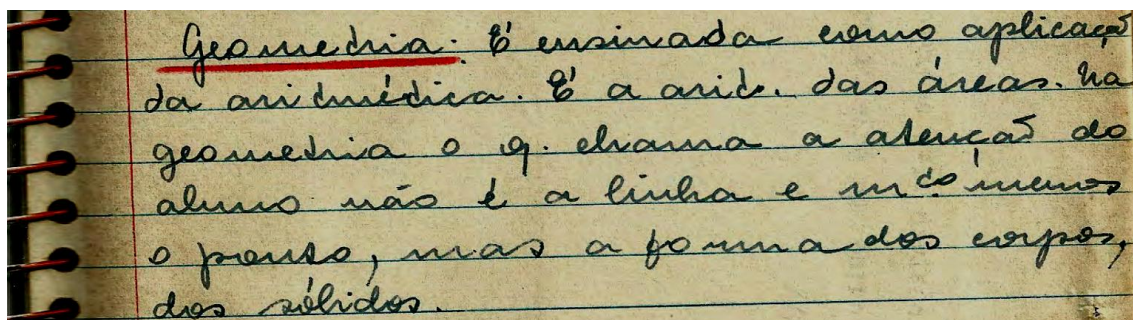
O enunciado não faz referência explícita ao fato da medida dada,  $4800 \text{ ms}^2$ , corresponder à área do terreno, o que pode ser concluído a partir da unidade de medida apresentada  $\text{ms}^2$  e da questão formulada. A unidade de medida da área,  $\text{ms}^2$ , apresenta uma notação distinta da utilizada atualmente,  $\text{m}^2$ . Embora no exercício original a medida do comprimento venha escrita como 6 dm (abreviatura atual de decímetro), observando a resolução do exercício podemos notar que a medida foi convertida para 60 m o que nos leva a crer a unidade, na realidade, se tratava de decâmetro que a aluna notou como Dm. Na solução a aluna dividiu a área total pelo comprimento encontrando a largura do terreno, calculando após o perímetro. Os conhecimentos geométricos mobilizados aqui dizem respeito à obtenção da área do retângulo, perímetro do retângulo, sistema métrico decimal e conversão de unidades de medida.

Assim como nos dois exemplos acima, neste caderno os problemas onde a Geometria está presente, em sua maioria são exercícios que certamente poderiam estar



inseridos no cotidiano do aluno. Notamos, porém que não são problemas apenas onde se quer explorar os conteúdos geométricos mas exercícios combinados com conteúdos aritméticos o que praticamente é justificado por apontamentos que constam do caderno da aluna Hilda Gomes que cursava o 2º ano do curso de Administração onde se pode ler que “Geometria: é ensinada como aplicação da aritmética. É a aritmética das áreas. Na geometria o que chama a atenção do aluno não é a linha e muito menos o ponto, mas a forma dos corpos, dos sólidos.”

Figura 3: Caderno de uma aluna da professora Alda Lodi

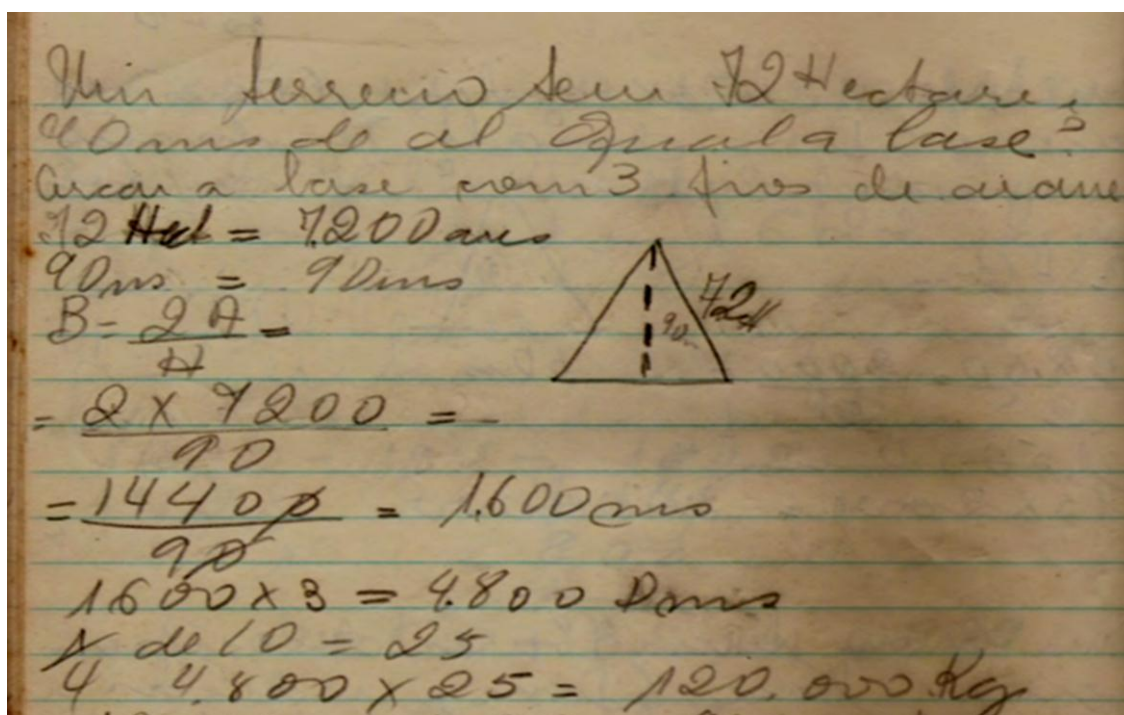


Fonte: Arquivo Pessoal Alda Lodi digitalizado por Diogo Reis, 2014

Ainda no mesmo caderno aparece o exercício a seguir que abre um precedente para que sejam incluídos nos exercícios algumas fórmulas para o cálculo de área das figuras geométricas.

Exercício 3: Um terreno tem 72 hectare e 90 ms de al. qual a base? Cercar a base com 3 fios de arame.

Figura 4: Caderno de uma aluna da professora Alda Lodi



Fonte: Arquivo Pessoal Alda Lodi digitalizado por Diogo Reis, 2014

No exercício acima não há nada em seu enunciado que diga que seria um terreno de forma triangular e foi o desenho que a aluna fez que nos deu essa informação. Iniciou-se o exercício fazendo as transformações de unidades (de hectare para are), encontrou-se a base usando a fórmula de cálculo da área de um triângulo e depois multiplicou-se o resultado pelos três fios de arame que de acordo com o problema deveriam cercar a base do terreno.

Existem ainda no exercício alguns cálculos, nas três últimas linhas mais especificamente, que de acordo com o enunciado não necessitariam ser feitos. Acreditamos que tenham sido pedidos oralmente pela professora Alda Lodi mas que a aluna não registrou por escrito.

De acordo com os apontamentos da aluna as fórmulas para cálculo das áreas das figuras geométricas também são apresentadas usando situações que, podemos imaginar, eram do cotidiano dos alunos embora não tenham enunciado, mas somente as aplicações.

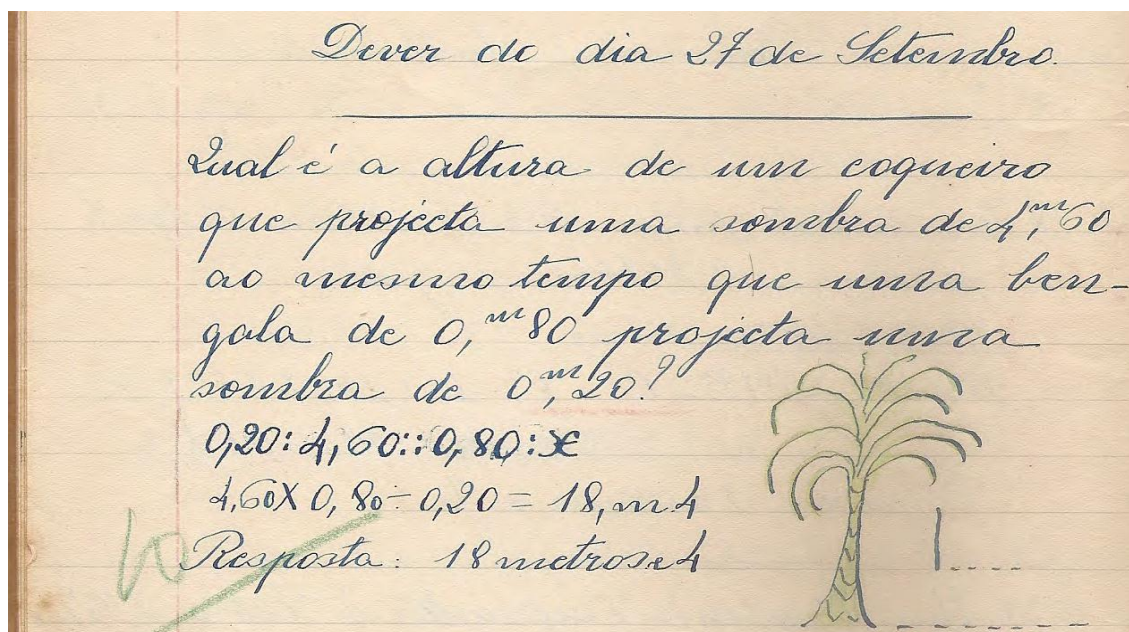
Os conhecimentos que as alunas deveriam apresentar neste exercício eram a fórmula para o cálculo da área do triângulo, sistema métrico decimal e a conversão de suas unidades.

Pudemos observar nesses exercícios e em outros que constam dos cadernos que os mesmos são sempre sob a forma de problemas e não se apresentam de forma simples, ou seja, não podem ser resolvidos com a utilização de poucos cálculos, são problemas com certo grau de complexidade que não trazem apenas a Geometria mas são combinados com a Aritmética e requerem raciocínio mais elaborado.

No caderno 3 da aluna Amália Sá Noronha Paschoal retiramos como exemplo o seguinte exercício de geometria:

Exercício 4: Qual é a altura de um coqueiro que projeta uma sombra de 4 m, 60 ao mesmo tempo que uma bengala de 0,80 m projeta uma sombra de 0,20m?

Figura 5: Caderno de uma aluna da professora Alda Lodi

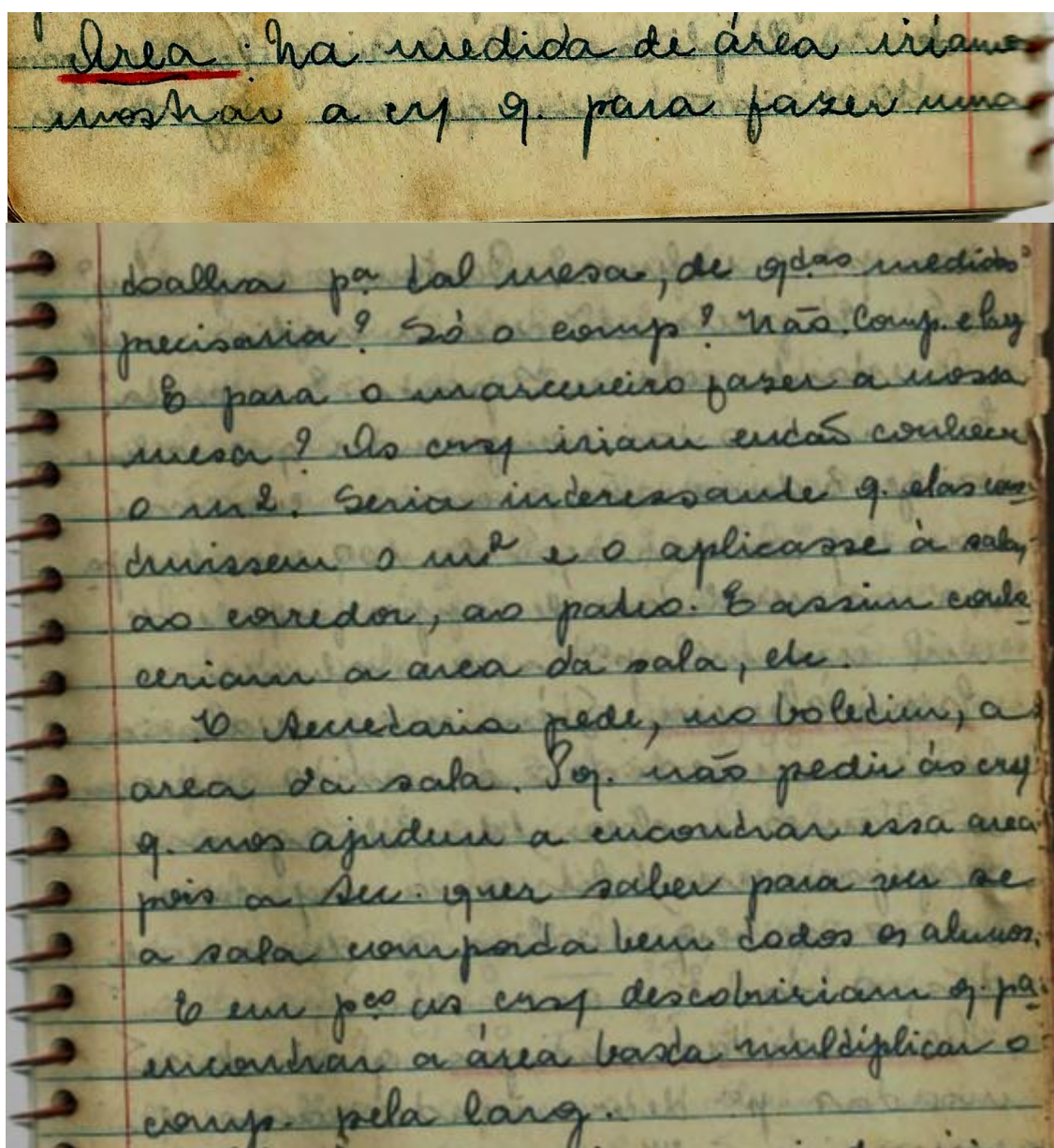




O exercício requer da aluna conhecimentos de propriedades de semelhança entre triângulos além de resolução de proporção e suas propriedades.

Ainda no caderno da aluna Hilda Gomes eram feitas considerações acerca da utilização de situações do cotidiano do aluno na elaboração dos exercícios. Também era explicado nos apontamentos da aluna a forma pela qual seu aluno chegaria à conclusão de que para fazer o cálculo da área de qualquer objeto bastaria apenas multiplicar o comprimento do mesmo por largura. Assim

Figura 6: Caderno de uma aluna da professora Alda Lodi

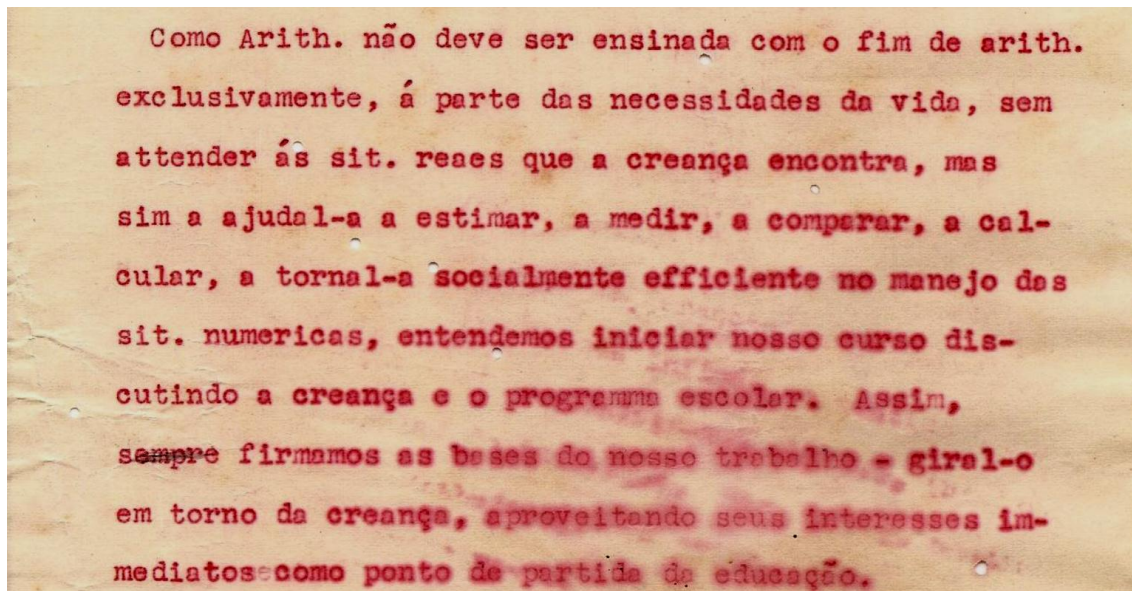


Fonte: Arquivo Pessoal Alda Lodi digitalizado por Diogo Reis, 2014

Considerações sobre o ensino de Aritmética e Geometria para o ensino primário estão presentes em textos datilografados pela professora Alda Lodi, além de uma listagem

de conteúdos a serem abordados na 1ª a 4ª séries do ensino primário. Em uma de suas considerações a professora Alda Lodi escreve

**Figura 7: Caderno de uma aluna da professora Alda Lodi**



Fonte: Arquivo Pessoal Alda Lodi digitalizado por Diogo Reis, 2014

Transcrição: “Como Aritmética não deve ser ensinada com o fim de aritmética exclusivamente, à parte das necessidades da vida, sem atender às situações reais que a criança encontra, mas sim a ajudá-la a estimar, a medir, a comparar, a calcular, a torná-la socialmente eficiente no manejo das situações. numéricas, entendemos iniciar nosso curso discutindo a criança e o programa escolar. Assim, sempre firmamos as bases do nosso trabalho- girá-lo em torno da criança, aproveitando seus interesses imediatos como ponto de partida da educação.”

De acordo com a professora Alda Lodi os cursos de Aritmética e Geometria deveriam, antes de ser ministrados, discutir o programa escolar e a criança para o qual seria adotado. Só depois, então, considerar-se de que maneira esses ensinamentos seriam aplicados ao cotidiano do aluno de forma a facilitar a sua vida e as situações problemas surgidas ao longo dela. A professora Alda Lodi põe em prática os princípios da escola nova estudados desde sua estada nos EUA, defendendo que se devia adequar o ensino à realidade das crianças.

## **CONSIDERAÇÕES FINAIS**

A formação do professor, ao longo dos anos de existência dos cursos normais foi tornando-se cada vez mais específica, com profissionais melhor capacitados para a formação dos futuros professores. Um exemplo foi a oportunidade dada no governo Antônio Carlos Ribeiro de Andrada na década de 1920, quando da expansão da rede estadual do estado de Minas Gerais e a fundação da Escola de Aperfeiçoamento. A

possibilidade da experimentação de novos métodos de ensino foi o motivo da ida de professores mineiros aos Estados Unidos para realizarem estudos e se capacitarem.

A professora mineira Alda Lodi, membro do corpo docente da Escola de Aperfeiçoamento em Belo Horizonte e que lecionava Metodologia da Aritmética nesta escola e no Curso de Administração Escolar, foi uma das cinco profissionais enviadas para aprimorar sua formação docente entre 1927 e 1929 ao Instituto Internacional do *Teacher's College*, na Universidade de Coimbra, em Nova York, Estados Unidos, centro mundialmente famoso por divulgar na época o método da Escola Ativa (REIS, 2014, p. 36)

Ao retornar de seu curso de aprimoramento, a professora trouxe em sua bagagem propostas e princípios da Escola Nova que colocou em prática junto a seus alunos, dentre elas preparar e fazer do homem um questionador com a finalidade de resolver seus problemas cotidianos, oportunizar à criança a aprendizagem ativa, ou seja, aprender a agir vivenciando os problemas e dar a oportunidade de desenvolvimento de seu conhecimento se deparando com situações reais e concretas que despertem sua curiosidade e desenvolvam sua criatividade.

Tais características podem ser identificadas no exame do material da professora Alda Lodi, nos ensinamentos de questões de Aritmética e Geometria a seus alunos. Ela tinha a nítida preocupação em transmitir a eles questões que utilizariam com os alunos que refletissem situações que estes enfrentariam em seu dia-dia.

Nos apontamentos contidos nos cadernos de suas alunas, a Aritmética e a Geometria se confundiam, não havia a preocupação de separá-las já que uma dependia da outra para a resolução dos problemas propostos. Essa é também uma característica do ensino primário, onde as matérias são em geral um amálgama de saberes. Assim, as situações problemas intentam fazer referência a fatos corriqueiros presentes no cotidiano dos professores-alunos, que, em muitos casos, também poderiam ser utilizados na atividade de ensino no primário. Eram questões relativas a terras, dinheiro, compra, venda, construção de objetos ou locais para a melhora de suas vidas. Era a Matemática aplicada à vida do cidadão comum.

## REFERÊNCIAS

RIO DE JANEIRO. Lei de 15 de outubro de 1827- **Criação de Escolas de Primeiras Letras em todas as cidades, villas e logares mais populosos do Imperio**. Disponível em: <<https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/99972>>. Acesso 8 jan. 2015.

MINAS GERAIS. Secretaria de Educação. Estado de Minas Gerais. Decreto nº 1479, de 21 de outubro de 1901- **Põe em execução a lei n. 318 de 16 de setembro de 1901, da parte referente a Secretaria do Interior**. No Art. 11 define que a Aritmética Elementar, a Geometria Plana e o Desenho Linear constarão na grade do curso normal. Disponível em: <<https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/115910>>- Acesso 8 jan. 2015

CARVALHO, Marta Maria Chagas de. **Pedagogia da Escola Nova, produção da natureza infantil e controle doutrinário da escola**. In: FREITAS, Marcos Cesar de; KUHLMANN JR., Moysés (orgs.). **Os intelectuais na história da infância**. São Paulo: Cortez Editora, 2002. Capítulo 13, p. 373-408.

GOUVÊA, Maria Cristina Soares de; ROSA, Walquiria Miranda. **A Escola Normal em Minas Gerais**- documento comemorativo dos 70 anos da SEE- MG- Lições de Minas - 2000 Centro de referência Virtual do Professor -



Disponível em: <http://crv.educacao.mg.gov.br> - acessado em 15/04/2104

OLIVEIRA, Delaine Gomes de. **Memórias e representações acerca da Escola Normal de Juiz de Fora**- Cadernos de História da Educação, nº 3- abr. 2004.

REIS, Diogo Alves de Farias. **História da formação de professores de Matemática do ensino primário em Minas Gerais: estudos a partir do acervo de Alda Lodi (1927 a 1950)**- Tese de Doutorado, UFMG, Belo Horizonte, 2014.

SAVIANI, Dermeval. **Formação de professores: aspectos históricos e teóricos do problema no contexto brasileiro**- Revista Brasileira da Educação, v.14. jan. /abr.- 2009

VIDAL, Diana Gonçalves. **80 anos do Manifesto dos Pioneiros da Educação Nova: questões para debate**- Downloaded from: Biblioteca Digital da Produção Intelectual - BDPI, Universidade de São Paulo Educação Pesquisa, São Paulo, v.39, n.3, p.577-588, 2013. Disponível em: <http://www.producao.usp.br/handle/BDPI/43429>  
Acesso em: 27 de julho de 2015

# A INCLUSÃO DA EDUCAÇÃO FINANCEIRA EM UM CURSO DE SERVIÇO DE MATEMÁTICA FINANCEIRA

Wesley Carminati Teixeira<sup>1</sup>  
Marco Aurélio Kistemann Junior<sup>2</sup>

## Resumo

O trabalho que apresentaremos a seguir encontra-se embasado em nossa pesquisa de mestrado intitulada: “A inclusão da Educação Financeira em um Curso de Serviço de Matemática Financeira para estudantes de um Curso de Administração” inserida no Grupo de Investigação Financeiro-Econômica (GRIFE) da UFJF, liderado pelo professor Dr. Marco Aurélio Kistemann Jr. Apresentaremos um Curso de Serviço de Matemática Financeira que discutirá temas ligados à Educação Financeira para estudantes de um curso de Administração de uma faculdade de Juiz de Fora. O nosso propósito ao sugerir a estruturação desse Curso de Serviço de Matemática Financeira foi de trazer para os estudantes de Administração um contato com os conceitos e temas ligados à Educação Financeira, pois havíamos percebido, ao longo dos anos em contato com nossos alunos, a pequena abordagem que existia em sua formação sobre temas da economia doméstica, tais como: cartão de crédito, financiamentos, imposto de renda, poupança e outros. Além disso, os livros de Matemática Financeira sempre trazem problemas hipotéticos e de pouca valia para a nossa realidade do dia a dia.

**Palavras-chave:** Educação Financeira, Matemática Financeira; Curso de Serviço; Educação Matemática.

## 1. Introdução

O que traremos para a discussão através desse artigo é parte integrante de nossa pesquisa de mestrado: “A inclusão da Educação Financeira em um Curso de Serviço de Matemática Financeira para estudantes de um Curso de Administração” inserida no Grupo de Investigação Financeiro-Econômica (GRIFE) da UFJF, liderado pelo professor Dr. Marco Aurélio Kistemann Jr.

Em nossa pesquisa apresentamos uma proposta para a criação de um Curso de Serviço de Matemática Financeira, utilizando preceitos e temas ligados à Educação Financeira. Obviamente, já havíamos trabalhado lecionando a disciplina de Matemática Financeira no ensino tradicional vigente (ETV) com a aplicação de fórmulas matemáticas

---

<sup>1</sup> Centro de Ensino Superior de Juiz de Fora – CES/JF, e-mail: wesleyteixeira@pucminas.cesjf.br

<sup>2</sup> Universidade Federal de Juiz de Fora – UFJF/MG, e-mail: marco.kistemann@ufjf.edu.br

ligadas ao conteúdo da disciplina, com a utilização de calculadoras financeiras HP 12C e resolvendo problemas típicos de qualquer curso de Matemática Financeira tradicional.

O grande incômodo desse curso convencional era a falta de problemas do cotidiano dos alunos e a completa ausência de se questionar e analisar os resultados obtidos. Ao propor esse Curso de Serviço de Matemática Financeira com temas ligados à Educação Financeira buscava exatamente o preenchimento dessa lacuna, pois trazíamos problemas ligados ao dia a dia do aluno do curso de Administração e o estudávamos e analisávamos. Isso sem nos esquecer da parte referente aos cálculos e fórmulas, mas com uma grande diferença, estávamos falando de um problema que ele vivencia todos os dias.

Segundo Kistemann Jr (2011), “Entendemos que a sociedade do século XXI não pode prescindir de discutir uma educação financeira, bem como significados em torno de ideias, que embasam-se em práticas conscientes de consumo, planejamento financeiro, tomada de decisões acerca de ações praticadas pelo indivíduo-consumidor, quando almeja adquirir um produto no qual deverá ter conhecimento para não ser ludibriado, bem como, adquirir hábitos que propiciem a arte de manejar criticamente os objetos matemáticos de cunho financeiro-econômicos.”

## **2. A Educação Financeira**

A partir da mudança de comportamento da sociedade brasileira nos últimos anos atribuída à estabilização econômica, passamos a ter outras preocupações e novas demandas ligadas ao consumo em excesso e ao planejamento financeiro das pessoas e das famílias. Com temas ligados ao planejamento orçamentário dos gastos mensais, de evitarmos endividamentos excessivos, de pouparmos para o futuro a fim de termos uma tranquilidade maior em nossas vidas e de quem nos cerca e de pensarmos numa vida com prosperidade passaríamos a ter a necessidade de nos educarmos financeiramente.

Segundo o Banco Central do Brasil, “A Educação Financeira é o processo mediante o qual os indivíduos e as sociedades melhoram sua compreensão dos conceitos e produtos financeiros. Com informação, formação e orientação claras, as pessoas adquirem os valores e as competências necessários para se tornarem conscientes das oportunidades e dos riscos a elas associados e, então, façam escolhas bem embasadas, saibam onde procurar ajuda e adotem outras ações que melhorem o seu bem-estar. Assim, a Educação Financeira é um processo que contribui, de modo consciente, para a formação de indivíduos e sociedades responsáveis, comprometidos com o futuro.”

Ou seja, a Educação Financeira passa a ter um papel extremamente importante nessa nova sociedade brasileira, pois com a possibilidade de consumirmos mais produtos e de nos depararmos com melhores oportunidades, passamos a ter de aperfeiçoar nosso comportamento diante de nossas finanças e planejamentos. Com uma melhor postura e compreensão dos conceitos e dos produtos financeiros poderemos fazer escolhas muito mais conscientes e sólidas, não comprometendo nosso futuro e nosso bem-estar.

Para Araújo e Calife (2014), “Assim, após mais de duas décadas, a educação financeira chega a sua verdadeira vocação: promover, de forma proativa, uma relação saudável do brasileiro com o dinheiro. Nesse contexto, o assunto tem enorme potencial para contribuir com a construção de uma economia muito mais sólida onde o melhor sinônimo de prosperidade é o equilíbrio no hoje e a conquista de patrimônio no futuro.”

Um dos principais objetivos da Educação Financeira é de nos reeducarmos no trato com as nossas finanças, mudando hábitos e reavaliando posturas para podermos viver

melhor o presente com equilíbrio financeiro e nos preparar para um futuro mais tranquilo e bem planejado.

É óbvio que uma mudança comportamental não é fácil e não acontece do dia para a noite, ela deve ser trabalhada cotidianamente com pequenas alterações de nossas posturas. Vários autores que realizaram trabalhos na área de Educação Financeira propõem uma vida mais simples e mais saudável, pois um dos maiores incômodos que as pessoas podem apresentar é uma vida financeira pouco saudável.

### **3. Os Cursos de Serviço**

O entendimento da necessidade de se construir novos procedimentos e mecanismos para o ensino da Matemática, como um todo, trazem questionamentos ao modelo do ensino tradicional vigente (ETV) que se tem apresentado. Além disso, essa busca em procurarmos adequarmos nossa conduta e mudança de comportamento frente aos desafios de se ensinar Matemática nos dias atuais vai de encontro à proposta dos cursos de serviço apresentadas em nossa literatura e que analisaremos à frente.

Para Silva, (2011), “O ensino é centrado no professor que expõe e demonstra rigorosamente a matéria no quadro, em aulas predominantemente exposito-explicativas. O aluno deve ter uma postura passiva nas aulas e seu papel no processo é o de reproduzir a linguagem e os raciocínios lógico estruturais ditados pelo professor. A concepção epistemológica prevalente do professor - muitas vezes inconsciente e com base no senso comum- é de que o conhecimento pode ser transmitido. Estas são algumas das características do que chamamos ensino tradicional vigente.”

Observamos, então, que o ensino tradicional vigente se consolida e se sustenta a partir da concepção de que o conhecimento é transmitido e transferido do professor para o aluno e não construído e elaborado numa parceria profícua entre o aluno e o professor, o que leva a muitas argumentações sobre essa temática.

A concepção de se oferecer o mesmo tratamento no ensino da Matemática e de suas aplicações para um curso de Administração, de Ciências Biológicas, de Engenharia e de Matemática é de muito questionamento, pois as particularidades embutidas em cada curso são muito diferentes, são aplicações diversas, com linguagens próprias de cada curso e de suas demandas.

Para Barroso (2013), “Para atender a necessidade do ensino de Matemática para não matemáticos, foram idealizados os cursos de serviço, cujo objetivo é examinar com alguma profundidade como a Matemática pode contribuir com a formação do futuro profissional.”

### **3. Metodologia e estratégias de ação**

As atividades investigativas apresentadas aos sujeitos de pesquisa têm a possibilidade de sugerir a construção das bases de um curso de Educação Financeira, destacando-se alguns temas de importante valia para estudantes de um curso de Administração. É bom frisarmos que existiam outros infinitos assuntos a serem abordados e de interesse dos graduandos, mas como tínhamos limitação de tempo e de conteúdos a

serem trabalhados, fizemos uma análise de quais seriam mais curiosos e pertinentes naquele momento para esse grupo.

Apresentaremos a seguir o modelo de uma das atividades investigativas realizadas pelos alunos do curso de Administração:

### Atividade 1: A Inflação e o Poder de Compra

#### TEXTO PARA REFLEXÃO:

Projeção do mercado para a inflação em 2015 dispara a 6,99%, diz BC  
*Da Reuters, 26/01/2015 – 09h47> Atualizada às 10h28*

A projeção de economistas de instituições financeiras para a inflação neste ano disparou para quase 7% após o anúncio de aumentos de impostos ao mesmo tempo em que a estimativa de crescimento da economia despencou.

No entanto, a projeção para a taxa básica de juros, a Selic, ao final de 2015 ficou inalterada.

De acordo com o Boletim Focus, realizado pelo Banco Central e divulgado nesta segunda-feira (26), a projeção para a alta do IPCA neste ano foi elevada pela quarta semana seguida, a 6,99%, contra 6,67% anteriormente.

A última vez que a inflação oficial brasileira ficou acima de 7% foi em 2004, quando o IPCA subiu 7,60%. A meta oficial é de 4,5%, com margem de 2 pontos percentuais para mais ou para menos.

A forte revisão da projeção no Focus aconteceu depois que o governo anunciou pacote de aumento de impostos, com destaque para tributos sobre combustíveis, como parte da investida do governo para colocar as contas públicas em ordem.

A alta dos preços administrados é uma das maiores fontes de pressão neste ano, e a estimativa para esse caso subiu para 8,70%, alta de 0,5 ponto percentual sobre a semana anterior.

O IPCA-15, prévia da inflação oficial, acelerou a alta de 0,89% em janeiro, maior nível em quase quatro anos, como resultado dos preços de alimentos e tarifas públicas, acumulando alta de 6,69% em 12 meses.

Para o final 2016, entretanto, a perspectiva para o IPCA no Focus foi reduzida em 0,1 ponto percentual, a 5,6%.

### PIB

Em relação ao crescimento do Produto Interno Bruto, para 2015 a estimativa despencou a 0,13%, contra 0,38% no levantamento anterior, quarta semana seguida de redução.

A economia deve melhorar em 2016 na visão dos especialistas consultados, mas a projeção foi reduzida em 0,26 ponto percentual, a 1,54%.

### JUROS

Os sinais de fraqueza da economia fizeram os economistas consultados a não mudar a projeção para a Selic neste ano, mesmo com a perspectiva de inflação mais alta. Segundo as revisões, a taxa básica de juros deve terminar 2015 a 12,50%.

O BC elevou a Selic pela terceira vez seguida na semana passada, a 12,25% ao ano, e sinalizou nova alta no curto prazo. Os agentes econômicos aguardam agora a divulgação da ata da reunião na quinta-feira (29) em busca de mais pistas sobre os próximos passos.

Para o final de 2016, a perspectiva da Selic também não mudou, ficando em 11,50%.

Disponível em:

< <http://www1.folha.uol.com.br/mercado/2015/01/1580451-projecao-do-mercado-para-a-inflacao-em-2015-dispara-a-699-diz-bc.shtml> > Acesso em 08 fev. 2015.

Responda às questões abaixo, justificando suas respostas sempre que se tornarem necessárias:

#### QUESTÃO 01

O que você entende por poder de compra?

#### QUESTÃO 02

Qual o significado da sigla IPCA e qual órgão é responsável pela sua elaboração?

#### QUESTÃO 03

Para que serve o IPCA?

#### QUESTÃO 04

A inflação acumulada de 01/07/1994 a 01/03/2015, medida pelo IPCA, foi de 385,29916% (Fonte: Banco Central do Brasil). Considerando a informação acima, você poderia calcular o poder aquisitivo de uma nota de R\$ 100,00 (lançada em 01/07/1994) em 01/03/2015?

#### QUESTÃO 05

Utilizando o raciocínio da questão anterior, você poderia dizer qual foi o percentual da perda do poder de compra da nota de R\$ 100,00 no período considerado?

#### QUESTÃO 06

Você costuma de utilizar os seus conhecimentos matemáticos na realização de suas atividades financeiras cotidianas? Por quê?

SUGESTÃO DE RESPOSTA: Somente para as questões objetivas e de conotação Matemática.

#### Questão 02

IPCA significa Índice Nacional de Preços ao Consumidor Amplo e o órgão responsável pela sua elaboração é o IBGE (Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística).

#### Questão 03

O IPCA é considerado o índice oficial de inflação do Brasil.

#### Questão 04

Em 01/07/1994, uma mercadoria custava x reais. Considerando a inflação no período, em 01/03/2015 ela custaria 4,8529916.x reais. Logo, aplicando-se uma Regra de Três Simples, teremos:

01/07/1994  
x reais

01/03/2015  
4,859916.x reais

R\$ ?

R\$ 100,00

$$? = \frac{100.x}{4,859916x} = R\$ 20,58$$

O poder aquisitivo de uma nota de R\$ 100,00 em 01/03/2015 era o equivalente a R\$ 20,58 comparados ao valor de R\$ 100,00 em 01/07/1994.

#### Questão 05

A perda do poder de compra da nota de R\$ 100,00, no período considerado, foi de:

$$100\% - 20,58\% = 79,42\%$$

Algumas das respostas apresentadas ao questionário:

Para a 1ª pergunta:

House, M. D.

“Poder de compra é o que você tem para gastar de seu salário comparado com a inflação. Se a inflação estiver maior proporcionalmente ao seu salário, quer dizer que seu poder de compra é menor.”

Woody

“O poder de compra é o quanto o dinheiro vale realmente, um exemplo seria, antes eu comprava um Guaravita por R\$1,00 “ganhando” o valor mensal de R\$100,00 logo eu poderia comprar 100 unidades, porém o Guaravita custa R\$2,00 logo meu poder de compra foi de 100 unidades para 50 unidades. Este aumento no preço do produto, fez com que meu poder de compra diminuísse pela metade. Então. o poder de compra está ligado diretamente ao seu valor real, podendo sofrer aumento ou queda, dependendo do período e da economia.”

Wesley

“Hoje em dia é difícil dizer ao certo quem tem ou não poder de compra, pois existem muitas formas de crédito, até para os menos privilegiados monetariamente, o que amplia o poder de muitas pessoas de comprar. Acredito que exista um poder de pagamento, que seria a pessoa que possui o poder de compra e o exerce de maneira correta, pagando tudo o que comprou, diferentemente de pessoas que possuem o poder de compra, mas depois não conseguem quitar os débitos.”

Monica Geller

“Poder de compra é o poder que uma pessoa de determinado grupo possui de adquirir bens e serviços para consumo. Podemos mensurar este tipo de poder através do salário, geralmente salários mais elevados geram um poder de compra maior, assim com um salário reduzido leva a um poder de compra mais limitado. É válido ressaltar que o poder de compra relaciona-se com o custo de vida, podendo sofrer variações em determinados locais.”

Para a 6ª pergunta:

House, M. D.

“Sim, para manter as contas em ordem.”



Woody

“Costumo utilizar mais em caso de financiamentos, porém atualmente não está sendo necessário.”

Neymar Jr

“Pouco, porque geralmente utilizo conceitos básicos como soma.”

Iolanda

“Tento utilizar principalmente em compras para verificar se é mais vantajoso comprar à prazo ou à vista com desconto, etc., mas em outros casos é mais difícil aplicar e acabo não usando por falta de domínio.”

Sambô

“Sim, pois tudo no mundo é Matemática e se você não usá-la para conferir cálculos você pode perder dinheiro.”

Antônia

“Não, pois sou muito impulsiva na hora da compra e se for calcular vou acabar me sentindo culpada.”

#### **4. Considerações Finais**

Ao propormos esse Curso de Serviço de Matemática Financeira para os estudantes de graduação em Administração com o desenvolvimento de temas ligados à Educação Financeira, temos a intenção de despertar o espírito crítico dos futuros administradores para as questões cotidianas financeiras, além de despertar o espírito crítico deles.

A nossa percepção na evolução dos estudantes ao longo do curso foi de merecer destaque, pois pudemos observar certa timidez nas respostas das primeiras atividades com respostas pouco consistentes para respostas muito mais bem elaboradas nas últimas atividades aplicadas aos futuros administradores.

Se fizéssemos um paralelo do curso de Matemática Financeira no ensino tradicional vigente que sempre aplicamos, com a resolução de exercícios, aplicações de fórmulas e a utilização da calculadora financeira HP 12C e o Curso de Serviço que propomos, com os mesmos elementos do curso anterior, mas com o desenvolvimento de situações vivenciadas por nossos estudantes é de uma distância incalculável.

Além disso, temos que destacar a postura dos alunos que no primeiro caso é totalmente coadjuvante para o papel principal no segundo caso.

#### **5. Referências Bibliográficas**

CURY, H. N. (Org.). **Disciplinas matemáticas em cursos superiores: reflexões, relatos, propostas**. Porto Alegre: EDIPUCRS, 2004.

PROCÓPIO, R. B. **Geometria como um curso de serviço para a Licenciatura de Matemática: uma leitura da perspectiva do Modelo dos Campos Semânticos.** (Dissertação Mestrado Profissional em Educação Matemática). Juiz de Fora: UFJF, 2011.

BARROSO, D. F. **Uma proposta de curso de serviço para a disciplina Matemática Financeira: mediada pela produção de significados dos estudantes de Administração.** (Dissertação Mestrado Profissional em Educação Matemática) Juiz de Fora: UFJF, 2013.

SILVA, V. E. V. **A Matemática como um estudo de caso para a interdisciplinaridade do curso de graduação em Administração.** Revista Nacional da ANGRAD – Associação Nacional dos Cursos de Graduação em Administração, Rio de Janeiro, v. 3, n. 3, jul./set. 2002.

BANCO CENTRAL DO BRASIL. **O Programa de Educação Financeira do Banco Central.** Disponível em <<https://www.bcb.gov.br/?BCEDFIN>> Acesso em 16 ago. 2015.

SILVA, A. M. Conferência Interamericana de Educação Matemática. **Um Curso de Serviço para a Licenciatura em Matemática.** Recife: CIAEM, 2011.

PEREIRA, C. B.; SILVA, R. C. e SANTOS, J. A, **A gestão do poder de compra de família com rendas de um salário mínimo em um cenário de inflação.,** 2014. Revista de Administração do UNISAL, v. 4, n. 6.

ARAÚJO, F. C. e CALIFE, F. E. **A história não contada da Educação Financeira no Brasil.,** 2014. Disponível em <<http://www.boavistaservicos.com.br/wp-content/uploads/2014/08/A-hist%C3%B3ria-n%C3%A3o-contada-da-educa%C3%A7%C3%A3o-financeira-no-Brasil.pdf>> Acesso em: 16 de ago. 2015.

SKOVSMOSE, O. **Desafios da reflexão em educação matemática crítica.** Campinas, SP: Papirus, 2008.

KISTEMANN JR., M. A. **Sobre a Produção de Significados e a Tomada de Decisão de Indivíduos-Consumidores.** Tese (Doutorado em Educação Matemática). Rio Claro, SP: UNESP, 2011.

FOLHAONLINE. **Projeção do mercado para a inflação em 2015 dispara a 6,99%, diz BC.** Disponível em <<http://g1.globo.com/economia/seu-dinheiro/noticia/2015/03/inadimplentes-devem-em-media-sete-vezes-o-que-ganham-diz-pesquisa.html>> Acesso em 28 mar. 2015.

CHAMBERS, P., TIMLIN, R. **Ensinando matemática para adolescentes**. 2 ed., Porto Alegre, RS: Penso Editora Ltda., 2013.

# A MATEMÁTICA DAS TRANSFORMAÇÕES LINEARES PLANAS E REPRESENTAÇÕES EM UM CURSO DE ENGENHARIA CIVIL

**Leandro Teles Antunes dos Santos<sup>1</sup>**

**Dimas Felipe de Miranda<sup>2</sup>**

<sup>1</sup>Universidade de Itaúna/Faculdade de Engenharia, [leandrotelesprof@yahoo.com.br](mailto:leandrotelesprof@yahoo.com.br)

<sup>2</sup>Pontifícia Universidade Católica – PUC Minas/Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática, [dimasfm48@yahoo.com.br](mailto:dimasfm48@yahoo.com.br)

## Resumo

O trabalho de pesquisa limitou-se a criar e analisar a aplicação de uma sequência didática, destinada ao estudo de Transformações Lineares Planas. Fundamentou-se em teorias educacionais e metodológicas, visando contribuir para que alunos de um curso de Engenharia Civil possam verificar a associação da matemática das Transformações Lineares com a sua prática, conforme seu período de escolaridade, e apropriar-se das ideias dessa unidade de estudo com produção de significado.

**Palavras-chave:** Transformações Lineares Planas. Matemática na Engenharia Civil. Múltiplas representações. Teoria de Semiósisis.

## INTRODUÇÃO

O presente artigo, de forma mais delimitada, objetiva responder à indagação culminante das dificuldades que os alunos de Engenharia, em geral, têm na abstração de conceitos de Transformações Lineares e ainda como melhor redirecionar o ensino para que a aprendizagem seja significativa e coerente à prática na Engenharia Civil. Este trabalho emerge como uma fonte que almeja contribuir para as práticas pedagógicas e para a reflexão sobre os saberes que estão sendo incorporados pelos docentes sobre o ensino de Álgebra Linear. Conjectura ainda se uma sequência didática, com auxílio computacional, pode ajudar na aquisição de novos saberes para os discentes, fazendo com que o conteúdo de Transformações Lineares contenha significado e que este seja adquirido pelos alunos, com o auxílio de múltiplas representações.

A importância desse trabalho de pesquisa está na busca de embasar e motivar o professor universitário na criação de materiais matemáticos voltados para o curso em que leciona, de modo que o aluno consiga visualizar em sua futura profissão a importância do conteúdo matemático que está sendo visto em sala de aula. No caso desse trabalho, o foco será no estudo de Transformações Lineares.

Consoante com as ideias de Celestino (2000), o ensino de Álgebra Linear foi expandido e implantado a todas as Ciências Exatas, porém, seu uso fica restrito a mecanizações de conceitos que muitas vezes estão distantes da aprendizagem dos alunos.

Percebe-se que os alunos de Álgebra Linear possuem grande dificuldade à medida que o curso avança em conteúdos cada vez mais abstratos.

Conforme Oliveira (2002) enuncia em sua dissertação é preciso construir significados para a noção de Transformação Linear em Álgebra Linear. As Transformações Lineares, segundo Anton & Busby (2008) são aplicações que possuem um núcleo definido e imagem em Espaços Vetoriais, onde as operações de soma e multiplicação por escalar são satisfeitas.

Mais especificamente, uma função  $T : R^n \rightarrow R^m$  é dita uma **transformação linear de  $R^n$  para  $R^m$** , de dimensão finita, se as duas propriedades seguintes valem para quaisquer vetores  $v$  e  $w$  de  $R^n$  e qualquer escalar  $c$ :

$$T(v + w) = T(v) + T(w) \quad (1)$$

$$T(cv) = cT(v) \quad (2)$$

No caso especial em que  $m = n$ , a transformação linear  $T$  é denominada um operador linear de  $R^n$ . Proposições bastante abstratas para um estudante!

Assim, é preciso que a abordagem matemática dada às Transformações Lineares ultrapasse o conceito de apenas memorizar definições e fórmulas, mas que seja vivenciado e lembrado pelos alunos, não como um emaranhado de regras, mas com uma aplicação dos conceitos estudados ao longo de sua vida educacional.

Na busca de abordagens diferenciadas para o Ensino de Transformações Lineares, a produção de significados, conforme Lins (2001), e a conceituação de registros semióticos, preconizados por Duval (2009), surgem como adequados suportes de orientação teórica. As atividades matemáticas, em geral, constituem um campo propício para explorar significados e trabalhar as múltiplas representações. Duval (2009), reconhecendo esse campo como um privilégio da matemática, explicita: “A particularidade da aprendizagem das matemáticas considera que essas atividades cognitivas requerem a utilização de sistemas de expressão e de representação além da linguagem natural ou das imagens...” (p.13). Enfatiza que isso é mais evidente no domínio da matemática, mas não lhe é exclusivo.

De modo geral, esta pesquisa delimitou, como objetivo, elaborar uma sequência didática sobre Transformações Lineares, tendo como ferramenta auxiliar o software computacional GeoGebra 4.2 (software livre, projetado em 2001 na Universität Salzburge desenvolvido por Markus Hohenwarter). Como modelo padrão para criar a sequência didática foram adotadas as ideias de Laudares et al (2013) na organização das atividades. Tal sequência foi aplicada em turmas de Engenharia Civil e analisadas a percepção e a representação que os alunos fazem das abstrações contidas nas Transformações Lineares.

## MODELO TEÓRICO DOS CAMPOS SEMÂNTICOS (MTCS)

O alicerce fundamental da origem do MTCS surgiu da necessidade de Lins desenvolver em seu doutorado uma caracterização epistemológica entre Álgebra e Pensamento Algébrico. Esse modelo não é limitado apenas à área algébrica da Matemática,

mas ao processo de produção de significados. Esse autor define esse modelo através do seguinte conceito de que:

provê uma simples, ainda que poderosa, ferramenta para pesquisa e desenvolvimento na educação matemática (...) para guiar práticas de sala de aula e para habilitar professores a produzir uma leitura suficientemente fina, assim útil, do processo de produção de significados em sala de aula.(LINS, 2001, p.59)

A proposta do MTCS é que o aluno ao longo das atividades de aprendizagem consiga dar significado às ações executadas. As caracterizações de conhecimento e significado ocupam o centro do modelo. O Conhecimento de cada ser humano é diferente e a forma como é expresso também. Um conhecimento difere de indivíduo para indivíduo, desse modo produzindo conhecimentos diferentes. Uma das características fundamentais que distingue esse modelo dos outros é o uso de justificativa para comunicar o conhecimento. O próprio autor do modelo afirma isso em sua conceituação:

Conhecimento é entendido como uma crença-algo que o sujeito acredita e expressa, e que se caracteriza portanto como uma afirmação junto com que o sujeito considera ser uma justificação para sua crença-afirmação. (LINS, 1993 c, p. 86).

Como o objetivo desse trabalho é a produção de significados de Transformações Lineares Planas em turmas de Engenharia Civil, o processo da fala sempre será realizado na aplicação de todas as atividades, pois através dele podem-se caracterizar os conhecimentos produzidos e também analisar se a justificação condiz com a crença-afirmação.

Diante disso, o espaço educacional deve ser um ambiente comunicativo, socializando os diferentes modos de se produzir significado e acima de tudo utilizando o recurso de múltiplas representações, pois desse modo os alunos são ambientados a possuir diversos olhares sobre o objeto de estudo e não apenas uma fragmentação deste ao longo da aprendizagem.

## **TEORIA DE SEMIÓISIS E MÚLTIPLAS REPRESENTAÇÕES**

O conceito e a teoria de representações semióticas muitas vezes são de difícil compreensão e seu estudo deve ser coerentemente entendido e analisado. Raymond Duval é o autor da teoria e enfatiza a importância em se analisar as representações quando se considera um objeto matemático. O autor considera impossível estudar os fenômenos relativos ao conhecimento desassociados da noção de representação.

São chamadas de representações semióticas as representações conscientes e externas, uma vez que permitem uma percepção do objeto através de suas unidades significantes (que podem ser diversas como, traços, caracteres, e demais escritas).

Os processos de produção são distintos no interior de cada sistema, neste caso, o sistema ao qual uma representação pertence contém unidades significantes, que por sua vez também terão naturezas distintas.

As representações semióticas derivam de sistemas próprios de signos, como a escrita algébrica, gráficos, a fala e são acompanhados de operações cognitivas mudando a representação de um sistema para outro. Na representação semiótica há o interesse na mudança de forma, por motivo de economia do tratamento dado às informações. As representações mentais e as representações semióticas possuem uma interdependência entre elas e uma não exclui outra.

As atividades cognitivas de um sistema semiótico são distinguidas de acordo com sua capacidade de representação. São classificadas em formação, tratamento e conversão. Na *formação*, ocorre a intencionalidade de identificar a representação de um objeto, seja ela mental ou evocando um objeto real. O *tratamento* consiste em transformar a representação, podendo ocorrer mudança de forma, mas há preservação das características particulares do sistema onde foi criada a formação. A *conversão* é uma transformação que produz outra representação, distinta da inicial, porém mantém-se o objeto de referência.

Conclui-se então que os sistemas de representação que possibilitam as três atividades acima mencionadas são chamados de representação semiótica. Tais registros possibilitam ao indivíduo executor da ação, concluir um processo de objetivação ou simplesmente comunicar-se com um interlocutor no processo em questão.

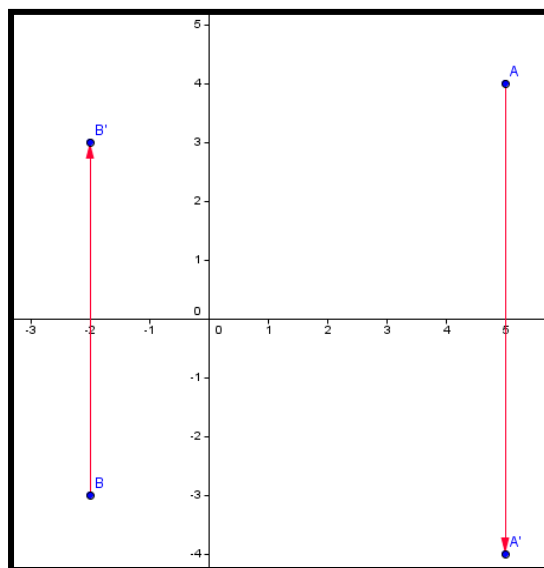
Pelo fato dessa teoria relacionar-se com a Filosofia, muitas vezes torna-se obsoleta e de difícil compreensão as informações tratadas. Para ilustrar as atividades cognitivas pensemos em uma representação de uma Transformação Linear como um objeto matemático. No caso da formação ocorre a identificação do objeto como transformação através do registro simbólico-algébrico. Cita-se o exemplo da reflexão em torno do eixo das abscissas:

$$T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$$
$$T(x,y) = (x,-y)$$

Neste caso há um registro simbólico-algébrico onde o sujeito deve fazer a leitura. Há uma mudança na transformação. Essa leitura técnica o indivíduo tem com a compreensão de que a abscissa mantém-se inalterada e para ocorrer reflexão a ordenada assume valor oposto do inicial, nesse caso ocorreu o tratamento do objeto uma vez que o indivíduo precisou fazer manipulações no interior do registro inicial.

A conversão pode ser entendida como a associação que o sujeito faz ao executar a transformação em um plano, gerando a transformação, como mostrada na figura a seguir:

**Figura 1: Reflexão em torno do eixo x de dois pontos, mostrando alternância das ordenadas**



Fonte: Elaborada pelo autor no software GeoGebra

A utilização de registros de representação semiótica inúmeras vezes gera múltiplas representações, o que facilita muito a aprendizagem matemática uma vez que tal aprendizagem demanda muitas atividades cognitivas fundamentais

Duval defende que a atividade matemática usada com a teoria dos registros de representação semiótica pressupõe a aplicação de no mínimo dois registros de representação e também a possibilidade de passar de um registro a outro em todo tempo. Desse modo a aprendizagem teria uma ligação direta com a capacidade do sujeito em efetuar operações dentro de um registro e também teria combinação e escolha entre registros.

A teoria de Duval contribuirá na análise das atividades desse trabalho, tendo em vista que os alunos foram direcionados a lidar com múltiplas representações do objeto matemático. O objeto de Transformações Lineares Planas, seguindo os propósitos desta teoria, será formado e tratado, procurando levar o aluno a adquirir uma aprendizagem real e significativa.

### **ATIVIDADE: ASSOCIAÇÃO DE IMAGENS E IDEIAS (MÚLTIPLAS REPRESENTAÇÕES)**

Essa é a 3ª. atividade, num conjunto de 4, desenvolvida na presente pesquisa em sala de aula, com uma turma de 61 estudantes de Engenharia Civil na cidade de Itaúna, MG. Apenas ela será apresentada nesse espaço. As demais podem ser encontradas na dissertação de mestrado do primeiro autor desse artigo.

Ao término dessa atividade, junto aos discentes, pretende-se:

- ✓ Relacionar e interligar as Transformações Lineares Planas e esforços na Engenharia Civil através das representações de imagens e escrita.
- ✓ Associar imagens e termos algébricos e científicos na compreensão das ideias das Transformações Lineares Planas e esforços na Engenharia Civil.



- ✓ Produzir significado na associação das ideias e imagens trabalhadas.

## DESCRIÇÃO

A atividade foi realizada em sala de aula e os alunos receberam material impresso, onde deveriam relacionar a imagem com as Transformações Lineares Planas e os esforços nas estruturas da construção civil.

Durante a atividade era permitida a troca de informações entre os colegas de modo a gerar a socialização da aprendizagem e desse modo construir o conhecimento sobre o conteúdo estudado.

Os alunos, de posse das 4 definições matemáticas abaixo, deveriam associá-las às situações práticas, imagens ou fatos que ocorrem na engenharia Civil, constantes no Quadro 1.

### I) REFLEXÕES:

- em torno do eixo das abscissas:  $(x, -y)$

$$T : R^2 \rightarrow R^2$$

$$(x, y) \rightarrow (x, -y) \text{ ou } T(x, y) = (x, -y)$$

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} x \\ -y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$$

### II) DILATAÇÕES E CONTRAÇÕES: na direção do vetor:

$$T : R^2 \rightarrow R^2$$

$$(x, y) \rightarrow c(x, y), \quad c \in R$$

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \rightarrow c \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} cx \\ cy \end{bmatrix}$$

$|c| > 1$ , a transformação dilata o vetor

$|c| < 1$ , a transformação contrai o vetor

$c = 1$ , a transformação é identidade 1

$c < 0$ , a transformação troca o sentido do vetor

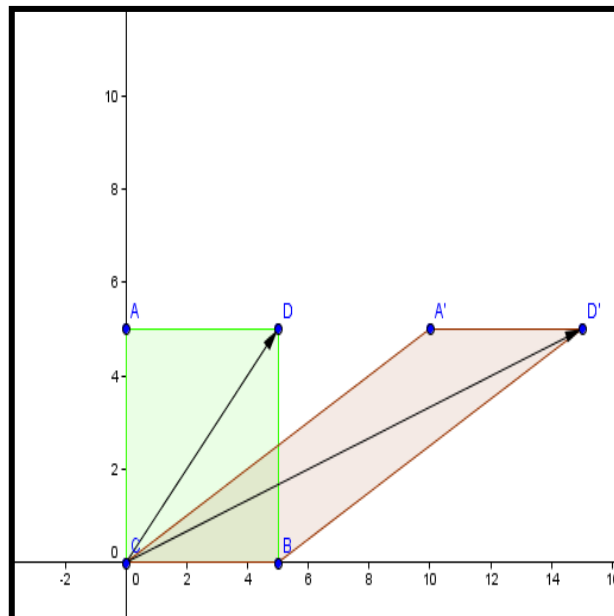
### III) CISALHAMENTO: na direção das abscissas:

$$T : R^2 \rightarrow R^2$$

$$(x, y) \rightarrow (x + cy, y)$$

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} x + cy \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & c \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$$

**Figura 2: Cisalhamento no eixo das abscissas  $c=2$**



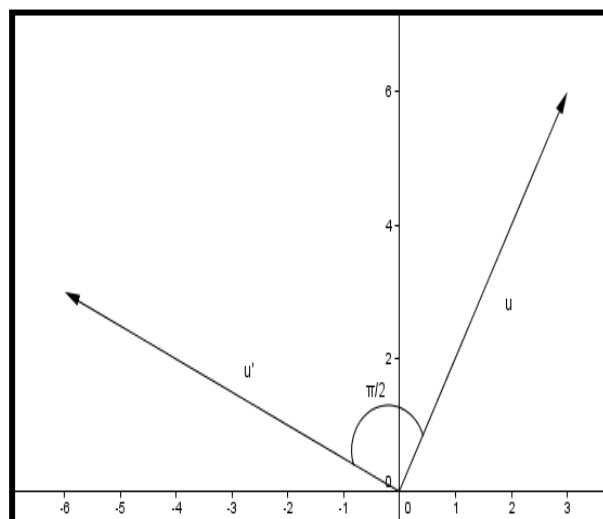
Fonte: Elaborada pelo autor

#### **IV) ROTAÇÃO:** em torno da origem

$$[T_{\theta}] = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix}$$

Essa matriz é denominada matriz de rotação do ângulo  $\theta$ , cuja variação é de  $0 \leq \theta \leq 2\pi$ .

**Figura 13: Rotação em torno da origem com  $\theta = \frac{\pi}{2}$**

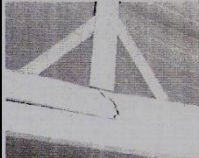


Fonte: Elaborada pelo autor

## Quadro1 - Correção da associação de imagens e ideias pelos alunos

✓ Associação de imagens e idéias (múltiplas representações)

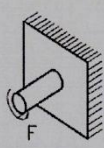
Relacione as imagens com as Transformações Lineares Planas (reflexão, rotação, cisalhamento, dilatação e contração) e com os esforços em estruturas das construções civis (torção, tração, cisalhamento, compressão):



Transformação Linear Plana: cisalhamento e

Esforço na estrutura da construção civil: cisalhamento e

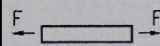
Fonte: [http://www.blogdobraulho.com/2010\\_08\\_01\\_archive.html](http://www.blogdobraulho.com/2010_08_01_archive.html), acesso em 17/10/2013



Transformação Linear Plana: retorção e

Esforço na estrutura da construção civil: torção e

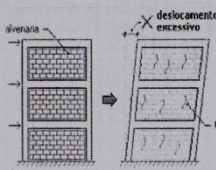
Fonte: <http://www.ebah.com.br/content/ABAAAA3ToAD/ensaio-cisalhamento>, acesso em 17/10/2013



Transformação Linear Plana: dilatação e

Esforço na estrutura da construção civil: tração e

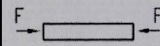
Fonte: <http://www.ebah.com.br/content/ABAAAA3ToAD/ensaio-cisalhamento>, acesso em 17/10/2013



Transformação Linear Plana: cisalhamento e

Esforço na estrutura da construção civil: cisalhamento e

Fonte: [http://coral.ufsm.br/deco/ECC1008/Downloads/ELS\\_NBR6118.pdf](http://coral.ufsm.br/deco/ECC1008/Downloads/ELS_NBR6118.pdf), acesso em 17/10/2013



Transformação Linear Plana: contração e

Esforço na estrutura da construção civil: compressão e

Fonte: <http://www.ebah.com.br/content/ABAAAA3ToAD/ensaio-cisalhamento>, acesso em 17/10/2013



Transformação Linear Plana: dilatação e

Esforço na estrutura da construção civil: tração e

Fonte: <http://spartaepa.blogspot.com.br/2012/03/bielas-forjadas-em-primeiro.html>, acesso em 17/10/2013

Fonte: Arquivo do autor

Ao findar a execução, os alunos trocaram as atividades entre si e foi realizada a correção das atividades pelos próprios alunos, através da socialização das ideias. É importante salientar que em nenhum momento, a resposta pronta foi dada, o aplicador questionava sempre os alunos sobre suas escolhas na associação das imagens com as ideias de Transformações Lineares Planas e esforços nas estruturas da construção civil. Desse modo, a ideia foi construída e não prontamente divulgada com referência aos alunos. Na imagem acima, pode-se verificar um exemplo da correção executada pelos alunos.

## ANÁLISE DA APLICAÇÃO

No primeiro momento houve dificuldade em relacionar imagem e ideias. Tal ação se deve ao fato de que os alunos sempre foram “mecanizados” a aprender, ou seja, viam a teoria, aprendiam com exemplos e teriam que repetir o conteúdo através de exercícios de fixação. Com as atividades desse trabalho, esse formalismo de mecanização foi abandonado e optou-se em construir e produzir significado ao conhecimento, diferindo, portanto das abordagens atuais para este tema.

Com relação à aplicação desta atividade notou-se que essa turma, a qual será denotada por turma A, obteve uma maior produção de significado em relacionar imagens e termos, uma vez que participaram mais ativamente da socialização das respostas. A troca de informações não ficou restrita a alguns alunos, mas toda a classe participou ativamente

com perguntas, comentários e acima de tudo relacionando fatores que acontecem nas construções civis com os termos dados.

Faz-se necessário ainda ressaltar que muitas dúvidas com relação à construção civil foram levantadas, e o fato que mais chamou a atenção do pesquisador é que os alunos que já trabalhavam na construção civil se interessavam em responder às questões dos colegas demonstrando como as transformações ocorriam dentro da Engenharia Civil.

Na turma B, pelo fato dos alunos serem mais imaturos em relação às construções civis, a atividade não obteve tanto furor como na turma A. Os alunos estavam mais passivos aos questionamentos do pesquisador e se mostraram pouco participativos na correção das atividades. Desse modo o percentual de acerto da turma A foi de 85%, contra 70% da turma B.

## **CONSIDERAÇÕES FINAIS**

Com relação ao ensino de Álgebra Linear nos cursos de Engenharia faz-se necessário um repensar pedagógico no que tange à novas metodologias e práticas para que a abstração do conteúdo não se torne junções mecanizadas de termos técnicos ligadas à mecanização de exercícios.

O novo repensar dessa disciplina deve gerar uma produção de significado dos alunos no que se refere à aprendizagem. Torna-se necessário a criação de materiais matemáticos cujo foco seja o curso no qual a disciplina é lecionada, uma vez que tal fator agregará aos estudantes a vinculação entre teoria e prática dentro da futura profissão.

No que tange ao Ensino de Transformações Lineares Planas dentro do curso de Engenharia Civil, a aplicação é bem funcional e plausível; o que propicia ao aprendizado um engajamento maior dos alunos e também uma melhor assimilação deste conteúdo pelos mesmos.

O uso de sequências didáticas com recurso computacional é um auxílio inigualável ao professor da disciplina de Álgebra Linear. Através da sequência didática os alunos são motivados a compreender o conteúdo de uma forma ascendente. Através do recurso computacional, os discentes podem visualizar melhor a teoria sendo transformada em signos geométricos, como o caso deste trabalho.

As múltiplas representações de um mesmo objeto propiciam aos estudantes formas variadas de compreendê-lo gerando assim uma aprendizagem realmente significativa e instigadora. As representações em múltiplas imagens e também em linguagens diversificadas como a algébrica e a geométrica enriquecem o processo de retenção do conhecimento lecionado pelo professor.

A socialização das práticas também é um diferencial no processo de aprendizagem. Através da troca de experiências os alunos podem organizar melhor as informações trabalhadas e redirecionar as questões para uma melhor especificidade do conteúdo.

Através dos dados tabulados, notou-se a crescente produção de significado para o ensino de Transformações Lineares Planas dentro da Engenharia Civil. Torna-se

importante ressaltar que na sondagem inicial grande parte dos alunos desconheciam os esforços das estruturas nas construções civis, porém ao longo deste estudo conseguiram compreender as relações entre tais objetos de estudo e as Transformações Lineares Planas.

Com os resultados obtidos, nota-se que a aprendizagem dos alunos de Engenharia Civil converge para maiores produções de significado ao se utilizar o recurso das múltiplas representações, fator este essencial na representação semiótica. O uso da sequência didática também torna-se extremamente instigante no que tange ao aprimoramento do conhecimento “*a priori*” divulgado pelo professor regente.

Mediante tais conclusões, pressupõe-se que incentivar e instigar aos professores do Ensino Superior a criação de materiais matemáticos próprios ao curso em que leciona, torna-se um caminho para que a aprendizagem dos alunos nas universidades torne-se mais significativa e menos tecnicista. Torna-se necessário a vinculação da teoria ligada à prática vivenciada no curso. Desse modo, a Matemática muitas vezes tão distante da realidade do aluno torna-se um elo mais próximo no que tange à aprendizagem no Ensino Superior.

Trabalhar com o aluno, associando múltiplas representações e este produzindo significado é extremamente funcional nos dias atuais, onde os alunos são compelidos por uma massa imensa de conhecimento, porém muitas vezes não veem a aplicação destes.

Através das múltiplas representações, os alunos puderam compreender os conceitos algébricos estudados e relacioná-los à sua futura prática como profissional. Esse é o conhecimento que não se exaure com o tempo. Com a produção de significado o conhecimento não se extenua, ao contrário, solidifica e embasa ainda mais as futuras aprendizagens.

A abordagem realizada no presente estudo não está exaurida, ela apenas busca responder com coerência aos problemas levantados sobre o tema. Torna-se um caminho norteador para o desenvolvimento de propostas de aplicação em outros cursos do Ensino Superior que possuam como disciplina base a Matemática.

Todavia, espera-se que propostas similares futuras aprofundem o tema abordado, desenvolvendo maiores transformações positivas aos cursos no Ensino Superior, corroborando em atrelar conhecimento matemático e aplicação dentro da futura profissão do estudante.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ANTON, H.; BUSBY, R. C. **Álgebra Linear contemporânea**, Porto Alegre: Bookman, 2008. 599p.

CELESTINO, M. R. **Ensino-Aprendizagem da Álgebra Linear**: as pesquisas brasileiras na década de 90, 114f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2000.

DUVAL, R..**Semiósis e Pensamento Humano**: registros semióticos e aprendizagens intelectuais, São Paulo: Livraria da Física, 2009. 110p.

LAUDARES, J. B.et al. **Planos, cilindros e Quádricas**: um enfoque no traçado de gráficos com exploração das seções transversais, Belo Horizonte: PUC Minas, 2013. 79p.

LINS, R. C.. Epistemologia, história e educação matemática: tornando mais sólidas as bases da pesquisa. **Revista da SBEM-SP**. Campinas, (c). 1 (1): 75-91, set. 1993.

LINS, R.C.. The production of meaning for Algebra: a perspective based on a Theoreticall Model of Semantic Fields. In: R. Sutherland et al. **Perspectives on School Algebra**. Netherlands: Kluwer Academic Publishers, 2001. 198p.

OLIVEIRA, V. C. A..**Sobre a produção de significados para a noção de Transformação Linear em Álgebra Linear**, 187f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, Rio Claro, 2002.

SANTOS, L. T. A.. **A Produção de significado das Transformações Lineares Planas em um curso de Engenharia Civil**: uma sequência didática com recurso computacional associado a múltiplas representações. 2013. 131 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática – Pontifícia Universidade Católica/PUCMinas, Belo Horizonte, 2013.

# **A MATEMÁTICA NOS CURSOS DE FORMAÇÃO PROFISSIONAL NA ÁREA TECNOLÓGICA DE ELETROELETRÔNICA: Resolução de problemas utilizando Sistemas Lineares em Circuitos**

**Vânia M. Fazito Rezende Teixeira<sup>1</sup>**  
**João Bosco Laudares<sup>2</sup>**

<sup>1</sup> PUC Minas, Departamento de Matemática, [mestradoensino@pucminas.br](mailto:mestradoensino@pucminas.br)

<sup>2</sup> PUC Minas, Departamento de Matemática, [mestradoensino@pucminas.br](mailto:mestradoensino@pucminas.br)

## **Resumo**

Este artigo analisa resultados de uma pesquisa de Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática, quanto à Resolução de Problemas. Foi construído um Caderno de Atividades (Produto) que constou de sete atividades/questões relacionadas ao conteúdo de Sistemas Lineares aplicados em Circuitos para o ensino Médio Técnico. Os sujeitos da pesquisa foram estudantes da área eletroeletrônica de Curso Técnico de Eletrônica de uma Escola profissionalizante. Constatou-se que o método de Resolução de Problemas aumenta o processo de compreensão dos conceitos matemáticos, facilitando o raciocínio e possibilitando a construção e a execução de estratégia para a solução de um problema com conteúdo não essencialmente matemático.

**Palavras-chave:** Ensino da Matemática. Resolução de Problemas. Ensino profissionalizante. Sistemas Lineares. Circuitos.

## **INTRODUÇÃO**

O presente artigo, resultante de uma Dissertação de Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática, traz a reflexão como a Matemática, no ensino profissionalizante, desempenha seu papel instrumental, beneficiando os alunos em suas atividades das disciplinas profissionais. Foram elaboradas várias questões em um Caderno de Atividades, aplicando o conhecimento matemático em sistemas lineares, por meio do método de Resolução de Problemas, para os cursos de formação profissional da área de eletroeletrônica. Buscou-se evidenciar as etapas da aprendizagem, quando os estudantes se depararam com situações-problemas de temas específicos da área. Como o aluno resolve um problema de circuitos de malhas empregando conhecimento de Matemática, isto é, trabalha numa situação-problema tecnológica em sala de aula de Matemática? Como ele constrói ou aplica esse conhecimento?

## **A ABORDAGEM DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS**

Para que se tenha compreensão e desenvolvimento do processo de resolução de problemas, os autores Pozo (1998), Polya (2006), Dante (1991), Gazire (1998) e Laudares (1987) mostram, em seus estudos, a importância de se seguirem etapas.

Polya (2006) defende que, para se obter a eficácia na resolução de problemas matemáticos, é necessário seguir quatro etapas: Compreensão do Problema; Estabelecimento de um Plano; Execução do Plano; Retrospecto: examine a solução obtida. Pozo (1998) afirma que a solução de problemas matemáticos é resumida em dois processos de aprendizagem: tradução e solução do problema. Para esse autor, é necessário que uma

pessoa compreenda o problema e o traduza para uma série de expressões e símbolos matemáticos. A partir daí, programa-se uma série de estratégias que estabelece as submetas que se pretende alcançar para chegar à solução final e aplicação de técnicas que permitam atingir cada uma dessas submetas.

Pozo (1998) apresenta algumas técnicas que ajudam a compreender melhor os problemas matemáticos: Expressar o problema com outras palavras; Explicar aos colegas em que consiste o problema; Representar o problema com outro formato; Indicar qual é a meta do problema; Apontar onde reside a dificuldade da tarefa; Separar os dados relevantes dos não relevantes; Indicar os dados com os quais contamos para resolver a tarefa; Indicar quais os dados que não estão presentes, mas que são necessários para resolver a tarefa; Procurar um problema semelhante e que já tenhamos resolvido; Analisar inicialmente alguns exemplos concretos, quando o problema é muito geral; Procurar diferentes situações (cenários, contextos, tarefas etc.) nas quais esse problema possa ter lugar.

Em seu livro *Didática da resolução de problemas de matemática*, Dante (1991) propõe o tema da resolução de problemas nas primeiras cinco séries do ensino fundamental. Para ele, os objetivos na resolução de problemas são: Fazer o aluno pensar produtivamente; Desenvolver o raciocínio do aluno; Preparar o aluno para enfrentar situações novas; Dar oportunidade aos alunos de se envolverem com aplicações da Matemática; Tornar as aulas de Matemática mais interessantes e desafiadoras; Equipar o aluno com estratégias e procedimentos que o auxiliem na análise e na solução de situações em que se procura um ou mais elementos desconhecidos; Dar uma boa base matemática às pessoas.

Em seus estudos, Laudares (1987) acrescenta que, na resolução dos exercícios ou problemas, o estudante deve seguir as etapas na resolução de problemas: Fazer uma leitura atenta do problema ou do enunciado do exercício. Se necessário, para o entendimento completo, ler várias vezes. A leitura desatenta rápida pode conduzir a uma solução errada; Tentar lembrar se já fez algum exercício do mesmo tipo; Descobrir, inicialmente, em que assunto se enquadra o exercício ou problema; Relacionar os dados e o que é pedido para se achar; Selecionar as fórmulas que deverão ser aplicadas; Se necessitar de gráfico, traçá-lo com cuidado, para servir de auxílio de interpretação do problema; Não resolver, mecanicamente, os exercícios, conferir as operações e avaliar se a solução é compatível com os dados; Não se limitar aos exercícios e problemas-padrão, procurar resolver todos, sejam fáceis ou difíceis, porque assim estará desenvolvendo seu raciocínio; Não se acomodar, esperando o professor resolver os problemas em sala de aula.

Laudares (1987) propõe que o professor seja um orientador. O aluno é que aprende. Se o professor resolve, em sala de aula, todos os problemas para o aluno, este ficará limitado a memorizar soluções, não procurando descobri-las. O mesmo autor enfatiza a necessidade de o estudante resolver problemas diversificados além dos apresentados em sala de aula, pesquisar outros livros, outros autores e frequentar a biblioteca.

Conforme Dante (1991), o trabalho com resolução de problemas matemáticos em sala de aula é fazer com que aluno pense produtivamente. Para isso, é necessário formar cidadãos com habilidades matemáticas, que saibam como resolver de modo inteligente seus problemas no comércio, de economia, administração, engenharia, medicina, previsão de tempo e outros da vida cotidiana, e não apenas em sala de aula, no interior da escola.



## **DESIGN DAS ATIVIDADES**

Neste artigo, são apresentadas duas das sete atividades que compõem o Caderno de Atividades, considerado o produto da Dissertação. A primeira questão tem como objetivo a aplicação de sistema linear, não homogêneo, possível e determinado de duas equações e duas incógnitas em circuito de duas malhas.

A segunda atividade tem o propósito da aplicação de sistema linear, homogêneo, possível e determinado de três equações e três incógnitas em circuito de três malhas.

Os dados foram coletados em sala de aula e no laboratório de eletrônica. Os sujeitos da pesquisa foram estudantes do Curso Técnico de Eletrônica da Fundação de Educação para o Trabalho de Minas Gerais - UTRAMIG, uma instituição profissionalizante em Belo Horizonte.

## **PROCESSO METODOLÓGICO**

As atividades, que necessitaram de conhecimento e de técnicas de resolução de sistema linear com aplicação em Circuito de Malhas, tiveram os seguintes objetivos: Aplicar o conteúdo matemático num problema relacionado ao fenômeno eletroeletrônico; Desenvolver o processo de construção e execução de estratégia para a solução de um problema com conteúdo matemático, relacionado ao fenômeno eletroeletrônico; Identificar as diversas estratégias e categorias da atividade algébrica utilizadas na solução de problemas.

O contato direto com os estudantes propiciou aos autores perceber as dificuldades, os erros, os acertos e as discussões nas estratégias de resolução. Os alunos se sentiram motivados, com grande interesse em responder às questões propostas.

As informações relevantes durante a resolução das atividades foram registradas, catalogadas e gravadas. Foram feitas entrevistas com os estudantes para conhecer suas percepções sobre as dificuldades e facilidades existentes nas questões propostas.

## **APLICAÇÃO DAS ATIVIDADES**

A aplicação das atividades teve a duração média de 1 hora e 30 minutos, totalizando sete encontros, realizados nas próprias aulas de Matemática, de outubro a novembro de 2013. O Caderno de Atividades (Produto) constou de sete questões relacionadas ao conteúdo de sistemas lineares aplicados em circuito de malhas.

Na primeira questão, tratou-se de uma revisão dos conceitos e procedimentos de resolução do sistema linear. As atividades dois, três, quatro, cinco e seis enfatizavam problemas físicos relacionados a malhas em diferentes circuitos. A última questão consistiu em uma atividade prática de montagem de um Circuito Puramente Resistivo de duas malhas, com o propósito da aplicação da Lei de Kirchhoff, resolução do sistema linear e a comprovação dos valores encontrados, compatibilizando-os com os dados.

A metodologia de Resolução de Problemas foi baseada nas etapas apresentadas pelos autores Laudares (1987), Polya (2006), Pozo (1998) e Dante (1991), assim sistematizada: Leitura do problema; Interpretação do enunciado: verbalização; Identificação das variáveis; Identificação dos dados do problema; Identificação dos conceitos e modelos matemáticos adequados (leis físicas); Montagem das equações lineares do problema; Resolução do problema; Interpretação/Compatibilização e retrospecto da solução do problema.

A proposição do problema teve um mesmo *design*. Preocupou-se em apresentar o mesmo formato para facilitar a interpretação dos estudantes. Cada problema foi colocado dentro de um quadro, de forma que a visualização facilitasse o seu entendimento.

O quadro 1 mostra a representação padronizada da apresentação dos problemas.

**Quadro 1 – Representação padronizada da apresentação dos problemas**

|                                                                                                                                        |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>TEMA DO PROBLEMA</b>                                                                                                                |
| <b>ENUNCIADO</b>                                                                                                                       |
| <b>1 - INTERPRETAÇÃO DO ENUNCIADO</b>                                                                                                  |
| <b>Verbalização</b>                                                                                                                    |
| <b>2 - MODELO MATEMÁTICO</b><br>- IDENTIFICAÇÃO DAS INCÓGNITAS<br>- IDENTIFICAÇÃO DOS DADOS<br>- LEI FÍSICA<br>- MONTAGEM DAS EQUAÇÕES |
| <b>3 - RESOLUÇÃO DO PROBLEMA</b>                                                                                                       |
| <b>4 - INTERPRETAÇÃO/COMPATIBILIZAÇÃO E RETROSPECTO DA RESOLUÇÃO DO PROBLEMA</b>                                                       |

Fonte: Adaptado de BARROS FILHO (2012)

A seguir, estão descritas as atividades propostas na pesquisa com os respectivos objetivos e metodologia.

#### **ATIVIDADES:**

**PRIMEIRA – INTRODUTÓRIA** - Resolução de um problema que envolve sistema linear, não homogêneo, possível e determinado na aquisição de equipamentos elétricos. **OBJETIVO:** resolver um problema que exija um sistema de 3 equações e 3 incógnitas, revisando o processo de resolução deste sistema. **METODOLOGIA:** dado o problema do sistema linear que envolve 3 equações e 3 incógnitas, será elaborado um plano que facilitará a resolução do problema, a análise dos passos efetuados e a compatibilização da solução com os dados.

**SEGUNDA** - Aplicação de um sistema linear, não homogêneo, possível e determinado de 2 equações e 2 incógnitas em circuito analógico de duas malhas. **OBJETIVO:** resolver um problema de circuito com duas malhas, com sistema linear de equações não homogêneas aplicado nos cursos de Eletrônica. **METODOLOGIA:** dado o problema de circuito de duas malhas que envolve um sistema de 2 equações e 2 incógnitas, será elaborado um plano que facilitará a resolução do problema, a análise dos passos efetuados e a compatibilização da solução com os dados.

**TERCEIRA** - Aplicação de sistema linear, não homogêneo, possível e determinado de 3 equações e 3 incógnitas em circuito analógico de três malhas. **OBJETIVO:** resolver um problema de circuito com 3 malhas, com sistema linear de equações não homogêneo, aplicado nos cursos de Eletrônica. **METODOLOGIA:** dado o problema de circuito de 3 malhas que envolve um sistema de 3 equações e 3 incógnitas, será elaborado um plano que facilitará a resolução do problema, a análise dos passos efetuados e a compatibilização da solução com os dados.

**QUARTA** - Aplicação de sistema linear, não homogêneo, possível e determinado de 2 equações e 2 incógnitas em circuito de corrente contínua em malha (LKC). **OBJETIVO:** resolver um problema de circuito com 2 malhas, com sistema linear de equações não homogêneo aplicado nos cursos de Eletrônica. **METODOLOGIA:** dado o problema de circuito de corrente contínua que envolve sistema de 2 equações e 2 incógnitas, será elaborado um plano que facilitará a resolução do problema, a análise dos passos efetuados e a compatibilização da solução com os dados.

**QUINTA** - Aplicação de sistema linear homogêneo, possível e determinado de 2 equações e 2 incógnitas em circuito analógico de duas malhas. **OBJETIVO:** resolver um problema de circuito com 2 malhas, com sistema linear de equações homogêneas aplicado nos cursos de Eletrônica. **METODOLOGIA:** dado o problema de circuito de duas malhas que envolve um sistema de 2 equações e 2 incógnitas, será elaborado um plano que facilitará a solução do problema, a análise dos passos efetuados e a compatibilização da solução com os dados.

**SEXTA** - Aplicação de sistema linear homogêneo, possível e determinado, de 3 equações e 3 incógnitas, em circuito analógico de três malhas.

**OBJETIVO:** resolver um problema de circuito com 3 malhas, com sistema linear de equações homogêneas aplicado nos cursos de Eletrônica. **METODOLOGIA:** dado o problema de circuito de 3 malhas que envolve um sistema de 3 equações e 3 incógnitas, será elaborado um plano que facilitará a solução do problema, a análise dos passos efetuados e a compatibilização da solução com os dados.

**SÉTIMA** - Atividade prática aplicada no laboratório de Eletrônica da Utramig: Informações técnicas necessárias de circuito puramente resistivo (LKT e LKC). **OBJETIVO:** montar um Circuito Puramente Resistivo de 2 malhas, aplicar a Lei de Kirchhoff, resolver o sistema linear e comprovar os valores encontrados por meio de cálculos matemáticos. **METODOLOGIA:** aplicação dos processos de solução de um problema de circuito Puramente Resistivo de 2 malhas, que possibilita a montagem desse circuito; aplicação da Lei de Kirchhoff e a resolução do sistema de 2 equações e 2 incógnitas, comprovando os valores encontrados.

Como exemplo, seguem duas atividades realizadas nesse trabalho, a segunda e a sexta do Caderno de Atividades (Produto da Dissertação).

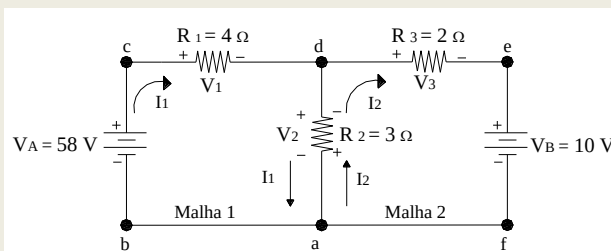
A segunda atividade trata de sistema linear, não homogêneo, possível e determinado de 2 equações e 2 incógnitas em Circuito analógico de duas malhas (Quadro 2).

## Quadro 2 – Representação da Segunda Atividade

### ENUNCIADO

Dado um circuito (ver figura abaixo) com duas malhas chamadas de malha 1 e malha 2. A malha 1 é formada pelo percurso *abcda*, e a malha 2 é formada pelo trajeto *adefa*. Conhecidas as resistências:  $R_1 = 4 \, \Omega$ ,  $R_2 = 3 \, \Omega$ ,  $R_3 = 2 \, \Omega$  e as tensões:  $V_A = 58 \, \text{V}$  e  $V_B = 10 \, \text{V}$ , determine as correntes  $I_1$  e  $I_2$  desse circuito.

Diagrama



Fonte: Adaptado de GUSSOW (1997)

Os tópicos abordados envolvem conceitos básicos de um circuito analógico que permitem ao estudante as seguintes habilidades: verbalizar a descrição do circuito elétrico proposto; identificar as incógnitas (correntes) e os dados do problema, que são os resistores e as tensões; montar as equações desse circuito e resolvê-las, para, em seguida, confrontar os resultados obtidos do problema de acordo com as correntes calculadas do circuito.

Para a resolução, é necessário que os estudantes tenham conhecimento de correntes de malhas, com destaque para os resistores, as tensões, além de identificar as incógnitas do problema que são as correntes do circuito. É necessário também que tenham conhecimento da Lei Física de Kirchhoff, quando especifica que a soma de um determinado sentido das tensões de uma malha é igual a zero.

Na interpretação do enunciado, foi proposto aos estudantes que trocassem informações entre si, para a compreensão do problema e sua descrição verbal.

Quanto à resolução do Modelo Matemático, são apresentadas questões para que os alunos possam identificar as incógnitas (correntes  $I_1$  e  $I_2$  do circuito); identificar os dados  $V_A = 58 \, \text{V}$  e  $V_B = 10 \, \text{V}$  e os três resistores  $R_1 = 4 \, \Omega$ ,  $R_2 = 3 \, \Omega$  e  $R_3 = 2 \, \Omega$ ; analisar o diagrama de acordo com os dados do problema (A malha 1 é constituída pelos componentes  $V_A = 58 \, \text{V}$ ,  $R_1 = 4 \, \Omega$  e  $R_2 = 3 \, \Omega$ . A malha 2 é constituída pelos componentes  $V_B = 10 \, \text{V}$  e os resistores  $R_2 = 3 \, \Omega$  e  $R_3 = 2 \, \Omega$ . Como se vê, as duas malhas compartilham o resistor  $R_2$ . No circuito, optou-se pelo sentido horário para  $I_1$  e  $I_2$ , o que será confirmado, ou não, após os cálculos; aplicar Lei Física (LKT- Lei de Kirchhoff das Tensões) que a questão propõe e montar as equações do sistema:

$$\begin{cases} V_A - R_1 I_1 - R_2 (I_1 - I_2) = 0 \\ R_2 (I_1 - I_2) - R_3 I_2 - V_B = 0 \end{cases}$$

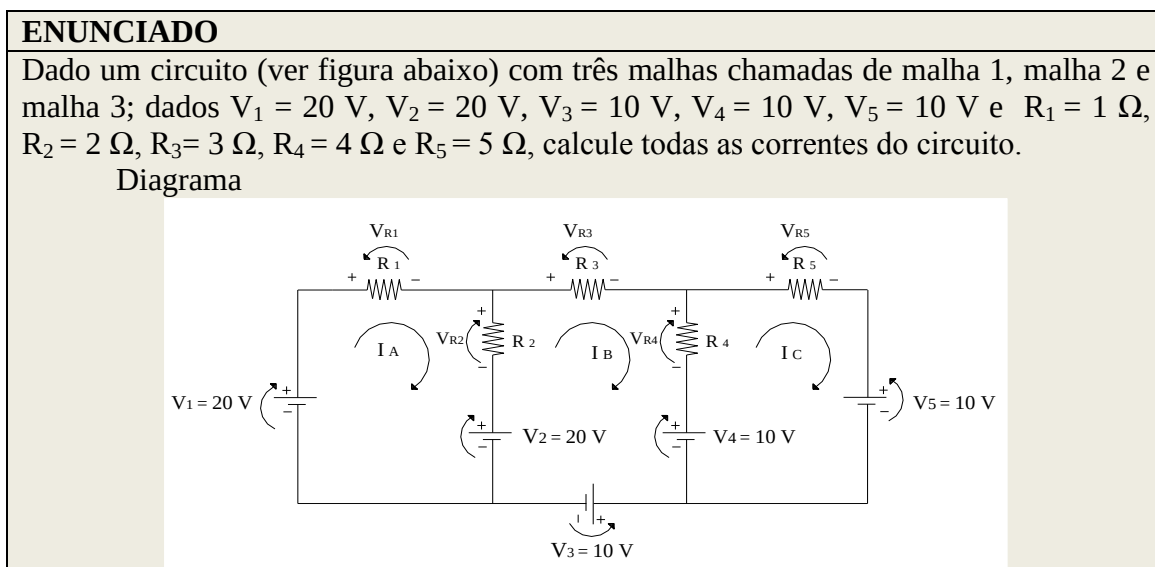
Pretende-se que os estudantes manifestem conhecimento específico de Correntes de Malhas ensinado nos cursos da área de Eletroeletrônica, enfatizando a aplicação de sistema linear, seu conceito e sua resolução.

Quanto à Resolução de Problemas, foi solicitado aos estudantes que elaborassem a resolução do sistema de 2 equações e 2 incógnitas, retiradas do circuito, cujo propósito é

encontrar os valores das correntes  $I_1$  e  $I_2$ , métodos de resolução: Adição, Substituição ou Comparação. E, finalmente, nas questões contidas dentro da categoria **Compatibilização**, procurou-se explorar a percepção dos estudantes quanto à comprovação dos resultados obtidos.

A sexta atividade tratou de sistema linear, homogêneo, possível e determinado de 3 equações e 3 incógnitas em Circuito analógico de 3 malhas (Quadro 3)

**Quadro 3 - Representação da Sexta Atividade**



Fonte: Elaborado pelos autores

Os tópicos abordados envolvem também conceitos de um circuito analógico, que permitem ao estudante as mesmas habilidades explicitadas no exemplo anterior.

Procurou-se saber se os estudantes identificam as partes de um problema e se eles sabem descrevê-lo verbalmente, valorizando a interpretação do texto.

Quanto à resolução do Modelo Matemático, foram feitas questões para que os alunos pudessem identificar as incógnitas ( $I_A$ ,  $I_B$  e  $I_C$ ), identificar os dados (Resistências:  $R_1$ ,  $R_2$  e  $R_3$ ,  $R_4$  e  $R_5$  e f.e.m.  $V_1$ ,  $V_2$ ,  $V_3$ ,  $V_4$  e  $V_5$ ) e analisar o diagrama de acordo com os dados do problema.

Na Malha 1: No sentido horário, existe f.e.m.  $V_1$  com 20 V, uma resistência  $R_1$  com  $1\ \Omega$ , a resistência  $R_2$  com  $2\ \Omega$  (compartilhada entre as malhas 1 e 2). Uma f.e.m.,  $V_2$  de 20 volts com polaridade invertida em relação a  $V_1$ .

Na Malha 2: Uma f.e.m.  $V_3$  de 10 volts, uma f.e.m.  $V_2$  de 20 volts, compartilhada com a malha 1 e de polaridade invertida a  $V_3$ . Uma resistência  $R_2$  ( $2\ \Omega$ ) compartilhada com malha 1 e a resistência  $R_3$  de  $3\ \Omega$ . Uma resistência  $R_4$  ( $4\ \Omega$ ) compartilhada com a malha 3 e uma f.e.m.  $V_4$  de 10 volts também compartilhada com a malha 3 e de mesma polaridade de  $V_3$ .

Na Malha 3: Uma f.e.m. de  $V_5$  de 10 V, uma f.e.m. de  $V_4$  de 10 V compartilhada com a malha 2 e de polaridade invertida em relação a  $V_5$ , uma resistência  $R_4$  de  $4\ \Omega$  compartilhada com a malha 2 e uma resistência  $R_5$  de  $5\ \Omega$ ; aplicar Lei Física (LKT) que a questão propõe e montar as equações do sistema:

$$\begin{cases} V_1 - R_1 I_A - R_2 (I_A - I_B) - V_2 = 0 \\ V_2 + R_2 I_A - R_2 I_B - R_3 I_B - R_4 I_B + R_4 I_C - V_3 - V_4 = 0 \\ V_4 + R_4 I_B - R_4 I_C - R_5 I_C - 10 = 0 \end{cases}$$

Quanto à categoria Resolução de Problemas, foi solicitada aos estudantes a resolução do sistema de 3 equações e 3 incógnitas retiradas do circuito, cujo propósito era encontrar os valores das correntes  $I_A$  e  $I_B$   $I_C$  por meio de um dos métodos de resolução: Escalonamento, Regra de Cramer ou Substituição. Nas questões contidas dentro da categoria Compatibilização, procurou-se explorar a percepção dos estudantes quanto à comprovação dos resultados obtidos.

Os resultados descritos, nos itens Análise de Erros e de Categorias, representam as respostas obtidas pelos sujeitos da pesquisa.

## ANÁLISE DE ERROS

A análise de erros busca entender as causas das dificuldades e as formas de refletir sobre os erros como suporte para aprendizagem. Por meio das dificuldades, é possível auxiliar os estudantes nas suas dúvidas e inquietações, abrindo um espaço mais amplo nas aulas, com mais desafios e problematizações.

Para analisar a resolução dos problemas, foram categorizados os erros cometidos pelos alunos segundo as classes descritas abaixo, baseadas e adaptadas na classificação feita por Movshovitz-Hadar, Zaslavsky e Inbar (1987), citadas por Cury (2007):

I - Uso errado dos dados: nesta classe são considerados os erros relacionados com discrepâncias entre os dados do problema e a forma como foram utilizados; II - Interpretação do enunciado - linguagem mal interpretada: esses erros relacionam-se à tradução incorreta dos itens de uma para outra linguagem; III - Inferência logicamente inválida: nesta classe, são incluídos os erros que se relacionam com raciocínios falsos, como, por exemplo, tirar conclusões inválidas de um conjunto de dados do problema; IV - Conceitual - definição ou teorema distorcido: nesta categoria, são incluídos os erros que se relacionam a definições ou propriedades que não se aplicam na questão proposta ao aluno; V - Solução não verificada: o aluno não apresenta os passos dados necessários para a verificação da solução encontrada; VI - Erro operacional - erros técnicos: erro de cálculos; VII - Lei Física: erro ao aplicar Lei Física proposta.

## ANÁLISE DAS CATEGORIAS

A seguir são apresentadas cada etapa das atividades com seus critérios e significado:

### **a) Interpretação do Enunciado constituído por três critérios:**

Acerto Completo (Os alunos conseguiram interpretar de forma correta o enunciado do problema – A); Acerto Incompleto (Os alunos não conseguiram interpretar de forma completa o enunciado do problema – I); Erro (Os alunos não conseguiram interpretar o enunciado da questão – E).

### **b) Modelo Matemático constituído por cinco critérios:**

Identificação das Incógnitas do problema (Incógnita é um valor desconhecido que é preciso determinar para a solução de um problema); Dados do Problema (Identificar os dados que o problema propõe); Análise do Diagrama Problema (Detalhar o diagrama do problema proposto); Lei Física (Que Lei Física deve se aplicar para a solução do problema); Monte as equações do sistema do problema (Montar o sistema linear que o problema propõe).

### **c) Resolução de Problemas constituído por dois critérios:**

Seleção de Métodos de Sistema Linear (Escolher um dos métodos existentes na resolução de sistema linear); Resolução de Sistema Linear (Resolver o sistema linear depois de escolher um dos métodos existentes).

**d) Interpretação/Compatibilização e Retrospecto de Resolução de Problemas constituído por três critérios:** Compatibilização, isto é, comparação da solução obtida com os dados do problema (Examinar a solução obtida, isto é, testar se o resultado encontrado está correto);

Dados e solução são compatíveis (Os resultados encontrados são compatíveis com os dados do problema) e Sentidos das Correntes (Quais os sentidos das correntes que percorrem o circuito a partir dos valores encontrados. Dizer se as correntes encontradas no circuito estão circulando no sentido horário ou anti-horário).

As dificuldades dos alunos apresentadas foram as seguintes:

**Atividade 1** - Falta de conhecimento do método de resolução do sistema linear e interpretação individual.

**Atividade 2** - Falta de entendimento do enunciado da questão; falta de conhecimento matemático de sistema linear quanto à sua resolução e desconhecimento da aplicação da Lei Física do circuito.

**Atividade 3** - Falta de entendimento do enunciado que a questão solicita; desconhecimento da aplicação da Lei Física do Circuito; extrair as equações do Diagrama do Circuito e erro de cálculo na resolução da questão.

**Atividade 4** - Dificuldades ao extrair as equações do diagrama do circuito, erro de cálculo na resolução da questão. Falta de entendimento do enunciado da questão da Análise do Diagrama do Problema e o não raciocínio físico da questão.

**Atividade 5** - Dificuldades ao extrair as equações do Diagrama do Circuito e erro de cálculo na resolução da questão. Na questão de Análise do Diagrama do Problema, os alunos demonstraram falta de entendimento do enunciado que a questão solicita e o não raciocínio dos fenômenos físicos da questão.

**Atividade 6** - Dificuldades ao extrair as equações do Diagrama do Circuito e erro de cálculo na resolução da questão. Na questão de Análise do Diagrama do Problema, os alunos demonstraram falta de entendimento do enunciado da questão e o não raciocínio físico.

**Atividade 7** - Os alunos demonstraram não saberem manusear o aparelho Multímetro, cometendo erro de leitura. Tiveram dificuldades ao extrair as equações do Diagrama do Circuito, erro de cálculo na resolução da questão e aplicaram a Lei Física incorretamente.

## **ANÁLISE DE ERROS E SÍNTESE DAS CATEGORIAS ANALISADA**

A tabela 1 apresenta a análise de erros cometidos pelos alunos que responderam às questões no experimento realizado. Buscou-se entender as causas das dificuldades e encontrar formas de aproveitar os erros como ferramentas para aprendizagem.

Tabela 1 - Tipologias dos Erros

| Tipos de Erros | Atividades    | Uso Errado dos Dados | Interpretação do Enunciado | Inferência Lógica Inválida | Conceitual     | Solução Não verificada | Erro Operacional | Lei Física/ leitura dos equipamentos | 100% |
|----------------|---------------|----------------------|----------------------------|----------------------------|----------------|------------------------|------------------|--------------------------------------|------|
| Atividade 1    | 1<br>(4,34%)  | 5<br>(21,73%)        | -                          | 4<br>(17,39)%              | 7<br>(30,43%)  | 6<br>(26,08%)          | -                | 23                                   |      |
| Atividade 2    | 3<br>(11,53%) | 3<br>(11,53%)        | -                          | -                          | 10<br>(38,46%) | 6<br>(23,07%)          | 4<br>(15,38%)    | 26                                   |      |
| Atividade 3    | 1<br>(4,76%)  | 4<br>(19,04%)        | -                          | 3<br>(14,28%)              | 6<br>(28,57%)  | 5<br>(23,8%)           | 2<br>(9,52%)     | 21                                   |      |
| Atividade 4    | 2<br>(8,69%)  | 1<br>(4,34%)         | -                          | -                          | 14<br>(60,86%) | 6<br>(26,08%)          | 0                | 23                                   |      |
| Atividade 5    | 1<br>(14,28%) | 1<br>(14,28%)        | -                          | 2<br>(28,57%)              | 1<br>(14,28%)  | 2<br>(28,57%)          | 0                | 7                                    |      |
| Atividade 6    | 2<br>(14,28%) | 3<br>(21,42%)        | -                          | -                          | 5<br>(35,71%)  | 4<br>(28,57%)          | 0                | 14                                   |      |
| Atividade 7    | -             | -                    | -                          | -                          | 6<br>(27,27%)  | 8<br>(36,36%)          | 8<br>(36,36%)    | 22                                   |      |
| Totais         | 10<br>(7,35%) | 17<br>(12,5%)        | -                          | 9<br>(6,61%)               | 49<br>(36,03%) | 37<br>(27,2%)          | 14<br>(10,29%)   | 136<br>(100%)                        |      |

Fonte: Elaborada pelos autores

As tipologias de erros apresentadas correspondem ao modelo de Movshovitz-Hadar, Zaslavsky e Inbar (1987). O modelo seguido apresenta as categorias propostas pelos modelos de Resolução de Problemas.

Cabe destacar que a opção de análise da Tipologia de Erros de Movshovitz-Hadar, Zaslavsky e Inbar (1987) deve-se à sua maior especificidade quando se refere, por exemplo, à tipologia “Conceitual”.

A tabela 2 apresenta as categorias de Resolução de Problemas em cada atividade analisada.

Tabela 2 - Categorias

| Categorias    | Interpretação do Enunciado |    |      | Modelo Mat./Montagem do Sistema Linear |    |    | Resolução de Problemas |   |      | Interpretação/Compatibilização |    |    | Medição dos valores tensões, correntes e resistores |    |   |
|---------------|----------------------------|----|------|----------------------------------------|----|----|------------------------|---|------|--------------------------------|----|----|-----------------------------------------------------|----|---|
|               | A                          | I  | E    | A                                      | I  | E  | A                      | I | E    | A                              | I  | E  | A                                                   | I  | E |
| Atividade 1   | 2                          | 4  | 1    | 29                                     | 2  | 4  | 15                     | - | 6    | 5                              | 3  | 4  | -                                                   | -  | - |
| Atividade 2   | 5                          | 1  | 2    | 20                                     | 2  | 13 | 6                      | 1 | 5    | 2                              | 2  | 8  | -                                                   | -  | - |
| Atividade 3   | 4                          | -  | 4    | 28                                     | 3  | 8  | 9                      | - | 5    | 3                              | -  | 6  | -                                                   | -  | - |
| Atividade 4   | 4                          | 1  | -    | 14                                     | 5  | 6  | 4                      | - | 6    | 1                              | 1  | 13 | -                                                   | -  | - |
| Atividade 5   | 5                          | 1  | -    | 24                                     | 2  | 9  | 3                      | - | 2    | 3                              | -  | 1  | -                                                   | -  | - |
| Atividade 6   | 4                          | 2  | 1    | 30                                     | 2  | 9  | 3                      | - | 4    | 1                              | 1  | 4  | -                                                   | -  | - |
| Atividade 7   | -                          | -  | -    | 8                                      | -  | 4  | 6                      | - | 8    | 3                              | 4  | 2  | 4                                                   | 7  | 1 |
| TOTAL PARCIAL | 24                         | 9  | 8    | 153                                    | 16 | 53 | 46                     | 1 | 36   | 18                             | 11 | 38 | 4                                                   | 7  | 1 |
| %             | 58,5                       | 22 | 19,5 | 69                                     | 7  | 24 | 55,5                   | 1 | 43,5 | 27                             | 16 | 57 | 34                                                  | 58 | 8 |
| TOTAL GERAL   | 41                         |    |      | 222                                    |    |    | 83                     |   |      | 67                             |    |    | 12                                                  |    |   |

Fonte: Elaborada pelos autores



**Nota:** Os percentuais foram arredondados para o número inteiro mais próximo ou para meio ponto percentual.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

A pesquisa realizada mostra que, na categoria “Interpretação do Enunciado/Compreensão do Problema”, os alunos apresentaram 41,4% de respostas incompletas e erradas. É um percentual que pode ser interpretado como bastante significativo no âmbito da Educação Profissional. Percebe-se que a dificuldade do aluno em entender o enunciado do problema pode ser resultante da dificuldade em interpretar o texto apresentado.

Seguindo ainda o modelo proposto por Polya (2006), na categoria “Modelo Matemático/Montagem do Sistema Linear”, as respostas incompletas ou erradas apresentaram, na pesquisa realizada, um percentual de 31,07%, evidenciando a dificuldade encontrada pelos alunos para fazer a transposição para a linguagem simbólica solicitada e o uso prático de fórmula.

Na categoria “Resolução de Problemas”, as respostas incompletas e erradas totalizaram 44,57%, consequência da falta de atenção, do desconhecimento de Sistema Linear e da dificuldade em resolver as quatro operações básicas da Matemática.

Na categoria “Interpretação/Compatibilização”, as respostas incompletas e erradas no experimento realizado totalizaram 73,12%. Pelo alto percentual apresentado, percebe-se que o aluno participante do experimento elaborado pela pesquisa tem pouco hábito de verificar e analisar os resultados obtidos na resolução de problemas.

Na perspectiva das técnicas de Resolução de Problema defendida por Pozo (1998), foi possível verificar que os alunos tiveram dificuldade em indicar qual é a meta do problema; em apontar onde reside a dificuldade da tarefa; em separar os dados relevantes dos não relevantes; em indicar os dados com os quais se pode contar para resolver a tarefa; em indicar quais os dados que não estão presentes, mas que são necessários para resolver a tarefa.

É possível salientar que as contribuições de Laudares (1987) - no sentido de se fazer uma leitura atenta do problema ou enunciado do exercício; de o aluno tentar lembrar se já fez algum exercício do mesmo tipo; de descobrir, inicialmente, em que assunto se enquadra o exercício ou problema - poderiam reduzir o percentual de respostas incompletas e erradas na categoria “Interpretação do Enunciado do Problema”.

No mesmo sentido, na categoria “Modelo Matemático/Montagem do Sistema Linear”, se fossem seguidas as orientações desse autor quando propõe que o aluno deverá relacionar os dados e o que é pedido e selecionar bem as fórmulas que deverão ser aplicadas, a margem de acerto seria maior.

Provavelmente, haveria menores percentuais de respostas incompletas e erradas, na categoria “Resolução de Problemas”, se fossem seguidas as orientações de Laudares (1987) para não tentar resolver problemas mecanicamente, conferir as operações e avaliar se a solução é compatível com os dados, que diz respeito à quarta etapa de Polya (2006) - retrospecto: examinar a solução obtida.

As sete atividades descritas na Tabela 2 apresentadas na Pesquisa de Mestrado têm, em média, um percentual de “Acertos” de 48,6%; de “Respostas Incompletas”, 21% e de “Erros”, 30,35%. A soma de respostas incompletas e erradas totaliza 51,35%, resultante de dificuldade na Interpretação dos textos, da dificuldade de buscar a resolução por meio de modelos matemáticos e do entendimento dos fenômenos físicos. Possivelmente, a adoção

de uma metodologia como a de Resolução de Problemas aumentaria o processo de compreensão e evitaria erros de raciocínio.

A sistematização descrita pelos teóricos de Resolução de Problemas poderia oferecer um padrão que facilita a adoção de uma estratégia eficaz, mesmo que os estudantes não a compreendam em sua totalidade. A utilização da metodologia da Resolução de Problemas provocou uma melhor compreensão do sistema de equações lineares, possibilitando a sua utilização num determinado contexto.

Um dos Produtos deste trabalho foi o Caderno de Atividades, que constou de sete atividades relacionadas ao conteúdo de sistemas lineares aplicados em Circuitos. O produto citado encontra-se como apêndice na Dissertação de Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática citada: *A Matemática nos Cursos de Formação Profissional na Área Tecnológica de Eletroeletrônica: Resolução de Problemas Utilizando Sistemas Lineares em Circuitos*.

## REFERÊNCIAS

BARROS FILHO, Aníbal Ataídes. **A resolução de problemas físicos com equações diferenciais ordinárias lineares de 1ª e 2ª ordem**: análise gráfica com o software Maple. Belo Horizonte, PUC Minas, 2012. Dissertação (Mestrado).

CURY, Helena Noronha. **Análise de erros**: o que podemos aprender com as respostas dos alunos. Belo Horizonte: Autêntica, 2007.

DANTE, Luiz Roberto. **Didática da resolução de problemas de matemática**. São Paulo: Ática, 1991.

GAZIRE, Eliane Scheid. **Perspectivas da resolução de problemas em educação matemática**. Rio Claro, São Paulo, Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, 1988. Dissertação (Mestrado).

GUSSOW, M. **Eletricidade básica**. São Paulo: Pearson Makron Books, 1997, p. 137-152.

LAUDARES, João Bosco. **Educação matemática**. Belo Horizonte: CEFET, 1987.

MOVSHOVITZ-HADAR, N.; Zaslavsky, O.; Inbar, S. An empirical classification model for errors in high school mathematics. **Journal for Research in Mathematics Education**, 18, (1), 3-14, 1987.

POLYA, George. **Arte de resolver problemas**. Rio de Janeiro: Interciência, 2006.

POZO, Juan Ignacio. **A solução de problemas**. Porto Alegre: Artmed, 1998.

TEIXEIRA, Vânia M. Fazito R. **A Matemática nos Cursos de Formação Profissional na Área Tecnológica de Eletroeletrônica**: Resolução de Problemas Utilizando Sistemas Lineares em Circuitos. Belo Horizonte, PUC-Minas, 2014. Dissertação (Mestrado).

# **A MODELAGEM MATEMÁTICA COMO FERRAMENTA PARA ANÁLISE DO DESENVOLVIMENTO DO ARBUSTO CRÓTON PELO MÉTODO REPRODUTIVO POR ESTAQUIA**

**Patrícia Corrêa Santos<sup>1</sup>**

**Amanda Torres dos Santos<sup>2</sup> Rogério de Jesus Santos<sup>3</sup>**

<sup>1</sup> IF Baiano/Teixeira de Freitas, pro.patricia@hotmail.com

<sup>2</sup> IF Baiano/Teixeira de Freitas, amanda\_salvemaria@hotmail.com

<sup>3</sup> Universidade do Estado da Bahia - UNEB/Campus X, rogerio\_tx26@hotmail.com

## **Resumo**

O presente trabalho foi desenvolvido no Instituto Federal de Educação, Ciências e Tecnologia- IF Baiano, localizado na cidade de Teixeira de Freitas-BA, com o objetivo de investigar como o uso da Modelagem Matemática nas demais áreas do curso Técnico em Florestas auxilia o estudo de Matemática. A Modelagem Matemática foi escolhida por se tratar de uma ferramenta que, dentre outras características, relaciona uma situação real com um modelo matemático que o representa, o que possibilita o ensino de Matemática na prática, estabelecendo o elo teoria-prática. Para o desenvolvimento do trabalho, foi proposto aos alunos, a escolha de um tema da área técnica do curso, e a partir do tema escolhido, investigar um modelo matemático que o representasse. O objeto de estudo adotado pelos alunos foi o desenvolvimento do arbusto cróton pelo método reprodutivo por estaquia. Para tanto, realizou-se um estudo descritivo do fenômeno, o que possibilitou apresentar características e propriedades necessárias para a análise. Com o auxílio de tabelas via excel e estaquias, ao término do estudo encontrou-se um modelo matemático que representa, por ajuste, o desenvolvimento do arbusto Cróton (*Codiaeum variegatum*, o que viabilizou o uso da Modelagem Matemática de forma interdisciplinar, enriquecendo o estudo de disciplinas da área técnica do curso e a aprendizagem de Matemática.

**Palavras-chave:** Matemática; Modelagem Matemática; Arbusto Cróton.

## **1. INTRODUÇÃO**

Atualmente tem-se buscado por ferramentas que possibilitem ao aluno, atuar diretamente no processo ensino-aprendizagem de Matemática. Nesse aspecto, dentre várias tendências da Educação Matemática, a Modelagem Matemática se destaca como uma boa estratégia para esse fim. Tal interesse deve-se à condição da estratégia contribuir para a autonomia e independência do aluno, modificando sua postura diante da Matemática, associando a modelagem à cidadania e a educação crítica (BARBOSA, 2006).

A Modelagem Matemática tem sido tema de pesquisas e discussões, autores como Biembengut e Hein (2005) e também Bassanezi (2002), a considera como uma estratégia de ensino e aprendizagem de diversas áreas do conhecimento com o auxílio de Matemática, Barbosa (2006) finaliza dizendo que é um grande ‘guarda-chuva’, onde cabe quase tudo.

A Matemática por sua vez, é considerada por muitos, como uma disciplina abstrata e complexa, seus conteúdos e aplicações são vistos como distante e muitas vezes fora da realidade, sendo assim, a utilização da modelagem matemática em sala de

aula é considerada como uma maneira de estreitar essa relação e garantir a interação da Matemática com a realidade do aluno.

É nessa perspectiva que esta pesquisa investiga à partir de uma proposta, circunstanciada na realidade do aluno, como o uso da modelagem matemática em outras áreas do curso técnico em Florestas, auxilia o ensino e aprendizagem de Matemática.

A proposta inicial surgiu através da solicitação do professor da disciplina de Matemática da turma do 2º ano do curso técnico em Florestas do Instituto Federal de Educação, Ciências e Tecnologia- IF Baiano/*Campus* Teixeira de Freitas, em analisar, descrever e desenvolver a modelagem matemática à partir de ocasiões reais e cotidianas. Para tanto, o professor propôs aos alunos que escolhem um tema da área técnica do curso e a partir do tema escolhido, investigasse um modelo que o representasse.

Os alunos propuseram investigar o desenvolvimento do arbusto Cróton (*Codiaeum variegatum*) pelo método reprodutivo por estaquia. Analisou como se efetua seu crescimento, plantio e transplante, o que proporcionou um maior entendimento do mesmo. Os dados obtidos são tão ricos, que certamente poderiam ser utilizados em outros estudos, como diversas áreas do conhecimento do ensino médio e fundamental.

Mediante dados coletados, tais como altura e idade dos arbustos, foi “amadurecido” a ideia de aproximar a Matemática ao estudo, o que facilitou desenvolver métodos de modelagem matemática para a obtenção de um modelo representativo.

A fim de investigar como esse processo auxilia o ensino-aprendizagem de Matemática, foi feita uma análise qualitativa de forma descritiva, onde se observou como a modelagem matemática contribui com a formação matemática do aluno, considerando aspectos importantes como interação, motivação, envolvimento, discussão sobre o tema e construção do conhecimento matemático abordado.

A ferramenta utilizada para essa análise foi o diário de campo, Ludke e André (1986) indicam que ao começar um registro seja indicado o dia, a hora, o local da observação e o tempo de duração, e, após anotações, seja deixado um espaço para posteriores comentários e reflexões. Esse procedimento facilitou o entendimento da situação investigada, através de anotações concluímos que a modelagem matemática interfere de forma positiva no processo ensino-aprendizagem de Matemática. E mais, a utilização dessa estratégia em sala de aula, além de enriquecer significativamente a construção de conhecimentos de diversas áreas do saber, ela fortalece a postura crítica e participativa do aluno.

O texto aqui apresentado foi dividido em duas partes, na primeira é apresentado na visão de estudiosos da área, o conceito de modelagem matemática. Na segunda, é abordado como se dá o desenvolvimento do arbusto cróton junto a resultados obtidos e quais conteúdos matemáticos foram utilizados. Por fim, é relacionado o estudo inicialmente proposto (análise do desenvolvimento do arbusto cróton pelo método por estaquia) com o ensino de Matemática e quais suas contribuições para o mesmo.

## **2. MODELAGEM MATEMÁTICA NO ENSINO: ESTRATÉGIA UTILIZADA**

O que é modelagem matemática? Qual é a diferença entre modelo e modelo matemático? Procurando apresentar respostas para esses questionamentos, vamos construir compreensões sobre o modo de conceber um modelo matemático no ensino de Matemática.

Biembengut e Hein, apontam uma problemática no ensino de Matemática,

[...] precisa voltar-se para a promoção do conhecimento matemático e da habilidade em aplicá-lo nas situações cotidianas da vida de nossos alunos. Isto significa ir além das simples resoluções de questões matemáticas, muitas vezes sem significado para o aluno, e levá-lo a adquirir uma melhor compreensão tanto da teoria matemática quanto da natureza do problema a ser modelado. (BIEMBENGUT; HEIN, 2005, p.18).

Nesse sentido, é evidenciado que há certa necessidade em dar significado ao que está sendo ensinado em sala de aula, particularmente na aula de Matemática. Biembengut e Hein acrescentam que a modelagem matemática no ensino pode

[...] ser um caminho para despertar no aluno o interesse por tópicos matemáticos que ele ainda desconhece, ao mesmo tempo que aprende a arte de modelar, matematicamente. Isso porque é dada ao aluno a oportunidade de estudar situações problema por meio de pesquisa, desenvolvendo seu interesse e aguçando seu senso crítico. (BIEMBENGUT; HEIN 2005, p.18)

Bassanezi (2002) afirma que a modelagem matemática é a matemática por excelência, o autor nos lembra de que a matemática originou-se da busca de compreensão e explicação de fatos ocorridos na vida real, para o autor o ensino-aprendizagem de Matemática deve ocorrer através da modelagem. O processo inicia no conceito do método chegando à aplicação em situações complexas ou não.

Biembengut e Hein (1986) completa quando dizem que a modelagem matemática objetiva interpretar situações reais utilizando a linguagem matemática, para que, através desta, possa melhor compreendê-las. Para eles, o professor pode utilizar a modelagem com várias possibilidades de ensino.

Sousa e Godarth (2012) dizem que a modelagem matemática é o processo que envolve a obtenção de um modelo, que pode ser expressões numéricas ou fórmulas, diagramas, gráficos ou representações geométricas, equações algébricas, tabelas, programas computacionais, etc.

Dessa forma, a elaboração de um modelo matemático que representa certa situação, depende muito do conhecimento matemático que se tem. Quanto maior o conhecimento matemático, maiores serão as possibilidades de resolução do problema, e maior será a probabilidade de criação de um modelo que o represente.

Mas o que é um modelo? Segundo dicionários da língua portuguesa, modelo significa: uma representação de algo, como uma maquete, um padrão ou ideal a ser alcançado, ser seguido, ou um tipo particular dentro de uma série.

Sendo assim, modelo matemático é a arte de formular, resolver e elaborar expressões que valham como suporte para diversas aplicações de fenômenos ou problemas concretos vivenciados na realidade.

A proposta inicial aqui apresentada, é apoiada por Borba, Meneghetti e Hermeni (1997), quando afirmam que a Modelagem “[...] pode ser vista como um esforço de descrever matematicamente um fenômeno que é escolhido pelos alunos com o auxílio do professor”. (p. 76). A escolha pelos alunos parece ser o diferencial nas propostas de uso da Modelagem Matemática no ensino.

### **3. PROPOSTA INICIAL**

Este trabalho trata-se de uma pesquisa realizada a partir da solicitação do professor da disciplina de Matemática do 2º ano do curso técnico em Florestas do IF Baiano, *Campus* Teixeira de Freitas. O professor propôs a turma de 30 alunos que

formassem grupos de cinco alunos os quais teriam que escolher um tema da área técnica do curso, com o objetivo de analisar, descrever e desenvolver a modelagem matemática a partir de um tema escolhido.

A partir dessa proposta inicial, o presente trabalho investigou como a modelagem matemática auxilia a aprendizagem de Matemática a partir do estudo da área técnica do curso de Florestas.

### **3.1 CONSIDERAÇÕES SOBRE O ARBUSTO CRÓTON**

Cróton (*codiaeumvariegatum*) é uma espécie de uso ornamental pertencente à família Euphorbiaceae, especialmente arbustiva com caule de textura lenhosa e semi-lenhosa com seiva tóxica. Adapta-se aos climas equatorial, subtropical e tropical, desenvolve melhor, quando adulta, em meia sombra, sol pleno e pode atingir até 3 metros de altura, dependendo da sua variedade.

### **3.2 PROPAGAÇÃO VEGETATIVA**

Existem vários métodos para a propagação vegetativa de plantas, dentre os quais a estaquia. Estaquia é o termo utilizado para designar o método de propagação no qual um segmento da planta matriz é retirado, colocado em condições ambientais favoráveis e induzido a formar raízes e brotos, obtendo-se uma nova planta (HARTMANN et al., 2004).

Hoppe (2004, p. 160) diz que a estaquia “é a técnica de reprodução vegetativa de maior utilização no meio florestal”. Paiva e Gomes (2005, p. 25) descrevem sobre o aspecto econômico dizendo que: “a estaquia é, ainda, a técnica de maior viabilidade econômica para o estabelecimento de plantios clonais, pois permite, a um custo menor, a multiplicação de genótipos selecionados”.

Nesta pesquisa, trabalhou-se com o método de estaquia, visto que há melhor desenvolvimento radicular, caulinar e foliar da espécie *Codiaeumvariegatum* na utilização desse método propagativo.

### **3.3 PLANTA MATRIZ**

Grattapaglia e Machado (1998) afirmam que a qualidade da planta fornecedora do material vegetativo (planta matriz) é destacado como um fator que influencia no sucesso da utilização dos métodos de propagação, incluindo seu manejo cultural e ambiental. A sanidade da planta matriz está intimamente ligada ao desempenho da futura muda, já que esta preservará as mesmas informações genéticas, portanto caso a planta matriz não esteja em perfeitas condições os resultados de desenvolvimento não serão promissores.

A Lei nº 10.711, de 5 de agosto de 2003, do Ministério da Agricultura, Pecuária e Abastecimento, (BRASIL, 2003), conceitua plantas matrizes como plantas fornecedoras de material de propagação que mantêm as características da planta básica (obtida por melhoramento genético) da qual seja proveniente.

Para a realização da estaquia com a planta ornamental cróton, os alunos escolheram a melhor planta matriz a ser utilizada, para que assim, aliada aos bons cuidados, fosse garantida uma muda saudável, com bom estado fisiológico e livre de pragas. Os cuidados com a planta matriz devem assegurar o seu bom estado fisiológico (nutricional e hídrico) e fitossanitário. Nessas condições as plantas, em geral, fornecem melhores resultados.

### 3.4 EXECUÇÃO DA PROPOSTA INICIAL

Inicialmente os alunos realizaram reuniões periódicas a fim de discutir sobre a temática abordada. O tema foi escolhido à partir das aulas da disciplina "Viveiros e propagação de espécies vegetais", fato que caracteriza a proposta inicial, pois a partir desta, foram trabalhados de forma interdisciplinar, conteúdos das duas disciplinas.

A proposta foi inicializada com obtenção de uma muda através da estaquia, no turno matutino, pois nesse período os galhos estavam dotados de uma quantidade de água que favoreceria a germinação. Os alunos foram acompanhados e orientados por uma técnica florestal, que os instruíram desde a retirada das estacas até a fase final da mesma.

Na realização da propagação por estaquia e após escolha da planta matriz, foi retirada da mesma, duas estacas de aproximadamente 14 cm de comprimento, levando em consideração os ramos mais vigorosos e saudáveis. Para a remoção das estacas foi necessário à utilização de luvas (a espécie escolhida tem uma seiva leitosa tóxica), e uma tesoura de poda.

As estacas foram colocadas em frascos com fortificador de raiz, para acelerar o processo de enraizamento. Elas ficaram imergidas em uma solução por 10 minutos, e em seguida realizaram o transplante da planta para sacos plásticos preenchidos com terra natural.

Após o transplante, uma muda foi colocada em sol pleno, e outra em sombra, com o intuito de analisar em qual ambiente o cróton se desenvolve melhor. Conhecido pela beleza estonteante de suas folhas, possíveis alterações durante esse processo, facilita a análise. Em comparação, observou-se que o ambiente altera suas características.

As estacas foram retiradas da planta matriz com tamanho padrão, com o intuito de observar possível diferença no crescimento. Observou-se também, aspectos como a quantidade de folhas presentes e o desenvolvimento da raiz, considerando que, ao se tratar de uma planta, devemos analisar todos os aspectos que estão presentes nas partes que a compõe (caule, folha e raiz).

### 3.5 DADOS OBTIDOS

A partir de análises feitas durante o período de 23 de dezembro de 2014 a 06 de fevereiro de 2015, obteve-se dados relevantes para o estudo proposto inicialmente como os expostos na Tabela 1.

**Tabela 1: Medidas de crescimento das estacas 1 e 2.**

| <b>Data</b> | <b>Estaca 1</b> | <b>Estaca 2</b> | <b>Raiz 1</b> | <b>Raiz 2</b> |
|-------------|-----------------|-----------------|---------------|---------------|
| 23/12/2014  | 14 cm           | 14 cm           | 0 cm          | 0 cm          |
| 14/01/2015  | 15 cm           | 16 cm           | -             | -             |
| 21/01/2015  | 15,3 cm         | 17 cm           | -             | -             |
| 28/01/2015  | 16 cm           | 18 cm           | -             | -             |
| 06/02/2015  | 17,2 cm         | 19 cm           | 9 cm          | 9,4 cm        |

Fonte: Dados da pesquisa.

#### Observações:

- Para a primeira medição foi dado um intervalo maior entre a data de plantio. O motivo desse prazo foi um maior desenvolvimento das estacas. O período entre as outras medições foram de 7 a 9 dias.
- A estaca 1 ficou em sol pleno, na primeira medição (14/01/2015), notou-se um crescimento de 1 centímetro em relação a seu tamanho de plantio. Enquanto que, a estaca 2, cultivada à sombra, apresentou uma diferença de 2 centímetros no seu crescimento;
- Na segunda medição após o plantio (21/01/2015), observou-se um aumento de 0,3 centímetros no tamanho da estaca 1 (estaca do sol pleno) e um aumento de 1 centímetro da estaca 2 (sombra);
- Na terceira medição realizada (28/01/2015), a estaca 1 cresceu 0,7 centímetros e à estaca 2 manteve seu crescimento constante de 1 centímetro;
- Na quarta medição (06/02/2015), a estaca 1 aumentou seu tamanho em 1,2 centímetros, enquanto a estaca 2, teve o seu crescimento constante novamente (+1cm).

Outro dado notado pelos alunos foi o tamanho das raízes, durante o plantio das estacas as raízes apresentavam um tamanho desconsiderável, durante a última medição (06/02/2015), observou-se: Estaca 1 - raiz com 9 cm de comprimento e Estaca 2 - raiz com 9,4 cm de comprimento. Dado que afirma que as raízes do arbusto cróton cultivado na sombra pelo método por estaquia, também tem um crescimento maior que a do arbusto exposto ao sol.

#### **4. CORRELACIONANDO O CRESCIMENTO DO ARBUSTO CRÓTON COM O ENSINO DE MATEMÁTICA**

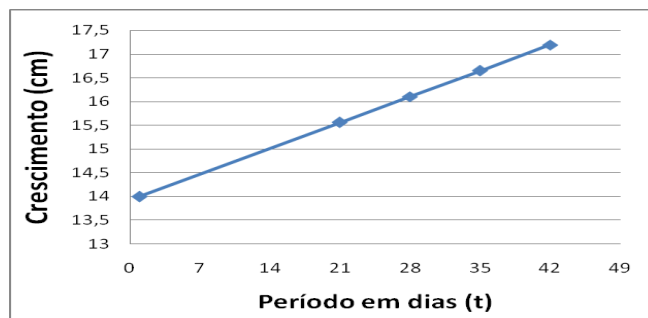
Inicialmente o professor de Matemática da turma do 2º ano Florestas, propôs aos alunos que investigasse um tema da área técnica do curso e o relacionasse com a Matemática através da modelagem. Sendo assim, após investigação, os alunos fizeram um estudo de como trabalhariam com os dados obtidos a fim de obter um modelo que o representasse.

Com o auxílio de um técnico em Florestas, do professor de Matemática e de um bolsista do Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência (PIBID) do curso de Licenciatura em Matemática, os alunos analisaram o fenômeno que se apresentou durante seus estudos.

Com o uso do excel, organizaram os dados obtidos em uma tabela, o que facilitou relacionar as variáveis crescimento e tempo. Após construção da tabela, representaram em dois eixos perpendiculares as variáveis tempo e crescimento afim de esboçar um gráfico que representasse o fenômeno estudado. Relacionando as variáveis, e por ajuste, construíram um gráfico caracterizado como função afim (conteúdo de Matemática) o qual é representado por uma reta.



**Gráfico 1: Medidas de crescimento da estaca 1 durante período experimental.**



Fonte: Dados da pesquisa.

O gráfico à cima foi ajustado, pois com as medidas obtidas os alunos precisariam de mais conhecimentos matemáticos para encontrar um modelo que o representasse.

Para determinar a equação geral da reta representada no gráfico 1, os alunos utilizaram conceitos relacionados a matriz. Aplicaram a regra de Sarrus<sup>1</sup> em um determinante de ordem 3, para a qual deve-se utilizar dois pares ordenados (x, y) do gráfico 1. Os pares ordenados adotados pelos alunos foram (1,14) e (42; 17,2). Abaixo é apresentado o determinante obtido pelos alunos.

$$\begin{bmatrix} x & y & 1 \\ 1 & 14 & 1 \\ 42 & 17,2 & 1 \end{bmatrix} = 0 \quad (1)$$

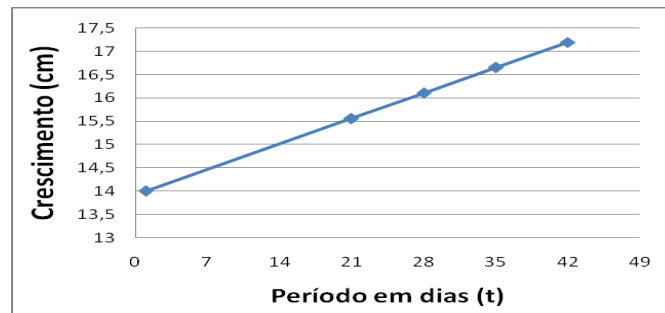
Ao desenvolver esse determinante, encontraram os coeficientes da equação da reta procurada, como também o termo independente. Com os parâmetros calculados, foi determinada a função  $f(t)$  que representa o crescimento linear por estaquia da planta cróton em um instante  $t$ .

$$f(t) = 0,078t + 13,92 \quad (2)$$

Onde,  $t$  é o período em dias após a estaquia, 0,078 é o coeficiente angular da reta e 13,9 o termo independente. Assim, para determinar a função  $f(t)$ , calcula-se a equação geral da reta no intervalo [1,42] estimado em dias de estudo.

Analogamente, representaram o desenvolvimento da estaquia 2, conforme a figura 2.

**Gráfico 2: Medidas de crescimento da estaca 1 durante período experimental.**



Fonte: Dados da pesquisa.

A equação que representa o gráfico 2 é a seguinte:

$$f(t) = 0,121t + 13,87 \quad (3)$$

Onde,  $t$  é o período em dias após a estaquia, 0,121 o coeficiente angular e 13,87 o termo independente.

## 5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

A partir da experiência com a utilização da Modelagem Matemática como metodologia no processo de ensino e aprendizagem de Matemática, algumas considerações podem ser tecidas.

Acredita-se que a inserção de um método que possibilite ao aluno, ultrapassar as barreiras da sala de aula, com o objetivo de ensiná-lo a construir seus conhecimentos na prática, tornando-o um sujeito ativo na construção do saber, vem a propiciar um ambiente mais prazeroso tanto para o aluno como para o professor.

Ainda pode-se afirmar que, a Modelagem Matemática colabora para a constituição da cidadania, além disso, possibilita a introdução de outros temas que não são necessariamente matemáticos.

Quanto à proposta inicial, ao fim da proposta inicial os alunos apresentaram um modelo matemático, por ajuste, que representasse o fenômeno estudado. Por essa e outras observações, comprovou-se que a utilização da modelagem matemática no ensino é uma metodologia válida, pois essa auxilia a inserção da matemática no mundo real do aluno, além disso, ultrapassa de forma instigante, limites impostos pelo livro didático, alcançando conceitos através de situações cotidianas.

A partir do modelo obtido, os alunos também verificaram e comprovaram o desenvolvimento da planta Cróton, um dos objetivos do estudo inicial, investigaram como o crescimento da mesma se dava em diferentes ambientes. Mesmo a planta sendo de altas temperaturas e possuindo uma folhagem muito resistente, a pesquisa revelou que a muda se adaptou melhor na meia sombra, isso por que a planta ainda é jovem e não é tão resistente quanto na fase adulta.

Ao analisar o desenvolvimento da proposta inicial, notou-se que a Modelagem Matemática é de fato um ambiente de aprendizagem que contribui com ambientes de interações discursivas, além propiciar a ampliação do repertório dos alunos em relação aos conhecimentos técnicos do curso e conhecimentos matemáticos, a modelagem

matemática favorece o desenvolvimento do pensamento crítico e reflexivo dos envolvidos.

Desse modo, esta investigação permitiu compreender como alunos do 2º ano do curso técnico em Florestas relacionam conhecimentos matemáticos com situações desenvolvidas em áreas técnicas do curso. A partir das interações dos alunos com o tema estudado e o envolvimento com vários conteúdos de Matemática, eles puderam refletir sobre a matemática como uma forma de interagir com diversas áreas do conhecimento. E que esse ambiente pode ser provocado à partir de uma situação proposta por eles, o que favorece seu crescimento frente a sociedade, seu envolvimento com problemas reais, oportunizando apresentar suas ideias sobre o contexto social em que está inserido.

## 6. REFERÊNCIAS

- BASSANEZI, R. C. **Ensino-Aprendizagem com Modelagem Matemática: uma nova estratégia**. São Paulo. Editora Contexto, 2002.
- BIEMBENGUT, Maria Salett; HEIN, Nelson. **Modelagem Matemática no Ensino**. São Paulo. Editora Contexto. 2005.
- BORBA, M. C.; MENEGHETTI, R. C. G.; HERMINI, H. A. **Modelagem, calculadora gráfica e interdisciplinaridade na sala de aula de um curso de ciências biológicas**. *Revista de Educação Matemática da SBEM-SP*, [São José do Rio Preto], n. 3, p. 63-70, 1997.
- BRASIL. Lei nº 10.711, de 5 de agosto de 2003. Dispõe sobre o Sistema Nacional de Sementes e Mudanças e dá outras providências. [Diário Oficial da República Federativa do Brasil], Brasília, DF, 5 ago. 2003.
- GAYER, I; RAMOS, D. G; GOLDINHO, D. **Um modelo matemático para o crescimento das faces**. Disponível em: <[http://www.projetos.unijui.edu.br/matematica/cd\\_egem/fscommand/RE/RE\\_34.pdf](http://www.projetos.unijui.edu.br/matematica/cd_egem/fscommand/RE/RE_34.pdf)>. Acesso em: 8 jan. 2015.
- GRATTAPAGLIA, D.; MACHADO, M. A. Micropropagação. In: TORRES, A. C.; CALDAS, L. S.; BUSO, J. A. **Cultura de tecidos e transformação genética de plantas**. Brasília, DF: Embrapa – SPI; Embrapa - CNPH, 1998.
- HARTMANN, H. T.; KESTER, D. E.; DAVIES, JR, F. T. & GENEVE, R. L. *Plant Propagation: principles and practices*. 8th ed. New York: Prentice Hall. 2004.
- HOPPE, J. M. et al. **Produção de sementes e mudas florestais (Caderno Didático)**. nº 1, 2. ed. Santa Maria, 2004.
- LUDKE, H. A.; ANDRÉ, M. E. D. **Pesquisa em educação: abordagens qualitativas**. São Paulo: EPU, 1986.
- McLONE, R.R. **The Art of applying Mathematics**. London, 1976.
- PAIVA, H. N.; GOMES, J. M. **Propagação Vegetativa de Espécies Florestais**. 3. ed. Viçosa, MG. Ed. UFV, 2005.
- SOUSA, M. V.; GODARTH, C. **Modelagem matemática e a construção de uma horta com objetivo de elaborar um modelo matemático**. In: III Simpósio Nacional de Ensino de Ciência e Tecnologia (SINECT), 3. 2012, Ponta Grossa. *Anais*. Ponta Grossa, 2012. CD-ROM. ISSN 2178-6135. Disponível em: <<http://www.sinect.com.br/2012/down.php?id=2739&q=1>>. Acesso em: 10 jan. 2015.

# A MODELAGEM MATEMÁTICA COMO PROPOSTA DE INTEGRAÇÃO ENTRE A EDUCAÇÃO MATEMÁTICA E A EDUCAÇÃO POLITÉCNICA

Felipe Leite Granato<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Fundação Oswaldo Cruz/Escola Politécnica de Saúde Joaquim Venâncio, felipegranato@fiocruz.br

## Resumo

Este artigo buscou, por meio de uma discussão teórica, propor uma concepção pedagógica para o ensino de Matemática na Escola Politécnica de Saúde Joaquim Venâncio (EPSJV). Entendendo o conceito de Politecnia como objeto central da pesquisa na EPSJV, faço uma revisão bibliográfica acerca da Educação Politécnica e da Educação Matemática como tentativa de integrar esses dois campos do conhecimento. Após a revisão bibliográfica, apresento e discuto dois pontos centrais para o desenvolvimento de uma formação politécnica: a noção de currículo integrado e a dimensão pedagógica de uma atividade politécnica. Faço uma discussão desses pontos em sintonia com a pesquisa em Educação Matemática, apresentando a Modelagem Matemática e a Educação Matemática Crítica, de Skovsmose, como alternativas que dialogam com as demandas de uma formação politécnica, compondo assim uma perspectiva para o ensino/pesquisa na EPSJV.

**Palavras-chave:** Educação Politécnica; Educação Matemática; Modelagem Matemática; Educação Matemática Crítica.

## INTRODUÇÃO

O presente artigo é fruto do ensino da matemática e da pesquisa dentro do laboratório de Formação Geral da Escola Politécnica de Saúde Joaquim Venâncio (EPSJV), cuja equipe de matemática tem como motivação profissional desenvolver projetos que busquem responder as seguintes questões centrais:

*Como promover um ensino de matemática, no contexto do ensino médio, que contemple a concepção de educação politécnica?*

*Como a pesquisa em Educação Matemática e a pesquisa em Educação Politécnica podem encaminhar uma proposta pedagógica para o ensino de matemática na EPSJV?*

A partir de estudos bibliográficos acerca da pesquisa em Educação Politécnica e da pesquisa em Educação Matemática, este artigo propõe um ensino de matemática crítico cujo objeto central é a modelagem matemática.

Para organizar metodologicamente os resultados dessa revisão bibliográfica, o artigo apresenta uma discussão teórica, em tópicos, que se organiza segundo os conceitos principais de:

- Escola Politécnica
- Currículo Integrado e a Matemática
- Modelagem Matemática como Proposta Pedagógica
- Educação Matemática Crítica

O primeiro tópico aborda o aspecto histórico-acadêmico da Escola Politécnica e desenvolve os desafios da pesquisa e do ensino que enfrentam tais escolas de hoje. No

segundo tópico apresento a importância de um currículo integrado que possa atender as necessidades de um processo formativo crítico e reflexivo; e por fim, no último tópico, faço uma revisão bibliográfica acerca da Modelagem Matemática em Educação Matemática e proponho como objeto central de um ensino de matemática que agregue as concepções da Educação Matemática Crítica e da Educação Politécnica.

## **A ESCOLA POLITÉCNICA**

É unânime, entre os pesquisadores que trabalham com educação profissional, que as discussões acerca do tema foram originadas dos trabalhos de Karl Marx (1818 – 1883). Para Manacorda (1991, apud RODRIGUES, 1998, p.32), embora Marx nunca tivesse se referido à pedagogia em suas obras existia a presença das questões pedagógicas não de maneira ocasional, mas sim em suas críticas as relações sociais.

Com as obras de Marx repercutindo no Brasil, o processo educativo no trabalho ganha âmbito na pesquisa em Educação profissional. Trabalhos como Lukács (1981), Gramsci (2001a), Gramsci (2001b), Saviani (1994; 2007), Tumolo (2005) e Gonzales (2007) evidenciam tal fato.

As discussões entre trabalho e educação começam a se intensificar, no Brasil, no final da década de 60. No período de 1970 a 1989 temos um acervo de trabalhos que buscaram discutir o papel da educação no trabalho, como podemos ver em Rodrigues (1998):

*Num recorde de bibliografia de trabalho-educação, a equipe do projeto O valor social da educação e do trabalho em camadas populares (MATA, DAUSTER, 1990) elenca - entre eles, livros e relatórios de pesquisa- 601 títulos, publicados no Brasil no período de 1970 a 1989.*

*(RODRIGUES, 1998, p. 30)*

Trabalhos relevantes que abriram caminhos para a discussão da escola politécnica, no Brasil, foram: a tese de doutorado de Gaudêncio Frigotto e os debates pedagógicos do professor Dermeval Saviani através do curso de doutorado em Educação, na Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC-SP).

Os cursos de Saviani continham influências das concepções de Marx e Antônio Gramsci. Sob o ponto de vista desses autores, Saviani criticava o autoritarismo da educação e os trabalhos pseudomarxistas e simplista. Como forma de reverter esse quadro simplista da educação, Saviani cria um grupo de pesquisa que privilegia os artigos originais, de modo que seus trabalhos iam até as fontes originais.

No âmbito dessas discussões teóricas da formação politécnica, em 1988, é criado o curso técnico de ensino médio da Escola Politécnica de Saúde Joaquim Venâncio (EPSJV). Com o fim da ditadura militar no Brasil e uma nova Constituição, abre-se caminho para novas discussões sobre as denominadas leis complementares da educação.

As leis de Diretrizes Básicas da Educação Normal (LDBEN) não faziam menção à educação politécnica, cabendo a Saviani, o papel de abrir a discussão da formação do trabalhador, tendo como centro a formação humana e opondo-se ao centralismo do mercado de trabalho. Apesar de seus esforços, a nova LDB aprovada em 1996 não continha as discussões desejadas e objetivadas por Saviani. De todo modo, a concepção de

educação politécnica permeou, nas pesquisas, três eixos importantes: o da infraestrutura, o da dimensão socialista e o da dimensão pedagógica.

A dimensão infraestrutural se define pelas relações acerca dos processos do trabalho e da qualificação profissional necessária para o trabalho. Os constantes avanços tecnológicos influenciam de maneira direta os processos do trabalho e consequentemente a formação e a dimensão infraestrutural de uma escola politécnica. Em seguida temos um trecho de Rodrigues (2006) comentando as relações infraestruturais da educação politécnica:

*A dimensão infraestrutural da concepção politécnica de educação agrega os aspectos relacionados ao mundo do trabalho, especificamente os processos de trabalho sob a organização capitalista de produção, e, consequentemente, a questão da qualificação profissional. Pode-se afirmar, grosso modo, que a discussão sobre a qualificação profissional, com base nas novas formas de organização do processo de trabalho era o foco da discussão da educação politécnica. Nesse sentido, a dimensão infraestrutural da concepção politécnica de educação se relaciona intimamente com as mudanças na produção e com suas respectivas alterações científicas e, principalmente, tecnológicas.*

(RODRIGUES, 2006, p.423)

Levando em consideração os aspectos infraestruturais necessários para uma prática politécnica, estamos nos opondo às necessidades imediatistas que permeiam os novos processos de trabalho capitalista. A concepção socialista do caráter politécnico, que preza pela figura humana como centro do ensino, pode parecer utópica e fora de contexto da atual conjuntura. Mas como buscar uma formação politécnica com ideais socialistas (derrotados?) em um mundo capitalista?

O desafio da educação politécnica em responder a pergunta anterior passa pela dimensão pedagógica do processo formativo. Construído em uma pedagogia que leve em consideração os aspectos infraestruturais e as contradições sociais do mundo do trabalho capitalista, o processo formativo pode ser pensado e construído de modo a colaborar com a construção de uma classe trabalhadora de luta.

## **CURRÍCULO INTEGRADO E A MATEMÁTICA**

Para a construção de um processo formativo que proporcione uma pedagogia transformadora e crítica, faz-se necessário a escolha de um currículo que seja fruto de muitas pesquisas e experiências de ensino, que por sua vez, leve em consideração as concepções da formação politécnica.

O conceito de currículo integrado tem sido objeto de pesquisas como podemos ver em Santomé (1998) e Ramos (2005), apresentando uma alternativa para o diálogo entre a formação básica e a formação profissional. Esse currículo disponibiliza ao estudante um conjunto de saberes que dialoga com a teoria e a prática, contribuindo para uma formação que trate o conhecimento como uma construção humana, rico de contextos histórico-sociais.

Segundo Ramos, Frigotto e Ciavatta:

*[...] a integração do ensino médio com o ensino técnico é uma necessidade conjuntural – social e histórica – para que a educação tecnológica se efetive para os filhos dos trabalhadores. A possibilidade de integrar formação geral e formação técnica no ensino médio, visando a uma formação integral do ser humano é, por essas determinações concretas, condição necessária para a travessia em direção ao ensino médio politécnico e à superação da dualidade educacional pela superação da dualidade de classes.*

*(RAMOS; FRIGOTTO; CIAVATTA; 2005, p.45)*

No âmbito da educação politécnica, podemos ver, em Lopes (2001, apud VIEIRA & CURI, 2012, p.8), que o as aulas devem priorizar uma dinâmica e dialética entre os conteúdos, de maneira a sintonizá-las a um currículo integrado e respeitar um processo de ensino e aprendizagem que valorize os aspectos da ciência, cultura, tecnologia e trabalho.

Integrando a discussão do currículo ao escopo da matemática, os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) na parte da matemática mostram que o ensino da matemática pode ajudar o aluno a desenvolver competências relacionadas à: representação, generalização, investigação e a modelagem de problemas da vida real.

A seguir temos um fragmento do PCN que define alguns aspectos do currículo de matemático que estão em sintonia com o conceito de currículo integrado:

*Explorar conteúdos relativos aos temas números, álgebra, medidas, geometria e noções de estatística e probabilidade envolve diferentes formas do pensar em matemática, diferentes contextos para as aplicações, bem como a existência de razões históricas que deram origem e importância a esses conhecimentos.*

*(BRASIL, 2002, p.119)*

As várias formas de pensar em matemática, os aspectos histórico-sociais e sua dimensão epistemológica podem contribuir para a construção de um conhecimento mais sólido e pautado na busca pelo real. Com isso, a matemática tem papel fundamental dentro da contextualização, buscando entendimento da vida e prática social, como podemos ver em Scheide e Soares (2004, p.5): “[...] assimilação dos conteúdos matemáticos que lhes são relevantes como ferramentas a serem utilizadas na sua prática social, e no entendimento de seus interesses e necessidades [...]”.

Para um ensino de matemática que contribua para a contextualização matemática e ajude o aluno a entender o seu processo de trabalho, autores como Vieira & Curi (2012) e Magalhães, Nacarato e Reinato (2011) mencionam a resolução de problemas e a modelagem matemática como alternativa.

A seguir temos um trecho que comprova tal ênfase dos autores:

*A resolução de problemas possibilita ao aluno a construção do conhecimento matemático, onde a aprendizagem de um novo conceito matemático partiria de uma situação-problema, que poderia estar num contexto relacionado às disciplinas das áreas técnicas, laboratórios e oficinas. A modelagem matemática proposta como uma abordagem de ensino está vinculada a ideia de resolução de problemas, só que a*



*situação-problema está ligada ao “mundo real”, onde o aluno deverá desenvolver habilidades e competências de transformar os problemas da realidade em problemas matemáticos, resolvendo-os, interpretando-os e apresentando suas soluções na linguagem do mundo real.*

*(VIEIRA & CURI, 2012, p.9)*

Identifico a modelagem matemática como objeto importante e enriquecedor à discussão pedagógica deste artigo, pois a partir dela podemos criar ferramentas de integração entre a teoria e a prática matemática, contribuindo assim para a efetividade de um currículo integrado.

A seguir faço uma discussão acerca da modelagem matemática como proposta pedagógica.

## **A MODELAGEM MATEMÁTICA**

A modelagem matemática como proposta pedagógica, internacionalmente, teve início no século XX, quando matemáticos puros e aplicados discutiam questões de ensino.

No Brasil, a modelagem matemática ganha espaço nas aulas da década de 70, em cursos de matemática aplicada na Unicamp e na PUC-RJ, porém, somente na década de 80 com os trabalhos do programa de Educação Matemática da Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho” (UNESP-SP) que a modelagem matemática e a educação matemática caminharam para uma relação pedagógica.

Na literatura da Educação Matemática encontramos algumas definições de modelo matemático:

- “Um conjunto de símbolos e relações matemáticas que traduz de alguma forma, um fenômeno em questão ou um problema de situação real, é denominado de Modelo Matemático” (BIEMBENGUT&HEIN, 2000, p. 12).
- “Modelo matemático de um fenômeno é um conjunto de símbolos e relações matemáticas que traduzem de alguma forma o objeto estudado” (BASSANEZI, 2004, p. 20).

Segundo os autores, a matemática seria um conjunto de modelos que nos permitem entender melhor o mundo a nossa volta.

Ainda na literatura, encontramos algumas definições de modelagem matemática como a seguir:

- D’ambrosio (1986, p.27), Modelagem Matemática, “[...] é um processo muito rico de encarar situações e culmina com a solução efetiva do problema real e não com a simples resolução formal de um problema artificial [...]”.
- Biembengut e Hein (2000, p.12) definem Modelagem Matemática como “[...] uma arte, ao formular, resolver e elaborar expressões que valham não apenas para uma situação particular, mas que também sirvam posteriormente para outras aplicações [...]”.
- Blum (1995, p.18) define Modelagem Matemática, “[...] como sendo um processo de construção de modelos que transforma uma situação real em uma situação matemática [...]”.

- Bassanezi (2004, p.16), a Modelagem Matemática, “[...] consiste na arte de transformar problemas da realidade em problemas matemáticos e resolvê-los interpretando suas soluções na linguagem do mundo real [...]”.

Embora tenhamos definições diferentes, é comum a todas as definições a busca pelo real por meio de um modelo matemático.

Para Biembengut & Hein (2000, p.25) estão envolvidas três etapas no processo de modelagem:

- A Interação com o assunto
- A Matematização
- O Modelo Matemático

Na primeira etapa, há o momento do reconhecimento da situação problema. Para isso, o aluno deve estar familiarizado para delinear as competências exigidas na situação e definir quais conhecimentos serão necessários. O estudo do tema por intermédio da pesquisa em livros, jornais e outras mídias é fundamental para o primeiro passo, porque contextualiza as situações em que o modelo matemático possa ser utilizado.

Na segunda etapa, é o momento da formulação do problema e da resolução por meio do modelo matemático. Há a tradução da situação problema para o modelo matemático escolhido através da linguagem matemática. Em seguida temos o momento do conhecimento das técnicas necessárias para resolver a situação traduzida em linguagem matemática.

Na última e terceira etapa, temos o momento que se faz imprescindível o domínio das relações de validação e verdade dentro do modelo matemático. É aqui, que o aluno poderá refletir sobre os resultados encontrados dentro do modelo, para que então possa traduzir seus resultados em busca de uma conclusão do problema inicial.

### **DIMENSÃO PEDAGÓGICA DA MODELAGEM MATEMÁTICA: EDUCAÇÃO MATEMÁTICA CRÍTICA**

A modelagem matemática como proposta pedagógica não se resume às escolhas de problemas reais e a construção de modelos matemáticos adequados para resolvê-los. Existe uma dimensão pedagógica importante que discute aspectos fundamentais da relação professor-aluno-atividade, buscando uma efetividade do trabalho crítico em sala de aula.

Para discutir o papel e a importância de uma pedagogia rica em diálogo e raciocínio crítico, trago da literatura em Educação Matemática os trabalhos de Skovsmose, que por sua vez, caminham para um ensino de matemática que dialogue com a modelagem matemática.

A seguir apresento o papel do diálogo na perspectiva de educação crítica de Skovsmose (2006):

*Se queremos desenvolver uma atitude democrática por meio da educação, a educação como relação social não deve conter aspectos fundamentalmente não democráticos. É inaceitável que o professor (apenas) tenha o papel decisivo e prescritivo. Em vez disso, o processo educacional deve ser entendido como um diálogo.*

(SKOVSMOSE, 2006, p.18)

Ainda em Skovsmose (2006), o autor afirma que a educação matemática crítica deve buscar a todo o momento a *alfabetização matemática*. Para ele, essa alfabetização seria “[...] uma condição necessária na sociedade de hoje para informar pessoas sobre suas obrigações, e para que elas possam fazer parte dos processos essenciais de trabalho” (SKOVSMOSE, 2006, p. 102).

O conceito de alfabetização matemática trabalha com a produção de três conhecimentos:

- Conhecimento matemático
- Conhecimento Tecnológico
- Conhecimento Crítico

O conhecimento matemático é atribuído às competências dos conteúdos matemáticos. O conhecimento tecnológico faz referência ao domínio dos modelos matemáticos de maneira mais pragmática e o conhecimento crítico tem papel fundamental na alfabetização matemática, pois se trata de uma compreensão dos modelos matemáticos não somente por uma necessidade interna a matemática, mas sim por uma função social importante nos processos da vida, contribuindo assim para uma perspectiva democrática de educação tecnológica.

Dessa maneira, podemos construir uma atividade matemática, por meio da modelagem matemática, que esteja sintonizada às percepções de uma Educação Matemática Crítica.

Na literatura em Educação Matemática no Brasil, os trabalhos da professora doutora Jussara de Loiola Araújo, do departamento de matemática da Universidade Federal de Minas Gerais (UFMG) tem relacionado e discutido os referenciais da Educação Matemática Crítica e os referenciais da Modelagem Matemática como proposta pedagógica.

Em Araújo (2009) temos a discussão de conceitos como: Educação Crítica, Educação Matemática Crítica, perspectiva sócio-crítica da modelagem matemática e etc. Trata-se de um artigo teórico de fundamental relevância para futuros trabalhos que relacionem a modelagem matemática e a Educação Matemática Crítica. Com muita pertinência, a autora discorre sobre o desenvolvimento da Educação Matemática Crítica, em nível internacional, e transpõe a discussão para os trabalhos nacionais, apresentando suas perspectivas e suas aplicações acerca do tema.

Araújo (2009) afirma que um projeto de modelagem matemática segundo a ótica da Educação Matemática Crítica deve contribuir para a construção de uma matemática crítica, envolvendo os alunos em situações em que a matemática esteja relacionada a questões da sociedade:

*Desenvolver um projeto de modelagem orientado pela EMC significa, apoiando-me em Skovsmose (1994), fazê-lo de tal forma que ele promova a participação crítica dos estudantes/cidadãos na sociedade, discutindo questões políticas, econômicas, ambientais, nas quais a matemática serve como suporte tecnológico. Nesse caso, dirigir-se-ia uma crítica à própria matemática assim como a seu uso na sociedade, e não apenas se preocuparia com o desenvolvimento de habilidades em cálculos matemáticos.*

(ARAÚJO, 2009, p. 55-56)

Em Araújo (2012) a autora traz um relato de experiência de uma turma de Geografia da UFMG, em que buscou analisar o ser crítico dos alunos ao longo do desenvolvimento de projetos de modelagens produzidos por eles. É um trabalho relevante porque apresenta, à literatura, uma aplicação da modelagem matemática segundo a ótica da Educação Matemática Crítica.

Portanto, uma atividade matemática que busque uma relação pedagógica, na perspectiva da educação matemática crítica, por meio da modelagem matemática deve discutir os processos da modelagem matemática, transformando a relação professor-aluno por meio do diálogo aberto que possa dar lugar às discussões de ordem: social, histórica e epistemológica da matemática.

## **RESULTADOS DA PESQUISA**

Após a revisão bibliográfica acerca da Educação Politécnica e da Educação Matemática foi possível construir uma discussão integrada entre essas áreas, relacionando os seguintes tópicos:

- Dimensão pedagógica da Educação Politécnica
- Noção de currículo integrado
- Modelagem Matemática como proposta pedagógica
- Educação Matemática Crítica

Em consonância às questões iniciais desse artigo, uma proposta pedagógica para o ensino da matemática, que dialogue com a perspectiva politécnica de formação, pode ser construída por meio da produção de projetos de modelagens que discutam as relações entre a Educação Matemática Crítica e a Modelagem Matemática. Tais relações apontam em uma direção que prioriza o papel do diálogo entre o professor e o aluno em uma atividade de modelagem, colocando o aluno como protagonista da atividade. Dessa maneira, a função democrática da atividade desenvolverá a compreensão das diversas dimensões do processo de modelagem matemática, contribuindo para o conhecimento: matemático, tecnológico e crítico do educando.

Acredito que desenvolvendo atividades de modelagens matemáticas conforme descrito anteriormente, o fazer pedagógico estará cumprindo seu papel reflexivo, contribuindo para a formação crítica que a pesquisa em Educação Politécnica demanda para formação do educando.

A partir dessas atividades, almejo promover ações pedagógicas que propiciem uma abordagem interdisciplinar, de modo que o currículo seja alvo de discussões que possibilitem a integração das áreas dos conhecimentos envolvidas nas atividades de modelagem. Com esse propósito, os trabalhos de Jussara Loiola Araújo são essenciais para o encaminhamento de questões oriundas de experiências já desenvolvidas no Brasil.

Este artigo, então, se configura como um ponto inicial para a realização de atividades de modelagens dentro da Escola Politécnica de Saúde Joaquim Venâncio (EPSJV); e seus desdobramentos apontam para o desenvolvimento de projetos de modelagens que contribuam para: a formação politécnica dos alunos da EPSJV e para a pesquisa teórica em Educação Matemática por meio de artigos que possam trazer relatos de experiências de tais atividades.

## **REFERÊNCIAS**

ARAÚJO, J.L. Ser Crítico em Projetos de Modelagem em uma Perspectiva Crítica de Educação Matemática. **Bolema**. Rio Claro, v. 26, n. 43, p. 839-859, ago, 2012.

ARAÚJO, J.L. Uma abordagem sócio-crítica da modelagem matemática: a perspectiva da educação matemática crítica. **Alexandria Revista de Educação em Ciências e Tecnologia**, Florianópolis, v.2, n. 2, p. 55-68, jul, 2009.

BASSANEZI, R. C. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática**. 2.ed. São Paulo: Contexto, 2004.

BIEMBENGUT, M.S. **Modelação matemática como alternativa para o ensino de matemática em cursos de 1º e 2º graus**. 1990. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática)- Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, 1990.

BIEMBENGUT, M. S; HAIN, N. **Modelagem matemática no ensino**. 4.ed. São Paulo: Contexto, 2000.

BLUM, W. Applications and Modelling in mathematics teaching and mathematics education – some important aspects of practice and of research. In: SLOVER, C. ET AL. **ADVANCES AND PERSPECTIVES IN THE TEACHING OF MATHEMATICAL MODELING AND APPLICATIONS**, 1995. Yorklyn: Water Street Mathematics, 1995. p. 1-20. (Plenary Lecture).

BRASIL. Parâmetros Curriculares Nacionais (Ensino Médio). **Ministério da Educação**. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. Brasília: MEC, 2000.

KLÜBER, T. E. Modelagem Matemática: uma experiência concreta. In: 4ª CONFERÊNCIA NACIONAL SOBRE MODELAGEM E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA – IV CNMEM. 2005. Feira de Santana: UEFS. (1CD-ROM).

D’AMBROSIO, U. **Da Realidade à Ação: Reflexões sobre Educação Matemática**. 2.ed. São Paulo: Summus, 1988.

GRAMSCI, A. Caderno 12: Apontamentos e notas dispersas para um grupo de ensaios sobre a história dos intelectuais. In: **CADERNOS DO CÁRCERE**. Trad. de Carlos Nelson Coutinho, 2001. Rio de Janeiro: Civilização Brasileira, 2001a.

GRAMSCI, A. Caderno 22: Americanismo e Fordismo. In: **CADERNOS DO CÁRCERE**. Trad. De Carlos Nelson Coutinho, 2001. Rio de Janeiro: Civilização Brasileira, 2001b.

LOPES, A.C. Parâmetros curriculares para o ensino médio: quando a integração perde seu potencial crítico. In: LOPES, A.C.; MACEDO, E.F. (Org.). **Disciplinas e integração curricular: história e políticas**. Rio de Janeiro: DP&A, 2002a. p. 145-176.

LUKÁCS, G. O trabalho. In: **Ontologia do ser social**. Trad. de Ivo Toned. Roma: Riuniti, 1981.

MAGALHÃES, R; NACARATO, A.M; REINATO, R.A.O. Educação Matemática e o ensino técnico profissionalizante em nível médio: notas para o debate. Texto produzido atendendo à solicitação do Grupo de Trabalho de Educação Matemática, para apresentação da 34ª REUNIÃO ANUAL DA ASSOCIAÇÃO NACIONAL DE PÓS- GRADUAÇÃO E PESQUISA EM EDUCAÇÃO (ANPED). Natal, RN, Brasil, 2011.

MANACORDA, M. A. Marx e a Pedagogia Moderna. 2.ed. São Paulo: Cortez, Autores Associados, 1991.

RAMOS, Marise N. Possibilidades e Desafios na Organização do Currículo Integrado. In: In: RAMOS, Marise N.; FRIGOTTO, Gaudêncio; CIAVATTA, Maria. **Ensino Médio Integrado: Concepção e Contradições**. São Paulo: Cortez, 2005, p. 106-127.

RODRIGUES, J. Qual cidadania, qual democracia, qual educação? In: TRABALHO, EDUCAÇÃO E SAÚDE, v. 4, número 2. Rio de Janeiro: EPJV – Fiocruz, 2006b, pp.417-430.

RODRIGUES, J. **A educação politécnica no Brasil**. 2.ed. Niterói: edUFF, 1998.

SAVIANI, D. O trabalho como princípio educativo frente às novas tecnologias. In: TRABALHO E EDUCAÇÃO: FUNDAMENTOS ONTOLÓGICOS E HISTÓRICOS. In: Revista Brasileira de Educação, 2007, v. 12, n. 34, p. 152-180.

SANTOMÉ, J. **Globalização e Interdisciplinaridade: o currículo integrado**. Porto Alegre: Artes Médicas, 1998.

SCHEIDE, T.J.F; SOARES, M. A. Professor de Matemática: um educador a serviço da construção da cidadania. In: 8º ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. 8º ENEM, Recife, 2004. (Anais)

SKOVSMOSE, O. **Educação Matemática Crítica: a questão da democracia**. 3 ed. Campinas, SP: Papirus, 2006.

SKOVSMOSE, O. **Towards a Philosophy of Critical Mathematics Education**. 2 ed. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 1994.

TUMOLO, P. S. O trabalho na forma social do capital e o trabalho como princípio educativo: uma articulação possível? In: EDUCAÇÃO E SOCIEDADE: Campinas, jan. /abr. 2005, v. 26, n. 90, p. 1-18.

VIEIRA, V.S. F; CURI, E. **Refletindo sobre orientação para o ensino de matemática no ensino médio e no ensino superior profissionalizante**. In: ENCONTRO DE PRODUÇÃO DISCENTE PUCSP/CRUZEIRO DO SUL. São Paulo, 2012. p. 1-12. (Anais)

# **A MODELAGEM MATEMÁTICA NO ENSINO DA MATEMÁTICA: UMA APLICAÇÃO NO CULTIVO DA ALFACE**

**Elizeu de Jesus da Conceição<sup>1</sup>**  
**Francis Miller Barbosa Moreira<sup>2</sup>**

<sup>1</sup>Universidade do Estado da Bahia/Departamento de Educação-Campus X, elizeu.p@hotmail.com

<sup>2</sup>Universidade do Estado da Bahia/Departamento de Educação-Campus X, fmillermoreira@gmail.com

## **Resumo**

Esta é uma pesquisa desenvolvida no curso de Licenciatura em Matemática na Universidade do Estado da Bahia – UNEB/Campus X, com o desígnio de realizar estudos e reflexões acerca das tendências em Educação Matemática, em especial da Modelagem Matemática. De modo geral, os processos de ensino e aprendizagem na perspectiva da Educação Matemática tornam-se significativos no momento em que o educando vê a aplicabilidade de determinado conteúdo no seu cotidiano, trazendo para o seu dia a dia o que lhe foi ensinado em ambiente escolar. Portanto, investir em metodologias que encurtam essa distância entre conteúdo e aplicação torna o processo mais significativo, tanto para o educando quanto para o educador. Como sugestão a essa prática, esse artigo aborda a Modelagem Matemática como metodologia para o ensino que tem como finalidade trazer para a aula de Matemática o estudo e análise de situações problema que sejam do cotidiano dos alunos, nesse caso em especial, o cultivo da alface realizado por estudantes do curso Técnico em Agropecuária do Instituto Federal Baiano, Campus de Teixeira de Freitas. Numa perspectiva sócio crítica, a Modelagem Matemática assume um posto de construção da consciência social dos alunos. Para nosso estudo realizamos uma pesquisa com o intuito de identificar o substrato<sup>1</sup> que melhor desenvolve a alface na região de Teixeira de Freitas-BA. Os resultados apontam que o melhor desenvolvimento da alface alcançado ocorreu no uso do substrato esterco de galinha e ainda, e que, principalmente, os conceitos matemáticos foram naturalmente assimilados pelos estudantes à medida que o processo avançou.

**Palavras-chave:** Matemática. Ensino. Aprendizagem. Modelagem Matemática. Alface

## **MODELAGEM MATEMÁTICA: DEBATENDO CONCEITOS**

A Matemática, durante muito tempo, e ainda hoje, passa por muitos questionamentos na sua essência, como: para que serve? Onde se dá a sua aplicação? Qual o significado de estudar Matemática? Enfim, muitos são os questionamentos que rondam a Matemática em toda sua história ou em boa parte dela. Sabemos que a Matemática está inserida nos mais diversos contextos da vida real, pois como dizem Biembengut e Hein (2009, p. 9), “a matemática, alicerce de quase todas as áreas do conhecimento é dotada de uma arquitetura que permite desenvolver os níveis cognitivos e criativos, tem sua utilização defendida nos mais diversos graus de escolaridade”.

O ensino da Matemática sempre teve uma atenção diferenciada ocupando grande espaço nas atividades desenvolvidas pelo homem na sociedade. Dessa forma, a Matemática historicamente foi apontada como uns dos alicerces do currículo escolar sendo foco de

---

<sup>1</sup> Substrato: é todo material utilizado como meio de germinação e cultivo de plantas. É a combinação de dois ou mais componentes orgânicos, minerais e sintéticos, que reunidos fornecem as propriedades químicas e físicas adequadas para o cultivo das plantas.

preocupações para educadores, educando e pais quanto ao seu papel na sociedade. Daí surge a necessidade de se pensar no ensino desta ciência de forma que desperte nos educandos o interesse pelos conteúdos e os instiguem a descobrir novos caminhos durante o aprendizado da Matemática de forma contextualizada.

Nesse intuito, nasce a ideia de levar a Modelagem como recurso para intermediar este processo, pois esta contribui no processo de criação de modelos por hipóteses e com processo simples, ajuda a chegar a múltiplas respostas com suas respectivas justificativas, como relata Biembengut (2008).

A busca por modelos matemáticos que explicam determinados fenômenos é uma prática muito utilizada nas engenharias e demais cursos que aplicam os conhecimentos matemáticos para solucionar problemas reais atribuídos aos campos de estudo de cada área. Desse modo, essa prática foi adaptada para a Educação Matemática como campo de pesquisa teórico-metodológico conhecido de Modelagem Matemática. Entre os que defendem, neste contexto, temos vários educadores que conceituam a Modelagem de diversas formas, porém dentro da mesma perspectiva; veremos o conceito de alguns educadores.

Para D'Ambrósio (1986) “Modelagem é um processo muito rico de encarar situações e culmina com a solução efetiva do problema real e não com a simples resolução formal de um problema artificial”. Bassanezi (2002) afirma que: “A modelagem matemática consiste essencialmente na arte de transformar problemas da realidade e resolve-los, interpretando suas soluções na linguagem do mundo real”.

Por fim, Biembengut (2009) diz que Modelagem Matemática: “Pode ser considerado um processo artístico, visto que, para se elaborar uma modelo, além de conhecimento de matemática, o modelador precisa ter uma dose significativa de intuição e criatividade para interpretar o contexto, saber discernir que conteúdo matemático melhor se adapta e também ter senso lúdico para jogar com as variáveis envolvidas”. (p. 11).

Temos ainda a visão de Barbosa (2001), que coloca a Modelagem Matemática como “[...] um ambiente de aprendizagem no qual os alunos são convidados a indagar e/ou investigar, por meio da matemática, situações oriundas de outras áreas da realidade” (p. 07). Barbosa é bem específico quanto à expressão “realidade”. Para ele a Matemática não está dissociada do mundo real como que pertencendo, segundo *Platão*, a um mundo ideal, perfeito, cristalizado e inatingível. Retomando a D'Ambrósio, afirma que “matemática é tão real quanto qualquer outro domínio da realidade, já que, sendo ideias, interfere nas ações e práticas sociais” (BARBOSA, 2001, p. 07).

Ainda de acordo com este autor, a Modelagem Matemática pode ser entendida como a:

*[...] oportunidade para os alunos indagarem situações por meio da Matemática sem procedimentos fixados previamente e com possibilidades diversas de encaminhamento. Os conceitos e ideias matemáticas exploradas dependem do encaminhamento que só se sabe à medida que os alunos desenvolvem a atividade. (BARBOSA, 2001, p. 05).*

Percebe-se então, que neste contexto, a situação problema é trazida do cotidiano para estudo e discussão no intuito de formalizar um modelo.

Conceituamos Modelagem Matemática como uma fonte rica para o ensino e aprendizagem da Matemática em sala de aula, de forma que ela traz em sua essência o interesse em motivar alunos à produção do conhecimento matemático e corrobora para a formação de um sujeito crítico reflexivo quanto ao papel da Matemática na sociedade. Por se tratar de um processo consolidado no campo da Educação Matemática, a Modelagem é vista como uma metodologia, uma ferramenta que pode contribuir para a prática docente



estreitando os laços entre professor e aluno, promovendo um ambiente de investigação matemática dinâmica e prazerosa.

A partir dessas ponderações, este trabalho busca reflexões acerca dos processos de ensino e aprendizagem da Matemática apontando como possibilidade metodológica a Modelagem Matemática com a intenção de contribuir para esta construção dando significado aos conhecimentos matemáticos trabalhados pela escola.

Como conceituado pelos autores citados anteriormente, que trazem a Modelagem como um processo rico, artístico e essencial que busca transformar problemas reais em fontes de conhecimentos, a Modelagem tem como objetivo oferecer uma maneira de aplicação da Matemática em situações do cotidiano, incorporando-as no currículo escolar como práticas investigativas para o Ensino da Matemática.

Neste método, a escolha do tema pode ser feita pelos alunos, e o professor assume o papel de mediador do conhecimento com vistas a auxiliar no processo de aprendizagem. E se tratando das etapas, como descreve Biembengut (2009), durante o processo, deve-se escolher primeiramente o tema central, recolher os dados gerais e depois selecionar as variáveis para formular hipótese e sistematizar o problema. Mais a diante mostraremos três etapas e suas subetapas que subdivide o problema para chegar num resultado favorável. Com este método é possível aos alunos serem convidados a instigar e buscar caminhos para encontrar uma resposta, tornando o aprendizado mais prazeroso e ainda podendo fazer assim a interdisciplinaridade.

Outra maneira de abordagem da Modelagem Matemática é trazida por Barbosa e Santos (2007, p. 4) em seu artigo relatando que Barbosa (2001) trata a Modelagem como ambiente de aprendizagem no qual os alunos são convidados a indagar e investigar, por meio da Matemática, situações com referência na realidade.

Em relação à perspectiva sócio-crítica, Barbosa (2006), canaliza este debate para a prática de Modelagem Matemática em sala de aula, entendendo esta como uma oportunidade para se reconhecer o poder formatador da Matemática e desafiar a legitimidade que os modelos matemáticos possuem na sociedade que retratam a realidade como ela é. Ainda, Borba e Skovsmose (1997) sugerem a noção de “ideologia da certeza” para traduzir este ponto de vista hegemônico que tem permitido o uso da Matemática como argumento forte nesses fatores.

Nessa perspectiva o argumento de compreensão do papel da Matemática na sociedade é o fim, ou seja, é o propósito da organização do ambiente, enquanto os demais argumentos são estabelecidos como meios para obtê-lo. Estar envolvido na atividade (motivação), desenvolver uma ação sobre ela (aprendizagem), desenvolver habilidades de exploração e utilização da Matemática são condições para que os alunos possam refletir sobre os critérios utilizados na construção dos modelos matemáticos.

Entretanto, não há possibilidade de reflexão sobre os métodos utilizados na construção desse modelo se os alunos não debatem o processo de matematização da situação problema. Estes dois últimos tipos de discussões, portanto, podem ser vistos como meios para viabilizar as discussões reflexivas.

Araújo, (2009) traz a análise de reflexão teórica a respeito da Modelagem Matemática segundo a Educação Matemática Crítica (EMC) a qual tem como propósito central a perspectiva de relacionar objetivos pedagógicos de compreensão crítica de mundo e se fundamenta em abordagem sócio-crítica da sociologia política, enfatizando a importância de que os alunos trabalhem em grupos ao abordarem problemas não matemáticos da realidade, escolhidos por eles, apoiando-se em Skovsmose (1994). A partir disso, o autor sugere desenvolver um projeto de Modelagem de tal forma que promova a participação crítica dos estudantes/cidadãos na sociedade, discutindo questões políticas,

econômicas, ambientais, nas quais a Matemática serve como suporte tecnológico. Por trabalhar com temas escolhidos pelos estudantes, de acordo com seus interesses, leva-se em conta a cultura desses estudantes o que nos remete a Etnomatemática que em termos gerais, o principal propósito da etnomatemática pode ser entendido como projeto de pesquisa que visa à valorização da Matemática produzida por diferentes grupos culturais.

Araújo (2009), frisa que Rosa e Orey (2003), por sua vez, veem a Modelagem Matemática como uma forma de contextualizar a Matemática de determinados grupos culturais, na Matemática acadêmica, proporcionando, assim, o fortalecimento de pesquisa no campo da Etnomatemática.

Há diferentes maneiras em que a Etnomatemática e a Modelagem Matemática são compreendidas e abordadas. Segundo Scandiuzzi (2002), apud Araújo (2009) elas são como água e óleo, e não se misturam; já para Rosa e Orey (2003), elas são como vinho e queijo, e se complementam deliciosamente. Assim, dependendo das perspectivas de Modelagem Matemática e de Etnomatemática, pode acontecer a aproximação ou o distanciamento entre essas metodologias. Reconhecer esta ciência como uma construção humana, determinada por condições históricas e geográficas, impregnada de valores e interesses, aponta uma harmonia dessa concepção de Modelagem com a Etnomatemática.

Nesse sentido, vislumbra-se uma Educação Matemática em que o estudante não seja apenas instrumentado matematicamente, mas que também proporcione sua atuação crítica na sociedade por meio da utilização de conhecimentos matemáticos, corroborando para sua emancipação como cidadão.

Compreende-se como possibilidade para os processos de ensino e aprendizagem a conexão entre a Modelagem Matemática e a Etnomatemática no que diz respeito à abordagem de diversos caminhos para chegar à solução de um problema estudado, respeitando o ponto de vista e a perspectiva do aluno e seus conhecimentos para chegar à matematização do problema abordado. Como afirma Biembengut (2009) “muitas vezes precisa recorrer a outro conteúdo diferente do encontrado inicialmente para melhor se adaptar ao modelo matemático estudado” (p. 14-15).

Outros autores também defendem o uso da Modelagem Matemática, em especial no campo da educação. Tortola e Rezende (2011, p. 3) apontam que Almeida e Dias (2004) veem a “Modelagem Matemática como uma boa alternativa para despertar maior interesse e desenvolver um conhecimento mais crítico e reflexivo em relação aos conteúdos da Matemática”; já Burak (1992, p. 62) concebe a Modelagem Matemática como um método de ensino que se constitui em um “conjunto de procedimentos cujo objetivo é construir um paralelo para tentar explicar matematicamente, os fenômenos presentes no cotidiano do ser humano, ajudando-o a fazer predições e tomar decisões”; e ainda:

*Como um sistema de aprendizagem, sendo uma forma de questionar os conteúdos, dinamizar sua compreensão e acreditar na possibilidade de um currículo mais dinâmico e crítico, de acordo com as necessidades da época e da sociedade, buscando a autonomia dos alunos, enquanto cidadãos. (CALDEIRA 2004, apud Tortola e Rezende 2011, p.3).*

Entretanto, dentre os vários autores que discutem sobre Modelagem Matemática no âmbito da Educação Matemática, assumimos as ideias apresentadas por Biembengut e Hein (2003) quando sugerem a Modelagem Matemática como uma estratégia que pode ser favorável ao ensino da Matemática e por Barbosa (2001) quando se refere à Modelagem Matemática como uma alternativa que “propicia um ambiente de aprendizagem em que os alunos são convidados a investigar, por meio da matemática, situações com referência na realidade” apud Tortola e Rezende (2011, p. 3).

Ambas as referências trazem o uso da Modelagem Matemática no campo da Educação Matemática como uma ferramenta que pode incentivar os alunos a desenvolver interesse e gosto pelo estudo da Matemática e como consequência facilitar o seu estudo, bem como pode possibilitar uma compreensão mais minuciosa dos conteúdos por meio das discussões e reflexões realizadas em sala de aula. Tortola e Rezende (2011, p. 3); para Biembengut e Hein (2003, p. 16) “A Modelagem Matemática consiste na arte de transformar problemas da realidade em problemas Matemáticos e resolvê-los interpretando suas soluções na linguagem do mundo real”. Os mesmos autores consideram que “matemática e realidade são dois conjuntos disjuntos e a modelagem é um meio de fazê-los interagir”.

A Modelagem é um processo que precisa de várias etapas para ser desenvolvida e então chegar a um modelo. De acordo com Biembengut e Hein (2003) o processo de Modelagem Matemática envolve uma série de procedimentos que podem ser agrupados em três etapas como citado anteriormente, que apresentamos a seguir.

1ª Etapa – Interação. Refere-se ao contato inicial dos alunos com a situação-problema, o estudo da situação e caso seja necessário, a busca de mais informações na intenção de promover a familiarização com o tema.

2ª Etapa – Matematização. Momento em que se faz a identificação ou formulação do problema, o levantamento de hipóteses e que se busca uma solução para o problema proposto a partir da construção de um modelo, que segundo os autores Biembengut e Hein (2003, p. 14) pode ser “um conjunto de expressões aritméticas ou fórmulas, ou equações algébrica, ou gráfica, ou representação, ou programa computacional, que levem à solução ou permitam a dedução de uma solução”.

3ª Etapa – Modelo Matemático. É nesta etapa em que verificamos e realizamos a validação do Modelo obtido na etapa anterior, a fim de verificar a sua confiabilidade de utilização na situação-problema e caso não seja viável, os alunos juntamente com o professor, devem retornar à segunda etapa, ajustando as hipóteses e variáveis, até chegarem a um modelo que melhor se adéque à situação-problema em estudo.

Como podemos perceber, cada etapa não é independente das demais, necessitando ser rigorosamente cumprida em um determinado tempo para dar sequência na pesquisa. Pelo contrário, estas etapas estão interligadas, podendo ser retomadas sempre que se achar necessário.

Geraldo Ávila (1996) apud Souza e Kfoury (S/D, p. 270) aponta que “o ensino da Matemática é justificado pela riqueza dos diferentes processos de criatividade que ele exhibe, proporcionando ao aluno oportunidades de exercitar e desenvolver suas faculdades intelectuais”, em outras palavras, a Matemática é de fundamental importância para o aprendizado dos alunos, pois desenvolve o raciocínio lógico e auxilia na vida.

A Matemática não pode ser considerada apenas como uma ferramenta extremamente importante para agir na natureza e para modificá-la. Seus resultados podem também servir de análise, interpretação de dados e processos, fazer intervenções e previsões. A Modelagem Matemática, acima de tudo, dá sentido aos conteúdos aplicados em sala de aula, como diz Biembengut (2009, p. 18) o uso desta metodologia pode “ir além das simples resoluções de questões matemáticas e leva-lo a adquirir uma melhor compreensão tanto da teoria quanto da natureza do problema a ser modelado”.

## **FALANDO DA ALFACE**

A alface (*Lactuca sativa* L.) pertence à tribo *Cicorae*, e família *Compositae*, é a hortaliça folhosa mais produzida no Brasil, e apresenta afinidade pelo clima ameno.

Evidências arqueológicas indicam que esta planta tem sido cultivada desde 4500 anos antes de Cristo (RYDER, 1999), nesta época já era cultivada pelos egípcios.

Suinaga (2013) afirma que:

*A partir de sua domesticação, a alface foi disseminada pela região do Mediterrâneo, nas eras Grega e Romana e a partir desta região, para o resto do continente europeu. Atualmente existe uma grande variedade de cultivares de alface no mercado, que exploram diferenças nos formatos, tamanhos, texturas e cores das plantas. (SUINAGA, 2013, p. 9).*

Para coletar os dados que seriam necessários para a execução do modelo matemático, escolhemos uma alface do tipo crespa sem cabeça veronica, já que segundo (SALA; COSTA, 2005) a alface predominante no Brasil é desse tipo, liderando com 70% do mercado. O tipo americano detém 15%, a lisa 10%, enquanto outras (vermelha, mimosa, etc.) correspondem a 5% do mercado.

O grupo de alface tipo crespa vem crescendo consideravelmente nos últimos anos, em virtude de apresentar melhores resistências a doenças e ao transporte, maior período pós-colheita e melhor paladar, vantagens no elo mercado consumidor da cadeia produtiva. O cultivo da alface crespa é preferido também pelos produtores, pois a hortaliça apresenta aspecto de manuseio e transporte facilitado devido à disposição de suas folhas, o que a torna preferível entre os grupos (RODRIGUES et al., 2007). Essa folhosa possui muitas características que favorecem sua produção atraindo o agricultor para seu cultivo, como a possibilidade de diversos cultivos durante o ano e larga adaptação às condições climáticas, porém a alface é muito exigente em mão-de-obra e água (MACIEL, 1968).

Além do modelo agrícola adotado e da espécie escolhida, outro ponto que também queremos destacar é a escolha em comparar o crescimento da alface em diversos substratos diferentes, de forma que, com este ponto, conseguiríamos levar nosso estudo realizado em sala de aula para o produtor rural.

Para Maciel (2007), a eficiência do substrato está diretamente relacionada a uma boa formação das mudas destinadas à produção vegetal. Um bom substrato deve ter uma boa capacidade de aeração, drenagem, retenção de água e disponibilidade balanceada de nutrientes, a formação do sistema radicular e a parte aérea estão associadas com essas características, sendo que as duas primeiras características estão relacionadas com a microporosidade e superfície específica do substrato.

Além dessas características devemos observar que cada espécie apresenta afinidade com um substrato distinto, e é isso que buscamos descobrir, o melhor substrato para o cultivo de alface.

Visto algumas aplicações da Modelagem Matemática bem como se dá a prática da agricultura no Brasil, além da importância de um modelo agroecológico e um pouco de conhecimento básico da cultura da alface, a partir desse ponto passamos a descrever o percurso metodológico do nosso estudo, o qual será objeto do nosso próximo tópico.

## **METODOLOGIA**

No que diz respeito ao processo de coleta de dados, esta pesquisa se caracteriza como pesquisa naturalista ou de campo, ou seja, aquela pesquisa que se distingue por ter seus dados coletados diretamente no campo. Como define Fiorentini e Lorenzato (2007) a pesquisa de campo:

*É aquela modalidade de investigação na qual a coleta de dados é realizada diretamente no local em que o problema ou fenômeno acontece e pode dar-se por amostragem, entrevista, observação*

*participante, pesquisa-ação, aplicação de questionário, testes, entre outros. (FIORENTINI e LORENZATO, 2007, p. 71).*

A pesquisa se deu por meio do Programa Institucional de Bolsa de Iniciação Científica (PIBID) no Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Baiano (IfBaiano), Campus de Teixeira de Freitas-Bahia, na turma do segundo ano Técnico em Agropecuária. A pesquisa foi realizada com dois grupos distintos, um grupo com quatro componentes e outro grupo com três componentes, todavia, para este estudo será citado apenas o grupo de três componentes no qual tivemos a cultura da alface como nossa fonte de pesquisa.

No dia 06 de novembro de 2014, após todo manejo, em cada canteiro foram plantadas dezoito mudas de 30 dias, que vieram de sementes cedidas pelo viveiro de mudas do próprio IfBaiano. Estas mudas foram dispostas em duas linhas com três colunas, sendo que a parcela útil acompanhada durante a pesquisa compreendeu as seis primeiras plantas de cada canteiro.

A coleta de dados se deu já a partir deste primeiro dia com o auxílio de uma régua de 30 cm, que permaneceu até o fim do experimento; foram medidos a altura, diâmetro e número de folhas das mudas. Este procedimento se repetiu a cada dois dias até a alface atingir o ponto de consumo, exceto a segunda medição, que precisou de quatro dias para que as mudas se adaptassem ao novo ambiente. No total, os dados foram coletados dezesseis vezes, com um intervalo de dois dias para cada nova coleta, até que a última coleta fosse realizada no dia 08 de dezembro de 2014, quando a alface já estava apta para o consumo.

## **RESULTADOS E DISCUSSÕES**

Como descrito na metodologia, para termos um resultado satisfatório neste trabalho, fizemos uso dos dados coletados no período que corresponde de 6 (seis) de novembro a 8 (oito) de dezembro de 2014. Este é um período médio cuja alface está no ponto ideal para ser consumida ou comercializada. Com os dados em mãos, o objetivo agora era construir um modelo que atendesse à nossa expectativa de mostrar qual dos substratos usados seria o mais ideal para o cultivo da alface na região de Teixeira de Freitas. Entre os canteiros estudados estavam o testemunho<sup>2</sup>, o que recebeu esterco galinha, outro que recebeu esterco de gado, e por fim, o canteiro adubado com composto (que se caracteriza em ser o material resultante da compostagem).

Nesse momento, passamos para a construção do modelo matemático que melhor poderia descrever o problema em questão. Nesta situação, foi necessário que tentássemos encontrar o referido modelo por meio de vários conteúdos matemáticos, e com isso, assimilar o conhecimento teórico por meio da atividade prática. Para a elaboração do modelo, selecionamos inicialmente as variáveis a serem consideradas, no caso a circunferência das plantas, a altura, a quantidade de folhas por planta e o tempo de desenvolvimento. Embora tenhamos coletados três tipos de dados referentes às plantas, para nosso modelo utilizamos apenas o número de folhas, e o relacionamos com o tempo de crescimento da planta, o que não descarta a possibilidade de utilizar os demais dados para outro estudo. Após a matematização do problema, chegamos juntamente com os estudantes a uma fórmula descrita abaixo, que descreve bem o resultado da análise de

---

<sup>2</sup> Testemunho é o canteiro que não recebe nenhum tipo de suplemento natural nem mineral, a fim de acompanhar o desenvolvimento da alface sem a interferência do ser humano. É composto somente pelo substrato ambiente.

dados. Encontramos ainda outros resultados por meio de função, mas para este trabalho convém mostrar este resultado como parte da pesquisa.

Com esta análise foi possível encontrar os aumentos diário e total de folhas de cada planta e de cada experimento. Porém, neste estudo serão utilizados apenas os dados do aumento total de folhas a fim de obter uma média do aumento geral de folhas para cada experimento no período estudado. Baseado neste fundamento, apresentamos a formula abaixo a qual representa a média geral de aumento de folhas para cada experimento e nos diz qual foi o melhor resultado.

$$MGFE = \frac{STFP_1 + STFP_2 + STFP_3 \cdots + \cdots STFP_n}{N}$$

MGFE: Média Geral de Folhas por Experimento

STFP: Soma Total de Folhas por Planta

N: Números de Plantas

Com esta formula foi possível obter os seguintes resultados para cada experimento:

O Testemunho alcançou o MGFE = 3,97f;

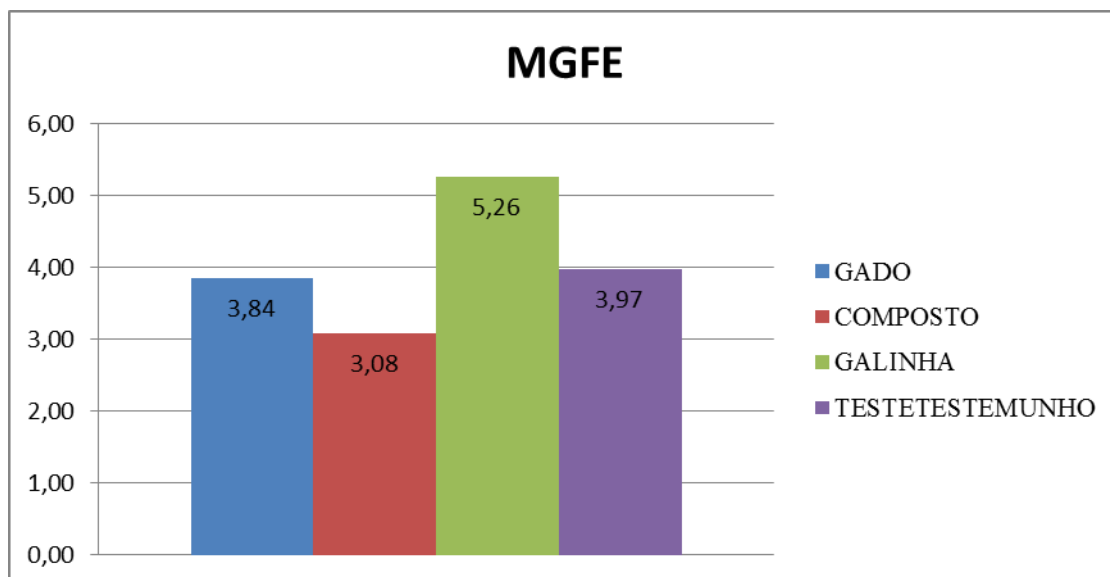
O Composto alcançou o MGFE = 3,08f;

O de Gado alcançou o MGFE = 3,84f;

O de Galinha alcançou o MGFE = 5,26f

Para ilustrar esta observação, apresentamos a seguir o gráfico que traz o resultado final do Modelo Matemático elaborado (Gráfico 1).

**Gráfico 1: Resultado obtido a partir do modelo acima descrito**



Fonte: Próprio autor

Inicialmente por observação, era esperado que o esterco de gado fosse o melhor substrato indicado, no entanto ao longo da pesquisa, vimos uma mudança de comportamento considerável no substrato de galinha o qual se destacou dos demais alcançando o melhor ganho de folha no período estudado. Com estes resultados, podemos indicar parcialmente o substrato de galinha para o cultivo da alface na região, deixando o

espaço para novos estudos a fim de confirmar este ou então encontrar um novo resultado, uma vez que aconteceu a morte de uma planta no experimento de substrato de gado, toda via este fator não alteraria o resultado alcançado pelo experimento com substrato de galinha, ainda assim outros resultados poderão ser alcançados.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

Partimos do princípio que a Modelagem Matemática, como discutida por D'Ambrósio, Biembengut, Bassanezi entre outros, é uma fonte rica para o ensino e aprendizagem da Matemática em sala de aula. A Modelagem, além de relacionar conteúdos matemáticos com problemas do cotidiano, traz em sua essência o interesse em motivar alunos à produção do conhecimento matemático, cria gosto pelos conteúdos abordados e corrobora para o desenvolvimento de um sujeito crítico reflexivo quanto ao papel da Matemática na sociedade.

Trabalhar com Modelagem Matemática requer uma dedicação especial, pois a mesma exige tempo para concluir as etapas por ela exigidas, e um minucioso cuidado para saber orientar os alunos e rever algumas dessas etapas para melhor matematizar o problema estudado caso não consiga chegar num modelo favorável no primeiro estudo. Por se tratar de um processo consolidado no campo da Educação Matemática, a Modelagem é vista como uma metodologia, uma ferramenta que pode contribuir para a prática docente estreitando os laços entre professor e aluno, promovendo um ambiente de investigação matemática dinâmica e prazerosa.

No estudo de campo cada componente do grupo pode observar a Matemática por trás do cultivo da cultura da alface quando buscava um modelo para a otimização da produção, na tentativa de encontrar o melhor substrato para seu cultivo. O trabalho obteve um resultado positivo, pois, a partir de nossas análises, pudemos definir o melhor substrato para o desenvolvimento da alface, e, fundamentalmente, junto com os estudantes, termos a convicção de que utilizar a Modelagem Matemática por meio de aplicações reais no cotidiano dos alunos, é uma maneira viável de se construir conhecimentos matemáticos em sala de aula.

## REFERÊNCIAS

- ARAÚJO, J. de L. **Uma Abordagem Sócio-Crítica da Modelagem Matemática: a perspectiva da educação matemática crítica.** (2012) – disponível em: <<http://alexandria.ppgect.ufsc.br/files/2012/03/jussara.pdf>>. Acesso em: 04 abr. 2014.
- BADUE, G. S.; AMORIM, S. R. de. **Modelagem Matemática Aplicada Ao Cultivo De Tilápias Por Pequenos Produtores** – In: XXXII Encontro Nacional De Engenharia De Produção Desenvolvimento Sustentável E Responsabilidade Social: As Contribuições Da Engenharia De Produção Bento Gonçalves, RS, Brasil, 15 A 18 De Outubro De 2012.
- BARBOSA, J. C. **Modelagem Matemática em sala de aula : uma perspectiva sócio-crítica e discursiva**-In: Zentralblatt für Didaktik der Mathematik, v. 38, n. 3, p.293-301, 2006.
- BARBOSA, J. C. **Modelagem na Educação Matemática: contribuições para o debate teórico.** In: Reunião Anual da ANPED. Caxambu. Rio de Janeiro: Anais Eletrônicos do ANPED, 2001. 1 CD-Rom.

BARBOSA, J. C.; SANTOS, M. A. **Modelagem matemática, perspectivas e discussões.** In: Encontro Nacional De Educação Matemática, 9, Belo Horizonte. Anais... Recife: Sociedade Brasileira de Educação Matemática, 2007. 1 – disponível em: Site: <<http://www.uefs.br/nupemm/cc86136755572.pdf>>. Acesso em: 04 abr. 2014.

BARROS, A. de J. P. de. Projeto de pesquisa: propostas metodológicas/Aidil de Jesus Paes de Barros, Neide Aparecida de Souza Lehfeld. 20 ed. – Petrópolis, RJ: Vozes, 2010.

BASSANEZI, R. C. **Modelagem Matemática Uma Disciplina Emergente Nos Programas De Formação De Professores** – disponível em: <[http://www.ime.unicamp.br/~biomat/bio9art\\_1.pdf](http://www.ime.unicamp.br/~biomat/bio9art_1.pdf)> Acesso em: 12 out. 2014.

BIEMBENGUT, M. S. **30 Anos de Modelagem Matemática na Educação Brasileira: das propostas primeiras às propostas atuais.** In: ALEXANDRIA Revista de Educação em Ciência e Tecnologia, v.2, n.2, p.7-32, jul. 2009.

BIEMBENGUT, M. S. **Modelagem Matemática Na Formação De Professores: Possibilidades E Limitações** – In: IX Congresso Nacional de Educação/III Encontro Sul Brasileiro de Psicopedagogia de 26 a 29 de outubro de 2009.

BIEMBENGUT, M. S.; HEIN, N. **Modelagem Matemática no ensino**-In: 5º ed. São Paulo: Contexto. 2009.

CALDEIRA, A. D. **Formação de professores de Matemática para uma sociedade sustentável: contribuições da Modelagem Matemática.** In: Revista Paranaense de Educação Matemática, RPEM, Campo Mourão, Pr, v. 2, n. 2, jan-jun. 2013.

D'AMBRÓSIO, U. **Etnomatemática.** Editora Ática. 1998.

MACHADO Jr, A. G.; SANTOS, A. O. do E. **A Modelagem como caminho para “fazer Matemática” na Sala De Aula** – Disponível em: <<http://ufpa.br/npadc/gemm/documentos/docs/A%20Modelagem.PDF>>, acesso em: 04 abr. 2014.

MACIEL, P. H. F. A. **Estudo sobre a influência do espaçamento, níveis de irrigação e adubação na cultura da alface (Lactuca sativa L.)** – In: Viçosa: UFV. 48p (Dissertação). RFP. 1968.

MACIEL, P. H. F. Z. A.; Rocha, D. S.; PARO, P.; GIODA, M.; BOTREL, M. C. G. **Produção de mudas de Jatropha curcas L. em diferentes substratos.** In: Congresso da Academia Trinacional de Ciências, 2. Mostra de Trabalhos e Protótipos, 2. Workshop do PDTA - Programa de Desenvolvimento Tecnológico Avançado, 2. Foz do Iguaçu - PR. Resumos Foz do Iguaçu-PR: 25 Universidade Estadual do Oeste do Paraná (Unioeste), 2007.

MOURA, C. A. da S.; CEOLIM, A. J. **Modelagem Matemática: Uma Alternativa De Ensino Na Perspectiva Da Educação Matemática** – In: VI Encontro de Produção Científica e Tecnologia, 24 a 28 de outubro de 2011.

PRESTE, M. L. de M. **A pesquisa e a construção do conhecimento científico: do planejamento aos textos, da escola à academia.** 4 ed. São Paulo: Raspel 2012.

RODRIGUES, I. N.; LOPES, M. T. G.; LOPES, R.; GAMA, A. S.; MILAGRES, C. P. **Avaliação de cultivares de alface crespa para a região de Manaus.** In: CONGRESSO BRASILEIRO DE OLERICULTURA, 47. Resumos... Porto Seguro: ABH, 2007. (CD ROM).



RYDER E. J. **Alface, escarola e chicory** – In: New York: CABI Publishing, 1999. 208 p.

SALA, F. C.; COSTA, C. P. **Retrospectiva e tendência da alfacicultura brasileira** – In: Horticultura Brasileira, v.30, p.187-194, 2012.

SANTOS, M.G; SILVA, Cíntia e BURAK, D. **Modelagem matemática e o ensino da matemática**. Disponível em:

<[http://www.unicentro.br/pesquisa/anais/proic/2007/pdf/artigo\\_.pdf](http://www.unicentro.br/pesquisa/anais/proic/2007/pdf/artigo_.pdf)> . Acesso em 07 de mai. 2014.

SOUZA, C. R. de; KFOURI, W. **Aprendendo e Ensinando Matemática com Situações Reais** – In Anais V Conferência Nacional de Modelagem e Educação Matemática. Ouro Preto - MG, 2007.

SUINAGA, F. A. **Desempenho produtivo de cultivares de alface crespa** / Fábio Akiyoshi Suinaga. – Brasília, DF: Embrapa, 2013. 15 p. – In: (Boletim de Pesquisa e Desenvolvimento/Embrapa Hortaliças; 89).

TORTOLA, E.; REZENDE, V. **O estudo de função afim na fatura de energia elétrica por meio da Modelagem Matemática e da Engenharia Didática**. Disponível em:

<[http://www.uel.br/grupopesquisa/grupemat/docs/CC1131\\_ciaem2011.pdfde](http://www.uel.br/grupopesquisa/grupemat/docs/CC1131_ciaem2011.pdfde)> . Acesso em 08 mai. 2014.

# **A PESQUISA DE OPINIÃO NAS AULAS DE MATEMÁTICA: REFLEXÕES SOBRE PROJETOS DESENVOLVIDOS COM ALUNOS DE 2º CICLO**

**Araújo, Denise Alves**

Universidade Federal de Minas Gerais/Centro Pedagógico/deniseaaraujo@hotmail.com

**Deodato, André Augusto**

Universidade Federal de Minas Gerais/Centro Pedagógico/andre\_deodato@yahoo.com.br

## **Resumo**

Este artigo tem o objetivo de sistematizar reflexões sobre o uso de pesquisas de opinião como recurso pedagógico em turmas de Ensino Fundamental, em especial sobre as contribuições desse tipo de pesquisa para a aprendizagem da matemática escolar. Essas reflexões dialogam com estudos no âmbito Educação Estatística (dentro dos estudos sobre o Letramento) e da Matemática Crítica. Essas pesquisas estão vinculadas ao programa NEPSO (Nossa Escola Pesquisa Sua Opinião) que busca usar a pesquisa de opinião como um recurso pedagógico para compreender a realidade, realizar trabalhos interdisciplinares e, também, aprender os conteúdos escolares. Essa metodologia consiste em desenvolver uma pesquisa de opinião na qual os alunos são os pesquisadores. A descrição de um projeto de pesquisa de opinião desenvolvido com alunos dos 6º anos, em 2014, é apresentada como exemplo dessa prática. Esse projeto buscava problematizar a participação das mulheres, dos negros e dos brasileiros nos diversos campos científicos. Os resultados indicaram, entre outras coisas, hipóteses para não participação de determinados grupos sociais nos meios científicos na opinião das pessoas pesquisadas. A sistematização dessas práticas evidencia a contribuição da Estatística para a formação de leitores na atualidade. Além de ser um contexto significativo para a aprendizagem de diversos conteúdos da matemática escolar, a pesquisa de opinião contribui para uma formação mais geral dos estudantes e dos professores de matemática.

**Palavras-chave:** Tratamento da Informação, Ensino Fundamental, Pesquisa de opinião

## **A PESQUISA DE OPINIÃO E O PROGRAMA NEPSO**

Neste texto é apresentada uma síntese das reflexões produzidas a partir do uso de uma metodologia que tem o objetivo de utilizar a pesquisa de opinião como um recurso pedagógico. Esse trabalho foi desenvolvido de forma mais sistemática desde 2012 no 2º ciclo de formação humana do Centro Pedagógico da Escola de Educação Básica e Profissional da UFMG. Embora essa metodologia tenha características interdisciplinares, aqui será focado o desenvolvimento realizado por professores de matemática em suas aulas.

O programa Nossa Escola Pesquisa Sua Opinião (NEPSO) foi criado em 2000 a partir da parceria entre o Instituto Paulo Montenegro – vinculado ao IBOPE – e à ONG Ação Educativa. O programa NEPSO tem como principal objetivo promover projetos que envolvem a pesquisa de opinião como um instrumento pedagógico. Esses projetos são

desenvolvidos por alunos de escolas públicas. O programa é organizado em polos situados em vários estados brasileiros, em outros países da América do Sul, no México e em Portugal. O polo Minas Gerais existe desde 2002 e atua expressivamente na formação de professores que desenvolvem a metodologia NEPSO em suas escolas.

Essa metodologia consiste em desenvolver uma pesquisa de opinião na qual os alunos são os pesquisadores. As etapas para realização da pesquisa são:

1. Escolha do tema. É a definição do que se pretende estudar. Envolve a explicitação dos objetivos principais e o levantamento de hipóteses.
2. Qualificação do tema. É o momento em que se verifica o que o grupo já sabe sobre o tema, se busca mais informações para tornar a pesquisa mais consistente e se estabelece as relações mais diretas com os campos de conhecimento escolares.
3. Identificação da população e definição da amostra. É quando se define a quem se dirigem as perguntas e quantas pessoas participarão da pesquisa.
4. Elaboração do questionário. É o instrumento para se buscar as opiniões das pessoas. O questionário pode conter questões abertas ou fechadas. Pode ser preenchido por um entrevistador ou ser auto-aplicado, quando o próprio entrevistado escreve as respostas.
5. Trabalho de campo. Consiste na organização e execução de todo o processo que envolve a coleta dos dados.
6. Tabulação dos dados. Etapa em que as diferentes respostas são contadas e organizadas de modo a permitir a análise.
7. Análise, interpretação e apresentação dos resultados. Os dados são organizados em gráficos de modo que seja possível observar as tendências e a prevalência de determinada opinião.
8. Divulgação dos resultados e plano de ação. Para que a pesquisa realmente seja algo relevante para os alunos e para a comunidade é preciso divulgar os resultados e, se for o caso, definir um plano de ação a partir das descobertas conquistadas com a pesquisa.

Desde 2010 diversas experiências do NEPSO tem sido desenvolvidas em turmas dos três ciclos escolares e também nos Grupos de Trabalho Diferenciados (GTD)<sup>1</sup> no Centro Pedagógico. A partir de 2012, o Núcleo de Matemática<sup>2</sup> iniciou um Projeto de Ensino denominado ‘O NEPSO no CP’ para desenvolver sistematicamente projetos usando a metodologia do NEPSO nas turmas de 4º e 6º anos no 2º ciclo, e 8º ano, no 3º ciclo; e também atuar na formação inicial e continuada de professores. Um dos principais objetivos do núcleo, com esse projeto, era desenvolver a educação estatística dos alunos.

A partir das primeiras experiências do NEPSO no Centro Pedagógico foi possível para o grupo de professores se debruçar, mais sistematicamente, sobre a seguinte questão: como um projeto de pesquisa de opinião poderia contribuir para a aprendizagem de matemática escolar pelos alunos?

---

<sup>11</sup> O Grupo de Trabalho Diferenciado é uma disciplina do Currículo na qual os alunos são reagrupados em turmas menores. Cada turma pode ser composta por alunos de turmas diferentes e de anos escolares diferentes (dentro do mesmo ciclo). As temáticas de cada grupo visam tanto atendimento de demandas relacionadas às dificuldades com os conteúdos curriculares quanto à possibilidade de ampliação curricular com temas variados ligadas não somente à conteúdos escolares, mas às práticas culturais de um modo geral.

<sup>2</sup> O CP é uma escola organizada em núcleos de ensino separados por área do conhecimento (Geografia, Artes, Matemática, etc.). O Núcleo de Matemática é responsável pelo ensino de matemática do 4º ao 9º ano do Ensino Fundamental.

Assim estabeleceu-se um olhar mais analítico sobre essa prática na escola que permite que, a partir deste estudo, se inicie uma produção de conhecimento acerca do uso da pesquisa de opinião como contexto de aprendizagem de matemática.

## **A IMPORTÂNCIA DA PESQUISA DE OPINIÃO**

As demandas por habilidades de leitura e interpretação de informações são cada vez mais frequentes, pois de acordo com Lima (2007)

*Nas relações sociais pautadas pela lógica do consumo e do capital, a informação é manipulada para ser transmitida da maneira que melhor responda aos interesses e à ideologia do veículo que a publica. Diariamente, um grande número de informações é disponibilizado, para o que se utilizam os mais diversos tipos de representações a fim de comunicar dados de caráter social, político e econômico. A informação é apresentada de várias formas e exige diferentes habilidades, inclusive matemáticas. Em particular, os meios de comunicação utilizam cada vez mais diferentes estratégias para a divulgação dos dados, análises e argumentos, como, por exemplo, tabelas, diagramas e gráficos variados.*  
(p.11-12)

Em cada leitura, seja pelo conteúdo, seja pela forma de apresentação das informações, será preciso a mobilização de diversos conhecimentos (das mais diferentes áreas) que não apenas aqueles fornecidos nas aulas de língua portuguesa e, anteriormente, no processo de alfabetização. A matemática, por exemplo, traz importantes contribuições para a formação de leitores já que oferece ferramentas para comparar, organizar e analisar informações numéricas.

A metodologia proposta pelo NEPSO vai ao encontro dessa necessidade de formação de leitores, aliando-a a formação de pesquisadores. Atividades de pesquisa já são, há algum tempo, comuns no cotidiano das escolas. Em geral, trata-se de uma busca por informações específicas que são organizadas e apresentadas na forma de trabalhos, exposições e apresentações. A pesquisa de opinião é um tipo específico de pesquisa muito presente no cotidiano fora da escola. Esse tipo de pesquisa é muito utilizado para saber o posicionamento de uma dada população considerando os mais variados objetivos. Esse posicionamento interfere nos processos decisórios das pessoas. Um tipo de pesquisa de opinião muito utilizado é a pesquisa eleitoral que busca saber não somente as intenções de voto, mas a rejeição a determinado candidato, as razões para a escolha, etc. Frequentemente temos acesso a resultados de pesquisas de opinião por meio das mídias. O conhecimento sobre esse tipo de pesquisa – a forma como são realizadas – pode contribuir para formar “consumidores” mais críticos de pesquisas de opinião.

As temáticas que podem ser escolhidas para o trabalho ultrapassam os campos disciplinares e atingem as outras esferas da vida social dos alunos. Caminha-se, assim, no sentido de propor uma alternativa a um modelo escolar que

*é predominantemente calcado na transmissão de conhecimentos. Esse modelo vem dando sinais de esgotamento ao longo do tempo e, hoje, diante das novas tecnologias da informação e da comunicação, mostra-se cada vez mais inadequado.*

*Alterar esse modelo significa um desafio para a escola. Significa transpor um modelo de transmissão de saberes para construir um modelo de escola que produz conhecimentos sobre si mesma, sobre sua comunidade, sobre como interferir nos fenômenos educativos, dando um*

*novo sentido para a educação escolar. (Montenegro & Ribeiro, 2002,p. 27)*

A partir dos Parâmetros Curriculares Nacionais publicados na década de 90, o bloco Tratamento da Informação passou a integrar os currículos propostos em todos os anos escolares do Ensino Fundamental. Assim, conceitos e habilidade antes restritos aos últimos anos do Ensino Fundamental e ao Ensino Médio seriam construídos ao longo do período de escolarização e seriam mais articulados as diversas vivências dos estudantes. Um aspecto importante levantado por Lopes (2004) é a necessidade de vivenciar os processos inerentes ao Tratamento da Informação. Segundo essa autora

*possibilitar aos estudantes vivenciarem as etapas desse processo de tratamento de dados, permite-lhes adquirir domínio de certos procedimentos estatísticos, como a organização de dados em tabelas, o cálculo de certos índices de frequências, das medidas de posição e de dispersão, como também a representação dos resultados a serem comunicados. O desenvolvimento de atitudes estatísticas positivas depende desse processo. Assim, vivenciar o processo de tratamento de informações é fazer estatística. (p. 194-195)*

Essa vivência do processo de tratamento da informação é uma característica central das pesquisas de opinião desenvolvidas e, como será mostrado mais adiante, reitera a importância do protagonismo dos estudantes no cotidiano das escolas.

## **UMA EXPERIÊNCIA COM ALUNOS DE 6º ANO**

Para compreensão das reflexões propostas neste texto, será descrito um desses projetos realizados com as turmas do 2º ciclo no Centro Pedagógico. Esse projeto teve o objetivo de problematizar a participação das mulheres, dos negros e dos brasileiros nos diversos campos científicos. A temática proposta escolhida para aquele ano pelas três turmas de 6º ano – *Quem faz a Ciência?* – surgiu a partir de conversas com os estudantes para o levantamento de possíveis temáticas. Nessas conversas apareceram de maneira contundente nas questões relativas ao racismo, às diferenças entre homens e mulheres e às tecnologias. O problema tomou forma a partir de uma discussão sobre os grandes cientistas na qual os alunos explicitaram a ideia de que há poucas cientistas mulheres e, também, poucos cientistas negros. Também era presente no imaginário dos alunos a ideia de que o Brasil é um país “atrasado” no que diz respeito ao desenvolvimento científico. O projeto foi iniciado no mês de julho de 2014 e se encerrou em novembro daquele ano. A metodologia do NEPSO foi usada para fazer um estudo sobre o tema e desenvolver uma pesquisa de opinião para saber o que as pessoas pensam sobre a participação da mulher, do negro e do brasileiro na Ciência e as possíveis causas da não participação de determinados grupos sociais. Esperávamos debater os paradigmas que colocam determinados grupos culturais à margem dos meios científicos e quais as consequências dessa exclusão.

O senso comum leva muitas pessoas a ter uma opinião muito pessimista com relação à posição dos brasileiros no cenário científico mundial. Essa opinião foi expressa de forma contundente pelos estudantes durante as discussões sobre a temática. Quanto a situação das mulheres na Ciência e dos negros, já havia certo consenso que provavelmente seria uma posição desfavorável repetindo outras situações de desvantagem que esses grupos enfrentam na sociedade. É possível que qualquer pessoa que “puxe pela memória” encontrará mais dificuldade para citar nomes de cientistas negros e cientistas mulheres do que homens, especialmente, homens brancos. Porém, é preciso olhar com desconfiança

para essas suposições e não tomá-las como afirmações. Esse olhar é essencial para o desenvolvimento de um projeto como esse.

Após a escolha do tema, seguindo a metodologia do NEPSO, passamos a etapa de qualificação. Para isso, fizemos o estudo de textos<sup>3</sup> (notícias e artigos) que tratavam da discriminação de pesquisadores brasileiros que tentam publicar artigos em periódicos de prestígio internacional, do crescimento da participação das mulheres no meio científico dentre outros assuntos relacionados. Também fizemos um levantamento para conhecer os principais cientistas brasileiros e suas áreas de atuação, além de pesquisar (e conhecer) as cientistas que se destacam em diversas áreas e os cientistas negros que alcançaram destaque nos últimos séculos.

Os alunos, em cada turma foram divididos em grupos que se dedicaram a leitura de um texto. Após essa leitura, o conteúdo dos textos foi apresentado e debatido pelo grupo todo da sala. Em um segundo momento da qualificação as turmas assistiram e debateram sobre um vídeo no qual o astrofísico Neil deGrasse Tyson<sup>4</sup> responde a uma pergunta da plateia feita com ironia : “O que ocorre com as garotas nas ciências?”. O pesquisador diz que por “não ser mulher” não poderia responder adequadamente à questão, mas conta sua trajetória de dificuldades, sendo ele negro, para conseguir realizar seu desejo de ser cientista. Por fim completou que não seria possível falar em diferenças genéticas quando não há as mesmas oportunidades para mulheres e para negros ingressarem e atuarem no meio científico. O vídeo provocou um intenso debate e foi importante para que os estudantes percebessem a complexidade do tema da pesquisa.

Para elaboração do questionário, os alunos foram organizados em grupo para que fizessem sugestões de perguntas. Além das perguntas sobre o tema de pesquisa também deveriam propor questões para traçar o perfil dos entrevistados.

A população a ser pesquisada foi definida dessa forma: 6º ano A entrevistaria adultos, especialmente pais e mães de alunos da escola; o 6º ano B entrevistaria estudantes e professores universitários; e 6º C entrevistaria adolescentes, estudantes do 3º ciclo da escola.

Os professores das turmas organizaram as sugestões dos alunos e construíram um pré-questionário. A partir deles os alunos sugeriram opções para as respostas. Ficou definido que cada grupo utilizaria um questionário diferente de acordo com as especificidades do grupo pesquisado. A seguir são apresentadas, a título de exemplo, duas perguntas dos questionários:

---

<sup>3</sup> Os referidos textos e os respectivos links de acesso são os seguintes: i) Cientistas Brasileiros Notáveis - <http://www.canalciencia.ibict.br/menu/listaNotaveis.html>; ii) Pesquisadores reclamam de preconceito das revistas - [http://www.ufcg.edu.br/prt\\_ufcg/assessoria\\_imprensa/mostra\\_noticia.php?codigo=3524](http://www.ufcg.edu.br/prt_ufcg/assessoria_imprensa/mostra_noticia.php?codigo=3524); iii) Simpósio discute inserção de negros na ciência e tecnologia - <http://www.usp.br/agen/?p=20265>; iv) A mulher na ciência e tecnologia - [http://www.ipt.br/institucional/campanhas/8a\\_mulher\\_na\\_ciencia\\_e\\_tecnologia.htm](http://www.ipt.br/institucional/campanhas/8a_mulher_na_ciencia_e_tecnologia.htm); v) As mulheres na ciência brasileira: crescimento, contrastes e um perfil de sucesso - [http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci\\_arttext&pid=S0103-401420030003\\_00016](http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0103-401420030003_00016)

<sup>4</sup> Maiores informações sobre Neil deGrasse Tyson podem ser encontradas em <http://www.haydenplanetarium.org/tyson/profile>. O referido vídeo está disponível, no youtube, no seguinte link: <https://www.youtube.com/watch?v=U7ziyJobvgI>

Há poucas mulheres atuando como cientistas segundo alguns levantamentos. Na sua opinião, isso ocorre por quê? Escolha até três causas.

- a. ( ) Falta de reconhecimento da comunidade científica.
- b. ( ) Preconceito contra a mulher.
- c. ( ) Desempenho inferior ao dos homens.
- d. ( ) Elas começaram a ocupar esse espaço mais recentemente.
- e. ( ) Outros: \_\_\_\_\_

Pense em uma pessoa que trabalhe como cientista. Agora, responda com sinceridade: você pensou em:

- A. ( ) um homem branco                      C.( ) um homem negro
- B. ( ) uma mulher branca                      D.( ) um mulher negra

A coleta de dados do 6º ano A foi realizada durante uma manhã de sábado letivo na escola. Nesse dia estava programada uma reunião com pais do 2º e 3º ciclo para entrega do resultado da avaliação do 2º trimestre. Os alunos dessa turma foram divididos pela escola e orientados a abordar os adultos que circulavam por lá naquele dia. A turma do 6º ano B realizou a coleta de dados nas dependências da Faculdade de Educação da UFMG. O objetivo era entrevistar uma população com características mais acadêmicas. No dia da coleta, os alunos foram organizados em grupos que circulavam pela faculdade abordando quem passava. Dentre os estudantes que passavam pelo lugar havia um bom número de alunos da licenciatura intercultural indígena, o que enriqueceu e diversificou a amostra e fez com que incluíssemos durante as entrevistas mais uma categoria de pertencimento étnico-racial. E por fim, a coleta de dados do 6º ano C foi realizada na escola com alunos do 3º ciclo de turmas dos 7º e 8º anos.

Por meio dessa pesquisa foi possível entender, principalmente, a que as pessoas atribuem a pouca presença de mulheres e negros em determinadas carreiras científicas. Além disso, foi possível perceber como as variáveis sexo, pertencimento étnico-racial, idade e escolaridade interferem no modo como as pessoas enxergam essa questão.

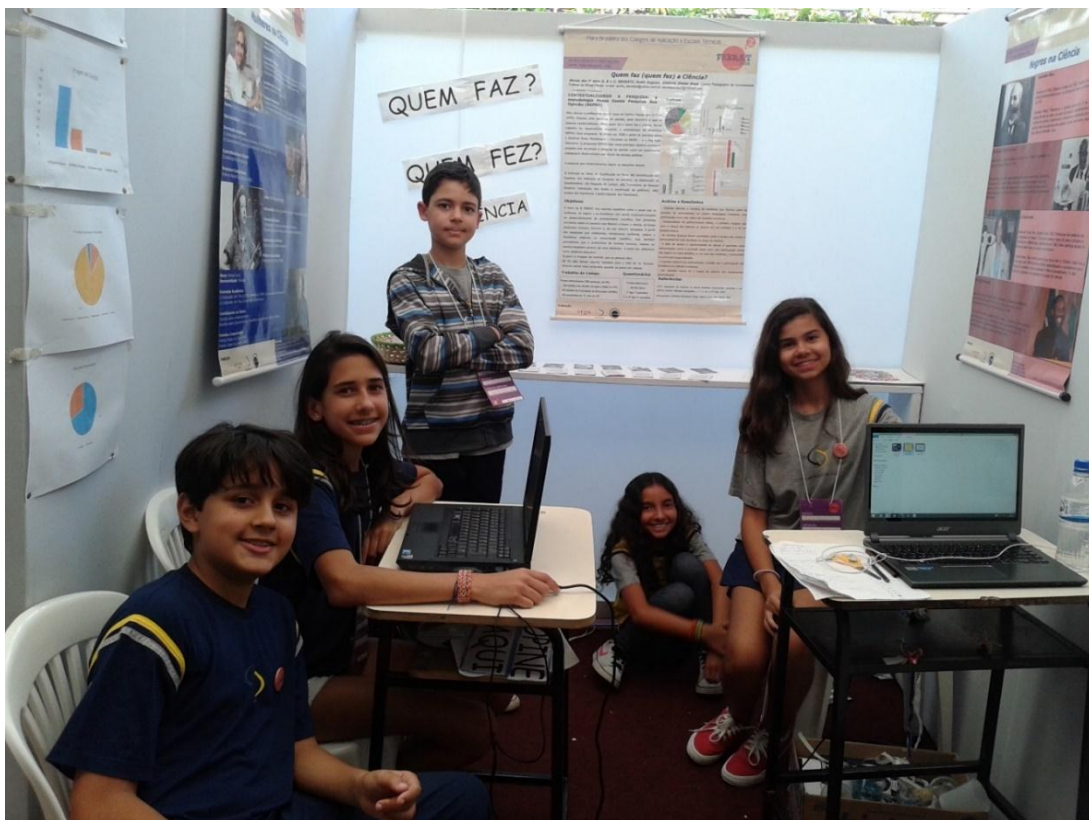
Chamou a atenção o número de mulheres que fizeram parte da amostra de entrevistados no Centro Pedagógico revelando uma participação maior das mães nas reuniões escolares. Essa predominância trouxe depois, desafios para a análise dos resultados obtidos.

A análise dos dados coletados mostrou que independente do gênero e do pertencimento étnico, a primeira imagem que vem à cabeça das pessoas ao pensar em um cientista é a de um homem branco. Os homens brancos foram apontados como o grupo cujo acesso à universidade foi mais facilitado ao longo da história. A falta de acesso a oportunidades de estudo foi apontada pelos entrevistados como a principal causa para uma participação menor dos negros no meio científico e, no caso das mulheres, o preconceito foi a principal causa indicada. A grande maioria acredita que a participação dos brasileiros na Ciência é pequena. E ‘ser cientista’ não faz parte dos sonhos dos adolescentes entrevistados.

Os resultados da pesquisa foram apresentados em dois eventos: uma feira nacional de colégios de aplicação e um seminário regional promovido pelo polo Minas Gerais do NEPSO para divulgação dos trabalhos desenvolvidos em diversas escolas de Belo

Horizonte e região metropolitana. A divulgação dos trabalhos em algum âmbito é uma parte importante do projeto pois está ligada um relevante aspecto da pesquisa de opinião que é a devolução para a comunidade (sociedade) do que foi descoberto.

**Figura 1: Stand dos alunos na 2ª Feira Brasileira de Colégios de Aplicação e Escolas Técnicas**



## **APRENDER MATEMÁTICA COM A PESQUISA DE OPINIÃO**

A presença efetiva do Tratamento da Informação nas aulas de matemática vem se consolidando na medida em que os livros didáticos do Ensino Fundamental passaram, na última década, a incorporar esse bloco de conteúdos em sua organização seja em capítulos específicos, seja por meio de seções ou atividades ao longo do livro. O projeto NEPSO está em consonância com esse movimento. As atividades de leitura de gráficos e tabelas são muitas vezes usadas durante o projeto para introduzir os alunos nesse tipo de leitura, especialmente quando a turma é iniciante no NEPSO. Mas são sempre complementadas por gráficos e tabelas presentes em notícias que tratam de assuntos da atualidade e assuntos relacionados ao tema. No projeto descrito, sobre quem faz a ciência, durante a qualificação do tema, além da leitura de textos, os estudantes também tiveram acesso a dados sobre a quantidade de pesquisadores brasileiros para “diminuir” o preconceito dos estudantes-pesquisadores do 6º ano.

A produção de gráficos e tabelas pelos estudantes, como aponta Lopes (2004) é um importante componente da formação desse leitor, pois as decisões que são tomadas ao longo do processo de construir um gráfico ou uma tabela, levam os alunos a uma observação mais cuidadosa dos gráficos que, normalmente, chegam a eles “prontos”.



O projeto do NEPSO contudo, amplia essa formação, já que nesse caso há, não um conjunto de informações já previamente “escolhidos” para abordar determinados aspectos da construção de um gráfico ou tabela, como ocorre muitas vezes com atividades de livros didáticos, mas um conjunto de dados “imprevisíveis” que obriga o estudante-pesquisador a tomar decisões que demandam (e constroem) muito mais conhecimentos estatísticos. Nesse sentido também possibilita que os estudantes questionem a ideia de infalibilidade da matemática e caminhem numa formação mais crítica da matemática em oposição à formação calcada na ideologia da certeza conforme destacam Borba e Skovsmose (2001).

A etapa de tabulação se constitui como uma fase bastante “trabalhosa” da pesquisa. Particularmente, na pesquisa sobre quem faz a ciência, os questionários eram grandes o que tornava a organização das informações uma tarefa que exigia muitas habilidades, mesmo para pesquisadores experientes no NEPSO<sup>5</sup> como eram os alunos do 6º ano de 2014. Mesmo recebendo tabelas estruturadas pelos professores, a organização dos dados se constitui uma tarefa complexa, pois já nesse momento se dividiu as informações por gênero ou pertencimento étnico-racial que foram as variáveis escolhidas para se produzir um contraste de opiniões. Um exemplo de um trecho das tabelas é apresentado a seguir.

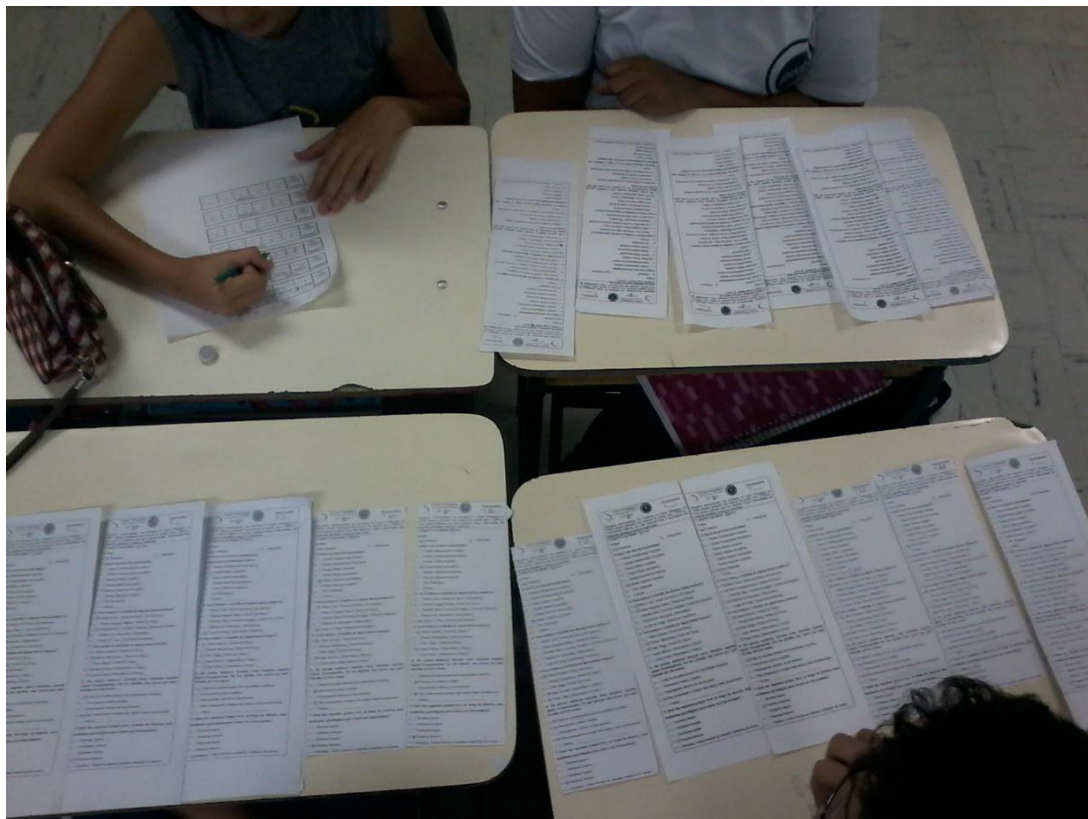
**Figura 2: Exemplo de um trecho da tabela**

|    |                   |   |     |   |   |
|----|-------------------|---|-----|---|---|
| 1  |                   |   | P 1 |   |   |
| 2  |                   | A | B   | C | D |
| 3  | Homens            |   |     |   |   |
| 4  | Mulheres          |   |     |   |   |
| 5  |                   |   |     |   |   |
| 6  | A - Homem branco  |   |     |   |   |
| 7  | B - Mulher branca |   |     |   |   |
| 8  | C - Homem negro   |   |     |   |   |
| 9  | D - Mulher negra  |   |     |   |   |
| 10 |                   |   |     |   |   |

Na tabulação de dados, as opções de resposta foram numeradas de modo a facilitar o preenchimento. Os estudantes eram questionados sobre como poderiam controlar o registro da quantidade de cada resposta. Eles perceberam nessa tarefa que na tabela de dupla entrada utilizada, o somatório nas linhas indicava o número total de homens e de mulheres e, o somatório nas colunas, indicava o número total de pessoas que escolheram cada opção. Mais do que exercícios “de adição”, trata-se de uma estratégia de leitura importante para um leitor de tabelas.

<sup>5</sup> Os alunos dessas turmas já haviam desenvolvido a metodologia NEPSO em anos anteriores na escola e, por isso, os classificamos como pesquisadores experientes.

**Figura 3: Alunos no processo de tabulação dos dados**



A construção de gráficos também traz muitos desafios durante o desenvolvimento dos projetos do NEPSO, pois

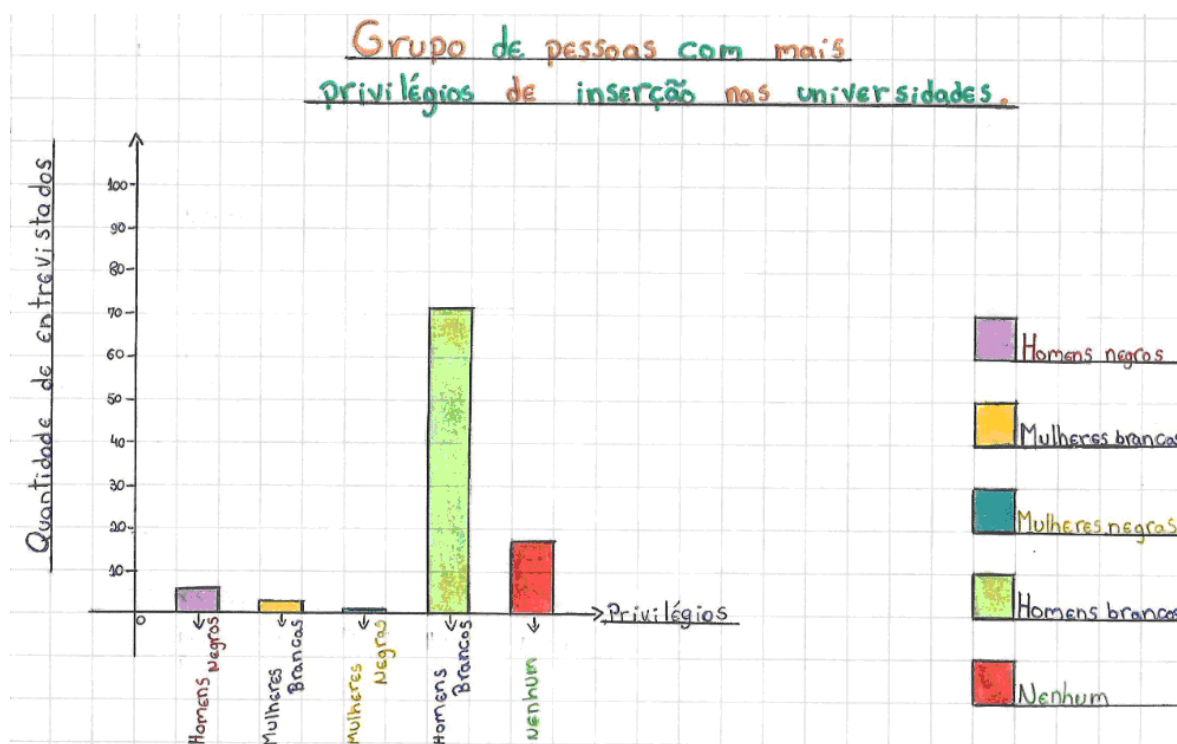
*Construir um gráfico, em geral, é mais difícil do que interpretar, pois para construir é preciso conhecer as especificidades da representação e, principalmente, estabelecer a escala que será utilizada. Como tem se mostrado em pesquisas, a escala tem sido o maior desafio para os alunos ao construir e interpretar um gráfico. Uma explicação possível para essa dificuldade é a pouca reflexão sistematizada sobre escalas que vem ocorrendo na escola. (BRASIL, 2014, p.29)*

No projeto do 6º ano, usamos um papel quadriculado para fazer os gráficos. O desafio para os estudantes era definir uma escala adequada para representar cada conjunto de dados em um gráfico de barras. Dizendo de outro modo era preciso definir “quantas respostas” (frequência) são representadas por cada quadrinho. Em uma das discussões para definir a escala de um gráfico os estudantes sugeriram 2, 3, 4 e 10 para o valor de cada quadrinho. Um aluno exclamou “três não dá! É um número ruim!” Ao classificar o número como “ruim”, o aluno, mesmo que intuitivamente, revela uma percepção das vantagens que determinados números podem trazer quando são pares, quando são divisores de 10 ou quando possuem muitos divisores. A turma percebeu que determinadas escalas facilitam a localização de frequências intermediárias. Cabe ao professor ou professora neste momento a explicitação dessas propriedades dos números com objetivo de compreender a origem (ou mesmo a veracidade) de uma suposta propriedade para incorporar essa informação ao repertório necessário para construção de gráficos.

As escolhas durante a construção de gráficos envolvem não só aspectos estritamente matemáticos, mas também aspectos “estéticos” que são facilitadores da

leitura. Pois o objetivo não é apenas “fazer um gráfico”, mas fazer um texto que transmita a um leitor “qualquer” as informações obtidas por aquela pesquisa com clareza. Assim, para se definir a escala do gráfico de barras é preciso se levar em conta outros aspectos: a disponibilidade de espaço e o efeito estético que se quer causar. O uso eficiente da linguagem estatística não envolve apenas a organização das informações numéricas, mas também dos outros elementos textuais: legenda, título, fonte, etc.

Figura 4: Gráfico de barra produzido por uma das alunas



Por trás do conceito de escala, estão os conceitos de razão e proporção, antes tratados a partir da antiga 7ª série, muitas vezes por meio do ensino de algoritmos (como a regra de três) para resolução de problemas, quase sempre em contextos artificiais. Com as mudanças curriculares, especialmente a partir da publicação dos Parâmetros Curriculares na década de 90, os primeiros contatos com o conceito de proporcionalidade acontecem bem mais cedo. Nos estudos de Schliemann e Carraher (1997) o raciocínio proporcional é desenvolvido desde muito cedo pelas crianças e também ocorre nas experiências fora da escola. Esse raciocínio proporcional construído nas experiências escolares e não-escolares é aprimorado no desenvolvimento dos projetos do NEPSO. Na pesquisa do 6º ano, mesmo não dispondo de ferramentas como a porcentagem, para comparar conjuntos desiguais, os alunos se mostraram capazes de fazer comparações levando em conta, por exemplo, que o número de mulheres entrevistadas era bem maior que o número de homens.

## PARA ALÉM DA MATEMÁTICA

As pesquisas de opinião que vem sendo desenvolvidas com alunos do 2º ciclo tem se mostrado um excelente contexto de ensino-aprendizagem de matemática. Contudo, esse tipo de projeto extrapola os espaços disciplinares. Isso ocorre não somente na possibilidade de se fazer um trabalho conjunto com docentes de diversos campos de conhecimento, mas

também na atitude do próprio professor ou professora de matemática de se colocar como pesquisador de diversos temas ao lado dos estudantes. Assim, ampliam-se não só os significados da matemática que se aprende na escola, mas também a atuação do próprio professor de matemática. Também os alunos saem de seus “tradicionais” papéis para dar vazão aos seus pontos de vista diante da vida, a seus desejos, seus medos e curiosidades. Na construção da pesquisa de opinião do 6º ano, houve muitas ocasiões para os alunos falarem sobre as relações de gênero em suas famílias e também o modo como percebiam o racismo em sua comunidade. O protagonismo dos alunos é, assim, a principal característica desse projeto.

Os alunos do 6º ano se surpreenderam com os aspectos qualitativos da pesquisa e do quanto eles influenciam nos resultados da pesquisa. A composição da amostra é um desses aspectos. O fato dos entrevistados serem professores universitários e não outro tipo de profissional, o fato de serem mães e não pais, influencia muito na percepção sobre quem está “fazendo” a ciência no Brasil e no mundo. Isso ajuda a ter um olhar mais crítico sobre as informações recebidas por meio das mídias, especialmente sobre as pesquisas de opinião. Em uma atividade envolvendo uma pesquisa sobre uso de aplicativos de celulares realizado em um momento posterior, um aluno questionou: “mas como foi escolhida essa amostra?”. Essa desconfiança revela uma percepção de que há mais que números envolvidos em uma pesquisa. Nesse sentido entendemos que o trabalho desenvolvido pela metodologia NEPSO vai ao encontro da demanda feita por Lopes (1999, p.2) segundo a qual “a formação básica em Estatística e Probabilidade torna-se indispensável ao cidadão nos dias de hoje e em tempos futuros”.

Por fim, cabe destacar a importância de uma organização que permita aos alunos fazerem pesquisas de opinião em diferentes momentos de sua trajetória na escola. Os alunos do 6º ano que desenvolveram o projeto descrito neste texto, já haviam realizado projetos do NEPSO em outros dois anos escolares. É perceptível a evolução dos alunos como pesquisadores e como leitores de informações. É preciso, contudo, trabalhar para que projeto seja parte integrante do currículo de matemática e, em um horizonte desejável, do currículo geral da escola.

## REFERÊNCIAS

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática. Brasília: MEC, SEF, 1998.

BRASIL. Secretaria de Educação Básica. Diretoria de Apoio à Gestão Educacional. Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa: Educação Estatística. Brasília: MEC, SEB, 2014.

BORBA, M. C; SKOVSMOSE, O. A ideologia da certeza em Educação Matemática. In \_\_\_\_\_ SKOVSMOSE, O. Educação Matemática crítica: a questão da democracia. Campinas, SP: Papirus, 2001.

GOULART, S. M. G. A matemática em uma escola organizada por ciclos de formação humana. Dissertação (Mestrado em Educação) – Faculdade de Educação – Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2005.

LIMA, P. C. Constituição de práticas de Numeramento em eventos de tratamento da informação na Educação de Jovens e Adultos. Dissertação (Mestrado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade Federal de Minas Gerais, 2007.

LOPES, C. A. E. A probabilidade e a Estatística no currículo de matemática no ensino fundamental brasileiro. Trabalho apresentado na Conferência Internacional: Experiências e Perspectivas do Ensino da Estatística – Desafios para o século XXI, Florianópolis, p. 167-174, 1999.

\_\_\_\_\_. Literacia Estatística e o INAF 2002. IN: FONSECA, M. C. F. R. (Org.). Letramento no Brasil: reflexões a partir do INAF 2002. São Paulo: Global: Ação Educativa e Instituto Paulo Montenegro, 2004. P. 187-197.

MONTENEGRO, F.; RIBEIRO, V. M. (editores). *Nossa escola pesquisa sua opinião: manual do professor*. 2 ed. São Paulo: Global, 2002.

SCHLIEMANN, A. D. D., CARRAHER, D. Razões e proporções na vida diária e na escola. In: SCHLIEMANN, A. et al. Estudos em Psicologia da Educação Matemática. Recife: UFPE, 1997, p. 13 – 39.

# **A PRESENÇA DO DESENHO EM CURSOS DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA EM MINAS GERAIS: DISCIPLINA? SABER? UMA PERSPECTIVA À EDUCAÇÃO MATEMÁTICA**

**Eder Quintão Lisboa**

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Sudeste de Minas Gerais

e-mail: eder.lisboa@ifsudestemg.edu.br

## **RESUMO:**

Este trabalho objetiva apresentar o projeto de estudo histórico referente à presença ou não da disciplina ou saber, Desenho Geométrico, nas matrizes curriculares dos Cursos de Licenciaturas em Matemática mineiras. O referencial teórico-metodológico desta pesquisa é fundamentado nos estudos de Michael de Certeau (2001) que traz reflexões sobre o cotidiano na pesquisa, André Chervell (1990) que nos remeterá à história das disciplinas escolares, Roger Chartier (1990) que nos traz reflexões acerca da história cultural e o papel das representações. Assim, a presente pesquisa analisa matrizes e ementas curriculares de instituições de Ensino Superior mineiras e legislações que tratam do referido tema.

**Palavras-chave:** história da educação matemática; desenho geométrico; história das disciplinas acadêmicas; formação de professor de matemática.

## **1. INTRODUÇÃO**

Este estudo tem como objetivo apresentar o projeto de estudo histórico referente à presença ou não da disciplina ou saber, Desenho Geométrico, nas matrizes curriculares dos Cursos de Licenciaturas em Matemática mineiras.

Para que se possa construir a história de uma disciplina acadêmica faz-se necessário, explorar uma grande variedade de documentos oficiais, tais como: leis, decretos, pareceres e resoluções. Contudo, segundo Chervel (1990), não podemos nos limitar apenas a esses textos, pois, se assim agirmos, estaríamos construindo apenas uma história de políticas públicas e não uma história das disciplinas.

Assim, o estudo de legislação deve ser realizado, simultaneamente, ao estudo do cotidiano escolar, pois, na medida em que a legislação determina o que se deve ensinar, o cotidiano escolar nos revela como esta legislação foi utilizada pelas instituições de ensino na construção de suas propostas pedagógicas.

A análise das matrizes curriculares dos Cursos de Licenciaturas em Matemática se torna, desta forma, relevante, para compreendermos como as instituições de ensino superior se apropriaram das decisões estabelecidas nos documentos oficiais, instituídas no Brasil, nas últimas décadas. Ao estudarmos sobre os fatores que levaram à construção e às transformações ocorridas no currículo escolar e ou acadêmico ao longo da trajetória do Desenho Geométrico, faz-se necessário um olhar sobre as concepções que norteiam o currículo. Pacheco (2005) nos afirma que:

[...] o currículo deve ser questionado como um campo que representa um esforço profissional de diversos especialistas com perspectivas diferentes quanto à concepção, desenvolvimento e avaliação de um projeto de formação.

(PACHECO, P.40, 2005).

No intuito de compreender a dinâmica do Desenho na cultura escolar em qualquer dos espaços tempos que ela se deu, é preciso estar atento a tudo o que nela se passou, se repetiu se criou, se transformou, se inovou. Espaço e tempo constituem, assim, os dois elementos-chave para a compreensão da cultura escolar. Sobre esta perspectiva Certeau (2001) ainda afirma que “o espaço é um lugar praticado”:

existe espaço sempre que se tomam em conta vetores de direção, quantidades de velocidade e a variável tempo. O espaço é o cruzamento de móveis. É de certo modo animado pelo conjunto dos movimentos que aí se desdobram ( CERTEAU, 2001, p. 201)

No caso específico deste trabalho, o que se pretende investigar são as possíveis representações do saber Desenho Geométrico no currículo dos cursos de Licenciatura em Matemática das instituições de ensino superior de Minas Gerais. Pois, segundo Chartier (1990):

As percepções do social não são de forma alguma discursos neutros: produzem estratégias e práticas (sociais, escolares, políticas) que tendem impor uma autoridade à custa de outros, por elas menosprezados, a legitimar um projeto reformador ou a justificar, para os próprios indivíduos, as suas escolhas e condutas. Por isso esta investigação sobre as representações supõe-nas como estando sem pre colocadas num campo de concorrências e de competições cujos desafios se enunciam em termos de poder e de dominação. As lutas de representações têm tanta importância como as lutas econômicas para compreender os mecanismos pelos quais um grupo impõe, ou tenta impor, a sua concepção do mundo social, os valores que são os seus, e o seu domínio” (CHARTIER , 1990, p. 17).

No entanto, estas representações devem ser interrogadas constantemente, pois, devemos sempre ter a preocupação em distinguir os ensinamentos fixados nas documentações dos ensinamentos reais. “A distinção entre finalidades reais e de objetivo é uma necessidade imperiosa para o historiador das disciplinas. Ele deve aprender a distingui-las, mesmo que os textos oficiais tenham tendência a misturar umas e outras” (CHERVEL, 1990, p.190).

Diante deste contexto, inicia-se esta pesquisa a partir da identificação das Instituições de ensino superior de Minas Gerais que, atualmente, ofertam o curso de Licenciatura em Matemática.

A partir daí, as questões de investigação são: Em que medida o Desenho foi abordado pela legislação na formação dos futuros professores de Matemática nas últimas décadas no Brasil? Como o ensino de construções geométricas com régua e compasso é atualmente retratado nas matrizes e ementas destas instituições.

## **2. O DESENHO GEOMÉTRICO SEGUNDO DOCUMENTOS OFICIAIS - VESTÍGIOS DA DISCIPLINA DE DESENHO GEOMÉTRICO NA LEGISLAÇÃO EDUCACIONAL BRASILEIRA**

Neste momento, procuramos situar historicamente, as referências ao desenho geométrico na formação do professor de matemática, segundo a legislação, no período compreendido de 1960 a 2001. Assim, reportar-nos-emos às Leis de Diretrizes e Bases da Educação Nacional, de 1961, 1971 e 1996. A análise será feita, também, a partir de alguns pareceres publicados e baseados nestas Leis. Verificaremos, assim, o tratamento concedido

à disciplina de Desenho Geométrico na legislação neste período histórico.

Em 1961, foi implantada a 1ª Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB) – Lei 4024/61, que institui em seu artigo 70, a obrigatoriedade de currículos mínimos para os cursos de graduação no Brasil.

A partir desta Lei, o Conselho Federal de Educação (CFE), com o Parecer 292/62, estabelece que os cursos de Licenciatura teriam como base de estruturação curricular, as disciplinas do Curso de Bacharelado, sendo os conteúdos propostos, tratados de uma maneira mais superficial.

“Os currículos mínimos dos Cursos de Licenciatura compreendem as matérias fixadas para o Bacharelado, convenientemente ajustadas em sua amplitude (...)”  
(Parecer nº 292/1962)

Este Parecer também estabelece que o licenciando deveria possuir em sua formação, além das disciplinas definidas no currículo de cada curso, disciplinas de cunho pedagógico que o familiarizasse com a atividade docente. Desta forma, estipulou como obrigatória as disciplinas pedagógicas: Psicologia da Educação, Didática, Elementos de Administração Escolar, assim como estágio supervisionado.

No mesmo ano é publicado o Parecer CFE 295/62, o qual determinava que o currículo mínimo obrigatório para a Licenciatura em Matemática teria em sua matriz curricular as seguintes disciplinas: Desenho Geométrico, Geometria Descritiva, Fundamentos da Matemática Elementar, Física Geral, Cálculo Diferencial e Integral, Geometria Analítica, Álgebra e Cálculo Numérico.

Em 14 de novembro de 1962, tal parecer ganha status de resolução, de acordo com o que se determina o Conselho Federal de Educação:

O presidente do Conselho Federal de Educação, usando das atribuições que lhe conferem os artigos 9º, letra c, e 70 da Lei nº 4.024 de 20 de dezembro de 1962 e nos termos do Parecer nº 295 que a esta fica incorporado,

Resolve:

Art. 1º - O currículo mínimo para a licenciatura em Matemática deverá ser ministrado em um curso de quatro anos de duração e abrangerá as seguintes matérias:

1. Desenho geométrico e Geometria Descritiva
2. Fundamentos de Matemática Elementar
3. Física Geral
4. Cálculo Diferencial e integral
5. Geometria Analítica
6. Álgebra
7. Cálculo Numérico
8. Matérias pedagógicas, de acordo com o Parecer nº 292/62.

Art. 2º – O curso destinado à formação de professores de Matemática terá a duração de 2.200 horas de atividades, com integralização a fazer-se no mínimo de três e no máximo de sete anos letivos.

Art. 3º – Esta resolução entrará em vigor, obrigatoriamente, a partir do ano letivo de 1963.

O destaque concedido à disciplina de Desenho Geométrico, nesta resolução, fornece-nos indicativos dos motivos que levaram à institucionalização e fortalecimento desta área do saber, em cursos de formação de professores de Matemática no Brasil, a partir de 1963.

Em 11 de fevereiro de 1969, é sancionado o Decreto – lei 464/69 que revoga o artigo 70 da Lei 4024/61. Contudo observamos que os currículos mínimos estabelecidos



em 1962 continuaram orientando as reformas curriculares de cursos de Matemática em muitas Instituições de Ensino Superior, pois, apesar da revogação desta Lei, as disciplinas descritas na resolução 295/62 ainda permaneciam presentes nas várias matrizes curriculares de cursos de formação de professores de matemática.

A 2ª Lei de Diretrizes e Bases da Educação no Brasil, Lei 5.692/71, sancionada em 11 de agosto de 1971, instituiu as Diretrizes e Bases para o Ensino de 1º e 2º graus. O Ensino Superior não recebe, nesta lei, nenhum destaque especial, assim como não foi feita qualquer referência quanto aos currículos mínimos que deveriam ser aplicados aos cursos de graduação, ofertados por instituições superiores de ensino.

Em 20 de dezembro de 1996 é aprovada a 3ª Lei de Diretrizes e Bases para Educação Nacional, Lei 9.394/96. Nesta não há obrigatoriedade de um currículo mínimo para o Ensino Superior, então, as instituições de ensino superior passaram a ter maior autonomia na construção de propostas de reestruturação em seu sistema de ensino, facultando-lhes maior liberdade para elaboração de suas matrizes curriculares.

No parecer 1.302/2001 (Brasil, 2001), de 6 de novembro de 2001, o Conselho Federal de Educação estabelece Diretrizes Curriculares Nacionais para os Cursos de Matemática, Bacharelado e Licenciatura. Este parecer teve como objetivo:

“servir como orientação para melhorias e transformações na formação de Bacharel e do Licenciado em Matemática; assegurar que os egressos dos cursos credenciados de Bacharelado e Licenciatura em Matemática tenham sido adequadamente preparados para uma carreira na qual a Matemática seja utilizada de modo essencial, assim como um processo contínuo de aprendizagem.”  
(Brasil, 2001, p.1)

Também neste parecer não se encontraram determinações quanto a currículos mínimos a serem implementados em cursos de Matemática, Licenciatura ou Bacharelado. Em acordo com a LDB 9.394/96 que, em seu artigo 53, inciso II, assegura às Universidades: “*fixar os currículos dos seus cursos e programas, observadas as diretrizes gerais pertinentes.*” (LEI Nº 9.394, DE 20 DE DEZEMBRO DE 1996, grifo nosso).

Contudo, este mesmo parecer apresenta Diretrizes Curriculares para os cursos de Matemática. Os currículos das instituições de ensino superior deveriam contemplar alguns conteúdos que fossem comuns a todos os cursos de Matemática, Licenciatura e Bacharelado.

Os conteúdos descritos para os cursos de Bacharelado em Matemática, comuns a todas as instituições de ensino superior, foram: Cálculo Diferencial e integral, Álgebra Linear, Topologia, Análise Matemática, Análise Complexa, Geometria Diferencial, Física Geral, Física Moderna, Probabilidade e Estatística. Aos cursos de Licenciatura são recomendados: Cálculo Diferencial e Integral, Álgebra Linear, Fundamentos de Análise, Fundamentos de Álgebra, Fundamentos de Geometria e Geometria Analítica.

Ainda que não haja obrigatoriedade de currículos mínimos, como fazia o parecer 295/62, o entendimento que se tem deste documento foi indicativo de quais conteúdos deveriam ser ministrados em Cursos de Matemática, Licenciatura e Bacharelado.

Notamos que este parecer se aproxima do instituído em 1962, ao apresentar conteúdos de matemática “pura” que deveriam ser abordados na Licenciatura em Matemática de forma menos abrangente se comparado ao enfoque dado pelo Bacharelado.

Esta distinção pode ser assim observada (Parecer 1.302/2001):

| Bacharelado                           | Licenciatura             |
|---------------------------------------|--------------------------|
| Análise Matemática / Análise Complexa | Fundamentos de Análise   |
| Álgebra                               | Fundamentos de Álgebra   |
| Estudos avançados de Matemática       | Fundamentos de Geometria |

**Ilustração 1:** Fragmento do parecer 1.302/2001

É importante observar que, apesar de muitos conteúdos presentes no parecer 295/65 permanecerem presentes no parecer 1.302/2001, o Desenho Geométrico e a Geometria Descritiva não recebem em 2001 nenhum destaque relevante.

No entanto, o parecer 1.302/2001 descreve que o núcleo comum dos conteúdos, os quais deveriam ser trabalhados por cursos de Licenciatura em Matemática, deveria também incluir:

- a) conteúdos matemáticos presentes na educação básica nas áreas de Álgebra, Geometria e Análise;
- b) *conteúdos de áreas afins à Matemática, que são fontes originadoras de problemas e campos de aplicação de suas teorias;*
- c) conteúdos da Ciência da Educação, da História e Filosofia das Ciências e da Matemática. (Parecer 1.302/2001, p.6, grifo nosso).

Assim, apesar de não estar exposto neste parecer de forma explícita as construções geométricas, o que se sugeriu é que elas poderiam ser desenvolvidas como uma área afim ao ensino de matemática, nos cursos de formação de professores. Contudo, a ausência do Desenho Geométrico de forma explícita no parecer pode ter contribuído para o enfraquecimento desta área do saber, como disciplina autônoma, nos cursos de formação de professores nas Instituições de Ensino Superior no Brasil.

### 3. UM OLHAR EM MATRIZES E EMENTAS DE CURSOS LICENCIATURAS EM MATEMÁTICA EM MINAS GERAIS

Com o objetivo de verificar, em um contexto mais amplo, a existência da disciplina Desenho Geométrico em cursos de formação de professores de matemática, buscamos a partir da visita à página eletrônica do MEC – Ministério de Educação – algumas instituições de ensino que oferecem o curso Licenciatura em Matemática em Minas Gerais. Apresentamos, na ilustração a seguir, as Instituições identificadas e analisadas neste trabalho.

| INSTITUIÇÃO | HTTP                                                               | E-MAIL CONTATO                                                                         |
|-------------|--------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------|
| UFOP        | <a href="http://www.ufop.br">www.ufop.br</a>                       | <a href="mailto:comat@iceb.ufop.br">comat@iceb.ufop.br</a>                             |
| UFV         | <a href="http://www.ufv.br">www.ufv.br</a>                         | <a href="mailto:mendonca@ufv.br">mendonca@ufv.br</a>                                   |
| UFJF        | <a href="http://www.ufjf.br">www.ufjf.br</a>                       | <a href="mailto:depto.mat@ufjf.edu.br">depto.mat@ufjf.edu.br</a>                       |
| IFESEMG     | <a href="http://www.ifsudestemg.edu.br">www.ifsudestemg.edu.br</a> | <a href="mailto:marcos.pavani@ifsudestemg.edu.br">marcos.pavani@ifsudestemg.edu.br</a> |

|                 |                                 |                                                                    |
|-----------------|---------------------------------|--------------------------------------------------------------------|
| UFLA            | www.ufla.br                     | <a href="mailto:colegiados@prg.ufla.br">colegiados@prg.ufla.br</a> |
| UFMG            | www.ufmg.br                     | <a href="mailto:dmat@mat.ufmg.br">dmat@mat.ufmg.br</a>             |
| UFU             | www.ufu.br                      | <a href="mailto:cocma@ufu.br">cocma@ufu.br</a>                     |
| UFSJ            | www.ufsj.edu.br                 | <a href="mailto:comat@ufsj.edu.br">comat@ufsj.edu.br</a>           |
| UNIMONTES       | www.unimontes.br                | matematica@unimontes.br                                            |
| UNIFAL-MG       | www.unifal-mg.edu.br            | luizbeijo@unifal-mg.edu.br                                         |
| UFVJM           | www.ufvjm.edu.br                | weversson.sellin@ufvjm.edu.br                                      |
| UFTM            | www.uftm.edu.br                 | ailtonpaulo@matematica.uftm.edu.br                                 |
| UNIFEI          | www.unifei.edu.br               | mli.itajuba@unifei.edu.br                                          |
| ISAT            | www.fundacaohantipoff.mg.gov.br | iseatmatematica@fha.mg.gov.br                                      |
| IFNMG           | www.ifnmg.edu.br                | <a href="mailto:ifnmg@ifnmg.edu.br">ifnmg@ifnmg.edu.br</a>         |
| IFMG            | www.formiga.ifmg.edu.br         | alex.borges@ifmg.edu.br                                            |
| IF SUL DE MINAS | www.ifsuldeminas.edu.br         | antonio.gomes@ifs.ifsuldeminas.br                                  |

**Ilustração 2 :** Endereço e correio eletrônicos de Institutos de Ensino Superior em Minas Gerais. **Fonte:** Disponível em: <<http://emec.mec.gov.br/>> Acesso em: 20/11/2012.

A identificação das instituições, acima citadas, torna-se importante em nossa pesquisa, a fim de verificarmos como a disciplina de Desenho Geométrico é abordada ou não no curso de Licenciatura de Matemática por elas ofertadas.

Através do correio eletrônico, foi solicitado a essas instituições, que respondessem a um questionário, que teve como objetivo a coleta de dados com as seguintes informações: ano de implantação da disciplina de Desenho Geométrico na matriz curricular, os motivos da implantação, carga horária destinada à disciplina, e se a mesma é ofertada com caráter optativo ou obrigatório.

Das 17 instituições contatadas, por meio do correio eletrônico, apenas o Instituto Federal do Sudeste de Minas Gerais (IFESEMG) e o Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Sul de Minas (IFSULDEMINAS) responderam ao questionário. Dessa forma, as informações utilizadas se balizaram nesses questionários e também em dados coletados, a partir dos endereços eletrônicos de cada uma dessas instituições.

Através da análise de dados, foi possível perceber que o ensino de desenho está presente em todas as Instituições pesquisadas. Porém, como disciplina autônoma, faz-se presente em apenas 8 das 17 pesquisadas, conforme podemos observar no quadro a seguir:

| Instituição | Período/Carga Horária | Condição | Pré-requisito | Autônoma                  | Não-Autônoma | Lotação                    |
|-------------|-----------------------|----------|---------------|---------------------------|--------------|----------------------------|
| UFOP        | Não Definido/30h      | Eletiva  | Não Existe    | <b>Desenho Geométrico</b> |              | <b>Dept. de Matemática</b> |

|            |                  |             |                            |                              |                                                            |                                                          |
|------------|------------------|-------------|----------------------------|------------------------------|------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------|
| UFV        | 1° / 60h         | Obrigatória | Não Existe                 | <b>Desenho Geométrico</b>    |                                                            | <b>Dept. De Arquitetura</b>                              |
| UFJF       | 4° / 90h         | Obrigatória | Não Existe                 |                              | <b>Geometria Plana</b>                                     | <b>Dept. de Matemática</b>                               |
| IFSEMG     | 2° / 33h         | Obrigatória | Não Existe                 | <b>Desenho Geométrico</b>    |                                                            | <b>Dept. de Matemática</b>                               |
| UFLA       | 5° / 60h         | Obrigatória | Não Existe                 |                              | Geometria Plana e Desenho Geométrico com Prática de Ensino | Dept. de Ciência Exatas<br><b>(Núcleo de Matemática)</b> |
| UFMG       | 6° / 90h         | Obrigatória | Não Existe                 |                              | <b>Fund. Geometria Plana e Desenho Geométrico</b>          | <b>Dept. de Matemática</b>                               |
| UFU        | 2° / 90h         | Obrigatória | Não Existe                 |                              | Geometria Euclidiana Plana e Desenho Geométrico            | NÃO INFOMOU                                              |
| UFSJ       | 8° / 60h         | Obrigatória | Geometria Plana e Espacial | <b>Desenho Geométrico</b>    |                                                            | <b>Dept. de Matemática</b>                               |
| UNIMON-TES | 1° / 75h         | Obrigatória | Não Existe                 |                              | Geometria Euclidiana/ Des. Geométrico                      | NÃO INFOMOU                                              |
| UNIFAL MG  | 3° / 60h         | Obrigatória | Não Existe                 | Des. Geométrico              |                                                            | Dept. de Ciências Exatas                                 |
| UFVJM      | Não Definido/30h | Eletiva     | Não Existe                 | Desenho Geométrico (Eletiva) |                                                            | Dept. de Ciências Exatas                                 |
| UFTM       | 3° / 45h         | Obrigatória | Geometria Plana            | <b>Desenho Geométrico</b>    |                                                            | <b>Dept. de Matemática</b>                               |
| UNIFEI     | 2° / 60h         | Obrigatória | Geometria Plana            | <b>Desenho Geométrico</b>    |                                                            | <b>Dept. de Matemática</b>                               |
| ISEAT      | 2° / 40h         | Obrigatória | Não Existe                 |                              | Geometria Plana e Desenho Geométrico                       | NÃO INFOMOU                                              |

|                 |          |             |            |  |                                |                   |
|-----------------|----------|-------------|------------|--|--------------------------------|-------------------|
| IFNMG           | 1º / 90h | Obrigatória | Não Existe |  | Geometria Euclidiana           | Núcleo Específico |
| IF SUL DE MINAS | 2º / 80h | Obrigatória | Não Existe |  | Construções Geométricas I e II | Núcleo Específico |

**Ilustração 3:** Oferta do Ensino de Desenho (Construções Geométricas) nos cursos de Licenciatura em Matemática nas Instituições de Ensino Superior em Minas Gerais.

Assim, pudemos observar, que dentre as Instituições de Ensino acima investigadas, a Universidade Federal de Juiz de Fora e o Instituto Federal do Norte de Minas são os únicos que não fazem referência ao nome Desenho Geométrico ou Construções Geométricas, enquanto nome de disciplina. No entanto, após análise nas ementas, foi possível verificar que essas duas instituições fazem uso das construções geométricas no curso de Licenciatura em Matemática, apesar de não as apresentar como disciplinas autônomas na matriz curricular. Em ambos os casos, as construções geométricas estão inseridas na disciplina de Geometria Euclidiana Plana.

As ementas das disciplinas destas duas instituições analisadas estão assim constituídas:

|       |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |
|-------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| UFJF  | <p style="text-align: center;">Geometria Plana</p> <p>Axiomas básicos. Congruências e o teorema do ângulo externo. O axioma das paralelas. Semelhança de triângulo. O círculo. Funções Trigonométricas. Áreas. <i>Construções Geométricas</i></p>                                                                                                                                                                          |
| IFNMG | <p style="text-align: center;">Geometria Euclidiana Plana</p> <p>Construção axiomática da geometria euclidiana plana. Análise dos axiomas. Os axiomas de congruências e suas consequências. Semelhanças. Círculos e discos. Perímetro e áreas das figuras planas. <i>Principais construções geométricas elementares: Instrumentos de desenho, Operações e construções com ângulos, retas no plano, circunferência.</i></p> |

**Ilustração 4:** Ementas das disciplinas de Desenho (Construções Geométricas / Geometria) nos cursos de Licenciatura em Matemática nas Instituições de Ensino Superior em Minas Gerais. Grifo nosso.

A partir da análise das ementas das Instituições de Ensino que oferecem as Construções Geométricas e a Geometria em uma mesma disciplina, foi possível percebermos uma tentativa de aproximação do conteúdo formal e axiomático dado no ensino de geometria plana, aos recursos que o desenho geométrico pode potencializar.

Quanto a abordagem da disciplina, podemos observar que em sete das instituições, o Desenho Geométrico se configura como uma disciplina autônoma na matriz curricular do curso. Nestas, as ementas evidenciam que tal abordagem dada à disciplina de Desenho Geométrico é feita de maneira a trabalhar conceitos de Geometria Plana a partir da régua e compasso. É interessante relatar que, na Universidade Federal de São João Del Rei, na Universidade Federal do Triângulo Mineiro e na Universidade Federal de Itajubá a Geometria Euclidiana Plana é exigida como pré-requisito obrigatório à disciplina de Desenho Geométrico. Esse fato nos revela uma tentativa de aproximação entre tais áreas de

conhecimento. Em nenhuma das instituições analisadas a disciplina de Desenho é pré-requisito necessário ao estudo de qualquer outra disciplina das matrizes curriculares que compõem os respectivos cursos. Nas instituições, Universidade Federal de Minas Gerais (UFMG), Universidade Federal de Uberlândia (UFU), Instituto Superior de Educação Anísio Teixeira (ISEAT), os saberes relacionados à geometria plana e ao desenho geométrico são apresentados em uma única disciplina. Nesses casos, o nome dado à disciplina faz referência às duas áreas de conhecimento (Fundamentos de Geometria Plana e Desenho Geométrico; Geometria Euclidiana Plana e Desenho Geométrico; Geometria Plana e Desenho Geométrico). Ao analisarmos as ementas propostas por essas instituições, chama-nos a atenção o fato de o conteúdo proposto ao ensino de desenho geométrico ser exibido após o que se propõem a ser ensinado em referência à geometria plana. Tal observação nos traz indicativos que mesmo sendo trabalhada em uma mesma disciplina, a geometria, assim como nos referimos anteriormente, é entendida como um pré-requisito para os estudos dos saberes do desenho geométrico.

Conforme dito anteriormente, na Universidade Federal de Juiz de Fora (UFJF) e no Instituto Federal do Norte de Minas Gerais (IFNMG) o termo Desenho Geométrico não consta nas matrizes curriculares do curso de Matemática, como nome de disciplina, apesar de se fazer presente. A forma como o conteúdo de desenho geométrico é abordado nas ementas dessas duas instituições é a mesma apontada nas instituições a que fizemos referência no parágrafo anterior, isto é, o conteúdo de desenho geométrico é proposto no final da ementa, o que sugere a esse saber ter a geometria plana como pré-requisito.

Na Universidade Federal de Ouro Preto (UFOP) e na Universidade Federal dos Vales do Jequitinhonha e Mucuri, o termo Desenho Geométrico aparece nas matrizes curriculares, porém, não tivemos acesso às ementas.

Em relação as Universidade Federal de Lavras (UFLA) e Universidade Estadual de Montes claros (UIMONTES), também não nos foram fornecidas as ementas, mas, após leitura da matriz curricular do curso de Matemática dessas instituições foi possível verificarmos que o Desenho Geométrico e a Geometria estão inseridos em uma única disciplina intitulados respectivamente: Geometria Plana e Desenho Geométrico com prática de ensino; Geometria Euclidiana e Desenho Geométrico.

A Universidade Federal dos Vales do Jequitinhonha e Mucuri foi a única em que a Disciplina Desenho Geométrico é ofertada de forma eletiva. Em todas as demais instituições analisadas, o saber “desenho geométrico”, seja em disciplina autônoma ou não, está de forma obrigatória nas matrizes curriculares dos cursos dos futuros licenciados em Matemática.

No que se refere ao posicionamento desse saber nas matrizes curriculares aqui analisadas, verificamos que, apesar de a disciplina se configurar, predominantemente, na primeira metade de cada curso ofertado, a Universidade Federal de São João Del Rei e a Universidade Federal de Minas Gerais ofertam-no no 6º e 8º período, respectivamente. A presença da disciplina em períodos diversificados nas matrizes analisadas nos sinaliza a pouca relação estabelecida entre esse saber com outras disciplinas que compõem o curso de Licenciatura em Matemática. Quanto à carga horária, verificamos que essa se apresenta de forma bastante diferenciada.

Em todos os casos, pudemos notar que as ementas apresentam o ensino de desenho geométrico a partir da régua e do compasso. Apenas a Universidade Federal de Uberlândia e Instituto Superior de Educação Anísio Teixeira fazem referência ao uso de softwares, em suas ementas, no tratamento dado a essa área do saber.

Em relação à locação da disciplina por núcleos ou departamentos, pudemos observar que, em 9 das instituições pesquisadas, a disciplina se apresenta sob a

responsabilidade do Núcleo e ou Departamento de Matemática. Já na Universidade Federal de Viçosa, o desenho geométrico é ofertado pelo Departamento de Arquitetura. Nas demais universidades analisadas, não nos foi possível identificar o perfil do núcleo, ou departamento, responsável em lecionar o saber desenho aos futuros licenciados em Matemática. Assim, pudemos observar uma predominância em conceder aos Departamentos ou Núcleos Específicos da Matemática a responsabilidade de oferta e regência, do Desenho Geométrico, seja como disciplina e ou área do saber.

Após análise das ementas e matrizes curriculares dos cursos de Matemática em todas as 17 instituições citadas observamos que o desenho geométrico se configura presente em todas, seja de modo autônomo ou atrelado a outra área de conhecimento. Verificamos uma tendência em aproximar o desenho geométrico à geometria plana, seja pela exigência de pré-requisitos, ou por estarem ambos os conhecimentos presentes em uma mesma disciplina. Percebemos, assim, que aproximar os conteúdos geometria plana e desenho geométrico não é um fato particular a uma ou outra instituição, mas confirmado neste trabalho como um fenômeno mais global.

#### **4. CONSIDERAÇÕES FINAIS**

Pudemos constatar que o ensino de Desenho Geométrico no Ensino Superior, mostrou-se a cada dia um saber a ser trabalhado dentro da Matemática. Em grande medida, atrelado à Geometria. No entanto, acreditamos que não conceder a esse saber um espaço próprio, buscando apenas inseri-lo na Geometria, ou em quaisquer outras áreas da matemática, possa levá-lo apenas a servir de representação, ilustração ou concretização dos conhecimentos da geometria plana.

Entendemos o Desenho Geométrico como um saber mais amplo, fundamental para o desenvolvimento do pensamento gráfico, propiciando habilidades e competências essenciais à vida cotidiana.

Podemos, então, conjecturar que uma abordagem acadêmica específica para tal saber tornaria propício o desenvolvimento de novas metodologias e pesquisa nessa área, contribuindo para uma formação docente de maior amplitude. Possuindo tal formação, o docente, por sua vez, facultaria o fortalecimento desse saber nas práticas na Educação Básica.

À Educação Matemática, abrem-se aqui novas oportunidades para futuras pesquisas, reflexões e propostas que considerem a importância do Desenho Geométrico na formação do professor de Matemática, as quais possam resgatar esse conhecimento como um saber fundamental no desenvolvimento das referidas competências e habilidades para a formação do indivíduo.

#### **4. REFERÊNCIAS**

\_\_\_\_\_. **Congresso Nacional. Lei n. 9324 De 20/12/1996.** Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional

\_\_\_\_\_. Parecer nº 1.302, **Diretrizes Curriculares Nacionais para os cursos de Matemática**, Bacharelado e Licenciatura. Brasília: CNE / CES, 2001.

CERTEAU, M. Relatos de espaço. In \_\_\_\_\_. **A invenção do cotidiano – Artes de Fazer.** 8ª ed. Petrópolis: Vozes, 2001.

CHARTIER, R. **A história cultural:** entre práticas e representações. Rio de Janeiro: Bertrand Brasil S.A., 1990.

CHERVELL, A. (1990). **História das disciplinas escolares: algumas reflexões** - Paulo: Martins Fontes. Tradução de Carlos Eduardo Lima Maxões sobre um campo de pesquisa. Teoria e Educação, Porto Alegre, Panonica, no 2.

LISBOA, E.L. **O Desenho Geométrico como disciplina de curso de Licenciatura em Matemática: Uma perspectiva Histórica.** 2013. Dissertação (Mestrado profissional em Educação Matemática) – Departamento de Matemática, Universidade Federal de Juiz de Fora, 2013.

PACHECO, José Augusto. **Escritos Curriculares.** São Paulo; Editora Cortez, 2005.



# A REFLEXÃO NO ESTÁGIO E O DESEJO DE SER PROFESSOR

**Erika Barroso Dauanny**

GEPEFE/FEUSP: Grupo de Estudos e Pesquisas sobre Formação de Educadores - Faculdade de Educação da USP

Email: erikablck@yahoo.com.br

O artigo apresenta alguns dados e conclusões da pesquisa de doutoramento que teve como objetivo principal compreender a contribuição do estágio para a formação dos professores de Matemática. Partindo da compreensão de diversos autores (CHARLOT, 2008; SAVIANI, 2009; FREITAS, 2012) sobre a realidade da escola atual, entende ser necessária uma formação que considere o professor como um intelectual crítico reflexivo (PIMENTA, 2008). Nessa perspectiva, que se considere o estágio como uma atividade teórico-prática, uma atitude investigativa que envolve estudos, análise, problematização, reflexão e proposição de soluções sobre o ensinar e o aprender, sobre o trabalho docente e sobre as práticas institucionais situadas em seus contextos sociais, históricos e culturais (PIMENTA, 2009b; PIMENTA; LIMA, 2010). A base empírica da pesquisa foi o Curso de Licenciatura do Instituto de Matemática e Estatística da USP. A opção metodológica foi por uma pesquisa qualitativa apoiada em dados quantitativos (BOGDAN; BIKLEN, 1994; LÜDKE; ANDRÉ, 1986; MINAYO, 2012a; 2012b). Os instrumentos utilizados para coleta de dados foram análise documental, observação, aplicação de questionários e realização de entrevistas. Foi adotada a estratégia de triangulação de métodos (TRIVIÑOS, 1987; MINAYO, 2005; 2013). Os dados apresentados neste artigo evidenciam que as disciplinas responsáveis pelo estágio, que o desenvolvem com atividades que propiciam reflexão e que buscam a unidade entre teoria e prática, contribuem fortemente para a formação dos futuros professores, podendo aumentar a probabilidade dos alunos assumirem a profissionalmente a docência.

**Palavras-chave:** estágio, formação inicial do professor de Matemática, professor intelectual crítico reflexivo, reflexão

## 1 - INTRODUÇÃO

Este artigo apresenta alguns dados e conclusões da pesquisa de doutoramento que teve como objetivo principal compreender o estágio como processo formativo no contexto da formação inicial universitária de professores de Matemática para a escola de Educação Básica, em uma universidade pública. Como melhorar o ensino, buscando melhorar a formação dos professores? Que processos formativos ocorrem no estágio e como eles podem contribuir para a formação de professores? (DAUANNY, 2015)

A base empírica da pesquisa foi o Curso de Licenciatura do Instituto de Matemática e Estatística da USP. A opção metodológica foi por uma pesquisa qualitativa apoiada em dados quantitativos (BOGDAN; BIKLEN, 1994; LÜDKE; ANDRÉ, 1986; MINAYO, 2012a; 2012b). Os instrumentos utilizados para coleta de dados foram análise documental, observação, aplicação de questionários e realização de entrevistas. Foi adotada a estratégia de triangulação de métodos (TRIVIÑOS, 1987; MINAYO, 2005; 2013). Os dados apresentados neste artigo evidenciam que as disciplinas responsáveis pelo estágio, que o desenvolvem com atividades que propiciam reflexão e que buscam a unidade entre teoria e

prática, contribuem fortemente para a formação dos futuros professores, podendo aumentar a probabilidade dos alunos assumirem a profissionalmente a docência.

## 2- QUE PROFESSOR É NECESSÁRIO FORMAR?

Segundo Saviani (2009) e Freitas (2012), da perspectiva do neoliberalismo decorre toda uma lógica de fazer educação com consequências nefastas para a mesma.

*[...] ao mesmo tempo em que se proclamam aos quatro ventos as virtudes da educação exaltando sua importância decisiva num tipo de sociedade como esta em que vivemos, classificada como “sociedade do conhecimento”, as políticas predominantes se pautam pela busca da redução de custos, cortando investimentos (SAVIANI, 2009, p.153).*

Conforme também aponta Charlot (2008), o professor, hoje, enfrenta contradições que decorrem da contemporaneidade econômica, social e cultural, além das tensões inerentes ao próprio ato de educar e ensinar. Até que ponto essas contradições estão sendo consideradas no processo de formação inicial universitária do professor? Como, onde e quando o processo formativo universitário inicial do professor oferece elementos que o auxiliem a gerir e superar tensões e contradições presentes na sua atividade profissional? Nesse contexto, qual o lugar do estágio no processo de formação do professor?

As pesquisas em relação à formação inicial têm demonstrado que:

*[...] os cursos de formação, ao desenvolverem um currículo formal com conteúdos e atividades de estágio distanciados da realidade das escolas, numa perspectiva burocrática e cartorial que não dá conta de captar as contradições presentes na prática social de educar, pouco têm contribuído para gerar uma nova identidade do profissional docente (PIMENTA, 2009a, p. 16).*

Diante da realidade da escola atual, faz-se necessária uma formação que considere o professor como um intelectual crítico reflexivo (PIMENTA, 2008). Nessa perspectiva, que se considere o estágio como uma atividade teórico-prática, uma atitude investigativa que envolve estudos, análise, problematização, reflexão e proposição de soluções sobre o ensinar e o aprender, sobre o trabalho docente e sobre as práticas institucionais situadas em seus contextos sociais, históricos e culturais (PIMENTA, 2009b; PIMENTA; LIMA, 2010). Mas, o que significa considerar o professor como um profissional intelectual crítico reflexivo?

Cada concepção de professor tem subjacente “uma determinada concepção de escola e do ensino; uma teoria do conhecimento e da sua transmissão e aprendizagem; uma concepção própria das relações entre teoria e prática, entre a investigação e a acção” (PÉREZ-GOMES, 1992, p.96).

Conceber o trabalho do professores como trabalho intelectual quer dizer, segundo Contreras,

*[...] desenvolver um conhecimento sobre o ensino que reconheça e questione sua natureza socialmente construída e o modo pelo qual se relaciona com a ordem social, bem como analisar as possibilidades*

transformadoras implícitas no contexto social das aulas e do ensino (CONTRERAS, 2002, p. 157).

Para Ghedin, refletir criticamente significa:

[...] colocar-se no contexto de uma ação, na história da situação, participar em uma atividade social e tomar postura ante os problemas. [...] Um processo de reflexão crítica permitiria aos professores avançar num processo de transformação da prática pedagógica mediante sua própria transformação como intelectuais críticos [...]. A reflexão crítica apela a uma crítica da interiorização de valores sociais dominantes, como maneira de tomar consciência de suas origens e de seus efeitos (GHEDIN, 2008, p. 138-139).

Nessa perspectiva “a atividade docente é práxis” (PIMENTA, 2009a, p.83). E o que é práxis? A “práxis é, na verdade, atividade teórico-prática; isto é, tem um lado ideal, teórico, e um lado material, propriamente prático, com a particularidade que só artificialmente, por um processo de abstração, podemos separar, isolar um do outro” (VÁZQUEZ, 2007, p.262).

Segundo Konder (1992, p.115),

*A práxis é a atividade concreta pela qual os sujeitos humanos se afirmam no mundo, modificando a realidade objetiva e, para poderem alterá-la, transformando-se a si mesmos. É a ação que, para se aprofundar de maneira mais consequente, precisa de reflexão, do autoquestionamento, da teoria; e é a teoria que remete à ação, que enfrenta o desafio de verificar seus acertos e desacertos, cotejando-os com a prática.(KONDER, 1992, P.115)*

Nesse sentido, a concepção de professor como um profissional intelectual crítico e reflexivo considera que:

*[...] o exercício da docência não se reduz à aplicação de modelos previamente estabelecidos, mas que, ao contrário, é construído na prática dos sujeitos-professores historicamente situados. Assim, um processo formativo mobilizaria os saberes da teoria da educação necessários à compreensão da prática docente, capazes de desenvolverem as competências e habilidades para que os professores investiguem a própria atividade docente e, a partir dela, constituam os seus saberes-fazer docentes, num processo contínuo de construção de novos saberes (PIMENTA, 2005, p. 528).*

Ao analisarem diferentes concepções de estágio relacionadas a diferentes concepções de prática e de teoria, Pimenta e Lima (2010) chegam ao que seria a superação da fragmentação entre elas a partir do conceito de práxis, o que aponta para “o desenvolvimento do estágio como uma atitude investigativa, que envolve a reflexão e a intervenção na vida da escola, dos professores, dos alunos e da sociedade” (PIMENTA e LIMA, 2010, p.34).

Trata-se do conceito de estágio como campo de conhecimento, no dizer de Pimenta e Lima (2010), e que envolve estudos, análise, problematização, reflexão e proposição de soluções sobre o ensinar e o aprender, tendo como eixo a pesquisa sobre as ações pedagógicas, o trabalho docente e as práticas institucionais situadas em seus contextos sociais, históricos e culturais.

Nesse contexto, trarei a seguir, evidências da importância da “reflexão” como um dos componentes dos processos formativos desenvolvidos nos cursos de formação de

professores, em especial para a sua importância no sentido de contribuir para que os alunos da Licenciatura em Matemática venham a assumir profissionalmente a docência.

### 3 – METODOLOGIA E DESENVOLVIMENTO DA PESQUISA

Múltiplos são os espaços em que se aprende a ser professor. Na pesquisa desenvolvida, o foco está centrado na investigação do processo vivenciado no espaço/tempo do estágio supervisionado do curso de formação inicial universitária do professor, considerando as seguintes questões: Como o estágio está sendo considerado e desenvolvido no curso de licenciatura em Matemática? Qual a compreensão dos futuros professores, alunos do Curso de Licenciatura em Matemática, dos processos formativos relacionados ao estágio, por eles vivenciados, no sentido da contribuição desses processos para a sua formação como professores? Em quais condições o estágio constitui-se um processo formativo significativo no curso de licenciatura em Matemática?

A base empírica escolhida para a realização da pesquisa foi o curso de Licenciatura em Matemática da Universidade de São Paulo. Essa universidade elaborou uma proposta para a formação de professores, de maneira a atender a legislação e as exigências colocadas pela realidade das escolas e pela sociedade.

O Programa de Formação de Professores da USP (PFPUSP, 2004), considera que

*o “estágio supervisionado” deve ter um papel de elemento integrador na formação do professor, oferecendo ao estudante de licenciatura oportunidades de ampliar e utilizar as habilidades e os conhecimentos adquiridos no curso para responder às necessidades e aos desafios da realidade escolar (PFPUSP, 2004, p. 27).*

A meta do estágio deverá ser, portanto, segundo o próprio Programa, o desenvolvimento de um saber teórico-prático que exija uma postura investigativa e problematizadora da realidade escolar, integrando suas ações à proposta pedagógica da instituição. A perspectiva em relação ao estágio, apresentada no PFPUSP (2004), representa, assim, um avanço, na medida em que sua importância para a formação é reconhecida e sua valorização fica instituída.

O PFPUSP (2004) considera concepções coerentes com as necessidades hoje colocadas para a formação de professores. A concepção de professor que se almeja formar pode ser identificada com a do professor intelectual crítico reflexivo, conforme tratado no item anterior. Relacionada a essa concepção de professor, a atividade docente é entendida como práxis, como uma ação transformadora do real, e, em decorrência, o estágio entendido como uma atividade teórico-prática, uma atitude investigativa que envolve estudos, análise, problematização, reflexão e proposição de soluções sobre o ensinar e o aprender, conforme Pimenta e Lima (2010).

Os meios utilizados para a coleta de dados foram:

- A *análise documental* da legislação relativa à formação de professores da Educação Básica, em especial nos aspectos referentes ao estágio supervisionado; dos projetos, propostas e programas que orientaram ou orientam a formação de professor de Matemática do Instituto de Matemática e Estatística da USP - IME-USP;

- A *observação* por um período de dois anos (2011-2012) de momentos do processo de formação desenvolvido no Curso de Licenciatura em Matemática do IME-USP e relacionados ao estágio supervisionado, na universidade e em uma das escolas de Educação Básica onde alunos desenvolvem o estágio;

- *A aplicação de questionários* a uma amostra dos alunos do Curso de Licenciatura em Matemática do IME-USP;

- *A realização de entrevistas* com alunos do curso analisado, e com um professor da escola de Educação Básica que recebe alunos estagiários. A entrevista teve como objetivo, aprofundar pontos levantados com o questionário.

Os vários instrumentos de coleta de dados foram utilizados de maneira complementar para a compreensão do estágio como processo formativo no contexto da formação inicial universitária do professor de Matemática da Educação Básica.

Os dados coletados e a análise estatística desenvolvida oferecem elementos para compreensão e interpretação do fenômeno educativo relativo à formação do professor. Entretanto, as tendências apresentadas nos dados estatísticos não são generalizáveis nem são regras. Embora tenham sido usadas análises de natureza probabilística, identificando-se regularidades, estas não são imediatamente aplicáveis, mas sugestivas.

Neste artigo, apresento a análise estatística de alguns dados produzidos através do questionário respondido por alunos das licenciaturas da USP, em especial por alunos do curso de Licenciatura em Matemática, sujeitos desta pesquisa. A amostra é composta por 99 sujeitos, sendo 49 alunos provenientes de diversos cursos de licenciatura da USP e 50 alunos do curso de Licenciatura em Matemática do IME-USP.

Os 50 alunos da Licenciatura em Matemática correspondem a 100% dos alunos ingressantes no curso diurno de Licenciatura em Matemática do IME-USP, tendo o ano de 2009 como referência (50 vagas), conforme dados da FUVEST (2009). Essa relação foi feita considerando que as turmas nas quais a observação foi desenvolvida, com exceção de uma, eram do turno diurno. Os alunos que participaram da pesquisa cursavam pelo menos uma das disciplinas que têm estágio em sua carga horária, durante o ano de 2012.

Na Licenciatura em Matemática do IME-USP, as 400 horas de estágio curricular supervisionado, obrigatório no curso, estão distribuídas entre oito disciplinas: as disciplinas do Bloco III, de Fundamentos Teóricos e Práticos da Educação (POEB - Política e Organização da Educação Básica no Brasil; Didática e Psicologia da Educação), obrigatórias para todas as licenciaturas da USP e oferecidas pela Faculdade de Educação e as do Bloco IV, de Fundamentos Metodológicos do Ensino (Experimentação e Modelagem; Estágio de Vivência e Investigação em Gestão Escolar e Políticas Públicas; Metodologia do Ensino da Matemática I e II e Projetos de Estágio) sendo as primeiras oferecidas pela FEUSP e a última pelo IME-USP.

#### **4 – A REFLEXÃO SOBRE AS ATIVIDADES DESENVOLVIDAS DURANTE O ESTÁGIO E O DESEJO<sup>1</sup> DE SER PROFESSOR**

Os dados, produzidos através do questionário, trazem a perspectiva dos alunos estagiários em relação às seguintes categorias: (A) Grau de contribuição dos conteúdos e atividades desenvolvidos em cada disciplina para análise e construção de alternativas frente às dificuldades que hoje se apresentam aos professores nas escolas; (B) Grau de contribuição de cada atividade ou estratégia de ensino desenvolvida nas disciplinas, para a formação de professores; (C) Espaço de reflexão, em cada uma das disciplinas, sobre as observações e outras atividades desenvolvidas durante o estágio; (D) Influência do estágio, desenvolvido nas disciplinas, no desejo de ser professor; (E) O fator que, na(s) disciplina(s), mais contribuiu para a formação.

---

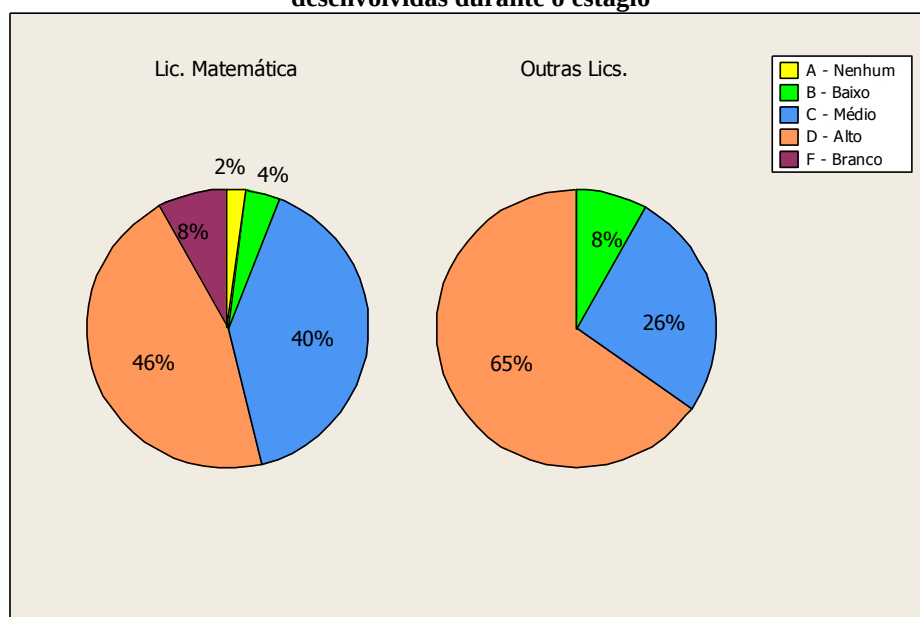
<sup>1</sup> Desejo entendido apenas como a vontade de ser professor

Neste artigo ressaltarei apenas aspectos dos dados relativos à categoria (B) Grau de contribuição de cada atividade ou estratégia de ensino desenvolvida nas disciplinas, para a formação de professores; e da categoria (D) Influência do estágio, desenvolvido nas disciplinas, no desejo de ser professor, bem como da relação entre elas.

Em relação à categoria (B), a atividade de *Reflexão* sobre as atividades e/ou observações desenvolvidas durante o estágio foi, percentualmente, a mais indicada, pelos futuros professores, como tendo um *Alto grau de contribuição* para a formação dos mesmos. Conforme Dauanny (2015), a reflexão foi apontada pelos futuros professores como núcleo essencial da formação de professores, como a variável mais importante que mexe com a formação dos professores. Assim considerada, o estágio deixa de ser a “hora da prática” para tornar-se uma atividade teórico-prática, um espaço tempo onde a teoria é indissociável da prática. O estágio é assim, ao mesmo tempo uma atividade teórica de conhecimento, fundamentação, diálogo e intervenção na realidade prática.

O Gráfico 1, a seguir, mostra a avaliação dos alunos em relação ao Grau de contribuição da atividade de reflexão sobre as atividades e observações desenvolvidas durante o estágio, para a formação dos mesmos como professores.

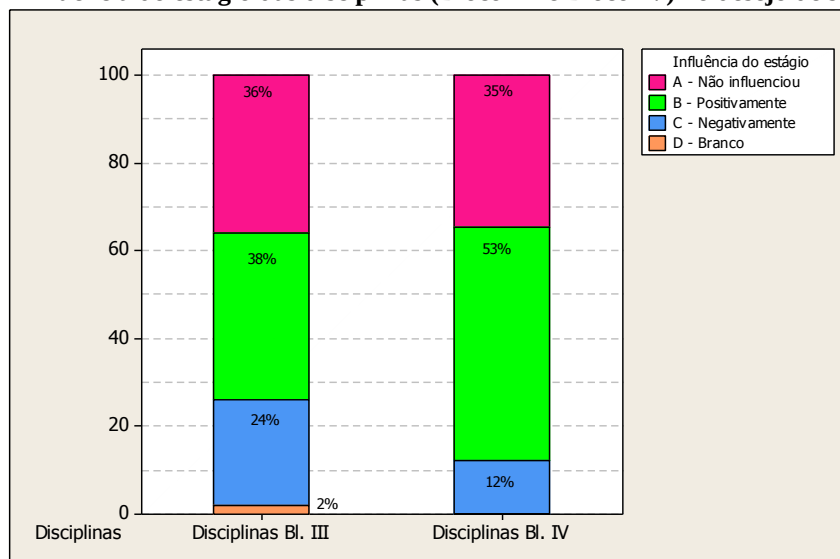
**Gráfico 1 - Grau de contribuição da atividade de reflexão sobre as atividades e observações desenvolvidas durante o estágio**



Fonte: DAUANNY, E. B. O estágio no contexto dos processos formativos dos professores de Matemática para a Educação Básica: entre o proposto e o vivido. 2015. 375f. Tese (Doutorado em Educação) - Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2015, p. 192

Em relação à categoria (D) *Influência do estágio, desenvolvido nas disciplinas, no desejo de ser professor*, os dados revelam que o estágio tem forte influência no desejo ou opção de ser professor. Conforme representado no Gráfico 2, a soma do percentual dos alunos que tiveram influência do estágio no desejo de ser professor, seja uma influência positiva ou negativa corresponde a 72% nas disciplinas do Bloco III e 67% nas disciplinas do Bloco IV.

**Gráfico 2 - Influência do estágio das disciplinas (Bloco III e Bloco IV) no desejo de ser professor**



Fonte: DAUANNY, E. B. O estágio no contexto dos processos formativos dos professores de Matemática para a Educação Básica: entre o proposto e o vivido. 2015. 375f. Tese (Doutorado em Educação) - Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2015, p. 195

Um estudo aprofundado sobre a influência do estágio no desejo de ser professor foi realizado, com o intuito de entender melhor como o estágio poderia influenciar ou não no “desejo de ser professor”. De que maneira aspectos abordados pelo questionário se relacionavam com a influência do estágio no desejo de ser professor? O que é mais representativo para contribuir para que o estágio tenha influência positiva no desejo de ser professor?

A análise baseou-se na resposta dos alunos para a questão “Como o estágio desenvolvido (nas disciplinas dos Blocos Curriculares III e IV) influenciou o seu desejo de ser professor?”, para a qual há três respostas possíveis: influenciou negativamente, não influenciou e influenciou positivamente.

Por meio dos modelos ajustados e reajustados, foi possível estimar as probabilidades e as chances de que um aluno classifique de uma das três formas possíveis a influência do estágio, sendo essa a variável resposta. As variáveis explicativas se referem às respostas dos alunos sobre questões relacionadas às disciplinas de cada bloco (contribuição dos conteúdos e atividades de cada disciplina para análise e construção de alternativas para as dificuldades que hoje se apresentam aos professores nas escolas; *contribuição de cada atividade ou estratégia de ensino para a formação como professor*; fator que nas disciplinas mais contribuiu com a formação como professor).

O resultado deste estudo estatístico para as disciplinas do Bloco III está representado na Tabela 1, a seguir.

**Tabela 1 - Modelo reajustado via Regressão Logística Ordinal para a probabilidade de um aluno considerar que o estágio influenciou positivamente no desejo de ser professor. Bloco III**

| Variável              | Coefficiente | Erro Padrão | Z     | p     | Razão de Chances | IC 90% LI | IC90% LS |
|-----------------------|--------------|-------------|-------|-------|------------------|-----------|----------|
| Constante (1)         | -10,63       | 3,45        | -3,08 | 0,002 | -                | -         | -        |
| Constante (2)         | -8,51        | 3,31        | -2,57 | 0,010 | -                | -         | -        |
| Relação Docência      | 3,13         | 1,14        | 2,76  | 0,006 | 22,94            | 9,47      | 34,49    |
| Contrib. POEB         | 1,30         | 0,73        | 1,76  | 0,078 | 3,66             | 1,68      | 5,61     |
| Contrib. Didática     | -2,17        | 1,08        | -2,00 | 0,046 | 0,11             | 0,01      | 0,24     |
| Contrib. Psico. Educ. | -1,00        | 0,52        | -1,92 | 0,100 | 0,37             | 0,11      | 0,52     |
| Estágio               | 0,52         | 0,16        | 3,25  | 0,091 | 1,68             | 0,51      | 3,53     |
| Reflex. Ativ. Estágio | 3,24         | 1,08        | 3,00  | 0,003 | 25,44            | 10,15     | 36,44    |

Pearson = 33,18; valor p = 0,508

Deviance = 31,48; valor-p = 0,592

Fonte: DAUANNY, E. B. O estágio no contexto dos processos formativos dos professores de Matemática para a Educação Básica: entre o proposto e o vivido. 2015. 375f. Tese (Doutorado em Educação) - Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2015, p. 203

De acordo com a Tabela 1 acima, tem-se que:

- O coeficiente positivo (3,24) para a variável *reflexão* sobre atividades e/ou observações desenvolvidas durante o estágio sugere que o aluno que julga o grau de contribuição da atividade *reflexão* sobre atividades e/ou observações desenvolvidas durante o estágio como *alto* tem probabilidade mais alta de considerar que *o estágio influenciou positivamente no desejo* de ser professor do que um aluno que não julga alto o grau de contribuição da atividade.

- A razão de chances de 25,44 indica que a chance de um aluno que julga *o grau de contribuição da atividade reflexão* sobre atividades e/ou observações desenvolvidas durante o estágio como alto considerar que o estágio influenciou positivamente no desejo de ser professor é aproximadamente 25,44 vezes a chance de um aluno que não julga alto o grau de contribuição da atividade considerar que o estágio influenciou positivamente no desejo de ser professor, desde que sejam mantidas constantes as demais variáveis.

O mesmo estudo mais aprofundado foi realizado também para as disciplinas do Bloco IV, cujo resultado está representado na Tabela 2, a seguir:

**Tabela 2 - Modelo reajustado via Regressão Logística Ordinal para a probabilidade de um aluno considerar que o estágio influenciou positivamente no desejo de ser professor. Bloco IV**

| Variável              | Coefficiente | Erro Padrão | Z     | p     | Razão de Chances | IC 90% LI | IC90% LS |
|-----------------------|--------------|-------------|-------|-------|------------------|-----------|----------|
| Constante (1)         | -10,16       | 3,31        | -3,07 | 0,002 | -                | -         | -        |
| Constante (2)         | -7,50        | 3,14        | -2,39 | 0,017 | -                | -         | -        |
| Relação Docência      | 1,64         | 0,99        | 1,66  | 0,097 | 5,17             | 1,74      | 8,12     |
| Contrib. Projetos Est | 1,22         | 0,68        | 1,79  | 0,100 | 3,38             | 0,91      | 6,72     |
| Estágio Obs/Interv    | 1,74         | 0,71        | 2,47  | 0,014 | 5,70             | 1,83      | 8,19     |
| Pesquisa Bibliogr.    | -2,11        | 0,97        | -2,17 | 0,030 | 0,12             | 0,02      | 0,96     |
| Reflex. Ativ. Estágio | 2,01         | 0,96        | 2,09  | 0,036 | 7,49             | 2,14      | 10,11    |

Pearson = 17,22; valor p = 0,989

Deviance = 18,97; valor-p = 0,976

Fonte: DAUANNY, E. B. O estágio no contexto dos processos formativos dos professores de Matemática para a Educação Básica: entre o proposto e o vivido. 2015. 375f. Tese (Doutorado em Educação) - Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2015, p. 205

De acordo com a Tabela 2, tem-se que:

- O coeficiente positivo (2,01) para a variável *reflexão* sobre as atividades e/ou observações desenvolvidas durante o estágio sugere que o aluno que julga o grau de contribuição da atividade *reflexão* sobre as atividades e/ou observações desenvolvidas durante o estágio como alto tem probabilidade mais alta de considerar que o estágio



influenciou positivamente no desejo de ser professor do que um aluno que não julga alto o grau de contribuição da atividade.

- A razão de chances de 7,49 indica que a chance de um aluno que julga o grau de contribuição da atividade reflexão das atividades e/ou observações desenvolvidas durante o estágio como alto considerar que o estágio influenciou positivamente no desejo de ser professor é aproximadamente 7,49 vezes a chance de um aluno que não julga alto o grau de contribuição da atividade considerar que o estágio influenciou positivamente no desejo de ser professor, desde que sejam mantidas constantes as demais variáveis.

Assim, do estudo estatístico aprofundando sobre a influência do estágio realizado nas disciplinas do Bloco III e do Bloco IV, no desejo de ser professor, é possível concluir que a atividade de reflexão sobre as atividades e/ou observações desenvolvidas durante o estágio, quando tem sua contribuição avaliada como alta pelos futuros professores, aumenta a probabilidade de o estágio influenciar positivamente no desejo de ser professor, mais do que qualquer outra atividade ou disciplina quando estas também são avaliadas de modo positivo pelos alunos, ou seja, a atividade de reflexão sobre as atividades e/ou observações desenvolvidas durante o estágio, quando avaliada de maneira positiva pelos alunos, é o fator mais representativos em contribuir para que o estágio tenha influência positiva no desejo de ser professor. É importante frisar que o índice de confiança nos modelos desenvolvidos é de 90% de certeza (Tabelas 1 e 2).

De forma complementar, em seus depoimentos, os futuros professores relatam a existência de um importante e rico movimento de reflexão relacionado, não só às atividades de estágio, mas também aos saberes experienciais, seja promovido pelos professores responsáveis pelas disciplinas de estágio que cursaram ou por eles próprios. Evidenciam diferentes níveis da reflexão realizada. Em algumas situações observadas, parece que suas experiências e saberes foram problematizados e estudados. A reflexão desenvolvida parece ter trazido novos elementos aos futuros professores no sentido de os levarem a se recolocarem diante das experiências ou dos saberes, ou a ressignificarem saberes e experiências e, com isso, construírem possibilidades de superação de problemas aí identificados. Neste sentido, a reflexão, como parte integrante do estágio parece trazer elementos mobilizadores em relação ao desejo de ser professor.

## **5 – CONCLUSÕES**

A concepção de professor intelectual crítico reflexivo privilegiada nesta pesquisa, bem como a sua formação, tem a reflexão como uma categoria fundante. A prática educativa tem relações com o que acontece em outros âmbitos da sociedade. O processo reflexivo proporciona o entendimento das relações entre o que acontece na prática educativa e os seus determinantes externos. Nos estágios, os futuros professores e os professores formadores têm oportunidade de se depararem com a complexidade que caracteriza o cotidiano das escolas, e isso faz surgir oportunidades de refletir criticamente sobre essa realidade, de entender os seus determinantes, de compreender a complexidade das práticas institucionais e das ações aí praticadas e de construir alternativas para os problemas que aí se apresentam. Nesse sentido, o estágio é uma peça chave para a concretização de um modelo formativo que melhor prepare o futuro professor para o enfrentamento das demandas da prática pedagógica.

Segundo Pimenta e Lima (2010), todas as disciplinas do curso de formação são responsáveis por trazer elementos que contribuam para as reflexões, o entendimento e a construção de alternativas para os problemas encontrados na realidade profissional

docente. Todas são, ao mesmo tempo, “teóricas” e “práticas”, na medida em que podem (e devem) oferecer conhecimentos e métodos para esse processo reflexivo.

Considerando os diversos dados da pesquisa, os futuros professores estão, mesmo que ainda numa perspectiva de senso comum, em alguns momentos, a indicar esse caminho como essencial para a formação. Nessa perspectiva, o estágio deixa de ser a “hora da prática” para tornar-se uma atividade teórico-prática, um espaço/tempo em que a teoria é indissociável da prática. O estágio passa a ser, ao mesmo tempo, uma atividade teórica de conhecimento, fundamentação, diálogo e intervenção na realidade prática. Essa perspectiva de estágio, de formação, é uma demanda, que, a meu ver, está claramente colocada pelos alunos da Licenciatura em Matemática, em especial por aqueles que desejam ser professores. E como a docência, de acordo com Dauanny (2015), não está descartada para a grande maioria desses alunos, a reflexão sobre as atividades desenvolvidas durante o estágio, mais do que qualquer outra atividade, aumenta a probabilidade de que esses alunos venham a assumir profissionalmente a docência.

## REFERÊNCIAS

BOGDAN, R. C.; BIKLEN, S. K. **Investigação qualitativa em educação: uma introdução à teoria e aos métodos**. Porto: Porto Editora, 1994

CONTRERAS, J. **Autonomia de professores**. São Paulo: Cortez, 2002.

\_\_\_\_\_. O professor na sociedade contemporânea: um trabalhador de contradição. **Revista da FAEEBA – Educação e Contemporaneidade**, Salvador, v. 17, n. 30, p. 17-31, jul./dez. 2008

DA SILVA, G. T.; GIL, J. C.; MAGALHÃES, M. N. **Relatório de análise estatística sobre o projeto: “O estágio e a construção da identidade docente do professor de Matemática da Educação Básica”**. São Paulo: IME-USP, 2013. (RAE-CEA 13P14).

DAUANNY, E. B. **O estágio no contexto dos processos formativos dos professores de Matemática para a Educação Básica: entre o proposto e o vivido**. 2015. 375f. Tese (Doutorado em Educação) - Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2015.

FREITAS, L. C. de. Os reformadores empresariais da educação: da desmoralização do magistério à destruição do sistema público de educação. **Educação e Sociedade**, Campinas, v. 33, n. 119, p. 379-404, abr./jun.2012

FUVEST. Fundação Universitária para o Vestibular. Licenciatura em Matemática/Física 2009. 2009. Disponível em: <http://www.fuvest.br/estat/perfingr.stm?anofuv=2009>. Acesso em: 10 ago. 2012.

GHEDIN, E. Professor reflexivo: da alienação da técnica à autonomia da crítica. In: PIMENTA, S. G.; GHEDIN, E. (Orgs.). **Professor reflexivo no Brasil: gênese e crítica de um conceito**. 5. ed. São Paulo: Cortez, 2008. p. 129-150

KONDER, L. **O futuro da filosofia da práxis: o pensamento de Marx no século XXI**. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1992.

LÜDKE, M.; ANDRÉ, M. E. D. A. **Pesquisa em Educação: abordagens qualitativas**. São Paulo: EPU, 1986.

MINAYO, M. C. **O desafio do conhecimento: pesquisa qualitativa em saúde**. 13. ed. São Paulo: Hucitec, 2013.

MINAYO, M. C. de S. Introdução: conceito de avaliação por triangulação de métodos. In: MINAYO, M. C. de S.; ASSIS, S. G. de; SOUZA, E. R. de (Orgs.). **Avaliação por triangulação de métodos: abordagem de programas sociais**. Rio de Janeiro: Editora Fiocruz, 2005. p. 19-51.

\_\_\_\_\_. O desafio da pesquisa social. In: MINAYO, M. C. de S. (Org.); DESLANDES, S. F.; GOMES, R. **Pesquisa social: teoria, método e criatividade**. 32. ed. Petrópolis, RJ: Vozes, 2012a. p. 9-29.

\_\_\_\_\_. Trabalho de campo: contexto de observação, interação e descoberta. In: MINAYO, M. C. de S. (Org.); DESLANDES, S. F.; GOMES, R. **Pesquisa social: teoria, método e criatividade**. 32. ed. Petrópolis, RJ: Vozes, 2012b. p. 61-77.

PFPUSP. Programa de Formação de Professores da Universidade de São Paulo. São Paulo, 2004. Disponível em: <http://www.prg.usp.br/site/images/stories/arquivos/pfp.pdf>. Acesso em: 01 jun. 2011.

PÉREZ-GOMES, A. O pensamento prático do professor: a formação do professor como profissional reflexivo. In: NÓVOA, A. (Coord.). **Os professores e sua formação**. Lisboa: Publicações Dom Quixote, 1992. p. 93-138.

PIMENTA, S. G. Formação de professores: identidade e saberes da docência. In: \_\_\_\_\_. (Org.). **Saberes pedagógicos e atividade docente**. 7. ed. São Paulo: Cortez, 2009a. p.15-34.

\_\_\_\_\_. **O estágio na formação de professores: unidade teoria e prática?** 8. ed. São Paulo: Cortez, 2009b.

\_\_\_\_\_. Pesquisa-ação crítico-colaborativa: construindo seu significado a partir de experiência de formação docente. **Educação e Pesquisa**, São Paulo, v. 31, n. 3, p. 521-539, set./dez. 2005.

\_\_\_\_\_. Professor reflexivo: construindo uma crítica. In: PIMENTA, S. G.; GHEDIN, E. (Orgs.). **Professor reflexivo no Brasil: gênese e crítica de um conceito**. 5. ed. São Paulo: Cortez, 2008. p. 17-52.

PIMENTA, S. G.; LIMA, M. S. L. **Estágio e docência**. 5. ed. São Paulo: Cortez, 2010

SAVIANI, D. Formação de professores: aspectos históricos e teóricos do problema no contexto brasileiro. **Revista Brasileira de Educação**, Rio de Janeiro, v. 14, n. 40, p. 143-155, jan./abr. 2009.

TRIVIÑOS, A. N. S. **Introdução à pesquisa em ciências sociais: a pesquisa qualitativa em educação**. São Paulo: Atlas, 1987.

VÁZQUEZ, A. S. **Filosofia da práxis**. São Paulo: Expressão Popular, 2007.

ZEICHNER, K. M. Uma análise crítica sobre a “Reflexão como conceito estruturante na formação docente”. **Educação & Sociedade**, Campinas, v. 29, n. 103, p.535-554, maio/ago. 2008. Disponível em: <http://www.cedes.unicamp.br>. Acesso em: jul. 2010.

# ANÁLISE DA LINGUAGEM UTILIZADA NO LIVRO DIDÁTICO DA MATEMÁTICA

Jurama Maia<sup>1</sup>  
Airton Carrião Machado<sup>2</sup>

1 Universidade Federal de Minas Gerais / Promestre - Educação e Docência - Faculdade de Educação, [jmaia@ufmg.br](mailto:jmaia@ufmg.br)

2 Universidade Federal de Minas Gerais / COLTEC, [airtoncarriao@gmail.com](mailto:airtoncarriao@gmail.com)

## Resumo

No trabalho como professora de matemática em escolas públicas observo que os alunos apresentam dificuldades na compreensão de textos escritos, isso ocorre principalmente no uso do livro didático onde eles não dominam a linguagem ali presente.

Este trabalho tem por objetivo identificar e analisar a linguagem utilizada no livro didático da matemática. Para tanto, pretende-se observar um livro didático de matemática no volume 1 do ensino médio, mais especificamente no conteúdo de função. Será usado como referencial teórico a semiótica social, em particular os trabalhos de Candia Morgan. A metodologia proposta será uma pesquisa qualitativa descritiva. A escolha do livro didático usará como referência o guia PNLD/ 2014 (Programa Nacional do Livro Didático). Após a escolha do livro, leitura e contato com a estrutura da obra, faremos a categorização das atividades por meio de observações, anotações e registros, finalmente faremos a análise qualitativa na significação e interpretações das atividades por categoria nos textos, usando como referência as categorias estabelecidas a partir de Morgan: Uso de Pronomes; Função Impessoal; Função Impositiva e Vocabulário Especializado, que subdivide-se em: Uso de símbolos, nominalização e formas convencionais de linguagem (a língua corrente usando na matemática) e usaremos Ole Skovsmose, em particular para classificar a contextualização das atividades. Com relação aos resultados da pesquisa, pode-se inferir que no contexto da linguagem apresentada no livro analisado, usa-se muitos elementos no texto que pode afastar o leitor, tratando-o de forma passiva e que vem não aproximar esse leitor do texto.

**Palavras – chave:** Livro-didático da matemática; Educação Básica; Linguagens; Funções

## Introdução

Ao longo dos últimos anos que venho trabalhando como professora de matemática em escolas públicas, tenho observado que os alunos apresentam dificuldade na compreensão de textos escritos que envolvem matemática. Isso ocorre principalmente no uso do livro didático, onde os alunos não dominam bem a linguagem ali presente, em particular quando o professor vai apresentar novos conceitos matemáticos. Isso me suscitou algumas questões que tornam-se relevantes para nortear esta pesquisa: Quais linguagens são mais acessíveis para os alunos? Seria possível analisar textos do livro didático da matemática considerando a linguagem que alunos do ensino médio possuem ou trazem para o ambiente escolar? O que se pode fazer para ajudar o professor de matemática no uso de livros didáticos nessa área do conhecimento?

Acredito que o aluno, em seu processo escolar, deveria ter acesso a uma linguagem apropriada para seu nível de escolaridade, que permitiria a ele se relacionar

melhor com os materiais didáticos, como por exemplo, o livro didático.

Em minha prática docente o livro didático é utilizado como um dos principais recursos de mediação entre o conteúdo matemático e os alunos. O livro didático em sala de aula é colocado como um material de estudo importante, que orienta a proposta didática.

Dessa forma, o livro pode auxiliar o aluno a incorporar essa linguagem matemática, ao mesmo tempo em que o aluno reorganiza seu raciocínio no sentido de compreender os novos conceitos apresentados. Assim, as formas de uso do livro didático, a linguagem e o saber matemático estarão indissociáveis na prática pedagógica.

À partir da minha experiência com a linguagem contida nos livros didáticos e as práticas de “traduções” desses livros para meus alunos, decidi concentrar os estudos nas linguagens utilizadas nos livros didáticos de matemática. Assim, ao entrar no Promestre, me aproximei da teoria da semiótica sócio-cultural descrita por Candia Morgan (1995, 1996, 2001, 2014), que pretendo usar como principal referência para este trabalho.

Esse trabalho é parte de um projeto maior que se encontra em estágio de desenvolvimento. Busca-se nesse trabalho analisar a linguagem e identificar suas características no livro didático da matemática. Pretende-se também, buscar estratégias que auxiliem o professor a utilizar os livros, no sentido de o aluno ter mais facilidade em se apropriar da linguagem ali presente.

Para tanto, busca-se selecionar dentre os livros didáticos que sejam representativos no trabalho de conteúdos matemáticos em sala de aula, aquele que possui algumas características que serão detalhadas nesse trabalho na metodologia e, mais relevantes às nossas pesquisas, como por exemplo, o livro Matemática – Contexto e Aplicações Volume 1.

Diante da proposta de identificar e analisar a linguagem utilizada no livro didático da matemática, nos apoiaremos na ideia de Candia Morgan (1995) que, os estudantes possuem uma certa dificuldade tanto para reconhecer características de textos matemáticos quanto para produzi-los de forma apropriada, a autora assim propõe sua teoria no estudo de textos matemáticos, nós o faremos para embasar nossas análises nos textos de livros.

## **Características da Linguagem Matemática**

Para Morgan (2014) existe uma distinção entre linguagem acadêmica e linguagem coloquial (ao que nos parece para a autora está implícito que a linguagem matemática como sendo uma linguagem acadêmica). Ela sugere que só é possível o aluno adquirir habilidades matemáticas, quando ele próprio é capaz de aplicar a matemática em situações cotidianas extra-classe, “mas é preciso muito mais tempo para alcançar as competências em linguagem escolar necessárias para o sucesso em sala de aula<sup>1</sup>”(p.3). Esta distinção também pode ser útil se tivermos em mente as experiências de linguagem matemática dos alunos. A aula de matemática, por exemplo, pode incluir palavras únicas para comunicação matemática, mas também usos especializados de palavras do cotidiano, que podem ter um significado único em contextos do ensino.

Serão usados como referências nessa pesquisa os estudos sobre a linguagem da matemática, numa abordagem da semiótica social, de Michael Halliday, utilizada nos estudos de Candia Morgan.

---

1

□ “but need significantly more time to achieve the educational-language competencies required for success in the classroom.”

De acordo com Morgan (2001) os grupos de alunos que apresentam maior dificuldade de compreensão matemática são aqueles que apresentam desvantagens ainda maiores, os que “são menos susceptíveis de distinguir as várias espécies de linguagens que são amplamente avaliadas no contexto escolar” (p.240).

Buscamos entender o porquê dessa dificuldade de compreensão de textos matemáticos, fazendo interpretações de relação entre a linguagem matemática utilizada nos livros didáticos e a linguagem do dia a dia, que Morgan chama de linguagem coloquial.

Consideramos que o contexto da atividade tem papel fundamental, de acordo com Moschkovich 2002<sup>2</sup> citado em Morgan (2014), “as pessoas se comportam de forma diferente quando situadas em diferentes práticas”, ou seja, formas diferentes de contextualização podem implicar em entendimentos e ações distintas. Além disso, ela pode alterar o uso da linguagem, segundo ele “Usar uma palavra em seu sentido cotidiano pode ser visto como resultado de uma falha em reconhecer a situação como matemática, em vez de incapacidade de distinguir o sentido matemático correto da palavra” (p.6).

A linguagem no sentido matemático difere a do sentido cotidiano, assim a contextualização tem uma relação entre o uso da linguagem no cotidiano e a compreensão efetiva da linguagem matemática.

Como descreve Morgan (1995) “textos matemáticos diferem em aspectos relacionados com a questão de conteúdos, nas relações entre autores e leitores, e na formação do argumento” Estes aspectos correspondem as três metafunções da linguagem posta por Halliday (1985), que argumenta que todo texto cumpre cada uma dessas funções e sua gramática sistêmico-funcional indica as maneiras em que as características gramaticais da linguagem servem para cumpri-las:

(I) A função ideacional ou experiencial refere-se ao modo como a linguagem expressa “as categorias de uma experiência de mundo” [Halliday, 1973: p 38] e uma interpretação dessa experiência. O aspecto da linguagem matemática que têm sido mais frequentemente abordado – a nomeação de objetos matemáticos - contribui para a função ideacional, influenciando os tipos de objetos que podem ser participantes em atividade matemática.

(II) A função interpessoal expressa às relações sociais e pessoais entre o autor e os demais “incluindo todas as formas de instrução do orador para com a situação de fala e o ato de falar” [ibid., p 41]. A discussão de Pimm [1987] do uso de Nós é um exemplo raro de preocupação com o interpessoal em textos matemáticos.

(III) A função textual é o que faz a linguagem “operacionalmente relevante” no seu contexto e “distingue a mensagem deixada, de mera entrada em uma gramática ou um dicionário” [Halliday, 1973: p. 42].

Segundo Morgan, “se as regras implícitas do discurso matemático não são feitas explícitas na sala de aula, os grupos de alunos em desvantagem são mais susceptíveis de serem ainda mais desfavorecidos” (2001, p.240). Assim é papel do professor explicitar essas regras, porém, como descreve Morgan:

Enquanto todos os professores podem identificar o vocabulário matemático, notação, gráficos e diagramas e podem aconselhar seus alunos como usá-los com precisão, eles não o fazem, em geral, acham isso muito fácil, descrever a maneira pela qual esses vários componentes precisam ser combinados para construir uma convincente prova rigorosa, uma definição concisa, ou uma quantidade de processos de resolução de problemas orientados para a descoberta de um resultado geral. (MORGAN, 2001, p. 241).

Consideramos, assim, importante verificar se os livros didáticos contribuem para explicitar essas regras da linguagem matemática. Em especial, temos a questão apontada por Morgan (1995) sobre o uso de discurso especializado. Segundo ela:

Descrições de linguagem matemática por matemáticos e a matemática de educadores tendem a se concentrar em vocabulário e simbolismo, em algumas áreas limitadas de estruturas específicas gramaticais, não comumente encontrados em linguagem corrente, tais como a “soma de uma serie de n termos” . (MORGAN, 1995).

Para Morgan os textos matemáticos tendem a utilizar um discurso impositivo, assim nos interessa verificar se os livros didáticos analisados têm essa característica, que, segundo essa autora, afasta o sujeito da ação, nesse caso o aluno.

A função interpessoal se apresenta nos textos matemáticos neles:

Os papéis e as relações de autor e leitor podem ser considerada através de: controle da utilização de pronomes pessoais; a extensão de um vocabulário matemático especializado e formas convencionais de linguagem, tais como imperativos; expressões de certeza e autoridade na forma de sentenças (MORGAN, 1995).

As categorias identificadas a seguir, que constituirão a nossa base de análises dos livros didáticos, foram tomadas de Morgan ao analisar os textos matemáticos, e são as seguintes:

- **Uso de Pronomes** - expressa as relações sociais e pessoais entre o autor e leitor, neste caso, professor e alunos. Morgan aponta que “uma das formas mais evidentes em que as relações interpessoais são expressas em um texto, é através do uso de pronomes pessoais. O uso de pronomes em primeira pessoa (eu e nós) podem indicar o envolvimento pessoal do autor com a atividade retratada no texto”(pg.5). Por outro lado não se usar os pronomes pessoais nos textos, pode indicar que não traz o leitor para a ação. No livro didático de matemática a forma passiva é muito usada, deixando implícito, no texto, que a matemática assume a posição de sujeito, além de apresentar uma característica de neutralidade.

Machado (2008) aponta que, segundo Burton e Morgan (2000), existe uma intenção de se excluir o autor nos textos, ela é indicada em um documento do

Mathematical Association of America (MAA),

que recomenda que “em uma escrita mais técnica, o ‘eu’ deve ser evitado a menos que a pessoa do autor seja relevante” O que está implícito nessa recomendação é que, na maioria dos casos, a pessoa do autor não é relevante. Essa idéia está de acordo com a crença de que o conteúdo da matemática é neutro e que o uso de uma linguagem impessoal reflete essa neutralidade (BURTON e MORGAN, 2000 apud MACHADO, 2008, p.55 ).

Assim, a forma de uso dos pronomes tem implicações que vão além de uma questão estética textual, implicando em uma concepção de ensino de matemática. A incidência do uso de pronomes onde o autor pode deixar implícito o conteúdo de matemática como sendo um ente neutro, portanto não traz o aluno para a ação.

- **Função Impositiva** – uso de verbos na forma imperativa que pode sinalizar uma ideia de subserviência do leitor, expressões de certeza e autoridade que o livro estabelece, também pode constituir uma imagem autoritária do escritor (ex.: Resolva, calcule, efetue, etc). Isso atribui um grau de autoridade do autor em relação ao leitor, o autor pode não fazer isso de forma explícita, porém perpassa uma ideia de certeza e autoridade na abordagem do texto.

Esse uso da forma imperativa atribui peso ou autoridade que o falante atribui ao enunciado. Isto pode ser expresso através da utilização de verbos auxiliares (dever, poderia, decidir, etc.), advérbios (certamente, possivelmente), ou adjetivos (estou certo de que). Eles podem ser interpretados como reivindicações inapropriada para o conhecimento ou resumo autoritário”.

Para a maior parte dos membros da comunidade científica, segundo Burton e Morgan (2000), uma característica dos textos acadêmicos, particularmente em ciências, é que eles devem ser impessoais. Essa idéia coincide com a da verdade científica e da objetividade, pois, dessa forma, se eliminaria a subjetividade. (MACHADO, p.54).

Existe uma diferença sutil e que mesmo assim merece ser observada com relação ao uso impositivo de termos que remete a uma forma autoritária do autor tratar o conteúdo: O conteúdo como sendo de um domínio “elementar” deixar subtendido (no texto) a incapacidade de compreensão do aluno.

- **Função Impessoal**– A utilização de formas passivas em vez de verbos, segundo (Morgan, 1996) “é uma outra forma de obscurecer a presença do escritor como autor e que é muito utilizado no meio da escrita acadêmica e é ainda vista como a maneira “correta”, “objetiva” de escrita, torna o reconhecimento das maneiras com que a ação humana pode ser suprimida, também de particular interesse, consiste em examinar o lugar dos seres humanos no texto”. Processos verbais, por exemplo, a tabela mostra que...; eu mostrei na tabela que...; obscurece a presença do escritor como autor, assim como, matemático.

Esse tipo de construção na forma passiva, obscurece a ação do autor e dá à matemática um caráter autônomo, independente da ação humana. (BURTON e MORGAN, 2000 apud MACHADO, p.55).



Levando em consideração a necessidade de fazer tais dissociações entre uso de pronomes, função impessoal e impositiva de tratamento da linguagem que o autor do livro didático usa nos textos matemáticos, conteúdos matemáticos de um livro podem ser interpretados em um contexto pouco acertivo e talvez de forma muito complexa para o aluno do ensino médio realizar a compreensão e efetiva assimilação da matemática.

- **Vocabulário especializado** - De acordo Morgan (1996, p.2), a linguagem matemática dos matemáticos e de educadores tendem a se concentrar em um vocabulário e simbolismo, usuais da matemática acadêmica a qual, de acordo Morgan, são previamente estabelecidos a partir de fatos que são apresentados como causas de outros fatos. Para a autora o principal papel dos estudantes seria o de ver ou descobrir, um ponto de vista da matemática, e não apenas manipular formas e símbolos.

Em Morgan (1996, p.2) também destaca para o uso extensivo de “nominalização” em textos matemáticos, usando um substantivo no lugar de um verbo e, portanto, um objeto de um processo, por exemplo, permutação, relação, rotação”. Pontua ainda a nominalização, como “uma estrutura gramatical que tem recebido alguma atenção, por causa de sua relevância para com a formação de novos objetos matemáticos e conceitos.

Dessa forma, vocabulário especializado se subdivide em três subcategorias: Uso de símbolos, nominalização e formas convencionais de linguagem (a língua corrente usada na matemática).

Portanto pretende-se verificar no livro didático se essas categorias, que Morgan obtém a partir de textos acadêmicos, estão presentes.

Acreditamos que o uso crítico do livro didático, no que diz respeito a linguagem, seja uma forma de amenizar desvantagens do aluno, além disso pode também propiciar a ampliação de possibilidade relação com o texto do mesmo, Machado citando Morgan, aponta:

que conhecer bem as palavras é obviamente crucial, mas não é suficiente para se comunicar matematicamente. Para ela, os estudantes devem ser capazes de produzir sentido sobre a maneira especial em que as palavras são postas juntas para fazer sentido matemático. (MACHADO, 2008, p.127).

Nesse sentido é importante se propiciar um ambiente favorável de trocas e adaptar as formas de linguagem utilizadas no ambiente escolar àquelas que são familiares aos alunos, tendo em vista que muitas vezes o ambiente escolar tem um contexto que não é familiar ao aluno. O livro didático deveria, então, facilitar essas trocas e adaptações das diferentes formas de linguagem.

## **Metodologia**

O tipo de pesquisa que propomos fazer é qualitativa descritiva, pesquisar como o livro didático organiza as atividades e usa a linguagem, conforme será explicitado mais adiante. Para André (2008, p.25) na pesquisa descritiva “existe o cuidado com a retórica

descritiva, detalhada, documentos, exemplos, comentários interpretativos”, verificaremos se o livro permite várias interpretações.

De acordo o Guia do PNLD2014 o livro **Matemática: contexto & aplicações** 1, que escolhemos investigar nesse trabalho, não apenas por ser um livro didático representativo no trabalho de conteúdos matemáticos em sala de aula, mas também por possuir algumas características que o difere dentre os demais, tais como; menor número de páginas no total de 296 e o livro de maior quantidade de volumes distribuídos em escolas públicas (mais de um milhão de exemplares), de acordo dados levantados pelo Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação-PNLD no ano de 2014.

A lógica do livro em geral, apresenta o problema e resolve (descrição do conteúdo, exemplos e exercícios) esse procedimento acaba virando um exemplo da definição e também toda a contextualização do capítulo acaba virando exercício.

Os livros da coleção dividem-se em quatro unidades, cada uma delas organizada em capítulos. Tanto as unidades quanto os capítulos, iniciam-se com uma contextualização dos temas a serem desenvolvidos, feita por meio de textos e imagens. Seguem-se as explanações teóricas, intercaladas pelas seções Exercícios Resolvidos e Exercícios, e por diversas outras: Leitura, Matemática e tecnologia; Um pouco mais, para estudo optativo; Pensando no ENEM; Outros contextos, com temas interdisciplinares, e Vestibulares de Norte a Sul. Ao longo do texto, há pequenos boxes intitulados Para refletir, Fique atento e Você sabia?. No final de cada livro, encontram-se, ainda, as seções Caiu no Enem, Respostas, Sugestões de leituras complementares, Significado das siglas de vestibulares, Bibliografia e Índice remissivo (Guia do PNLD2014, p. 30).

Escolhemos por concentrar a análise nos capítulos do livro que trabalha o conteúdo de “funções”, visto que é um conteúdo presente em todos os livros do primeiro ano do ensino médio, então conteúdo bom para as análises que propomos nesse trabalho, pois encontra-se conceitos mais descritivos com definições e exemplos. O Guia do PNLD2014 também aponta a importância do conceito de função como sendo “um instrumento para o estudo dos fenômenos nas demais ciências e um elemento integrador no âmbito da própria Matemática, onde desempenha um relevante papel articulador entre a Matemática e o conhecimento produzido nas outras ciências” (p.89).

Como os livros são centrados nas atividades de exercícios, propomos classificá-las como sendo contextualizadas na matemática pura, na semirrealidade e na realidade; portanto, classificar as atividades conforme essas categorias, que, para SKOVSMOSE (2000) em síntese, trata-se de questões e atividades matemáticas que podem “se referir à matemática e somente a ela; se referir a uma semi-realidade que não se trata de uma realidade que “de fato” observamos, mas uma realidade construída, por exemplo, por um autor de um livro didático de Matemática e tarefas com referências a situações da vida real”.

Para Morgan (1995) textos que indicam “controle da utilização de pronomes pessoais; a extensão de um vocabulário matemático especializado e formas convencionais de linguagem, tais como imperativos; expressões de certeza e autoridade”, devem ser revistos e analisados.

Apoiaremos em categorizações de representação da realidade, da semirrealidade e da matemática pura, que são contextualizadas nos livros como problemas ou exercícios; para daí observarmos as categorias de linguagem semiótica descritas por Morgan: Uso de Pronomes; Função Impessoal; Função Impositiva e Vocabulário Especializado, que subdivide-se em: Uso de símbolos, nominalização e formas convencionais de linguagem (a língua corrente

usando na matemática), como se comportam nos textos do livro analisado. Faremos assim as análises da linguagem utilizada no livro em cada uma dessas categorias pré-selecionadas e com relação ao levantamento de dados para as análises, usaremos essas categorias estabelecidas por Morgan.

Em pesquisa do grupo que está sendo publicado em outro trabalho no evento, apresenta que, o contexto da matemática pura está presente em mais de 70% da obra **Matemática: contexto & aplicações 1**, conforme especificações na tabela abaixo:

| Tabela 1 – Total de atividades e Porcentagem das atividades contextualizadas |                       |                |           |                     |
|------------------------------------------------------------------------------|-----------------------|----------------|-----------|---------------------|
|                                                                              | Puramente Matemáticos | Semirrealidade | Realidade | Total de atividades |
| Total por contexto                                                           | 325                   | 101            | 25        | 451                 |
| Porcentagem                                                                  | 72,05 %               | 22,45%         | 5,5%      | 100%                |

Fonte: Elaborado pelos autores

## Análises LD- 1

O conteúdo de Função inicia no capítulo 2 e é composto no total de 49 atividades numeradas nessa ordem. Dessas atividades, 38 são atividades de exercícios que são contextualizados na matemática pura, que o autor chama de exercícios, e que pelas nossas análises, classificamos como atividades de exercícios contextualizados na matemática pura.

No final do capítulo existem três propostas de atividades: Que o autor chama “ Pensando no ENEM”, das 3 atividades propostas podemos classificar 1 como sendo atividade de exercício contextualizado na realidade e 2 como atividades de exercícios contextualizados na semi- realidade; que o autor chama “ Outros contextos” é uma atividade de exercícios contextualizados na realidade e “ Vestibulares de Norte a Sul” das 10 atividades apresentadas, 6 são atividades de exercícios contextualizados na semi-realidade e 4 na matemática pura.

A seguir vamos analisar duas atividades contextualizados na matemática pura:

O primeiro exemplo encontra-se na página 44:

1. Observe na tabela a medida do lado  $\ell$  (em cm) de uma região quadrada e sua área  $A$  (em  $\text{cm}^2$ ).

| Medida do lado ( $\ell$ em cm) | 1 | 3 | 4  | 5,5   | 10  | ... | $\ell$   |
|--------------------------------|---|---|----|-------|-----|-----|----------|
| Área ( $A$ em $\text{cm}^2$ )  | 1 | 9 | 16 | 30,25 | 100 | ... | $\ell^2$ |

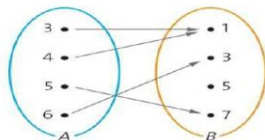
- a) O que é dado em função do quê? *A área é dada em função do lado.*  
b) Qual é a variável dependente? *A área  $A$ .*  
c) Qual é a variável independente? *O lado ( $\ell$ ).*  
d) Qual é a lei da função que associa a medida do lado com a área?  *$A = \ell^2$*   
e) Qual é a área de uma região quadrada cujo lado mede 12 cm?  *$A = 12^2 = 144$ ; 144  $\text{cm}^2$*   
f) Qual é a medida do lado da região quadrada cuja área é de 169  $\text{cm}^2$ ?  *$169 = \ell^2 \Rightarrow \ell = \sqrt{169} = 13$ ; 13 cm*

Essa atividade está nomeada no livro como exercício, pois indica uma orientação prévia

para sua resolução com base numa definição passada na pag. 42, conforme o item “Explorando intuitivamente a noção de função”, onde o autor fornece alguns exemplos de duas grandezas variáveis na forma de tabela, como um modelo parecido. De acordo com nosso mapeamento de análises, podemos classificar como atividade de exercício contextualizado na matemática pura, pois os dados referem-se somente à matemática, conforme o enunciado “Observe na tabela a medida do lado  $l$  (em cm) de uma região quadrada e sua área  $A$  (em  $\text{cm}^2$ )” existe aqui o uso de um vocabulário especializado nas subcategorias: Uso de símbolos claramente indicado nas abreviações das medidas/ área e nas letras que as representam e formas convencionais de linguagem, a língua corrente usada na matemática quando expressa “região quadrada”, subentende-se que o aluno leitor já conheça essa representação em relação a cada medida do lado para cada área, bem como nas questões do exercício (b, c, d, e, f). Na categoria de linguagem Função Impessoal, o que indica a função impessoal na questão (a), “O que é dado em função do quê?”, esse “dado” mostra que isso independe de quem faz a atividade.

Na página 48 exercício 17:

17. Considere a função  $A \xrightarrow{f} B$  dada pelo diagrama e determine:



- a)  $D(f)$ ;  $D(f) = \{3, 4, 5, 6\}$  f)  $x$ , quando  $f(x) = 1$ ;  $x = 3$  ou  $x = 4$   
b)  $Im(f)$ ;  $Im(f) = \{1, 3, 7\}$  g)  $f(x)$ , quando  $x = 6$ ;  $f(6) = 7$   
c)  $f(4)$ ;  $f(4) = 3$  h)  $y$ , quando  $x = 3$ ;  $y = 1$   
d)  $y$ , quando  $x = 5$ ;  $y = 5$  i)  $x$ , quando  $y = 7$ ;  $x = 6$   
e)  $x$ , quando  $y = 3$ ;  $x = 4$

Essa atividade está nomeada no livro como exercício, pois indica uma orientação prévia para sua resolução com base numa definição na pag. 47, conforme o item “Domínio, contradomínio e conjunto imagem”, o autor fornece alguns exemplos de representações matemáticas desses conceitos por meio de conjuntos, na forma de diagramas. De acordo com nosso mapeamento de análises, pode-se ser classificada como atividade de exercício contextualizado na matemática pura, no enunciado processos verbais como, “determine.” de acordo com Morgan, uso de verbos na forma imperativa pode sinalizar uma ideia de subserviência do leitor que o livro estabelece, também pode constituir uma imagem autoritária do escritor. Isso atribui um grau de autoridade do autor em relação ao leitor. Na categoria de linguagem Função Impositiva, o uso impositivo de termos remete a uma forma autoritária do autor tratar o conteúdo, como sendo de um domínio “elementar” pode deixar subentendido a incapacidade de compreensão do aluno. A seguir, também no enunciado “a função... dada pelo diagrama” e nas nove questões (a, b, c, d, e, f, g, h, i), observa-se extenso uso de um vocabulário especializado na subcategoria uso de símbolos.

Passemos agora a analisar as atividades contextualizadas na semirrealidade.

A primeira está na página 44:

4. A tabela abaixo indica o custo de produção de certo número de peças para Informática:

| Número de peças | 1    | 2    | 3    | 4    | 5    | 6    | 7    | 8    |
|-----------------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| Custo (R\$)     | 1,20 | 2,40 | 3,60 | 4,80 | 6,00 | 7,20 | 8,40 | 9,60 |

- a) A cada número de peças corresponde um único valor em reais? Sim.  
b) O que é dado em função do quê? O custo de produção (c) é dado em função do número de peças (x).  
c) Qual é a fórmula matemática que dá o custo (c) em função do número de peças (x)?  $c = 1,20x$   
d) Qual é o custo de 10 peças? E de 20 peças? E de 50 peças? R\$ 12,00; R\$ 24,00; R\$ 60,00  
e) Com um custo de R\$ 120,00, quantas peças podem ser produzidas? 100 peças.

Essa atividade está nomeada no livro como um exercício, pois indica uma orientação prévia para sua resolução com base numa definição na pag. 43, conforme o item “Explorando intuitivamente a noção de função” o autor fornece um modelo no exemplo (d) de duas grandezas variáveis (Tempo / Distância) na forma de tabela. De acordo nosso mapeamento de análises, pode-se ser classificada como atividade de exercício contextualizado na semi- realidade pois atribui dados como custo de produção em relação ao número de peças para informática, que pelos dados precisos apresentados, não poderia ser contextualizado na realidade.

Na categoria de linguagem Função Impessoal - no enunciado processos verbais como, “A tabela abaixo indica...” de acordo Morgan, a ação humana é suprimida, obscurece a presença do escritor como autor, assim como, matemático”, na questão (b) o que indica a função impessoal, “O que é dado em função do que?”, esse “dado” mostra que isso independe de quem faz a atividade. A seguir, na questão (c), observa-se o uso de um vocabulário especializado na subcategoria uso de símbolos observado nas abreviações do custo/ peças e nas letras que as representam, bem como em “Qual é a fórmula” e nas questões (a, d, e) formas convencionais de linguagem, a língua corrente usada na matemática.

Também na pagina 44:

7. Um cabeleireiro cobra R\$ 12,00 pelo corte para clientes com hora marcada e R\$ 10,00 sem hora marcada. Ele atende por dia um número fixo de 6 clientes com hora marcada e um número variável  $x$  de clientes sem hora marcada.
- a) Escreva a fórmula matemática que fornece a quantia  $Q$  arrecadada por dia em função do número  $x$ .  $Q = 72 + 10x$
  - b) Qual foi a quantia arrecadada num dia em que foram atendidos 16 clientes? R\$ 172,00
  - c) Qual foi o número de clientes atendidos em um dia em que foram arrecadados R\$ 212,00? 20 clientes.
  - d) Qual é a expressão que indica o número  $C$  de clientes atendidos por dia em função de  $x$ ?  $C = x + 6$

Essa atividade está nomeada no livro como um exercício, pois indica uma orientação prévia para sua resolução com base numa definição na pag. 43, conforme o item “Explorando intuitivamente a noção de função” o autor fornece um modelo no exemplo (c) “A máquina de dobrar”. De acordo nosso mapeamento de análises, pode-se ser classificada como atividade de exercício contextualizado na semi-realidade pois atribui dados como custo de corte de cabelo com hora marcada e custo de corte de cabelo sem hora marcada em relação ao número de clientes atendidos, que pelos dados precisos apresentados, não poderia ser contextualizado na realidade. Na categoria de linguagem Vocabulário Especializado, onde observa-se o uso de um vocabulário especializado nas subcategorias: Uso de símbolos “Escreva a fórmula” e “em função do número  $x$ ” nas questões (a, d) e

formas convencionais de linguagem nas questões (b,c) que representa a língua corrente usada na matemática.

## **Conclusão**

Com base nos dados fornecidos pelas análises do capítulo 2 de funções, na obra analisada, observa-se que nos textos predomina-se o uso de uma linguagem especializada caracterizada pela formalização e simbolismos da matemática pura, onde praticamente todas as categorias de Morgan estão presentes. Podemos observar que tanto nas atividades contextualizadas na matemática pura quanto nas contextualizadas na semirealidade, usa-se formas imperativas em que o sujeito é indeterminado, o sujeito é a própria matemática. Tais elementos são percebidos geralmente nos enunciados dos exercícios (determine, considere) esse tipo de linguagem pode não ser acessível para o aluno saber trabalhar a matemática e o afasta como leitor, tratando-o de forma passiva, ou ainda pode não aproximar esse leitor do texto, não incluindo-o para a ação. Para Morgan (1996) “o uso impositivo de termos remete a uma forma autoritária do autor tratar o conteúdo”, como sendo esse de um domínio “elementar”, o que pode deixar subtendido a incapacidade de compreensão do aluno, assim essa linguagem recorrente nas atividades analisadas, afasta o aluno como sendo o sujeito da ação. Faz-se então necessário investigarmos se o livro didático dá um tratamento contextualizado ao conhecimento matemático, se usa uma linguagem familiar ao aluno e, além disso, se coloca o aluno como sujeito da ação, de forma que isso nos permita observar as dificuldades de compreensão da linguagem do livro didático que os alunos do ensino médio têm. De acordo com Morgan (2014, p.12), “o desenvolvimento da matemática dos alunos pode ser visto como intimamente relacionado com o seu desenvolvimento de competências de linguagens”, tais competências devem ser consideradas para o desenvolvimento das questões de linguagem e comunicação usadas no ensino da matemática para alunos do ensino médio.

## **Referências**

- BRASIL. Guia de livros didáticos: PNLD 2015: matemática: ensino médio.** – Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, 2014, 108 p. : il.
- FIORENTINI, D. e LORENZATO, S. Investigação em educação matemática: percursos teóricos e metodológicos.** 3. ed. rev. - Campinas, SP. Autores Associados - (Coleção formação de professores), 2006.
- HALLIDAY, M.A.K. Explorations in the functions of language,** London, Edward Arnold, 1973.
- LÜDKE, M. & ANDRÉ, M.E.D.A. Pesquisa em educação: abordagens qualitativas.** São Paulo: EPU, 1986.
- MACHADO, A. C. Marcas do discurso da matemática escolar: uma investigação sobre as interações discursivas nas aulas do ensino médio.** Tese apresentada no Programa de Pós-Graduação em Educação da Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2008.
- MOREIRA, P. 3+1 e suas (In) Variantes (Reflexões sobre as possibilidades de uma nova estrutura curricular na Licenciatura em Matemática).** Rio Claro (SP), **Bolema** v. 26, n. 44, dez. 2012, p. 1137-1150.



**MORGAN, C.** The place of pupil writing in learning, teaching and assessing mathematics. In: Edited by Peter Gates- **Issues in mathematics teaching**, 2001, pp. 232-244.

**MORGAN, C.** Learning to write mathematically. **Proceedings of the British Society for Research in Mathematics Learning**, Birmingham University, 1995, pp. 19-24.

**MORGAN, C.** "The Language of Mathematics": Towards a Critical Analysis of Mathematics Texts, **FLM Publishing Association**, For the Learning of Mathematics Vol. 16, No. 3, Nov. 1996, pp. 2-10.

**MORGAN, C. & CRAIG, T.; SCHUETTE, M.; WAGNER, D.** Language and communication in mathematics education: an overview of research in the field, **ZDM Mathematics Education**, Vol. 46 issue 6, Nov. 2014, pp 843-853.

**SKOVSMOSE, O.** Cenários para Investigação. **Publicado em Bolema**, nº 14, 2000, pp. 66-91.

# **ANÁLISE DAS MATRIZES CURRICULARES DOS CURSOS PRESENCIAIS DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA DE MINAS GERAIS EM RELAÇÃO À FORMAÇÃO DE PROFESSORES PARA A INCLUSÃO DE ALUNOS COM NECESSIDADES EDUCACIONAIS ESPECIAIS**

Marileny Martins<sup>1</sup>  
Ana Cristina Ferreira<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Universidade Federal de Ouro Preto/Departamento de Educação, marilenymartins@yahoo.com.br

<sup>2</sup> Universidade Federal de Ouro Preto/Departamento de Matemática, anacf@iceb.ufop.br

**RESUMO:** A partir da década de 90, observamos um aumento na preocupação em relação à inclusão de alunos com necessidades educacionais especiais no sistema regular de ensino. Apesar disso, muitos professores não se sentem preparados para lidar com a nova realidade. O objetivo desse artigo é verificar como o tema é tratado pelas Instituições presentes em Minas Gerais. Levantamos no E-mec do Ministério da Educação cinquenta cursos com essas características. Foi possível acessar apenas vinte e quatro matrizes curriculares e as ementas de oito das disciplinas identificadas nas mesmas. Verificamos que a oferta da disciplina Libras é amplamente disseminada, especialmente nos cursos ofertados por instituições públicas de ensino, porém, o mesmo não acontece com outras necessidades especiais. Apenas 37% desses cursos ofertam alguma disciplina relacionada à inclusão, distinta de Libras e, em vários casos, tais disciplinas são total parcialmente teóricas e possuem carga horária reduzida (30 h). Além disso não foi encontrada nenhuma disciplina referente especificamente à inclusão de alunos cegos, nas matrizes e ementas analisadas.

**Palavras-chave:** Educação Inclusiva, Matrizes Curriculares, Licenciatura em Matemática, aprendizes cegos ou com baixa visão.

## **Introdução**

A partir da década de 90, no campo das políticas educacionais, houve um aumento da preocupação com a inclusão de alunos com necessidades educacionais especiais<sup>1</sup> em escolas regulares de ensino (VITALIANO; DALL'ACQUA, 2012).

Um levantamento<sup>2</sup> realizado pelo 'Movimento Todos pela Educação' para o observatório do PNE (Plano Nacional de Educação), baseado nos dados do Censo da

---

<sup>1</sup> O termo necessidades educacionais especiais é particularmente usado pelos profissionais que trabalham com a Educação Especial, atribuídas aos alunos por ela atendidos. "O conceito de necessidades educacionais especiais foi, definitivamente, consagrado no Relatório Warnock, em 1978. Para os objetivos e funções da educação, a importância de denominar as pessoas segundo categorias classificatórias de deficiência ou de desajustamento social foi questionada, o que representou, à época, uma abordagem inovadora em educação especial, evitando-se a terminologia da deficiência, entendida como de cunho pejorativo" (BRASIL, 2006).



Educação Básica (MEC/ INEP), revelou que, de 2009 a 2014, houve aumento de 38.6 % das matrículas de alunos com deficiência, transtornos globais do desenvolvimento e altas habilidades ou superdotação na Educação Básica, passando de 639. 718 para 886. 815 no referido período.

Esse movimento começa a exigir transformações nas escolas de modo a se tornarem num espaço para receber a diversidade, valorizando o convívio com as diferenças na tentativa de garantir a igualdade de oportunidades, gerando um ambiente de solidariedade, no qual a singularidade de cada um é valorizada e respeitada (MANTOAN, 2006).

O processo de inclusão vai além de uma simples socialização, ele busca o desenvolvimento potencial desses alunos, onde as suas diferenças e as suas necessidades sejam respeitadas. Assim, a escola torna – se um espaço inclusivo na medida em que se adéqua às necessidades dos alunos (BRASIL, 2001). Nele, o professor possui papel central, uma vez que todos eles passam a atender alunos com necessidades educacionais especiais.

Entretanto, segundo Vitaliano e Dall’ Acqua (2012), muitos professores se vêm pouco preparados para lidar com a diversidade em suas salas de aula. Uma das causas dessa situação é o fato de os cursos de formação de professores, em sua maioria, não oferecerem preparo adequado no que tange os alunos com necessidades educacionais especiais.

Nesse contexto o nosso propósito no presente artigo é verificar o espaço dedicado à inclusão nos cursos de licenciatura em Matemática mineiros.

## **Metodologia**

Levantamos inicialmente as instituições mineiras cadastradas no E-mec<sup>3</sup> que oferecem cursos de licenciatura em Matemática presenciais. Em seguida, procuramos acessar suas matrizes curriculares<sup>4</sup> e, nos casos nos quais não estavam disponíveis, entramos em contato por e-mail<sup>5</sup>.

Em todas as matrizes curriculares buscamos identificar disciplinas que abordassem a inclusão. Apresentamos a seguir as Instituições levantadas e os documentos que foi possível reunir em cada uma:

---

<sup>2</sup> Disponível em < <http://www.todospelaeducacao.org.br/>>.

<sup>3</sup> Sistema do Ministério da Educação no qual consta o cadastro de instituições de Educação Superior e cursos. Disponível em: [www.emec.mec.gov.br](http://www.emec.mec.gov.br). Consulta realizada em 16/01/2015.

<sup>4</sup> Sempre que possível, procuramos levantar as ementas das disciplinas presentes nos projetos pedagógicos.

<sup>5</sup> As Instituições FADILESTE e FPL, informaram que não ofertam mais o curso de Licenciatura em Matemática.

**Tabela 1: Matrizes e ementas encontradas**

| Instituições                                                                                | Públicas | Privadas | Matriz Curricular | Ementas (Projeto ) |
|---------------------------------------------------------------------------------------------|----------|----------|-------------------|--------------------|
| Centro de Ensino Superior de Juiz de Fora – CES/ JF                                         |          | X        |                   |                    |
| Centro Universitário da Fundação Educacional Guaxupé – UNIFEG                               |          | X        |                   |                    |
| Centro Universitário de Caratinga – UNEC                                                    |          | X        |                   |                    |
| Centro Superior de Ensino e Pesquisa de Machado – CESEP                                     |          | X        | X                 | X                  |
| Centro Universitário de Belo Horizonte – UNI - BH                                           |          | X        | X                 | X                  |
| Centro Universitário de Patos de Minas – UNIPAM                                             |          | X        |                   |                    |
| Centro Universitário de Sete Lagoas – UNIFEMM                                               |          | X        |                   |                    |
| Centro Universitário do Triângulo – UNITRI                                                  |          | X        |                   |                    |
| Faculdade Cidade de Gunhães – FACIG - FACIG                                                 |          | X        |                   |                    |
| Faculdade Cidade de Patos de Minas – FPM                                                    |          | X        | X                 |                    |
| Faculdade de Direito e Ciências Sociais do Leste de Minas– FADILESTE                        |          | X        |                   |                    |
| Faculdade de Filosofia Ciências e Letras Professora Nair Fortes FA PRONAFOR                 |          | X        |                   |                    |
| Faculdade de Pará de Minas – FAPAM                                                          |          | X        | X                 |                    |
| Faculdade Pedro II – FAPE2                                                                  |          | X        |                   |                    |
| Faculdade Pereira de Freitas – FPF                                                          |          | X        |                   |                    |
| Faculdade Presidente Antônio Carlos de Teófilo Otoni – FUNEES                               |          | X        |                   |                    |
| Faculdades Vale do Gortuba – FAVAG                                                          |          | X        |                   |                    |
| Instituto Superior de Educação IBITURUNA – ISEIB                                            |          | X        |                   |                    |
| Universidade do Vale do Sapucaí – UNIVÁS                                                    |          | X        |                   |                    |
| Universidade Vale do Rio Verde – UNINCOR                                                    |          | X        |                   |                    |
| Centro Universitário de Cerrado – Patrocínio – UNICERP                                      |          | X        |                   |                    |
| Centro Universitário Newton Paiva – NEWTON PAIVA                                            |          | X        |                   |                    |
| Faculdade Cidade de João Pinheiro – FCJP                                                    |          | X        |                   |                    |
| Faculdade de Ciências Gerenciais de Manhuaçu – FACIG                                        |          | X        |                   |                    |
| Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras de Boa Esperança – FAFIBE                         |          | X        |                   |                    |
| Faculdade de Filosofia Ciências e Letras Santa Marcelina – FAFISM                           |          | X        | X                 |                    |
| Faculdade do Noroeste de Minas – FINOM                                                      |          | X        | X                 |                    |
| Faculdade Pedro Leopoldo – FPL                                                              |          | X        |                   |                    |
| Faculdade Presidente Antônio Carlos de Ponte Nova – FUNEES Ponte Nova                       |          | X        |                   |                    |
| Faculdades Integradas Asmec – ASMEC                                                         |          | X        | X                 |                    |
| Instituto Superior de Educação Elvira Dayrell – ISEED                                       |          | X        | X                 |                    |
| Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais – PUC MINAS                                |          | X        | X                 |                    |
| Universidade Vale do Rio Doce – UNIVALE                                                     |          | X        |                   |                    |
| Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Minas Gerais – IFMG                  | X        |          |                   |                    |
| Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Norte de Minas Gerais – IFNMG        | X        |          | X                 |                    |
| Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Sudeste de Minas Gerais – IFSEMG     | X        |          | X                 |                    |
| Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Sul de Minas Gerais – IFSUL DE MINAS | X        |          | X                 | X                  |
| Universidade Federal de Alfenas – UNIFAL – MG                                               | X        |          | X                 | X                  |
| Universidade Federal de Itajubá – UNIFEI                                                    | X        |          | X                 |                    |

|                                                                |   |  |   |   |
|----------------------------------------------------------------|---|--|---|---|
| Universidade Federal de Juiz de Fora – UFJF                    | X |  | X |   |
| Universidade Federal de Lavras – UFLA                          | X |  | X |   |
| Universidade Federal de Minas Gerais – UFMG                    | X |  | X |   |
| Universidade Federal de Ouro Preto – UFOP                      | X |  | X |   |
| Universidade Federal de São João Del Rei – UFSJ                | X |  | X | X |
| Universidade Federal de Uberlândia – UFU                       | X |  | X | X |
| Universidade Federal de Viçosa – UFV                           | X |  | X | X |
| Universidade Federal do Vale do Jequitinhonha e Mucuri – UFVJM | X |  |   |   |
| Universidade Federal do Triângulo Mineiro - UFTM               | X |  | X | X |
| Universidade do Estado de Minas Gerais – UEMG                  | X |  | X |   |
| Universidade Estadual de Montes Claros - UNIMONTES             | X |  | X |   |

Fonte – Dados da Pesquisa

Podemos observar que das cinquenta Instituições encontradas, dezessete são públicas e trinta e três privadas.

## Resultados

A análise das vinte e quatro matrizes localizadas evidenciou que a disciplina Libras<sup>6</sup> é ofertada em 87,5% das vinte e quatro. A maioria desses cursos pertence a Instituições públicas (57% do total ou doze cursos). Observamos que 70,6% das instituições públicas mineiras contam com a disciplina Libras na matriz curricular de seus cursos de licenciatura em Matemática.

Ta fato está diretamente associado à Lei 10. 436, de 24 de abril de 2002, Art. 4º, que estabeleceu que:

O sistema educacional federal e os sistemas educacionais estaduais, municipais e do Distrito Federal devem garantir a inclusão nos cursos de formação de Educação Especial, de Fonoaudiologia e de Magistério, em seus níveis médio e superior, do ensino da Língua Brasileira de Sinais (Libras), como parte integrante dos Parâmetros Curriculares Nacionais-PCN, conforme legislação vigente (BRASIL, 2002).

Em seguida, procuramos verificar a existência (ou não) de outras disciplinas distintas de Libras, que abordassem a questão da inclusão em suas ementas. Para isso, analisamos as matrizes e também as ementas das disciplinas (projetos pedagógicos) disponíveis. Encontramos as seguintes disciplinas em que aparecia o nome *inclusão*:

<sup>6</sup> Foi encontrada a Disciplina Libras nas Instituições: UFTM, UFV, UFMG, UEMG, UNIFEI, IFSULDEMINAS, IFSEMINAS, UNIFAL, IFNMG, UFSJ, FAFISM, FINOM, CESEP, ASMEC, FPM, PUCMINAS, ISEED, FAPAM, UNI-BH, UFLA, UFJF.

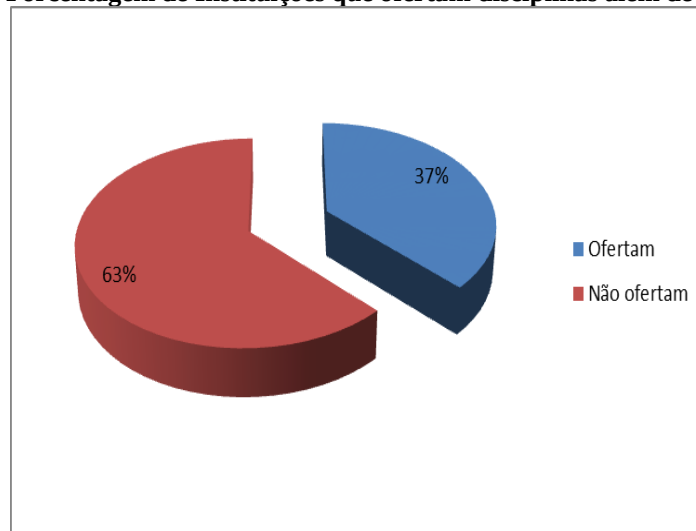
**Tabela 2: Disciplinas encontradas além de Libras**

| Instituição                  | Disciplina                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       | Obrigatória | Optativa | Carga Horária |
|------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------|----------|---------------|
| FAPAM                        | <b>Prática de Ensino V: Educação Inclusiva Educação Especial, Diversidade e Inclusão (1 e 2) Fundamentos de Educação Inclusiva Produção de Material Didático para o Ensino Inclusiva Política e organização da Educação básica no Brasil; Currículo Escolar Prática de ensino<sup>7</sup>: Dinâmica das relações psicossociais Educação para a Diversidade Educação Especial</b> | X           | X        | —             |
| UNIFEI                       |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  | X           |          | —             |
| UNIFAL                       |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  | X           |          | 90 Horas      |
| UFLA                         |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |             |          |               |
| UFTM                         |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  | X           |          | 30 Horas      |
| PUCMINAS                     |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |             |          |               |
| IFNMG                        |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  | X           |          | 40 Horas      |
| UNI-BH                       |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  | X           |          | 60 Horas      |
| IFSEMINAS (Campus Rio Pomba) | Educação Inclusiva                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               | X           |          | 33 Horas      |

Fonte – Dados da Pesquisa

Verificamos então que, além da disciplina LIBRAS, das vinte e quatro instituições analisadas, apenas nove ofertam alguma disciplina referente ao tema Inclusão.

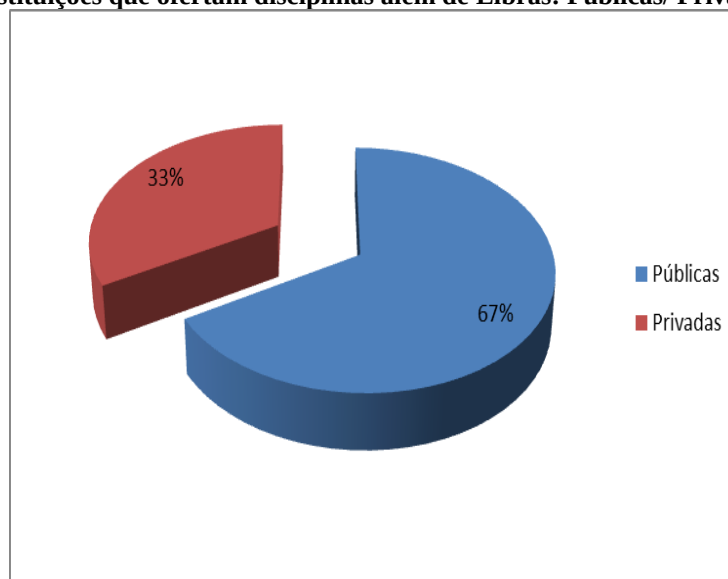
**Figura 1: Porcentagem de Instituições que ofertam disciplinas além de Libras**



Fonte – Dados da Pesquisa

<sup>7</sup> As disciplinas Prática de ensino são: Prática de ensino: Escolarização; Prática de ensino: Espaços alternativos; Prática de ensino: Projetos de ensino; Prática de ensino: Laboratório Didático; Prática de ensino: Softwares educativos; Prática de ensino: Recursos Multimídia possuem como ponto comum o desenvolvimento de projetos interdisciplinares envolvendo práticas pedagógicas, práticas investigativas, práticas extensionistas e práticas inclusivas que busquem estratégias para converter os conteúdos disciplinares, preferencialmente do segundo período, em conteúdos a serem ensinados na educação básica.

**Figura 2: Instituições que ofertam disciplinas além de Libras: Públicas/ Privadas**



Fonte – Dados da Pesquisa

Observamos que a disciplina Libras encontra-se relativamente bem disseminada nos cursos de licenciatura em Matemática mineiros. Contudo, quando se trata de outras necessidades educacionais especiais, apenas 37% das Instituições ofertam outras disciplinas além de Libras.

Nesse contexto, a partir das disciplinas encontradas acima, partiremos, a seguir, para a análise de cada uma, com o objetivo de verificar se há alguma preparação na Formação dos Professores de Matemática, para o ensino a alunos cegos.

Não foi possível localizar nas páginas de algumas instituições as ementas das disciplinas *Prática de Ensino V: Educação Inclusiva* (FAPAM), *Educação Inclusiva*, (IFSEMINAS), *Educação Especial, Diversidade e Inclusão* (UNIFEI) e *Produção de Material Didático para o Ensino Inclusivo* (UFLA). É importante destacar que as únicas disciplinas oferecidas em caráter eletivo são da UFLA e da UNIFEI.

Na UNIFAL a disciplina *Fundamentos de Educação Inclusiva* é obrigatória, conta uma carga horária de 90 horas (60 teóricas e 30 h de prática pedagógica) e não possui pré-requisitos. Sua ementa sugere que ela trata do histórico da relação educação especial e educação inclusiva: diferentes modelos de atendimentos educacionais; Conceitos, princípios e pressupostos legais da educação inclusiva; Aspectos históricos, sociológicos, psicológicos e pedagógicos da educação inclusiva; Educação inclusiva e os novos paradigmas de ensinar e aprender: acessibilidade, metodologias e dinâmicas pedagógicas, currículo, progressão e

gestão escolar; Recursos, processos e linguagens: Libras e novas possibilidades presentes para a inclusão.

A UFTM possui duas disciplinas relacionadas à inclusão: *Política e organização da Educação básica no Brasil e Currículo Escolar*, ambas obrigatórias, com carga horária de 30 horas e de caráter teórico. A primeira disciplina é ofertada no terceiro período do curso, trata das Políticas educacionais brasileiras para a Educação Básica e as interconexões socioculturais da escola. Educação como exercício de diversidade: as políticas educacionais e curriculares e os contextos sociais demarcados pelas contradições emergentes. Políticas educacionais, ética e compromisso social: tendências contemporâneas e perspectivas. Políticas de educação: impactos nos processos de ensinar e aprender. Em sua bibliografia, são tratados temas como a LDB, as Políticas públicas da educação básica e a Cidadania Negada: Políticas de exclusão na escola e no trabalho. Já a segunda, aborda as teorias sobre o currículo. Sua ementa inclui o campo do currículo na contemporaneidade, inclusão e multiculturalismo. Diferentes teorizações pedagógicas e perspectivas sobre o currículo. A centralidade da cultura no campo do currículo. As relações do currículo com a vida, com a ciência, com a cultura, com a didática, com o planejamento educacional, com a prática da sala de aula. A disciplina utiliza bibliografias como: O currículo nos limiares do contemporâneo; Currículo, Cultura e Sociedade; e Documentos de identidade: uma introdução às teorias do currículo.

A PUCMINAS conta com seis disciplinas denominadas *Práticas de Ensino*. Essas disciplinas tratam do desenvolvimento de projetos interdisciplinares envolvendo práticas pedagógicas, práticas investigativas, práticas extensionistas e práticas inclusivas que busquem estratégias para converter os conteúdos disciplinares, preferencialmente do segundo período, em conteúdos a serem ensinados na educação básica. Não foi encontrada a bibliografia da disciplina.

Além dessas, essa instituição oferece a disciplina *Dinâmica das relações psicossociais* que estuda a escola e a sala de aula como locus de reprodução e reinvenção das relações políticas e sociais. A escola como organização: dinâmica, das relações entre os diversos atores: direção, professores, funcionários, alunos. Relações interpessoais e grupais facilitadoras do processo ensino – aprendizagem e da inclusão educacional. Novas formas de organização e de gestão das instituições educativas nos diferentes níveis da Educação Básica, com ênfase no ensino médio. Não foi encontrada a bibliografia da disciplina, nem informações sobre o período de oferta e carga horária.

O IFNMG propõe a disciplina *Educação para a Diversidade*, obrigatória com carga horária de 40 horas. Sua ementa: “Estudo da Educação Especial e seus Fundamentos Teóricos. Caracterização e classificação do Portador de Necessidades Educativas Especiais. Integração social pela efetivação da equiparação de oportunidades para todos, inovando ações pedagógicas na prática, observações empíricas nas escolas especializadas, ensino inclusivo e ensino regular. Educação de Jovens e Adultos: políticas públicas. Com bibliografia ancorada em Caminhos pedagógicos da inclusão; Sobre acesso e a permanência de estudantes universitários com necessidades educativas especiais; e Educação Especial: olhares e práticas, além de documentos como A Declaração de Salamanca, a disciplina discute temas sobre as oportunidades para as pessoas com necessidades educacionais especiais”.

O UNIBH conta com a disciplina *Educação Especial*, obrigatória com carga horária de 60 horas, cuja ementa aborda a relação entre ensino público e privado e democratização do ensino: inclusão, Educação Especial, indígena e de jovens e adultos. Direitos humanos, exclusão e o papel da escola. Educação e preparação para o mundo do trabalho e cidadania.

Contudo, não encontramos nenhuma abordagem voltada especificamente para o ensino de pessoas cegas, nem sobre a linguagem e nem produção de material pedagógico voltado para alunos com necessidades educacionais especiais.

A situação é preocupante, pois, como apontam diversas pesquisas (PEREIRA, 2012; ULIANA, 2012; VITALIANO; DALL’ACQUA, 2012; OLIVA, 2011), o despreparo dos professores ao lidar com alunos com necessidades educacionais especiais em classes inclusivas é um desafio da atualidade.

### **Considerações Finais**

Este estudo teve como objetivo analisar as matrizes curriculares dos cursos de Licenciatura em Matemática, na modalidade presencial, ofertados por Instituições em Minas Gerais, com relação à abordagem do tema Inclusão em disciplinas na formação inicial do professor de Matemática.

Os resultados evidenciaram que 87,5% das Instituições analisadas, ofertam a disciplina LIBRAS, o que mostra a preocupação com a educação de alunos surdos e com a formação do educador para atuar com esse público. Porém, quando estendemos nossa análise a outras disciplinas relacionadas ao tema Inclusão além de Libras, verificamos que apenas 37% das Instituições oferecem outra disciplina referente ao tema, sendo que não foi

encontrada nenhuma disciplina referente especificamente, à inclusão de alunos cegos ou com baixa visão na formação inicial dos professores.

Ao procurar outras disciplinas referentes ao tema inclusão de alunos cegos nas matrizes e ementas, não encontramos alguma que tratasse especificamente da preparação do educador para atuar numa classe inclusiva, contendo alunos cegos.

Contudo, segundo as Diretrizes Nacionais para a Educação Especial na Educação Básica (BRASIL, 2001), no Art. 18, parágrafo primeiro:

São considerados professores capacitados para atuar em classe comum com alunos que apresentam necessidades educacionais especiais aqueles que comprovem que, em sua formação, de nível médio ou superior, foram incluídos conteúdos sobre educação especial adequados ao desenvolvimento de competências e valores para:

- I. perceber as necessidades educacionais especiais dos alunos e valorizar a educação inclusiva;
- II. flexibilizar a ação pedagógica nas diferentes áreas do conhecimento de modo adequado às necessidades especiais de aprendizagem;
- III. avaliar continuamente a eficácia do processo educativo para o atendimento de necessidades educacionais especiais;
- IV. atuar em equipe, inclusive com professores especializados em educação especial.

Assim como o documento acima, consideramos que seria importante, que diante das políticas públicas de inclusão, a comunidade educacional se sentisse preparada para o atendimento aos alunos com necessidades especiais, fato esse possibilitado pela sua formação inicial e pela continuada.

Nesse sentido, se a formação inicial desse profissional continuar baseada, em sua maior parte em conteúdos específicos de cada área de conhecimento, ou seja, com preparação didática mínima, a exclusão escolar de alunos com necessidades educacionais especiais estará sendo mantida, pois há pouco espaço para a difusão de informações acerca da inclusão no contexto da formação (VITALIANO; DALL' ACQUA, 2012).

Consideramos ainda ser fundamental que haja articulação entre as políticas públicas e as políticas de formação de professores para que esse processo de inclusão seja favorecido e os alunos com necessidades especiais tenham um aprendizado de qualidade.

## 5. Referências

BRASIL. Ministério da Educação. **Diretrizes nacionais para a Educação Especial na Educação Básica**. Secretaria de Educação Especial – MEC, SEESP, 2001.



\_\_\_\_\_. Ministério da Educação. **Saberes e práticas da inclusão** – Avaliação para identificação das necessidades educacionais especiais. Secretaria de Educação Especial. Brasília, 2006.

CENTRO UNIVERSITÁRIO DE BELO HORIZONTE. Disponível em < <http://www.unibh.br/graduacao/cursos/matematica/estrutura-curricular> >. Acesso em: 16 jan. 2015.

CENTRO SUPERIOR DE ENSINO E PESQUISA DE MACHADO. Disponível em < <http://www.fem.com.br/novo/documentos/5d9bb4ab192690abcd33981b4b3502ee.pdf> > Acesso em 16 jan. 2015.

FACULDADE CIDADE DE PATOS DE MINAS. Disponível em < <http://faculdadepatosdeminas.edu.br/img/gerenciador/curso/pdf/20141010101031Matematica.pdf> >. Acesso em 16 jan. 2015.

FACULDADE DE PARÁ DE MINAS. Disponível em < <http://www.fapam.edu.br/index.php/estrutura-curricular-matematica> >. Acesso em: 16 jan. 2015.

FACULDADE DO NOROESTE DE MINAS. Disponível em <http://www.finom.edu.br/cursos/arquivos/2012329193747.pdf>. Acesso em: 16 jan. 2015.  
FACULDADE DE FILOSOFIA, CIÊNCIAS E LETRAS SANTA MARCELINA. Disponível em < [http://www.fafism.com.br/navegacao\\_esquerda/matriz\\_curricular/matematica.pdf](http://www.fafism.com.br/navegacao_esquerda/matriz_curricular/matematica.pdf) >. Acesso em 16 jan. 2015.

FACULDADES INTEGRADAS ASMEC. Disponível em < [http://www.asmec.br/cursos/graduacao/grades/mc\\_mat\\_2012.pdf](http://www.asmec.br/cursos/graduacao/grades/mc_mat_2012.pdf) >. Acesso em: 16 jan. 2015.

INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DO NORTE DE MINAS GERAIS. Disponível em < <http://www.ifnmg.edu.br/cursos-jan/722-licenciatura-em-matematica> >. Acesso em: 16 jan. 2015.

INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DO SUDESTE DE MINAS GERAIS. Disponível em < [http://www.riopomba.ifsudestemg.edu.br/portal/sites/default/files/arq\\_paginas/MATEM%C3%81TICA%20Matriz.pdf](http://www.riopomba.ifsudestemg.edu.br/portal/sites/default/files/arq_paginas/MATEM%C3%81TICA%20Matriz.pdf) >. Acesso em 16 jan. 2015.

INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DO SUL DE MINAS GERAIS. Disponível em < [http://www.ifsulsdeminas.edu.br/images/matrices\\_Matem%C3%A1tica.pdf](http://www.ifsulsdeminas.edu.br/images/matrices_Matem%C3%A1tica.pdf) >. Acesso em 16 jan. 2015.

INSTITUTO SUPERIOR DE EDUCAÇÃO ELVIRA DAYRELL. Disponível em < <http://www.iseed.edu.br/?pg=matematica> >. Acesso em: 16 de jan. 2015.

MANTOAN, M. T. E. Fazer valer o direito à educação no caso de pessoas com deficiência. In: MANTOAN, M. T. E; PRIETO, R. G; ARANTES, V.A. **Inclusão Escolar: Pontos e Contrapontos**. Ed. Summus, p. 1- 6, 2006. Disponível em <[http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/Etica/21\\_mantoan.pdf](http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/Etica/21_mantoan.pdf)>. Acesso em 8 março de 2015.

OLIVA, D. V. **A educação de pessoas com deficiência visual: inclusão escolar e preconceito**. 2011. 246 f. Dissertação (Mestrado em Psicologia)- Instituto de Psicologia, Universidade de São Paulo, 2011.

PEREIRA, M. **Ensino de geometria para alunos com deficiência visual: análise de uma proposta de ensino envolvendo o uso de materiais manipulativos e a expressão oral e escrita**. 2012. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, 2012.

PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATOLICA DE MINAS GERAIS. Disponível em <[http://www.pucminas.br/ensino/graduacao/graduacao\\_cursos.php?&pagina=17&curso=126&mostra=disciplinas](http://www.pucminas.br/ensino/graduacao/graduacao_cursos.php?&pagina=17&curso=126&mostra=disciplinas)>. Acesso em: 16 jan. 2015.

ULIANA, M. R. **Ensino-aprendizagem de Matemática para estudantes sem acuidade visual: A construção de um Kit Pedagógico**. Mestrado Profissional. Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais, 2012.

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE MINAS GERAIS. Disponível em <<http://intranet.uemg.br/comunicacao/arquivos/ArqEstruturaCurricularCursoI20141201164508.pdf>>. Acesso em: 16 jan. 2015.

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE MONTES CLAROS. Disponível em <<http://unimontes.br/images/arquivos/ensino/MATEM%C3%81TICA.pdf>>. Acesso em: 16 jan. 2015.

UNIVERSIDADE FEDERAL DO VALE DO JEQUITINHONHA E MUCURI. Disponível em <[http://www.ufvjm.edu.br/prograd/regulamento-dos-cursos/cat\\_view/77-estruturas-curriculares-2012.html](http://www.ufvjm.edu.br/prograd/regulamento-dos-cursos/cat_view/77-estruturas-curriculares-2012.html)>. Acesso em: 16 jan. 2015.

UNIVERSIDADE FEDERAL DE JUIZ DE FORA. Disponível em <<http://www.ufjf.br/mat/disciplinasdep/plano-departamental/>>. Acesso em: 16 jan 2015.

UNIVERSIDADE FEDERAL DE LAVRAS. Disponível em <[https://www.sig.ufla.br/modulos/publico/matriz\\_curriculares/index.php?cod\\_matriz\\_curricular=152&op=abrir](https://www.sig.ufla.br/modulos/publico/matriz_curriculares/index.php?cod_matriz_curricular=152&op=abrir)>. Acesso em: 16 jan. 2015.

UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS. Disponível em <<http://www.mat.ufmg.br/site/graduacao/estruturas-curriculares-graduacao/>>. Acesso em: 16 jan. 2015.

UNIVERSIDADE FEDERAL DE OURO PRETO. Disponível em <<http://www.prograd.ufop.br/arqdown/matriz/MAT.pdf>> acesso 16/01/2015>. Acesso em: 16 jan. 2015.

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO JOÃO DEL REI. Disponível em <[http://www.ufsj.edu.br/comat/grade\\_curricular.php](http://www.ufsj.edu.br/comat/grade_curricular.php)>. Acesso em: 16 jan. 2015.

UNIVERSIDADE FEDERAL DO TRIÂNGULO MINEIRO. Disponível em <<http://www.uftm.edu.br/upload/ensino/MatMatrizCurricular20112.pdf>>. Acesso em: 16. jan. 2015.

UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA. Disponível em <[http://www.portal.famat.ufu.br/sites/famat.ufu.br/files/Anexos/Bookpage/MA\\_LIC\\_Gradecurricular.pdf](http://www.portal.famat.ufu.br/sites/famat.ufu.br/files/Anexos/Bookpage/MA_LIC_Gradecurricular.pdf)>. Acesso em: 16 jan. 2015.

UNIVERSIDADE FEDERAL DE VIÇOSA. Disponível em [http://www.novoscursos.ufv.br/graduacao/caf/lcm/www/?page\\_id=13](http://www.novoscursos.ufv.br/graduacao/caf/lcm/www/?page_id=13). Acesso em 16 jan. 2015.

VITALIANO, C. R; DALL' ACQUA, M. J. C. Análise das diretrizes curriculares dos cursos de Licenciatura em relação à formação de professores para inclusão de alunos com necessidades especiais. **Revista Teias**, v. 13, n. 27, p. 103-121, jan – abril, 2012.

# **ANÁLISE DE METODOLOGIAS EM TESES DEFENDIDAS: BUSCANDO UM ENFOQUE NO ESTUDO DE CASO E PESQUISA QUALITATIVA**

**Alessandro Marques Calil\***

## **RESUMO**

O objetivo geral deste artigo é apresentar aos estudantes de pós-graduação, nível especialização, mestrado e doutorado, uma análise de algumas dissertações e teses já defendidas em instituições de ensino brasileira e portuguesa, visando uma maior compreensão de metodologias de pesquisa, no caso do presente artigo, uma análise geral de Pesquisa Qualitativa e Estudo de Caso. Foram analisadas cerca de vinte dissertações e teses, sendo escolhidas três teses, das instituições de Ensino USP - Universidade de São Paulo (2013), UNESP - Universidade Estadual de São Paulo (2005) e Universidade de Lisboa (2010). As teses foram escolhidas pelo fato das pesquisas abordarem uma metodologia que vai de encontro a que será utilizada na elaboração da minha tese no curso de Doutorado em Educação Matemática da Universidade Anhanguera de São Paulo (Unian) para obtenção do título de Doutor em Educação Matemática.

**Palavras-chave:** metodologia da pesquisa; estudo de caso; Educação.

## **ABSTRACT**

The purpose of this paper is to introduce to post-graduate students at specialization, Master's and Doctoral levels an analysis of some dissertations and theses that have already been defended in Brazilian education institutions in order to promote a greater understanding of research methodologies and, with regards to this article, present an overview analysis of Qualitative Research and Case Study. Approximately 20 dissertations and theses were analyzed, and three theses from education institutions, namely USP - University of São Paulo (2013), UNESP - State University of São Paulo (2005) and the University of Lisbon (2010) were chosen. The theses were chosen because the researches followed a methodology that is relevant to the methodology that is used in the preparation of my own thesis as part of the PhD Program in Mathematics Education of the Anhanguera University of São Paulo (Unian) to obtain the title of Doctor of Mathematics Education.

**Keywords:** research methodology; case study; education.

## **1 INTRODUÇÃO**

Foram levantadas, junto aos sites de algumas instituições de Ensino brasileiras e do exterior, algumas teses defendidas que, utilizaram como metodologia a Pesquisa

---

\* Doutorando em Educação Matemática/Universidade Anhanguera de São Paulo - Unian/SP, alescalil@oi.com.br, professor ensino fundamental e médio nas redes pública e particular de Juiz de Fora/MG.

Qualitativa, com direcionamentos para o Estudo de Caso, que de acordo com Ponte (2006), vem ganhando popularidade na Educação Matemática, visto que o estudo de caso possui características que o aproxima e também o diferencia de outras formas de pesquisa.

Nas teses analisadas, foi observado que as mesmas utilizavam como abordagem geral a Pesquisa Qualitativa e, não apresentavam pontos com igualdades particulares, utilizando instrumentos metodológicos parecidos como aplicação de questionários, análise documental, entrevistas, observações entre outros.

Mas, o que vem a ser um Estudo de Caso?

*Um estudo de caso visa conhecer uma entidade bem definida como uma pessoa, uma instituição, um curso, uma disciplina, um sistema educativo, uma política ou qualquer outra unidade social. O seu objetivo é compreender em profundidade o “como” e os “porquês” dessa entidade, evidenciando a sua identidade e características próprias, nomeadamente nos aspectos que interessam ao pesquisador. É uma investigação que se assume como particularística, isto é, que se debruça deliberadamente sobre uma situação específica que se supõe ser única ou especial, pelo menos em certos aspectos, procurando descobrir a que há nela de mais essencial e característico e, desse modo contribuir para a compreensão global de um certo fenômeno de interesse*

(PONTE, 2006, p. 112).

Nossa pesquisa é na área da Educação, particularmente em Educação Matemática, mas os estudos de casos não são exclusivos da Educação em geral. Outras áreas como Saúde (Medicina, Enfermagem), Humanas (Direito) e Exatas (Economia, Administração), por exemplo, utilizam o estudo de caso em desenvolvimento de suas pesquisas.

Ainda Segundo Ponte (2006), na Educação Matemática, os estudos de caso têm sido com grande intensidade utilizados para analisar e investigar a aprendizagem dos alunos, nas mais diversas disciplinas de nível superior, assim como também em outros níveis de ensino como fundamental e médio. Segundo ele, também é utilizado para pesquisar práticas profissionais dos professores, os programas de formação de professores nas universidades, projetos curriculares etc.

O estudo de caso pode ser apresentado também com particularidades (ou divisões) do tipo Estudo de Caso Observacional, Estudo de Caso Etnográfico, entre outros, mas que não serão abordados no presente artigo. O objetivo aqui é fazer um panorama geral desta metodologia, ficando a cargo dos orientadores as especificidades e “afunilamentos” necessários para as pesquisas de seus orientandos.

O Estudo de Caso visa analisar com grande intensidade o objeto estudado. Nessa metodologia toma-se como parâmetro principal o conhecimento particular deste objeto. Segundo André (1995), esta Metodologia enfatiza a interpretação, onde busca retratar a realidade da pesquisa utilizando também fontes de informações que venham a ser pertinentes na pesquisa.

E sobre a abordagem geral do tipo Pesquisa Qualitativa?

Este tipo de pesquisa possui uma abordagem metodológica onde o pesquisador é o principal instrumento de investigação e, os dados obtidos pela pesquisa são analisados a partir de coleta de dados que pode se dar através de observações, entrevistas e/ou questionários, nas suas mais variadas formas, cursos de formação para professores, discussões/reflexões com realizações de oficinas e/ou minicursos, filmagens etc.

Segundo Bauer e Gaskell (2002) uma pesquisa qualitativa deve oferecer cobertura adequada dos acontecimentos sociais e exige muitos métodos e dados. Segundo eles um pluralismo metodológico que se origina como uma necessidade metodológica. Deve-se ter uma observação sistemática dos acontecimentos, realizar e conhecer técnicas de entrevista e realizar uma análise sistemática dos resultados obtidos.

A pesquisa qualitativa evita números e lida com interpretações das realidades sociais. O protótipo mais conhecido é, provavelmente, a entrevista em profundidade. Mas, mesmo em uma pesquisa quantitativa, é preciso fazer uma análise qualitativa dos dados adquiridos em pesquisas, segundo Gatti (2010).

Quando definimos este tipo de abordagem, precisamos ter certeza de nossos objetivos como por exemplo, se realizaremos em nossa pesquisa entrevistas individuais ou em grupo como analisaremos fotos e vídeos, como serão aplicados questionários e como serão analisados os dados obtidos, o tempo disponível para a pesquisa entre outros.

## 2 ANÁLISE DAS TESES

As teses foram escolhidas pelo fato de possuírem abordagens metodológicas pertinentes e com caminhos direcionados ao que será, pelo menos em um primeiro momento, a metodologia que será utilizada na pesquisa que norteará a escrita da minha tese de doutoramento na Universidade Anhanguera de São Paulo – Unian, no curso de Doutorado em Educação Matemática.

As teses foram escolhidas através de pesquisa nos sites das principais universidades brasileiras e também do exterior e não seguiram um critério de escolha como, por exemplo, universidades públicas ou privadas, cursos de doutorado somente em Educação Matemática, últimos cinco anos entre outros. Foram escolhidas, conforme dito anteriormente por possuírem procedimentos metodológicos que poderão ser utilizados em minha pesquisa.

Indicaremos no início de cada análise/resumo das teses, título, a instituição, autor, ano de publicação, assim como os orientadores das respectivas.

### 2.1 TESE 1

*ASSOCIANDO O COMPUTADOR À RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS FECHADOS:  
ANÁLISE DE UMA EXPERIÊNCIA*

*Instituição:* UNESP-SP — 2005

*Autora:* NORMA SUELY GOMES ALLEVATO

*Orientadora:* PROF<sup>a</sup>. DR<sup>a</sup>. LOURDES DE LA ROSA ONUCHIC

Segundo a autora, o objetivo desta pesquisa foi analisar de que forma os alunos relacionam o que fazem na sala de aula, quando utilizam lápis e papel, com o que fazem no laboratório de informática, quando estão utilizando o computador na resolução de problemas fechados sobre funções e foi desenvolvida seguindo a proposta metodológica de Romberg (que será explicada brevemente abaixo).

Foi utilizado o software *winplot* onde os dados da pesquisadora apontaram que existe a necessidade de professores e alunos direcionarem seus ensinamentos e aprendizados (respectivamente) utilizando recursos da informática. A mesma coloca que é preciso acabar com a rigidez de contrariedade à utilização destas tecnologias.

A abordagem adotada foi do tipo qualitativa (Pesquisa Qualitativa) e a coleta de dados foi feita, essencialmente, por observação participante em sala de aula, mas também

foram utilizados questionários, entrevistas e análise documental, métodos também utilizados em uma metodologia de Estudo de Caso.

A pesquisa foi desenvolvida com alunos de 2º semestre do curso superior de Administração de Empresas da mesma instituição.

Romberg (1992) associa o termo "pesquisar" a um processo no qual se realizam atividades que não são realizadas mecanicamente: "As atividades envolvidas em fazer pesquisa englobam mais características de uma arte do que de uma disciplina puramente técnica" (p. 51). Sendo assim, podemos considerar que um bom pesquisador, deve ser criativo nas fases de sua pesquisa, assim como ousado, não significando, entretanto, que não existam critérios de avaliação e julgamento para o que é considerado um trabalho científico aceitável.

Ainda, Romberg (1992) destaca dez atividades que considera essenciais ao desenvolvimento de uma pesquisa. Coloca também que, em seu livro elas aparecem em ordem mas, não necessariamente se realizam nessa ordem nem tampouco tenham que ser todas realizadas. Entre algumas delas estão: selecionar estratégias de pesquisa, selecionar procedimentos de pesquisa, coletar evidências etc. (não coloquei todas devido não ser o enfoque principal deste trabalho).

Quando estamos analisando ou escrevendo uma tese, devemos nos preocupar com a questão da pesquisa, ou seja, o foco principal do trabalho. Aqui esta questão é:

*De que forma os alunos relacionam o que fazem na sala de aula, quando utilizam lápis e papel, com o que fazem no laboratório de informática, quando estão utilizando o computador na resolução de problemas fechados sobre funções?*

Em cima da questão de pesquisa, a autora partiu em busca de dados que auxiliassem sua pesquisa através dos métodos explicitados abaixo:

*Análise documental* — Neste momento a autora estudou documentos e trabalhos de pesquisa sobre aspectos da realidade social e profissional do administrador de empresas, leis e regulamentações para os cursos superiores de Administração de Empresas, o projeto pedagógico do curso na instituição e o programa da disciplina Matemática, onde a efetiva coleta de dados se realizou.

*Questionários* — Foram aplicados questionários aos alunos do curso de Administração de Empresas e que cursam a disciplina Matemática II, onde o propósito da pesquisadora era de buscar o perfil dos entrevistados. Os questionários foram constituídos de questões estruturadas a respeito de sua vida escolar, de sua relação com a Matemática, de sua experiência dos entrevistados com a utilização de computadores no ensino e de sua opção profissional.

*Observação* — As informações necessárias para traçar o perfil do professor responsável pela disciplina foram obtidas de uma entrevista e de conversas informais entre ele e o pesquisador. A autora coloca também que obteve importantes elementos sobre seu perfil (do professor) a partir das observações realizadas na coleta de dados.

*Entrevista* — Foi realizada uma entrevista semi-estruturada com o professor, que permitiu esclarecer algumas de suas ideias e concepções sobre resolução de problemas, sobre o ensino de Matemática e sobre a utilização do computador no ensino de Matemática.

*Gravação e filmagem* — a pesquisadora gravou e filmou entrevistas com o professor e alunos (diálogos entre o pesquisador e estes alunos e professor).

Após realizadas todas as etapas da pesquisa, a autora destaca como considerações finais os presentes tópicos:

- Os alunos pesquisados estavam relacionando conhecimentos e procedimentos adotados quando resolviam problemas com o computador, com os adotados quando estavam sem o computador;
- Ela verificou que para estes alunos, a resolução dos problemas com a utilização do *Winplot* ajudou bastante na aprendizagem dos conteúdos abordados, assim como mostrou ser um poderoso instrumento de avaliação;
- Um dos aspectos que ficou evidente para a pesquisadora durante sua pesquisa foi que, muitas vezes a linguagem do computador pode ser a causa de um conflito, no sentido de que muitas semelhanças e diferenças, no caso do software em questão (*Winplot*), aparecem durante os estudos e a mesma sugere ser este um aspecto importante a ser identificado e analisado em ambientes de aprendizagem que utilizam as Tecnologias de Informação.

Evidentemente, alguns problemas foram encontrados durante a pesquisa, o que não nos causa estranheza, pois mesmo quando submetemos algum projeto ao Comitê de Ética, devemos destacar que alguns “empecilhos ou problemas” poderão aparecer no decorrer da pesquisa.

Na tese em questão, os principais problemas destacados pela autora foi que o professor ficou preocupado com os atrasos que ocorreram com as aulas e também queriam que os alunos acertassem as questões propostas, fazendo com que a pesquisadora e o professor ajudassem, divergindo um pouco o foco da pesquisa.

Esta preocupação do professor com o atraso das aulas influenciou decisões do mesmo como abordar ou não algum conteúdo, “correr” mais ou não “correr” com partes dos conteúdos etc.

E quanto às contribuições que a pesquisa proporcionou para o mundo acadêmico, fator importante em uma tese?

A autora relata que o domínio da linguagem matemática e o uso do computador mostraram estar estreitamente ligados. As etapas ou, como ela chama os “episódios” analisados apresentam dilemas que se resultam do embate (confronto) entre as linguagens próprias de todos os participantes da pesquisa (alunos e professores): a linguagem da Matemática, do software, das aplicações à área de Negócios, das pessoas.

Esse confronto, segundo Allevato (2005), sugere a possibilidade de uma nova abordagem de ensino, abordagem esta em que se dê maior atenção a aspectos relativos, às linguagens e, especialmente aos termos que são convenções da linguagem matemática, a fim de atender às necessidades impostas pelo software que estão utilizando na resolução dos problemas, foco principal do trabalho da mesma.

## 2.2 TESE 2

*O QUE OS ESTUDANTES UNIVERSITÁRIOS PENSAM SOBRE SEUS PROFESSORES?  
UM ESTUDO SOBRE OS PROFESSORES DOS CURSOS DE LICENCIATURA DO  
CAMPUS JATAÍ DA UNIVERSIDADE FEDERAL DE GOIÁS*

*Instituição:* USP-SP — 2013

*Autora:* CAMILA ALBERTO VICENTE DE OLIVEIRA

*Orientadora:* PROF<sup>a</sup>. DR<sup>a</sup>. HELENA COHARIK CHAMLIAM

Segundo a autora, o objetivo da pesquisa é contribuir para a reflexão sobre a docência no ensino superior a partir do olhar que o estudante universitário lança aos seus professores. Ela ainda pretendeu, identificar o perfil desses estudantes, quais as relações que os mesmos estabelecem com o seu curso, os sentidos atribuídos por ele à sua formação



inicial e os processos utilizados nos processos de ensino na Universidade que contribuem para sua aprendizagem.

Dentre os objetivos específicos da pesquisa, podemos destacar que a autora pretendeu:

- Identificar o perfil e as referências de escolarização que os estudantes universitários trazem para esta universidade;
- Reconhecer as relações que estes estudantes estabelecem com os professores das disciplinas de seus cursos;
- A visão que os estudantes possuem em relação aos sentidos da formação em nível superior para sua futura prática profissional;
- Como os processos utilizados pelos professores dos cursos contribuíam para a aprendizagem dos conteúdos e sua valia para a prática profissional posterior dos estudantes.

Vale ressaltar que a pesquisa não foi realizada somente com estudantes do curso de Matemática da referida instituição. Os estudantes eram oriundos dos diversos cursos da universidade como Pedagogia, Letras, Química etc.

De acordo com estes objetivos apresentados, podemos verificar que uma mudança no título da tese poderia ser apropriada, visto que estes objetivos “fogem” um pouco da estruturação deste título, mas durante a leitura da tese e observando com mais atenção as considerações finais, podemos perceber que o direcionamento da pesquisa vai de encontro a este título.

O desenvolvimento da pesquisa se deu através da aplicação de questionários para estudantes ingressantes e concluintes de licenciaturas — de todas as áreas do conhecimento — ofertadas no Campus Jataí, da Universidade Federal de Goiás (CAJ/UFG) que são aqui os sujeitos da pesquisa.

Segundo a autora, o motivo da escolha de estudantes ingressantes e concluintes é que, a mesma, partiu da hipótese que a visão dos ingressantes poderia ser diferente dos concluintes.

Foram também realizadas entrevistas coletivas com alguns estudantes desses cursos. Após a coleta, análise e discussão dos dados, a pesquisadora relata que foi possível perceber que o licenciando do CAJ/UFG tem um perfil que se aproxima das informações disponibilizadas pelo Censo do Ensino Superior (2011) e que, estes estudantes, escolheram a licenciatura como primeira opção, com pensamento inicial de obter uma formação profissional em uma área de interesse.

De acordo com a pesquisadora, o objetivo principal de sua pesquisa era de verificar o que os estudantes da referida universidade pensam de seus professores.

Dentre os procedimentos metodológicos relacionados na tese, a autora pretendeu realizar uma pesquisa qualitativa onde, o ambiente natural seria utilizado para esta pesquisa, aqui no caso, a universidade em questão e participaria deste ambiente, assim como usaria de descrição para apresentar os dados obtidos na coleta. Essas características, segundo Bogdan e Biklen (1994), são fatores principais para uma pesquisa qualitativa.

A autora mostra preocupação com a ética de sua pesquisa, relatando no corpo do texto que todas as autorizações foram pedidas para a realização da pesquisa: na instituição, para os alunos, para os professores e até mesmo para os coordenadores dos cursos.

Também relata preocupações relativas com métodos e técnicas de pesquisa, assim como os direcionamentos que sua investigação tomaria o que, a meu ver, é totalmente comum quando iniciamos uma pesquisa do tipo qualitativa e, o que pode ser comprovado com alguns autores como, por exemplo:

*Uma primeira situação que causa dificuldades para o pesquisador em Educação é a escolha e o recorte do objeto de análise. Normalmente tratam-se de questões que estão imbricadas em outras tantas; a escola e a sociedade, o professor e o aluno; os conteúdos e o processo ensino-aprendizagem; a formação e a condição de trabalho do professor. Não podemos ignorar também as representações e expectativas construídas pelo pesquisador sobre o mundo, sobre o objeto de estudo e sobre seus atores.*

*Outra situação é o distanciamento — necessário para a observação e análise de momentos exóticos — configura-se como um complicado exercício de transformar o exótico em familiar e o familiar em exótico — além da necessidade de conciliar as rotinas — do pesquisador e do trabalhador em educação — já que não é raro vermos profissionais engajados na educação (principalmente professores) pesquisando sobre seus pares ou sobre o seu próprio local de trabalho ou sua história de vida profissional*

*(OLIVEIRA, 2005, p. 13-14).*

Agora, em relação à pergunta inicial da pesquisa em questão (O que os estudantes universitários pensam sobre seus professores), a autora coloca que um questionário continha perguntas direcionadas para levantar a visão que o estudante tinha de seu professor, onde foram feitas perguntas sobre as disciplinas do curso, a importância destas disciplinas para seu futuro profissional, a relação professor aluno e as práticas utilizadas pelos professores para ensinar os conteúdos da grade de cada disciplina.

Após a aplicação destes questionários (230) assim como as entrevistas, a autora relata que foi de suma importância as respostas para a finalização de sua pesquisa.

O que observamos, em relação às contribuições que esta pesquisa nos trouxe, é que foi possível compreender a visão que os estudantes possuem sobre seus professores, onde foi possível perceber as expectativas dos alunos em relação ao seu curso, aos seus professores e à sua vida profissional futura.

A pesquisa mostrou que os profissionais de ensino da referida instituição devem refletir sobre a docência no campus em questão, pensando também em políticas novas de atendimento estudantil e revisar seus projetos pedagógicos, numa tentativa de diminuir a “distância” entre a escola básica e a formação dos professores que atuarão nesta escola.

Esta pesquisa nos mostra as aflições dos alunos de licenciaturas não só do campus em questão, mas de uma forma geral, de uma maioria de universidades públicas e privadas do nosso país visto que esta “distância” é sentida e relatada por profissionais de várias disciplinas em instituições de ensino que passamos e também em cursos e congressos que participamos.

### **2.3 TESE 3**

*A FORMAÇÃO DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA NO INSTITUTO SUPERIOR DE CIÊNCIAS DE EDUCAÇÃO EM BENGUELA - ANGOLA. UM ESTUDO SOBRE O SEU DESENVOLVIMENTO*

*Instituição: UNIVERSIDADE DE LISBOA*

*Autor: ALBERTO DOMINGOS JACINTO QUITEMBO*

*Orientadora: PROF<sup>a</sup>. DR<sup>a</sup>. MARIA LEONOR DE ALMEIDA DOMINGUES DOS SANTOS*

O objetivo da presente pesquisa foi estudar a formação de professores de Matemática proporcionada pelo Instituto Superior de Ciências de Educação (ISCED) de Benguela, atualmente unidade orgânica de Universidade Katyavala Bwila.

Para perseguir este objetivo, o autor formulou as seguintes questões:

1. Como se caracteriza o novo plano de estudo para a formação de professores de Matemática? Quais os seus pontos fortes e fracos?
2. Como se caracterizam as práticas dos formadores?
3. A formação de professores de Matemática moldada pelo seu plano de estudo e pela prática dos formadores, que entendimento atribui ao conhecimento profissional? Quais as principais dimensões deste conhecimento que são valorizadas?

O autor também relata que a abordagem metodológica seguiu uma natureza interpretativa de estudo de caso, onde participaram da pesquisa quatro professores, assim como estudantes de Matemática (sujeitos da pesquisa).

O desenvolvimento da pesquisa se deu através do recolhimento de dados por meio de entrevistas, observações, recolha de material documental e ainda por um questionário aplicado aos estudantes da turma de Matemática do 4º ano.

Segundo o autor, estas entrevistas foram gravadas em áudio e transcritas na sua totalidade e, as observações realizadas durante a pesquisa não obedeceram a nenhuma ordem ou direcionamento pré-estabelecido, tendo sido a tarefa do investigador anotar as ocorrências na sala de aula. Daí o fato de que o investigador tenha se assumido como um observador participante. Após a análise de cada caso, procedeu-se a uma análise transversal.

Em relação a estas entrevistas, o autor relata que a finalidade era obter dados que não são possíveis com observações como sentimentos, intenções etc. e que estas entrevistas, levam o pesquisador a desenvolver ideias sobre como os sujeitos da pesquisa interpretam os fenômenos em estudo.

Esta técnica de recolha de dados, a meu ver, é fundamental em uma pesquisa qualitativa pois, segundo Fiorentini e Lorenzato:

*Além de permitir uma obtenção mais directa e imediata dos dados, serve para aprofundar o estudo, complementando outras técnicas de recolha de dados, de alcance superficial ou genérica como, por exemplo, a observação e o survey com a aplicação de questionários sobre um grande número de sujeitos.*

*Fiorentini e Lorenzato (2006, p. 120)*

As observações também não foram descartadas nesta pesquisa, sendo realizadas da seguinte maneira: primeiramente foi observada a prática do professor em relação à disciplina que leciona e em seguida, foi observada a prática do professor em relação à sua prática pedagógica.

Os questionários, segundo o pesquisador, teriam o mesmo propósito da entrevista. Porém, para ele, com o questionário impresso, a presença do pesquisador é dispensável e também, que os questionários são poderosos instrumentos de pesquisa quantitativa mas, que não dispensam um olhar qualitativo, o que vai de encontro com as ideias de Bogdan & Biklen, (1994), que afirmam que em estudos qualitativos, os pesquisadores “estão

interessados em como as estatísticas revelam a compreensão de senso comum dos sujeitos”.

Foi feita também a recolha documental e, posteriormente a análise dos dados obtidos.

Dentre as considerações finais e contribuições que a tese proporcionou para o meio acadêmico, assim como para a instituição de pesquisa, podemos destacar alguns pontos principais.

Os resultados obtidos pela pesquisa mostram que os professores envolvidos na mesma, ou seja, no processo de formação de seus respectivos alunos, não se preocupam em realizar trabalhos colaborativos entre os professores da turma, mas sim, em cumprir conteúdos e programas das disciplinas que lecionam. O autor percebe também a ausência de programas de intercâmbio com instituições de ensino, não só a nível superior, mas também, a nível secundário.

O pesquisador destaca que com o aumento de disciplinas, assim como também da carga horária destas disciplinas, sobretudo das chamadas por ele de nucleares, o que podemos entender como disciplinas de cunho obrigatório, como Matemáticas e Didáticas, faz com que os professores envolvidos considerem um fator que “atrapalha” o desenvolvimento da formação dos estudantes, pois este processo inviabiliza o aprofundamento dos estudos em cada disciplina lecionada.

O autor coloca também que percebeu uma abordagem de transmissão de conhecimento, onde os alunos são questionados na aula, realização de trabalhos individuais e, como recurso avaliativo, a prova escrita foi a única utilizada pelos professores participantes da pesquisa.

A formação de professores de Matemática na referida instituição é considerada pelos professores como sendo de fundamental e principal importância a formação científica (matemática e metodológica), podendo estas considerações serem observadas no plano de estudos dos profissionais envolvidos, em sua prática na sala de aula, nos processos de orientação e supervisão, ou seja, uma prática totalmente positivista, seguindo os rumos do ensino conhecido como “tradicional”.

De acordo com os resultados da pesquisa, podemos perceber que algumas contribuições, a mesma poderia trazer numa tentativa de melhorar ou adequar a instituição no que diz respeito aos anseios dos profissionais e estudantes da instituição.

Pontos foram levantados durante a pesquisa como redução de carga horária de algumas disciplinas e aumento de outras, redução de tempo de formação, currículo, organização de gestão escola entre outras, que apresentaram pontos fracos ou aspectos negativos na formação de professores de Matemática, assim como na atuação dos professores envolvidos, mas de acordo com as conclusões do estudo, os professores envolvidos estão de acordo com a prática vigente, como a transmissão do conhecimento, a prova escrita como único método avaliativo etc.

O autor finaliza com considerações que julga serem importantíssimas para uma mudança de ensino na instituição. O mesmo conclui que é imprescindível que a instituição crie condições para o desenvolvimento de práticas reflexivas, onde professore e estudantes possam compartilhar suas opiniões e anseios, com espaços abertos para reflexão e diálogo de práticas reflexivas.

Sugere ainda realização de atividades pela instituição para que capacitem e desenvolvam o conhecimento profissional do professor, com mudanças de métodos e estratégias de ensino, formação dos professores, intercâmbios, entre outros.

Sendo assim, a pesquisa levantou uma série de questões que envolvem tanto a formação de professores assim como a prática pedagógica dos formadores onde podemos

crer que a mesma se tornou um documento importante de análise para mudanças na instituição.

### 3 CONCLUSÕES FINAIS

A análise das teses foi de fundamental importância para a confirmação da metodologia Pesquisa Qualitativa como ponto fundamental de pesquisa para escrita da minha tese.

Percebemos pontos nas pesquisas e conclusões das teses, assim como contribuições das mesmas que vão de encontro à questionamentos e apreensões que vivemos em nossa prática profissional, seja no ambiente de trabalho, assim como em cursos de aperfeiçoamento profissional que participamos.

Utilização de tecnologias no ensino, não só de Matemática, assim como práticas pedagógicas, políticas públicas, metodologias de ensino, práticas em instituições educativas entre outros, são pontos que, com certeza, serão abordados em minha pesquisa. Por isso, a importância de leitura e interpretações das teses em questões foi de grande importância e auxílio para meu estudo.

A definição de uma metodologia de pesquisa vinha sendo um fator preocupante no início do curso de doutoramento, mas com a leitura de teses já defendidas, esta metodologia passou a ficar de forma clara e aparente a que definirá os rumos de minha pesquisa.

Desse modo, a análise das teses teve um papel significativo no desenvolvimento e escolha de uma metodologia que norteará a pesquisa. Sugiro que outros estudantes/pesquisadores utilizem trabalhos já defendidos como auxílio para solucionar possíveis dúvidas de suas pesquisas.

### REFERÊNCIAS

- ALLEVATO, N. S. G. **Associando o computador à resolução de problemas fechados: análise de uma experiência**. 2005. 370f. Tese (Doutorado em Educação Matemática). Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro-SP.
- ANDRÉ, M. **Etnografia da prática escolar**. Campinas-SP: Papirus, 1995.
- BAUER, M. W.; GASKELL, G. **Pesquisa qualitativa com texto, imagem e som: um manual prático**. Tradução de Pedrinho A. Guareschi. Petrópolis-RJ: Vozes, 2002.
- BOGDAN, R.; BIKLEN, S. **Investigação qualitativa em Educação**. Portugal: Porto, 1994.
- FIORENTINI, D.; LORENZATO, S. **Investigação em Educação Matemática: percursos Teóricos e Metodológicos**. Campinas-SP: Autores Associados, 2006.
- GATTI, B. A. Licenciaturas: crise sem mudança? In: DALBEN, A. I. L. de F. (Org.). **Convergências e tensões no campo da formação e do trabalho docente**. Belo Horizonte: Autêntica, 2010 (Coleção Didática e Prática de Ensino).
- OLIVEIRA, C. A. V. **Formação de professores: identidade e “mal estar docente”**. 2005. 160f. Dissertação (Mestrado em Educação). Faculdade de Ciências e Tecnologia, Universidade Estadual Paulista, Presidente Prudente-SP.
- PONTE, J. P.. Estudos de caso em Educação Matemática. **Bolema**, Rio Claro, UNESP, 2006, ano 19, n. 25, p. 105-132.

QUITEMBO, A. D. J. **A formação de professores de Matemática no Instituto Superior de Ciências de Educação em Benguela - Angola. Um estudo sobre o seu desenvolvimento.** 2010. 709f. Tese (Doutorado em Educação). Universidade de Lisboa.

ROMBERG, T. A. **Perspectives on scholarship and research methods.** In: GROUWS, D. A. Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning. New York: Macmillan Publishing and Company, 1992, cap. 3, p. 49-64.

# **ANÁLISE DE MODELOS DE DESIGN INSTRUCIONAL PARA MOOC NA EDUCAÇÃO FINANCEIRA ESCOLAR**

**Luis Felipe Silveira<sup>1</sup>**  
**Liamara Scortegagna<sup>2</sup>**

<sup>1</sup>Universidade Federal de Juiz de Fora/Mestrado Profissional em Educação Matemática-PPGEM,  
luisfepesilvei@gmail.com

<sup>2</sup>Universidade Federal de Juiz de Fora/Mestrado Profissional em Educação Matemática-PPGEM,  
liamara@ice.ufjf.br

## **RESUMO**

No ensino e aprendizagem da Educação Financeira Escolar, a inserção de novas metodologias como os Massive Open Online Courses (MOOCs) tem como objetivo auxiliar o processo educacional, despertando cada vez mais o interesse de professores, alunos e instituições no uso destes recursos digitais. Neste artigo objetivamos analisar os modelos de Design Instrucional de MOOC, uma vez que existem disponíveis vários formatos e apresentações destes, em todas as áreas do conhecimento. Para realizarmos a pesquisa, utilizamos a metodologia de pesquisa bibliográfica e exploratória, pautados em leituras e análises de textos e, exemplos de MOOC. Após a análise dos modelos de alguns MOOC concluímos que, o modelo de Design Instrucional Híbrido é o que mais se adequa para o desenvolvimento destes para a Educação Financeira Escolar, pois utiliza-se de diversos recursos digitais que, acompanhado de um bom planejamento pedagógico, podem resultar em formas eficazes no processo de ensino e aprendizagem.

Palavras-chave: Educação Financeira Escolar; Educação Matemática; MOOC; Novas Tecnologias na Educação.

## **1 INTRODUÇÃO**

A utilização de Novas Tecnologias da Informação e Comunicação na Educação Matemática tem sido recomendada por muitos especialistas da área, como Bairral (2010), Bairral e Powell (2006), Borba (2004), Borba e Penteado (2003), Kenski (2007), Demo (1999), Santos e Gobbi (2008) e Souza e Roseira (2010), pois defendem que tais tecnologias auxiliam na criação de novas estratégias de ensino, em processos de aprendizagem na sala de aula e além dela, com o intuito de atender às necessidades das escolas e instituições em formar ou capacitar profissionais com criticidade, criatividade e com habilidades de trabalharem em rede e de forma colaborativa.

No ensino da Educação Financeira Escolar, a inserção destas tecnologias para auxiliar no processo de ensino e aprendizagem também está despertando interesses, tanto para professores, como para os alunos e instituições. Um exemplo é o Massive Open Online Course (MOOC), traduzido como Curso Online Aberto Massivo. Denominados neste artigo como uma nova metodologia de cursos online, que podem ser utilizados como conteúdos complementares à sala de aula ou até mesmo como base de conteúdos dentro de uma disciplina.

Apesar de ser uma metodologia recente e ainda pouco investigada, já é possível observar vantagens e limitações desta no processo de ensino e aprendizagem. Algumas vantagens são a flexibilidade de tempo e de espaço para participação nos cursos, oportunidade de trabalho colaborativo e em rede, descompartmentação de conteúdos, uma vez que o aluno é livre para participar da aula que lhe convier, dentro de um curso. Como limites, podemos citar a resistência de professores, elevadas taxas de evasão, alto investimento da instituição na criação de um MOOC e dificuldades de acesso à internet.

Outra discussão eminente em relação a metodologia MOOC diz respeito a ser considerada ou não como uma tendência tecnológica na educação ou apenas um modismo. Ao analisarmos as vitrines virtuais e plataformas como Veduca, Coursera, Khan Academy entre outras, podemos observar que não se trata apenas de um modismo e sim, de uma metodologia que está em ampla ascensão e sendo embasada em estudos, buscando apresentar modelos, características tecnológicas e pedagógicas para auxiliar na estruturação dos conteúdos.

O estudo apresentado neste artigo é parte de uma pesquisa em andamento do curso de Mestrado em Educação Matemática da UFJF, cujo objetivo é analisar e desenvolver cursos na metodologia MOOC com foco na Educação Financeira Escolar. Para que possamos atingir o objetivo, um dos estudos necessários é a análise dos modelos de Design Instrucional que estão sendo utilizados nos MOOC para que, possamos optar por um deles, ou ainda, desenvolver um próprio modelo.

Um modelo de Design Instrucional consiste num conjunto de métodos, técnicas e recursos utilizados para o planejamento e desenvolvimento de um curso, objetivando a eficácia do processo de ensino e aprendizagem.

Assim, o presente artigo, objetiva apresentar uma análise de modelos de Design Instrucional utilizados nos MOOC e, para concretizar o estudo, utilizamos a metodologia de pesquisa bibliográfica e exploratória, pautados em leituras e interpretações de textos, bem como na análise de plataformas virtuais e em exemplos de MOOC.

## **2 MASSIVE OPEN ONLINE COURSE E EDUCAÇÃO FINANCEIRA ESCOLAR**

Um MOOC pode ser definido como um modelo de ensino ou uma metodologia de um curso online que integra três elementos, a conectividade das redes sociais, o conhecimento de um especialista em determinada área e uma coleção de recursos educacionais on-line (MATTA, 2013).

João Mattar (2013b), em seu livro intitulado Web 2.0 e Redes Sociais na Educação, define MOOC sendo:

*[...] em princípio, um curso online (que pode utilizar diferentes plataformas), aberto (gratuito, sem pré-requisitos para participação e que utiliza recursos educacionais abertos) e massivo (oferecido a um grande número de alunos). Entretanto, em função da diversidade de cursos, plataformas, métodos pedagógicos, instituições e modelos de negócio que caracterizam o universo dos MOOCs hoje, essas definições deixaram de ser tão cristalinas (MATTAR, 2013b, p. 59).*

Mattar cita como exemplo de discordância sobre a sigla MOOC o conceito de “aberto” e o chama de problemático, pois existem restrições ao uso livre de materiais disponibilizados em um curso MOOC, além de algumas instituições cobrarem taxas para alunos serem certificados por terem frequentado seus cursos.



Já para Mcauley et al (2010), apud Gonçalves (2013), um MOOC é um curso online, aberto, gratuito e massivo (oferecido para um grande número de alunos). Geralmente não possui pré-requisitos para participação e não há emissão de certificação formal. Além destas características, um MOOC também está fortemente relacionado com o uso de recursos da Web 2.0, o que auxilia a potencializar a interação entre os participantes.

Pisutova (2012 apud Matta 2013) define MOOC como um modelo para disponibilização de conteúdos de aprendizagem on-line para qualquer pessoa que queira participar de um curso. Este curso possui como principais características ser aberto, ser gratuito, colaborativo e distribuído. É colaborativo, no sentido do envolvimento dos estudantes com seus pares e os materiais disponibilizados. É distribuído, porque as discussões, contribuições e participações não são feitas exclusivamente no mesmo website, já que os alunos podem disponibilizar e alimentar blogs sobre assuntos tratados no curso.

Embora na maioria das vezes compartilhem de uma estrutura de cursos convencionais, com um cronograma pré-definido ou tópicos semanais, os cursos do tipo MOOC não requerem pré-requisitos e normalmente não são pagos. Também não predefinem expectativas de participação ou uma certificação formal (CREED-DIKEOGU; CLARK, 2013).

A base da criação dos primeiros cursos MOOC foi a utilização de conceitos do Conectivismo, onde a "aprendizagem ocorre em comunidades e que a prática da aprendizagem é a própria participação na comunidade" (DOWNES, 2007 apud MOTA, 2009). Para Downes, uma rede fruto de conexões entre pessoas, comunidades e conteúdos constitui-se no aspecto fundamental da aprendizagem e pode ser qualificada enquanto uma rede bem sucedida quando apresenta as seguintes propriedades: descentralizada, distribuída, desintermediada, com conteúdos e serviços desintegrados, democráticas, dinâmicas (fluídas) e inclusivas. (MOTA, 2009)

Porém, segundo Mattar (2013a), a sigla MOOC é utilizada também para cursos fundamentados em modelos pedagógicos distintos, que se desviaram significativamente das premissas iniciais deste método de ensino. Denominam-se cMOOC os MOOC conectivistas e xMOOC, a nova geração de MOOC que, apesar de promissores, reproduzem os formatos de aulas expositivas.

Um resumo das diferenças entre cMOOC e xMOOC em relação ao aluno, professor e conteúdo pode ser observado na Tabela 1.

**Tabela 1: Diferenças entre cMOOC e xMOOC**

|                  | <b>cMOOC</b>                                                                                                             | <b>xMOOC</b>                                                                                                                           |
|------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>Aluno</b>     | <b>Autonomia total:</b> O aluno tem que produzir e procurar informação externa (além do material disponibilizado).       | <b>Autonomia parcial:</b> O aluno é conduzido pelo conteúdo do professor.                                                              |
| <b>Professor</b> | <b>Mediador:</b> Direciona apenas algumas informações partilhadas pelos alunos.                                          | <b>Centro:</b> Responsável em fornecer o conteúdo principal do curso para os alunos e direciona as discussões.                         |
| <b>Conteúdo</b>  | <b>Descentralizado:</b> Enriquecido por conteúdos externos e pela partilha de informações entre os vários participantes. | <b>Centralizado:</b> Conteúdo principal fornecido pelo professor. Os participantes podem trocar ideias na própria plataforma do curso. |

Fonte: Adaptado pelos autores

Há uma outra classificação, apresentada no site E-Learning (2015), que caracteriza os MOOC em 3 categorias:

- a) Plataforma não estruturada: Este tipo de sistema não contempla qualquer estrutura organizada de aprendizagem dentro de cada tema tampouco um acompanhamento personalizado por parte de um professor - limitando-se a fornecer mecanismos de ensino independentes entre si e onde qualquer utilizador é livre de ver o que quer e como quer. Como exemplo, é citada a Plataforma+ Khan Academy<sup>1</sup>, plataforma que disponibiliza cursos gratuitos, livre e on-line, baseados em vídeos, textos e jogos, de diversas áreas do saber, principalmente ciências exatas.
- b) Plataforma estruturada: Pressupõem uma estrutura rígida onde os utilizadores são obrigados a seguir um curso completo, com professor dedicado e responsável por dar feedback e definir deadlines. Muitos destes sistemas possibilitam ainda um exame final ao aluno, onde este poderá obter um certificado com validade formal em caso de aprovação. Coursera é a plataforma citada como exemplo, que oferece 899 cursos por mais de 118 instituições parceiras (COURSERA, 2015).
- c) Plataforma flexível: Nestes sistemas, um professor é responsável por lecionar um tema, sendo esse tema composto por uma sequência lógica de materiais didáticos. Consegue-se assim obter um ensino estruturado. Os sistemas deste tipo permitem ainda aos seus utilizadores liberdade e flexibilidade de horários, podendo estes concluir os cursos em 3 dias, 3 meses ou 3 anos. Um exemplo deste tipo sistema é a plataforma Udacity<sup>2</sup>, que apresenta cursos em inglês, principalmente tecnológicos, ou a nova plataforma criada no Instituto Superior Técnico de Lisboa: IEEE-IST Academic<sup>3</sup>, que concentra a maioria dos seus cursos nas diversas Engenharias.

## 2.1 VANTAGENS E LIMITAÇÕES DOS MOOC

Analisando as vantagens e limitações desse método de ensino, vemos que a utilização de MOOC na educação é recente, mas já é possível observar vários movimentos e opiniões sobre o tema, porém nada de muito consistente. Desta forma, analisamos algumas plataformas e MOOC existentes e, pautados em leituras e percepções, elencamos algumas vantagens e limitações deste novo modelo de ensino.

Entre as vantagens, podemos elencar: formas de aprendizagem inovadoras e informal que podem propiciar aos alunos demonstrar seu conhecimento em grande escala; oportuniza que os alunos experimentem livremente uma variedade de assuntos e adquirem novas habilidades; traz mudanças para a possibilidades de democratização da educação; são abertos, mesmo para aqueles que não são estudantes regulares na instituição promotora e, em geral, com custo zero, ou próximo disso; flexibilidade, permitindo aos participantes escolher espaço e tempos convenientes para se dedicar ao curso; independente de restrições curriculares, evitando salas de aula tradicional e

---

<sup>1</sup> <https://www.khanacademy.org/>

<sup>2</sup> <https://www.udacity.com/>

<sup>3</sup> <http://academic.ieee-ist.org/>

viabilizando tratar de temas variados associados ao conteúdo principal; compartilhamento de pensamentos e material adicional entre todos os participantes de forma muito mais acessível do que em cursos tradicionais; oferta de conteúdo variável, permitindo ser customizado de acordo com perfil e demanda particular de cada participante; favorece e ativa a formação de novas redes de relacionamento, tanto entre os alunos, como com os professores; promove o desenvolvimento e a disponibilidade do uso de novas tecnologias na educação; fomenta naturalmente uma imersão em tecnologias digitais, as quais são essenciais para quaisquer atividades contemporâneas.

Algumas limitações levantadas foram: observa-se um investimento considerável quando a instituição projeta um MOOC a partir de quesitos de qualidade pedagógica, metodológica e tecnológicas; nem sempre é exigido matrícula; resistência dos professores em participar; crítica a educação de massa; elevadas taxas de desistência; a escalabilidade passa de vantagem para limitação, quando pensamos na forma de como avaliar e acompanhar o processo de ensino e aprendizagem de cursos para grandes demandas; o acesso à Internet, num país como o Brasil, ainda é considerado uma limitação para a utilização dos MOOC na educação.

## **2.2 EDUCAÇÃO FINANCEIRA ESCOLAR E MOOC**

Segundo a OCDE (2005), Educação Financeira Escolar é o processo mediante o qual os indivíduos e as sociedades melhoram a sua compreensão em relação aos conceitos e produtos financeiros, de maneira que com informação, formação e orientação possam desenvolver os valores e as competências necessários para se tornarem mais conscientes das oportunidades e riscos neles envolvidos e, então, poderem fazer escolhas bem informadas, saber onde procurar ajuda, adotar outras ações que melhorem o seu bem-estar e, assim, tenham a possibilidade de contribuir de modo mais consistente para a formação de indivíduos e sociedades responsáveis, comprometidos com o futuro.

Neste sentido, a utilização das Novas Tecnologias de Informação e Comunicação é considerada fundamental nesta área, pois procura promover mudanças educacionais, novas práticas docentes e experiências de ensino e aprendizagens diferenciadas aos alunos.

Segundo Silva e Powell (2013), o foco em finanças pessoais é o objetivo da Educação Financeira na escola, proposta pela OCDE, para que esta formação influencie os estudantes em seus hábitos e atitudes financeiras.

O Brasil não é membro da OCDE, mas devido a um estreitamento de relações, por volta de 1998, foi convidado a participar das reuniões da Organização, a nível ministerial. Em maio de 2007, o Governo brasileiro instituiu um grupo de trabalho, com o objetivo de desenvolver uma proposta de estratégia nacional de Educação Financeira, que no final de 2010, através de um decreto da presidência da República, foi emancipado a Estratégia Nacional de Educação Financeira – ENEF, “com a finalidade de promover a educação financeira e previdenciária e contribuir para o fortalecimento da cidadania, a eficiência da solidez do sistema financeiro nacional e a tomada de decisões conscientes por parte dos consumidores”. (BRASIL/ENEF, 2011)

“Além de ações destinadas aos cidadãos brasileiros, a ENEF programou ações para a inserção da Educação Financeira nas escolas, seguindo a recomendação da OCDE. O objetivo é educar as crianças e adolescentes para lidar com o uso do

dinheiro de maneira consciente de modo a desenvolver hábitos e comportamentos desejáveis.” (SILVA; POWELL, 2013).

A integração das NTIC, como a Internet, não é mais novidade numa sala de aula de matemática. Pelo contrário, é utilizada para a criação de novas estratégias de ensino, auxílio no processo de aprendizagem, continuidade da aula além da sala e autocapacitação, objetivando atender às necessidades que as escolas e instituições possuem em formar ou capacitar profissionais mais críticos, criativos, com capacidade de pensar, de aprender a aprender e de trabalhar em rede, de forma colaborativa.

A incorporação dos MOOC no ensino da Educação Financeira Escolar se apresenta como uma possibilidade para auxílio na consolidação das necessidades apresentadas acima, além do fato de que este assunto não faz parte, ainda, do quadro de disciplinas do Ensino Fundamental ou Médio (SILVA; POWELL, 2013).

Exemplos de MOOC na área da Educação Financeira Escolar podem ser encontrados na plataforma virtual VEDUCA, que lançou recentemente uma série de cursos, desenvolvida em parceria com a BM&FBOVESPA, cursos como Educação Financeira I, II, III e IV, além do curso “Finanças pessoais e investimento em ações”, que se encontram gratuitos e livres.

### **3 APRESENTAÇÃO E ANÁLISE DE MODELOS DE DESIGN INSTRUCIONAL UTILIZADOS EM MOOC**

Depois de realizarmos as pesquisas bibliográficas e a observação de alguns MOOC disponibilizados nas plataformas virtuais, iniciamos a análise mais detalhada buscando identificar se os MOOC possuem algum tipo de modelo de Design Instrucional.

Selecionamos a plataforma VEDUCA por apresentar grande quantidade de cursos e ainda, estes apresentam características do tipo xMOOC, que não requerem acompanhamento contínuo do professor e de uma equipe pedagógica.

A escolha por estas características se justifica, pois objetivamos desenvolver MOOC para uma grande número de pessoas e a possibilidade de atuação de professores ou tutores para acompanhar o processo de ensino e aprendizagem é inviável.

A pesquisa e análise ocorreram nos meses de abril e maio de 2015, e a seguir descreveremos os modelos encontrados, bem como, exemplos de MOOC:

- a) MOOC Aula convencional: Este modelo apresenta uma aula presencial de um professor que é filmada na íntegra e depois, disponibilizada numa plataforma virtual e intitulada como um MOOC. Como exemplo, podemos citar o MOOC de Álgebra Linear (VEDUCA, 2015a), do MIT, apresentada pelo professor Gilbert Strang. O MOOC possui 27 horas de curso, divididas em 35 aulas. Este é um modelo muito comum de se fazer MOOC, uma vez que não é necessário planejamento ou estrutura pedagógica diferenciada do ensino tradicional para se adequar uma aula presencial a um espaço virtual.
- b) MOOC “Chapado”: Neste modelo de Design Instrucional, um narrador, podendo ou não ser o professor, trata de um assunto de forma direta, sem a utilização de vídeos/imagens ou materiais complementares. Exibe somente o conteúdo utilizando slides e o disponibiliza em PDF. Um exemplo é o MOOC de Sistemas Operacionais e Programação (VEDUCA, 2015b), apresentado pelo professor John Kubiawicz da Berkeley, com 36 horas de curso, divididas em 27 aulas, onde o

professor não é filmado lecionando, mas narrando tópicos do conteúdo, com a apresentação de slides.

- c) MOOC Híbrido: O modelo de Design Instrucional Híbrido, utiliza recursos gráficos, slides, edição e inserção de vídeos e imagens para construção de uma única vídeo-aula, ou de um conjunto de vídeo-aulas, totalmente estruturada, desde sua criação pedagógica e metodológica. São cursos que não foram adaptados à metodologia MOOC mas sim, planejados e desenvolvidos para este fim. Podem conter material complementar em PDF ou em outro formato, inclusive avaliação. Exemplo deste modelo é o MOOC de Finanças Pessoais e Investimento em Ações, oferecido pela BM&FBovespa (VEDUCA, 2015c) que, possui 13 aulas. As vídeo-aulas são de curta duração e o professor interage com recursos gráficos. As apresentações foram gravadas em estúdio para que a qualidade do vídeo e do áudio tivessem uma melhor qualidade.

#### **4 CONSIDERAÇÕES FINAIS**

Para ser considerado MOOC, um curso online precisa atender a algumas características, apresentadas neste trabalho. Inicialmente, vimos que os MOOC foram constituído atendendo a requisitos do Conectivismo, teoria do conhecimento proposta do Siemens e Downes, onde o conhecimento surge das interações. Com o passar do tempo, importantes instituições educacionais observaram que a metodologia MOOC tinha potencial para atender grandes demandas, de forma online e assim, surgiram os xMOOC, apresentando materiais de qualidade e com boa aceitação pelos alunos. E, para a disponibilização e divulgação destes, foram criadas plataformas e vitrines virtuais.

Hoje, encontra-se disponível uma grande quantidade de cursos MOOC em diversas plataformas na internet, porém não existe padrões de Design Instrucional definidos em nenhuma delas. Alguns MOOC apresentam a gravação do professor lecionando suas aulas tradicionais, ou seja, uma simples transposição do presencial para o online e, em outros cursos, um narrador, podendo ou não ser o professor que, explica o conteúdo a partir de slides. Sabemos que estes modelos não contemplam os objetivos propostos para um processo de ensino e aprendizagem online.

Conhecemos vantagens e limitações na utilização de MOOCs no processo de ensino e aprendizagem a distância. Como é uma metodologia nova, desperta inúmeros sentimentos e conceitos nas pessoas envolvidas no processo. Toda nova tecnologia que tem potencial de ser utilizada em Educação tem a tendência de ser hostilizada ou rejeitada por professores que não concordam com a aliança Educação/Tecnologia.

Assim, após a análise dos modelos de alguns MOOC, concluímos que o modelo de Design Instrucional Híbrido é o que mais se adequa para o desenvolvimento de um MOOC para a Educação Financeira Escolar, pois utiliza-se de diversos recursos digitais que, acompanhado de um bom planejamento pedagógico, podem resultar em formas eficazes no processo de ensino e aprendizagem.

Acreditamos ainda, que um MOOC não é uma simples aula presencial, disponibilizada de forma online, nem a narração de um conteúdo a partir da apresentação de slides feita por algum especialista. Um MOOC nasce, a partir de uma metodologia e de objetivos pré-determinados, planejados e desenvolvidos por uma equipe multidisciplinar engajada para maximizar o potencial que esta metodologia de ensino oferece.

## REFERENCIAS

BAIRRAL, M. A. **Tecnologias Informáticas, Salas de Aula e Aprendizagens Matemáticas**. Rio de Janeiro: EDUR (UFRRJ), v.3, 2010.

BAIRRAL, M. e POWELL, A. **A escrita e o pensamento matemático: interações e potencialidades**. Campinas, SP: Papirus, 2006.

BORBA, Marcelo Carvalho. **A pesquisa qualitativa em Educação Matemática**. Publicado em CD, nos Anais da 27ª reunião do ANPED. 2004.

BORBA, M., PENTEADO, M. **Informática e Educação Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica. 2007.

CREED-DIKEOGU, G. E CLARK, C. **Are you MOOC-ing yet?** A review for academic Libraries. CULS Proceedings, vol3, 2013.

COURSERA. **Coursera**. Disponível em: <<https://www.coursera.org/>>. Acesso em 06 abri. 2015.

DEMO, P. **Desafios modernos da educação**. Petrópolis: Vozes, 1999.

E.LEARNING. **MOOC**. Disponível em <https://sites.google.com/site/artigocmul/home>. Acesso em 06 abr. 2015.

GONÇALVES, T. A. **Tendências em MOOCs: análise a partir do Mooc-list.com**. In: Seminário Diálogos em Educação A Distância, 2, 2013, Rio Grande. Anais... Rio Grande: FURG, 2013, p. 243-252. Disponível em [http://www.academia.edu/4016968/Tendencias\\_em\\_MOOCs\\_Massive\\_Open\\_Online\\_Courses\\_analise\\_a\\_partir\\_do\\_Mooc-list.com](http://www.academia.edu/4016968/Tendencias_em_MOOCs_Massive_Open_Online_Courses_analise_a_partir_do_Mooc-list.com) . Acesso em 02 abr. 2015.

KENSKI, V. M. **Educação e tecnologias: o novo ritmo da informação**. Campinas, SP: Papirus. 62p. 2007.

LANE, L. M. **Three kinds of MOOCs**. 2012. Lisa's (Online) Teaching Blog, Disponível em <http://lisahistory.net/wordpress/2012/08/three-kinds-of-moocs/comment-page1/#comment-43724>. Acesso em 13 abr. 2015.

MATTA, C. E. da. **MOOC: Transformação das Práticas de Aprendizagem**. Anais do X Congresso Brasileiro de Ensino Superior a Distância. Belém, Pará. 2013

MATTAR, J. **Aprendizagem em ambientes virtuais: teorias, conectivismo e MOOCs**. TECOGS, PUCSP, n. 7, 156p, 2013a. Disponível em: <[http://www4.pucsp.br/pos/tidd/teccogs/artigos/2013/edicao\\_7/2-aprendizagem\\_em\\_ambientes\\_virtuais-joao\\_mattar.pdf](http://www4.pucsp.br/pos/tidd/teccogs/artigos/2013/edicao_7/2-aprendizagem_em_ambientes_virtuais-joao_mattar.pdf)>. Acesso em: 03 abr. 2015.

MATTAR, J. **Web 2.0 e redes sociais na educação**. São Paulo: Artesanato Educacional, 2013b.

MOTA, J.. **Personal Learning Environments: Contributos para uma discussão do conceito**. In Educação, Ensino & Tecnologias, 2009. vol.2; p. 5-21. Disponível em: <<http://eft.educom.pt/index.php/eft/article/view/105/66>>. Acesso em: 15 Jan. 2014.

OECD. **Improving Financial Literacy: Analysis of Issues and Policies**. OECD, 2005. Disponível em: <<http://www.browse.oecdbookshop.org/oecd/pdfs/product/2105101e.pdf>>. Acesso em: 10 abr. 2015.

SANTOS, R. M. B.; GOBBI, B. C. **TIC'S: uma tendência em Educação Matemática um relato de experiência.** Anais do Encontro de Pós-Graduação e Pesquisa, Fortaleza – CE, Brasil, 2008.

SARTORI, Ademilde Silveira; ROESLER, Jucimara, **Educação superior a distância: gestão da aprendizagem e da produção de materiais didáticos impressos e on-line.** Tubarão: Ed. Unisul, 2005. 168 p.

SILVA, Amarildo Melchiades; POWELL, Arthur Belford. **Um Programa de Educação Financeira para a Matemática Escolar da Educação Básica.** In: Encontro Nacional de Educação Matemática - ENEM, 2013. Curitiba/PR

SOUZA, N. F.; ROSEIRA, N. A. F. **A contextualização no processo de ensino-aprendizagem da Matemática.** Anais do Encontro Nacional de Educação Matemática, Salvador, BA, Brasil, 2010.

VEDUCA. **Álgebra Linear.** Disponível em <http://www.veduca.com.br/assistir/algebra-linear>. Acesso em 10 abr. 2015(a).

VEDUCA. **Sistemas Operacionais e Programação.** Disponível em <http://www2.veduca.com.br/play/1622>. Acesso em 15 abr. 2015(b).

VEDUCA. **Finanças Pessoais e Investimento em Ações.** Disponível em <http://www2.veduca.com.br/play/7353>. Acesso em 15 abr. 2015(c).

# ANÁLISE DO “CURSO COMPLETO DE MATEMÁTICA MODERNA PARA O ENSINO PRIMÁRIO”: QUAL GEOMETRIA E COMO ENSINÁ-LA?

Thiago Neves Mendonça<sup>1</sup>

Maria Cristina Araújo de Oliveira

<sup>1</sup>Universidade Federal de Juiz de Fora/Matemática, [thiagoneves18@gmail.com](mailto:thiagoneves18@gmail.com)

## Resumo

Buscando respostas sobre qual Geometria se fez presente na formação dos professores primários entre 1940 e 1970, o artigo traz uma discussão inicial sobre o Movimento da Matemática Moderna e o ensino primário, compreendido nessa época, com a análise da coleção “Curso completo de Matemática Moderna para o Ensino Primário”, escrita pelas professoras Tosca Ferreira e Henriqueta de Carvalho, que influenciaram a modernização da Matemática no ensino primário. A partir da análise da coleção apresenta-se a Geometria nela contida, a forma como tal conteúdo é abordado e quais instruções são dadas para ensiná-lo. Em termos de conclusão pode-se perceber a influência da Matemática Moderna no ensino da Geometria, como por exemplo, com a utilização da teoria de conjuntos.

**Palavras-chave:** Formação do Professor Primário; Matemática Moderna, Geometria, História da Educação Matemática;

## 1 – INTRODUÇÃO

O artigo pretende apresentar uma análise da coleção “Curso completo de Matemática Moderna para o Ensino Primário”, tomando como questão norteadora a geometria proposta na obra e as recomendações para o seu ensino. O estudo integra a pesquisa de mestrado em andamento no Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Federal de Juiz de Fora, Minas Gerais, que investiga a geometria presente na formação de professores primários mineiros entre 1940 e 1970.

A coleção pertence ao acervo de uma professora primária que atuou em escolas de Juiz de Fora na década de 60. Sendo o Movimento da Matemática Moderna um período de grandes transformações no ensino de Matemática, não só no Brasil como em muitos países da Europa, Estados Unidos e Ásia, se objetiva examinar as transformações, bem como as permanências, a partir de tais propostas para o ensino de Matemática, particularmente a geometria.

Na década 1930, a Matemática Moderna é evidenciada com trabalhos de um grupo de matemáticos na França, conhecidos sob o pseudônimo “Bourbaki”, que priorizavam uma matemática unificada, estruturada e fundamentada na teoria de conjuntos (DUARTE 2007, *apud* DUARTE, BORGES, 2014, p.3)

No ano de 1950, Juscelino Kubistchek era o presidente do Brasil, liderando uma política desenvolvimentista e com a visão educacional atrelada às necessidades do desenvolvimento do país. (DUARTE, BORGES, 2014, p.3). Em 1957, a Matemática Moderna já aparece em congressos com a recomendação dos cursos de aperfeiçoamento para professores e experimentação com a Matemática Moderna, além da inserção de tópicos de Matemática Moderna nos currículos. O movimento ganha força em 1961,



quando George Springer, da Universidade do Kansas, vem ao Brasil a convite do professor Osvaldo Sangiorgi para ministrar curso aos professores da Universidade Presbiteriana Mackenzie em São Paulo (BORGES 2005, *apud* DUARTE, BORGES, 2014, p.4). Ainda nesse ano aconteceu o primeiro curso relativo à Matemática Moderna, realizado por professores do então recente Grupo de Estudos do Ensino de Matemática (GEEM).

Em 1962 foi aprovado o código do Ensino Primário de Minas Gerais, reconhecido pela lei 2610 de 8 de Janeiro deste ano. Essa lei delineou os princípios e diretrizes do Ensino Primário no Estado. A Matemática Moderna foi tema central das discussões dos participantes do IV Congresso de Ensino da Matemática em Belém, Pará. No ano seguinte, em 1963, o GEEM em convênio com o Departamento de Educação do Estado de São Paulo, ministrou o primeiro curso para os professores primários contando com a presença de 300 professores. Segundo Nakashima (2007), o objetivo desse curso era de levar a atualização e a introdução da Matemática Moderna aos participantes priorizando os novos conteúdos, instrumentalizando os professores para o ensino da Matemática Moderna. Ainda em 1963, os integrantes do GEEM acreditavam que compreendendo a Matemática Moderna os alunos iriam se apropriar da tecnologia e a demanda por profissionais com formação de qualidade seria atendida (MEDINA, 2007, *apud* DUARTE, BORGES, 2014, p.6).

Em 1965, ocorreram diversas ações no Brasil em relação à Matemática Moderna. O GEEM continuou com os cursos para professores e publicou um livro experimental direcionado à capacitação de professores, intitulado “Introdução da Matemática Moderna na Escola Primária”. Em Minas Gerais, essas modificações acarretaram na reforma dos programas para o ensino primário. (DUARTE, BORGES, 2014, p.6)

De acordo com Alain Choppin (2009), uma análise de manuais se distingue em duas categorias: referente a intenção de uso, voltada mais para a produção, difusão, e a outra referente ao uso efetivo, voltada para as práticas pedagógicas. Nossa análise será referente a intenção de uso, onde buscaremos identificar quais seriam as instruções das autoras para os professores primários em se tratando particularmente da Geometria.).

Segundo Chartier (1991), é importante situar o autor na historicidade de sua produção para que se possa analisar a sua intenção. Na passagem do autor para o leitor, pelo editor, são criados diferentes sentidos e assim se torna fundamental reconhecer as estratégias das quais os autores e editores tentavam impor uma leitura dirigida. “Dessas estratégias, umas são explícitas, recorrendo ao discurso (nos prefácios, advertências, glosas e notas), e outras implícitas, fazendo do texto uma maquinaria (autor, editor, contexto e lugar de produção) que, necessariamente, deve impor uma justa compreensão.” (CHARTIER, 1991, p.123). Nesse sentido, buscaremos informações relevantes sobre as autoras e situá-las na historicidade da produção dessa coleção.

## **2 – UM POUCO SOBRE HENRIQUETA DE CARVALHO E TOSCA FERREIRA**

As autoras da coleção são Tosca Ferreira e Henriqueta de Carvalho. Elas foram professoras de Grupos Escolares em São Paulo, Tosca no “Frei Antônio Santana Galvão” enquanto Henriqueta no “Júlio Pestana”. Foram também supervisoras do Ensino da Matemática. Tosca supervisionou no “Educandário S. José do Belém”, e Henriqueta na “Escola Primária do colégio Rio Branco”. Ambas também foram professoras do curso de Admissão, Tosca no “São José” e Henriqueta no Ginásio Estadual “Professor Eurico de Figueiredo” e ainda no “Raul Barbosa” – Jaçanã. Tosca foi professora de Matemática na

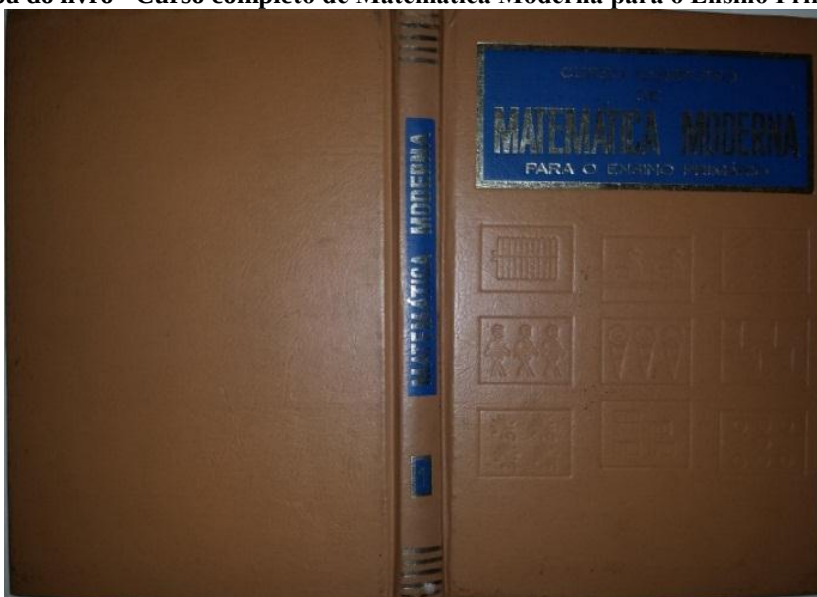
Escola Industrial N. Sra das Graças, no Estudo Dirigido do “Colégio Santana das Irmãs de São José” e no Estudo Dirigido do “Colégio São José”. Ambas as autoras foram conferencistas de cursos intensivos de Matemática Moderna no Paraná, Minas Gerais, Santa Catarina, através de promoção das respectivas secretarias da Educação. Henriqueta participou como membro do GEEM.

No trabalho de Arruda (2011) o nome de Henriqueta aparece juntamente com Manhúcia Perelberg Liberman, por serem professoras brasileiras ligadas ao Movimento da Matemática Moderna no Ensino Primário. Segundo Arruda, Henriqueta foi autora de manuais para professores e livros didáticos sobre a Matemática Moderna no ensino primário na década de 1960 e 1970. O professor titular de Matemática e diretor da Escola Secundária o Colégio Rio Branco e ainda membro do conselho consultivo do GEEM considera a professora Henriqueta pioneira no trabalho de modernização da Matemática na escola primária tanto na formação de professores quanto na proposição de livros didáticos às crianças (ARRUDA, 2011, p.201). No volume 1 da coleção “Matemática Moderna”, Henriqueta explica que por ser professora primária, e não matemática, se baseou nos trabalhos de George Papy, Luciene Felix, Osvaldo Sangiorgi, Irene de Albuquerque, Almerindo Bastos, para escrever os demais volumes da mesma coleção (ARRUDA, 2011, p.203).

### **3 – APRESENTAÇÃO DA COLEÇÃO “CURSO COMPLETO DE MATEMÁTICA MODERNA PARA O ENSINO PRIMÁRIO”**

A coleção “Curso completo de Matemática Moderna para o ensino primário”, foi escrita pelas professoras Tosca Ferreira e Henriqueta de Carvalho e publicada pela editora Renovação Ltda, em São Paulo.

**Figura 1: Capa do livro "Curso completo de Matemática Moderna para o Ensino Primário" – Vol. 1**



FONTE: Livro “Curso completo de Matemática Moderna para o Ensino Primário” do arquivo pessoal da professora Marília Neto Kappel da Silva, doado pela professora Miryan Bordmman de Oliveira.

O prefácio da coleção foi escrito por Jomar Monteiro com o título “Apreciações”. Monteiro defende que o ensino em seus vários níveis, passa por uma fase de transição, evoluindo do “tradicional” para o “renovado”, procurando ajustar-se aos novos rumos de uma escola cuja ação se pauta pelo respeito à personalidade do aluno.

Para Monteiro, o ensino de Matemática se mostrava muito menos aplicado e mais centrado na memorização, sendo este mecanizado. O ensino passaria então por uma mudança, uma nova metodologia, baseada em “Primeiro as coisas, depois as palavras”, ou seja, primeiro os objetos, as experiências, as percepções, as imagens, as abstrações, os conceitos e em seguida a simbolização, obedecendo dessa forma uma marcha natural do espírito infantil: do concreto para o abstrato.

De acordo com Monteiro, essa obra é baseada nos melhores princípios filosóficos e científicos, indo ao encontro dos anseios de toda uma classe, principalmente pelo fato de ter sido escrita pelas professoras primárias do mais alto gabarito que elaboraram uma série de livros de Matemática Moderna. Essa obra, entre outras seria então para consolidar a ação renovadora proposta pelo Setor de Orientação Pedagógica da Chefia de Serviço do Ensino Primário do Departamento de Educação do Estado de São Paulo.

Em todos os volumes da coleção encontramos o decálogo para ser seguido pelo professor e a divisão mensal dos conteúdos apresentados. É interessante ressaltar que a Geometria se dá sempre no final do livro e para o ano são separados os dois últimos meses.

#### 4 – A GEOMETRIA PRESENTE NA COLEÇÃO

A seguir discutiremos e apresentaremos a Geometria presente na coleção. Faremos a divisão por volumes, para ficar mais clara a proporção e os direcionamentos dados pelas autoras para tal conteúdo. Para obtermos um panorama da proporção de geometria em cada volume, montamos uma tabela que mostra a quantidade de páginas referentes a esse tema.

**Tabela 1: Quantitativo de Geometria em cada volume da coleção “Curso Completo de Matemática Moderna para o Ensino Primário”.**

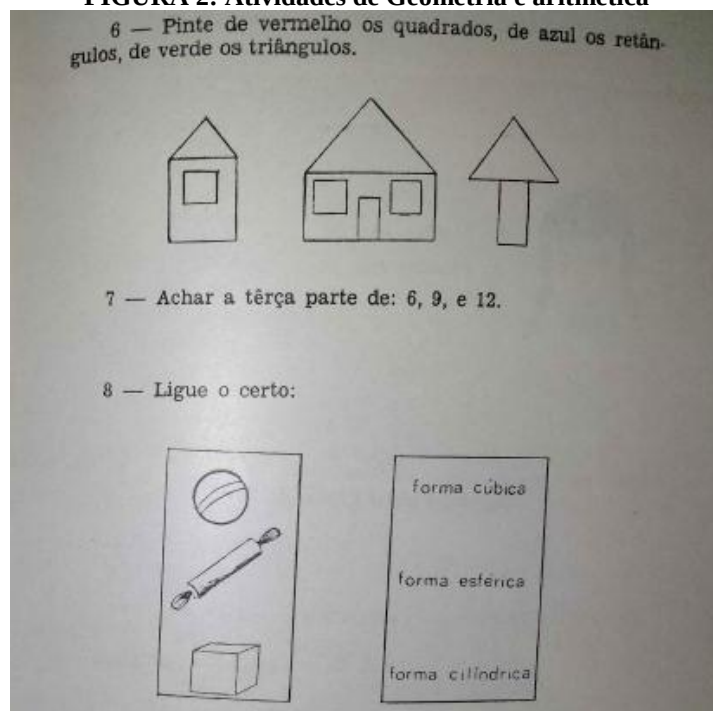
| <b>Volume</b> | <b>Total de páginas</b> | <b>Páginas sobre geometria</b> | <b>Porcentagem</b> |
|---------------|-------------------------|--------------------------------|--------------------|
| <b>1</b>      | 187                     | 6                              | 3,21%              |
| <b>2</b>      | 189                     | 14                             | 7,41%              |
| <b>3</b>      | 197                     | 37                             | 18,78%             |
| <b>4</b>      | 199                     | 35                             | 17,58%             |
| <b>5</b>      | 317                     | 43                             | 13,56%             |

FONTE: Dados da pesquisa.

No primeiro volume da coleção, as autoras defendem que a criança deve começar a receber as primeiras noções de Geometria desde o primeiro grau, dentro das oportunidades

surgidas durante as aulas. Nele são trabalhadas as noções de formas geométricas. O professor deverá dar a noção exata das figuras planas e dos sólidos geométricos, podendo fazer relações com formas aproximadas, por ser o aluno ainda muito novo. Nas atividades sugeridas, aparecem problemas que envolvem cores e formas, também se encontram exercícios para que os alunos correlacionem os objetos às formas, ligando o objeto ao nome de sua forma geométrica, por exemplo, a bola sendo uma esfera, o dado sendo um cubo e o bastão de enrolar massa na forma cilíndrica.

**FIGURA 2: Atividades de Geometria e aritmética**



FONTE: Livro “Curso completo de Matemática Moderna para o Ensino Primário”, volume 1, p. 177.

No segundo volume, o início da geometria se dá com as formas cúbicas e cilíndricas. Nele encontramos a planificação do cubo e a do paralelepípedo retângulo, com a instrução para o professor recortar e montar os sólidos com as crianças, levando-as a observar que no cubo todas as faces são do mesmo tamanho e possuem a mesma medida, e que essas faces são os quadrados.

**FIGURA 3: Planificação do cubo e do paralelepípedo, e o modo de armar.**



FONTE: Recorte do livro “Curso completo de Matemática Moderna para o Ensino Primário” volume 2, p. 176, 177 e 178.

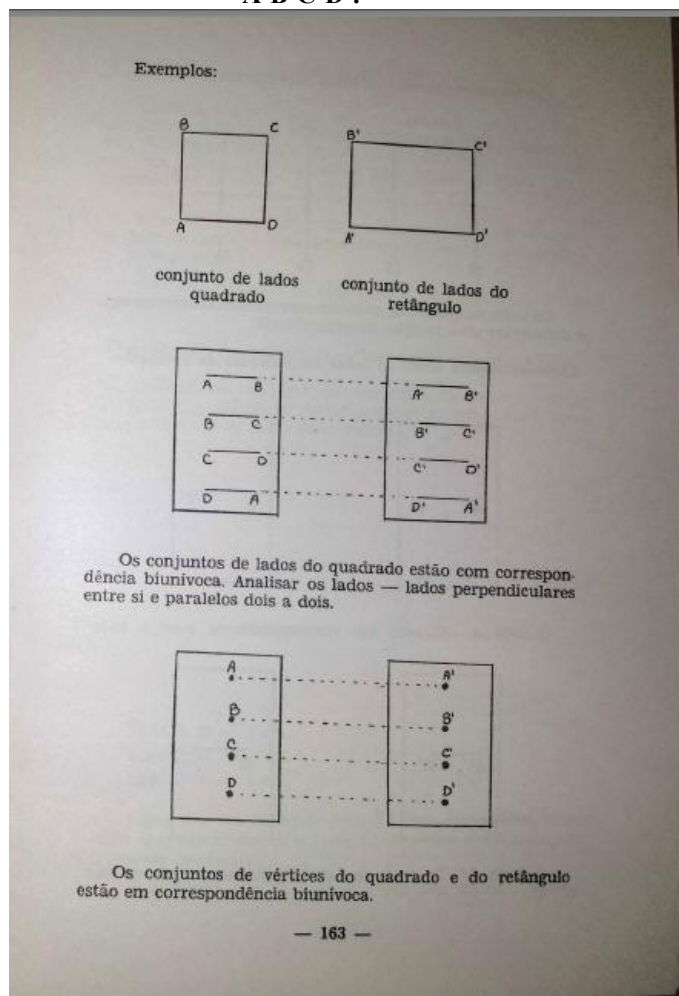
Em seguida, encontramos uma ideia de como trabalhar com os quadrados e os retângulos e a partir deles construir os triângulos, fazendo a diagonal dessas figuras. Nesse sentido se introduz a ideia de congruência. A ideia é mostrar todos os tipos de triângulos, deixando a criança perceber que toda figura de três lados é chamada triângulo. Depois vem a ideia de ponto e linhas. As autoras afirmam que a ideia de ponto é intuitiva, e os professores podem fazer pontos na lousa para levar as crianças a perceberem o seu significado. Em seguida, elas instruem os professores para fazerem com que os alunos construam linhas que liguem dois pontos: suas casas até a escola, situação que deverá ser desenhada na lousa, introduzindo o conceito de linha curva. Elas ainda pedem para os professores mostrarem que a menor curva, a que representa o caminho mais curto, é chamada “linha reta”, e que esta é um conjunto de infinitos pontos. Explicam também o conceito de “segmento de reta” e em seguida mostram que a reta pode ser dividida em duas partes, chamadas “semi-retas”.

Dando sequência, as autoras classificam as retas de acordo com suas posições: vertical, inclinada e horizontal. Elas pedem para que os professores mostrem exemplos, como as linhas retas encontradas nas portas, janelas, dos canteiros dos jardins. Ainda sobre as retas, elas instruem os professores a falarem das retas que mantêm a mesma distância são chamadas retas paralelas, e dá exemplos, como os trilhos da estrada de ferro, e ainda tem os desenhos das retas paralelas verticais, inclinadas e horizontais. Também são definidas as linhas divergentes, que partem do mesmo ponto, onde o exemplo usado é o de uma menina segurando um balão mostrando que as linhas “partem” da mão da menina. Sobre as linhas convergentes, que vão se encontrar num mesmo ponto, os exemplos usados são as varetas que formam as linhas do guarda-chuva ou do carrossel.

No terceiro volume, o capítulo de Geometria se inicia pelo cubo e pelo quadrado. Nele se tem a ideia de que montando o cubo a criança terá contato com o quadrado. Depois o estudo no cubo é voltado para os vértices e para os lados. O mesmo processo é feito para

o estudo do paralelepípedo e o retângulo, mostrando ainda uma região interna ao retângulo. Há aqui uma comparação entre o quadrado e o retângulo, para que os alunos possam perceber e diferenciar as duas figuras. No livro, encontramos um quadrado  $ABCD$  e um retângulo  $A'B'C'D'$  onde as professoras demonstram que o conjunto de lados do quadrado está em correspondência biunívoca e conservam uma relação de equivalência. Em seguida elas mostram que os vértices do quadrado e do retângulo dado se encontram em correspondência biunívoca. Mostram ainda a correspondência entre os lados equivalentes do retângulo, tomando os lados paralelos para fazer tal correspondência. Essa é uma das abordagens típicas da Matemática Moderna.

**FIGURA 4: As correspondências biunívocas feitas com o quadrado  $ABCD$  e o retângulo  $A'B'C'D'$ .**



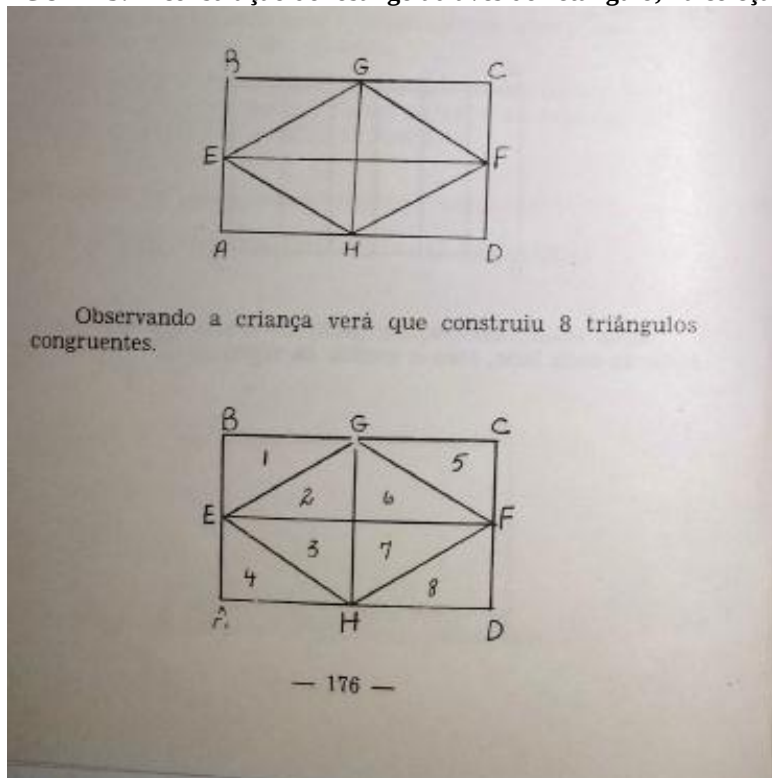
FONTE: Livro “Curso completo de Matemática Moderna para o Ensino Primário”, volume 3, p. 163.

Em seguida, o assunto é sobre o triângulo e a sua classificação quanto aos seus lados: equiláteros, cujos três lados são equivalentes; isósceles, cujos dois lados são equivalentes e o escaleno que não há equivalência entre os lados. O termo “equivalência” é usado para dizer que os lados possuem a mesma medida. Mais adiante o assunto abordado é sobre ângulos e alguns desenhos ilustram os casos de ângulos agudos e oblíquos. Há a

comparação, logo a seguir, do retângulo com o paralelogramo, utilizando a mesma ideia de correspondência biunívoca entre os ângulos.

Para apresentar o losango, elas utilizam o retângulo, pedindo ao aluno para marcar um ponto no “meio” de cada lado do retângulo com auxílio de uma régua e no final, fazer com que a criança ligue os pontos marcados e formar oito triângulos congruentes, conforme ilustra a figura a seguir.

**FIGURA 5: A construção do losango através do retângulo, na coleção.**



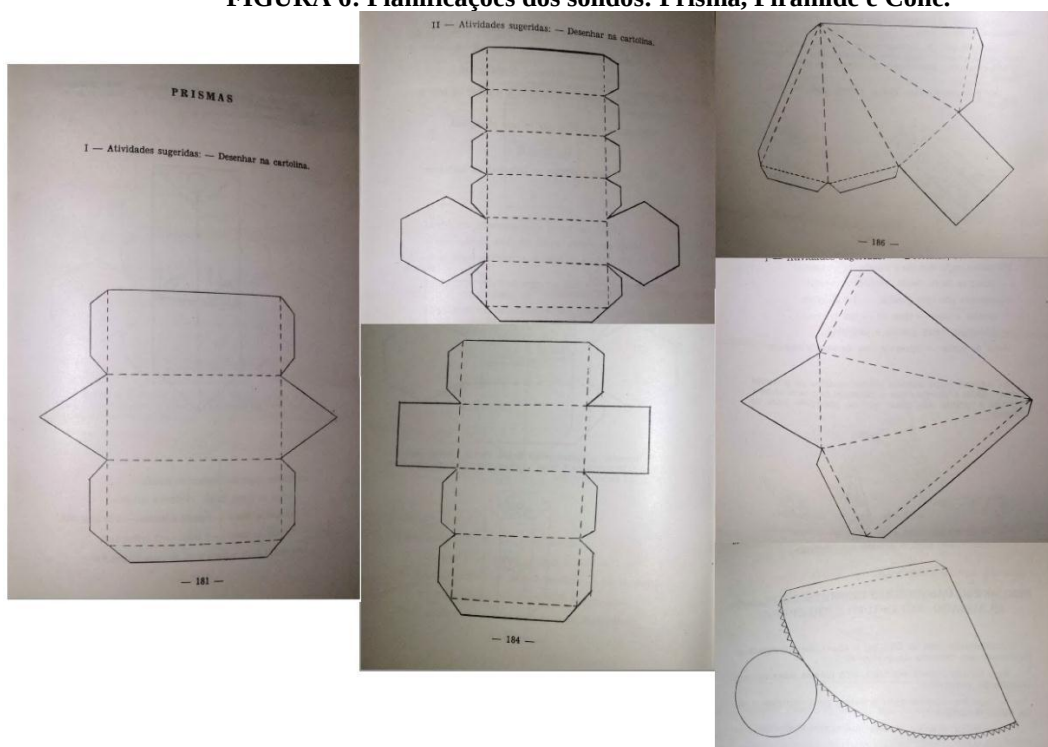
FONTE: Livro “Curso completo de Matemática Moderna para o Ensino Primário”, volume 3, p.176.

Sobre a circunferência, elas instruem aos professores que utilizem de régua e compasso, e mostrar aos alunos que circunferência é a linha curva traçada, e a região interna é chamada de círculo. Ao diferenciar a esfera do círculo, elas escrevem “Esfera é um sólido geométrico, ocupa lugar no espaço. Sua superfície é curva. Rola no espaço como uma bola. O círculo é bem diferente da esfera, ele é uma figura desenhada num plano onde a esfera é um sólido” (CARVALHO, H., FERREIRA, T., p.179)

A seguir, elas trabalham com os sólidos geométricos. Todos têm sua planificação e a instrução dada é que essas planificações sejam desenhadas, em cartolinas e a montagem seja feita com as crianças, trabalhando o que é face, vértice e aresta, e contar esses elementos em cada sólido, prisma, cone e pirâmide, o nomeando segundo a figura que está em sua base. Finalizam o capítulo explicando o conceito de perímetro e calculando o perímetro de algumas figuras planas: o quadrado, o triângulo e o retângulo.



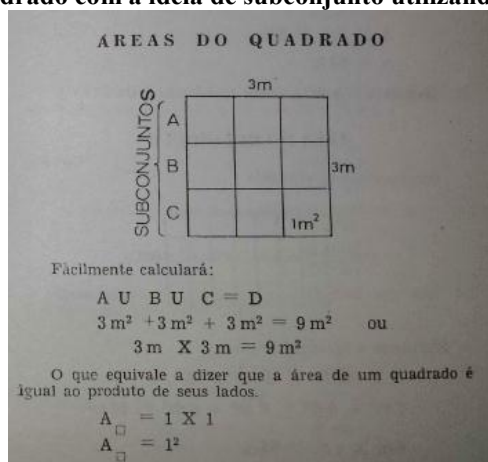
**FIGURA 6: Planificações dos sólidos: Prisma, Pirâmide e Cone.**



FONTE: Recorte do livro “Curso completo de Matemática Moderna para o Ensino Primário”, volume 3, p. 181, 183, 184, 186 e 187.

No quarto volume, a geometria se inicia com a área do quadrado, assim como a do retângulo, utilizando a ideia de subconjuntos. Um quadrado é dividido em nove quadrados menores e cada linha que contém os quadradinhos são consideradas subconjuntos, onde o aluno vai contar quantos metros quadrados ele tem em cada subconjunto e qual é o total de metros quadrados para o quadrado todo, fechando assim a ideia de área. Elas utilizam o símbolo “U” de união para representar a soma das linhas. A figura a seguir mostra como as autoras trabalham essa ideia. O mesmo ocorre para a área do retângulo.

**FIGURA 7: Área do quadrado com a ideia de subconjunto utilizando o símbolo “U” de União.**



FONTE: Livro “Curso completo de Matemática Moderna para o Ensino Primário”, volume 4, p. 149.



Com a área do paralelogramo, as autoras indicam às professoras para mostrarem que o paralelogramo pode ser visto, a partir de recortes, como um retângulo. A área do losango elas também se baseiam no retângulo, utilizando o desenho da figura 6. A área do trapézio elas montam, com dois trapézios, um paralelogramo e depois deduzem a fórmula. Todas essas áreas são deduzidas e ilustradas. A seguir, elas trabalham a ideia de ângulos e suas medidas. Existe uma parte direcionada para a igualdade e congruência das figuras geométricas, onde elas usam dos conceitos de conjuntos para relacionar as figuras. O conceito de igualdade é bem trabalhado e diferencia igualdade de congruência, retomando a ideia de igualdade entre dois conjuntos, que são iguais quando todos os seus elementos forem iguais.

Após esse estudo, o assunto é referente aos polígonos e linhas poligonais, dando continuidade também ao estudo dos trapézios. O círculo e a esfera são trabalhados posteriormente, com atividades que utilizam régua e compasso, e mostrando as relações entre raio e diâmetro, suas definições. Também mostram a ideia de reta secante, tangente. Definem, mais uma vez, o círculo como o conjunto de pontos da circunferência e o conjunto dos pontos internos a ela. Para falar de esfera, elas instruem que não desenhe a esfera, pois o desenho não fará com que a criança entenda duas propriedades. Mas o professor deve mostra-la. Para finalizar, elas dão os passos para se ensinar o comprimento da circunferência, arcos e medidas dos ângulos inscritos a uma circunferência.

No quinto volume, a ideia de os temas de geometria é abordada de forma semelhante aos volumes anteriores, principalmente o quarto volume por ser mais abrangente.

É importante ressaltar que nos primeiros volumes a Geometria é básica, trabalhando com as crianças apenas os conceitos de formas, de tamanho e posição. Neles são separadas poucas páginas para tratar do assunto. Nos demais, os conteúdos vão sendo abordados com mais detalhes, apresentando os conceitos e definições, bem como propriedades, estruturas, áreas, volume, capacidade e massa, separando esses conteúdos do capítulo reservado à Geometria

De forma geral, a bibliografia apresentada não varia muito de um volume para o outro. As referências bibliográficas voltadas para a Geometria, que aparecem na coleção, são “Algebra Y Geometria para la Escuela Primária – Dr. Calleb Gateño” e “Initiation a la Gêometrie – Dunod – Paris – Luciene Felix” e “Curso de desenho para a 2ª Série Ginasial – José de Arruda Penteado”.

Luciene Felix, professora e pedagoga francesa proferiu palestras tais como a que foi anunciada no “O Estado de São Paulo” em 15 de Agosto de 1962 com o título “Palestra de professora Francesa”, notícia que foi publicada no “O Estado de São Paulo em 15/08/1962”. Foi conferencista sobre a Matemática Moderna no Ensino, em 1965, que aconteceu devido ao convênio do GEEM com a Secretaria da Educação, a Universidade Mackenzie e a Embaixada Francesa. Ela retornou ao Brasil em 1968 a convite do GEEM para novamente dar palestras aos professores primários e secundários (NAKASHIMA, 2007, p.101).

## 5 – CONCLUSÃO

A geometria proposta na coleção “Curso Completo de Matemática Moderna para o Ensino Primário” aparece de forma gradual, de acordo com os volumes da coleção. Constatamos, no primeiro volume, uma abordagem sem conceitos formais, apenas com a

percepção das formas e figuras, cujo objetivo era levar as crianças a perceberem e diferenciarem essas formas. À medida que avançamos nos volumes, o conteúdo além de se ampliar, é abordado com mais conceitos e definições.

Notamos que, em virtude da influência da Matemática Moderna e da modernização do ensino proposta pelas autoras, os conteúdos possuem características do movimento, tais como a utilização da teoria de conjuntos em alguns conteúdos, como apresentamos anteriormente na análise da coleção. Na coleção também encontramos os sólidos e suas planificações, que são marcas de uma matemática moderna.

As autoras instruem os professores que ao ensinar a Geometria, façam desenhos em quadros, planificações em cartolina para construção do sólido em sala e com a criança, exemplifiquem os conceitos com objetos da própria sala de aula, para que haja um melhor entendimento dos conceitos apresentados.

## 6 – REFERÊNCIAS

ARRUDA, J. P. **Histórias e práticas de um ensino na escola primária:** Marcas e Movimentos da Matemática Moderna. Doutorado em Educação Científica e Tecnológica – Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2011.

CHARTIER, R. **A história cultural – entre práticas e representações.** Lisboa: DÍfiel; Trad, Maria Manuela Galhardo. Rio de Janeiro: Bertrand Brasil, 1991

CHOPPIN, A. O manual escolar: uma falsa evidência histórica. Pelotas/RS: **História da Educação**, ASPHE/FaE/UFPel, vol 13, n.27 p.9-75, Jan/Abr 2009.  
Disponível em <http://fae.ufpel.edu.br/asphe>. Consulta: Julho de 2015.

DUARTE, A. R. S. Um olhar sobre a Matemática nos programas de Ensino Primário de Minas Gerais de 1965. In: SEMINÁRIO TEMÁTICO, XI, 2014, Florianópolis – Santa Catarina.

NAKASHIMA, M. N. **O Papel da Imprensa no Movimento da Matemática Moderna.** Mestrado em Educação Matemática – Pontifícia Universidade Católica, São Paulo, 2007.

SOARES, M. G. **A aritmética de Lourenço Filho:** Um estudo sobre as dinâmicas de transformações do saber escolar em face de uma nova pedagogia. Mestrado em Ciências – Universidade Federal de São Paulo, Guarulhos, 2014.

# APONTAMENTOS PARA UMA HISTÓRIA DA GEOMETRIA PROJETIVA

**Adlai Ralph Detoni<sup>1</sup>, Marina Dutra Vieira<sup>2</sup>, Marcelo Cunha Figueiredo<sup>3</sup>**

<sup>1</sup>UFJF/Departamento de Matemática/ [adlai.detoni@ufjf.edu.br](mailto:adlai.detoni@ufjf.edu.br)

<sup>2</sup>UFJF/Mestrado Profissional em Educação Matemática/ [marinadvmat@yahoo.com.br](mailto:marinadvmat@yahoo.com.br)

<sup>3</sup>IFET-Rio Pomba / DMAFE/ [marcelo.cunha@ifsudestemg.edu.br](mailto:marcelo.cunha@ifsudestemg.edu.br)

## **Resumo**

Este texto traz a estruturação da compreensão que seus autores fazem da história da Geometria Projetiva a partir de pesquisa bibliográfica sobre obras de estudiosos da História da Matemática e afins. Inicialmente se põe uma definição do que é essa ciência, a fim de circunscrever seu lugar na geometria como um todo. A partir das indicações colhidas na literatura, estrutura-se um caminho cronologicamente delineado, amalgamado com nomes, conceitos geométricos e alguns sentidos epistemológicos que as fontes ofertaram. Ao fim, fazem-se algumas conclusões pertinentes para a compreensão da própria Geometria Projetiva, objeto de estudo dos autores, que pesquisam suas possibilidades curriculares.

**Palavras-chave:** Geometria Projetiva, História da Matemática.

*“Na casa da matemática há muitas moradas e,  
dessas, a mais elegante é a geometria projetiva”*

Morris Kline

## **Introdução**

Neste texto, empreendemos uma busca compreensiva da constituição histórica da Geometria Projetiva. Num âmbito mais amplo, formamos um grupo que estuda as possibilidades da presença curricular dessa ciência e intuímos que essa compreensão histórica pode ser importante para estreitarmos entendimento com essa Geometria, em seu estatuto epistemológico e estrutura científica.

Nosso intuito esbarra, preliminarmente, na não disponibilidade de uma historiografia já realizada especificamente sobre a Geometria Projetiva, o que nos faz pôr em campo de pesquisa de publicações referenciais mais diversas. Emerge, desde já, uma tarefa de estabelecer eixos estruturais, ao mesmo tempo de manter um olhar global sobre essa ciência do espaço.

Pela característica de nosso objeto nossas fontes são advindas da literatura. Sabemos que a exploração desse campo solicita uma metodologia que se institui “a partir do registro disponível, decorrente de pesquisas anteriores, em documentos impressos, livros, artigos, teses, etc [...]. Os textos tornam-se fontes dos temas a serem pesquisados.” (SEVERINO, 2007, p. 122).

Apresentaremos um esboço inicial de estruturação histórica, privilegiando dois elementos que se tornam diretores categóricos: a presença do geômetra - sem entrar em detalhes biográficos que não forem importantes para nosso foco- e dos objetos geométricos que falam propriamente de uma Geometria Projetiva. Prevenimos que outros elementos possíveis para a historiografia que pretendemos, tais como os valores epistemológicos dessa ciência, não serão enfatizados ocasionalmente.

Uma presença curricular da Geometria Projetiva passaria por convencer professores, como a nós mesmos que pesquisamos, das potencialidades pedagógicas dessa ciência, e esse pretendido envolvimento com a história – expectamos - pode ser um dos caminhos para a aceitação dessa presença.

### **Breve entendimento da Geometria Projetiva**

Consideramos, aqui, alguns apontamentos do que é a Geometria Projetiva, a fim de estreitar um entendimento base daquilo a que estamos nos referindo quando usamos esse termo.

Obviamente que *projeção* é um objeto máster a ser considerado, mas, restrições devem ser postas. Não estaremos tratando da ciência Perspectiva, apesar de seus laços genéticos com a Geometria Projetiva, que, na atualidade, é uma disciplina acadêmica mais própria dos currículos de cursos de Artes e Arquitetura. Também não estaremos falando da Geometria Descritiva, obra de Gaspar Monge, também com ligações fraternais com nossa Geometria, aquela que é disciplina dos cursos de Desenho e Engenharia; inclusive, o termo *Descritiva* já foi usado como sinônimo de Projetiva. Outras geometrias que lidam com projeções podem ser listadas aqui – como a Geometria Cotada, usada na representação de curvas de nível; preferimos, agora, caracterizar mais pontualmente a Geometria de que queremos tratar.

Acima, talvez curiosamente, colocamos exemplos de Geometrias que *não são* dos matemáticos. A Geometria Projetiva é, por observação pragmática, um assunto de matemáticos, desde o cientista puro ao educador matemático. Considerando o mundo global matemático, a Geometria Projetiva é uma possibilidade alternativa ao euclidiano, apesar de não estar filiada, usualmente, ao que se passou a designar geometrias não euclidianas. Suas distinções do euclidiano são boas trilhas para caracterizá-la.

Usando uma fala bem conhecida, se o euclidiano é a Geometria da régua e do compasso, por vezes até só do compasso, a Geometria Projetiva é a geometria *só da régua*. Isso porque, basicamente, seus objetos envolvem a colinearidade (de pontos) e a incidência (de retas), dois critérios que são invariantes segundo projeções (sobre um plano). As projeções, em geral, não mantêm medidas lineares nem angulares, critérios euclidianos, o que, retomando, dispensa o compasso.

Enfim neste artigo, ao estarmos com a Geometria Projetiva, não trataremos da proporção como em Thales, mas da razão anarmônica. Não buscaremos resultados métricos, mas teoremas que resultem no alinhamento de pontos. Finalmente, interessamos as cônicas mais que o círculo, uma vez que, na superfície cônica circular, elipses, hipérbolas e parábolas são projeções do círculo, abarcando todas as suas propriedades projetivas.

### Busca de sentidos históricos

Na história da Geometria Projetiva, assim como em toda realização estrutural humana, não se tem uma data precisa para seu início. Registros históricos nos levam a vê-la consolidada como uma ciência distinta de outras geometrias apenas no século XIX, devido, principalmente, aos esforços de Poncelet e Staudt.

Ela vem a ganhar uma estruturação mais rigorosa – no sentido de um aporte axiomático- apenas no início do século XX, quando há um movimento de auto-compreensão da matemática e uma tentativa de compreensão do que, à época, vinha sendo chamado, em geral, de Geometria Qualitativa. Entretanto, formulações assistemáticas suas vão ocorrendo desde antes.

Buscando circunvizinhar como a Geometria Projetiva chega a um ponto de amadurecimento - quando podemos dizer que é uma Geometria distinta das demais-, nos lançamos nas fontes possíveis e conhecidas em busca de provas circunstanciais de nomes e realizações. Encontramos as primeiras já no século I da era cristã.

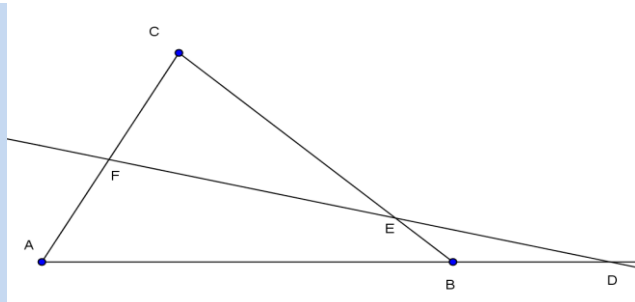
Uma vez que um dos objetos principais da Geometria Projetiva é a colinearidade, vislumbramos, em nossas pesquisas históricas, Menelau como primeiro marco cronológico dessa Geometria. Embora não existam menções de que Menelau tenha se preocupado conscientemente em construir uma geometria alternativa, ele desenvolveu, no início do milênio, um teorema que – entendemos- é um marco de explicitação de um resultado projetivo. Esse teorema ficou esquecido por mais de 15 séculos, sendo redescoberto por Giovanni Ceva no ano de 1678. Uma representação do Teorema de Menelau pode ser a que trazemos a seguir:

#### Teorema de Menelau

Toda reta que corta as três retas suporte dos lados de um triângulo determina seis segmentos tais que o produto de três dentre eles, não tendo extremidade comum, é igual ao produto dos outros três.

Sejam três pontos  $D$ ,  $E$  e  $F$  localizados respectivamente nas retas suporte dos lados  $AB$ ,  $BC$  e  $CA$  de um triângulo  $ABC$ , e diferentes dos vértices. Se  $D$ ,  $E$  e  $F$  são colineares, então

$$\frac{AF}{FC} \cdot \frac{CE}{EB} \cdot \frac{BD}{DA} = 1$$



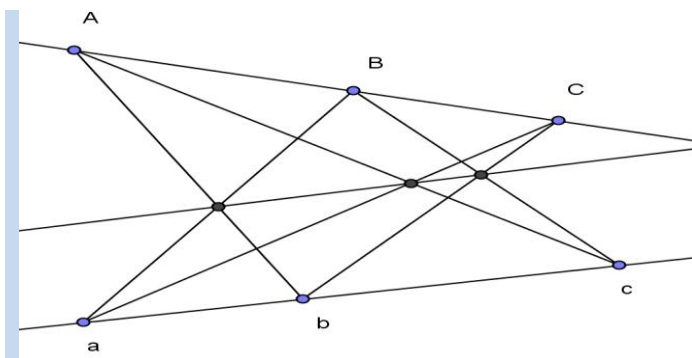
É mais explicitamente projetivo o que seria o teorema recíproco desse, ou seja, se a relação de medidas acima ocorre, então os pontos D, E e F são colineares. O teorema de Menelau foi retomado tanto por Ceva como por outros geômetras, como Pascal, e sustenta uma possível linhagem histórica de estruturação da Geometria Projetiva. Afirmamos isso, pois, adiante, em Pappus, veremos uma criação independente que permite outro caminho de estruturação.

Uma observação filosófico-epistemológica também de importância histórica sobre o teorema é a abertura para uma discussão acerca do infinito. Não há registros de que Menelau a tenha explorado – até porque à sua época não havia ambiente para isso-, mas, na figura acima, se o ponto D se afastar cada vez mais do ponto B, mais a distância DB se aproxima da distância DA, e a razão entre essas duas medidas se aproxima de 1. Fazendo isso, a relação de Menelau se *reduz* à relação de Thales, o que implicaria a reta definida por E e F ser paralela ao lado AB. Em outras palavras, começa a fazer sentido um ponto D no infinito. Nossas digressões, intuitivamente levadas aqui, mostram que o teorema de Menelau é um caso geral do teorema de Thales, o que antecipa, historicamente, o panorama do século XVIII, que, para algumas análises, situou a Geometria Euclidiana como um caso particular de geometrias mais *amplas* em suas fundamentações.

Nossas leituras vão nos mostrando que os objetos matemáticos que hoje podemos reconhecer como sendo da Geometria Projetiva vão aparecendo aos poucos, desapegados de uma linearidade cronológica e unidade lógica para uma ciência. Suas descobertas e avanços vão surgindo de forma extemporânea. A exemplo dessa extemporaneidade, temos Pappus (290 d.C. e 350 d.C), que postulou um teorema que leva seu nome. Caindo no anonimato de três séculos, somente mais tarde esse teorema foi usado por Pascal.

Pappus, a partir de comentário de um dos livros de Euclides, teoriza sobre um resultado marcante para o pensamento projetivo, que é a invariância da razão cruzada, ou razão anarmônica, nome e conceituação dados e ratificados séculos mais tarde com Desargues e Cremona.

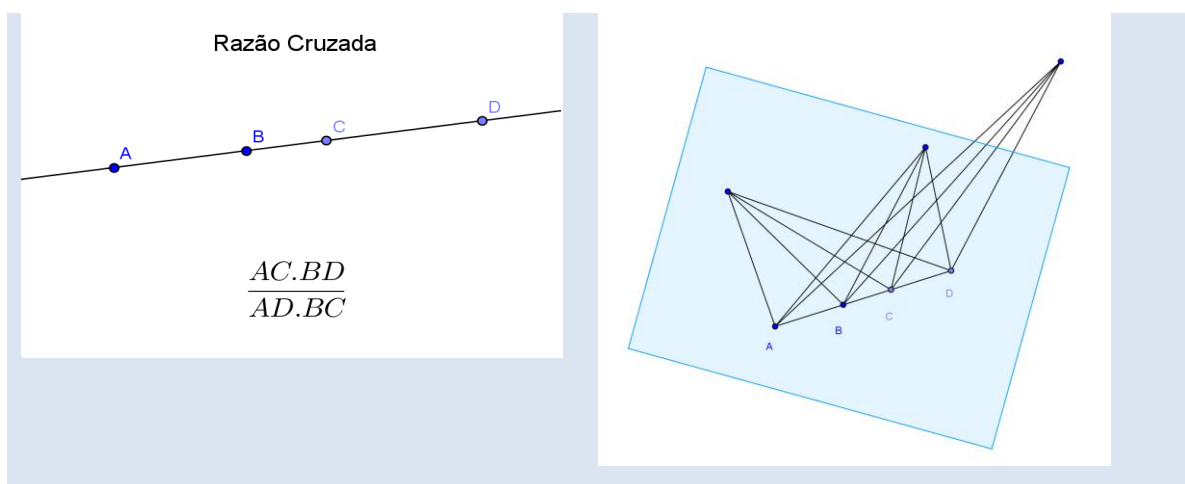
Uma formulação do teorema de Pappus pode ser: sejam dois conjuntos de três pontos alinhados A, B e C, e a, b e c; as interseções das linhas Ab e aB, Ac e aC, Bc e bC estão alinhadas (figura abaixo). A demonstração desse teorema requer relações que resultam nesse novo objeto geométrico, que é a citada razão cruzada. Aparentemente, Pappus não se deu conta da amplitude do que realizou, uma vez que, já no século XVII, Pascal descobriu seu trabalho e generalizou esse resultado.



### Ilustração do teorema de Pappus

(anos mais tarde generalizado por Pascal, situando os seis pontos A, B, C, a, b e c sobre uma cônica)

Percebemos que esse movimento histórico vai além de uma ratificação e generalização, em vista que a situação geométrica posta envolve feixes projetivos de quatro retas. Todo feixe de quatro retas que passa pelos mesmos quatro pontos alinhados - e sua razão cruzada-, terá a mesma razão cruzada, e uma consequência epistemológica se abre, uma vez que podemos ter feixes relacionados coplanares ou não. Uma característica da Geometria Projetiva é sua independência de se estar no plano ou no espaço volumétrico. As duas figuras a seguir ilustram o que falamos:



Esse movimento de generalização e incorporação sistemática de resultados é próprio da matemática, às vezes se dando de forma claudicante, como vemos para a Geometria Projetiva. Mas não só de geômetras foi alimentada essa ciência. No século XV ela ganha inestimáveis companhias vindas do âmbito das artes e arquitetura e, mesmo para matemáticos, essas influências são seu ponto de partida (COXETER, 1974, p. 2; EVES, 1963, p. 281). A estética renascentista, que começa a ser constituída por essa época, coloca em questão uma técnica de representação que espelhasse a reprodução mais *fidel* do mundo físico real, e seus grandes artistas partem para soluções tanto instrumentais quanto matemáticas.

Os estúdios de pintura, a essa época, viram laboratórios experimentais, com grande aporte de descobertas das leis da ótica, ainda estruturadas em arcabouço euclidiano, como em Alberti (MACHADO, p. 63-75). No início do século XVI, o pintor Dürer, por exemplo, afasta-se de seus afazeres pictóricos na intenção de estudar uma geometria que satisfizesse relações de projeções dos objetos para suas telas, ao fim publicando sua *Géométrie* (DÜRER, 1995).

Fazendo interpretações a partir do que vemos tratado nessa citada obra, encontramos resultados geométricos voltados para um objetivo determinado, que abrange estudar as deformações métricas (angulares e lineares) inerentes ao objeto real até sua representação numa tela. Vemos muitas soluções particularizadas, ainda que com apresentação de interessantes relações matemáticas. Muito do que ali está é base para o que, depois, veio a ser a Geometria Projetiva - como grande exemplo temos o esquema dos planos em

*geometral*-, mas, correlativamente, identificamos uma ligação científica mais forte com o que hoje chamamos de Perspectiva.

Paralelamente, um nome renascentista, já no século XVII, se debruça sobre a mesma tarefa e realiza resultados que mais se ligam à Geometria Projetiva do que à Perspectiva dos artistas. Girard Desargues, arquiteto, mesmo tendo em vista suprir necessidades imediatas de sua profissão, em seus estudos acaba por produzir teoremas e eixos conceituais que o tornam o primeiro sistematizador do pensamento projetivo. Os objetos geométricos que cria e desenvolve são, com alto grau de explicitude projetiva, dessemelhantes dos objetos euclidianos, tanto em sua formulação ontológica quanto em sua presença epistemológica. Mesmo sem ter essa intenção, poderíamos dizer que esse arquiteto é o primeiro geômetra projetivo.

A obra científica de Desargues, apesar de o mesmo a chamar sua principal publicação algo em torno de um esboço – *Brouillon project d’une atteinte aux événements des rencontres du cone avec un plane*, de 1639, em tiragem de apenas cinquenta exemplares -, é um projeto de desenvolvimento sistemático de um assunto matemático (TATON, 1951). Na citada obra de Taton, que compreende capítulo que traz os originais do *Brouillon*, podemos ver uma estrutura matemática projetiva se constituindo, concebendo objetos fundamentais, como razões de pontos ordenados sobre uma reta e o conceito de involução.

Eves nos lembra que Desargues está produzindo numa época em que as descobertas do cálculo e da análise estão acontecendo diuturnamente, o que, de certo modo, explica o ostracismo ao que foi legadas as ideias produzidas por esse geômetra. Mesmo quando Chasles, em 1839 escreve uma história da geometria, Desargues é olvidado – seis anos depois disso é descoberta cópia de trabalhos seus feita por seguidores, e ele, finalmente, é reconhecido como o primeiro desenvolvedor da Geometria Projetiva (EVES, 1963, p. 282).

Vários estudiosos apontam também o movimento de transformação de ideias ocorridas pela *nova* astronomia, dos séculos XVI e XVII, como um contributo ao desenvolvimento da Geometria Projetiva. Como já apontamos acima, as investigações sobre as cônicas se tornam um âmbito para discutirem-se propriedades projetivas, e o abandono do modelo astronômico, hegemônico até então, legado por Ptolomeu à ciência europeia, favorece que esse tema emergja como horizonte de produção de ideias matemáticas.

A revolução que Copérnico planta ao idealizar modelo heliocentrista abre novas soluções geométricas, apesar de ele, por não contar com tecnologia suficiente, residir mais no plano teórico. Quando Tycho Brahe e, em sequência, Kepler podem dispor de aparelhos óticos aperfeiçoados para a pesquisa astronômica, observações experimentais e formulações matemáticas vão se encontrando no mundo das cônicas. A importância da projeção já está posta desde a própria concepção de aparelhos óticos e se estende às propriedades projetivas de elipses, hipérboles e parábolas.

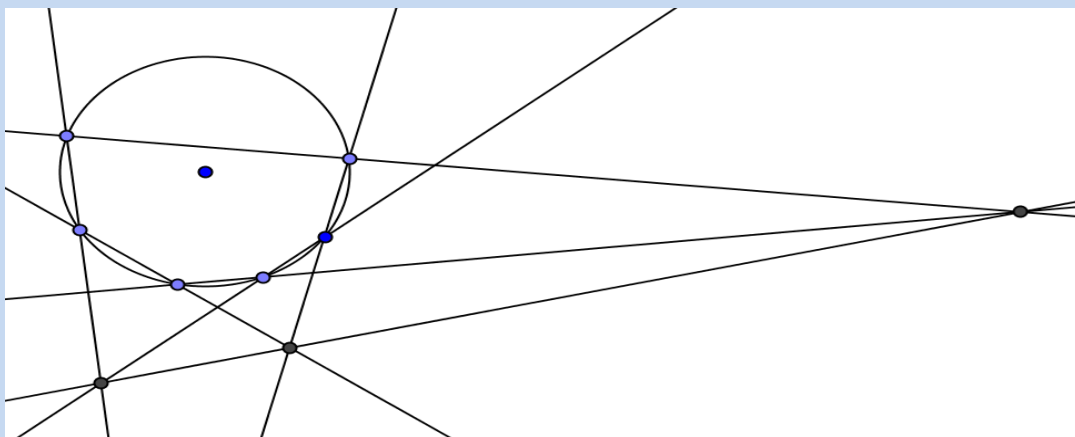
Além dos invariantes por projeção, elementos já pontuados como geométricos projetivos, ou criados ocasionalmente como astronômicos vão se constituindo, como a agora necessária ideia de pontos no infinito, como foi o caso da *descoberta* do segundo foco de uma parábola. Com todos esses apontamentos científicos cruzados, definitivamente o estudo das cônicas, muito além de suas propriedades métricas estudadas notadamente pelos gregos, torna-se um horizonte de pesquisas.



Ainda no século XVII, Blaise Pascal, que foi contemporâneo de Desargues, ao debruçar-se sobre os estudos deste, certamente com acesso às mais recentes descobertas científicas – sua família tinha presença intelectual - vai investigar as cônicas e suas propriedades projetivas. Ele, por exemplo, em 1640 desenvolve um importante teorema para a estruturação da Geometria Projetiva que, mostrado abaixo numa situação circular, é extensivo a todas as cônicas.

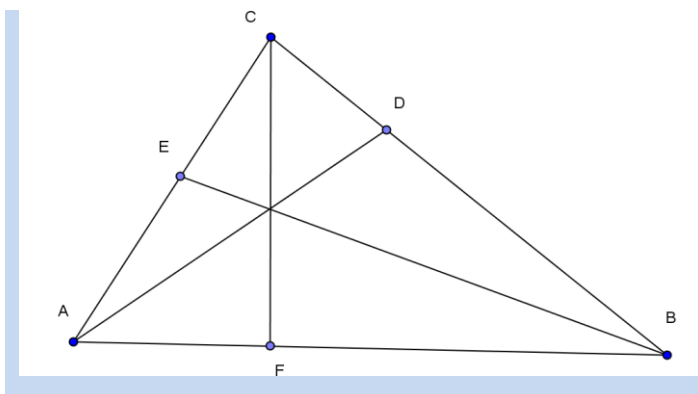
#### **Teorema do hexágono inscrito de Pascal:**

Os pontos de encontro entre os 3 pares de lados opostos de um hexágono ABCDEF (convexo ou não) inscrito em um círculo são colineares.



Esse teorema, mesmo que seu autor não explicitasse isso, é notadamente projetivo, uma vez que seu resultado não acolhe objetivos métricos, mas, trata de uma colinearidade. Nem todas as fontes referendam o que pudemos apurar, porém, seguramente o teorema de Menelau foi usado por Pascal para a confirmação da verdade matemática exposta. De todo modo, é imediato ao leitor perceber que os triângulos que aparecem na figura ilustrativa são cortados por transversais, gerando várias possibilidades de se escrever a relação menelaica.

O uso dos resultados projetivos do teorema de Menelau, podemos dizer, passa a ser um crivo de filiação de estudos geométricos ao pensamento projetivo. É com essa interpretação que colocamos Giovanni Ceva como mais um nome na história da Geometria Projetiva, quando, em 1678, em sua obra *De lineis rectis*, prova um teorema que, hoje, leva seu nome:



### Teorema de Ceva:

Três medianas de um triângulo concorrem em um ponto se, e somente se,

$$CE \cdot AF \cdot BD = AE \cdot FB \cdot CD$$

Na situação ilustrada acima, também podemos vislumbrar vários triângulos partidos do triângulo original, todos cortados por transversais e, portanto, permitindo a escrita de várias relações menelaicas. Isso é suficiente para a demonstração desse teorema, que pode ser visto quase que como corolário do teorema de Menelau. Uma observação epistemológica interessante é que, embora não deixe de ser um resultado que se aplica a situação muito próxima do euclidiano, carrega a característica de se aplicar genericamente sobre cevianas, não requisitando que elas tenham alguma particularidade. Essa observação reproduz o que já apontamos antes, que a Geometria Projetiva se mostra num mundo geométrico mais amplo que a Euclidiana.

A matemática como um todo, como sabemos, avança sobremaneira no século XVIII, na análise e na álgebra notadamente, mas a geometria sofre um refluxo de produção. Nossas pesquisas dão indícios que a Geometria Projetiva corrobora com essa observação. Mesmo os nomes de De La Hire e Le Poivre, que publicam até apenas o início desse século, não têm a ordem projetiva genuína, pois “para Desargues e Pascal uma cônica é a projeção de uma circunferência sobre um plano, e [...] De la Hire concebeu um processo que permite passar de uma circunferência para uma cônica situada no plano da circunferência”. (GODEAUX, s/d, p. 66)

A percepção de o século XVIII não trazer grandes avanços projetivos é indiretamente corroborada por Bell, que mostra o geômetra Poncelet, nos primórdios do século XIX como um reiniciador dos grandes avanços da Geometria Projetiva, depois do século XVII de Desargues e Pascal. (BELL, 1937, p. 208)

A Politécnica de Paris, um misto de academia militar e engenharia, que floresce desde a Revolução Francesa, é um celeiro de geômetras, tendo em seu docente Gaspar Monge uma figura aglutinadora e inspiradora para muitos. Além de desenvolver a analítica, especialmente escrevendo obras didáticas para sua sedimentação acadêmica, este matemático cria uma geometria que usa de projeções em um sistema de dois ou três planos para levar os objetos de três dimensões para o plano, desenvolvendo, assim, sua Geometria Descritiva. Como o nome diz, é uma Geometria que se importa com a representação de objetos, não com o desenvolvimento de relações geométricas intrínsecas novas.

Poncelet é aluno de Monge e vários estudiosos creditam àquele um ápice de sistematização da Geometria Projetiva, que com se consolida como uma ciência independente em seus objetos e propósitos. Entre outras obras preliminares, Poncelet publica o *Tratado das Propriedades Projetivas das Figuras* no ano de 1822, que é

considerada um marco para essa ciência. O método de pesquisa geométrica presente nessa obra compartilha a projeção e a seção.

Entre outras contribuições que vão se estendendo nos anos seguintes, Poncelet introduz fundamentadamente a noção de *elementos ideais*, buscando dar sentido a interseções no infinito. Bell (BELL, 1937, p. 211) lembra que ele realiza isso quando a Geometria Cartesiana estava em franca produção de descobertas algébricas, e algumas situações não encontrariam sentido geométrico sem as contribuições de Poncelet. A importância maior desse matemático foi se ocupar de soluções sintéticas, e os avanços nessa direção são considerados grandes motivadores de novas pesquisas em álgebra e em análise.

Uma das aberturas permitidas pelos estudos de Poncelet foi o estudo das polaridades, conceito que faz juntar processos de transformação por inversão com invariantes por projeção e que foi ocupação de Chasles. Esse contemporâneo de Poncelet na Politécnica de Paris sistematiza estudo já intuído por Monge, que culmina no importante princípio da dualidade. Entendemos que tal princípio ratifica uma observação nossa anterior de que a Geometria Projetiva lida com poucas fronteiras entre situações planas e no espaço de três dimensões.

A partir dos estudos de Poncelet, as pesquisas das invariâncias projetivas ganharam eixo de desenvolvimento, como em Von Staudt, que publicou uma formulação mais radical na qual se dispensa qualquer resultado métrico. Para Bell (op. cit.), esses avanços culminaram nos esforços de Cayley e, especialmente, Klein em suas intenções de se compreender unificadamente todas as geometrias.

Em seu conhecido *Programa*, de 1893, Felix Klein observou que o desenvolvimento da Geometria Projetiva ocupava o primeiro lugar nos resultados obtidos pela geometria nos últimos cinquenta anos. Ela aparece, nessa publicação, como coroamento de toda a geometria, uma vez que até as relações métricas – que não se conservam em projeção – foram incorporadas, “com a ressalva que as propriedades métricas, não mais como propriedades dos entes em si, são vistas como relações entre esses e uma forma fundamental, o círculo imaginário no infinito” (KLEIN, 1984, p. 2).

Desse pensamento comunga Kline, que diz que a Geometria Projetiva se fez independente e plena, a ponto de tornar todas as outras geometrias até então, euclidianas e não-euclidianas, possíveis derivações dela (KLINE, 1956, s/n). Para esse estatuto supremo corroborou o pensamento epistemológico que se constituía aos fins do século XIX e preâmbulo do XX, o qual compreendia que as relações qualitativas, como as projetivas, deviam preceder as quantitativas.

Com a estruturação dos objetos projetivos em uma linha conceitual, basicamente no estabelecimento das *projetividades*, suas aplicações se tornaram mais seguras e seu papel de geometria mais ampla e abrangente pôde se constituir. Todo esse caminho estruturante chega, já em 1910, a Hilbert, que, preocupado em ditar formalmente os fundamentos da geometria, busca um rigor lógico para a articulação dos objetos projetivos, escrevendo uma axiomática que deixa a Geometria Projetiva, desse modo, com pouca lembrança do trabalho intuitivo que sempre a caracterizara até ali (BELL, 1945, p. 263).

Com esse nascedouro, o século XX projetivo esteve preocupado com a algebrização dos procedimentos, deixando basicamente o momento geométrico sintético para ilustrações ou para apresentação de conceitos, logo postos em escrita formal e algébrica.

### **Considerações finais**

A falta de textos disponíveis já estruturados para a história da Geometria Projetiva nos pôs em uma trajetória que, se por um lado deixou-nos na incerteza de ter constituído um material pelo menos coerente, ao menos favoreceu nossa intenção maior, que é a compreensão do estatuto científico dessa Geometria.

Ter realizado o levantamento de literatura e delineado um eixo historiográfico reforçou em nós a percepção de que a compreensão histórica é um meio importante para se acercar duma ciência, permitindo uma perspectiva de compreensão peculiar dela.

Consideramos que fizemos uma articulação ainda tênue, por mais que ajudados por obras de grandes pensadores da matemática, e que deixamos vãos livres que dariam mais densidade de compreensão evolutiva e global da Geometria Projetiva. Também, vimos que uma reflexão filosófico-epistemológica pode e deve ser realizada ao longo da estruturação histórica, uma vez que a trajetória do pensamento humano para o tema é coadjuvante precioso de fatos e datas.

Terminamos vendo reforçada nossa intuição da importância da compreensão histórica da Geometria Projetiva, tanto para nós mesmos que estamos estudando sua estrutura científica sintética quanto para a levarmos a outros em nossa intenção maior, que é sugerir a presença curricular dessa ciência.

### **Referências**

BELL, E. T. **Men of mathematics**. New York: Simon & Schuster, 1937.

\_\_\_\_\_. **The development of mathematics**. New York: McGraw-Hill, 1945.

COXETER, H.S.M. **Projective Geometry**. 2 ed. Toronto: University of Toronto, 1974.

DÜRER, A. **Géométrie**. Paris: Seuil, 1995.

EVES, H. **A survey of geometry**: volume one. Boston: Allyn and Bacon, 1963.

GODEAUX, L. **As Geometrias**. Lisboa: Publicações Europa-América, 1936.

KLEIN, F. *O programa de Erlangen*. in: FERNANDES, N. C. (Trad.) **O programa de Erlangen de Félix Klein**: considerações comparativas sobre as pesquisas geométricas modernas. São Paulo: Ifusp, 1984, 2-78.

KLINE, M. Foreword. in: RUSSEL, B.A.W. **An essay on the foundations of geometry**. New York: Dover Publications, 1956.

MACHADO, A. **A ilusão especular**. São Paulo: Brasiliense, 1984.

SEVERINO, A. J. **Metodologia do trabalho científico**. São Paulo: Cortez, 2007.

TATON, R. **L'œuvre mathématique de G. Desargues**. Paris: Presses Universitaires de France, 1951.

# APRENDENDO MATEMÁTICA POR MEIO DA MODELAGEM MATEMÁTICA APLICADA A CULTURA DO MARACUJÁ

**Laís Lima Silva de Oliveira<sup>1</sup>**  
**Elizeu de Jesus da Conceição<sup>2</sup>**  
**Rodney Alves Barbosa<sup>3</sup>**

<sup>1</sup>Aluna do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Baiano – Ifbaiano  
laisb.silva@hotmail.com

<sup>2</sup>Graduando em Licenciatura em Matemática pela Universidade do Estado da Bahia (UNEB)-Campus X  
elizeu.p@hotmail.com

<sup>3</sup>Professor Mestre em Engenharia de Produção no Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia  
Baiano – Ifbaiano  
rodney.barbosa@teixeira.ifbaiano.edu.br

## RESUMO

A realidade atual vem colocando cada vez mais a Matemática em todos os ambientes sendo esse urbano ou rural, incluindo dentro da agricultura que se faz presente em todo processo evolutivo do homem, tornando necessário que a sociedade busque sempre resgatar os valores matemáticos dentro do ambiente correspondente ao agronegócio brasileiro. Na tentativa de promover a integração entre as duas áreas e desenvolver um trabalho coletivo dentro do ambiente escolar e correlaciona-lo matematicamente com o curso técnico de agropecuária, buscamos construir um modelo matemático a partir dos conteúdos do ensino médio que represente o desempenho do crescimento de mudas de maracujá (em observação) utilizando quatro substratos distintos, onde foi trabalhado diferentes métodos de adubação. Para este fim tivemos como ferramenta ao nosso favor, a Modelagem Matemática que serviu para fazer a ligação ente os conteúdos matemáticos com a aplicação no curso técnico. Com o uso da Modelagem chegamos num resultado que mostra o tratamento quatro, composto orgânico/mineral, como o mais indicado para o cultivo do maracujá na região.

**Palavras - chaves:** Matemática. Agricultura. Maracujá. Modelagem Matemática.

## INTRODUÇÃO

Neste estudo foi abordada uma pesquisa com a cultura do maracujá no intuito de analisar o melhor substrato para o seu desenvolvimento. Tendo a Modelagem Matemática como referencial utilizado para construir um modelo de crescimento na variação do desenvolvimento das mudas de maracujá, levando em conta o uso de diferentes substratos para mudas dessa cultura, e quanto o uso desse substrato pode interferir quanto ao crescimento vegetativo da mesma. Alguns estudiosos e pesquisadores vêm a Modelagem Matemática como uma rica metodologia para o ensino aprendizagem da Matemática e sala de aula e em diversas situações do ensino, é o que diz também Biembengut e Hein.

*A Matemática, alicerce de quase todas as áreas do conhecimento é dotada de uma arquitetura que permite desenvolver os níveis cognitivos e criativos, tem sua utilização defendida nos mais diversos graus de escolaridade (BIEMBENGUT & HEIN 2009, p. 9).*

O artigo tem o intuito de promover uma integração significativa entre a Matemática e a agricultura, de uma forma que possibilite a observação dos alunos, colaborando de forma positiva para melhor uso e entendimento das disciplinas, estudando o maracujazeiro, uma planta que pertence à família Passiflorácea e, que é amplamente distribuída nos trópicos e regiões temperadas. Composta por 18 gêneros e mais de 630 espécies. O gênero Passiflora é o mais importante economicamente possuindo 129 espécies conhecidas, nativas do Brasil, das quais 83 são endêmicas; podendo ser utilizadas como alimento, remédios e ornamento (Cervi et al., 2010).

## CONHECENDO A MODELAGEM MATEMÁTICA

Cada vez mais, alguns estudiosos da Educação Matemática, como Biembengut, D'Ambrósio, Barbosa e outros, vêm buscando métodos que possam corroborar no ensino aprendizagem da Matemática no meio acadêmico. Tais meios buscam desvendar o grande mito de que a Matemática é o “bicho papão” do ensino básico. Para dar suporte ao estudo deste caso, buscamos auxílio de método conhecido como Modelagem Matemática, uma tendência hoje no campo da Educação Matemática. Segundo Biembengut e Hein (2009) “A modelagem é a arte de modelar que trás uma ampla reflexão no ensino aprendizagem do aluno”

Como a Modelagem Matemática é um método alternativo de ensino da Matemática aplicada dentro do sistema de educação, podemos tentar explorá-la de diversas formas e também em aspectos, quebrando alguns limites existentes em uma sala de aula. Assim proporcionando ao aluno, uma ampla visão do uso da temática, dentro do seu cotidiano e tornando possível também, despertar o interesse dos alunos pela Matemática, mostrando-se de maneira motivadora e criativa através de pesquisas, descobertas e registros. A modelagem se apresenta como uma ferramenta para buscar soluções para problemas frequentemente vivenciados na comunidade em foco.

O objetivo principal do processo de modelar é chegar a um conjunto de expressões aritméticas de formulas, equações algébricas, gráficos ou representações que levem a deduções soluções, e aplicações de dados que foram coletados.

Em seu estudo, Biembengut (2009) aponta que os ideais de Modelagem Matemática tiveram início nos Estados Unidos da América (EUA), e que durante anos houve diversas discussões sobre as aplicações da Modelagem na Educação Matemática. Aqui aplicadas em prol de atividades socioeconômicas. Não somente nos EUA, como também em diversos países europeus essas discussões a respeito da adaptação da Modelagem Matemática para o campo da Educação se fizeram presentes. Tais movimentos influenciaram a Educação Matemática no Brasil, com a participação de profissionais da educação, diversos autores brasileiros tiveram destaque na adaptação da Modelagem na Educação Matemática Brasileira, tais como: Aristides C. Barreto, Ubiratan D'Ambrósio, Rodney C. Bassanezi, Maria Salett Biembengut, entre outros.

Para um aluno de 2º ano de turno integrado com 16 componentes curriculares a matéria de Matemática representa cerca de 11,4 % da carga horaria. Esse número deve pelo fato da Matemática no ensino médio ter uma atenção diferenciada, pois com disse Biembengut e Hein;

*A matemática, alicerce de quase todas as áreas do conhecimento é dotada de uma arquitetura que permite desenvolver os níveis cognitivos e criativos, tem sua utilização defendida nos mais diversos graus de escolaridade (BIEMBENGUT & HEIN 2009, p. 9).*

Dessa forma percebemos que a Matemática está alicerçada no curriculum escolar. E vem sendo utilizada como ferramenta de fundamental importância da Modelagem Matemática e sua interação com as outras ciências têm proporcionado grandes avanços tecnológicos, principalmente na área de atuação da agropecuária.

A busca por modelos matemáticos, que possam explicar determinados fenômenos, é uma prática facilmente observada nas engenharias e em demais cursos com aplicações matemáticas. Esse modelo procura solucionar problemas reais atribuídos aos campos de estudo de cada área.

Visando adaptar essa prática, vários educadores que conceituam a Modelagem de diversas formas, ampliaram seus conceitos conforme definições abaixo citadas de acordo com o artigo de Conceição e Dias, que chegou a tais conclusões estudando outros autores, aqui também mencionados.

Para Bassanezi (2002) apud Conceição (2014, p. 4): “A modelagem matemática consiste essencialmente na arte de transformar problemas da realidade e resolvê-los, interpretando suas soluções na linguagem do mundo real”.

Biembengut (2009) afirma que Modelagem Matemática: “Pode ser considerado um processo artístico, visto que, para se elaborar um modelo, além de conhecimento de matemática, o modelador precisa ter uma dose significativa de intuição e criatividade para interpretar o contexto, saber discernir que conteúdo matemático melhor se adapta e também ter senso lúdico para jogar com as variáveis envolvidas”. (p. 11).

A Modelagem Matemática pode ser conceituada como uma pedra que precisa ser lapidada e adaptada para oferecer ao ensino sua abundante forma de aprendizagem da Matemática, ao proporcionar o interesse e motivação ao aluno.

Conceição e Dias (2014, p. 4), acredita que, por se tratar de um processo consolidado no campo da Educação Matemática, a Modelagem é vista como uma metodologia, uma ferramenta que pode contribuir para a prática docente, estreitando os laços entre professor e aluno, promovendo um ambiente de investigação Matemática dinâmica e prazerosa.

Com fundamentação nos estudos e conceitos acima, usaremos a Modelagem como ferramenta para correlacionar conteúdos matemáticos estudados em sala de aula com aplicabilidade na Agropecuária, especificamente no estudo da cultura do maracujá. É através deste rico método que será construído um modelo capaz de identificar o substrato que apresente melhor desempenho do cultivo de maracujá na região de Teixeira de Freitas – Ba.

## **SOBRE O MARACUJÁ**

A palavra maracujá é uma denominação indígena, de origem tupi, e significa “alimento em forma de cuia”. O maracujazeiro pertence à família Passiflorácea, essa é amplamente distribuída nos trópicos e regiões temperadas. Composta por 18 gêneros e mais de 630 espécies; o maracujá gênero Passiflora é o mais importante economicamente e possui 129 espécies conhecidas. Nativa do Brasil, 83 espécies são endêmicas, podendo ser utilizadas como alimento, remédios e ornamento (Cervi et al., 2010). Vemos o que diz Faleiro.

*Passiflora edulis Sims. (maracujá azedo) e Passiflora alata Curtiss (maracujá doce) são as espécies mais cultivadas, sendo estimado que essas duas espécies ocupem mais de 90% da área cultivada no mundo. (FALEIRO et al. 2008).*



O cultivo do maracujazeiro no Brasil adquiriu expressão econômica somente após 1970, com a espécie *Passiflora edulis* Sims, a partir do desenvolvimento da indústria de processamento de sucos e também pela crescente demanda da fruta fresca pelo mercado consumidor.

A produção de maracujá passou a apresentar importância econômica no Brasil, ao classificá-lo como o maior produtor e consumidor mundial da fruta. Desde 1995, a área plantada com maracujá-azedo no Brasil, estava em torno de 36 mil hectares, mas em 2007, houve um aumento expressivo de 30% da área plantada que foi de 46.866 ha. Em 2010, a área plantada foi de 62.200 ha com uma produção 920.000 t (IBGE, 2012). Nos últimos quatro anos, a produção e a área plantada praticamente dobraram e a demanda pelos frutos de maracujá é cada vez maior, assim como o valor pago pela produção. Para Nascimento;

*As características físicas e químicas de frutos de maracujá mais avaliadas no consumo in natura são frutos de tamanho e peso maior, boa aparência, mais 10 doces e menos ácidos. Já para a indústria, são preferidos os frutos com alto teor de sólidos solúveis totais, altos teores de ácidos no suco, uma vez que este fator aumenta o rendimento. (NASCIMENTO 1999).*

Por poder ser cultivado em quase todas as regiões do Brasil, o cultivo se espalha pelo país em pequena média e grande produção demonstrando sua importância econômica é social sendo um gerador de empregos e de renda no mercado de insumos no campo nas indústrias, atacado e varejo. A partir do fruto, é fácil a obtenção de diversos produtos ou subprodutos como sucos, concentrados, e seu uso na gastronomia e em produtos cosméticos e medicinais.

O maracujá é uma baga globóide, de coloração amarelada quando madura, as sementes são numerosas e negras, coberta por arilo amarelado levemente ácido, perfumado e succulento. A casca grossa e forte é altamente resistente a longos transportes, sem exigência de muitos cuidados, ao decorrer de semanas, mesmo com as frutas murchas, podemos processá-las industrialmente ou de forma caseira; já que a polpa se mantém conservada e em boas condições. Sua polpa é comestível e muito indicada para fabricação de geleias, refrescos, licores e sorvetes além da venda da polpa e do sulco concentrado.

Mesmo sendo uma cultura de retorno rápido do investimento, os baixos preços pagos pelo fruto, aliados aos altos custos de produção, têm levado obrigatoriamente a se fazer com frequência o diagnóstico do comportamento econômico-financeiro de cada ciclo da cultura. Daí nasce a necessidade de desenvolver métodos capazes de avaliar o crescimento da planta e indicar ao produtor qual é o melhor método, para se produzir mais com menos custos.

## **MATERIAIS E MÉTODOS**

A pesquisa (interdisciplinar) aqui relacionada foi desenvolvida por cursistas 2º ano integrado do curso Técnico em Agropecuária do Instituto Federal Baiano, campus Teixeira de Freitas -Ba, e apresentada como trabalho na disciplina de Matemática (aplicando a técnica Modelagem Matemática) junto com um graduando do curso de Matemática da Universidade do Estado da Bahia – UNEB, dentro do Programa de Bolsa de Iniciação a Docência, (PIBID).

Durante todo o desenvolvimento das mudas, as mesmas permaneceram no viveiro do IFB, sob a responsabilidade dos cursistas técnicos agropecuários envolvidos

na pesquisa. Tais mudas receberam tratamentos específicos até o final do estudo. Para identificar modelos matemáticos na produção de mudas de maracujá avaliando seu desenvolvimento em amostras com diferentes substratos, que foram identificados como testemunhas. Sendo ao todo, quatro testemunhas T1, T2, T3, T4. Cada uma contendo cinco amostras com um substrato específico; evitando decorrentes perdas por fatores ambientais (clima, chuva, ventos etc.) ou biológicos (pragas e doenças). Deve-se registrar que, para o desenvolvimento deste trabalho, fez-se necessário uso de sacolas para a produção de mudas. No entanto, para lavouras de maracujazeiro em grande escala recomenda-se o uso de recipientes do tipo bandejas, tubetes e sacos plásticos (10 x 20 cm ou 18 x 30 cm).

Para a pesquisa, foi escolhido o recipiente tipo saco plástico, por ser de fácil acesso em lojas especializadas da cidade e o baixo custo do mesmo. Apesar de não ter sido encontrado nas medidas desejadas para desenvolver o trabalho; adaptou-se com as dimensões mais aproximadas, de 15 x 30. A propagação do maracujá se consiste quase que exclusivamente via sementes. Em cada sacola foi introduzido apenas duas sementes, sendo estas sementes: Feltrin Sementes e a Isla PAK - A super. Sementes. Segue abaixo a descrição de cada tratamento com seus respectivos nutrientes.

T1- Simples

T2- Mineral

T3- Orgânico

T4- Orgânico\mineral

Para a produção de mudas é necessário saber a quantidade exata de substrato necessário para tal, sendo assim, para o preparo de 20 mudas, levando em consideração as dimensões do saco de mudas cujo é de 15X30, para obtermos a quantia de substrato exato fizemos a partir do seguinte calculo.

$\pi \times R^2 \times H$

$3,14 \times 7,5^2 \times 30 \text{ cm}$

$3,14 \times 56,25 \times 30$

5.298,75 L

Assim foram utilizados aproximadamente 5,3 L de substrato em cada tratamento, no que multiplicando 5,3L x 20(sacos) =106L totais de substrato.

Então foi necessário o uso de 36L de terra, 12,5 L de Matéria Orgânica e 57.5L de Barro de acordo com a porcentagem da tabela abaixo de distribuição de nutrientes.

|                       | Barro | Terra | Adubo Orgânico | Adubo Mineral |
|-----------------------|-------|-------|----------------|---------------|
| T1= Simples           | 65%   | 35%   | _____          | _____         |
| T2 = Mineral          | 65%   | 35%   | _____          | Supersimples  |
| T3 = Orgânico         | 50%   | 25%   | 25%            | _____         |
| T4 = Orgânico/Mineral | 50%   | 25%   | 25%            | Supersimples  |

O primeiro tratamento (T1) SIMPLES - baseia-se seu substrato em barro e terra.

O segundo tratamento (T2) MINERAL - baseia-se seu substrato em barro, terra e também em adubo mineral de superfosfato ou supersimples.

O terceiro tratamento (T3) ORGÂNICO baseia-se seu em barro e terra e utilizando adubo orgânico.

O quarto tratamento (T4) ORGÂNICO\MINERAL baseia-se seu substrato nos compostos simples como o barro e a terra e contendo também adubo mineral supersimples e adubo orgânica

## APRESENTAÇÃO E ANALISE DE DADOS

Para analisarmos o resultado da pesquisa, utilizamos os dados coletados entre os dias 15 (quinze) de novembro de 2014 a 23 (vinte e três) de janeiro de 2015. Assim, adquiridos os dados iniciais através de medições do desenvolvimento das plantas em seus tratamentos. Foram realizadas quatro medições com intervalo médio de quinze dias, sendo que a última demorou um pouco mais, devido o recesso natalino que teve no Instituto. Para chegar num resultado que atendesse mais perto de nossas expectativas, tentamos vários conteúdos matemáticos que fossem possíveis modelar, e chegamos num modelo que mais atendeu nossos objetivos, como a função do primeiro grau de forma linear. Foi por meio desta função linear  $f(x) = a \cdot x$ , onde  $a$  é definida por ser uma função onde existe apenas uma constante e o valor de  $b$  é sempre zero.

Para a construção dessa modelagem foi levada em conta dois principais fatores: o tempo e o crescimento diário do maracujá, levando em consideração ainda o fato de que algumas plantas abortaram, reduzindo a quantidade de dados a serem utilizados na construção do modelo. Confirmando o que diz Biembengut (2009) que, “a Modelagem Matemática é a arte de modelar que leva o aluno a reflexão de situações reais”, este estudo possibilitou a revisão e utilização de conteúdos matemáticos visto em sala de aula que aparentemente não sabíamos como poderia ser aplicado até a proposta deste projeto.

Aqui descrevemos o que representa cada variável nas formulas encontrada do modelo elaborado.

$$f(x) = a \cdot x$$

X – Numero de dias

A – Variação de crescimento diário

Y – Crescimento no período de medição

## Media de Crescimento Geral no Período (MCGP)

$$MCGP = \frac{ct1 + ct2 + \dots + \dots + ctn}{N}$$

CT = Crescimento Total

N = Numero de plantas

Esta média foi obtida através dos resultados encontrados com a função  $f(x) = ax$ , onde somamos a variação de crescimento diário de cada planta, obtendo então um crescimento total de cada experimento, chegando assim, a uma média, a qual serviu para saber-se qual o tratamento teve melhor resultado no período pesquisado que foi de 69 (sessenta e nove) dias.

O levantamento de dados estão expressos nas tabelas, a seguir. Atualmente nos viveiros brasileiros se encontram mudas de maracujá com 60 a 80 dias de plantadas com cerca de 30cm, prontas para o transplântio.

Como foi possível observar o primeiro tratamento T1 apresentou o MCGP = 33,69 cm, estando dentro dos padrões nacionais de produção de mudas considerando ideal, porém, o mais inferior dentro do experimento.

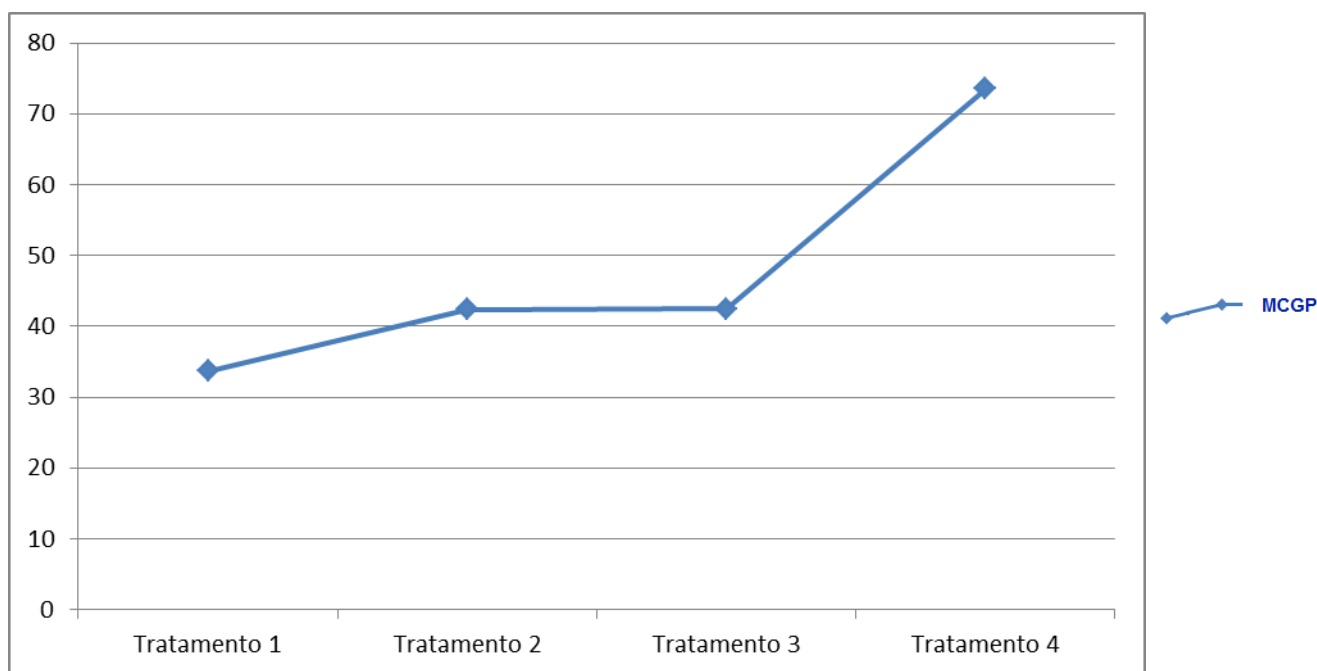
Os demais tratamentos se assimilaram, sendo que o segundo tratamento T2 obteve MCGP = 42,375 cm muito próximo do terceiro tratamento cujo T3 alcançou MCGP = 42,45 cm. O substrato Orgânico e o Mineral apresentaram excelentes resultados quando relacionado com a media nacional, os valores próximos de MCGP nos indicam quantidades de nutrientes disponíveis nesse substrato estão bem próximos.

O destaque da pesquisa ficou por conta do quarto tratamento, o T4, que surpreendeu a todos, apresentando um resultado excepcional, graças ao seu substrato que apresentou características Orgânominerais que disponibilizaram maiores quantidades de nutrientes a estes experimentos (mudas T4) alcançaram o MCGP = 73,5 cm, como mostra a tabela abaixo.

| TRATAMENTO 04    |            |               |                    |                    |              |      |
|------------------|------------|---------------|--------------------|--------------------|--------------|------|
| Medição Planta 1 | Tam. em cm | Nº de folhas  | Medição Planta 2   | Tam. em cm         | Nº de folhas | MCGP |
| 15/11/2014       | 2          | 0             | 15/11/2014         | 0                  | 0            | 73,5 |
| 02/12/2014       | 5          | 3             | 02/12/2014         | 4                  | 5            |      |
| 15/12/2014       | 11         | 6             | 15/12/2014         | 15                 | 9            |      |
| 23/01/2015       | 13         | 15            | 23/01/2015         | 97                 | 14           |      |
|                  |            |               |                    |                    |              |      |
| Qtnd. dia        | Tam. p1    | Cresc. diário | Cresc. total em cm | Med. Cresc. diário |              |      |
| 1                | 2          | 2,00          | 31                 | 0,45               |              |      |
| 17               | 5          | 0,29          |                    |                    |              |      |
| 31               | 11         | 0,35          |                    |                    |              |      |
| 69               | 13         | 0,19          |                    |                    |              |      |
|                  |            |               |                    |                    |              |      |
| Qtnd. dia        | Tam. p2    | Cresc. diário | Cresc. total em cm | Med. Cresc. diário |              |      |
| 1                | 0          | 0             | 116                | 1,68               |              |      |
| 17               | 4          | 0,24          |                    |                    |              |      |
| 31               | 15         | 0,48          |                    |                    |              |      |
| 69               | 97         | 1,41          |                    |                    |              |      |

Tabela 1: dados a pesquisa para demonstração do resultado do tratamento quatro, cujo recebeu nutrientes orgânico/mineral e apresentou melhor desempenho.

Com estes resultados, podemos dizer que T4 é, por análise, o melhor tratamento indicado para a cultura do maracujá na região. O que podemos afirmar é que estudos mais profundos e detalhados podem ser feitos para confirmar ou então encontrar um novo tipo de tratamento. Segue no gráfico o resultado da análise do modelo encontrado.



Dados do autor.

Como se pode observar, o gráfico traduz bem o quanto foi significativo o desenvolvimento do tratamento 4 dos demais tratamentos em estudo. Sendo este, de acordo a pesquisa aqui desenvolvida o melhor qualificado para ser cultivado na região de Teixeira de Freitas- Ba.

### CONSIDERAÇÕES FINAIS

Abordamos uma pesquisa com base na produção de mudas de maracujá com o propósito de encontrar um substrato que melhorasse o desenvolvimento produtivo das mudas da planta em questão. O projeto desenvolvido com foco na modelagem Matemática nos levou a conclusão de que alcançamos uma nova aplicação da tecnologia com uso da função linear, que proporcionou uma avaliação e análise do desenvolvimento dessas mudas o MCGP (Medida e Crescimento Geral de Produção); sendo capaz de fornecer tal análise, através de dados coletados de forma simples. Dessa forma é possível garantir ao produtor, qual o melhor substrato a se utilizar na produção de suas mudas.

Foi possível observar que entre os substratos em questão, o que apresentou melhor índice de crescimento foi o tratamento 4 (T4) alcançando um MCGP = 73,5. A grande diferença observada através desses números comprova o surgimento de possíveis mudas melhoradas em comparação as existentes no mercado, uma planta de maracujá cuja média de tempo para fazer sua transposição para o campo é de 60 a 80 dias, tem uma cerca de 30 cm de altura. Ao se analisar as plantas do T4 observamos sua superioridade, sobre as outras quanto ao tempo X crescimento.

Na elaboração do modelo, o mais fundamental foi abordar conteúdos matemáticos na aprendizagem do aluno, pois os mesmos puderam, de forma reflexiva e construtiva, sair da zona de conforto da aula convencional e relacionar práticas cotidianas com o conhecimento matemático adquirido aplicado a rotina do campo. No entanto, por ser a primeira experiência do grupo com modelagem, e o curto período de tempo em que o projeto foi executado, utilizamos apenas dois dados da pesquisa e também como base a função afim, alcançamos o MCGP e as propostas iniciais, porém, projetos de pesquisas nunca são conclusos, as renovações no ramo acadêmico, devem

ser continuas suas descobertas transmitidas a sociedade. Sua construção foi gratificante e prazerosa do que diz respeito a lidar com conteúdos matemáticos de forma aplica, entrelaçando os mesmo com o curso técnico.

## REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA

BASSANEZI, R.C. **Uma disciplina emergente nos programas de formação de professores – In:** UNICAMP- IMECC Texto Acadêmico.

GODARTH, V.M.S. **Modelagem Matemática e a construção de uma horta com objetivo de elaborar um modelo matemático – In:** III SINETEC, 2012.

CONNCEIÇÃO, E.J e TORQUATO E.D. **Ensino da matemática por meio da Modelagem Matemática – In:** VII SEPEX Seminário de Pesquisa e Extensão do Extremo Sul da Bahia; perspectivas de formação na contemporaneidade, 1º 2 e 3 de outubro de 2014-Campus X/UNEB – Teixeira de Freitas.

OLIVEIRA, J. C.; RUGGIERO, C. **Aspecto sobre o melhoramento do maracujazeiro-amarelo.** In: SIMPÓSIO BRASILEIRO SOBRE A CULTURA DO MARACUJAZEIRO, 5., 1998, Jaboticabal. Jaboticabal: Funep, 1998. p. 291-310.

HAFE, O.M; RAMOS. J.D, e tal. **Rentabilidade econômica do cultivo do maracujazeiro –amarelo sob diferentes podas de formação.** Ver. Bras. Frutic.,Jaboticabal – SP, v. 3,n 4 p. 1082-1088, Dezembro 2010

COSTA, A.F.S; ALVES, F.L; COSTA, A.N. **Plantio, formação e manejo da cultura do maracujá.** In: COSTA, A. de F. S.; COSTA, A. N. de (Ed.). Tecnologias para a produção de maracujá. Vitória: INCAPER, 2005. p. 23-53.

GOMES, R.P, 1900-1976, **Fruticultura Brasileira – In:** PIMENTEL GOMES 13º Ed. O Maracujazeiro São Paulo \ Nobel, 2007. P.320-324.

## ANEXOS

| TRATAMENTO 3     |           |              |                  |                  |              |
|------------------|-----------|--------------|------------------|------------------|--------------|
| Medição Planta 1 | Tam em cm | Nº de folhas | Medição Planta 2 | Tam em cm        | Nº de folhas |
| 15/11/2014       | 2,7       | 0            | 15/11/2014       | 1,7              | 0            |
| 02/12/2014       | 3         | 4            | 02/12/2014       | 3,5              | 4            |
| 15/12/2014       | 12        | 5            | 15/12/2014       | 11               | 6            |
| 23/01/2015       | 27        | 7            | 23/01/2015       | 24               | 11           |
|                  |           |              |                  |                  |              |
| Qtnd dia         | tam p1    | Cresc diário | Cresc total      | Med cresc diário | MCGP         |
| 1                | 2,7       | 2,70         | 44,7             | 0,65             | 42,45        |
| 17               | 3         | 0,18         |                  |                  |              |
| 31               | 12        | 0,39         |                  |                  |              |
| 69               | 27        | 0,39         |                  |                  |              |
|                  |           |              |                  |                  |              |
| Qtnd dia         | tam p2    | Cresc        | Cresc total      | Med cresc diário |              |

|    |     | diário |      |      |  |
|----|-----|--------|------|------|--|
| 1  | 1,7 | 1,70   | 40,2 | 0,58 |  |
| 17 | 3,5 | 0,21   |      |      |  |
| 31 | 11  | 0,35   |      |      |  |
| 69 | 24  | 0,35   |      |      |  |

Tabela 1: dados a pesquisa para demonstração do resultado do tratamento três, cujo recebeu apenas nutrientes orgânicos e apresentou o segundo melhor desempenho.



Imagem 1 – Dados do autor: As mudas. OBS pode se perceber a variação desenvolvimento das mudas.



Imagem 2 – Dados do autor: O desenvolvimento das mudas do tratamento 4 (T4).

# **APRENDIZAGEM/INVENÇÃO/EXPERIÊNCIA: a educação matemática enquanto processo de invenção**

Marta Elaine de Oliveira <sup>1</sup>

Sônia Maria Clareto <sup>2</sup>

## **Resumo**

Este artigo busca pensar a relação existente entre Aprendizagem/Invenção/Experiência na formação de professores de matemática a partir da noção de experiência e de aprendizagem inventiva. A noção de aprendizagem inventiva é utilizada como próxima de Katrup (2000). Essa noção não inclui apenas invenção de problemas e revela-se também como invenção de mundo. Trata-se de compreender a aprendizagem como potência de invenção e de novidade. Problematicar as noções de aprendizagem, inventividade e experiência imbricada na noção de aprendizagem inventiva na formação de professores de matemática é buscar compor outro território existencial dentro da educação matemática, uma vez que pouco se tem discutido sobre formação de professores para além da noção de experiência, de aprendizagem e de invenção de problema atrelada a um olhar hegemônico, cientificamente definitivo, bem legitimado e previamente demarcado. A possibilitada é ir além e para além da apresentação de apontamentos de falhas, fragilidades e incompletudes acerca da noção de aprendizagem que se tem no campo da formação de professores traz a possibilidade de pensar o aprender como enfretamento e resistência a modos canônicos de aprendizagem.

**Palavras-chave:** Aprendizagem. Experiência. Invenção. Formação. Professores

## **FORMAÇÃO DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA: NOÇÕES QUE PERPASSAM...**

As teorias sobre formação de professores atualmente estão pautadas nas noções de experiência da filosofia de John Dewey (1916), (1973), (1971), (1953), (1952) que deram suporte à formulação das teorias de profissional reflexivo de Schön (2000) e de saberes docente de Tardif (2007)<sup>3</sup>. Essas teorias vêm impregnando, significativamente, a literatura sobre formação de professores no Brasil. Há resquícios dessa teoria, em várias pesquisas

---

<sup>1</sup> Universidade Federal de Juiz de Fora / Programa Pós-Graduação em Educação, martaoliveirajf@gmail.com.

<sup>2</sup> Universidade Federal de Juiz de Fora / Programa Pós-Graduação em Educação, sclareto@yahoo.com.br

<sup>3</sup> Estudo e na dissertação de Mestrado.



sobre a formação docente, em todas as áreas de ensino.

No campo de educação matemática, essa realidade não é distinta. Para tanto, destaca-se o trabalho de Anastácio e Mondini (2010) que serve de análise para observar a inserção dessas teorias nas referências bibliográficas de artigos referentes à educação matemática.

A pesquisa de Anastácio e Mondini (2010), tem o “intuito de compreender como se encaminham as pesquisas e como respondem à questão sobre a formação de professores que ensinam matemática”.

As autoras, em sua pesquisa sobre formação de professores que ensinam matemática, identificaram João Pedro da Ponte (1995, 2001, 2004, 2005), Dario Fiorentini e Ubiratan D'Ambrosio (1990, 1997) como sendo autores de maior incidência nas referências bibliográficas. Outros autores, que não constituem o campo da educação matemática, mas também foram mencionados pelo número de incidência presente nas bibliografias foram Maurice Tardif, Yves Chevallard, Lee Shulman, Paulo Freire.

Com a pesquisa das autoras mencionadas é possível perceber que tem-se, no campo da educação matemática, como destaque o autor João Pedro da Ponte, educador matemático português, referência em artigos publicados sobre a formação de professores que ensinam matemática.

Ponte (1995, 2001, 2004, 2005), em seus trabalhos, busca pensar os conceitos de desenvolvimento profissional de professores de matemática. Ponte (1995) apoia-se, por exemplo, em Antônio Nóvoa (1991)<sup>4</sup>, referindo-se aos processos identitários do professor, que se constituem em: **adesão** a princípios e a valores; **ação**, implicada nas maneiras pelas quais o professor deve agir e que estão adequadas à sua personalidade; e, por fim, **autoconsciência**, constituindo assim uma dinâmica que corresponde aos três AAA. É nessa dinâmica que se encontra o papel decisivo da reflexão sobre a prática.

Outros autores como Fiorentini, Nacarato e Pinto (1999), apoiam-se nos saberes experienciais de professores, baseados nos saberes docentes de Tardif (2002) que estão envolvidos em suas práticas. Eles ressaltam os aspectos dinâmico, cultural, complexo e imbricado do saber docente, reiterando que esse é:

*reflexivo, plural e complexo porque histórico, provisório, contextual, afetivo, cultural, formando uma teia, mais ou menos coerente e imbricada, de saberes científicos — oriundos das ciências da educação, dos saberes das disciplinas, dos currículos — e de saberes da experiência e da tradição pedagógica (FIORENTINI; NACARATO; PINTO, 1999, p. 55).*

Em consonância clara com os trabalhos de Tardif e fazendo referências aos trabalhos de Schön, há também os autores Moreira; David (2005). No livro *A formação matemática do professor: licenciatura e prática docente escolar*, os autores discutem a distinção dos saberes da matemática acadêmica e os saberes da matemática escolar. Especificamente, quanto aos saberes da matemática escolar, os autores expressam a importância dos saberes práticos, ou melhor, os saberes da ‘experiência’<sup>5</sup> para a formação dos professores.

---

<sup>4</sup> Foi Antônio Nóvoa que cunhou o termo reflexão na formação de professores, através de seus livros *Os professores e sua formação* (1992).

<sup>5</sup> Utilizar-me-ei do recurso de aspas simples na palavra experiência quando esta estiver sendo associada a vivências.

*Tardif, na mesma direção de Gauthier et al., afirma que os saberes da ação pedagógica podem constituir um elemento fundamental na licenciatura desde que uma reavaliação do papel da prática docente escolar venha a colocá-la no centro de gravidade do processo de formação. Essa nova visão da prática no processo de formação, segundo ele, faria com que a inovação, o olhar crítico e a teoria estivessem vinculados às condições reais de exercícios da profissão; contribuiria, assim, para a sua transformação. Trata-se, ainda segundo esse autor, de extrair, do estudo da prática, princípios, conhecimentos e competências que poderão ser reutilizados na formação dos professores (MOREIRA; DAVID, 2005, p. 42).*

Nos trabalhos atuais, sobre formação de professores que ensinam matemática, é muito clara a preocupação com a questão da ‘experiência’, com saberes advindos da ‘experiência’, com questões relacionadas ao “processo de ensino-aprendizagem”. Em alguns, há a curiosa presença de citações sobre a noção de experiência proposta por Larrosa, principalmente, Larrosa (2001). Esses autores têm por objetivo, supostamente, explicitar certas relações de equivalência, como é o caso de Cardim; Grando (2009). Os últimos dois autores, por exemplo, apropriam-se da noção de experiência proposta por Larrosa como sendo similar à compreensão dos saberes da experiência de Tardif.

Analizando esses trabalhos, percebe-se que a noção que se tem de experiência fica subjugada e compreendida por um discurso reflexivo, que converte a ‘experiência’ em algo completamente passível de ser exteriorizado e interiorizado pelo uso da razão, além dessa propiciar caminhos para garantias de aprendizagem.

Já no texto de Freitas; Fiorentini (2009), por exemplo, destaque-se que os autores navegam por outras análises e interpretações das noções de experiência, possibilitando, assim, investimentos na formulação de outras noções de formação, questionando e assinalando, portanto, que “a concepção de formação, associada ao conceito de ‘experiência’ desses autores [autores sobre o saberes docentes], parece pôr em xeque os processos de ensino de Matemática que privilegiam apenas sua leitura e escrita técnica e formal” (FREITAS; FIORENTINI, 2009, s/p).

Por fim, o que se detecta com este panorama apresentado é que poucos são os trabalhos, no campo da formação de professores, atrelados à experiência, que buscam explicitar e criticar modelos estabelecidos no qual a noção de experiência e de aprendizagem foram subjugadas. No entanto, dentro da temática específica da formação de professores de matemática, é preciso destacar os trabalhos de Clareto; Sá (2006) e Rodrigues (2008) que, numa perspectiva deleuziana, buscam desenvolver trabalhos que minem os territórios já cristalizados de formação docente.

Ainda assim, apesar de algumas iniciativas que busquem pensar a formação docente e as experiências dos professores como possibilidades de ruptura com os modos estabelecidos e padronizados de ensino, percebe-se que, de um modo geral, poucas estratégias de resistência se têm inventado, com o objetivo de promover rupturas em modelos já fixados na formação de professores.

As noções de experiência e de reflexão vêm sendo utilizadas, por alguns na área da educação matemática, sem ao menos serem problematizadas as noções de conhecimento e de sujeito que estão estruturadas nessas teorias de saberes docentes necessários e professor reflexivo. Os estudos em educação matemática têm se apropriado dessas teorias numa perspectiva mimética. Por isso, quando não se problematizam essas teorias, pode-se

acabar produzindo um professor, de matemática, “reflexivo-mimético”.<sup>6</sup>

A perspectiva descrita acima, além de favorecer a uma certa noção de sujeito que tudo pode, a partir de sua ‘experiência’, inclusive garantir aprendizagem, passa a ser vista como apropriação e aquisição desse sujeito conhecedor. A apropriação ocorre através do acúmulo de ‘experiências’.

Nessa perspectiva pensa-se uma formação docente ideal, um local de trabalho ideal, uma matemática ideal, um aluno ideal, uma aprendizagem ideal e modos de invenção ideais. Com isso ocorre uma decepção, pois nenhum ser humano consegue atender às expectativas criadas em torno do outro. Nem às expectativas criadas em torno de si mesmo.

Porém, há ideais que já estão formados e que já estão identificados com objetivo de enquadrar os sujeitos de acordo com as formas padrões ou formas “naturalizadas”. Esse processo ocorre quer através do ideal posto pelos documentos oficiais e, em consequência, pelas instituições de formação docente, quer pelas expectativas familiarizantes, ou ainda, baseando-se no que não gostamos para nós, o que também é construído historicamente pelas instituições. Essa produção histórica e social de ideais, por sua vez, dá uma sensação de incompletude, como se estivesse sempre faltando algo para ser completado.

Enfim, seja em qual viés for, ocorre que sempre se deseja (ter) ser “mais” e isso, de certo modo, mobiliza as pessoas, coloca-as em movimento. No entanto, quando tal meta não é conquistada, surge a frustração, pois o ideal é tido como “verdadeiro”, “certo”, “bom” e o “único” – sendo, apenas, um conjunto de forças estabelecidas.

A formalização de um ideal tem suas origens em Platão. Numa perspectiva platônica, o mundo perfeito estaria no Mundo das Ideias, onde presidira a essência de tudo juntamente com a constituição das imagens padrões e ideais, as imagens eternas e imutáveis.

Segundo Corazza (2007), nessa matriz platônica está intrínseco o Princípio de Identidade que define o conceito primeiro, verdadeiro e modelo que rege todas as formas a partir desse conceito padrão: a essência. A autora, por isso, estimula o pensamento em direção à formulação do conceito de professor primeiro,

*[...] ao formular o conceito de Professor, nos leva a esquecer tudo aquilo que é distintivo como se, no campo da Educação, além dos vários professores e de suas ações individualizadas e desiguais, houvesse algo ou alguém que fosse O Professor-Primordial (Uno, Padrão, Verdadeiro, Normal), a partir do qual todos os professores fossem formados, embora por mãos inábeis; de modo que nenhum saísse correto e fidedigno à Idéia Pura daquele Professor-Modelo, dotado de uma qualidade essencial, ou qualitas occulta, cujo nome pode ser Professoralidade, e à qual cada um e todos os professores deverão submeter-se ou se esforçarem para dela se aproximarem, como Cópias bem ou mal assemelhadas; ou, em caso contrário, serão considerados simulacros, os quais por estarem tão distante e por serem tão dessemelhante de Professoralidade (que é a causa de O Professor e de todos os professores), serão profundamente desprezados (CORAZZA, 2007, p. 18).*

A ideia de um professor-modelo através da “professoralidade” (CORAZZA, 2007) valoriza o professor idealizado, como sendo o correto.

As cópias, na concepção platônica, são reconhecidas como imitações que têm relação direta com a ideia pura. No caso do docente, os “professores-cópias” teriam relação

---

<sup>6</sup> Essa análise foi feita em minha pesquisa de dissertação de Mestrado.

direta com a imagem eterna e imutável do “professor-modelo”.

Portanto, diante de tantas exigências impostas seja pelas instituições, seja por eles mesmos, os professores são levados a empreender uma busca, exatamente, por aquilo que não conseguirão alcançar: a previsão de um caminho seguro, a partir de uma antecipação de tudo o que vai acontecer na aula. Afinal, “nunca se sabe de antemão quando uma aula acontece” – “o que é possível é se preparar para a aula e não preparar a aula”<sup>7</sup>.

Por isso, “saber alguma coisa só serve enquanto ferramenta para enfrentar aquilo que difere. Pensar, deparar-se com o caos e criar imagem para suportar atravessá-lo, é mais importante do que saber aquilo que no avançar da vida deixamos para trás.” (ZORDAN, 2007, p. 44).

É nesse sentido que cabe aprofundar os estudos acerca da formação de professores de matemática enquanto possibilidade de experiência inventiva e de aprendizagem inventiva.

### **PROBLEMATIZAR AS NOÇÕES DE APRENDIZAGEM / INVENÇÃO / EXPERIÊNCIA NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA: DOSES DE FILOSOFIA DA DIFERENÇA**

Na perspectiva deste artigo, torna-se relevante pensar o processo de formação de professores – neste caso, o professor de matemática – como uma invenção de si e do mundo.

O modo de invenção do professor, como o professor inventa-se, está relacionado com o estilo criado por ele, com o agenciamento das forças que o provocam, com a problematização de suas próprias relações, com os enfrentamentos nos quais ele se dispõe; enfim, relaciona-se com o modo de se movimentar em territórios diversos, com as suas íntimas linhas de fuga.

Então, o que significa pensar a formação de professores de matemática a partir da tríade aprendizagem/invenção/experiência como linhas de fuga que escapam às forças já estabelecidas? E então, assim como compor um campo na educação matemática que procure pensar as noções de aprendizagem inventiva?

Numa linguagem nietzschiana, o indício que nos possibilita delinear um campo propício para essa empreitada, não seria pensar e sentir a vida em sua potencialidade reativa, o que, para o filósofo, significa mover-se na direção do certo, do verdadeiro, da certeza, da crença em formas perfeitas, a fim de contemplar aparências, em busca de suas essências. Seria, no entanto, a vida numa potencialidade afirmativa, o que implicaria desejar uma verdade que não deseja o verdadeiro.

Nietzsche (1888/2006) pensa as relações humanas constituídas de forças, porém, não é a quantidade de forças que importa, mas a intensidade delas, o seu poder de afetar. Nesse processo de afetação, as forças entram em reação umas com as outras. Segundo o autor as forças ativas são plásticas, criadoras e agressivas. Já as forças reativas, são dominadas e são adaptativas.

Desse jogo de forças, resulta a vontade de potência. Se essa tem predominância de forças reativas, temos uma vontade negativa de potência, isto é, forças que geram ressentimento, que negam a diferença e que, portanto, negam a vida. Se, por outro lado, a vontade de potência tem a predominância de forças ativas, temos uma vontade de potência afirmativa, ou seja, forças que geram vitalidade e alegria.

Sendo assim, pensar linhas de fuga na formação do professor de matemática é, no

---

<sup>7</sup> Essa frase foi proferida pelo professor e filósofo Tiago Adão Lara.

sentido deleuziano, “trair-se as potências fixas que querem nos reter, as potências estabelecidas” (1969/1998, p. 60). Nesse sentido, fugir é criar vida, sair do eixo.

Para entrar nesse movimento de linhas de fuga, propõe-se promover um “furo” na estrutura funcional do que se entende por aprender, pensando numa aprendizagem inventiva.

*A aprendizagem não se dá no plano das formas, não se trata de uma relação entre um sujeito e um mundo composto de objetos. Ao contrário, se faz num encontro de diferenças, num plano de diferenciação mútua, onde tem lugar a invenção de si e do mundo. Sujeito e objeto são efeitos, e não pontos de partida ou pólos pré-existentes. Pois o signo se expressa numa matéria, mas não é objetivo; afeta o sujeito, mas não é subjetivo. Sem ser objeto de reconhecimento, força o movimento da subjetividade. Quando somos tocados pelo signo, pela diferença, temos uma experiência de problematização, de invenção do problema. Só a partir daí ocorre a busca de solução e sentido. Ao acaso dos encontros segue-se a necessidade imposta pelo que nos força a pensar. Aprendemos por coação, forçados pelos signos, ao acaso dos encontros (KASTRUP, 2000, p. 7).*

Desse modo, o aprendizado é entendido não como processo de solução de problemas, nem aquisição de um saber, mas como processo de produção de subjetividade<sup>8</sup>. Dentro de uma política recognitiva o aprender é para obtenção de um saber e a aprendizagem é apenas solução de problema pré-definido que são colocados por um professor.

Para Deleuze:

*A reconhecimento se define pelo exercício concordante de todas as faculdades sobre um objeto suposto como sendo o mesmo: é o mesmo objeto que pode ser visto, tocado, lembrado, imaginado, concebido... Ou, como diz Descartes do pedaço de cera, "é o mesmo que vejo, que toco, que imagino e, enfim, é o mesmo que sempre acreditei ter estado no começo". Sem dúvida, cada faculdade tem seus dados particulares, o sensível, o memorável, o imaginável, o inteligível... e seu estilo particular, seus atos particulares investindo o dado. Mas um objeto é reconhecido quando uma faculdade o visa como idêntico ao de uma outra ou, antes, quando todas as faculdades em conjunto referem seu dado e referem a si mesmas a uma forma de identidade do objeto (1988, p. 131).*

Deleuze (1988) salienta que a essência da reconhecimento é o modelo. O modelo da reconhecimento coloca-nos ligados às ideias pré-estabelecidas, ao já conhecido e, portanto, reconhecível. Ou seja, a forma é alterada, mas ainda está submetida à luz das conformidades. A conformidade se instaura no pensamento estabelecendo o certo e o errado e os questionamentos provenientes desse pensamento estão pautados em uma matriz de possibilidades ponderadas como corretas.

Agora, para pensar como compor um campo na educação matemática que se

---

<sup>8</sup> Para Kastrup (2008), a subjetividade, compreendida como um coletivo, como um agenciamento de vetores heterogêneos, não é um indivíduo. Além de que o “conceito de “subjetividade” marcam também a noção de invenção, que caracteriza, ao mesmo tempo, o processo de inventar e o invento que dele resulta” (KASTRUP, 2005, p, 1276)

envolva com as noções de aprendizagem inventiva. Tem-se que compreender que:

*Pensar não é o exercício natural de uma faculdade: pensar depende de forças que se apoderem do pensamento. Enquanto nosso pensamento estiver ocupado e somente encontrar seu sentido nas forças reativas, ainda não pensamos. As ficções pelas quais as forças reativas triunfam formam o mais baixo do pensamento. Pensar, como atividade, é um acontecimento extraordinário no próprio pensamento, significa uma elevação, é necessário que o pensamento seja elevado até o pensar por uma força que dele se apodere violentamente [...] (DELEUZE, 1976, p.15).*

O pensamento não está dividido em categorias: verdadeiro ou falso. “A verdade de um pensamento deve ser interpretada e avaliada a partir das forças que a determinam a pensar” (DELEUZE, 1976, p. 49).

Em Deleuze, o grande combustível do pensamento e o que nos força a pensar é a vida. Desse modo, os sentidos fazem parte da mobilização da abertura para que se seja violentado pelas forças. O pensamento seria a força afirmadora da vida. Pensar é abrir-se para inventar possibilidades de vida, extrapolando os limites fixados por ela. Ao pensador, é atribuída a afinidade entre o pensamento e a vida. Nesse sentido o pensamento é imprevisível e incontrolado.

O fato de o pensamento ser não previsível e não controlado faz, portanto, crer na impossibilidade de seu ensino. Kohan ajuda muito a desconfiar de métodos que afirmem o ensinar a pensar.

*O pensar é um acontecimento imprevisível. Não há formas predeterminadas que o produzam. As técnicas, os métodos, podem inibir sua emergência: os modelos quando crêem apreender o pensar e torná-los transmissível, antecipam o inantecipável (2003, p. 232).*

Por não existirem caminhos prefixados que levem ao pensar, é o pensamento que imprime o traçado de seus diferentes caminhos; caminhos, portanto, sem rotas predeterminadas. Afinal, são as forças que violentam e forçam o pensar.

Por isso, por não haver garantias de pensamento, Deleuze sugere a possibilidade de se cultivarem forças que promovam a abertura, a sensibilidade, ou mesmo, a fragilidade, para, enfim, manter ativo um estado em que seja possível ser abatido, afetado.

*O que é primeiro no pensamento é o arrombamento, a violência, é o inimigo, e nada supõe a filosofia; tudo parte de uma misosofia. Não contemos com o pensamento para fundar a necessidade relativa do que ele pensa; contemos, ao contrário, com a contingência de um encontro com aquilo que força a pensar, a fim de elevar e instalar a necessidade absoluta de um ato de pensar, de uma paixão de pensar (DELEUZE, 1988, p. 230).*

Nessa perspectiva deleuziana, compreende-se, sobre o pensamento e a sua aprendizagem, que o aprendiz é aquele que inventa não só a partir de problemas, mas o próprio o problema. Portanto, o aprendiz do pensamento é aquele que enfrenta o problema

de pensar, mas, contraditoriamente, não se pode pensar senão a partir do problema que o força.

Gallo, por sua vez, diz que é preciso “experimentar sensivelmente os problemas, de modo a poder ver engendrado o ato de pensar no próprio pensamento”. (GALLO, 2008, p. 129). Sendo assim, não há como se ter domínio do pensar nem do aprender. Pensa-se, quando se é forçado. Aprende-se, quando se experimenta, de fato, o problema.

E assim, voltando a respeito da aprendizagem, depois da análise sobre o pensar, Deleuze elucidada:

*Nunca se sabe de antemão como alguém vai aprender - que amores tornam alguém bom em Latim, por meio de que encontros se é filósofo, em que dicionários se aprende a pensar. Os limites das faculdades se encaixam uns nos outros sob a forma quebrada daquilo que traz e transmite a diferença. Não há método para encontrar tesouros nem para aprender, mas um violento adestramento, uma cultura ou paidéia que percorre inteiramente todo o indivíduo (um albino em que nasce o ato de sentir na sensibilidade, um afásico em que nasce a fala na linguagem, um acéfalo em que nasce pensar no pensamento). O método é o meio de saber quem regula a colaboração de todas as faculdades (1988, p. 159).*

Kastrup (2005), na perspectiva de uma política de invenção, traz que “o aprender é, então, fazer a cognição diferenciar-se permanentemente de si mesma, engendrando, a partir daí, novos mundos.” (2005, p. 1282).

Desse modo, “o desafio da implementação dessa política é conceber práticas que viabilizem o desencadeamento de processos de problematização que não se esgotem ao encontrar uma solução” (KASTRUP, 2005, p.1281).

Sendo assim, o que está em jogo é pensar aprendizagem enquanto fomentadora das possibilidades de invenção, que por invenção exige-se a superação de tendências cognitivas. Além de trazermos enquanto problemática, ao se falar de política cognitiva e sua relação com conhecimento e com conhecer, “que o conceito de política cognitiva busca evidenciar é que o conhecer envolve uma posição em relação ao mundo e a si mesmo, uma atitude, um ethos” (KASTRUP, TEDESCO, PASSOS, 2008, p. 12).

Portanto, espera-se que, através do pensar aprendizagem/invenção/experiência na formação de professores de matemática, possamos inventar o que somos, frente ao que nos acontece compondo um campo propício de invenção na educação matemática.

## REFERÊNCIA

ANASTÁCIO, Maria Queiroga Amoroso; MONDINI, Fabiane. Pesquisa sobre Formação de professores que ensinam Matemática no Brasil. In: X ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 2010. Salvador - BA. **Anais eletrônicos**. Salvador – BA: 2010. Disponível em: <<http://www.sbem.com.br/ocs/index.php/xenem/xenem/paper/view/1284>>. Acesso em: 14 abr. 2013.

CARDIM, Viviane Rocha Costa; GRANDO. Saberes sobre a Docência na Formação Inicial de Professores de Matemática In: REUNIÃO ANUAL DA ANPED, 31. 2008.

Caxambú - MG. **Anais eletrônicos**. Caxambú – MG: Anped, 2008. Disponível em: <<http://www.anped.org.br/reunioes/31ra/1trabalho/GT19-4149--Res.pdf>>. Acesso em: 14 abr. 2009.

CLARETO, Sônia Maria; SÁ, Érica Aparecida de. MATEMÁTICA E EDUCAÇÃO ESCOLAR: Lugares da matemática na escola e possibilidades de ruptura. In: REUNIÃO ANUAL DA ANPED, 29. 2006. Caxambú - MG. **Anais eletrônicos**. Caxambú – MG: Anped, 2006b. Disponível em: <<http://www.anped.org.br/reunioes/29ra/trabalhos/trabalho/GT19-2283--Res.pdf>>. Acesso em: 14 abr. 2009.

CORAZZA, Sandra. O que Deleuze quer da Educação. In: Revista Educação: **Deleuze pensa a educação**. São Paulo: Segmentos, vol. Especial. 2007, p. 16-27.

D'AMBRÓSIO, Ubiratan. **Da teoria à prática**. Campinas, São Paulo: Papirus, 1997.

DELEUZE, Gilles. **Lógica do Sentido** (1969). Tradução: Luiz Roberto Salinas Fortes. 4ª ed. São Paulo: Perspectiva. 1998 (Séries 1ª, 2ª, 3ª, 4ª, 5ª, 6ª, 10ª, 15ª, 21ª, 31ª e o apêndice: “Platão e o simulacro”).

\_\_\_\_\_. **Diferença e repetição**. Tradução: Luiz Orlandi e Roberto Machado. Rio de Janeiro: Graal, 1988.

\_\_\_\_\_. **Nietzsche e a filosofia**. Tradução: Edmundo Fernandes Dias e Ruth Joffily Dias. Rio de Janeiro: Rio, 1976.

DEWEY, John. **Democracia e Educação** (1916). Tradução: Helder Silvério. Cap. 11, Experiência e Pensamento. Disponível em: <<http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/opombo/hfe/dewey/cap11.htm>>. Acesso em: 22 mar.2008.

\_\_\_\_\_. **Experiência e natureza** (1925). São Paulo: Editora Abril S. A. Cultural e Industrial, 1973, Col. Os pensadores, Vol. LX.

\_\_\_\_\_. **Experiência e Educação** (1938). Tradução: Anísio Teixeira. 15ª ed. São Paulo: Nacional, 1971.

\_\_\_\_\_. **Como Pensamos** (1910). Tradução: Godofredo Rangel e Anísio Teixeira. 2ª ed. São Paulo: Nacional, 1953.



\_\_\_\_\_. **Vida e Educação** (1930). Tradução: Anísio Teixeira. São Paulo: Nacional, 1952.

FIORENTINI, Dário; NACARATO, Adair Mendes; PINTO, A. R. Saberes da experiência docente em Matemática e Educação Continuada. In: Quadrante: **Revista teórica e de investigação**. Lisboa: APM, 1999.

FREITAS, Maria Teresa Menezes; FIORENTINI, Dario. Desafios e Potencialidades da escrita na Formação Docente em Matemática. In: REUNIÃO ANUAL DA ANPED, 29. 2006. *Caxambú - MG. Anais eletrônicos*. Caxambú – MG: Anped, 2006. Disponível em: <<http://www.anped.org.br/reunioes/29ra/trabalhos/trabalho/GT19-2292--Int.pdf>>. Acesso em: 14 abr. 2009.

GALLO, Sílvia. As múltiplas dimensões do aprender... In: **Anais COEB 2012: Congresso de Educação Básica: Aprendizagem e Currículo** Florianópolis 2012. Pp. 01-10. Disponível em <[http://www.pmf.sc.gov.br/arquivos/arquivos/pdf/13\\_02\\_2012\\_10.54.50.a0ac3b8a140676ef8ae0dbf32e662762.pdf](http://www.pmf.sc.gov.br/arquivos/arquivos/pdf/13_02_2012_10.54.50.a0ac3b8a140676ef8ae0dbf32e662762.pdf)> Acessado em agosto de 2013.

KASTRUP, Virgínia; TEDESCO, S.; PASSOS, E. **Políticas da Cognição**. Porto Alegre: Sulina, 2008.

KASTRUP, Virgínia. **Cartografia da invenção: pistas e políticas de um método de pesquisa**. Curso Ministrado no Núcleo de Educação em Ciência, Matemática e Tecnologia, no VI Seminário de Pesquisa do PPGE da Universidade Federal de Juiz de Fora. 2008.

\_\_\_\_\_. **Políticas Cognitivas na Formação do Professor e o Problema do Devir-Mestre**. Educação e Sociedade, Campinas, vol.26, n.93, p.1273-1288, Set./Dez. 2005.

\_\_\_\_\_. Aprendizagem, arte e invenção. In: **Psicologia em Estudo: Educação & Sociedade**. vol. 6, n. 1, p. 17-27, jan./jun. 2000.

KOHAN, Walter. **Infância: Entre Educação e Filosofia**. Belo Horizonte: Autêntica, 2003, p. 207-235.

LARROSA, Jorge. **Notas sobre a experiência e o saber da experiência**. Campinas. Fumes. Leituras SME- n° 4 jul. 2001.

MOREIRA, Plínio Cavalcanti; DAVID, Maria Manuela M. S. **A formação matemática do professor: licenciatura e prática docente escolar**. Belo Horizonte: Autêntica, 2005.

NIETZSCHE, Friedrich. **Crepúsculo dos Ídolos – Como se Filósofa com o Martelo**, (1888) Tradução, notas e posfácio Paulo César de Souza. São Paulo: Companhia das Letras, 2006.

NÓVOA, Antônio. **Os professores e sua formação**. Lisboa: Dom Quixote, 1992, p.77-92.

\_\_\_\_\_. O passado e o presente dos professores. In: \_\_\_\_\_ (Ed.), **Profissão professor**. Porto: Porto-Editora, 1991, p. 9-32.

PONTE, João Pedro. **Investigações matemáticas na sala de aula**. Belo Horizonte: Autêntica, 2005.

\_\_\_\_\_. A formação matemática do professor: Uma agenda com questões para reflexão e investigação. In A. Borralho, C. Monteiro, R. Espadeiro **A Matemática na formação do professor**. Lisboa: Secção de Educação e Matemática da SPCE, 2004. p. 71-74.

RODRIGUES, Carla Gonçalves. Um estudo sobre formação inicial de professores de matemática: cartografando alguns buracos negros. In: XI ENDIPE, 2008, PUC-RS. **Trajetórias e processos de ensinar e Aprender: lugares, memórias e culturas**. Porto Alegre: ediPUCRS, 2008, p. 01-13.

SCHÖN, Donald. **Educando o Profissional Reflexivo**. Porto Alegre: Artmed, 2000.

TARDIF, Maurice. **Saberes docentes e formação profissional**. 8ª ed. Petrópolis – Rio de Janeiro: Vozes, 2007.

ZORDAN, Paola. Criação de Planos. In: Revista Educação: **Deleuze pensa a educação**. São Paulo: Segmentos, vol. especial, 2007, p. 38-4.

# AS APLICAÇÕES DA ETNOMATEMÁTICA NO ENSINO DE MÚLTIPLOS E DIVISORES

**Karlla Ines Diniz Coutinho Pollig**

SEEDUC-RJ, karllaines@hotmail.com

## RESUMO

O artigo apresenta uma sugestão para a aplicação da Etnomatemática em sala de aula, especificamente no ensino de múltiplos e divisores no 6º ano do Ensino Fundamental. Abordaremos o que é a Etnomatemática, e posteriormente a aplicação da Etnomatemática através dos trabalhos de cestaria indígena, onde estão inseridos conceitos de múltiplos e divisores, sistema rotacional e simetrias. Esse trabalho possui um embasamento bibliográfico, com destaque para as obras dos professores Ubiratan D'Ambrosio e Paulus Gerdes.

Palavras chaves: Etnomatemática, cestaria indígena, múltiplos e divisores.

## INTRODUÇÃO

A proposta do artigo é aplicar as ideias de múltiplos e divisores contidos nos trabalhos de cestaria indígena, e de como esse conhecimento pode ser aplicado em sala de aula, tornando o aprendizado mais fácil e interessante, principalmente para os alunos de 6º ano do Ensino Fundamental. Essa análise será baseada numa pesquisa bibliográfica, onde constam alguns artigos originados de análises empíricas de seus pesquisadores.

Mesmo com novas metodologias e abordagens educacionais, muitos alunos mostram desinteresse e desmotivação ao aprender novos conteúdos matemáticos. Esse desinteresse e desmotivação, ora são por não visualizarem suas aplicações na prática diária, ora pela abstração do conteúdo transmitido, ora por falta de habilidade do docente em adequar a linguagem para a faixa etária e vivência das crianças. Esses ranços são levados ao longo da vida escolar, transformando a matemática em algo difícil de ser compreendido e operado. É com o objetivo de facilitar a aprendizagem dos discentes que a História da Matemática e, principalmente, a Etnomatemática surgem como possíveis alternativas de novas abordagens e experiências de outras culturas e comunidades.

Mas, afinal o que é Etnomatemática? O professor Ubiratan D'Ambrosio, que foi o pioneiro desse estudo no Brasil, na introdução do seu livro *Etnomatemática – Elo entre as tradições e a modernidade*, define como

*Etnomatemática é a matemática praticada por grupos culturais, tais como comunidades urbanas e rurais, grupos de trabalhadores, classes profissionais, crianças de uma certa faixa etária, sociedades indígenas, e tantos outros grupos que se*

*identificam por objetivos e tradições comuns aos grupos.*  
(D'AMBROSIO, 2001, p.9)

Atualmente, a Etnomatemática vem sendo estudada com mais afinco por vários outros pesquisadores, como o professor Ubiratan, além de outros destaques nesse ramo e pesquisa como Eduardo Sebastiani Ferreira, Gelsa Knijnik, Sônia Maria Clareto.

Assim,

*O Programa Etnomatemática é um programa de pesquisa em história e filosofia da Matemática, com implicações pedagógicas, que se situa num quadro muito amplo. Seu objetivo maior é dar sentido a modos de saber e de fazer das várias culturas e reconhecer como e por que grupos de indivíduos, organizados como famílias, comunidades, profissões, tribos, nações e povos, executam suas práticas de natureza Matemática, tais como contar, medir, comparar, classificar.* (D'AMBROSIO, 2008, p.7)

Nas comunidades indígenas encontramos um arsenal de experiências e ensinamentos que podem ser aplicados no ensino de Matemática, tornando o processo de ensino aprendizagem mais atraente e eficaz para os educandos do Ensino Fundamental, uma vez que pode ser vistos pelos alunos a aplicabilidade dos conceitos matemáticos na prática daquele grupo social, mesmo sem terem o conhecimento acadêmico. (FERREIRA, 2002; TASSINARI, 2012)

O artigo apresenta como justificativa a importância de utilizar os estudos e pesquisas da Etnomatemática no ensino da Matemática. Nos dias de hoje, há uma constante preocupação em inserir na Matemática de cunho acadêmico, tópicos referentes à História da Matemática e as experiências da Etnomatemática. (D'AMBROSIO, 1996 e 2008)

Os estudos em Etnomatemática vêm mostrar que há diversas formas de ensinar e aprender Matemática de acordo com o modo de vida de determinado grupo social. Essas pesquisas mostram que algumas técnicas criadas e desenvolvidas pelos diferentes grupos sociais têm uma visão mais clara, objetiva e prática dos conceitos e conteúdos matemáticos, tirando o foco da matemática acadêmica do mundo ocidental, que na maior parte das obras de História da Matemática é tão exaltado por seus autores. (D'AMBROSIO, 1996 e 2008)

Nos dias de hoje, na prática dentro das salas de aula busca-se, cada vez mais, a aplicabilidade e a contextualização de conceitos a fim de tornar interessante a Matemática para os alunos, e como essa prática nem sempre é possível uma solução interessante, é necessário o uso dos conhecimentos da Etnomatemática.

Ensinar múltiplos e divisores para os alunos de 6º ano do Ensino Fundamental continuam apresentando algumas dificuldades para os professores de Matemática, já que as crianças muitas vezes não percebem a aplicação desse conteúdo em suas práticas diárias.

Para que essas aulas tornem-se mais atraentes e ilustrativas torna-se importante a proposta de utilização dos conhecimentos e ensinamentos indígenas sobre o assunto, já que essas comunidades possuem seus métodos e técnicas próprias de trabalharem com os números, sem a necessidade da “teoria” da Matemática acadêmica. Antes de sistematizar o conceito de múltiplos e divisores, o docente pode mostrar aos alunos a produção de cestos indígenas, seus diferentes trançados e sugerir uma mini oficina para copiar esses objetos, com tiras de EVA e canudo. Ao realizar a mini oficina o docente deve explorar as ideias embutidas na produção dos cestos indígenas, que envolve números múltiplos e divisores e refletir com a turma sobre eles. Após, esse trabalho a contextualização tornar-se-á mais agradável para os discentes e o conteúdo poderá ser sistematizado, já que foi possível atrair a atenção dos alunos para o assunto. Esta mini oficina de criação de cestos indígenas também pode ser utilizada para explorar diferentes conteúdos geométricos. Essa proposta de trabalho visa não só o aprendizado do aluno, mas também um suporte ao professor, com novas ideias e ferramentas para que seu trabalho torne-se mais flexível e atraente.

## ETNOMATEMÁTICA

O pioneiro desse estudo foi o professor Ubiratan D’Ambrosio, que apresentou suas ideias iniciais para a comunidade internacional de matemática no 5º Congresso Internacional de Educação Matemática. Porém, definir a Etnomatemática, como o próprio professor D’Ambrosio diz, é muito difícil, para tanto ele utiliza a etimologia da palavra etnomatemática:

*(...)etno, e por etno entendo os diversos ambientes (o social, o cultural, a natureza, e todo mais); matema significando explicar, entender, ensinar, lidar com; e tica, que lembra a palavra grega techne, que se refere a artes, técnicas, maneiras, etc. Portanto, sintetizando essas três raízes, temos Etnomatemática, que seria, portanto, as ticas de matema em distintos etnos, isto é, o conjunto de artes e técnicas [ticas] de explicar, de entender, e de lidar [matema] com o ambiente social, cultural e natural, desenvolvido por distintos grupos culturais [etno]. (D’AMBROSIO, 2013).*

Em outras palavras, o professor Ubiratan descreve que o maior objetivo do Programa Etnomatemática “é dar sentido a modos de saber e de fazer das várias culturas e reconhecer como e por que grupos de indivíduos, organizados como famílias, comunidades, profissões, tribos, nações e povos, executam suas práticas de natureza Matemática, tais como contar, medir, comparar e classificar” (D’AMBROSIO, In: FANTINATO, 2009, p.19).

A Etnomatemática tem três vertentes de trabalho, mas todas possuem como característica principal de metodologia, a observação e análise;

- Primeira vertente: busca descrever e entender práticas de populações e grupos diferenciados, além de verificar como essas práticas originam métodos, dos métodos as teorias, das teorias as criações.
- Segunda vertente: leitura amplificada da História da Matemática, a partir da visão dos matemáticos que, de alguma forma, “criaram o substrato material e intelectual para os matemáticos, e que se beneficiaram, utilizando, no cotidiano e nas suas práticas, conhecimentos matemáticos”. (D’AMBROSIO, 2013).
- Terceira vertente: “propõe uma pedagogia viva, dinâmica, de fazer o novo em resposta a necessidades e estímulos ambientais, sociais, culturais (...). Assim, dá espaço para a imaginação e para a criatividade. É por isso que na pedagogia da Etnomatemática, utiliza-se muito o fazer cotidiano, a literatura, a leitura de periódicos e diários, os jogos, o cinema, etc. Tudo isso tem importantes componentes matemáticos.” (D’AMBROSIO, 2013).

A utilização da Etnomatemática vem como uma ferramenta para auxiliar o docente em seu trabalho, dando-lhe alegria e prazer em lecionar, e traz um suporte agregador na aprendizagem dos discentes, de maneira incentivadora e divertida, mostrando-os que a matemática muitas vezes está em pequenas ações, trabalhos e até mesmo brincadeiras, que é possível levar esses conhecimentos, que muitos educadores desprezam, para as salas de aula, que matemática não é só aquela que está em seus livros didáticos.

Como nos apresenta Nunes, Carracher e Schliemann, em *Na vida dez, na escola zero*, há pessoas que mesmo sem possuírem formação escolar conseguem desenvolver técnicas próprias para resolverem cálculos matemáticos de acordo com as necessidades profissionais. E por que essas técnicas não podem ser levadas para as salas de aula? Por que só tem valor os conteúdos nos livros didáticos?

É baseado nessas experiências que buscamos auxílio na Etnomatemática, assim como na História da Matemática.

## **APLICAÇÕES DA ETNOMATEMÁTICA NO ENSINO DE MÚLTIPLOS E DIVISORES.**

### **1.1. *Mariposas* dos trançados bora.**

Com o objetivo de facilitar o processo ensino aprendizagem dos múltiplos e divisores de um número natural, será utilizado o processo de trançado de cestas indígenas, trabalho que foi explorado e estudado, principalmente, por Paulus Gerdes que traz em sua obra *Geometria dos trançados Bora na Amazônia Peruana*, um abrangente estudo sobre esses trançados.

As esteiras, peneiras (*níjtyubane*) e os cestos possuem padrões denominados *mariposas* ou *borboletas*, são desenhados formados por quadrados concêntricos, nas observações feitas por Gerdes, foi visto que a grande maioria das *mariposas* possui no seu centro um quadrado cujas dimensões são um número ímpar.

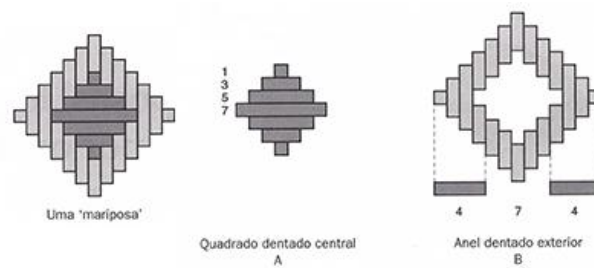


Figura 1 <sup>1</sup>

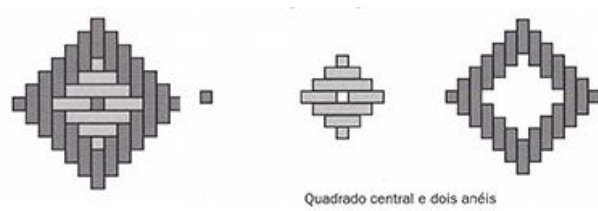


Figura 2<sup>2</sup>

As *mariposas* são caracterizadas “por um terno de números (**C, N, L**), em que C representa a dimensão do quadrado dentado central, N o número de quadrados dentados concêntricos e L a largura dos anéis consecutivos.” (GERDES, p. 34)

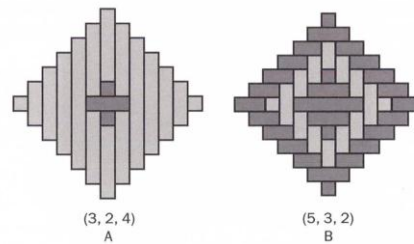


Figura 3<sup>3</sup>

Nas imagens a seguir poderá ser observado os passos para a construção de uma mariposa do tipo (3, N, 3), onde N é o número de quadrados dentados concêntricos sucessivos maior ou igual a 3.

<sup>1</sup> GERDES, Paulus. **Geometria dos trançados Bora na Amazônia peruana**. São Paulo: Livraria da Física, 2010. p.32.

<sup>2</sup> Idem. p. 33.

<sup>3</sup> Idem. p. 35.

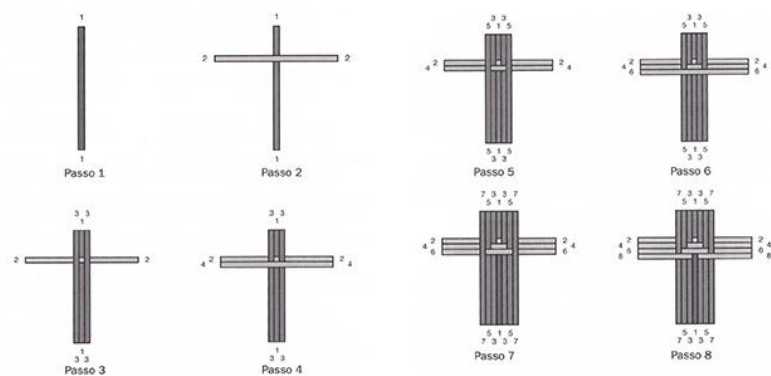


Figura 4<sup>4</sup>

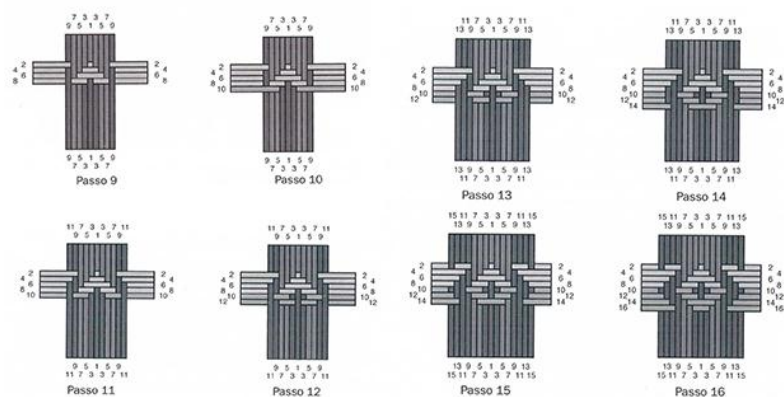


Figura 5<sup>5</sup>

Porém, nos trabalhos bora as *mariposas* dificilmente aparecem sozinhas, ou seja, estão sempre entrecruzadas, e geralmente são congruentes e posicionadas da mesma maneira, observe as imagens:

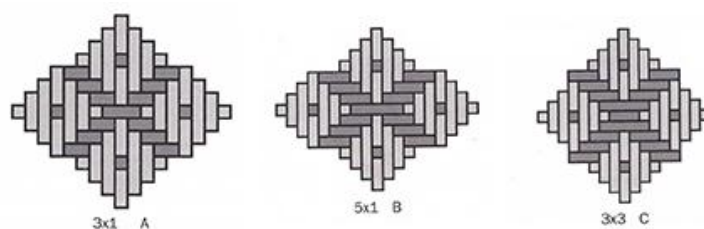


Figura 6<sup>6</sup>

Pode-se notar que a distância horizontal e vertical entre as *mariposas* variam, o que faz com que o padrão passe a ser caracterizado por um quádruplo  $(C, N, L, p \times q)$ , onde  $(C, N, L)$  representa a *mariposa* e  $p$  e  $q$  as distâncias horizontal e vertical entre

<sup>4</sup> Idem. p. 40 e 41.

<sup>5</sup> Idem. p. 41 e 42.

<sup>6</sup> Idem. p. 45 e 46.



cada *mariposa*. Deve-se ter cautela na ordem de  $p$  e  $q$ , pois os quádruplos  $(C, N, L, p \times q)$  e  $(C, N, L, q \times p)$  geram padrões de mariposas diferentes.

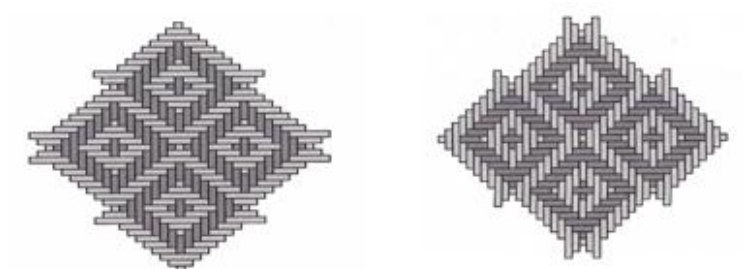


Figura 7<sup>7</sup>

Em todos os padrões de mariposas do tipo  $(C, N, L, p \times q)$  são observados eixos de simetria horizontais e verticais, e ainda se  $p$  for igual a  $q$  serão observados eixos de simetrias diagonais.

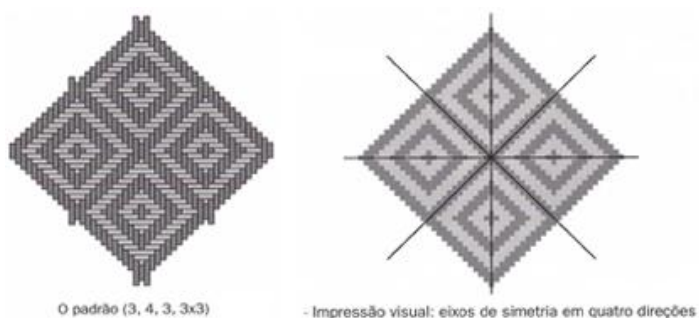


Figura 8<sup>8</sup>

## 1.2. Múltiplos e divisores na cestaria indígena.

O estudo dos múltiplos e divisores será abordado nos trançados indígenas, especificamente nos cestos de fundo quadrado e boca circular, adquiridos através de um integrante da tribo Guarani pela autora.



Figura 9

<sup>7</sup> Idem. p. 47.

<sup>8</sup> Idem. p. 50.



Figura 10

A produção desses cestos é iniciada pelo fundo, onde entrecruzam as fitas numa esteira quadrada; “(...) os vértices da base quadrada do cesto final são os pontos médios da esteira quadrada inicial. Nota-se que as tiras sobem na parede cilíndrica para a direita e para a esquerda a  $45^\circ$  da horizontal em duas famílias de tiras perpendiculares entre si.” (GERDES, p. 102)

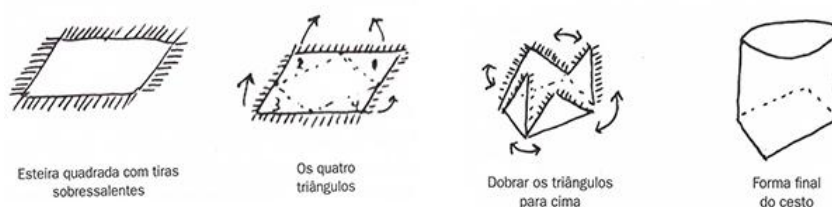


Figura 11<sup>9</sup>

Observando esses cestos, percebe-se que a decoração realizada nas paredes depende do comprimento da diagonal do fundo quadrado, e do número de tiras paralelas que formam esse fundo que “deve ser um **múltiplo** do período do motivo decorativo da parede.” (GERDES, p. 103) (grifo meu).

Para criar essas peças os índios acabam desenvolvendo a habilidade em trabalhar com números múltiplos e divisores. Observe dois cestos produzidos pelos Guaranis:

No cesto 1 o fundo tem centro rotacional de ordem 4, cada quadrante tem a estrutura  $4+4+4+4 = 16$ , 16 é *múltiplo* de 4, o que faz com que o período da parede cilíndrica também seja múltiplo de 4.



<sup>9</sup> Idem. p. 102 e 103.



Figuras 12

No cesto 2 observa-se que o centro tem centro rotacional de ordem 3, cada quadrante possui a estrutura  $3+3+3+3 = 15$ , 15 é *múltiplo* de 3, logo seu período cilíndrico é 5, que é *divisor* de 15.



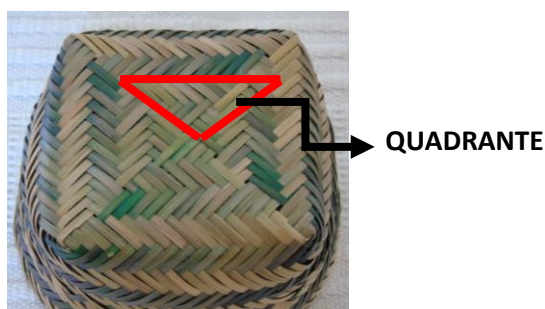
Figuras 113

Nesses cestos produzidos pelos Guaranis, além dos apresentados na obra de Paulus Gerdes, é possível fazer pequenas reproduções em salas de aula propondo uma mini oficina de cestaria indígena com alunos do 6º ano do Ensino Fundamental, trabalhando a percepção, a criatividade e o desenvolvimento dos múltiplos e divisores de números naturais. O objetivo da oficina é apresentar aos discentes que a teoria apresentada em sala de aula é desenvolvida por outras etnias para a produção de utensílios e objetos decorativos.

Para realizar a oficina, o docente lançará mão de materiais como canudo, tiras de EVA, e tentará reproduzir os trançados dos cestos, observando com os alunos a quantidade de tiras utilizadas, promovendo pequenos debates sobre os valores sugeridos pelos alunos e avaliando se os cestos poderão ser confeccionados ou não, e as justificativas. Assim, serão iniciadas as ideias referentes a múltiplos e divisores que se encontram embutidas nas práticas indígenas. A mini oficina poderá abordar também assuntos geométricos, como as simetrias, os centros rotacionais, por exemplo.

Com o auxílio do professor, que será um mediador do trabalho, os alunos começarão a perceber que a quantidade de tiras empregadas para a montagem do fundo influenciará nos desenhos empregados na parede cilíndrica do cesto, isto é, o motivo do desenho é representado por um período, que é a quantidade de tiras para a reprodução

do padrão, e essa quantidade deverá ser um divisor do total de tiras de um quadrante do fundo, como mostrado nos exemplos acima.



A produção desses cestos ajudará na percepção dos alunos e na visualização tridimensional da geometria, facilitando os estudos posteriores de ângulos, rotações, simetrias horizontal, vertical e diagonal.

O docente poderá criar problemas ou desafios, para que os alunos reflitam e relacionem os números com a possibilidade de execução perfeita dos cestos, por exemplo:

“Para um cesto cujo desenho tenha período de 6 tiras, em um quadrante poderá ter 15 tiras? Por quê? Quantas tiras podem ter?”

“O fundo de um cesto foi desenvolvido contendo em um quadrante 20 tiras, o desenho da parede cilíndrica poderá ter um período com quantas tiras? Por quê?”

Esse trabalho de reflexão e questionamento auxiliará na formação dos conceitos de múltiplos e divisores pelos alunos e

A análise desses cestos, a oficina e o trabalho de reflexão e questionamento podem ser desenvolvidas antes da sistematização do conceito de múltiplos e divisores, pois os alunos já terão construído esses conceitos e tem o objetivo de desenvolver no aluno o aprendizado através de situações do dia a dia, o que fará com que a apresentação do conceito/teoria torne-se agradável e desperte nos educandos a curiosidade em descobrir onde podem ser aplicados os conhecimentos adquiridos na escola.

## CONCLUSÃO

A Etnomatemática, assim como a História Matemática, não pode ser esquecida nem encarada como uma ciência inovadora que só deve ser explorada por pesquisadores, e sim como uma ferramenta que auxiliará o trabalho em sala de aula, tornando a Matemática uma disciplina alegre, criativa, inovadora e que pode ser observada nas mais diversificadas atitudes e momentos da rotina diária e de vários grupos sociais, etnias, culturas.

Quando os discentes percebem a presença da Matemática em objetos, na natureza ou situações comuns do dia a dia, passam a vê-la como algo interessante e útil, e não apenas como contas sem sentido algum para suas vidas. Cada vez mais os pesquisadores e educadores estudam e percebem a diferença e a melhora no ensino da Matemática através dos estudos apresentados pela Etnomatemática, como constato nos

trabalhos apresentados no Encontro de Etnomatemática do Rio de Janeiro, realizado na Universidade Federal Fluminense, em 25 e 26 de Setembro de 2014.

A Etnomatemática vem não só apresentar a Matemática em outros contextos, mas faz com que possamos conhecer, observar, admirar e respeitar outras culturas, como a indígena, por exemplo.

Desenvolver a criatividade, o pensamento crítico e questionador, a curiosidade do aluno fará com que o processo ensino aprendizagem torne-se satisfatório e completo, conhecendo outros povos, culturas e grupos sociais, e percebendo que em cada situação da vida são aproveitados diversos ensinamentos de sala de aula.

## REFERÊNCIAS

CARRACHER, Terezinha Nunes; CARRACHER, David; SCHLIEMANN, Ana Lúcia. **Na vida dez, na escola zero**. 16. ed. São Paulo: Cortez, 2011.

D'AMBROSIO, Ubiratan. **Educação Matemática: da teoria à prática**. Campinas: Papirus, 1996.

\_\_\_\_\_. **Etnomatemática: Elo entre as tradições e a modernidade**. Belo Horizonte: Autêntica, 2001. p. 9. Disponível em: <<http://professorubiratandambrosio.blogspot.com.br/2012/04/etnomatematica-uma-abordagem-inclusiva.html#more>>. Acesso em 04 nov. 2013.

\_\_\_\_\_. O Programa Etnomatemática: uma síntese. **Acta Scientiae**. Canoas, v.10, n. 1, p. 7 – 16, jan./jun. 2008.

\_\_\_\_\_. “Etnomatemática e História da Matemática”, p. 17-29 In: FANTINATO, Maria Cecília de Castello Branco (org.). **Etnomatemática: novos desafios teóricos e pedagógicos**. Niterói: Editora da Universidade Federal Fluminense, 2009.

\_\_\_\_\_. **Um mini-guia sobre etnomatemática**. Texto disponibilizado pelo autor em 23 ago. 2013. Pode ser encontrada versão resumida em <<http://www.ime.unicamp.br/lem/jpm/jpm05.pdf>>.

FERREIRA, Mariana Kawall Leal (org.). **Idéias matemáticas de povos culturalmente distintos**. São Paulo: Global, 2002.

GERDES, Paulus. **Geometria dos trançados Bora na Amazônia peruana**. São Paulo: Livraria da Física, 2010.

TASSINARI, Antonella Maria Imperatriz; GRANDO, Beleni Saléte; ALBUQUERQUE, Marcos Alexandre dos Santos (org.). **Educação Indígena: reflexões sobre noções nativas de infância, aprendizagem e escolarização**. Florianópolis: Ed. UFSC, 2012.

# AS AVALIAÇÕES EXTERNAS E A ESCOLA: POSSIBILIDADES E DESAFIOS PARA A SALA DE AULA

**Roberto Arlindo Pinto<sup>1</sup>**  
**Marger da Conceição Ventura Viana<sup>2</sup>**

<sup>1</sup>Universidade Federal de Ouro Preto/DEMAT, robertoarlindo@yahoo.com.br

<sup>2</sup>Universidade Federal de Ouro Preto/DEET, margerv@terra.com.br

**Resumo:** Este artigo se refere a um estudo para a elaboração de uma dissertação num Programa de Mestrado Profissional em Educação Matemática. A pesquisa tem por objetivo verificar como as avaliações externas podem influenciar as práticas pedagógicas de professores de Matemática de uma escola da rede pública municipal de uma cidade do interior de Minas Gerais. Outro objetivo é discutir estratégias de como os professores interpretam os resultados das avaliações para utilizá-los em sua prática na sala de aula de Matemática. Disso deverá resultar um Produto Educacional com apresentação de sugestões para o aperfeiçoamento de práticas e avaliação. O público alvo são professores das séries finais do Ensino Fundamental da escola. Analisou-se, em documentos oficiais, o desempenho desta escola nos últimos cinco anos detectando no eixo Espaço e Forma o de sua maior fragilidade. Discutem-se estratégias de interpretação dos resultados das avaliações para utilização no planejamento e realização de aulas de Matemática. Foram aplicados dois questionários: um inicial para conhecer o perfil de cada um dos professores e outro para saber a relação deles com as avaliações externas. Uma sequência de atividades para abordagem de conteúdos necessários é elaborada para ser apresentada e discutida com os professores num grupo focal quando poderão ser feitas alterações necessárias indicadas por eles. Para concluir a análise desse grupo focal será realizada uma entrevista com cada professor para verificação final da sequência didática. Além desses instrumentos foi utilizado o caderno de campo do pesquisador e documentos publicados pelos órgãos oficiais.

**Palavras-chave:** Avaliações externas, práticas pedagógicas, Sala de aula, Matemática.

## INTRODUÇÃO

Nos documentos oficiais que tratam da educação (leis, parâmetros curriculares, diretrizes, etc.), as avaliações são relacionadas à busca pela melhoria da qualidade no ensino, colocando-as como um meio pelo qual se torna possível um planejamento educacional e a verificação da eficácia das políticas públicas para a educação (BRASIL, 2001).

No entanto, segundo Luckesi (2013)

Até finais dos anos 1980 e inícios dos anos 1990, predominantemente, na prática educativa, considerávamos que o responsável pelo fracasso escolar era o educando. Era ele que não desejava ou não investia em sua aprendizagem, por isso era eventualmente ou sucessivamente reprovado. (LUCKESI, 2013)

Porém, com o aumento das pesquisas em educação percebeu-se que o fracasso escolar não era somente culpa dos educandos.

Então, timidamente, para além da avaliação da aprendizagem, iniciamos a pensar e ensaiar práticas avaliativas que fossem para além da aprendizagem em sala de aulas, chegando, hoje, às práticas de avaliação institucional e de larga escala. (LUCKESI, 2013)

Começou a se perceber que o sistema de ensino também poderia ser o responsável pelo fracasso escolar. Nesse sentido, a avaliação externa pode ser um ponto de apoio, um elemento a mais, para repensar e planejar a ação pedagógica e a gestão educacional.

Ademais, as pesquisas em educação, particularmente em Educação Matemática têm demonstrado que o Sistema de Ensino, mais que o aluno é responsável por seu sucesso/insucesso. Com isso, as práticas de avaliação institucional e de larga escala que vão além da avaliação em sala de aula são importantes, pois a qualidade da aprendizagem do educando, em primeiro lugar, depende da instituição que oferece o ensino. (LUCKESI, 2013).

Assim, a compreensão de que a qualidade da aprendizagem do educando, em primeiro lugar, depende da instituição que oferece o ensino se ampliou e abriram-se as portas para esses novos campos da avaliação em educação, pois tão importante quanto avaliar o aprendizado dos alunos é avaliar o sistema de ensino no qual esses alunos estão inseridos. (LUCKESI, 2013).

Mas quais serão os reflexos causados pelas avaliações externas na sala de aula do professor? Que ações elas impulsionam?

Pois segundo Luckesi (2003), a avaliação escolar é uma apreciação qualitativa sobre dados relevantes do processo de ensino e aprendizagem que auxilia o professor a tomar decisões sobre o seu trabalho.

Por outro lado, em sua prática profissional, o segundo autor percebeu que o envolvimento dos professores com os resultados das avaliações externas e o que significam para a escola, em geral é muito tímido. Inquietava a função das avaliações externas e seus reflexos, na escola, mais especificamente no trabalho docente.

*Quais são as reais finalidades dessas avaliações oficiais?*

*Como lidar com essa cultura avaliativa?*

*Como utilizar os resultados dessas avaliações no planejamento das atividades a serem trabalhadas em de sala de aula?*

Com isso, baseando-se nas experiências obtidas como professor da educação básica e a partir de reflexões sobre as avaliações externas e sua relação com a escola, elaborou-se a seguinte pergunta de investigação:

*Qual é a interpretação que um grupo de professores tem sobre os resultados das avaliações externas e como estes podem contribuir para a elaboração de propostas de atividades adequadas à aprendizagem dos alunos?*

Dessa maneira, o objeto de estudo é a interpretação que um grupo de professores de uma escola pública tem sobre os resultados das avaliações externas e como estes podem contribuir para a elaboração de propostas de atividades adequadas à aprendizagem dos alunos.



Em consequência, temos como objetivos verificar influências das avaliações externas nas práticas pedagógicas de professores de Matemática e apresentar sugestões para aperfeiçoamento de práticas e avaliação.

Como ponto de partida analisou-se, em documentos oficiais, o desempenho da escola (alvo desta pesquisa) nos últimos cinco anos detectando no eixo Tratamento da Informação o de maior fragilidade da escola. Com isso, elaborada uma sequência didática para a abordagem dos conteúdos desse eixo, deve ser apresentada e discutida com os professores.

Assim, discutem-se estratégias de interpretação dos resultados das avaliações para utilização no planejamento e realização de aulas de Matemática.

Disso decorre que os instrumentos para coleta de dados são documentos oficiais sobre avaliação e sobre resultados da escola alvo dessa pesquisa, questionários, entrevistas, grupos focais e caderno de campo do pesquisador.

Além da dissertação, da pesquisa deverá resultar um produto educacional representado por uma proposta de atividades que auxilie professores a utilizar os resultados das avaliações externas para favorecer a aprendizagem dos alunos.

## **A AVALIAÇÃO EXTERNA**

As avaliações externas, que também são chamadas de avaliações em larga escala, são elaboradas, organizadas e realizadas por pessoas externas à escola, ao contrário das avaliações da aprendizagem em sala de aula, onde quem a elabora e realiza é alguém interno a escola. “Baseadas em testes de proficiência, as avaliações em larga escala buscam aferir o desempenho dos alunos em habilidades consideradas fundamentais para cada disciplina e etapa de escolaridade avaliada.” (MINAS GERAIS, 2013, p.9).

A avaliação externa ou avaliação em larga escala, como é conhecida, é um dos principais instrumentos utilizados pelo governo para a implantação e elaboração de políticas públicas dos sistemas de ensino, fazendo com que escola e comunidade alterem suas ações e redirecionem o seu método de trabalho.

Neste contexto, para Oliveira e Rocha (2007), a avaliação externa tem sido, massivamente, implementada pelo Ministério da Educação e Cultura (MEC), com o objetivo de possibilitar uma percepção mais ampla da realidade e contribuir para diagnosticar a situação da educação brasileira, visando sua melhoria quantitativa e qualitativa. Por isso é uma avaliação em larga escala. Com isso, a avaliação externa deve ser um ponto de partida, de apoio, um elemento a mais para repensar e planejar a ação pedagógica e a gestão educacional (BLASIS, FALSARELLA e ALAVARSE, 2013).

Esse tipo de avaliação pode acontecer de forma amostral ou censitária, indo além da sala de aula, conseguindo avaliar também os sistemas de ensino. É construído de forma padronizada e seus resultados são dispostos em escalas de proficiência. Elas têm por objetivo assegurar a qualidade da Educação, fortalecendo o direito a uma educação de qualidade a todos os alunos. Assim,

Essas avaliações informam sobre os resultados educacionais de escolas e redes de ensino a partir do desempenho dos alunos em testes ou provas padronizadas que verificam se estes aprenderam o que deveriam ter aprendido, permitindo inferências sobre o trabalho educativo das escolas e redes de ensino. (BLASIS, FALSARELLA e ALAVARSE, 2013, p. 12).

Assim, os dados que são obtidos pelas avaliações externas podem apontar problemas que incidem tanto na ação do professor na sala de aula, como na gestão da escola e nas diretrizes e intervenções da secretaria de educação. “Portanto, indicam os âmbitos nos quais as ações e prioridades serão repensadas e planejadas, a partir da leitura dos dados” (BLASIS, FALSARELLA e ALAVARSE, 2013, p.38).

Por outro lado, Vianna (2005), destaca que

A avaliação não é um valor em si e não deve ficar restrita a um simples rito da burocracia educacional; necessita integrar-se ao processo de transformação do ensino/aprendizagem e contribuir, desse modo, ativamente, para o processo de transformação dos educandos. (Vianna, 2005, p. 16).

Ou seja, a avaliação não deve ter apenas a função de diagnóstico do sistema educacional, mas deve ser utilizada como instrumento que contribui para a transformação do processo de ensino, em função de sua melhoria. Essa contribuição muitas vezes não se verifica nas escolas, pois, para Gontijo (2011) apesar dos esforços do governo na realização das avaliações, percebe-se que as mesmas têm pouco ou quase nenhum impacto no trabalho pedagógico desenvolvido nas escolas. Para Blasis, Falsarella e Alavarse (2013)

É importante reconhecer que a avaliação externa não termina com a divulgação dos resultados das provas e indicadores. Ela continua à medida que envolve a sociedade, escolas, comunidades e poder público nos debates sobre esses resultados e, a partir disso, abrindo caminho tanto para adensar e dialogar com as avaliações internas realizadas no âmbito das escolas (do projeto pedagógico e da ação educativa), quanto no âmbito das secretarias de educação (das diretrizes da política educacional). (BLASIS, FALSARELLA e ALAVARSE, 2013, p.39).

Sendo assim, é de grande importância que o professor conheça essas avaliações e saiba interpretar os seus resultados, para que a Avaliação Externa possa cumprir o papel a que se propõe. A compreensão de que a qualidade da aprendizagem do educando, em primeiro lugar, depende da instituição que oferece o ensino se ampliou e abrimos as portas para esses novos campos da avaliação em educação (LUCKESI, 2013).

Os dados obtidos através da aplicação dessas avaliações são repassados aos governantes pelo MEC, e esses por sua vez trabalham no intuito de sanar possíveis falhas que estejam afetando os alunos no seu convívio social.

No Brasil, a Avaliação em Larga Escala como política pública, tal como é hoje concebida, teve início na década de 80 do século XX, quando o Ministério de Educação começou a desenvolver estudos sobre a Avaliação Educacional, movido pelo incentivo proveniente das agências financiadoras transnacionais (Oliveira e Rocha, 2007).

Essas avaliações, na maioria das vezes, eram ligadas a projetos educacionais financiados pelo Banco Mundial. Com isso, desde o ano de 1990, foram implantadas no Brasil várias avaliações em larga escala nacionais, estaduais e em alguns casos municipais.

Nos documentos oficiais que tratam da educação (leis, parâmetros curriculares, diretrizes, etc.), as avaliações são relacionadas à busca pela melhoria da qualidade no

ensino, colocando-as como um meio pelo qual se torna possível um planejamento educacional e a verificação da eficácia das políticas públicas para a educação (BRASIL, 2001).

Para isso o Ministério da Educação e Cultura (MEC) tem implementado massivamente a avaliação externa ou avaliação em larga escala, como é conhecida. E tornou-se um dos principais instrumentos utilizados pelo governo para a implantação e elaboração de políticas públicas dos sistemas de ensino, fazendo com que escola e comunidade alterem suas ações e redirecionem o método de trabalho das escolas. Com isso, poderá possibilitar uma percepção mais ampla da realidade e contribuir para diagnosticar a situação da educação brasileira, visando sua melhoria quantitativa e qualitativa (Oliveira e Rocha, 2007).

Hoje a avaliação de larga escala estendeu-se por todo o sistema educacional do país e “essas avaliações do sistema nacional de educação destinam-se a investigações sobre a qualidade da educação brasileira nos diversos níveis de ensino, da educação básica ao ensino superior e a pós-graduação.” (LUCKESI, 2011, p.430).

O governo de Minas Gerais criou em julho de 2000 o Sistema Mineiro de Avaliação da Educação Pública (SIMAVE), por resolução da Secretaria de Estado de Estado da Educação de Minas Gerais, com o objetivo de implementar o Programa de Avaliação da Rede Pública de Educação Básica (PROEB).

Já a nível nacional, o Ministério da Educação e Cultura (MEC) elabora e aplica algumas avaliações de larga escala por meio do Inep (Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira). São elas a Avaliação Nacional do Rendimento Escolar (Anresc), conhecida popularmente como prova Brasil e a Aneb, que compõem o Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica (Saeb); o Exame Nacional para Certificação de Competências de Jovens e Adultos (Encceja); o Exame Nacional do Ensino Médio (Enem); o Exame Nacional de Desempenho dos Estudantes (Enade), que integra o Sistema Nacional de Avaliação da Educação Superior (Sinaes).

Essas avaliações têm objetivos diversos. Neste trabalho serão tratadas apenas as avaliações realizadas na escola onde foi realizada a pesquisa, isto é, a Prova Brasil (Anresc) e a Aneb a nível nacional e o PROEB a nível estadual.

A avaliação externa, enquanto gera informações para subsidiar o trabalho pedagógico das escolas, também instaura um clima de competição ao divulgar os resultados do IDEB de cada escola, observando que a cultura avaliativa tem provocado impactos tanto nas questões pedagógicas quanto nas administrativas das escolas (Melo, 2012).

Porém, mais do que as competições provocadas pelas avaliações externas, a avaliação em sala de aula é o instrumento que possibilita que o aluno avance em seus conhecimentos, já que a avaliação integra o processo de ensino/aprendizagem (Viana, 2002, 2013).

## **AValiação NA SALA DE AULA DE MATEMÁTICA**

Avaliamos a todo momento e nem nos damos conta disso. A avaliação é procedimento que está presente em tudo que fazemos em nossa vida, mesmo que de modo inconsciente, ela está presente em atos simples do nosso dia-a-dia, quando estamos à procura de algum resultado satisfatório para as coisas que estamos fazendo.

Segundo (Luckesi, 2003, p165), “em nossa casa, avaliamos o alimento que estamos fazendo quando provamos seu sabor, sua rigidez, verificando se se encontra

“no ponto” ou se necessita de mais algum ingrediente, de mais um tempo de cozimento etc.”

Já com relação a educação, no contexto escolar, para Ferreira 2002,

(...) o ato de avaliar como procedimento sistemático, consciente, reverte-se de muito significado e importância, pois, é o meio através do qual se evidenciam o progresso do aluno, as mudanças de comportamento e indica as falhas no ensino-aprendizagem para o devido encaminhamento, seja relativo a pessoas, programas ou instituição. (Ferreira, 2002, p.9)

Desse modo, “sendo a avaliação um ato tão presente no dia-a-dia escolar, há necessidade de um melhor entendimento do que esta ação representa no contexto educativo”. (Ferreira, 2002, p11).

Além disso, embora a avaliação escolar seja parte integrante do processo de ensino/aprendizagem, ela depende da concepção que se tem desse processo estando associada à corrente filosófica /psicológica/pedagógica que a sustenta (Viana, 2002).

Nessa mesma linha, (Basso, 2009, p7) propõe-se que “ela [a avaliação] deva ocorrer concomitantemente ao processo de ensino, ou seja, que a avaliação não seja uma parte separada do processo e sim, que ocorra ao mesmo tempo. ”

A aprendizagem é considerada uma atividade de produção e reprodução do conhecimento, sob condições de orientação e interação social dentro do paradigma histórico cultural, e as “características deste processo segundo esta concepção são seu caráter social, ativo, individual, consciente, comunicativo, motivante, significativo e cooperativo” (Viana, 2002; 2013, p.20).

E é neste contexto, para acompanhar o desenvolvimento e crescimento do aluno, principalmente da aquisição de conhecimentos matemáticos que se esclarece que a avaliação não trata apenas de avaliar rendimento. Diz respeito ao acompanhamento do desenvolvimento e crescimento do aluno, principalmente da aquisição de conhecimentos matemáticos.

Em decorrência, não se trata apenas de avaliar a produção escrita dos estudantes, a exemplo de seus testes, exercícios e cadernos. A avaliação é algo mais amplo, pois “a avaliação da aprendizagem também necessita ser realizada por professores e alunos, analisando processos, recursos, estratégias e resultados das atividades para aprender Matemática, em interações discursivas na sala de aula (Viana, 2013, p.10).

Ainda de acordo com Viana (2013) a avaliação deve cumprir diferentes funções que auxiliem professor e aluno a elevarem o nível do resultado de suas atividades.

Viana (2013) admite como fundamentais as funções de diagnóstico, de controle, educativa e projetiva que bem entendidas e realizadas possam contribuir para a aprendizagem dos estudantes.

Concluindo, de acordo com (Vianna, 2005, p.84), “uma avaliação devidamente estruturada em nosso contexto educacional, teria grande impacto sobre a aprendizagem e o ensino, conforme ocorre em outros países conscientes da relevância desse problema para a qualidade da educação. ”

## **O CAMINHO PERCORRIDO, DADOS E RESULTADOS JÁ OBTIDOS AVALIAÇÃO NA SALA DE AULA DE MATEMÁTICA**

A pesquisa foi realizada com cinco professores de Matemática que atuam nas turmas do 6º ao 9º ano e um supervisor de uma escola da rede municipal de ensino de Itabirito - MG além da diretora pedagógica da cidade.

Trata-se de um estudo de caso no qual o professor e sua prática terão enfoque com isso os dados coletados são analisados, de forma mais qualitativa que quantitativa não excluindo quantificação para sua descrição, pois a natureza da pesquisa não permite generalização.

Foram elaborados dois questionários que foram respondidos pelos professores participantes da pesquisa. Inicialmente, eles responderam ao questionário, denominado Questionário 1, para coletar informações sobre suas experiências profissionais e seu perfil, além de fornecer algumas informações sobre suas relações com as avaliações externas. Em seguida responderam a outro denominado Questionário 2, que visava verificar a profundidade da relação dos professores com essas avaliações, além de procurar entender o que eles pensam a respeito dessas avaliações.

Inicialmente foram buscados e obtidos os dados sobre a escola nas avaliações externas a que ela é submetida. Assim foram analisados os documentos que continham os resultados da escola na Prova Brasil desde a sua primeira edição em 2005, ou seja, as suas cinco edições até o ano de 2013, inclusive. O Quadro 1, a seguir, contém os resultados da proficiência média em Matemática da escola nas cinco últimas edições da Prova Brasil.

Quadro 1- Resultados da proficiência média em Matemática da escola nas últimas cinco edições da Prova Brasil

| Edição | Proficiência |
|--------|--------------|
| 2005   | 309,96       |
| 2007   | 302,61       |
| 2009   | 318,82       |
| 2011   | 314,76       |
| 2013   | 302,19       |

Fonte: dados do INEP colhidos pelo pesquisador

Embora o índice da escola pesquisada tenha baixado nos últimos anos, ainda é superior ao da média das escolas municipais e estaduais, ficando abaixo apenas do da médias das escolas federais. Quando se compara o índice da escola pesquisada com o de escolas similares<sup>1</sup>, percebe-se que o daquela está acima da média das similares em 21 pontos. Apesar de nesse período a proficiência da escola pesquisada haver sido superior ao de escolas similares, apenas 0,83% dos estudantes estavam no nível de proficiência considerado ideal, isto é o nível 9. Mesmo sendo baixo, esse índice ainda foi superior à média estadual e nacional.

Foram analisados também os documentos com os resultados da escola no PROEB/SIMAV dos cinco últimos anos, ou seja, de 2009 a 2013, inclusive. Em relação aos dados do PROEB/SIMAV 2013, a escola alcançou a média 299,4, menor em 2,6 que a proficiência registrada em 2012. Neste ano, 3,55% dos alunos estavam no nível

<sup>1</sup> Consideram-se escolas similares aquelas cujo número de matrículas é próximo, assim como o de professores, de espaço físico e os alunos possuem o mesmo nível socioeconômico.

considerado baixo, 42,6% estavam no nível intermediário e 53,9% estavam no nível recomendado, como pode ser visto no Quadro 2 a seguir.

Quadro 2- Resultados do PROEB/SIMAV da escola pesquisada nos últimos 5 anos

| Edição | Proeficiência | % por padrão de desempenho |               |             |
|--------|---------------|----------------------------|---------------|-------------|
|        |               | Baixo                      | Intermediário | recomendado |
| 2009   | 313,7         | 2,4                        | 28,5          | 69,1        |
| 2010   | 312,5         | 0,0                        | 37,7          | 62,3        |
| 2011   | 307,1         | 0,8                        | 37,3          | 61,9        |
| 2012   | 302,0         | 1,8                        | 48,2          | 50,0        |
| 2013   | 299,4         | 3,5                        | 42,6          | 53,9        |

Fonte: elaboração do pesquisador a partir de dados colhidos do CAED

Em seguida, foi realizada uma nova análise documental, cujo objetivo foi verificar os descritores onde a escola ainda precisava de intervenção. Com estes dados em mãos, foram elaboradas atividades para serem aplicadas com os alunos do 6º ao 9º ano.

Quadro 3- Descritores com maior número de erros por escolas da rede municipal de ensino

| MAPA DE RESULTADOS DE AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA - Disciplina: Matemática |                                       |         |    |            |    |              |     |    |     |     |     |     |     |     |    |     |    |    |    |    |
|----------------------------------------------------------------------|---------------------------------------|---------|----|------------|----|--------------|-----|----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|----|-----|----|----|----|----|
|                                                                      |                                       | Legenda |    | 1 = acerto |    | Vazio = erro |     |    |     |     |     |     |     |     |    |     |    |    |    |    |
|                                                                      |                                       | Ano     |    | Data       |    |              |     |    |     |     |     |     |     |     |    |     |    |    |    |    |
| Escolas                                                              | Itens, gabarito, Descritores do PROEB |         |    |            |    |              |     |    |     |     |     |     |     |     |    |     |    |    |    |    |
|                                                                      | 1                                     | 2       | 3  | 4          | 5  | 6            | 7   | 8  | 9   | 10  | 11  | 12  | 13  | 14  | 15 | 16  | 17 | 18 | 19 | 20 |
|                                                                      | A                                     | B       | A  | C          | B  | D            | C   | B  | D   | D   | D   | A   | C   | B   | C  | B   | D  | C  |    |    |
|                                                                      | D1                                    | D2      | D3 | D4         | D5 | D6           | D7  | D8 | D9  | D10 | D11 | D12 | D13 | D14 | D3 | D32 |    |    |    |    |
| 118 alunos    60% = 70.8    90% = 106.2                              | 85                                    | 102     | 36 | 36         | 17 | 42           | 78  | 56 | 103 | 7   | 69  | 83  | 58  | 85  | 56 | 88  |    |    |    |    |
| 72 alunos    60% = 43.2    90% = 64.8                                | 40                                    | 58      | 22 | 31         | 9  | 8            | 49  | 39 | 62  | 5   | 29  | 52  | 42  | 46  | 33 | 0   |    |    |    |    |
| 142 alunos    60% = 85.2    90% = 127.8                              | 90                                    | 125     | 32 | 24         | 33 | 43           | 114 | 88 | 123 | 25  | 51  | 116 | 78  | 105 | 73 | 83  |    |    |    |    |
| 56 alunos    60% = 33.6    90% = 50.4                                | 37                                    | 53      | 29 | 16         | 13 | 16           | 41  | 30 | 39  | 7   | 20  | 40  | 21  | 45  | 25 | 30  |    |    |    |    |

Fonte: Dados do pesquisador

Das análises dos documentos oficiais sobre o desempenho desta escola nos últimos cinco anos localizou-se no eixo Espaço e Forma o de maior fragilidade.

De posse desse resultado foi elaborada uma proposta de sequência de atividades focada no eixo Espaço e Forma. Em seguida serão realizadas reuniões para a apresentação da proposta e discussão da mesma com os professores. Isto para conhecer a maneira como conduzem a avaliação no processo de ensino e aprendizagem da matemática e relacioná-la com a proposta. A partir dos resultados das discussões serão feitas as alterações necessárias indicadas pelos professores. Na sequência um grupo focal.

Para concluir será realizada uma entrevista semi-estruturada, composta de questões abertas e fechadas, com cada professor para verificação final da sequência de atividades.

Fiorentini e Lorenzato (2007, p.120) afirmam que “a entrevista, além de permitir uma obtenção mais direta e imediata dos dados, serve para aprofundar o estudo, complementando outras técnicas de coleta de dados de alcance superficial ou genérica”.

As entrevistas serão gravadas, transcritas e apresentadas aos entrevistados para confirmação.

Da pesquisa deverá resultar um produto educacional que os professores poderão utilizar para distinguir os diversos tipos de avaliação e utilizar os resultados das avaliações externas como um contributo para o processo de ensino-aprendizagem de Matemática.

## REFERÊNCIAS

BASSO, A. **Avaliação escrita: realidade e perspectivas**. Pato Branco: Imperial Gráfica e Editora, 2009. 60 p.

BLASIS E., FALSARELLA A. M., ALAVARSE O. M. **Avaliação e Aprendizagem: Avaliações externas: perspectivas para a ação pedagógica e a gestão do ensino**. Coordenação Eloisa de Blasis, Patricia Mota Guedes. – São Paulo: CENPEC: Fundação Itaú Social, 2013, 48p.

BRASIL (2001). Ministério da Educação. **Plano Nacional da Educação – PNE/MEC**. Brasília: Inep.

FERREIRA, L. M. S. **Retratos da avaliação: conflitos, desvirtuamentos e caminhos para superação**. Porto Alegre: Mediação, 2002.128p.

GONTIJO, C. H. **Os resultados das avaliações em larga escala e as percepções de professoras dos anos iniciais do ensino fundamental têm acerca de sua formação e de suas atitudes em relação a matemática: Possíveis conexões**. Universidade de Brasília, 2011,14 p. 10

LUCKESI, C. (2013). **Avaliação da aprendizagem, institucional e de larga escala**. <http://luckesi.blog.terra.com.br/2012/11/15/avaliacao-da-aprendizagem-institucional-e-de-larga-escala/> Acesso em 11 de março de 2014.

LUCKESI, C. C. **Avaliação da aprendizagem escolar: estudos e proposições**.15.ed São Paulo: Cortez, 2003.180 p.

\_\_\_\_\_. **Avaliação da aprendizagem, institucional e de larga escala**. Salvador, 2013. Disponível em: <http://luckesi.blog.terra.com.br/2012/11/15/avaliacao-da-aprendizagem-institucional-e-de-larga-escala/>. Acesso em 11 de março de 2014.

\_\_\_\_\_. **Fundamentos de um Programa de Avaliação Educacional**. Meta: Avaliação | Rio de Janeiro, v. 1, n. 1, p.11-27, jan./abr. 2009.

MELO, S. C. L. (2012).**Impactos da avaliação nacional do rendimento escolar (ANRESC/ Prova Brasil) entre os anos de 2007 a 2009 na gestão do processo de ensino-aprendizagem em um município baiano**. Dissertação de Mestrado em Educação, Universidade Católica de Brasília, Brasil.

OLIVEIRA, M. A. M.; Rocha, G. (2007) Avaliação em larga escala no Brasil nos primeiros anos do ensino fundamental. Associação Nacional de Política e Administração da Educação. **Cadernos Anpae** (4), 11 - 14.

VIANA, M. C. V. **Perfeccionamiento del currículo para la formación de profesores de Matemática en la UFOP**. Tese de Doutorado em Ciências Pedagógicas Instituto Central de Ciencias Pedagógicas, Mined, La Habana, Cuba. 2002.

VIANA, M. C. V. **O Processo de Ensino/Aprendizagem Sob Diferentes Olhares**. *Ed Amp*. Ouro Preto: Centro de Educação Aberta e a Distância da Universidade Federal de Ouro Preto. 2013.

VIANNA, H. M. **Avaliações em debate: SAEB, ENEM, PROVÃO**. Heraldo Marelím Vianna – Brasília: Plano Editora: 83p. 2003.

\_\_\_\_\_. **Fundamentos de um programa de avaliação educacional**. Brasília: Liber Livro, 2005.

MINAS GERAIS. Revista Pedagógica Matemática: 9º ano do Ensino Fundamental. Secretaria de Estado de Educação. SIMAVE/PROEB. ISSN 1983-0157. 2013.68p.



# **AS ESTRATÉGIAS DIDÁTICAS ABORDADAS PARA O ENSINO DE SEMELHANÇA DE TRIÂNGULOS EM ALGUNS LIVROS DIDÁTICOS DO PROGRAMA NACIONAL DO LIVRO DIDÁTICO, DO ENSINO FUNDAMENTAL**

**Tabata Chaves Fagundes Leles Mariz<sup>1</sup>**  
**Warley Machado Correia<sup>2</sup>**

## **Resumo**

Esta pesquisa apresenta alguns resultados de um trabalho desenvolvido a partir da monografia de especialização em Matemática para professores, com ênfase no ensino básico, realizado no Instituto de Ciências Exatas (ICEX) da Universidade Federal de Minas Gerais (UFMG). Analisamos as estratégias de ensino e aprendizagem utilizadas em três livros didáticos de Matemática, recomendados pelo PNLD de 2011, sobre o tema Semelhança de Triângulos. Para analisar os livros didáticos, nos respaldamos nos seguintes documentos e teóricos: Chevallard, no âmbito da Didática da Matemática, Polya e Onuchiq na Resolução de Problemas, os Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática, e outros artigos diretamente relacionados ao Ensino Fundamental. Procuramos analisar se os livros didáticos introduziam o conteúdo a partir de uma situação problema, se as figuras utilizadas facilitavam a compreensão do aluno, se os problemas propostos estavam em consonância com situações que lembrem a realidade do homem na sociedade e se abordagem atende as orientações propostas pelos Parâmetros Curriculares Nacionais. Os resultados encontrados apontam para a necessidade de adequação em alguns pontos analisados de alguns livros didáticos.

**Palavras-chave:** Livros didáticos, PNLD, Semelhança de Triângulos.

## **INTRODUÇÃO**

Este trabalho baseou-se em uma pesquisa realizada no curso de especialização em Matemática para professores, com ênfase no Ensino Básico, realizado no Instituto de Ciências Exatas (ICEX) da Universidade Federal de Minas Gerais (UFMG). Procuramos analisar como o tema Semelhança de Triângulos é abordado em diferentes livros didáticos, identificando se o livro introduz o conteúdo a partir de uma situação problema, se há figuras que facilitem a resolução dos problemas contidos na obra, se os problemas apresentados podem estar relacionados ao cotidiano de alguns alunos e se a abordagem do conteúdo atende as orientações propostas pelos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN).

O interesse pelo tema surgiu quando a pesquisadora lecionava em uma escola da rede pública. Durante uma de suas aulas no Ensino Médio, enquanto apagava o quadro, observou que os alunos tinham acabado de ter aula de Biologia. Procurou dialogar com os alunos dizendo que uma das matérias que poderia associar Matemática com Biologia, era o cálculo do tamanho das árvores.

A pesquisadora nesse instante, instigou a curiosidade dos alunos, que perguntaram como fazer a medição. Aproveitando-se da curiosidade dos alunos, disse-

---

<sup>1</sup> Colégio Santa Dorotéia/Escola Municipal Professora Alcida Torres, lelestabata@yahoo.com.br

<sup>2</sup> Centro Pedagógico da Universidade Federal de Minas Gerais - Núcleo de Matemática - warleymachadocorreia@gmail.com

lhes que poderiam realizar as medida através de proporção e, conseqüentemente, de semelhança de triângulos.

Porém a pesquisadora ficou surpresa com o fato de grande parte dos alunos, não conhecer o conteúdo (semelhança), ou não se lembrarem dele, e poucos recordavam sobre proporção. Nesse sentido, a pesquisadora, começou a estudar sobre o tema, e as diversas formas de aborda-lo em sala de aula. O que gerou a seguinte pergunta em sua monografia de especialização: *Quais as estratégias didáticas são abordadas para o ensino de semelhança de triângulo, em alguns livros didáticos dos Parâmetros Nacionais do Livro Didático (PNLD) do Ensino Fundamental?*.

Para tanto, foi necessário estudar a história do livro didático no Brasil e escolher três livros didáticos para o desenvolvimento da nossa pesquisa, verificando como seus autores exploram o assunto e se é possível para o aluno a compreensão do conteúdo com o auxílio do livro didático.

Os livros foram analisados buscando atender as seguintes questões:

- 1) O livro pesquisado introduz o conteúdo a partir de uma situação problema?
- 2) Há figuras que facilitem a resolução dos problemas contidos na obra?
- 3) Os problemas contidos estão relacionados ao cotidiano do aluno?
- 4) A abordagem do conteúdo atende as orientações propostas pelos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN).

Pretendemos dessa maneira contribuir sobre a abordagem desse conteúdo de Matemática em alguns livros didáticos, verificando como seus autores exploraram o assunto e se é possível para o aluno a compreensão do conteúdo com o auxílio do livro didático.

## **HISTÓRIA DO LIVRO DIDÁTICO E SUA IMPORTÂNCIA**

O livro didático assumiu, nos últimos anos, certa importância dentro da prática de ensino. Isso é notável, pois percebemos a cada dia que passa que o mesmo se torna para muitos profissionais da docência a única ou a mais utilizada ferramenta de ensino-aprendizagem.

Nessa perspectiva, Dante (1996) apresenta várias razões para justificar a importância do livro didático.

*[...] - em geral, só a aula do professor não consegue fornecer todos os elementos necessários para a aprendizagem do aluno, uma parte deles como problemas, atividades e exercícios pode ser coberta recorrendo-se ao livro didático;*

*- o professor tem muitos alunos, afazeres e atividades extracurriculares que o impedem de planejar e escrever textos, problemas interessantes e questões desafiadoras, sem a ajuda do livro didático;*

*- a matemática é essencialmente sequencial, um assunto depende do outro, e o livro didático fornece uma ajuda útil para essa abordagem;*

*- para professores com formação insuficiente em matemática, um livro didático correto e com enfoque adequado pode ajudar a suprir essa deficiência;*

*- muitas escolas são limitadas em recursos como bibliotecas, materiais pedagógicos, equipamento de duplicação, vídeos, computadores, de modo que o livro didático constitui o básico, senão o único recurso didático do professor;*

*- a aprendizagem da matemática depende do domínio de conceitos e habilidades. O aluno pode melhorar esse domínio resolvendo os*

*problemas, executando as atividades e os exercícios sugeridos pelos livros didáticos;*

*- o livro didático de matemática é tão necessário quanto um dicionário ou uma enciclopédia, pois ele contém definições, propriedades, tabelas e explicações, cujas referências são frequentemente feitas pelo professor. (DANTE, 1996. p.52-53).*

De acordo com Brasil (1998), “não tendo oportunidade e condições para aprimorar sua formação e não dispondo de outros recursos para desenvolver as práticas da sala de aula, os professores apoiam-se quase exclusivamente nos livros didáticos”, que, muitas vezes, são de qualidade insatisfatória.

Concordamos com Carvalho (2007) ao afirmar que um dos pontos positivos da avaliação do livro didático é tornar o livro didático um assunto de pesquisa.

*[...] Tem aumentado muito a produção de trabalhos acadêmicos sobre livros didáticos, inclusive na área de Matemática. Quando a avaliação foi delegada pelo MEC a universidades, ela se aproximou das faculdades de Educação, e têm surgido pesquisas, dissertações de mestrado e teses de doutorado interessantes e que abordam vários tópicos, como o uso do livro didático e as concepções de Matemática de seus autores, entre outros. Particularmente ativa vem se mostrando a linha da análise histórica de livros didáticos de Matemática, estudando como eles abordam, ao longo dos anos, tópicos do programa de matemática, e quais as razões para suas escolhas. [...]* (CARVALHO, 2007)

Chevallard (1998) em sua obra reforça que só podemos mudar nossa prática educativa em sala e os objetos de ensino, tais como o livro didático, através de pesquisas, para que falhas contidas nos mesmos sejam supridas, melhorando, assim, o resultado final do processo ensino aprendizagem.

A preocupação com os livros didáticos no Brasil iniciou-se com a legislação do Livro Didático, criada em 1938 por meio do Decreto-Lei nº 1.006, que instituiu a Comissão Nacional do Livro Didático (CNLD), estabelecendo sua primeira política de legislação e controle de produção e circulação do livro didático no País. Nesse período o livro já era considerado uma forte ferramenta da educação política e ideológica no país.

Em 1985, criou-se o Programa Nacional do Livro Didático (PNLD), que vem ao longo dos anos se aperfeiçoando para atingir seu principal objetivo, que de acordo com o Ministério da Educação é a educação de qualidade.

Porém, somente no início dos anos 90 o Ministério da Educação (MEC) deu os primeiros passos para participar diretamente das discussões sobre a qualidade do livro escolar.

Foi uma iniciativa do Governo Federal que consistiu em uma ação mais ampla do MEC para avaliar o livro didático, pois até então, não havia ações concretas acerca do controle da qualidade dos livros, o que passou a vigorar a partir de 1993, quando o MEC criou uma comissão de especialistas encarregada de duas tarefas principais: avaliar a qualidade dos livros mais solicitados ao Ministério e estabelecer critérios para a avaliação das próximas obras.

No ano de 1995, de forma gradativa, aconteceu a universalização da distribuição do livro didático no Ensino Fundamental. Neste ano foram contempladas as disciplinas de Matemática e Língua Portuguesa. E em 1996, a de Ciências e, em 1997, os conteúdos de Geografia e História.

No Ensino Médio, em 2005, ocorreu a distribuição parcial das disciplinas de Matemática e Português, acontecendo sua complementação nos anos subsequentes.

O PNLD tem representado, ao longo de todos esses anos, um importante instrumento de apoio ao processo de ensino/aprendizagem, ajustando-se, continuamente, às mudanças e às novas demandas colocadas para atendimento aos objetivos tanto do Ensino Fundamental como do ensino médio.

Um avanço promissor é a expectativa de o Ministério passar a distribuir, nos futuros PNLD, não somente livros, mas outros materiais didáticos, para o trabalho dos alunos e professores em sala de aula.

Atualmente, o PNLD é voltado para a Educação Básica Brasileira, tendo como única exceção os alunos da Educação Infantil.

Os professores das escolas públicas fazem as escolhas dos livros didáticos que serão utilizados durante três anos letivos a partir de uma lista pré-determinada e aprovada pelo PNLD. O exame de um livro principia por se verificar seu enquadramento em algum dos critérios eliminatórios expostos no Edital do PNLD, tais critérios eliminatórios, comuns ou específicos, referem-se a requisitos indispensáveis de qualidade didático-pedagógica. A não observância desses requisitos implica na exclusão da coleção do PNLD e concomitantemente da escolha feita pelas escolas.

Dessa maneira, os professores têm que indicar para uso em sala de aula, os livros que estejam de acordo com as orientações dos PCN (Parâmetros Curriculares Nacionais), a fim de que:

*Ao final do ensino médio, espera-se que os alunos saibam usar a matemática para resolver problemas práticos do cotidiano; para modelar fenômenos em outras áreas do conhecimento; compreender que a matemática é uma ciência com características próprias, que se organiza via teoremas e demonstrações; percebam a matemática como um conhecimento social e historicamente construído; saibam apreciar a importância da matemática no desenvolvimento científico e tecnológico. (BRASIL, 1998, p.69)*

Espera-se, sobretudo, que o livro didático viabilize o acesso de professores, alunos e famílias a fatos, conceitos, saberes, práticas, valores e possibilidades de compreender, transformar e ampliar o modo de ver a sociedade e a educação.

## REFERENCIAL TEÓRICO

Utilizamos como referencial teórico os Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática (1998), pois é um dos principais norteadores didáticos do professor; e os trabalhos de Chevallard (1991) sobre a noção de transposição didática e as questões acerca de resolução de problemas desenvolvidas por Polya (1975) e Onuchiq (1999).

Segundo Chevallard (1991) o saber não chega à sala de aula tal qual ele foi produzido no contexto científico. Ele passa por um processo de transformação, que implica em lhe dar uma “roupagem didática” para que ele possa ser ensinado. Nesse processo de comunicação dos saberes, existem aqueles que são selecionados como saberes que devem ser ensinados, que devem adentrar a sala de aula e serem socializados naquela instituição. Estes têm por objetivo, como diz Brousseau (1986), fazer com que os alunos se apropriem de saberes constituídos ou em vias de constituição. É então que entra em cena a Transposição Didática, pois os mecanismos gerais que possibilitam a passagem de um objeto de saber a um objeto de ensino são agrupados sob o nome de transposição didática.

Chevallard (1991) explica que um conhecimento científico sofre diversas modificações desde produzido na academia até chegar à escola e ao educando. Segundo ele as modificações começam a ocorrer, ainda no meio acadêmico, na fase de registros e comunicações dos conhecimentos produzidos pelos pesquisadores, chamada de textualização do saber.

Assim, o saber sábio é transformado em saber a ensinar por meio de uma transposição didática. Depois, este saber é apresentado nos livros didáticos, para que juntamente com a interferência dos professores, seja adaptado e transformado em saber disponível.

Na perspectiva da transposição didática, entendemos que o livro didático, juntamente com as ações educativas do professor tornam-se fatores importantes no resultado final do processo ensino aprendizagem. Assim, a análise dos livros realizada pelos Programas Nacionais de Livros Didáticos, que por sua vez seguem as orientações dos Parâmetros Curriculares Nacionais, tem o objetivo de verificar se os livros oferecem condições para que ocorra de forma adequada a transformação do saber disponível em saber aprendido.

Autores como George Polya e Lourdes Onuchic, responsáveis por trabalhos voltados para resolução de problemas, foram utilizados para analisar se as obras introduzem o conteúdo a partir de uma situação problema.

De acordo com George Polya, para ser um bom professor de Matemática, você tem que vibrar com a sua matéria, conhecer bem o que vai ensinar, ter um bom relacionamento com os alunos para entender os problemas deles e dar a esses alunos a oportunidade de (pelo menos algumas vezes) descobrir as coisas por si mesmos. Deve ainda entender que “saber fazer” é mais importante do que informação.

As ideias de Onuchic e Polya vão ao encontro, pois ela enfatiza que, “além de ponto de partida, um problema é também orientação para a aprendizagem, e a construção do conhecimento far-se-á através de sua resolução”. Essa autora também destaca que a resolução de problemas é um trabalho que deve ser realizado por professores e alunos, de modo colaborativo.

## **METODOLOGIA: OS LIVROS DIDÁTICOS DA PESQUISA**

O presente trabalho trata-se de uma pesquisa qualitativa, onde foram analisadas três coleções de livros de Matemática que foram aprovadas no Programa Nacional do Livro Didático (PNLD 2011), sendo todas escritas por autores diferentes. Uma vez que a pesquisa envolveu três coleções de dez que foram aprovadas no PNLD, a escolha foi feita levando-se em consideração o fato de serem livros utilizados em várias escolas em que a pesquisadora já lecionou.

Para realização da pesquisa decidimos que a mesma fosse feita em etapas, sendo que a primeira foi a leitura das resenhas das coleções de livros didáticos de Matemática que foram aprovadas no PNLD/2011; logo após foi feita a seleção de três obras para análise, tendo como critério as resenhas apresentarem aspectos positivos sobre as mesmas; a análise de cada obra e considerações gerais e específicas das mesmas foi feita posteriormente, sendo por fim elaborado um quadro comparativo de acordo com as questões levantadas acima.

As coleções analisadas foram:

**A Conquista da Matemática (9º ano):** Esta obra contém 368 páginas, sendo dividida em 12 capítulos, tendo como autores José Ruy Giovanni Jr, e Benedicto Castrucci e distribuída pela editora FTD.

**Matemática (9º ano):** Produzido pela editora Moderna, contém 360 páginas e é repartido em 14 blocos. Elaborado pelos autores Luiz Márcio Imenes e Marcelo Lellis.

**Tudo é Matemática (9º ano):** Redigido por Luiz Roberto Dante e fornecido pela editora Ática, contém 320 páginas e 10 capítulos.

## ANALISANDO OS LIVROS DIDÁTICOS DA PESQUISA

### CONQUISTA DA MATEMÁTICA (GIOVANNI E CASTRUCCI)

O livro **A Conquista da Matemática**, escrito pelos autores José Ruy Giovanni Jr. E Benedicto Castrucci inicia o tema Semelhança apresentando algumas figuras (tais como maquetes e edifício em construção, fotografias e paisagens reais,...) para que o aluno pense se as mesmas são semelhantes. Logo em seguida, os autores começam a falar sobre as semelhanças que são encontradas no nosso cotidiano, dando exemplos de mapas em escalas diferentes. O texto busca levar os alunos a compreenderem através de dois mapas em escalas diferentes, o que significa “ter a mesma forma”.

O interessante desta introdução é que, paulatinamente, na verificação de semelhança dos mapas, o livro já inicia a abordagem de polígonos semelhantes. Os autores, além de mostrarem através de mapas a semelhança de polígonos reforçam ainda mais a proporcionalidade através de tabelas envolvendo distâncias.

Nota-se que os mesmos são muito rigorosos quando se trata de definições e propriedades, destacando-as sempre que possível. Em Semelhança de Triângulos, é dado o mesmo exemplo dos mapas que estão em diferentes escalas só que é feita uma abordagem diferente das demais obras, os autores destacam três pontos em cada mapa (cidades de Maringá, Curitiba e Cascavel), liga-os e forma dois triângulos. A partir daí, eles já começam a trabalhar a propriedade fundamental da semelhança: ângulos internos congruentes e lados proporcionais. Ainda conclui-se que se vale uma das afirmações acima, a semelhança é verificada.

Em relação às atividades, a obra referida se destaca, pois há uma grande quantidade de exercícios, que levam o aluno a identificar quando os triângulos são semelhantes, alguns desafios que são uma ótima oportunidade para o trabalho em grupo ou em dupla e há, também, problemas que envolvem o cotidiano do aluno, levando-o a contextualizar as situações informadas e aplicar em outras ocasiões, indo de acordo com o pensamento de Onuchiq, que nos diz que:

*“a resolução de problemas consiste em permitir que os alunos utilizem seus conhecimentos e desenvolvam a capacidade de administrar as informações ao seu redor. Dessa forma, os alunos adquirem a oportunidade de ampliar seu conhecimento, desenvolver seu raciocínio lógico, enfrentar novas situações e conhecer as aplicações da matemática”.* (Onuchiq, 1999).

No encerramento do capítulo é dada a definição de homotetia e ensinado, de maneira objetiva e atendendo às referências do PCN, como ampliar uma figura utilizando este método. Logo após, algumas atividades para que o aluno pratique a construção de figuras homotéticas.

*É preciso ficar claro para o aluno como e em que circunstâncias são produzidas figuras semelhantes. Para tanto, é preciso compreender a ideia de razão de semelhança (a razão  $k$  que existe entre dois de seus lados homólogos.), por meio de ampliações e reduções que podem ser*

*feitas numa figura pela transformação conhecida como homotetia". (Brasil, 1998,p.195).*

Podemos verificar que a referida obra não introduz o conteúdo a partir de uma situação problema, pois de acordo com George Polya, "*situação problema é aquela que leva o aluno a fazer indagações e reflexões acerca do que lhe é exposto*"; e, na introdução do capítulo, ao invés dos autores deixarem que os alunos verifiquem se as figuras apresentadas são semelhantes, os mesmos já fazem essa afirmação. Percebemos, ainda, que a maioria das figuras que fazem relação à semelhança são exemplificadas a partir de mapas, fazendo com que o aluno tenha uma única visão de onde encontrar semelhança.

## **MATEMÁTICA (IMENES E LELLIS)**

No livro **Matemática**, dos autores Luiz Márcio Imenes e Marcelo Lellis, a abordagem do tema Semelhança é feita de forma diferenciada das outras obras pesquisadas. Neste livro didático, o tema é introduzido logo no primeiro capítulo, enquanto nos outros é um dos últimos assuntos a serem abordados.

Os autores iniciam o conceito de Semelhança relacionando ampliações e reduções com o conceito geométrico de semelhança. Primeiramente, mostram-se ao aluno duas figuras desenhadas no papel quadriculado, indicando que em uma delas houve uma redução no comprimento em relação a outra. Levando assim, o aluno a relacionar conceito geométrico de semelhança com reduções e ampliações.

*No quarto ciclo (8º e 9º anos) deve-se ter: desenvolvimento da noção de semelhança de figuras planas a partir de ampliações ou reduções, identificando as medidas que não se alteram (ângulos) e as que se modificam (dos lados, da superfície e perímetro. ( Brasil, 1998,p.125).*

A definição de polígonos semelhantes é dada de tal forma que o aluno reveja um pouco o conceito de proporcionalidade, usando materiais concretos (ripas de madeira e parafusos nos vértices) para mostrar a semelhança. Isto é feito para que os alunos possam entender que é possível deformar apenas um dos polígonos sem alterar a relação de proporcionalidade entre os lados dos dois.

A obra estudada vai de acordo com as ideias dos Parâmetros Curriculares, relacionando o conceito de Homotetia com o de semelhança, fazendo com que o aluno entenda perfeitamente o que são figuras homotéticas. Percebe-se que a obra estudada contém uma boa quantidade de atividades, sendo que os problemas e exercícios contidos podem levar o aluno a raciocinar e refletir sobre a usabilidade cotidiana do tema semelhança. As atividades são interessantes, pois contêm textos variados para que o aluno crie o hábito de leitura em obras matemáticas.

*Em contrapartida à simples reprodução de procedimentos e ao acúmulo de informações, educadores matemáticos apontam a resolução de problemas como ponto de partida da atividade matemática. Essa opção traz implícita a convicção de que o conhecimento matemático ganha significado quando os alunos têm situações desafiadoras para resolver e trabalham para desenvolver estratégias de resolução. (Brasil, 1998, P. 40)*

Podemos observar que os autores não priorizam os casos de semelhança, sendo a explicação do tema feita de forma objetiva e clara, priorizando a relação do mesmo com a prática do cotidiano e sua aplicação, o que é um ponto positivo, pois evita a “decoreba” de propriedades. Outro ponto positivo são as figuras contidas na obra, que facilitam a compreensão do conteúdo.

*Figuras são, não apenas o objeto dos problemas geométricos, como também um importante auxílio para problemas de todos os tipos, que nada apresentam de geométrico na sua origem. Temos, assim, dois bons motivos para considerar a função das figuras na resolução de problemas. (Polya, 1944, P. 83).*

As atividades propostas são interessantes, levando à utilização do dicionário e a exploração do raciocínio dedutivo; fazendo com que os alunos não só encontrem resultados para as questões propostas, mas compreendam o que é pedido e realizem provas e pequenas demonstrações relacionadas ao conteúdo.

De acordo com Onuchic, o foco central do ensino da matemática não deveria estar em se encontrar a solução dos problemas propostos. O papel da resolução de problemas no currículo de matemática seria um caminho de aquisição para novos conhecimentos, ou seja, compreender deveria ser o principal objetivo do ensino, para adquirir um novo conhecimento ou um processo no qual pode ser aplicado tudo aquilo que previamente havia sido construído.

## **TUDO É MATEMÁTICA (DANTE)**

No livro **Tudo é Matemática**, Dante, em seu livro, introduz o tema Semelhança fazendo uma pergunta para os alunos (leitores): “*Quando é que dizemos que dois objetos são semelhantes? E em Matemática, será que é a mesma coisa?*”. Após essa indagação o autor diferencia o uso da palavra semelhança no cotidiano e em matemática, apresentando alguns pares de ilustrações. Com o intuito de apresentar a ideia de semelhança, são dados exemplos de ampliação e redução de figuras, apresentando de modo intuitivo a proporcionalidade.

Segundo Brasil (1998) a metodologia utilizada pelo autor, esta ligada ao cotidiano das pessoas, pois;

*O conceito de semelhança está presente no estudo de escalas, plantas, mapas, ampliações de fotos, fotocópias como também quando se verifica, por exemplo, se as medidas das partes do corpo humano se mantêm proporcionais entre um representante jovem e um representante adulto. (P.125).*

Na continuação da obra, o autor, ilustra o conceito de semelhança, utilizando uma malha quadriculada, apresentando as diferenças entre figuras semelhantes e congruentes. Chegando a uma conclusão interessante, que todas as figuras congruentes entre si, isto é, figuras que têm a mesma forma e o mesmo tamanho, são também semelhantes, sendo a congruência um caso particular de semelhança.

Ao se falar de Semelhança de Triângulos, Dante é muito formal, dizendo de imediato a definição de semelhança nos triângulos e como identificar se os mesmos são semelhantes. Percebemos o constante uso da simbologia matemática pelo autor ao falar sobre o assunto.



Em relação às atividades propostas, percebemos que a obra analisada deixa a desejar, pois não há uma grande quantidade de questões para que o aluno aplique e/ou contextualize o conteúdo, há poucos problemas que fazem o aluno resolvê-los relacionando o tema com o enunciado, e alguns exercícios de fixação.

Onuchic (1999) recorda que, sem dúvida, ensinar matemática por meio da resolução de problemas é a abordagem mais significativa e fundamentada, pois conceitos e habilidades matemáticas são aprendidos no contexto da resolução de problemas.

É perceptível a grande quantidade de textos no livro didático analisado, influenciando assim a prática de leitura de obras e artigos matemáticos e de acordo com o PCN, a História da Matemática pode oferecer uma importante contribuição ao processo de ensino e aprendizagem dessa área do conhecimento.

Diferente das outras obras analisadas, o autor dedica um tópico para discutir as transformações geométricas (translação, reflexão, rotação e homotetia), em especial a Homotetia; enfatizando a construção de figuras homotéticas e suas propriedades.

De acordo com os Parâmetros Curriculares de Matemática, construindo figuras a partir da reflexão, por translação, por rotação de outra figura, os alunos vão percebendo que as medidas dos lados e dos ângulos, da figura dada e da figura transformada são as mesmas. As atividades de transformação são fundamentais para que o aluno desenvolva habilidades de percepção espacial e podem favorecer a construção da noção de congruência de figuras planas (isometrias). De forma análoga, o trabalho de ampliação e redução de figuras permite a construção da noção de semelhança de figuras planas (homotetias).

Para finalizar o capítulo, são disponibilizadas mais algumas questões com situações que envolvem Semelhança. É sugerido pelo autor que as mesmas sejam feitas em dupla ou em grupo, com a utilização de ferramentas matemáticas, tais como a calculadora.

De uma maneira geral, sobre recursos didáticos, Brasil (1998) afirma:

*Recursos didáticos como livros, vídeos, televisão, rádio, calculadoras, computadores, jogos e outros materiais têm um papel importante no processo de ensino e aprendizagem. Contudo, eles precisam estar integrados a situações que levem ao exercício da análise e da reflexão. (p.57).*

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

O livro didático apresenta-se com destaque no cenário educacional, ou seja, desempenha um papel relevante no desenvolvimento das atividades de sala de aula, realizadas pelos professores com seus alunos. Trata-se, portanto, de importante instrumento utilizado pelos professores para o desenvolvimento de suas atividades como docentes.

Devido a esse fato, é de notória importância pesquisas acerca dos livros didáticos, pois concordo com Chevallard quando nos diz que transformações nos objetos de ensino só ocorrerão através de pesquisas.

Conforme já dito anteriormente, tínhamos como objetivos saber se os livros analisados buscavam atender as seguintes questões: Se o livro pesquisado introduz o conteúdo a partir de uma situação problema; se há figuras que facilitem a resolução dos problemas contidos na obra; se os problemas contidos estão relacionados ao cotidiano do aluno e se a abordagem do conteúdo atende as orientações propostas pelos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN).

Diante dos objetivos, verificamos que o único livro que atendeu a todas as questões é o livro dos autores Luiz Márcio Imenes e Marcelo Lellis, denominado Matemática, mas percebemos que os outros dois atenderam parcialmente a análise, sendo que em Tudo é Matemática (elaborado por Roberto Dante), a única questão que recebeu uma resposta negativa foi relativa à relação dos problemas com o cotidiano. Já o livro didático que segundo nossa análise, necessitaria de maiores adequações seria A Conquista da Matemática, escrito por José Ruy Giovanni Jr e Benedicto Castrucci, pois das quatro questões levantadas, a obra respondeu negativamente à cinquenta por cento das mesmas.

É importante ressaltar em nossas considerações finais que concordamos com as afirmações feitas no Guia do livro didático 2011 sobre o papel do livro didático no processo ensino-aprendizagem:

*Não é demais insistir que, apesar de toda sua importância, o livro didático não deve ser o único suporte do trabalho pedagógico do professor. É sempre desejável buscar complementá-lo, seja para ampliar suas informações e as atividades nele propostas ou contornar suas deficiências, seja para adequá-lo ao grupo de alunos que o utilizam. (Guia do livro didático 2011: Matemática Brasília: Secretaria de Educação Básica, p.9).*

Na perspectiva da transposição didática de Yves Chevallard, concluímos que o livro didático, juntamente com as ações educativas do professor tornam-se fatores importantes no resultado final do processo ensino aprendizagem. Entendemos também que, o seu efeito real, positivo ou negativo, não está apenas no seu conteúdo, mas também no modo de utilizá-lo. As condições de ensino, a formação do professor, a integração entre as várias disciplinas, enfim, todos os elementos do processo de ensino-aprendizagem conjugam-se para dar um ou outro sentido ao livro didático.

#### REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- BRASIL Secretaria de Educação Básica. **Guia do livro didático: Matemática**. Brasília: MEC/SEB, 2008.
- BRASIL. Ministério de Educação, Secretaria de Educação Básica. **Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN): Ensino Fundamental**. Brasília, 1998.
- CHEVALLARD, Yves; Joshua, M. **La transposition didactique, Grenoble; La Pensée Sarvage**, 1991.
- CORREIA, Gerson, LOBO, Rogério. **Teorema de Thales: uma análise dos livros didáticos**.
- DANTE, L. R. **Tudo é Matemática, 9º ano**. São Paulo. Editora Ática, 2009.
- FRIOLANI, L. C. **O pensamento estocástico nos livros didáticos do Ensino Fundamental**. Dissertação de Mestrado (Mestrado Profissional em , PUC-SP, São Paulo, 2007.
- GIOVANNI, J. R; CASTRUCCI B. **A conquista da Matemática. 9º ano**. São Paulo. Editora FTD.
- IMENES, L. M; LELLIS, M. **Matemática. 9º ano**. São Paulo. Editora Moderna.
- LEITE, Miriam Soares. **Contribuições de Basil Bernstein e Yves Chevallard para a discussão do Conhecimento Escolar**. Dissertação de Mestrado (Mestrado em

Educação). Departamento de Educação, PUC/RJ, Rio de Janeiro, 2004. Disponível em:  
<[www2.dbd.puc-rio.br/pergamum/tesesabertas/0212105\\_04\\_cap\\_03.pdf](http://www2.dbd.puc-rio.br/pergamum/tesesabertas/0212105_04_cap_03.pdf)>

ONUCHIC. Lourdes de La Rosa. **Resolução de Problemas no Brasil e no Mundo.** Unesp. São Paulo, 1999, S/D. Disponível em:  
<[www2.rc.unesp.br/gterp/sites/default/files/artigos/lourdes.pdf](http://www2.rc.unesp.br/gterp/sites/default/files/artigos/lourdes.pdf)>

POLYA, George. **A arte de resolver problema**, 1994.

# ASPECTOS PEDAGÓGICOS DA APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA DE AUSUBEL EM MATEMÁTICA NOS PRIMEIROS ANOS DO ENSINO FUNDAMENTAL

Anderson Oramisio Santos<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Graduado em Pedagogia. Especialista em Psicopedagogia e Supervisão/Inspeção Escolar. Mestre em Educação. Doutorando em Educação pela Universidade Federal de Uberlândia. E-mail: [oramisio@hotmail.com](mailto:oramisio@hotmail.com)

## Resumo

Este trabalho tem como objetivo principal conhecer e compreender as implicações e elementos da Teoria da Aprendizagem Significativa de David Ausubel, e suas contribuições para a aprendizagem Matemática nos primeiros anos do Ensino Fundamental, a compreensão sobre aspectos da prática pedagógica e a melhoria no processo de ensino e aprendizagem. Aprendizagem significativa, como afirma Ausubel, é um processo pelo qual uma nova informação se relaciona com um aspecto relevante da estrutura de conhecimento do indivíduo, ou seja, um novo conhecimento interage com um conhecimento que o aprendiz já possui, assim ele pode aprender cada vez mais nessa interação, de maneira organizada estruturando-se então uma aprendizagem significativa para o sujeito aprendente. Um exemplo deste tipo de aprendizagem na matemática ocorre, primeiramente, quando o aluno aprende as operações básicas e as aplica resolvendo expressões numéricas que envolvam todas essas operações. Dessa forma, o educando aprende e aplica seu aprendizado na estruturação de novos conhecimentos. Para isso, Ausubel lança mão dos conceitos de subsunções que servem de suporte para novas ideias. A metodologia de pesquisa utilizada foi a bibliográfica, com estudo de obras de autores nacionais e internacionais, tais como: Weisz (2002), Moreira e Masini (2006), Ausubel (1973), Ausubel, Novak e Hanesian (1980), entre outros, que contribuem para as reflexões relacionadas ao ensino e à Aprendizagem Significativa da Matemática. Concluímos que o estudo é importante no âmbito educacional, abordando a aquisição de novos significados pelo aluno, bem como fatores e condições necessárias para que ocorra aprendizagem.

**Palavras-Chave:** Aprendizagem em Matemática; Aprendizagem Significativa; Ensino Fundamental.

## INTRODUÇÃO

A Matemática, em seu papel formativo, contribui para o desenvolvimento e processamento do pensamento, tendo sua presença marcada nas relações sociais, contribuindo também para "a aquisição de atitudes, cuja utilidade e alcance transcendem o âmbito da própria Matemática, podendo formar no aluno a capacidade de resolver problemas genuínos." (BRASIL/PCNEM, 1999, p. 40).

Os documentos oficiais que tratam das orientações curriculares para o Ensino Médio destacam ainda a importância do ensino de Matemática, constituindo o saber matemático, o qual possibilita ao aluno intervir criticamente nas ações cotidianas e sociais, adquirindo maior capacidade de argumentar suas considerações frente às problemáticas de vida. Para isso, propõe-se o ensino de uma matemática com criticidade e com postura

reflexiva diante dos conceitos e conteúdos matemáticos, já que ela intervém em nossa realidade e pode ser manipulada.

Ainda de acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL/PCNEM, 1999, p. 40), a aprendizagem da Matemática estimula o hábito de investigar, além de "proporcionar confiança e desprendimento para analisar e enfrentar situações novas, propiciando a formação de uma visão ampla e científica da realidade, a percepção da beleza e da harmonia, o desenvolvimento da criatividade e de outras capacidades pessoais".

Considerando esses pressupostos com referência ao ensino de Matemática, e com o objetivo de orientar a construção de novos referenciais curriculares a partir de uma base nacional comum de conteúdos, os PCN de Matemática dos primeiros anos do Ensino Fundamental, elaborados pelo MEC, em 1996, apresentam novas tendências e concepções diante do processo de ensino e aprendizagem. No documento são propostas novas perspectivas em relação ao papel do aluno e do professor nas situações de aprendizagem, assim como o tratamento dos conteúdos matemáticos.

O papel da Matemática no Ensino Fundamental é apresentado nos PCN como fundamental "[...] na formação de capacidades intelectuais, na estruturação do pensamento, e na agilização do raciocínio dedutivo do aluno, na sua aplicação a problemas, situações da vida cotidiana e atividades do mundo do trabalho e no apoio à construção de conhecimentos em outras áreas curriculares." (BRASIL, 1997, p. 29).

O aluno, através do estímulo que um professor, transmitido através de um processo didático eficiente, poderá perceber a Matemática como uma matéria dotada de lógica e de beleza a ser apreciada como se apreciam as obras artísticas, pois, segundo D'Ambrósio (1993), a beleza não é para ser aprendida e sim apreciada. Assim, o autor estabelece um paralelo entre os conteúdos da Matemática e as artes, ao afirmar que ela deverá ser percebida pelo aluno sob uma nova visão e de acordo com a sensibilidade de cada um, mas sem desdenhar a consistência das teorias que lhe permitirão ampliar seus saberes.

Nessa perspectiva, é importante a utilização de métodos e práticas pedagógicas que desenvolvam a apropriação de conteúdos matemáticos, possibilitando uma aprendizagem que tenha sentido e que seja contextualizada para os alunos. Para tanto, nesse ato de ensinar e aprender o professor tem um papel fundamental, o de reconhecer, compreender e valorizar os conhecimentos prévios e anteriores dos alunos, integrando esses conhecimentos com a Matemática escolar e a realidade dos mesmos.

Compreender a perspectiva pela qual a criança enxerga o conteúdo é algo que, em muitos casos, só é possível se o professor se colocar numa posição de observador cuidadoso daquilo que o aluno diz ou faz em relação ao que está sendo ensinado. Se quiser trabalhar com o modelo de ensino de resolução de problemas, com uma concepção construtivista da aprendizagem, o professor precisa ter o cuidado de não tornar sinônimos o que o aluno já sabe e o que já lhe foi ensinado, que não são necessariamente a mesma coisa.

Afirmar que o conhecimento prévio é base da aprendizagem não é defender pré-requisitos. Para aprender alguma coisa é preciso já saber alguma coisa – diz o modelo construtivista. Ninguém conseguirá aprender alguma coisa se não tiver como reconhecer aquilo como algo apreensível. O conhecimento não é gerado do nada, é uma permanente transformação a partir do conhecimento que já existe.

Para Weisz (2002), o conhecimento prévio do aprendiz é a base de novas aprendizagens – o que não significa a crença ou a defesa de pré-requisitos. Tampouco esse tipo de conhecimento se confunde com a matéria ensinada anteriormente pelo professor.

Se por um lado, é o que cada um já possui de conhecimento que explica as diferentes formas e tempos de aprendizagem de determinados conteúdos que estão sendo trabalhados, por outro, sabe-se que a intervenção do professor é determinante nesse processo. Seja nas propostas de atividade, seja na forma de agir como âncora de cada um de seus alunos a se lançar na ousadia de aprender, o professor atua o tempo inteiro.

É necessário que o ensino de Matemática, privilegie a mobilização e valorização de diferentes saberes em sala de aula, valorizando os conhecimentos que cada aluno detém, envolvendo-o como um todo. Este processo de ensino e aprendizagem deve ir ao encontro das necessidades de cada aluno, gerando assim um desequilíbrio para o mesmo, o que resulta em uma mola propulsora que o leva a buscar aquilo que necessita aprender, incorporando os novos conhecimentos em sua estrutura cognitiva prévia.

Neste sentido esse trabalho tem como objetivo principal conhecer e compreender as implicações e os elementos da Teoria da Aprendizagem Significativa de David Ausubel, e suas contribuições para a aprendizagem da Matemática nos primeiros anos do Ensino Fundamental, por entendermos que a tomada de consciência sobre o seu valor dá oportunidade aos professores de compreender os aspectos da prática pedagógica, que a facilitam e, assim, o aperfeiçoamento do ensino poderá ser buscado tendo como referência esta concepção teórica.

Assim, o cognitivismo busca descrever esse comportamento, em que cada ser humano organiza seu mundo do seu jeito, para poder compreendê-lo melhor, pois cada um de nós percebe as coisas do mundo de maneira diferente, de acordo com a sua bagagem cultural.

Para Moreira (1999), aprendizagem significa organização e interação do material na estrutura cognitiva. Para ele, existe uma estrutura na qual a organização e a integração se processam, onde se adquire e utiliza o conhecimento.

Percebemos que as indagações presentes no cotidiano escolar sobre como promover um aprendizado significativo, tem sido objeto de estudo de muitos pesquisadores que procuram dar à teoria de Ausubel (1976) um encaminhamento cada vez mais prático de maneira que a sala de aula se torne um ambiente propício para que a Aprendizagem Significativa ocorra.

A proposta de desenvolvimento do tema vem de encontro a proporcionar aos professores que ministram aulas de Matemática nos primeiros anos do Ensino Fundamental conhecimentos sobre a Aprendizagem Significativa de David Ausubel e suas contribuições no processo de aprendizagem de todos os envolvidos no processo educativo.

Como metodologia, pauta-se na pesquisa bibliográfica - com estudo de obras de autores nacionais e internacionais, tais como: Moreira e Masini (2006), Ausubel (1973), Ausubel, Novak e Hanesian (1980), entre outros, que contribuem para a reflexão aqui apresentada, que se têm dedicado a estudar a Aprendizagem Significativa e suas relações com a Matemática.

O estudo é de relevância no âmbito educacional, a partir do momento em que se percebe que os questionamentos sobre a promoção de um aprendizado significativo em Matemática fazem parte da cotidianidade escolar. Diversos pesquisadores voltam suas atenções para o pragmatismo que a Teoria de Ausubel (1976) representa, enfatizando que ela pode contribuir para que uma sala de aula se torne um espaço ideal onde ocorre a Aprendizagem Significativa, para a melhoria e qualidade da educação, bem como a formação integral do nosso alunado.

## **EDUCAÇÃO MATEMÁTICA E APRENDIZAGEM MATEMÁTICA**

A Educação Matemática é uma área do conhecimento das ciências sociais ou humanas que estuda o ensino e a aprendizagem de seus conteúdos. Poder-se-ia dizer que a Educação Matemática é a práxis que compreende o domínio do seu conteúdo específico e o de ideias e processos pedagógicos relacionados à transmissão ou assimilação dos conhecimentos e à apropriação ou construção dos saberes matemáticos escolares.

Neste sentido, a Educação Matemática tem como objetivo otimizar a aprendizagem desta disciplina, dirigindo o ensino da mesma a fim de que os aprendentes tenham a percepção de seu significado no âmbito da construção sociocultural na qual estão inseridos. Ao se apropriarem dos conteúdos matemáticos terão aptidão para participar da estruturação do conhecimento, considerando-se a importância de o ser humano compreender a natureza.

Todavia, por ser uma práxis educacional estabelecida pela amplitude da prática social, ela corresponde a algumas finalidades do sujeito e às expectativas sociais concretas. Nesta linha de pensamentos, entende-se que a Educação Matemática resulta das diversas relações traçadas entre conteúdos específicos e o pedagógico, criando um contexto cujas dimensões amplas envolvem os âmbitos psico cognitivos, histórico-epistemológicos, histórico-culturais e sociopolíticos (FIORENTINI, 1989).

O campo de Estudos que denominamos de Educação Matemática tem contribuído amplamente para as reflexões tecidas sobre questões que envolvem o ensino e a aprendizagem de tais conteúdos. Diversas pesquisas têm atraído a atenção de estudiosos cujo foco centraliza-se nas metodologias, na avaliação e formação docente e no uso de recursos técnicos como contributos voltados para a maximização do entendimento da Matemática, em conjunto com a interdisciplinaridade de forma similar ao que se lê nos Parâmetros Curriculares Nacionais, ou seja,

*O critério central é o da contextualização e da interdisciplinaridade, ou seja, é o potencial de um tema permitir conexões entre diversos conceitos matemáticos e entre diferentes formas de pensamento matemático, ou ainda, a relevância cultural do tema, tanto no que diz respeito às suas aplicações dentro ou fora da Matemática, como à sua importância histórica no desenvolvimento da própria ciência (BRASIL/PCNEM, 1999, p. 255).*

Essa área de estudos tem contribuído largamente para o ensino e a aprendizagem da Matemática a partir da Educação Básica ao ensino superior. Assim, a Educação Matemática caracteriza-se pela interdependência de dois elementos: um que se refere ao ato de ensinar e outro relacionado a quem deseja aprender. Portanto, os dois elementos causam efeitos simultâneos, ou seja, a aprendizagem ocorre paralelamente ao ensino e, a troca pode beneficiar tanto à compreensão quanto à ampliação do conhecimento transmitido.

Conforme assegura Fiorentini (1994, p. 97),

*[...] delimitaremos a Educação Matemática como área de saber que procura de modo sistemático e consistente investigar problemas ou responder indagações relativas ao ensino e à aprendizagem da Matemática, bem como, à formação de professores, ao contexto escolar, cultural e sociopolítico em que ocorre a prática pedagógica.*

Nesta perspectiva, o ensino da Matemática deve se interligar às demais áreas do conhecimento, uma vez que ensinar Matemática sem referências à sua origem e aos objetivos dos conceitos faz com que a formação do aluno seja incompleta. Cabe ao professor saber ensinar o modo de fazê-lo e a razão pela qual ensina, além de criar um

ambiente motivador que empreste segurança aos alunos a fim de que se sintam capazes de responder aos desafios propostos.

Aprender a Matemática é aprender a criar estratégias que viabilizam aos alunos apreenderem o sentido e o significado na construção das ideias Matemáticas, superando um ensino com bases no desenvolvimento de habilidades que envolvem cálculos ou fixação de conceitos por meio de memorização e cansativas listas de exercícios.

Nesta perspectiva, o aprendizado da Matemática contribui na formação da cidadania do sujeito quando este descobre como usar o seu raciocínio lógico, como executar contagens, cálculos e medidas, além de saber distinguir as diversas formas e propriedades. Ademais, aprende a utilizar adequadamente esta bagagem de conhecimentos adquiridos em sua interatividade social. Assim, é essencial que se selecionem conteúdos que contribuam efetivamente para o desenvolvimento das habilidades citadas, no educando e lhe garantam a aprendizagem eficiente e significativa.

Logo, a Matemática nos primeiros anos do Ensino Fundamental é muito importante, em especial quando compreendemos que o conhecimento que nasce desta área de conhecimento, tanto quanto nas demais, e seu contributo na formação do cidadão, é uma consequência do construto humano por meio de sua interatividade sociocultural.

Nos PCN (1997), lê-se que:

*O papel que a Matemática desempenha na formação básica do cidadão brasileiro norteia estes Parâmetros. Falar em formação básica para a cidadania significa falar da inserção das pessoas no mundo do trabalho, das relações sociais e da cultura, no âmbito da sociedade brasileira (PCN, 1997, p. 25).*

Neste contexto, faz-se mister que o currículo de Matemática seja estruturado de tal forma que possa concorrer no desenvolvimento das faculdades e potencialidades intelectuais, estruturação do pensamento, dinâmica do raciocínio lógico do aluno quando for utilizada na solução de problemas, situações e atividades do mundo do trabalho e também como base e apoio na construção de saberes de outras áreas curriculares.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL/PCN, 1997), propõem diretrizes genéricas sobre os conteúdos básicos a ser transmitido em cada fase da escolaridade, tendo como finalidade orientar o planejamento escolar, reorganizar o currículo e as reuniões de pais e professores, considerando-se as diferenças étnicas e culturais brasileiras, razão pela qual são adaptáveis em todos os locais e regiões nacionais.

A partir dos PCN as Secretarias Municipais e Estaduais de Educação de todo o território nacional envidam constantemente esforços para absorver e adequar os currículos formais às novas normas vigentes. Assim, os Parâmetros Curriculares Nacionais desempenham um importante papel na escola, sendo elaborados com finalidades norteadoras para a organização e implementação dos currículos escolares, contribuindo amplamente com a prática docente.

Para tanto, traçam objetivos adequados a cada nível da Educação Básica e suas respectivas áreas de conhecimento, de forma elucidativa e compatível com o desenvolvimento dos alunos e com os fundamentos mantenedores dessa proposta (BRASIL/PCN, 1997).

Ao incluir a Educação Matemática nesse contexto da Educação Básica, os Parâmetros Curriculares Nacionais objetivam construir um marco referencial que oriente a práxis pedagógica, de maneira a favorecer à criança e ao jovem brasileiro, o acesso a um tipo de conhecimento matemático que possibilite sua inserção no universo laboral e na sociedade como cidadãos que são (BRASIL, 1997, p.15).



Neste mesmo documento consta que é importante estarmos atentos ao trabalhar com situações cotidianas, pois pode haver interpretação ambígua da ideia de contexto ao se dar atenção apenas ao que se supõe ser parte do dia a dia do aluno.

Neste sentido,

*[...] Embora as situações do cotidiano sejam fundamentais para conferir significados a muitos conteúdos a serem estudados, é importante considerar que esses significados podem ser explorados em outros contextos como as questões internas da própria Matemática e dos problemas históricos. Caso contrário muitos conteúdos importantes serão descartados por serem julgados, sem uma análise adequada, que não têm uma aplicação prática imediata. (BRASIL/PCN, 1998, p. 23).*

Isto significa que, de acordo com os PCN, é necessário otimizar a aprendizagem escolar, atrelando-a à vida prática do sujeito. Para que isso ocorra é relevante que o docente esteja familiarizado com o histórico de vida do aluno, sua prática adquirida de aprendizagens fundamentais, seus conhecimentos formais e informais sobre um determinado tema e quais as suas condições básicas para a apreensão de conteúdos.

## **APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA E APRENDIZAGEM MATEMÁTICA NOS PRIMEIROS ANOS DO ENSINO FUNDAMENTAL**

A Teoria da Aprendizagem Significativa, que exerce uma grande influência na educação, foi apresentada por David Paul Ausubel na década de 1960, tendo sido desenvolvida com Novak e Hanesian, seus colaboradores, nas décadas seguintes. Foi proposta em um contexto histórico de hegemonia behaviorista na psicologia, quando se acreditava na influência do meio sobre o sujeito, contrapondo-se, assim, à influência da Escola Comportamentalista (o professor planeja, estimula e passa o conhecimento aos alunos), ou seja, a uma escola tradicional, na qual prevalece a aprendizagem escolar conforme é compreendida e explicada a partir de leis preestabelecidas, advindas de pesquisas realizadas em laboratórios e não na práxis, o que significa aprendizagem puramente mecânica.

A Teoria da Aprendizagem Significativa fornece uma contribuição importante para compreensão do ensino-aprendizagem, constituindo-se como uma ‘ferramenta’ importante para educadores e pesquisadores educacionais, pois está fundamentada na premissa de que a psicologia educacional se preocupa primeiramente com a natureza, condições, resultados e avaliação da aprendizagem na sala de aula, e está focada na Escola como espaço educativo. As ideias de Ausubel, desde suas formulações iniciais, buscam explicar o ensino e a aprendizagem escolar de forma distanciada do tradicional condutivismo ou behaviorismo que ainda prevalecia em 1963, quando sua teoria foi apresentada.

Até então, os conhecimentos prévios dos estudantes não eram considerados como fatores importantes, assim como não era considerado que a aprendizagem seria possível apenas se fosse ensinada ou conduzida por alguém, um sistema bem diferente daquele preconizado por Ghedin (2012, p.06) quando afirma: "a aprendizagem (e o ensino) é um processo social de enriquecimento individual e grupal que se constitui pelos sujeitos nos espaços de interação e relação que se constrói na realidade social por meio do modo como reproduzem uma informação", ou seja, uma aprendizagem com significados reais.

Esta assertiva de Ghedin (2012), compatível com a de Moreira (1999) nos faz perceber que a Aprendizagem Significativa é o mesmo que mudança conceitual e construtivismo, colocando-nos diante da convicção de que o bom educador é aquele que

tem capacidade de promover as mudanças, sendo um facilitador da Aprendizagem Significativa.

Os conceitos referidos nos remetem a Ausubel e sua Teoria da Aprendizagem Significativa, que representa uma relevante contribuição para se compreender o ensino e a aprendizagem. Trata-se de uma teoria que se constitui em um valioso instrumento, tanto para os educadores, quanto para os pesquisadores educacionais, uma vez que suas bases assentam-se no princípio de que a psicologia educacional volta-se, primeiramente, para a natureza, as condições, os resultados e a avaliação da aprendizagem em salas de aula, focalizando sua atenção na Escola como espaço educativo.

Neste sentido, Ghedin (2012, p. 06) assevera:

*A escola firma-se como instituição historicamente situada colocando os sujeitos em relação: aquele que vai à escola procurando e querendo aprender e todos aqueles que compõem o corpo da escola que se propõem a ensinar. Nesta relação nem sempre se aprende e nem sempre se ensina. [...] apesar disso, toda a instituição escolar e suas relações colocam-se na relação com o saber. Portanto, apesar de todos os problemas enfrentados pela escola [...] todas as pessoas que estão na instituição só “existem” por conta desta relação.*

Por sua vez, o ensino é um processo interpessoal e intencional, em que o processo de comunicação é primordial sendo utilizado pelo professor na situação pedagógica "como meio de provocar, favorecer, fazer alcançar a aprendizagem de um saber ou de um saber-fazer. A aprendizagem é ela própria, definida como um processo de aquisição e de mudança." (ALTET, 1999, p.13).

Segundo Ausubel, et al. (1980, p.23), a Aprendizagem Significativa ocorre quando há interação do conhecimento pré-existente na estrutura cognitiva do aluno, com o novo conhecimento. Assim, os dois conhecimentos complementam-se, uma vez que o novo enriquece o pré-existente, dando-lhe novos significados, ou seja, novos produtos. Esta aquisição de novos significados representa um processo de Aprendizagem Significativa.

Por tal razão a Aprendizagem Significativa torna-se um referencial, pois favorece a aquisição, a retenção de significados e a transformação da aprendizagem. Ao ampliar as estruturas cognitivas do aprendente, sua capacidade de apropriação de conteúdos expande-se, enquanto os conhecimentos adquiridos por ele permanecem por mais tempo em sua memória (memória em longo prazo), abrindo espaços para as outras aprendizagens. A reaprendizagem torna-se mais fácil, podendo recuperar os conhecimentos que julga esquecido (SALA & GOÑI, 2000).

Para Ausubel (2001), uma Aprendizagem Significativa pode ser alcançada baseada na compreensão do mundo e nos valores sociais e culturais que o aluno possui. O professor necessita compreender que a aprendizagem Matemática é uma construção pessoal e ativa do educando e que a Aprendizagem Significativa exige que as novas informações se inter-relacionem com os conhecimentos existentes. Neste caso, os desafios e situações-problema são indicadores de estímulo na busca do conhecimento.

Conforme aludem os PCN (1997),

*É preciso redimensionar o papel do professor que ensina Matemática [...], o papel do professor ganha novas dimensões. Uma faceta desse papel é a de organizador da aprendizagem; para desempenhá-la, além de conhecer as condições socioculturais, expectativas e competência cognitiva dos alunos, precisará escolher o (s) problema (s) que possibilite (m) a construção de conceitos/procedimentos e alimentar o*

*processo de resolução, sempre tendo em vista os objetivos a que se propõe atingir (BRASIL/PCN, 1997, p.30 e 31).*

O professor que atua nos primeiros anos do Ensino Fundamental, na sua prática pedagógica de ensinar matemática, deve também voltar sua atenção para a formação global do educando. Os PCN apresentam informações sobre os temas transversais relacionados ao ensino e aprendizagem em Matemática, expressando conceitos e valores que estruturam a base da sociedade, como a ética, a orientação sexual, o meio ambiente, a saúde e a pluralidade cultural. Nesses documentos, nos livros e no que os próprios professores abordam, encontramos a Aprendizagem Significativa (BRASIL/PCN, 1998).

Segundo Moreira (1999), a teoria de Ausubel pode ser mais bem compreendida a partir de três fundamentos básicos, quais sejam: o conceito de subsunção ou inclusão (momento em que, ou seja, a nova informação interage com a estrutura do conhecimento; subsunção é um conceito ou ideia existente que serve para ancorar ou dar o suporte à nova informação).

Na Teoria de Ausubel, quando uma nova informação interage com a estrutura do conhecimento, observa-se que a variável mais relevante no processo do ensino e da aprendizagem é a estrutura cognitiva do sujeito. Contudo, dar uma estruturação a uma proposta de ensino e de aprendizagem que considere os pressupostos da Aprendizagem Significativa, não assegura que ela ocorra efetivamente. Neste sentido, é preciso buscar uma forma de se identificar se a aprendizagem do aluno tem características significativas.

A Aprendizagem Significativa envolve o sujeito e sua totalidade. O interessante da Aprendizagem Significativa é sua coerência, em alguns aspectos, às teorias cognitivistas de Piaget, "[...] a perspectiva da construção do conhecimento, talvez seja o maior ponto de confluência de ideias, porém se distancia em outros pontos dada a especificidade de seus estudos com foco no trabalho pedagógico em sala de aula." (GHEDIN, 2012).

Portanto, a criação de situações de desafio entre o aluno e o objeto da aprendizagem é relevante, pois isto lhe dará a percepção da diferença entre o que ele sabe e o conteúdo a ser apreendido. Quando esta situação ocorre, o educando sente-se atraído pela possibilidade de se apropriar daquele conhecimento que lhe é apresentado no ensino. A existência de uma estratégia motivadora leva o educando a agir e se interessar pela matéria, pois esta lhe desperta a curiosidade de descobrir e o desejo de se apropriar de novos saberes. Segundo Cunha (2000, p. 75):

*Por meio da ação que empreende para desenvolver o objeto, o sujeito sofre mudanças internas, sai do estado atual – de menor conhecimento – e passa ao estado superior, em que domina o objeto. Essa mudança interna é o conhecimento, algo que não pode ser assegurado pelo processo em que o objeto é simplesmente depositado na mente do aluno.*

Percebemos, mais uma vez, qual a importância do educador como facilitador e mediador da aprendizagem, colocando o aluno no epicentro do processo. Krebs (1995), ao se referir à aprendizagem, assevera que o professor que somente tenta imprimir ideias na mente dos seus educandos por meio de exercícios de fixação de conteúdos, afim de que, posteriormente, possa repetir o que memorizou, não estimula a produção do conhecimento, ou seja, a ação do aprendiz sobre o objeto da aprendizagem.

Em relação ao papel a ser exercido pelos educadores neste processo, observamos que nem sempre eles renovam suas técnicas didáticas, isto é, não as aprimoram e nem as recriam, sendo esta omissão um aspecto compreensível quando reconhecemos que os seus salários e condições precárias de trabalho não são fatores motivadores.

Entretanto, enfatizamos que, para não reproduzirmos o sistema tradicional de ensino, não temos necessidade de grandes inovações ou investimentos financeiros, bastando-nos planejarmos nossas aulas de forma diferenciada e dentro de situações contextualizadas, dando sequência aos conteúdos e, principalmente, relacionando-os aos conhecimentos prévios de nossos alunos.

Esta é uma realidade que nos leva a criar desafios nas aulas de Matemática, tornando-as significativas e interessantes, correspondendo ao que eles necessitam aprender. Para tanto, deve o professor identificar os conhecimentos prévios de seus educandos sobre a matéria a ser estudada, a fim de planejar atividades direcionadas ao desenvolvimento da aprendizagem.

A valorização dos saberes que o aluno possui facilita a sua aproximação aos saberes escolares de sua realidade cultural, uma atitude que supera os possíveis preconceitos e facilita a socialização do aluno com seus pares e com os professores. Ensinar a Matemática significa desenvolver o raciocínio lógico e estimular o pensamento autônomo, a criatividade e o potencial de resolver problemas, ajudando o aluno perceber que a utilidade da Matemática ultrapassa as linearidades dos espaços físicos da escola. De acordo com Lorenzato (2006, p.27):

*Ninguém vai a lugar algum sem partir de onde está toda a aprendizagem a ser construída pelo aluno deve partir daquela que ele possui, isto é, para ensinar é preciso partir do que ele conhece o que também significa valorizar o passado do aprendiz, seu saber extraescolar, sua cultura primeira adquirida antes da escola, enfim, sua experiência de vida.*

Acreditamos que ao aluno deve ser dado o direito de aprender, não de forma mecanizada e repetitiva, sem saber por que faz o que lhe pedem, mas sim uma Aprendizagem Significativa e participativa, permitindo-lhe raciocinar e compreender. É importante aproveitarmos as situações Matemáticas que o cotidiano nos oferece, direcionando-as no sentido de reforçar a Aprendizagem Significativa, dando ao aluno a possibilidade de perceber uma parceria e uma condição amistosa entre ele e o professor, compreendendo que com ele pode interagir, além de questionar e tirar dúvidas.

Neste sentido, Ausubel defende a ideia de que a Aprendizagem Significativa se desenvolve pelo processo dedutivo, partindo dos princípios genéricos para os específicos. Assegura também que deve se considerar a existência de conceitos gerais relevantes, com elevado nível de compreensão e outros menos genéricos a eles subordinados. Na aprendizagem deve-se, então, começar pela compreensão dos conceitos mais abrangentes, sabendo-se que serão a base da “ancoragem” de outros conceitos concretos que, posteriormente, serão progressivamente diferenciados em seus detalhes e especificidades.

Assim, cabe aos professores, com seus diferentes métodos, contribuírem para minimizar ou erradicar os óbices durante o processo do ensino e da aprendizagem, planejando aulas interessantes e envolventes, pelas quais os alunos se integrem e demonstrem maior interesse e participação.

Nessa perspectiva, aprender significa transpor os limites de uma concepção antiga para a nova. Assim, a responsabilidade pela construção do novo conhecimento é transferido para os alunos, sendo facilitada pelo conflito sociocognitivo que define essa concepção construtivista, uma vez que permite ao aluno a oportunidade de construir novos saberes.

Os novos significados como produto de uma Aprendizagem Significativa devem ser preferidos, pois fornecem a retenção de novos significados e a transferência de aprendizagem, ocorrendo assim uma ampliação das estruturas cognitivas do aprendiz de

forma duradoura, aumentando a capacidade de aprender outros conteúdos com maior facilidade, até mesmo quando ocorre esquecimento.

## **CONSIDERAÇÕES FINAIS**

Este trabalho teve como objetivo apresentar uma introdução ao conceito de Aprendizagem Significativa para professores que ministram aulas de Matemática nos primeiros anos do Ensino Fundamental, sem a pretensão de discutir os diversos elementos que compõem esta teoria. Ao tomar conhecimento deste conteúdo, o professor poderá ter a oportunidade de repensar o conceito da aprendizagem em sua forma significativa, relacionando-o com os conhecimentos pré-existentes na estrutura cognitiva de seus alunos. Dentro de um processo dinâmico, as reflexões deste estudo poderão servir, futuramente, como diretrizes para o aprofundamento desta prática dos planejamentos e em sala de aula. Não desejamos dirigir as ações dos professores, mas sim apresentar-lhes um conceito que acreditamos ser relevante para o ensino em nossos dias, sendo válido para a aprendizagem de outros campos da aprendizagem escolar, além da Matemática.

Identificar as potencialidades e a bagagem que o aluno possui não é uma ação simplista, embora possamos utilizar os indicadores de direcionamento às estratégias educacionais. O relacionamento coerente do ensino com os materiais pedagógicos devem se interligar de forma substantiva, por meio de conceitos relevantes existentes na estrutura cognitiva dos alunos, afim de que ocorra a desejada Aprendizagem Significativa proposta por Ausubel.

Portanto, não podemos simplesmente ignorar os saberes pré-adquiridos e assimilados pelos alunos, pois em sala de aula a prática docente deve se sustentar em tais princípios para que alcancemos nossa meta de contribuir para uma Aprendizagem Significativa que favoreça nossos alunos.

## **REFERÊNCIAS**

ALTET, M. **As Pedagogias da Aprendizagem**. Lisboa: Instituto Piaget, 1999.

AUSUBEL, D. P.; NOVAK, J. D. & HANESIAN, H. **Psicologia Educacional**. Rio de Janeiro: Editora Interamericana, 1980.

BRASIL. **Parâmetros curriculares nacionais: Matemática**. Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC/SEF, 1997.

BRASIL. **Parâmetros curriculares nacionais: Matemática**. Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC/SEF, 1998.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio**. Ministério da Educação, Secretaria de Educação Média e Tecnológica. PCNEM. Brasília: MEC, 1999.

CUNHA, M. V. **Psicologia da Educação**. Rio de Janeiro: DP&A, 2000.

D'AMBRÓSIO, U. **Etnomatemática: arte ou técnica de explicar e conhecer**. 2. ed. São Paulo: Ática, 1993.

D'AMBROSIO, B. **Formação de Professores de Matemática para o Século XXI: o grande desafio (Proposições)**. Campinas, v.4, n.1/10, p. 35-41, mar. 1993.

D'AMBRÓSIO, U. **Etnomatemática**: elo entre as tradições e a modernidade. 2ª Edição. Belo Horizonte: Autêntica, 2002 (Coleção Tendências em Educação Matemática).

D'AMBRÓSIO, U. **Desafios da Educação Matemática no novo milênio**. Educação Matemática em Revista. São Paulo, 2001

FIORENTINI, D. Tendências temáticas e metodológicas da pesquisa em educação matemática. In: ENCONTRO PAULISTA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 1, 1989, Campinas. **Anais SBEM**, 1989. P.186-193.

FIORENTINI, D. **A Educação Matemática enquanto campo profissional de produção de saber**: a trajetória brasileira. Revista Tecno-Científica DYNAMIS. Blumenau, v.2, n.7, p. -17, abr./jun., 1994

GHEDIN, E. **Teorias Psicopedagógicas do Ensino Aprendizagem**. Boa Vista: UERR Editora, 2012.

KREBS, R. J. **Desenvolvimento humano**: teorias e estudos. Santa Maria: Casa Editorial, UFSM, 1995.

LARROSA, J. Notas sobre a experiência e o saber de experiência. In: **Revista Brasileira de Educação**, nº19. Jan-Abr/2002. p.20-28.

LORENZATO, S. Laboratório de ensino de Matemática e materiais didáticos manipuláveis. In: LORENZATO, Sérgio (org.). **O Laboratório de ensino de Matemática na formação de professores**. Campinas: Autores Associados, 2006.

MASINI, E. A. F. S.; MOREIRA, M. A. Aprendizagem Significativa. **A teoria de David Ausubel**. São Paulo: Editora Moraes LTDA, 1982.

MASINI, E. A. F. S.; MOREIRA, M. A. **Aprendizagem Significativa**. A teoria de David Ausubel. São Paulo: Centauro. 2ª ed, 2006.

MASINI, E. A. F. S.; MOREIRA, M. A. **Aprendizagem Significativa**: Condições para a ocorrência e lacunas que levam a comprometimentos. Ed vetor, edição 1. São Paulo, 2008.

MOREIRA, M. A. Mapas conceituais no Ensino de Física. In: **Técnicas e Instrumentos de Avaliação**. vol. 1 Curso de Especialização a Distância. Brasília: Editora Universidade de Brasília, 1997.

MOREIRA, M. A. **Aprendizagem Significativa**. Brasília: UnB, 1999a.

MOREIRA, M.A. **Teorias de Aprendizagem**. São Paulo: Pedagógica e Universitária, 1999b.

WEISZ, T. **O diálogo entre o ensino e a aprendizagem**. São Paulo Editora Ática,

# ATIVIDADES DE MATEMÁTICA NO ENSINO MÉDIO: CONTEXTO COTIDIANO X CONTEXTO MATEMÁTICO

Chang Kuo Rodrigues<sup>1</sup>  
Paulo Tadeu Gandra Campos<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Universidade do Grande Rio-Unigranrio/PPGEC, chang@powerline.com.br <sup>2</sup>Coluni-Escola de Aplicação da UFV, ptgamos@yahoo.com.br

## Resumo

Este artigo é um fragmento de uma pesquisa concluída a respeito de atividades matemáticas no Ensino Médio, em particular, sobre o tema de funções. A motivação ocorreu diante de questões contextualizadas e interdisciplinares presentes no Exame Nacional do Ensino Médio, mesmo na edição do novo formato, a partir de 2009, quando iniciou a adesão de diversas instituições federais, estaduais e privadas para o ingresso de candidatos ao curso superior. Diante dessa perspectiva singular, o questionamento deste trabalho incidiu sobre o como os alunos realizam tarefas que exigem apenas o contexto matemático e quando há um contexto cotidiano ou interdisciplinar, diante da apropriação dos conceitos relativos à função. Os resultados foram analisados à luz da Teoria Antropológica do Didático, de Yves Chevallard e os procedimentos metodológicos seguiram os pressupostos da Engenharia Didática de Artigue. Desta feita, a extensão dessa investigação amplia as possibilidades de os docentes compreenderem os mecanismos da prática pedagógica, além de ser um tema de reflexão e discussão entre os professores de Matemática na Educação Básica.

**Palavras-chave:** Educação Matemática. Teoria Antropológica do Didático. Engenharia Didática. ENEM (Exame Nacional do Ensino Médio).

## INTRODUÇÃO

O atual momento para a quase totalidade dos professores e alunos envolvidos com as séries finais da Educação Básica do país é o de constante atualização quanto às mudanças que o vestibular vem sofrendo proveniente da oficialização do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) como acesso para a grande maioria das instituições de Ensino Superior do país.

Mesmo que não concordemos que uma prova, ao final da Educação Básica, seja a melhor maneira de classificar estudantes para as universidades, temos que lidar com essa realidade uma vez que estamos inseridos nesse sistema.

A transição do tradicional vestibular da grande maioria das universidades<sup>1</sup> para o ENEM tem se mostrada solidificada, uma vez que já são seis edições do exame, de 2009 a 2014, com uma aplicação por ano, e de 2010 em diante passou a contar com a versão PPL (prova formulada e aplicada para as pessoas providas de liberdade).

Enquanto o tradicional vestibular contava, em sua maioria, com questões que podiam ser resolvidas com aplicações diretas de técnicas matemáticas, o ENEM, além de possuir o contexto matemático, possui predominante, contextualização de suas questões. Particularmente, falando da

---

<sup>1</sup> Disponível em: <http://ultimosegundo.ig.com.br/educacao/2014-11-14/apenas-5-das-63-universidades-federais-nao-usarao-sisu-para-selecionar-alunos.html>. Acesso em: 14 Jul 2015.

prova de Matemática e suas Tecnologias, esse contexto é, em grande maioria, proveniente do conhecimento cotidiano, fato que não ocorria com frequência nas provas dos clássicos vestibulares das universidades do país. Um exemplo que reforça tal afirmação é o do clássico vestibular da Universidade Federal de Juiz de Fora, o qual dividimos em quatro modalidades: “vestibular seriado: PISM I, II e III, no período de 2009 a 2013”, “antigo vestibular, nos anos de 2009 e 2010”, “vestibular à distância UFJF EAD, no período de 2009 a 2012” e o “vestibular de inverno UFJF GV, no ano de 2013”, em Governador Valadares-MG. Dentre as 171 questões encontradas nessas provas, 67 delas, aproximadamente 39%, apresentam contextos do cotidiano ou interdisciplinar e 104 questões, ou 61%, apresentam contextos matemáticos. Refinando mais nossa pesquisa, das 171 questões pesquisadas, 41 referem-se ao conteúdo Função e, dentre estas, apenas 4, ou 9,7%, possuem contexto do cotidiano ou interdisciplinar e 37 delas, aproximadamente 90,2%, são de contexto matemático.

Por conta da grande diferença no modelo da maioria das questões apresentadas pelo clássico vestibular e o ENEM, apontamos no trabalho de conclusão do mestrado intitulado, “A influência do cotidiano nas questões de função do Exame Nacional do Ensino Médio”, a seguinte questão de pesquisa: “Sabemos que as questões de natureza matemática, aquelas que são resolvidas pela aplicação direta de conceitos e técnicas, sofreram críticas nos documentos oficiais como, por exemplo, nos Parâmetros Curriculares Nacionais. Assim, perguntamos: as questões de matemática contextualizadas com situações do cotidiano e/ou de outras áreas do conhecimento podem ser mais eficazes, atingindo positivamente uma parcela maior de alunos com relação à aprendizagem dessa disciplina? Nessa direção, eles desenvolveriam mais a *sensibilidade numérica*<sup>2</sup>?”. E nos apoiamos nas seguintes hipóteses: (i) as questões contextualizadas podem permitir ao estudante uma visão crítica da sociedade, em aspectos, como desmatamento, poluição de rios, tomadas de decisão, entre outros. Ou seja, os estudantes podem, assim como o Inep - Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira - sugere na Matriz de Referência do ENEM em suas habilidades: “H21 - Resolver situação-problema cuja modelagem envolva conhecimentos algébricos” e “H23 - Avaliar propostas de intervenção na realidade utilizando conhecimentos algébricos”, utilizar e adquirir novos conhecimentos do cotidiano e de outras áreas ao se depararem com problemas de matemática de contexto cotidiano e de contexto interdisciplinar e; (ii) as questões que envolvem situações reais favorecem a prática da *sensibilidade numérica (numeracy)*, fato que não é corriqueiro em atividades de contexto matemático.

Nossa intenção era a de confirmar ou refutar essas hipóteses, porém os resultados colhidos não permitiram tais conclusões e, por isso, nossa pesquisa de mestrado foi inconclusiva do ponto de vista das hipóteses apresentadas. Entretanto, outras importantes informações puderam ser observadas e as apresentaremos nesse presente artigo.

## A EXPERIMENTAÇÃO: METODOLOGIA E RESULTADOS

Para tentar responder as questões de pesquisa elencadas acima adotamos a metodologia de pesquisa da escola francesa de Educação Matemática, Engenharia Didática, desenvolvida por Michele Artigue (1988), que é composta por quatro fases: análises preliminares, concepção e análise a priori, experimentação e análise a posteriori e validação. Na primeira fase dessa metodologia, as análises preliminares, buscamos os alicerces para o trabalho, a partir da definição do quadro teórico. Para tal, fizemos a revisão da literatura, apontamos o embasamento teórico, a problemática de pesquisa e a metodologia de pesquisa. Para o presente artigo, nos deteremos apenas para a fase da experimentação, devidamente ancorada pela Teoria Antropológica do Didático (TAD), a Sensibilidade Numérica (Numeracy) e a Matriz de Referência do ENEM.

A Teoria Antropológica do Didático, criada e desenvolvida por Yves Chevallard (1996), permite ao professor pesquisador uma análise detalhada na resolução das questões

---

<sup>2</sup> Utilizamos o termo *sensibilidade numérica*, ou *numeracy*, segundo D'Ambrosio (2007), como uma forma de incorporar significado aos números.



apresentadas pelos alunos e, para isso, se baseia em quatro termos, a saber: *tarefa* ( $T$ ), *técnica* ( $\tau$ ), *tecnologia* ( $\theta$ ) e *teoria* ( $\Theta$ ).

No contexto da TAD, uma *tarefa* ( $T$ ) é identificada por um verbo de ação que deve estar acompanhado de um conteúdo em estudo. Em outras palavras, identificar a *tarefa* ( $T$ ) em uma atividade matemática significa apontar o que o problema quer que descubramos.

Uma *técnica* ( $\tau$ ) é um modo de proceder a fim de realizar uma *tarefa* ( $T$ ), mas não é necessariamente um procedimento metodológico ou algorítmico.

*[...] a realização de toda tarefa provém de se colocar em ação uma técnica.*

*O sentido do termo técnica é mais amplo do que o usual; não é apenas um procedimento estruturado e metódico, mas, uma maneira particular de se realizar determinada tarefa. Uma técnica pode resolver algumas tarefas de determinado tipo, mas, não obrigatoriamente todas; essa característica é definida como a capacidade intelectual da técnica.*

*(BOSCH; CHEVALARD, 1999, apud MIGUEL, 2005, p.35)*

Assim, até o momento, dado um problema matemático, segundo a TAD, primeiramente identificamos o que deve ser feito para resolvê-lo, ou seja, identificamos a *tarefa* ( $T$ ). Feito isso, devemos apresentar um procedimento para realizar tal *tarefa* ( $T$ ). Ao modo de agir para realizar a *tarefa* ( $T$ ) chamamos de *técnica* ( $\tau$ ). Lembramos que toda *técnica* ( $\tau$ ) deve ser reconhecidas pela instituição (escola) em que está inserida.

Uma *tecnologia* ( $\theta$ ) é um discurso descritivo e justificativo das *técnicas* ( $\tau$ ) empregadas para tentar realizar uma *tarefa* ( $T$ ). Novamente, as *tecnologias* ( $\theta$ ) empregadas devem ser reconhecidas pela instituição em que estão inseridas.

*A existência de uma técnica supõe a existência subjacente de um discurso interpretativo e justificativo da técnica e de âmbito de aplicabilidade e validade. Chamaremos esse discurso sobre a técnica de uma tecnologia.*

*(CHEVALLARD et al., 2001 apud SABO, 2010, p. 58)*

A respeito da *tecnologia* ( $\theta$ ), em alguns casos, é possível, na própria *técnica* ( $\tau$ ), identificá-la por completo, em outros, apenas parte dela. Segundo Chevallard (1999 apud SABO, 2010, p.58), “qualquer que seja o tipo de tarefa, a *técnica* relativa a esta *tarefa* estará sempre associada a uma *tecnologia* ou a um vestígio da *tecnologia*”.

A *teoria* ( $\Theta$ ) justifica e garante a veracidade da *tecnologia* ( $\theta$ ), pois a partir dela podemos generalizar os conhecimentos em outras situações similares.

*A teoria é a especulação abstrata da tecnologia; no plano teórico estão as definições, os teoremas, as noções mais abrangentes e abstratas que servem para explicar, justificar e produzir tecnologias. (MIGUEL, 2005, p. 36)*

A *teoria* ( $\Theta$ ) é chamada de *tecnologia* ( $\theta$ ) da *tecnologia* ( $\theta$ ) e, segundo Chevallard (1996 apud RODRIGUES, 2009, p. 46), “a *teoria* ( $\Theta$ ) é o nível superior de justificativa-explicação-produção e nem sempre está presente numa atividade.”

Em síntese, a TAD é norteada por quatro estágios “*tarefa* ( $T$ ), *técnica* ( $\tau$ ), *tecnologia* ( $\theta$ ) e *teoria* ( $\Theta$ )”. Os dois primeiros geram o bloco *prático-técnico* e os dois últimos o bloco *teórico-tecnológico*. O cumprimento de toda *tarefa* ( $T$ ) é proveniente da utilização de uma *técnica* ( $\tau$ ), justificada pela *tecnologia* ( $\theta$ ), que é garantida pela *teoria* ( $\Theta$ ).

A *sensibilidade numérica* (*numeracy*) é o ato de incorporar sentido ao número. Identificamos que um estudante a está utilizando quando o mesmo analisa e critica as respostas numéricas encontradas, segundo as condições apresentadas no enunciado.

Adotamos o termo *sensibilidade numérica* (*numeracy*) no contexto de alfabetização, tal como define D'Ambrosio (2007):

*Eu argumento contra a ênfase excessiva no quantitativo, o que pode ser prejudicial para a igualmente importante ênfase no qualitativo. Minha proposta de literacy, materacy e technoracy, [...] é uma resposta à minha crítica da falta de equilíbrio. Literacy é um instrumento de comunicação e, como tal, inclui o que tem sido chamado de quantitative literacy ou numeracy. (D'AMBROSIO, 2007, p.28, grifo do autor)*

E acreditamos que em questões de contexto cotidiano a *sensibilidade numérica* (*numeracy*) se encaixa muito bem por permitir ao aluno maior reflexão do significado dos resultados obtidos, como afirma Rodrigues:

*Dentro de uma prática de ensino contextualizada, há a presença constante do significado, ou seja, o aluno encontra sentido no que está aprendendo, uma vez que lhe é possível estabelecer confrontos entre o conteúdo e sua realidade, além de perceber associações entre a Matemática e outras áreas do conhecimento. (RODRIGUES, 1999, p.37-38, grifo do autor).*

Dessa forma, utilizamos a *sensibilidade numérica* (*numeracy*) em nosso trabalho, observando se o estudante, após resolver os exercícios, refletiu sobre o valor da resposta encontrada dentro do contexto apresentado pela questão.

Criado, em 1998, o Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM), cujo objetivo é avaliar o desempenho do estudante ao fim de sua escolaridade na Educação Básica, era composto, até 2008, por uma redação com tema proposto e 63 questões objetivas e contextualizadas. A partir de 2009, o Ministério da Educação implementou mudanças no exame, dentre as quais passou a ser utilizado como mecanismo de seleção para o ingresso no ensino superior da quase totalidade das instituições públicas do país. Em outras palavras, de 2009 em diante, o Governo Federal tem respeitado a autonomia das universidades quanto à utilização ou não do ENEM como mecanismo de seleção de candidatos a vagas, embora a grande maioria das universidades do país tenha aderido ao exame como critério de seleção para a ocupação de suas vagas disponíveis.

Dentre outras mudanças, o *Novo ENEM*, como passou a ser chamado a partir de 2009, ganhou novo formato, e o seu conteúdo passou a ser definido a partir da Matriz de Referência em quatro áreas do conhecimento, a saber:

- Linguagens, códigos e suas tecnologias, que abrange o conteúdo de Língua Portuguesa (Gramática e Interpretação de Texto), Língua Estrangeira Moderna, Literatura, Artes, Educação Física e Tecnologias da Informação.
- Matemática e suas tecnologias.
- Ciências da Natureza e suas tecnologias, que abrange os conteúdos de Química, Física e Biologia.
- Ciências Humanas e suas tecnologias, que abrange os conteúdos de Geografia, História, Filosofia, Sociologia e conhecimentos gerais<sup>3</sup>.

Cada uma dessas quatro áreas do conhecimento passou a ter número determinado de questões em um total de 180. Assim, o exame passou a se estender por dois dias, com 90 questões por dia, além de, no segundo dia, também ser aplicada a redação.

Diferentemente dos vestibulares tradicionais, o Novo ENEM não é baseado em conteúdos específicos e sim em uma Matriz de Referências constituída por Competências e Habilidades. Comum a todas as áreas de conhecimento, os Eixos Cognitivos apresentam:

---

<sup>3</sup> Disponível em: <http://portal.inep.gov.br/web/enem/conteudo-das-provas>. Acesso em: 14 jul 2015.

(I) Domínio de linguagens; (II) Compreensão de fenômenos; (III) Enfrentar situações-problema; (IV) Construir argumentação; (V) Elaborar propostas. (BRASIL, 2013)

Em particular, embora na área de Matemática e suas Tecnologias, sejam apresentadas sete Competências, e cada Competência possua certo número de Habilidades, vamos focar naquelas que se referem ao objeto matemático função e que são exigidas para solucionar cada uma das tarefas.

Dessa forma, se um estudante consegue resolver plenamente um exercício que contemple em sua resolução, por exemplo, a Competência de área 4 “Construir noções de variação de grandezas para a compreensão da realidade e a solução de problemas do cotidiano” e a habilidade (H15) “Identificar a relação de dependência entre grandezas”, entendemos que este aluno possui as respectivas competência e habilidade. (BRASIL, 2009)

Inicialmente, selecionamos questões de função, por nós classificadas como de “contexto matemático”, nos vestibulares da Universidade Federal de Juiz de Fora (UFJF) no período de 2009 a 2013.

Em um segundo momento, de acordo com algumas questões que encontramos na pesquisa feita inicialmente, formulamos, e/ou adaptamos, questões no formato “contexto cotidiano”. Dessa maneira, passamos a contar com pares de questões, uma de contexto matemático e outra de contexto cotidiano.

Em seguida, determinamos critérios de equivalência entre as questões de contexto matemático dos vestibulares da UFJF e as questões de contexto cotidiano que criamos e/ou adaptamos. Essa equivalência foi construída com base nas Competências e Habilidades da Matriz de Referência do ENEM e se resume a dois pontos:

➤ Primeiro: As questões devem apresentar, no mínimo, uma competência em comum e mesmas habilidades segundo a matriz de referência do ENEM. Exceto, as habilidades que se referem à intervenção da realidade e a situações-problema, uma vez que estas não podem ser contempladas em questões de contexto matemático, pois as questões de contexto matemático são voltadas apenas para a matemática, não havendo conexão com o cotidiano.

➤ Segundo: As questões devem apresentar o mesmo objeto matemático, diferindo, apenas, pelo contexto em que estão inseridas.

Finalmente, no quarto momento, efetuamos a resolução dessas questões à luz da Teoria Antropológica do Didático.

Assim, obtemos três pares de questões<sup>4</sup>. O primeiro par com conteúdo de função do primeiro e segundo graus, o segundo, cujo objeto matemático é função logarítmica, e o terceiro, cujo conteúdo refere-se à função trigonométrica. Para o presente artigo, apresentaremos apenas as atividades que contém função do primeiro e segundo graus.

Os sujeitos da pesquisa foram divididos em dois grupos (um com 10 alunos e outro com 11) e na aplicação das atividades que foram realizadas em momento único, de maneira individual e de tal modo que um mesmo aluno não tenha resolvido duas questões ditas “equivalentes”.

Após a aplicação das questões aos estudantes, chegamos à terceira fase da metodologia, a experimentação, na qual identificamos alguns resultados de caráter global e outros pontuais. Destacamos alguns resultados globais:

➤ Dentre os conteúdos matemáticos abordados nos três pares de questões, aqueles de maior familiaridade por parte dos alunos foram os conceitos de funções polinomiais de primeiro e segundo grau, correspondendo à “Questão 1” e “Questão proposta1”. Consequentemente, essas questões apresentaram maior índice de acerto e comentários matematicamente coerentes, dentro os quais cinco alunos resolveram, de maneira correta.

---

<sup>4</sup> Os três pares de questões serão apresentadas como resultados pontuais na terceira fase da metodologia.

Outros alunos, não conseguiram concluir o raciocínio nessas questões, mas demonstraram saber os conceitos teóricos necessários para o desenvolvimento de suas resoluções. Acreditamos que o fato de os gráficos apresentados nessas questões possuírem duas curvas em um mesmo plano cartesiano tenha trazido obstáculos para os alunos.

➤ O cuidado em incorporar sentido ao valor numérico obtido como resposta nas questões, termo por nós chamado de *sensibilidade numérica (numeracy)*, não foi observado com frequência nas resoluções e, quando foi percebido tal cuidado, as questões eram de contexto cotidiano.

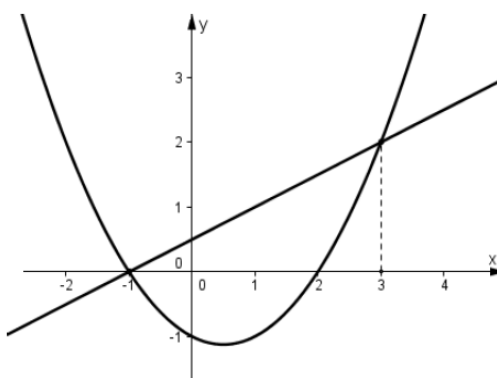
➤ As respostas dos estudantes às questões de contexto cotidiano, mesmo que, por vezes, incorretas, se apresentam de forma diferenciada no quesito cuidado em tentar resolver a questão, quando comparadas às questões de contexto matemático.

Destacamos, agora, alguns resultados pontuais:

A Questão 1, Figura 1, a qual relembremos o enunciado a seguir, não foi resolvida corretamente por nenhum dos estudantes. Acreditamos que o fato da mesma apresentar dois gráficos no mesmo plano cartesiano tenha trazido obstáculos para os alunos, mesmo que nenhum deles tenha relatado isso. Um fato importante sobre essa questão é que, embora seja possível, não é necessário saber as expressões das funções para resolvê-la. Um dos estudantes apresentou um esboço de resolução nesse sentido, veja na Figura 2.

Figura 1 – Enunciado da Questão 1

**Questão 1 (UFJF 2010)** No plano cartesiano abaixo, estão representados os gráficos de uma função  $f$ , do 1º grau, e de uma função  $g$ , do 2º grau.



Considerando o conjunto  $S = \{x \in \mathbb{R} : f(x) - g(x) > 0\}$ , é correto afirmar que:

- a)  $S = ]-1, 3[$     b)  $S = ]-1, 2[$     c)  $S = ]-\infty, -1[ \cup ]3, +\infty[$     d)  $S = ]3, +\infty[$     e)  $S = \emptyset$

Fonte: Dados da pesquisa

Figura 2 - Resolução da estudante Fernanda

Fernanda

1)  $f(x)$ : 1º grau  
 $g(x)$ : 2º grau  $y$   
 Sabe-se que  $f(x) = ax + b$   
 $g(x) = ax^2 + bx + c$

~~Determinar o valor de  $x$  em cada função.~~

Na função de 1º grau, a partir do gráfico, determina-se que quando  $x = 3$ ,  $y = 2$ .

$$f(3) = a \cdot 3 + b$$

$$y = 3a + b \quad * \quad f(x) = y$$

$$2 = 3a + b$$

$$\boxed{a + b = \frac{2}{3}}$$

$$f(3) = 3a + b$$

$$y = 3a + b$$

$g(x) = ax^2 + bx + c$

↓

$a > 0$

Soma  
Produto

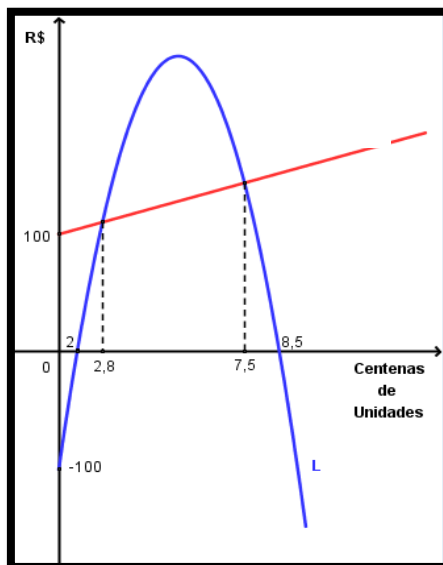
Fonte: Dados da pesquisa

Observe que a estudante Fernanda, embora tenha identificado corretamente que as funções apresentadas no exercício são do primeiro e do segundo grau, ela ficou presa às expressões das funções para operar algebricamente e resolver a desigualdade solicitada nesta atividade. Embora a intenção da aluna seja correta, ou seja, embora mostre indícios de que identificou corretamente a *tarefa* (*T*) do problema, e tenha apresentado um esboço de sugestão de resolução, uma *Técnica* (*τ*), a mesma não obteve sucesso na resolução da atividade.

A Questão proposta 1 foi resolvida corretamente por cinco estudantes, de um total de onze, e destacamos a resolução de Bruna, Figura 3, pois ela demonstra utilizar o conhecimento cotidiano sobre custos e lucro para argumentar e, conseqüentemente, concluir corretamente a resolução da questão.

Figura 3 – Enunciado da Questão proposta 1 e Resolução da estudante Bruna

**Questão proposta 1** O Departamento Financeiro de uma empresa de cosméticos apresentou um relatório referente aos lucros e/ou prejuízos do ano de 2010. O gráfico abaixo, contido no relatório, apresenta a função Lucro (L), do 2º grau e a função Custo (C), do 1º grau para a produção e venda de x centenas de unidades de cosméticos.



A faixa de número de peças produzidas e vendidas que compreende lucro superior aos custos dessa empresa é:

- a) Entre -100 e 100.
- b) Entre 0 e 280.
- c) Entre 200 e 850.
- d) Entre 280 e 750.
- e) Entre 280 e 850.

#### Resolução

Eu acho que é entre 280 e 750, pois para produzir o produto há um valor a ser gasto para isso e o produto só terá lucro a partir de um certo ponto, que compreende uma faixa de quantidade.

↳ Não tenho certeza

Fonte: Dados da pesquisa

Observe que os argumentos, ou seja, a *tecnologia* ( $\theta$ ), utilizados por Bruna são todos com a linguagem cotidiana e tais justificativas não seriam plausíveis para resolver a Questão 1, Figura 1, muito embora percebemos que sua *técnica* ( $\tau$ ) tenha sido a de fazer uma análise gráfica, assim como pode ser feito para resolver a Questão 1.

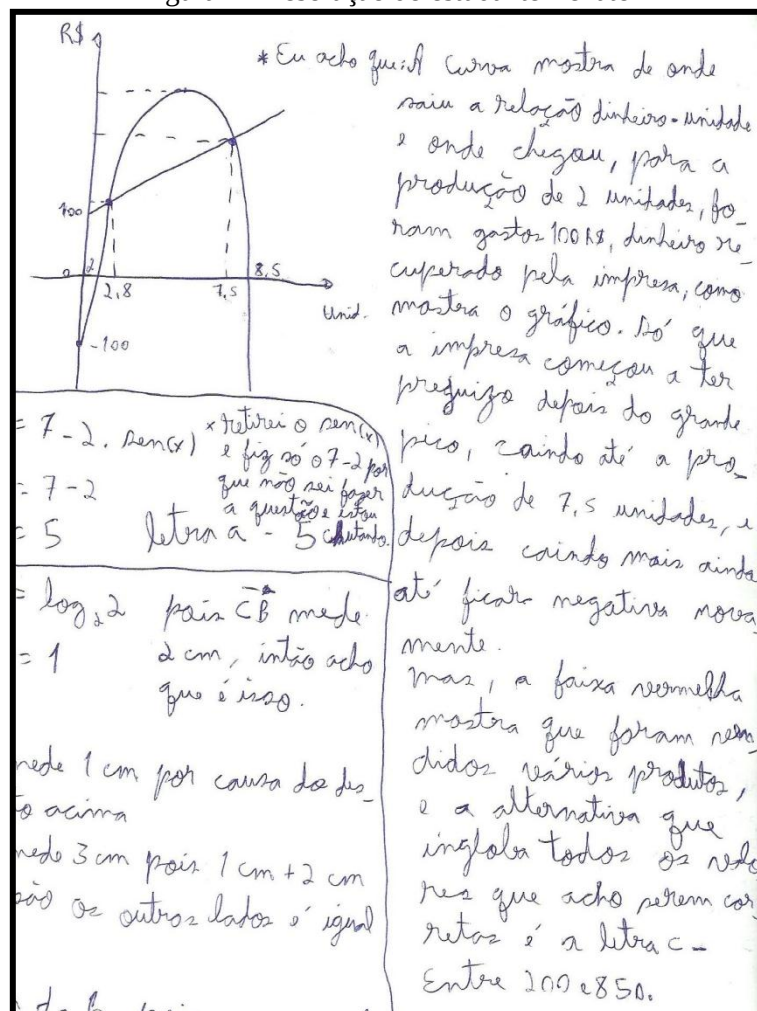
Concluimos que, para essa resolução, o conhecimento cotidiano tenha sim ajudado o estudante a resolver a questão.

Dentre os estudantes que não concluíram corretamente a Questão proposta 1, destaca-se a resolução de Renato pois, assim como acreditamos que conhecimento cotidiano pode favorecer a resolução das questões, também cremos que o conhecimento

cotidiano equivocado, ou, até mesmo a falta desse conhecimento, favorece o insucesso em questões desse tipo.

Veja, na Figura 4 a resolução do estudante Renato.

Figura 4 - Resolução do estudante Renato



Fonte: Dados da pesquisa

Observe que o estudante não soube analisar a parábola que fornece o lucro da empresa, pois afirmou que após o ponto mais alto, vértice da parábola, a empresa começou a ter prejuízo. Assim como ao afirmar que a “faixa vermelha” mostra que foram vendidos vários produtos, deixa indícios que não entendeu bem, ou que não sabe o conceito de custo e prejuízo e, portanto, não ocorreu a *sensibilidade numérica*.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

Como foi apresentado na confrontação da Análise *a priori* com os resultados colhidos na Análise *a posteriori*, não pudemos concluir se nossas hipóteses, referentes ao trabalho de mestrado, foram confirmadas ou refutadas. Nossas intenções quanto a analisar a influência do cotidiano na contribuição da resolução de questões de função matemática foram frustradas, porém nitidamente pudemos perceber que seja a questão de contexto matemático ou de contexto cotidiano, o sucesso do estudante em sua resolução passará pelo entendimento do conteúdo matemático, no caso funções.

Pudemos perceber que sem a fundamentação do conteúdo matemático as questões, sejam elas de contexto matemático ou cotidiano, não foram resolvidas corretamente ou, como em alguns casos, sequer foram esboçadas tentativas de resolução.

Outro fator identificado repousa sobre as respostas dos estudantes às questões de contexto cotidiano as quais, mesmo que, por vezes, incorretas, se apresentaram de forma diferenciada no cuidado em tentar dar alguma resposta, quando comparadas às questões de contexto matemático. Aparentemente os estudantes se mostraram mais à vontade com questões de contexto cotidiano. Afirmamos isso, pois, nas questões de contexto matemático foi constatado alto índice de respostas do tipo “não me recordo” ou “não sei fazer”, enquanto nas respectivas questões de contexto cotidiano, mesmo que de maneira incorreta ou equivocada, percebemos uma tentativa maior em argumentar em cima das informações fornecidas no enunciado. Mas gostaríamos de reforçar que de qualquer maneira, em grande escala, as questões não foram respondidas por desconhecimento das propriedades matemáticas de função. Ou seja, reforçamos a necessidade e importância de uma boa fundamentação dos conceitos matemáticos para o sucesso em atividades seja contexto matemático, de contexto cotidiano ou mesmo interdisciplinar.

## Referências

ALMOULOU, Saddo Ag. **Fundamentos da didática da matemática**. Curitiba: Editora UFPR, 2007. P. 111-128.

BRASIL, Secretaria da Educação Básica. **Orientações Curriculares para o Ensino Médio**: Ciências da Natureza, Matemática e suas tecnologias. Brasília: MEC, 2002.

\_\_\_\_\_. Secretaria da Educação Básica. **Matriz de Referência para o ENEM**. Brasília: MEC, 2009. Disponível em: <<http://portal.inep.gov.br/web/enem/conteudo-das-provas>> Acesso em: 23 jun. 2013.

CAMPOS, Paulo Tadeu Gandra. **A Influência do Cotidiano nas Questões de Função do Exame Nacional do Ensino Médio**. 2014. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) Universidade Federal de Juiz de Fora.

D'AMBROSIO, Ubiratan. Peace, social justice and ethnomathematics. **The Montana Mathematics Enthusiast**, ISSN 1551-3440, Monograph 1, The Montana Council of Teachers of Mathematics. 2007, p.25-34. Disponível em: [https://www.google.com.br/?gws\\_rd=cr&ei=gNBdUoizLMaEkQelhoHgAg#q=D%E2%80%9999AMBROSIO%2C+Ubiratan.+Peace%2C+social+justice+and+ethnomathematics.+](https://www.google.com.br/?gws_rd=cr&ei=gNBdUoizLMaEkQelhoHgAg#q=D%E2%80%9999AMBROSIO%2C+Ubiratan.+Peace%2C+social+justice+and+ethnomathematics.+) Acesso em: 15 out 2013.

MIGUEL, Maria Inez Rodrigues. **Ensino e Aprendizagem do Modelo Poisson**: uma experiência com modelagem. São Paulo, 2005. Tese (Doutorado em Educação Matemática) Pontifícia Universidade Católica de São Paulo.

PAIS, Luiz Carlos. **Didática da Matemática**: uma análise da influência francesa. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2011.

RODRIGUES. Chang Kuo. **A Função do Cotidiano e o Cotidiano das Funções**. 1999. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) Universidade de Santa Úrsula.



\_\_\_\_\_, Chang Kuo. **O Teorema Central do Limite**: um estudo ecológico do saber e do didático. 2009. Tese (Doutorado em Educação Matemática) Pontifícia Universidade Católica de São Paulo.

SABO, Ricardo Dezso. **Saberes Docentes**: Análise Combinatória no Ensino Médio. 2010. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) Pontifícia Universidade Católica de São Paulo.

# **ATRAVESSAMENTOS DE UMA PESQUISA: PENSANDO MATEMÁTICA, FORMAÇÃO DOCENTE E SALA DE AULA ATRAVÉS DO DISPOSITIVO-OFICINA**

**Leiliane Aparecida Gonçalves Paixão<sup>1</sup>**

**Rogéria Christina Soares<sup>2</sup>**

**Margareth Aparecida Sacramento Rotondo<sup>3</sup>**

<sup>1</sup>Universidade Federal de Juiz de Fora (UFJF) / Faculdade de Educação, leilianepaixao2014@gmail.com

<sup>2</sup>Universidade Federal de Juiz de Fora (UFJF) / Faculdade de Educação, rogeria.soares@yahoo.com.br

<sup>3</sup>Universidade Federal de Juiz de Fora (UFJF) / Faculdade de Educação margarethrotondo@gmail.com

## **RESUMO**

O presente trabalho trará apontamentos relacionados a uma pesquisa que ofereceu, em uma de suas etapas, oficinas de produção matemática para professores e professoras dos anos iniciais de uma escola pública da cidade de Juiz de Fora/MG. Tais oficinas tiveram como propósito disparar outros possíveis modos de conceber matemática por meio de abordagens didático-metodológicas. A pesquisa, que está em andamento, nos coloca a pensar no tema de formação de professores e de professoras junto aos efeitos que estas oficinas de produção matemática proporcionaram. Para isso, nos deteremos ao longo do texto aos efeitos de uma oficina realizada num Curso de Extensão intitulado “*Oficinas de produção matemática: o fazer docente junto a abordagens didático-metodológicas*” tendo como disparador *geometria*. Assim, vamos exercitando tanto a nossa prática pedagógica quanto a nossa prática de pesquisa que neste trabalho vem se compondo junto a essas oficinas de produção matemática.

**PALAVRAS-CHAVE:** Aprendizagem; Matemática; Formação.

*Há histórias tão verdadeiras que às vezes parece que são inventadas.  
(O livro sobre nada - Manoel de Barros)*

## **COMPONDO UMA PESQUISA**

---

<sup>1</sup> Graduanda do curso de Licenciatura em Pedagogia (sétimo período) pela Universidade Federal de Juiz de Fora / UFJF.

<sup>2</sup> Psicopedagoga pela Faculdade Integrada de Jacarepaguá. Atualmente ocupa o cargo da direção na Escola Municipal Presidente Tancredo Neves na cidade de Juiz de Fora/MG.

<sup>3</sup> Professora da Universidade Federal de Juiz de Fora (FACED), orientadora e coordenadora da pesquisa referenciada.

O texto que segue pretende trazer os efeitos de uma de muitas oficinas que aconteceram ao longo da pesquisa intitulada *Formação de professores que ensinam matemática: produção do conhecimento matemático através do dispositivo-oficina e seus efeitos no ensino e na aprendizagem da matemática na escola*<sup>4</sup>.

Procuramos problematizar com essa escrita outros modos de vivenciar uma matemática e os muitos atravessamentos que uma pesquisa<sup>5</sup> pode nos propiciar e nos colocar num exercício de problematização. Um leque que vai compondo para além do ensino e da aprendizagem. Poderíamos dizer que se trata de aprendizagens de vida. Uma escrita que se compõe em conjunto. De um lado, uma docente que já atuou em sala de aula por alguns anos e hoje atua como diretora da escola parceira da pesquisa e, de outro, uma graduanda, em processo de formação e de pesquisa, caminha em sua licenciatura do curso de Pedagogia. Estas, em meio à pesquisa, eventos, grupos, oficinas, vão (re)pensando tanto a sua prática pedagógica quanto a sua prática de pesquisa.

Neste trabalho, alguns temas atravessam a educação de uma maneira geral - formação, concepção, aprendizagem, ensino, cognição, salas de aula, aluno/a, dentre outros. Como professoras e pesquisadoras, neste exercício de escrita, andamos pensando numa formação como algo que está numa constante processualidade, algo sempre em movimento, uma formação que não termina.

Desde o início da pesquisa (setembro de 2013) a equipe se reúne num Grupo que chamamos de Grupo de Estudos, que acontece nas terças-feiras no turno da tarde. Nesse período, o Grupo tem se ocupado com o estudo das concepções de matemática, com algumas abordagens didático-metodológicas, com leituras de textos e artigos que trazem a formação docente e, ainda, problematizam o conceito de formação com a área da Educação Matemática. Junto ao grupo de terça-feira, criamos também um que chamamos de Grupo de Trabalho. Neste Grupo nos debruçamos com o planejamento e com a organização do que seria trabalhado nas oficinas. Dessa maneira, a terça-feira se compõe em dois momentos - iniciávamos com estudos da área de Educação Matemática e depois planejávamos as oficinas ajustando datas e propostas que seriam trabalhadas posteriormente.

O Curso de Extensão, composto por vinte e oito oficinas, possibilitou-nos ampliar nosso olhar para que algumas atividades produzam outros efeitos na aprendizagem dos alunos e das alunas. Essa etapa da pesquisa aconteceu no Núcleo de Educação em Ciência, Matemática e Tecnologia (NEC) da Faculdade de Educação (FACED) da Universidade Federal de Juiz de Fora (UFJF), no período de março a novembro de 2014, nas quartas-feiras, com duração de quatro horas. Com as oficinas realizadas fizemos um exercício de discutir alguns temas dentro da Educação Matemática como também problematizar atividades matemáticas que se relacionam com o fazer pedagógico daqueles professores e daquelas professoras que participaram conosco e, assim, disparar novos modos de conceber matemática através da utilização de alguns recursos didático-metodológicos.

Após a realização dessas oficinas, planejamos para o ano de 2015, que a equipe da pesquisa entre no contexto da escola para que auxiliem nas atividades para as aulas desses/as participantes. A princípio, a pesquisa foi pensada para trabalhar com os anos iniciais do Ensino Fundamental apesar de termos um professor de matemática dos anos finais que se interessou em participar da pesquisa. Assim, nos lançamos à experiência de trazer à tona os movimentos que vivenciamos junto aos professores e as professoras nas

---

<sup>4</sup> Pesquisa financiada pelo acordo CAPES/FAPEMIG (Processo número: APQ-03416-12). A pesquisa teve início no 2º semestre do ano de 2013 e seguirá até o 2º semestre do ano de 2016, duração de três anos.

oficinas de produção matemática. Esses movimentos permanecem para nós um vivido. Um vivido que pulsa no agora e que reverbera num movimento constante.

Uma proposta vai possibilitando abrir outros caminhos, outras fazeções. Uma pesquisa relacionada com a área que chamamos de Educação Matemática. Uma escrita se desdobrando junto a uma pesquisa. Pesquisa que vai para além de oferecer oficinas, mas algo para nos colocar num exercício e num movimento de problematizar outros modos de conceber matemática e, a partir disso, fazer com que os professores e as professoras percebam outras possibilidades de ensino e de aprendizagem para este conteúdo escolar, como por exemplo, o trabalho com atividades investigativas ou com jogos. Um exercício de lançar-se a outras experimentações abre espaço para os efeitos que uma oficina pode acionar. Efeitos que tiveram como disparador *geometria* numa oficina que intitulamos de “Trabalhando com vistas e perspectivas no estudo de geometria”.

### **UMA OFICINA: TRABALHANDO COM VISTAS E PERSPECTIVAS TENDO COMO DISPARADOR GEOMETRIA**

Nesta oficina abordamos algumas possibilidades que o trabalho envolvendo vistas e perspectivas de sólidos geométricos podem disparar numa sala de aula. A proposta aconteceu em três momentos distintos, mas que se conectam entre si.

Abordamos num primeiro momento a proposta de trabalho envolvendo algumas fotos digitalizadas de sólidos geométricos com o intuito de investigar as vistas e as perspectivas desses sólidos (para este momento, contamos com o auxílio da sala de computadores situada no NEC); um segundo momento com a proposta de comparação de áreas; e o terceiro momento composto por uma proposta de ampliação e redução de sólidos geométricos. Mas, neste artigo, daremos enfoque apenas ao primeiro momento.

Utilizamos para esta oficina, caixinhas de fósforos, que puderam ser usadas para se trabalhar com diferentes vistas que podem surgir numa atividade, como por exemplo, dependendo da posição que se olha uma determinada figura, esta pode ser considerada como: vista superior, vista diagonal, vista inferior, vista frontal, vista lateral, diagonal superior, dentre outras possibilidades.

Com o material organizado lançamos a proposta: solicitamos que os/as participantes se dividissem em três grupos. Feito isso, cada grupo se organizou para analisar as imagens digitalizadas que continham diferentes arranjos. Arranjos estes apresentados através das caixinhas de fósforos.

**Figura 1 - Participantes da oficina na atividade: “Trabalhando com Vistas e Perspectivas no Estudo de Geometria”**



**(Dados da pesquisa: oficina realizada no dia: 08 de out. de 2014).**

No movimento com a proposta, os professores e as professoras deveriam estimar a quantidade de caixinhas de fósforos utilizadas em cada arranjo. Optamos em usar a palavra “estimar” pois, algumas perspectivas não ofereciam condições de determinar exatamente o número de caixinhas de fósforos destacada no computador. Feito esta observação, cada grupo deveria organizar com o material que lhe foi entregue, o arranjo, a quantidade de caixinhas usadas (na figura digitalizada) e a mesma perspectiva da foto no computador. Os grupos fotografavam as suas próprias composições e, para cada foto, escreviam o nome da vista que era possível ser observada, no que se referia a sua posição, podendo ser uma vista lateral, ou uma vista frontal ou uma superior. Vistas estas, que os livros didáticos em geral, nos apresentam.

Nesse momento, a interferência de um bolsista de Treinamento Profissional, do curso de Artes, se faz presença acionando outros modos de operar com aquelas imagens, outras denominações de vistas se destacam em seu comentário. Ele alertava a existência da vista diagonal e da diagonal superior, não se limitando apenas nas três vistas que destacamos e, mais, vistas que nós professores/as conseguíamos enxergar naquele momento. Comentário este, de um bolsista que, embora estivesse conosco registrando os momentos, não participava das oficinas, mas ao mesmo tempo compunha conosco em breve frases.

Inquietações... E então, o que um curso de Artes possibilita de matemática? Que matemática? Que matemática se faz presente nessa formação? Acontecimento este possibilitando outras formas de operar. Implicação com Arte, com matemática, com formação, com vida.

A oficina não tinha como pretensão terminar num único dia, o que permitiu que discutíssemos sobre as produções realizadas no encontro seguinte. Assim, a proposta ia acontecendo...

**Figura 2 - Participantes da oficina na atividade: “Trabalhando com Vistas e Perspectivas no Estudo de Geometria”**



**(Dados da pesquisa: oficina realizada no dia: 08 de out. de 2014).**

Na proposta, algumas vozes vão se compondo em uma rapidez ao contabilizar o número de caixinhas de fósforos que estavam sendo utilizadas em cada imagem no computador. Na construção das imagens, cada grupo organizava sua forma para realizarem as fotografias, trazendo alguns posicionamentos e alguns questionamentos como vem banhados na fala dos professores/as<sup>6</sup>. Na fala de Marilene vem a questão: “Estou em dúvida, que vista é esta? Seria uma vista superior e lateral? Ou podemos chamar de vista frontal?”.

A professora Juliana diz - “Ah! Depende do ponto de vista de cada um”. Professora Helena em meio aos comentários dizia - “De onde está saindo a foto?” Existia ali, certa preocupação e cuidado em tirar a foto na vista em que o computador apresentava. A atenção tomava conta deste grupo de professores e de professoras, que se movimentavam, para tirarem as fotos.

No caminhar da proposta, os problemas iam sendo inventados e, com eles, outras maneiras de investigar aquela atividade ia se fazendo. Experimentações e investigações junto às caixinhas de fósforos proporcionavam inquietações. Dizia a professora Helena – “Temos que olhar com calma gente!” Um exercício que requeria voltar nas imagens digitalizadas e, nesse voltar, outras maneiras de olhar e manusear as caixinhas surgia. Acontecia de uma posição não estar de acordo com a foto apresentada. Com isso, o grupo se atentava e criava outros modos de operar com as caixinhas.

Levantavam inquietos da cadeira onde estavam, iam se movimentando numa melhor posição que contribuísse a visualização da imagem. A proposta não poderia ser analisada de qualquer maneira, existia um cuidado ali. E nesse exercício, problemas surgiam e junto a eles, invenções. Inventavam modos outros de fotografar seus próprios arranjos. Na conversa entre os grupos, era possível escutar algumas divergências quanto ao número de caixinhas de fósforos encontradas, por exemplo – uns achavam doze caixinhas, o outro integrante do mesmo grupo achava onze, causando desconfortos. Isso os fazia voltar às fotos para ver onde poderiam ter se descuidado. Nesse desconforto, um problema é inventado. Com esse problema o grupo tenta operar de outro modo. A produção da resposta, onze ou doze caixinhas, era importante, mas a proposta foi potencializada no momento em que os problemas foram surgindo.

---

5Os nomes dos professores e das professoras citados neste artigo são nomes fictícios para mantermos o anonimato dos e das participantes das oficinas do Curso de Extensão.

Investigar aspectos de uma geometria na fase escolar pode auxiliar para ampliar os conceitos matemáticos. A professora Cristine, numa de suas falas dizia que a Geometria Plana era mais trabalhada em sala de aula afirmando que às vezes não era possível dar conta de estudarem a Geometria Espacial (abordando figuras tridimensionais). “Nossa! Quando eu estudava, minha experiência com geometria foi com figuras planas. Fui para o magistério e para o curso de Pedagogia e o que eu aprendi passava primeiro pelas figuras planas. Tudo em duas dimensões, desenhos achatados. Então com esta visão de se iniciar o estudo de geometria com os meus alunos através da geometria plana se tornou para mim sendo a melhor maneira”.

Nesta oficina, relatos atravessam a conversa abrangendo que muitos professores e muitas professoras acabam reproduzindo e atuando em sua sala de aula com base em algumas concepções e crenças que seus mestres carregavam. Em sua prática pedagógica, acabam se assemelhando a modelos que seus professores e suas professoras tiveram em sua fase escolar e vão reproduzindo tais práticas. Continua a professora – “Hoje com esta atividade da oficina pude perceber que o mundo onde vivemos se constitui em três dimensões e para os nossos alunos iniciarem com a geometria partindo dos sólidos tridimensionais para o plano pode ser mais proveitoso”. Falas que remetem a modelos ligados a um modo de ensinar.

De acordo com Cristovão [...] “o estudo de geometria começaria com sólidos explorando, por exemplo, objetos e embalagens. Assim percorreria um caminho inverso àquele que geralmente é utilizado pela maioria dos livros didáticos” (2001, p.51). Segundo o relato dos professores e das professoras, a *geometria* é muito presente nos anos iniciais, porém outras maneiras de se trabalhar com ela se dão. Uma delas é quando um professor/a solicita a um aluno ou uma aluna que apresente sua sala de aula numa maquete.

No movimento da atividade, professores e professoras vão se lançando a outras experiências e a outras possibilidades de trabalho. O material utilizado como recurso didático junto ao mal estar produzido com os/as participantes fizeram surgir problematizações – Como é possível potencializar esta atividade em minha sala de aula? Matemática como problema na escola. Uma matemática enquanto disparadora de problemas. Nesse mal estar, uma invenção se faz presença. Os incômodos vêm, e com eles, uma invenção que move o pensar. Corpos mergulhados em uma pesquisa, em uma travessia, em uma experiência.

Nesse exercício, assuntos do dia-a-dia atravessavam a proposta de trabalho. Assuntos estes ligados à própria sala de aula - uns falavam da bagunça dos alunos/as, outros daquele que era mais agitado, uns contavam da presença da família na vida do aluno/a, enfim... Professor Rogério dizia num discreto sorriso: “Vamos voltar gente!”, esse voltar se referia voltar para a proposta da oficina, com as vistas e com as perspectivas. Discussão que traz à tona uma formação. Por que voltar? Esse assunto não compõe a formação? Será que só produzimos formação quando há conteúdos envolvidos?

Entre os falatórios, a professora Cristine dizia - “Nessa imagem, não tenho noção do número de caixinhas de fósforos usadas. Nossa, confunde!” No envolvimento com a atividade, o professor Rogério, muito esperto e ágil, começava a contabilizar as caixinhas em um ritmo acelerado “2, 1, 2, 1, 3 tem alguma coisa errada aí” e a professora Eliza - “Tem não”... Professora Cristine continuava - “Aqui, ó”, apontando para a imagem digitalizada das caixinhas. O professor Rogério compreende a fala da participante - “Ah! Entendi o quis dizer”. O professor dizia de maneira muito rápida os números, mas na verdade, ele ia somando as caixinhas digitalizadas num modo “automático” como fazemos

às vezes. Neste exemplo, matematicamente, ele realizou o somatório de  $2+1+2+1+3$  (figura 3) totalizando o número de nove caixinhas de fósforos.

**Figura 3 – Posições das caixinhas de fósforos**



**(Dados da pesquisa: oficina realizada no dia: 08 de out. de 2014).**

Continuando nas imagens, Rogério prosseguia em seu rápido pensamento - “Hum, isso, só tem 3 aqui, você joga em cima 4 e  $3 = 7$ .  $8. 9$  e  $3 = 12$ , viu e faz a soma? Contei certo”? – O professor novamente estava somando o número de caixinhas que estavam empilhadas, porém sua agilidade deixava as duas professoras que compunham seu grupo confusas. Com calma ele ia dizendo como chegou numa resposta e o grupo debatia se era isso mesmo. Neste exemplo, o professor estava somando as caixinhas por “montinhos”, matematicamente ele estava fazendo:  $4+3 = 7$ ;  $7+1 = 8$ ;  $8+1 = 9$  e  $9+3 = 12$  (figura 4) que era o número de caixinhas de fósforos que havia sido destacado na imagem.

**Figura 4 – Posições das caixinhas de fósforos**



**(Dados da pesquisa: oficina realizada no dia: 08 de out. de 2014).**

Ainda brincava, “sou professor de matemática, né gente?”. Entre os risos a atividade se compunha. Mas será que o professor, em especial, o de matemática carrega consigo o modo correto de fazer? Humm desconfio...

Então, se um matemático, fala que é assim, isso passa a valer como tal? Neste discurso, um lugar do “eu sei” ganha destaque. Como não acreditar na palavra de um matemático? Uma matemática do matemático trazendo modos de operar o que fortalece e leva a pensar que este é um dentre muitos que podem existir, e que em algum momento tornou-se “o” modo que a matemática profissionalizada assume (LINS, 2004). Como entrar no jardim dos matemáticos?

O monstro para o matemático é visto como se fosse um monstro de estimação, dócil. Mas para os demais, que estão do lado de fora e não consegue entrar nesse jardim, o



monstro é considerado terrível e monstruoso. Os não matemáticos não tentam nem se quer passar por ele, devido ao medo em transpor essas barreiras (LINS, 2004).

No momento de fotografarem uma das imagens, uma dúvida se instaura pela professora Cristine, “Vamos ver... Qual vista seria esta, hein?” e o professor Rogério dizia - “Esta para mim é uma diagonal superior e para vocês?” E mal ouvia a resposta da sua equipe, já falava – “bate lá a foto minha filha” falava com a professora, com um sorriso suave. Com a afirmação do professor de matemática a foto era tirada. Um discurso de um matemático que vem banhado por um saber.

## UMA OFICINA E SEUS POSSÍVEIS EFEITOS

A oficina compõe outros modos de conceber o ensino e a aprendizagem. Uma aprendizagem que se conecta com o movimento de experienciar. Nos colocamos a pensar em como alguém aprende? A aprendizagem implica numa produção de si e do mundo. Um aprender que se faz presença, enquanto acontecimento.

*Nunca se sabe como uma pessoa aprende; mas, de qualquer forma que aprenda, é sempre por intermédio de signos, perdendo tempo, e não pela assimilação de conteúdos objetivos. Quem sabe como um estudante pode tornar-se repentinamente “bom em latim”, que signos (amorosos ou até mesmo inconfessáveis) lhe serviriam de aprendizado? Nunca aprendemos alguma coisa nos dicionários que nossos professores e nossos pais nos emprestam. O signo implica em si a heterogeneidade como relação. Nunca se aprende fazendo como alguém, mas fazendo com alguém, que não tem relação de semelhança com o que se aprende.*

(DELEUZE, 2003, p. 21).

Uma oficina foi se compondo, proporcionando aberturas para a produção de um pensar. Uma *geometria* disparando problema numa pesquisa. O que uma pesquisa possibilita numa formação? O professor Rogério sempre muito interessado e envolvido nas atividades das oficinas comenta: “Vou ter que aprender novamente a dar aula, mas antes eu estava mais ansioso, agora estou bem menos”. Numa de suas falas, percebemos o quanto uma formação pode ser abalada e estremecida junto a essas oficinas.

Inquietações de uma pesquisa que nos coloca em exercício de problematização junto à Educação e à própria vida. Atravessamentos em pesquisa, em educações. Atravessamentos com o ensinar, com o aprender, com uma formação. Formação aqui, como algo que não pretendemos dar uma forma e nem uma fôrma. Formação enquanto processo. Um processo que envolve o risco ao lançar-se, nos colocando junto a outros encontros.

*Tempo de estudo, tempo e lapidação de outras lentes para observar e poder falar sobre aprender, aprendizado e na educação. Falar bem menos, escapando das generalidades, definir menos ainda. Aceitar o desafio de uma filosofia contemporânea da diferença que é pensar. Pensar diferente. Pensar sobre, pensar com, pensar no meio, problematizar o pensamento educacional.*

(ROOS, 2004: p. 14).

Ao longo dessa pesquisa, pensamentos vão acontecendo e nos (de)formando. Andamos pensando numa educação que nos coloque em movimento, que nos tire do mundo das certezas, das verdades absolutas. Optamos pelas inquietudes e pelas problematizações que nos cercam. Uma opção que gera caos. Sair do guarda-sol, que tanto protege e conforta, pode gerar incômodo. Talvez seja preciso força para deixar que algumas fissuras ultrapassem essa capa protetora. E, nessas fissuras, se colocar num movimento de criação, de experiência, de possibilidades.

*Procurar caminhos, caminhando, para se misturar a intensidades problemáticas do aprender, sem esperar por um estado, enfim, de graça em educação, mas procurando a graça que pode ter viver, coagidos pelos encontros com os signos em um aprendizado, em nossos estudos... E experimentar um aprendizado em uma escrita em educação.*

(ROOS, 2004, p. 15).

Rondadas por movimentos que nos inquietam e arrombam nossos pensamentos. Oficinas de produção matemática fazendo com que professores e professoras coloquem em xeque suas concepções e suas crenças, permeando assim, sua prática pedagógica, mesmo que futuras, provocando reflexos em seu modo de atuar numa sala de aula ou outro contexto escolar. Encontros estes, nos produzindo. Encontros nos fazendo pensar para além de um processo de ensino e aprendizagem.

Um estar aberto ao que um encontro pode possibilitar. Uma formação cujo seu movimento é contínuo. Um processo onde o [...] “aprender, é experimentar incessantemente, é fugir ao controle da representação. É também, nesse mesmo sentido, impedir que a aprendizagem forme hábitos cristalizados” (KASTRUP, 1999, p. 151).

Professores e professoras em formação se fizeram e fazem presença forte em nossa pesquisa. Lançados na experiência em saborear vinte oito oficinas oferecidas num Curso de Extensão ocupado em pensar no *fazer docente juntamente com as abordagens didático-metodológicas*.

Trata-se aqui, neste momento de “apresentar um fazer que permita que enfim nos livremos das verdades pelas quais educamos, na quais nos educamos. Quem sabe assim possamos ampliar nossa liberdade de pensar a educação e de nos pensarmos a nós próprios, como educadores” (LARROSA, 2002, p. 2).

Optamos por uma educação onde não haja apenas transmissão e recepção de conhecimento, mas que tenha sim uma aprendizagem que proporcione ao aluno e à aluna um inventar-se. Um inventar-se na alegria de um encontro. Um momento de se lançar ao desconhecido, de pesquisar junto, de problematizar conteúdos, seja de matemática ou não, problematizar concepções, ensino, aprendizagem, formação... Uma pesquisa que desperta investigações. Investigar numa eterna busca ao desconhecido, uma inquietude enquanto algo constante.

## REFERÊNCIAS:

BARROS, M. de. **Poesia Completa**. São Paulo. Leya Brasil, 2010.

BRASIL. Ministério da Educação e do Desporto. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: terceiro e quarto ciclos do ensino fundamental: introdução aos parâmetros curriculares nacionais.** Brasília: MEC/SEF, 1998.

CRISTOVÃO, E. M. **Pelos Caminhos de uma nova experiência no ensino de Geometria.** In: FIORENTINI, Dario; MIORIM, Maria Ângela: Por trás da porta, que matemática acontece? Campinas, SP: Graf. FE/Unicamp – Cempem, 2001. p. 45-82.

DELEUZE, Gilles. **Proust e os Signos.** 2ª ed. Rio de Janeiro: Forense Universitária, 2003.

KASTRUP, V. **A invenção de si e do mundo:** uma introdução do tempo e do coletivo no estudo da cognição. Campinas: Papirus, 1999.

LARROSA, J. **Notas sobre a experiência e o saber de experiência.** Revista Brasileira de Educação, n. 19, jan. fev. mar. abr. 2002.

LINS, Rômulo C. Matemática, monstros, significados e educação matemática. In: BICUDO, M.A.V.; BORBA, M. C. B. (Orgs.). *Educação matemática: pesquisa em movimento.* São Paulo: Cortez, 2004. v. 1, p. 92-120.

ROOS, A. P. **Nunca se sabe quando alguém aprende...** In: II Colóquio Franco-brasileiro de Filosofia da Educação – O Devir-mestre: entre Deleuze e a Educação, 2004, Rio de Janeiro. Anais, 2004. v. único.

ROTONDO. M. A. S. **Formação de professores que ensinam matemática:** produção do conhecimento matemático através do dispositivo-oficina e seus efeitos no ensino e na aprendizagem da matemática na escola. Projeto de Pesquisa. Departamento de Matemática. Universidade Federal de Juiz de Fora. UFJF. Juiz de Fora. Ano: 2014.

# **BLOGS: POSSIBILIDADES E DESAFIOS PARA O ACOMPANHAMENTO DA PRÁTICA DOCENTE EM MATEMÁTICA**

**Magno de Souza Rocha<sup>1</sup>**

<sup>1</sup>Câmpus Pouso Alegre – Instituto Federal do Sul de Minas (IFSULDEMINAS)  
Pouso Alegre – MG – Brasil – m4gno.roch4@gmail.com

## **RESUMO**

Este artigo constitui-se de um relato de experiência sobre o uso de um blog como ferramenta de apoio ao ensino de Matemática para uma turma de 33 discentes do 1º semestre do Curso Técnico em Segurança do Trabalho Subsequente no Câmpus Pouso Alegre do Instituto Federal do Sul de Minas (IFSULDEMINAS). Mediante o acompanhamento do aprendizado dos alunos e fundamentado em referencial teórico atual sobre o tema, buscou-se apontar possibilidades de interação entre Tecnologias da Informação e Comunicação (TIC) e o ensino tradicional de Matemática, destacando desafios e perspectivas para a formação e prática docente.

**Palavras-chave:** Educação Matemática, Novas Tecnologias, Ensino-Aprendizagem.

## **1. INTRODUÇÃO**

A transformação técnica e científica exige a adaptação contínua, num cenário em que os meios de comunicação disponíveis lançam diversas informações que precisam ser interpretadas, tratadas e aplicadas no cotidiano. Desse modo, dos indivíduos é reivindicado “um exercício coletivo de memória, imaginação, percepção, raciocínios e competências para a produção e transmissão de conhecimentos” (BRASIL, 1999, p. 83).

Cientes de nossas jornadas, enquanto indivíduos ativos/passivos em influências no organismo globalizado contemporâneo, somos diariamente testados quanto a eficiência de capacidades para ambientação. O mercado, estruturado pelas inovações promovidas pela ciência em aparato tecnológico, apresenta-se cada vez mais exigente e competitivo: a máquina desafia o humano.

Imersos nesse ambiente, repleto de demandas em corrente atualização segundo os dizeres dos dirigentes do mercado mundial, questionamo-nos quanto a nossas aptidões; e mais, questionamos sobre o nosso processo formativo, investigamos nossas estruturas, nossas bases ao processo/conceito de ensino-aprendizagem: Quais os conhecimentos necessários para que tenhamos uma vida profissional de sucesso? As instituições de ensino estão preparadas para suprir esta necessidade, desenvolvendo as habilidades e promovendo a construção do capital humano ideal para esta etapa introdutória do século XXI? Neste raciocínio, contextualiza-se imperativa a superação do conceito de conhecimento como o de mero acesso a dados, ou recepção e repasse de informações.

### **1.1 CONTEXTUALIZAÇÃO**

Ciente das demandas do cotidiano quanto as capacidades e habilidades necessárias ao indivíduo para a conquista da cidadania no mundo contemporâneo e, consoante aos estudos acima mencionados, defende-se neste trabalho de investigação a conveniência e a oportunidade de se melhor compreender a resolução de problemas matemáticos pela

abordagem de temas relacionados tanto aos aspectos da aprendizagem de matemática, quanto aos processos cognitivos que possam proporcionar considerações quanto a esta compreensão.

Levando em conta essa realidade, portanto, dos alunos é esperado que adquiram competências e habilidades essenciais para a resolução de problemas e a estruturação do pensamento crítico-reflexivo, permitindo-lhes argumentar e inferir flexivelmente sobre os eixos curriculares aprendidos consoante às demandas e instabilidades do cenário social com o qual interagem. Ao encontro deste entendimento, os PCN (1997) abrigam como basilar e merecedora de fomento no ensino fundamental a capacidade do educando de criticar a realidade, apontando problemáticas e propondo meios de resolução. Para a aproximação ao que poderá vir a se confirmar como resposta(s) correta(s), do discente são exigidas habilidades relacionadas ao pensamento lógico, ao raciocínio inferencial, ações mediadas por criatividade e intuição, questionando o cotidiano, analisando os saberes estabelecidos, selecionando procedimentos para o alcance da solução mais adequada e verificando, passo a passo, a conveniência e oportunidade de sua prática.

Apesar da margem crescente de recursos e ambientes de informação (e de formação) em oferta pós-advento da *Internet*, inclusive para o trabalho docente por meio de ferramentas didático-pedagógicas dirigidas a cursos que proporcionam capacitação inicial e continuada, até mesmo na modalidade de educação a distância; persistem inúmeros desafios quanto ao atingimento da qualidade no ensino no Brasil.

Políticas públicas apresentam investimentos de recursos em programas que visam oportunizar o acesso de jovens em Instituições de Ensino Superior. Contudo estes indivíduos, segundo pesquisas atuais, apresentam dificuldades em conteúdos que deveriam estar cristalizados conforme currículos dos anos da Educação Básica. Carências estas que além de comprometerem a permanência do jovem no ensino superior, desfavorecem sua formação profissional.

## **1.2 OBJETIVOS**

O presente artigo, sem a pretensão de esgotar o assunto, acolhe algumas vertentes compreendidas por estudiosos que se têm dedicado à pesquisa de novas tecnologias aplicadas ao cotidiano escolar. Objetiva servir como fomento à exploração da interação entre as Tecnologias da Informação e Comunicação (TIC) e o ensino de matemática; como estímulo para a reforma de práticas alinhadas ao processo de ensino-aprendizagem.

## **1.3 METODOLOGIA**

Para a efetivação dos objetivos apresentados, este trabalho propôs-se a divulgar um relato de experiência quanto ao uso de um blog como ferramenta de apoio ao ensino de Matemática. Este exame constituiu-se tanto como pesquisa exploratória, quanto descritiva; pois envolveu, de um lado, o levantamento bibliográfico, e de outro, o estudo de campo por meio de entrevistas não-estruturadas. A coleta dos dados para a configuração deste estudo ocorreu de 24/02/2015 até 17/04/2015.

Participaram desta investigação trinta e três (33) discentes do 1º semestre do Curso Técnico em Segurança do Trabalho Subsequente do Câmpus Pouso Alegre do Instituto Federal do Sul de Minas (IFSULDEMINAS).

Os discentes, com faixa etária compreendida em torno dos 24 anos (Média=24,64; DP=7,02), residiam no município de Pouso Alegre/MG e região circunvizinha; empregados em sua maioria em áreas diversas à do curso oferecido pelo IFSULDEMINAS, em

empresas privadas. Pode-se verificar nos relatos colhidos dos alunos que a escolha do Curso Técnico em Segurança do Trabalho Subsequente deveu-se à pretensão de aprimoramento e ascensão profissional.

### **1.3.1 CONTEÚDO PROGRAMÁTICO**

A disciplina ministrada para a turma do 1º semestre foi a de Matemática Básica. De acordo com o Projeto Pedagógico (PPC) do Curso Técnico em Segurança do Trabalho Subsequente, documento este aprovado em 2013 pelo Conselho Superior do IFSULDEMINAS, a unidade curricular integra-se por quatro (04) aulas semanais e oitenta (80) semestrais, somando 66h40min de aula.

Nesta configuração, a ementa da referida disciplina é composta pelos seguintes tópicos fundamentais: Grandezas e Números; Operações com Números; Grandezas Proporcionais, Regra de Três e Porcentagens; Funções e o Plano Cartesiano; Funções do Primeiro e Segundo Grau; Logaritmos; Gráficos, Construção de Gráficos e Gráficos Estatísticos; Matrizes e Determinantes; Sistemas Lineares; Progressão Aritmética e Progressão Geométrica.

Há que se destacar que para o acompanhamento dos listados conteúdos, os discentes não dispunham de material didático. O estudo de cada tópico demandava, portanto, a elaboração pelo professor de material impresso auxiliar para a decorrente apresentação à turma. Quanto à prática discente, para o acompanhamento dos temas os alunos, tanto poderiam consultar o acervo da biblioteca do Câmpus, ou efetuar pesquisas por sua própria conta em outros meios de divulgação, a fim de obter aprofundamento dos assuntos tratados em aula.

Após avaliação diagnóstica da turma nos primeiros dias de aula, sobre habilidades e conhecimentos essenciais de Matemática, pode-se constatar considerável déficit em grande parte dos discentes o que motivou a estruturação do planejamento das aulas com a retomada em fundamentos da matemática elementar apreendidos no ensino fundamental, inclusive.

### **1.3.1 PREPARAÇÃO PARA O ESTUDO DE CAMPO**

Diante do panorama observado por meio da avaliação diagnóstica aplicada aos alunos, foram elaboradas questões fundamentais que promovessem a exposição pelos discentes de seus anseios, medos, sugestões e opiniões quanto à instituição de ensino, ao curso no qual estavam matriculados e também quanto aos temas de Matemática apresentados no respectivo PPC.

De posse das informações comunicadas pelos discentes, julgou-se conveniente o amparo do aprendizado dos mesmos por meio de recursos de tecnologia da informação e comunicação em sala (ambiente) de aula. E o recurso escolhido como o mais adequado para aquele público e oportunidade foi o *blog*.

De modo resumido, pode-se conceituar blog como um site no qual o usuário (ou grupo) responsável por sua administração possui um grupo de ferramentas diversas dos sites convencionais, facilitadoras para a inclusão de postagens e manutenção de suas funcionalidades. O atrativo de maior destaque desta ferramenta é a oportunidade de divulgação de informações sem a necessidade de grandes conhecimentos de informática por parte do usuário proprietário.

### **1.3.2 PRÁTICAS EDUCATIVAS COM AUXÍLIO DAS TECNOLOGIAS DA INFORMAÇÃO E DA COMUNICAÇÃO**

A escolha de um blog como ferramenta para compartilhamento de material didático e comunicação com os discentes resultou da observação da oportunidade para a aplicação e incremento do acesso à informação e recursos didáticos auxiliares ao andamento das aulas de Matemática no IFSULDEMINAS.

Foi constatado junto à turma que a maioria dos alunos possuíam computadores em casa e detinham disponibilidade e conhecimentos suficientes para o acesso e pesquisa na *Internet*, inclusive por meio de aparelhos celulares.

Após concluído o levantamento de oportunidades de utilização do blog como recurso de comunicação professor-aluno (e vice-versa) passou-se a fase de seleção e elaboração dos materiais que seriam compartilhados com os discentes para fins de apoio ao estudo dos conteúdos discutidos em sala.

Foi acertado com os discentes que os mesmos deveriam periodicamente acessar o blog do professor, no mínimo uma vez por semana, aos sábados e domingos, preferencialmente, para que tomassem conhecimento dos recursos e sugestões de estudo disponibilizados.

Neste trabalho, à leitura dos títulos 3 e 4 serão abordados os detalhes da configuração da prática, e considerações finais, quando da utilização da ferramenta blog em auxílio ao ensino de matemática. A seguir será tratado sobre a descrição do ambiente no qual o ensino de matemática tem combinado metodologias já aceitas com o ferramental oferecido pelas TIC.

## **2 O CONTEXTO DAS NOVAS TECNOLOGIAS E DAS NOVAS PRÁTICAS PEDAGÓGICAS NO ENSINO DE MATEMÁTICA**

Com o progresso da ciência e com a reforma de conceitos e valores, faz-se necessário refletir sobre o ensino enquanto responsabilidade social, sob uma perspectiva que permita diálogo fluente com os recursos tecnológicos e a ética. Cabe refletir sobre a educação enquanto possível elo que interligará as novas tecnologias aos valores basilares da sociedade; união entre as máquinas cada vez mais inteligentes com o sistema educativo e este com a comunidade.

### **2.1 A SOCIEDADE DO CONHECIMENTO, A TECNOLOGIA E A INFORMAÇÃO**

Para Galera e Borsoi (2005, p. 1), no contexto cotidiano da caracterizada sociedade do conhecimento, as atribuições do professor alinhado às novas tecnologias não se resume a apenas transmitir conhecimentos, “mas de colaborar, de liderar, de articular e mediar os saberes e as técnicas.”. Defendem que a tecnologia e a inovação sejam guias afins à mudança e à melhoria do sistema educativo; e acrescentam, quanto ao professor:

*Diante das novas tecnologias e da chamada revolução da informática e da automação, a didática deve pensar em novas formas de relações sociais as quais integrem novas pedagogias e estratégias emotivas e cognitivas, que integrem o jovem no mundo digital numa perspectiva dialógica. Associar o desafio de inserir a prática do professor no contexto das inovações tecnológicas é, primeiramente, observar as necessidades da escola e da sociedade na busca de soluções e respostas alternativas. (2005, p. 2)*

Para que melhor se compreenda o contexto do processo de evolução tecnológica em suas variáveis histórico-culturais, faz-se necessário buscar pelas origens deste transcurso. Segundo Galera e Borsoi (2005, p. 3) “as raízes do mundo em que vivemos hoje são encontradas no Renascimento, movimento histórico que durou do século XIV ao século XVI e significou uma grande ruptura com o mundo da idade média.”. Neste período tem-se a busca pelo exame do mundo, da natureza que, mesmo compreendida como que criada por Deus, poderia ser estudada com rigor.

## 2.2 A REFORMA CONCEITUAL DO PAPEL DO PROFESSOR

No decorrer da evolução tecnológica, evoluiu também o conceito do papel do professor. Segundo Brandão (2002, p. 40):

*[...] quem ensina é aquele que abre portas e janelas em múltiplas direções... ou declara a seus alunos que o saber está incompleto, inacabado. Que também está aprendendo enquanto ensina e que o diálogo em sala de aula deve estar sempre criando e renovando.*

Atualmente tem-se que o perfil profissional docente compreende o adequado preparo para o convívio em ambientes em constantes mudanças, capacidade para informar-se e tomar decisão; e aprender e compartilhar saberes, através de conexões com as experiências vividas com o auxílio do aparato tecnológico. “Um indivíduo dotado de competências e técnicas múltiplas; iniciativa; autonomia; cooperação; comunicação; habilidade no trabalho em equipe; capacidade de raciocínio, de aprender, de resolução de problemas e de adaptar-se a situações novas” (BRYAN, 1996, p.44).

Portanto, ciente de que seu papel exige adequação contínua, o professor deve sempre estar atento ao seu contexto político, tecnológico e histórico-cultural, para condicionar sua prática profissional ao mercado de trabalho atual, o qual passa a “ter responsabilidade compartilhada horizontalmente, que não se divide, pois é comunicativa e participativa” (GALERA e BORSOI, 2005, p. 6). Trabalho este que demandará novas relações dialógicas entre educação e tecnologia, intermediadas pelos professores e pela comunidade, com o foco na formação profissional e cidadã do acadêmico através de oportunidades de reflexão e ação e novas concepções de ensino, aprendizagem e tecnologia.

Quanto ao mercado de trabalho, este passa a “ter responsabilidade compartilhada horizontalmente, que não se divide, pois é comunicativa e participativa.” Galera e Borsoi (2005, p. 6); trabalho este que demandará novas relações dialógicas entre educação e tecnologia, intermediadas pelos professores e pela comunidade, com o foco na formação profissional e cidadã do acadêmico através de oportunidades de reflexão e ação e novas concepções de ensino, aprendizagem e tecnologia.

Garcia *et al* (2011) questionam sobre a formação e a prática docente quanto à utilização adequada de tecnologias digitais na Educação. Destacam os autores os seguintes termos-chave: saberes e competências docentes necessários; qualidade do ensino e da aprendizagem; e necessidade da utilização de tecnologias na Educação.

Defendem os autores que a abordagem crítica destes tópicos importará na definição de rumos para a formação, prática e superação de mitos admitidos por muitos docentes quando se apresenta em discussão o uso da tecnologia no processo ensino-aprendizagem.

Garcia *et al* (2011) introduzem os questionamentos ao leitor acreditando na importância do debate acerca da incorporação de tecnologias pelo professor no processo ensino-aprendizagem como forma de promover a superação do afastamento entre docentes



e recursos pedagógicos digitais. Relacionam as Tecnologias da Informação e da Comunicação (TICs) ao processo de formação acadêmica docente de acordo com a visão de Kenski (1997), a qual enfoca a necessidade de se permitir, nos cursos de graduação, o aprofundamento das relações pedagógicas entre os sujeitos em processo de formação e a tecnologia.

Mello (2000) concorda com a necessidade de o profissional docente conhecer e dominar os recursos que se pretende disponibilizar na prática para a promoção da aprendizagem. O autor, segundo as Diretrizes Curriculares Para as Licenciaturas (2002), aponta ainda a relevância da experiência do futuro profissional enquanto aluno; situação invertida que permite a observação crítica do uso das TICs no processo de ensino-aprendizagem. Evidencia-se assim:

*[...] a necessidade do futuro profissional experienciar em uma situação invertida, como aluno, modelos didáticos, atitudes e modos de organização que se espera que venha a ter ao exercer a docência, pois a formação dos mesmos não os prepara uma situação de uso crítico das TIC. (MELLO, 2000, p. 80)*

Garcia *et al* (2011) defendem que o acesso à tecnologia e programas de formação de professores possa contribuir para a capacitação e domínio no uso didático das TICs. Do exposto pelos autores, entende-se que não basta o oferecimento de recursos tecnológicos para o fomento da qualidade do ensino-aprendizagem. Mas também o oferecimento de formação (inicial e continuada) que ofereça a possibilidade de o futuro profissional dispor de capacitação para o uso dos recursos em atualização permanente sob um olhar crítico e construtivo de sua própria prática.

Os autores, segundo Behar (2009), estabelecem como eixo norteador da aprendizagem para o professor na modalidade a distância uma estrutura pedagógica composta por quatro elementos: 1) organização/planejamento pedagógico; 2) conteúdo/recursos de aprendizagem; 3) metodologia; e 4) ambientação tecnológica. Garcia *et al* ressaltam que o papel do professor é adaptável ao contexto no qual está inserido e destacam três possibilidades: a do professor tutor; a do professor como responsável pelo design pedagógico e a do professor no ensino presencial em sala de aula tradicional. Dependendo do ambiente de ensino as estratégias de ação, as práticas pedagógicas, a maneira como abordar os conteúdos e as interações entre aluno, professor e objeto de estudo, a prática será configurada. E, para esta configuração (flexibilizada), será definido qual o perfil do profissional docente será o mais adaptado ao contexto didático.

Romero (2008) cita três competências necessárias aos professores que trabalham com as TICs; são elas, em síntese:

*Competências tecnológicas:* refere-se ao domínio docente de ferramental tecnológico de criação de recursos didáticos e aplicações integradas à *Internet*.

*Competências didáticas:* trata-se da capacidade de o professor configurar materiais e tarefas para os alunos, atento à necessidade de adaptação entre novos formatos e processos de ensino, e de produção de ambientes que promovam autonomia discente entre meio a múltiplos recursos e possibilidades de aprendizado.

*Competências tutoriais:* apresentada como um conjunto de habilidades docentes que integrem comunicação fluente, flexibilidade para o trabalho com novas propostas e sugestões pedagógicas promotoras da adaptação às peculiaridades discentes, acompanhados em seu processo de ensino-aprendizagem.

Mencionadas as competências, entende-se que a atenção do professor com o ensino/aprendizado discente e com a sua particular formação (contínua) deve integrar conhecimento tecnológico atualizado, recursos didáticos flexíveis e habilidade para

comunicação mediada por tecnologia, respeitando o contexto no qual o aluno está inserido.

### 2.3 A MATEMÁTICA NAS AVALIAÇÕES DO ENSINO BÁSICO NO BRASIL

Conforme dados apresentados no Relatório do Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica – SAEB, de 2003 (INEP, 2006), o desempenho dos alunos do Ensino Fundamental está aquém do ideal. No que se refere aos conteúdos de língua portuguesa, a média de competência no Brasil está abaixo do mínimo satisfatório, e ainda, entre os anos de 1995 a 2003, essa média baixou, sugerindo agravamento na atuação dos estudantes. No que diz respeito à performance em matemática, os índices não apresentam um panorama diferente: a contar do início das avaliações feitas pelo SAEB, a média nacional está abaixo do mínimo aguardado, com queda marcante até o ano de 2001 e relativa estabilidade entre 2001 e 2003.

Aferindo habilidades específicas em Língua Portuguesa no ano de 2003, 55,4% dos alunos da 4ª. série do Ensino Fundamental demonstraram desempenho nos níveis muito crítico (18,7%) e crítico (36,7%); e, no que se refere aos saberes inerentes à matemática, 55,6% dos estudantes revelaram desempenhos também em níveis muito crítico (11,5%) e crítico (40,1%). Além destes informes, o Relatório Anual (Inep, 2006) evidencia que, da década de 90 até o ano de 2003, o índice de analfabetismo foi reduzido em todas as regiões brasileiras, o número de matrículas cresceu, e também a média de anos de estudo da população.

Resultados do SAEB/Prova Brasil de 2011, quanto aos anos iniciais e finais do ensino fundamental em escolas públicas e privadas em nível municipal, estadual e federal, urbanas e rurais, podem ser visualizados na Tabela 1, obtida a partir do site do Inep:

**Tabela 1 – Resultados SAEB/Prova Brasil 2011**

| <b>Dependência<br/>Administrativa/Localização</b> | <b>Anos Iniciais do Ensino Fundamental</b> |                   | <b>Anos Finais do Ensino Fundamental</b> |                   |
|---------------------------------------------------|--------------------------------------------|-------------------|------------------------------------------|-------------------|
|                                                   | <b>Língua Portuguesa</b>                   | <b>Matemática</b> | <b>Língua Portuguesa</b>                 | <b>Matemática</b> |
| Municipal Rural                                   | 167,4                                      | 185,1             | 217,8                                    | 226,2             |
| Municipal Urbana                                  | 187,2                                      | 206,1             | 237,6                                    | 243,9             |
| Municipal Total                                   | 183,9                                      | 202,7             | 233,5                                    | 240,2             |
| Estadual Rural                                    | 171,9                                      | 190,4             | 228,1                                    | 236,3             |
| Estadual Urbana                                   | 191,5                                      | 210,8             | 239,2                                    | 245,1             |
| Estadual Total                                    | 190,6                                      | 209,8             | 238,7                                    | 244,7             |
| Federal                                           | 235,2                                      | 257,7             | 298,8                                    | 323,4             |
| Pública                                           | 185,7                                      | 204,6             | 236,9                                    | 243,2             |
| Privada                                           | 222,7                                      | 242,8             | 282,1                                    | 282,3             |
| <b>Total</b>                                      | <b>190,6</b>                               | <b>209,6</b>      | <b>243,0</b>                             | <b>250,6</b>      |

Fonte: MEC/Inep.

De acordo com os documentos que compõem a *Descrição dos Níveis da Escala de Desempenho de Matemática – SAEB*, que mede as habilidades e competências discentes demonstradas, em contraponto com os dados da tabela acima, o nível dos alunos no início do ensino fundamental, quanto à matemática (209,6), em 2011, continua baixo: numa escala compreendida entre zero e dez (0-10), a pontuação resultante coloca os discentes

brasileiros ao nível quatro (04).

Diante deste cenário, a seguir serão apresentados e questionados alguns tópicos relacionados ao ensino mediado por Tecnologias da Informação e da Comunicação (TIC) e a aprendizagem, mediante embasamento teórico.

## 2.4 TECNOLOGIA, INFORMAÇÃO, EDUCAÇÃO E CONHECIMENTO

Garcia *et al* (2011) e Fonseca (2012) interagem sob um eixo comum: a discussão sobre a utilização de recursos tecnológicos na ação pedagógica, abrangendo as competências docentes, o papel da escola moderna, os métodos tradicionais frente as inovações promovidas pela tecnologia, a interação discente com o objeto do estudo e com o processo de ensino-aprendizagem.

Enquanto Garcia *et al* (2011) esmiúçam as competências docentes para a efetivação de uma ação pedagógica que contemple recursos digitais; Fonseca (2012) busca por refletir sobre escola, professor e aluno enquanto na utilização de aparatos tecnológicos como aliados na construção do saber.

No tocante à *Internet*, há que se salientar também que, apesar de constituir-se como “um canal de comunicação horizontal” (Castells, 2003, p. 129), no qual se permite o oferecimento de um emaranhado de informações, a públicos diversos, um grande número de sujeitos permanece sem condições de acesso. Pellicer (1997, p. 88), considera que:

*As informações constituem a base do conhecimento, mas a aquisição deste implica, antes de mais, o desencadear de uma série de operações intelectuais, que colocam em relação os novos dados com as informações armazenadas previamente pelo indivíduo. O conhecimento adquire-se, pois, quando as diversas informações se inter-relacionam mutuamente, criando uma rede de significações que se interiorizam.*

Outro ponto relevante diz respeito ao tratamento da informação, pois o acesso por si só não oferece certeza de construção de conhecimento, e, conseqüentemente, de aprendizado. Neste sentido, faz-se necessário que os indivíduos, diante da massiva corrente de informações oferecidas em permanente atualização, reconstruam (ou o desconstruam) seu conhecimento, fundamentados em aspectos cognitivos que combinem auto-regulação, aspectos motivacionais, capacidade para refletir e criticar sobre o que *absorve*. Segundo Castells (2003, p. 7):

*O que caracteriza a revolução tecnológica atual não é o caráter central do conhecimento e da informação, mas a aplicação deste conhecimento e informação a aparatos de geração do conhecimento e processamento da informação/comunicação, em um círculo de retroalimentação acumulativa entre a inovação e seus usos. A difusão da tecnologia amplifica infinitamente seu poder ao se apropriar de seus usuários e redefini-los. As novas tecnologias da informação não são apenas ferramentas para se aplicar, mas processos para se desenvolver. [...] Pela primeira vez na história, a mente humana é uma força produtiva direta, não apenas um elemento decisivo do sistema de produção.*

Nesse contexto, a atenção do professor com o ensino/aprendizado discente e com a sua particular formação (contínua) deve integrar conhecimento tecnológico atualizado, recursos didáticos flexíveis e habilidade para comunicação mediada por tecnologia, respeitando o contexto no qual o aluno está inserido.

Nas próximas linhas será apresentado o relato de experiência que, alinhada à teoria já discutida, busca ilustrar possíveis abordagens no que se refere a novas metodologias de

ensino de Matemática com o aporte de tecnologias e recursos de educação à distância (EaD); neste ensejo, por meio do uso de um blog para o compartilhamento de materiais didáticos e comunicação com os discentes.

### 3. BLOG EM DIA COM A MATEMÁTICA: RELATO DE EXPERIÊNCIA DE ENSINO

A plataforma escolhida para a configuração do blog *Em Dia com a Matemática* foi a do Blogger, esta escolha deveu-se, dentre outros, principalmente pelos seguintes fatores:

- Gratuidade: é possível ter publicado um blog com diversos recursos, com aparência atrativa e intuitiva no acesso às diversas informações sem custo;
- Facilidade de uso: os painéis administrativos à disposição do usuário proprietário são simples e de fácil manipulação; dispensando conhecimentos avançados de informática;
- Configuração: para o início do uso desta ferramenta, é dispensável configuração adicional. O usuário poderá de início da criação de sua conta publicar suas ideias e compartilhar recursos publicamente ou de modo restrito escolhendo com quem e o que distribuir a sua rede de contatos;
- Aparência: com diversas opções de personalização, a plataforma Blogger oferece opções agradáveis e facilitadoras da troca de informação. Tanto o proprietário quanto o leitor, dispõem de atrativas e belas opções de organização e navegação;
- Disponibilidade: como esta plataforma é hospedada nos servidores da Google (empresa de renome internacional), tem-se uma garantia extra de que o blog sempre estará online e acessível para o público.

Na Figura 1 é apresentada tela relacionada a descrição do blog *Em Dia com a Matemática*.

Figura 1. Descrição do blog *Em Dia com a Matemática*



Fonte – ROCHA, M.S. 2015. Disponível em: <<http://profmagno.blogspot.com.br/>> Acesso em: 05 jul. 2015.

O propósito da página acima ilustrada foi o de apresentar o objetivo e possibilidades aos usuários daquela ferramenta, proporcionando um contato inicial mais amigável com os leitores/alunos; cuja transcrição é a seguinte:

*Sobre o Blog*

*Este espaço foi criado para fins de compartilhamento de materiais didáticos relacionados ao ensino de matemática.*

*Navegue pelos links de acordo com o seu interesse. Cada material foi escolhido com muito cuidado, buscando oferecer conteúdos ora introdutórios, ora mais aprofundados sobre os diversos tópicos de estudo da matemática.*

*Bons estudos! :D (ROCHA, M.S., 2015, s.p.)*

Nas próximas linhas, informa-se o leitor sobre os resultados deste trabalho entremeio a discussão dos mesmos. Os apontamentos estão sintetizados de modo a combinar os dados coletados com o referencial teórico apresentado anteriormente, além de sugerir possibilidades e apontar perspectivas de ações aos profissionais da educação.

#### **4. RESULTADOS E DISCUSSÃO**

Por meio da utilização de um blog, o professor pode verificar que os alunos tinham a disposição um recurso de estudo melhor identificado com a demanda do curso. Materiais diversos puderam ser compartilhados, em multimídias, tais como apostilas elaboradas pelo professor, vídeos-aulas e sugestões de aprofundamento de estudo por meio da indicação de outros ambientes de aprendizado a distância compatíveis com o público-alvo discente.

Defende-se que esta iniciativa alinhou-se adequadamente aos resultados almejados: o aprendizado dos conteúdos pelos alunos, respeitada a escassa disponibilidade de tempo que dispunham o grupo de estudantes devido as suas particularidades pessoais e profissionais.

O sucesso da ação pode ser verificado por meio do resultado das avaliações que seguiram durante o período em que os dados para este relato foram analisados (24/02/2015 até 17/04/2015). Os alunos, mesmo com as deficiências diagnosticadas inicialmente no que se refere a habilidades e conhecimentos dos temas fundamentais de matemática; conseguiram orientar-se para o avanço nos estudos.

Acredita-se também que a estrutura disponibilizada pelo ambiente do blog foi propícia para os discentes, pois estes puderam inclusive manter um canal alternativo de comunicação com o professor e demais colegas por meio de comentários na página específica onde os conteúdos estavam disponibilizados.

Portanto, advoga-se como compatível com o ensino em formato tradicional a inclusão de novos meios (multimeios) e metodologias para o ensino de Matemática, tais como o compreendido nesta ocasião.

Tendência em Educação Matemática, a escolha adequada de Tecnologias da Informação e da Comunicação, como sugerido neste trabalho, pode alinhar-se paralela e adequadamente ao planejamento docente. Isso demanda, consequentemente, de formação continuada, de aprimoramento de estratégias e de atualização didática do professore demais profissionais ligados com a área de Educação.

Inovar, buscando incorporar os recursos tecnológicos com os quais as pessoas convivem cotidianamente com a prática em sala de aula, propõe-se neste artigo, é de fundamental importância para o incremento dos resultados quanto ao aprendizado, pois, como processo vivo, o ensino-aprendizagem não se mantém estanque, calcificado; mas líquido e fluente ao dia a dia de todos os sujeitos.

## 5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Os posicionamentos ora apresentados combinam-se em suas bases ao defenderem que professores e alunos, ao interagirem com as tecnologias digitais no processo mútuo de ensino-aprendizagem não apenas transmitam e recebam informações, mas promovam a ampliação do acesso ao conhecimento desenvolvendo o espírito investigativo e colaborativo, oferecendo significado ao objeto do estudo, para ambos. Combinado ao exposto, Pellicer (1997), ressalta o entendimento que, apesar de estar na informação a base do conhecimento, a aquisição deste demanda pelo inter-relacionamento e ressignificação dos conteúdos que estão aprendidos com os que estão a serem interiorizados pelo sujeito.

Subsidiando o contexto em relação ao aproveitamento discente, a manutenção da compreensão da prática docente como metodologia flexível, fluida, móvel mostra-se fundamental. O ferramental tecno-científico que nos cerca e nos possibilita rever e reler a prática docente enquanto ambiente multitarefa, abstrato e complexo em seus fundamentos, deve coagir nossos sentidos a buscar por atualizações para o ensino. Educação matemática, neste olhar, não se restringe a uma empreita entremeio a números, mas à sociedade da informação/transformação.

Este exame apontou que, apesar da margem crescente de recursos e ambientes de informação (e de formação) em oferta após o surgimento da *Internet*, persistem sérios desafios para que se possa promover o ensino de matemática em sintonia com o aprendizado esperado.

Às entrelinhas deste estudo o leitor poderá entrever demandas diversas ao profissional docente da área de educação matemática para com a prática em sala de aula; e também ao pesquisador sobre a investigação da aprendizagem e do uso de novas tecnologias no processo de ensino-aprendizagem-avaliação. Estes devem ter um olhar em contínua manutenção, atentos aos desdobramentos e avanços das pesquisas que germinam, tomam corpo e florescem muitas vezes sobre terrenos pouco explorados ou cultivados por outras correntes científicas.

Este estudo buscou cooperar com o preenchimento de lacunas referentes às pesquisas brasileiras sobre a aprendizagem matemática e o uso de aparato tecnológico à prática do ensino de matemática. Outros estudos, evidentemente, se fazem necessários nesta empreita, principalmente envolvendo o acompanhamento de recursos e estratégias diversas em uso e estudo pelos pesquisadores para se questionar a prática docente, e englobando um aparato teórico de maior abrangência.

Mesmo diante destas restrições do estudo, acredita-se que foram apresentadas diversas sugestões de pesquisa, as quais configuram novos hiatos que, se investigados, poderão acrescentar conhecimentos significativos para a compreensão das variáveis envolvidas, seja com aprendizagem de matemática, seja com a utilização de recursos de tecnologia da informação e comunicação em sala (ambiente) de aula.

Têm-se desnublada pelos apontamentos realizados como conhecimentos necessários para que se promova formação escolar/profissional adequada às exigências do mundo contemporâneo, portanto, o fomento de capacidades de interação (intra)interpessoal, reflexão crítica que permita não apenas questionar, mas reconstruir conceitos e instrumentos de comunicação e intervenção social.

Espera-se ter contribuído mesmo que modestamente para a estruturação da pesquisa que se detém à abordagem teórica da aprendizagem de matemática mediada por recursos tecnológicos. Espera-se também que outros pesquisadores atrevam-se a se inserir pelos caminhos apontados neste trabalho, buscando por interfaces entre diferentes áreas

temáticas, com o objetivo de melhor compreender o processo de ensino-aprendizagem-avaliação. Neste rumo, defende-se como substancial para as futuras pesquisas a necessidade de seus agentes se conscientizarem da importância de se valorizar o papel desempenhado pelas diversas correntes teóricas enquanto contribuintes para com o percurso histórico-científico e progresso do saber humano.

Advoga-se que esta pesquisa cumpriu com seu fim de produção de conhecimento científico, portando-se como um ferramental pró-avanço transdisciplinar no que se refere às áreas de Educação, Ciência e Tecnologia em combinação/partilha teórica. Constitui-se, pois, esta empreita como um recurso teórico afim à compreensão das relações estabelecidas pelo discente (e pelo docente) com os recursos tecnológicos e de como estes recursos podem auxiliar no percurso de ensino-aprendizagem dos diversos conteúdos curriculares.

## REFERÊNCIAS

- BRANDÃO, C. R. (2002) "Vida, Conhecimento, Cultura e Educação. Algumas Ideias Provisórias". Educação PUC-RS. Porto Alegre, nº 46
- BRASIL. (1999) Ministério da Educação. "Parâmetros Curriculares Nacionais (Ensino Médio)". Parte III – Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias. Brasília: MEC. Disponível em: < <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/ciencian.pdf>> Acesso em: 05 abr. 2015.
- BRYAN, N. A. P. (1996) Desafios Educacionais da Presente Mutação Tecnológica e Organizacional para a Forma o de Professores do Ensino Tecnológico. In: BICUDO, M.<sup>a</sup> V., SILVA JUNIOR, C. A. (Org.). "Forma o do Professor – Dever do Estado, Tarefa da Universidade". Vol. 3. São Paulo: Ed. UNESP.
- CASTELLS, M. (2003). "A Galáxia da Internet: Reflexões sobre a Internet, os negócios e a sociedade". Rio de Janeiro: Jorge Zahar Editor.
- FONSECA, C. M. F. P. (2012) "A ressignifica o da prática pedagógica através das TIC". SynThesis Revista Digital. FAPAM, Pará de Minas, n.3, 1 - 3, abr. Disponível em: <[www.fapam.edu.br/revista](http://www.fapam.edu.br/revista)> Acesso em: 24 jun. 2015.
- GALERA, J. M.; BORSOI, B. T. (2014) "Ciência, tecnologia e cidadania: um desafio no cotidiano do professor". Disponível em: <[www.dacex.ct.utfpr.edu.br/joscelybeatriz7.htm](http://www.dacex.ct.utfpr.edu.br/joscelybeatriz7.htm)> Acesso em: 21 de abr. 2015.
- GARCIA, S. J. N. (1998) "Manual de Dificuldades de Aprendizaje: Lenguaje, Lecto-Escritura y Matemáticas". Madri: Nascea.
- GARCIA, M. F. *et al.* (2011) "Novas competências docentes frente às tecnologias digitais interativas". Rev. Teoria e Prática da Educa o, v. 14, n. 1, p. 79-87, jan./abr. Disponível em: <<http://periodicos.uem.br/ojs/index.php/TeorPratEduc/article/view/16108/8715>> Acesso em: 12 mar. 2015.
- KENSKI, V. M. (1998) "Novas tecnologias: o redimensionamento do espaço e do tempo e os impactos no trabalho docente". Revista Brasileira de Educa o, Rio de Janeiro: n. 8, p. 58-71, maio/ago.
- PELLICER, E. G. (1997), "La Mod a tecnológica en la educación: peligros de un espejismo" in P xel Bit. In: Revista de Medios y Educación, (n  9 Junho), 81- 92. Disponível em: <[www.sav.us.es/pixelbit/pixelbit/articulos/n9/n9art/art97.htm](http://www.sav.us.es/pixelbit/pixelbit/articulos/n9/n9art/art97.htm)> Acesso em: 24 mar. 2015.
- VALENTE, J. A.; PRADO, M. E. B. B.; ALMEIDA, M. E. B. (2003) "Educa o a distância via internet: forma o de educadores." São Paulo: Avercamp.

# CONTEÚDOS MATEMÁTICOS NA OLERICULTURA NUMA PERSPECTIVA DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

**Elson Domingos Morais Miranda<sup>1</sup>; Adilson Sales de Moura<sup>2</sup>; Samuel Lima Andrade Pereira<sup>3</sup>; Silvino Domingos Neto<sup>4</sup>.**

<sup>1</sup>IFMG, Campus São João Evangelista /Acadêmico do Curso de Licenciatura em Matemática, [domingoselson@gmail.com](mailto:domingoselson@gmail.com)

<sup>2</sup>IFMG, Campus São João Evangelista/ Acadêmico do Curso de Licenciatura em Matemática, [Adilson.sales2014@gmail.com](mailto:Adilson.sales2014@gmail.com)

<sup>3</sup>, IFMG, Campus São João Evangelista/ Acadêmico do Curso de Licenciatura em Matemática, [samuellima241@gmail.com](mailto:samuellima241@gmail.com)

<sup>4</sup> IFMG, Campus São João Evangelista /Professor Orientador, [silvino.neto@ifmg.edu.br](mailto:silvino.neto@ifmg.edu.br)

## Resumo

O presente trabalho foi realizado na Escola Estadual “Major Lermínio Pimenta”, envolvendo os alunos do 9º ano do ensino fundamental. Os alunos envolvidos nesse trabalho executavam paralelamente as atividades de olericultura concomitante ao currículo de matemática do 9º ano. Numa perspectiva interdisciplinar e transdisciplinar buscamos uma abordagem quantitativa e qualitativa, através de ligação entre a matemática básica e a olericultura, de forma a apresentar uma proposta de interdisciplinaridade entre áreas do conhecimento. O trabalho teve como objetivo propor um meio conceitual e uma metodologia diferenciada para se trabalhar o Ensino e Aprendizagem de matemática. O resultado obtido pôde observar que há uma grande divergência no desenvolvimento intelectual e cognitivo dos alunos tendo em vista que os mesmos possuem muitas diferenças, sejam elas culturais ou sociais, sendo que fatores internos e externos têm grandes influencia nesse tipo de desenvolvimento. Buscamos uma análise profunda dos dados utilizando-se de procedimentos metodológicos de uma pesquisa qualitativa buscando minimizar a problemática encontrada no 9º ano da Escola Estadual Major Lermínio Pimenta, por meio de práticas interdisciplinares e transdisciplinares unindo saberes e praticas, relacionando as com a vida cultural, social econômica e política. Dessa forma utilizamos de uma cartilha como forma de inclusão de alunos para compreensão e aprendizagem dos mesmos tendo em vista que a sociedade é muito competitiva e extremamente excludente.

Palavras-Chaves: Olericultura. Cartilha. Resultados Alcançados.



## INTRODUÇÃO

A olericultura é um ramo das ciências agrárias, possui técnicas milenares que é uma verdadeira mina de exploração de conceitos matemáticos. Esses conhecimentos vêm atravessando gerações, e porque não utilizá-los na contextualização de conteúdos matemáticos? Fato é que os programas convencionais de ensino de Matemática nem sempre apresentam resultados satisfatório, como aponta o PISA (Programa Internacional de Avaliação de Estudantes), o Brasil em educação matemática ocupa o 58º lugar no *ranking* mundial.

Este trabalho aborda maneiras de como usar as práticas de olericultura de forma que as mesmas possam servir de suporte na compreensão de conteúdos do currículo de matemática para os alunos do 9º ano do Ensino Fundamental da Escola Estadual “Major Lermimo Pimenta” do Município de São João Evangelista-MG. Busca responder a pergunta norteadora do trabalho como as práticas de olericultura podem contribuir com o ensino e aprendizagem dos conteúdos curriculares de matemáticas do 9º ano do Ensino Fundamental ? Conta com a aplicação de uma cartilha que aborda conteúdos matemáticos de maneira contextualizada com as ciências agrárias e a utilização de um pequeno espaço físico, onde serão construídas estufas artesanais para cultivo de hortaliças com a finalidade do aperfeiçoamento dos conteúdos aplicados na cartilha.

## METODOLOGIA

A execução deste projeto dependeu basicamente da colaboração dos alunos do 9º ano da Escola Municipal de Educação Básica Vereador “Leonardo Guimarães”, os executores do trabalho, sendo assim, a cada instante da construção da horta vamos relacionar ao máximo os conteúdos do currículo de matemática do 9º ano com as atividades desenvolvidas por um olericultor, após a implantação da horta continuaremos a levantar situações problemas que poderão surgir nesta atividade, tais como: quantidade de produção, quantidades de mudas a ser plantadas em determinado canteiro, cálculo da necessidade de matéria orgânica e mineral e dentre outras.

Na Escola Estadual “Major Lermimo Pimenta”, foi realizado para os alunos do 9º ano, seus pais e comunidade escolar um encontro, neste encontro será abordado os seguintes temas: O que é olericultura, Qual a importância da olericultura, como inicia uma horta. E ainda neste encontro serão demonstrados pelos licenciandos em matemática às relações existentes entre a olericultura e os conteúdos matemáticos do 9º ano.

Aplicamos aos alunos do 9ª ano um questionário de perguntas relacionadas ao seu cotidiano, a fim de observar o perfil de cada aluno, objetivando comprovar relações existentes entre o cotidiano do aluno e o tema da pesquisa.

Aplicamos aplicada uma cartilha aos alunos do 9º ano, com a finalidade de fazer com que os alunos consigam assimilar os conhecimentos teóricos e práticos utilizados na horta, de forma contextualizada com conceitos matemáticos já adquiridos por eles.

Tendo em vista que o trabalho já foi apresentado à direção da Escola Municipal de Educação Básica Vereador “Leonardo Guimarães” e autorizado pela mesma, será estabelecida uma área dentro da escola, que seja propícia para o cultivo de hortaliças e que seja um local onde não interfira na dinâmica da escola. Esta área será estabelecida juntamente com a direção da escola, coordenação pedagógica, e com a aprovação do colegiado.

Na fase de construção da horta será estabelecido um cronograma de atividades, este cronograma será feito com a participação do professor de matemática do 9º ano, de forma que essas atividades não interfiram no plano anual de ensino do professor, a pretensão é que o professor possa ceder duas aulas semanais para que estas atividades possam ser realizadas.

Para conclusão do trabalho será realizada um encontro com todos os envolvidos no trabalho, apontando os resultados e os possíveis melhoramentos do trabalho. Neste encontro será abordada a importância de se manter a horta implantada na escola.

## **DESENVOLVIMENTO**

### **O QUE É OLERICULTURA**

Foi necessário para uma maior desenvoltura e familiarização do aluno com o ramo da olericultura que definíssemos bem o conceito de olericultura. Isso porque esse conceito ainda não é muito comum. O Serviço Nacional de Aprendizagem Rural (SENAR) traz em uma de suas cartilhas a seguinte definição do que é a olericultura.

A olericultura é uma palavra derivada do latim, "Olus, oleris" - que significa hortaliça, e "colere", que significa cultivar. Assim, em bom português, o termo é aplicado para designar o cultivo de certas plantas de consistência herbácea, geralmente de ciclo curto e tratos culturais intensivos, cujas partes comestíveis são consumidas diretamente, ou seja: as hortaliças. As culturas abrangidas pela “olericultura” são denominadas também de culturas “oleráceas”, como sinônimo de “hortaliça”, segundo uma boa terminologia agrônoma e correto emprego da língua portuguesa. Entretanto, tais plantas são também popularmente conhecidas como “verduras” e “legumes” - termos pouco esclarecedores, mas muito utilizados pela população. João Tessarioli Neto, Jarbas Mendes da Silva (OLERICULTURA BÁSICA INSTALAÇÃO DA LAVOURA, p. 5).

Antes as explorações eram diversificadas nos chamados cinturões verdes, nos arredores da cidade. A partir da década de 40, durante a 2ª Guerra Mundial a olericultura

evoluiu mais acentuadamente se deslocando em direção ao meio rural, em áreas maiores e mais especializadas ocorridas pelo fato de alguns produtores buscarem melhores condições agroecológicas ou econômica. A olericultura nacional evoluiu de pequena “horta” para uma exploração comercial com características bem definidas.

## **ENSINO DE MATEMÁTICA CONTEXTUALIZADA**

Um dos maiores desafios de quem ensina matemática é fazer com que os seus alunos percebam a utilidade e praticidade dos conteúdos ensinados, qual professor nunca escutou de um aluno a seguinte pergunta: “*Em que situação vou usar isto na minha vida?*”, por isto percebe-se cada vez mais a importância de contextualizar todo e qualquer conteúdo matemático a ser ensinado. Isto requer um grande esforço dos docentes, por isto na prática não é sempre que os professores contextualizam os conteúdos ensinados.

O ensino de Matemática contextualizada é de extrema relevância, com ela conseguimos a inclusão de alunos que não conseguiam nem mesmo se relacionar com os conteúdos matemáticos quando eram apresentados somente da forma tecnicista. Outra vantagem da contextualização é que com ela a matemática deixa de ser um fator de segregação social e intelectual, pois a Matemática tecnicista ou “nua e crua” como é definida e defendida por alguns excluem muitas pessoas de ambientes escolares julgando que elas são inferiormente capazes de tomar decisões. Não podemos desprezar as técnicas habituais e milenárias de se ensinar Matemática, pois as mesmas são culturalmente legitimadas pela sociedade. Outro aspecto de quando falamos de contextualização é que devem ser trabalhado, é que vivemos em uma sociedade de constantes mudanças principalmente tecnológicas o que não pode ser desprezado pelos educadores.

De acordo com FONSECA. As linhas de frente da Educação Matemática têm hoje um cuidado crescente com o aspecto sociocultural da abordagem Matemática. Defendem a necessidade de contextualizar o conhecimento matemático a ser transmitido, buscar suas origens, acompanhar sua evolução, explicitar sua finalidade ou seu papel na interpretação e na transformação da realidade do aluno. É claro que não se quer negar a importância da compreensão, nem tampouco desprezar a aquisição de técnicas, mas busca-se ampliar a repercussão que o aprendizado daquele conhecimento possa ter na vida social, nas opções, na produção e nos projetos de quem aprende. (FONSECA, 1995)

## **CARTILHA**

Partimos do pressuposto que as práticas de olericultura poderiam ser utilizadas de forma interligada no ensino aprendizado de matemática, voltada para os parâmetros atuais da Resolução de Problemas. Com base nesse pressuposto criou-se a necessidade de elaboração de uma cartilha.

A cartilha tem a finalidade de fazer com que os alunos consigam assimilar os conhecimentos teóricos e práticos utilizados na olericultura de forma contextualizada com conceitos matemáticos já adquiridos por eles.

A cartilha titulada Conteúdos matemáticos na Olericultura numa perspectiva da Resolução de Problemas. É composta por três unidades, em sua primeira unidade a cartilha traz a definição da olericultura com o objetivo dos alunos conseguirem entender de onde veio o termo, compreender conceitos da definição da olericultura a fim de familiarizar os

alunos com o tema abordado, para que fosse despertado o interesse dos alunos, ao longo da cartilha apresentou-se o tópico *você sabia?* Que trouxe textos de curiosidades e de termos de medidas agrárias, como por exemplo: a medida de um alqueire em diferentes estados do Brasil. Foi desenvolvido ao lado da cartilha o tópico *um pouco de história*, esse ponto da cartilha tem a finalidade de fazer com que os alunos não interpretem a questão abordada de forma cansativa. A fim de praticar os conteúdos vistos na cartilha, foram desenvolvidos os tópicos, *faça você, agora é com você, vamos fazer em grupo e vamos compreender juntos*. Onde encontrasse exercícios para fixação dos conteúdos vistos anteriormente.

Levando em consideração, que a olericultura em suas técnicas de produção se utiliza de conceitos matemáticos do espaço e tempo, decidimos abordar na unidade dois definições sobre Unidade de Medidas tais como: Área, Perímetro e Volume. Com o objetivo de melhor compreensão dos alunos sobre os assuntos abordados.

Visando apresentar aos alunos conteúdos específicos da olericultura e interligando-os com os conteúdos matemáticos vistos anteriormente na cartilha criou-se a unidade três denominada de *Matemática na Olericultura*, esta unidade aborda técnicas de plantio e adubação orgânica de hortaliças, definimos o conceito de espaçamento de plantio, que é na verdade o cálculo de área ocupada por uma planta ao término do seu crescimento total, objetivando que o aluno consiga calcular o número de plantas de um canteiro qualquer. Como por exemplo: calcular o número de plantas de um canteiro de alface com dimensões de 2x1m, sabendo que o espaçamento entre plantas é de 25x25 cm.



Figura 1 – Representação prática do espaçamento entre plantas de alface em um canteiro com espaçamento entre plantas de 25x25cm construído na Escola Estadual Major Lermínio Pimenta

Levando em consideração que os alunos ao longo da cartilha assimilaram as medidas de área agrárias, abordamos outra prática da olericultura que é a adubação orgânica, nesta prática o aluno teve que relacionar a área de um hectare ( $10.000 \text{ m}^2$ ) com a área dos canteiros construídos na escola, isto porque as recomendações da quantidade de matéria orgânica necessárias para o cultivo das hortaliças é dada em t/hec (toneladas por hectare). O aluno teve que relacionar estas grandezas fazendo cálculos de regra de três. Como no exemplo abaixo: Em um canteiro de alface que possui uma área de  $100 \text{ m}^2$ , quantos kg de esterco de curral devem ser incorporados neste canteiro? Use a recomendação de 50t/hec.

$$10.000 \text{ m}^2 \text{ -----} \rightarrow 50.000$$

$$10.000 \times = 5.000.000$$

$$100 \text{ m}^2 \text{ -----} \rightarrow x$$

$$x = \frac{5.000.000}{10.000} \times = 500 \text{ kg}$$

## **APLICAÇÃO DA CARTILHA**

A Cartilha foi aplicada para os alunos do 9º ano do Ensino Fundamental da Escola Estadual Major Lermínio Pimenta entre os dias 05 (cinco) e 26 (vinte e seis) do mês de novembro de 2014. Foram utilizadas 10 horas/aulas. A aplicação foi dividida em 4 (quatro) módulos.

No Primeiro módulo apresentamos a proposta de intervenção pedagógica para um grupo de 25 (vinte e cinco) alunos, neste mesmo momento firmamos o Termo de Consentimento Livre e Esclarecido, no qual foi assinado pelos pais ou responsável e pelo próprio aluno, onde os mesmos declaram que estão de acordo com a proposta descrita. Dando sequência a aplicação da cartilha ainda no primeiro módulo trabalhou-se com o grupo de alunos a unidade um da cartilha, realizando leitura de textos sobre a olericultura e as suas definições, objetivando que o aluno ao término desta unidade aluno fosse capaz de realizar operações matemáticas utilizadas no meio agrário, e também que o aluno interagisse com o tema da cartilha.

No segundo módulo da aplicação da cartilha trabalhamos conceitos das unidades de medidas, neste módulo o aluno teve que realizar operações envolvendo cálculo de perímetro, área, volume, e transformações de unidade de medida de superfície a fim de poder correlacionar-los com as práticas de olericultura, para isso os alunos realizaram leitura de textos e exercícios de fixação e práticos.

Já no terceiro módulo, levando em consideração que os alunos já estavam familiarizados com a abordagem da olericultura, desenvolvemos o tema matemática na olericultura, nessa parte da aplicação o aluno teve que desenvolver cálculos utilizados na olericultura, tais como: números de mudas por canteiro, espaçamento entre plantas e adubação orgânica. Para isso os alunos realizaram atividades teóricas propostas na cartilha.

No quarto e último módulo, os alunos realizaram uma atividade prática de transplante de mudas de alface. Para isso foram desenvolvidas anteriormente todas as problemáticas necessárias para essa atividade, tais como: determinação do número de mudas, quantidade de kg de matéria orgânica e delimitação do espaçamento entre mudas. Os alunos construíram quatro canteiros de dimensões 2x1 m na horta da escola, objetivando uma melhor exemplificação dos temas abordados na cartilha.



Figura 2- aluno realizando atividade prática de transplântio de mudas de alface

## RESULTADOS ALCANÇADOS

Ao interpretarmos os resultados obtidos, percebemos uma divergência na compreensão dos temas abordados, pois houve indícios que, nem todos os alunos obtiveram o aprendizado satisfatório do assunto, devido à diversidade entre os estudantes. Houve uma diferença no desenvolvimento cognitivo dos alunos por fatores individuais como, sociais, culturais e até mesmo emocionais. Um dos pontos negativos relatado por um aluno é que durante a aplicação do projeto houve momentos de distrações por partes de alguns alunos. Por outro lado um bom resultado alcançado foi que, os alunos demonstraram interesse pelo projeto, isto porque o tema em questão está presente no cotidiano dos mesmos. Outro ponto positivo foi que os alunos perceberam a funcionalidade prática do assunto e a possibilidade de implantação do mesmo no meio onde vivem. De modo geral podemos afirmar que os resultados foram satisfatórios. As figuras abaixo mostram relatos sobre a contribuição do projeto vista pelos alunos.

A aula foi boa para mim, porque ensina várias coisas que eu ainda não tinha conhecimento e coisas, das distrações da sala, eu conseguir entender várias coisas sobre esse assunto?

Figura 3- Relato do Aluno A

Eu achei essa aula bastante interessante por apresentar números e medidas que estão apresentadas no nosso cotidiano a partir de termos que nos interagem a participar das aulas com bastante interesse.

Figura 4- Relato do aluno B

Contribuiu para o meu conhecimento de medidas de um terreno, fiquei conhecendo curiosidades de que uma medida como de Alqueire não é igual em todos lugares. Lembrei algumas medidas e isso me ajudará em uma prova. Posso usar alguns conceitos usados para construir canteiros na minha casa e posso passar esse conhecimento a meus pais que usa o plantio de Horta.

Figura 5- Relato do Aluno C

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

Durante a realização da nossa pesquisa assumimos o desafio de buscar o envolvimento dos alunos por meio das práticas, utilizando-se da olericultura como forma de ensino e contextualização da matemática, assumindo assim um papel inovador e diferenciado orientando as atividades e desenvolvendo assim as potencialidades nos alunos.

O primeiro passo do trabalho foi identificar através de estudos a necessidade da escola, as características relevantes para a construção da horta e o que viabilizava assim a aplicação da pesquisa. O trabalho buscou relacionar os conteúdos matemáticos contidos na olericultura e relacioná-los com o cotidiano dos estudantes, onde pudemos perceber que houve resultados satisfatórios tendo em vista que há relatos de alunos que pretendem assim implantar e ajudar aos pais nas culturas olerícolas usando os saberes matemáticos.

Durante nossa pesquisa buscamos ferramentas auxiliares que tornassem nosso trabalho mais contextualizado, buscamos desenvolver nos alunos habilidades, contextualizando a matemática para desenvolver as competências necessárias para a promoção do aluno na vida social, realizando um trabalho prático e aplicá-los em situações problema no seu cotidiano. Foi pensada uma proposta de atividade de ensino na qual houvesse o aprendizado da Matemática a partir das necessidades observadas em outras matérias, facilitando assim o processo de interdisciplinaridade.

Tendo em vista os resultados alcançados podemos afirmar que o projeto viabilizou a problemática norteadora da pesquisa, e percebemos que as práticas de olericultura interligadas de forma inteligente e coerente com o currículo do ensino de matemática podem contribuir no ensino da disciplina.



## REFERENCIAS

APRENDENDO CONOSCO 2012 Disponível em:

<<http://aprendendoconosco2012.blogspot.com.br/2012/10/a-importancia-dos-jogos-matematicos-na.html>> acessado em 27 jul. – 2014.

BIZERRA, Maria da Conceição. **A didática numa abordagem freireana**. Disponível em:

<<http://www.paulofreire.ufpb.br/paulofreire/Files/seminarios/mesa08-b.pdf>> Acessado em: 27 jul. – 2014.

DANTAS, Viviane Andrade de Oliveira ; ALVES, Jamille de Andrade Aguiar ; FONTES, Everaldo Pinto. **O ensino de Matemática como prática contextualizada: desafios e contribuições para aprendizagem significativa**. Disponível em:

<[http://midia.unit.br/enfope/2013/GT3/O\\_ENSINO\\_DE\\_MATEMATICA\\_COMO\\_PR%20TICA\\_CONTEXTUALIZADA.pdf](http://midia.unit.br/enfope/2013/GT3/O_ENSINO_DE_MATEMATICA_COMO_PR%20TICA_CONTEXTUALIZADA.pdf)> acessado em 27 jul. – 2014.

CENTURIÓN, Marília; JAKUBOVIC, José. **Matemática teoria e contexto 9º ano** – 1.ed. – São Paulo : Saraiva, 2012

NETO João Tessarioli, Silva Jarbas Mendes da **OLERICULTURA BÁSICA INSTALAÇÃO DA LAVOURA** disponível em

<[http://www.agrocurso.org.br/pdf/olericultura\\_basica2006.pdf](http://www.agrocurso.org.br/pdf/olericultura_basica2006.pdf)> acessado em 20 – Nov – 2014

OLERICULTURA, Disponível em:

<<http://www.incaper.es.gov.br/pedeag/setores07.htm>>Acessado em 27 jul. – 2014.

SILVA Jarbas Mendes da; NETO, João Tessarioli. **Olericultura básica instalação da lavoura**, Disponível em< [http://www.agrocurso.org.br/pdf/olericultura\\_basica2006.pdf](http://www.agrocurso.org.br/pdf/olericultura_basica2006.pdf) > Acessado em 16 jun. – 2015.

RIBEIRO, Antonio Carlos; GUIMARÃES, Paulo Tácito Gontijo; ALVAREZ, Victor Hugo; **Recomendações para o uso de corretivo e fertilizantes em Minas Gerais**. V., Editores. – Viçosa, MG, 1999. 359p.:il.

SILVA, Alexander Pires da; **Utilização de material concreto na aprendizagem de conceito de Função no Ensino Superior**. Disponível

em:<[http://www.avm.edu.br/docpdf/monografias\\_publicadas/g200349.pdf](http://www.avm.edu.br/docpdf/monografias_publicadas/g200349.pdf)>Acessado em: 27 jul.- 2014.

SILVA, Vera Lúcia Rodrigues da. **A contextualização e a valorização da matemática: representações sociais de alunos do ensino médio**. Disponível em:

<<http://www.sbem.com.br/files/viii/pdf/03/CC52299708804.pdf>> Acessado em 27 jul. – 2014.

SOUSA, Naiara Fonseca de; Roseira, Nilson Antônio Ferreira. **A contextualização no processo de ensino-aprendizagem da Matemática**. Disponível em:

<<http://vivaexatas.pbworks.com/f/contextualizacao.pdf>> Acessado em 27 jul. – 2014.

# **CONTRIBUIÇÕES DO MARXISMO PARA A ATIVIDADE DE PESQUISA DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA NA PERSPECTIVA LÓGICO-HISTÓRICA**

**Everaldo Gomes Leandro<sup>1</sup>**  
**Maria do Carmo de Sousa<sup>2</sup>**

<sup>1</sup>Universidade Federal de São Carlos, everaldogomesleandro@hotmail.com

<sup>2</sup>Universidade Federal de São Carlos, mdcsousa@ufscar.br

## **Resumo**

Neste trabalho temos por objetivo discutir algumas das contribuições do marxismo para a atividade de pesquisa do campo da Educação Matemática na Perspectiva Lógico-Histórica. Desta forma buscamos, em um primeiro momento, estudar a crítica que Marx e Engels fazem ao idealismo hegeliano e o desenvolvimento de uma postura materialista para interpretar os fenômenos sociais. Pensando nas pesquisas na Perspectiva Lógico-Histórica, cabe entender qual concepção de história o marxismo defende e como essa concepção pode auxiliar no desenvolvimento da atividade de pesquisa dos pesquisadores da Educação Matemática. Em um segundo momento, buscamos compreender a dialética marxista como fundamento teórico para o desenvolvimento da atividade de pesquisa e como base para entender o processo entre o lógico e o histórico no desenvolvimento e no devir dos conceitos. Por fim, buscamos discutir contribuições do marxismo para as atuais pesquisas brasileiras na perspectiva lógico-histórica da Educação Matemática. Para esta discussão nos apoiaremos em Kopnin (1978), Sousa (2004) e Rodrigues (2009) para subsidiar as discussões sobre a Perspectiva Lógico-Histórica e em Marx e Engels (1984), Marx e Engels (1982), Sanfelice (2005), Chauí (2007) e Bittar e Ferreira Jr (2009) para entendermos melhor as contribuições do marxismo para as pesquisas da Educação Matemática.

**Palavras-chave:** Educação Matemática; Perspectiva Lógico-Histórica; Marxismo; Atividade de Pesquisa.

## INTRODUÇÃO

O fazer científico dos pesquisadores da Educação Matemática que se fundamenta na teoria histórico-cultural, em particular na perspectiva lógico-histórica toma como pressuposto primeiro as pesquisas de Vygotski sobre o desenvolvimento intelectual humano. Em suas obras, Vygotski é influenciado pelas produções marxistas para entender o papel central das interações sociais e condições de vida dos sujeitos no desenvolvimento intelectual destes. Assim, compreendemos que se torna importante discutir a base epistemológica da teoria histórico-cultural e entender as concepções marxistas que podem subsidiar as pesquisas atuais da Educação Matemática brasileira, desenvolvidas na Perspectiva Lógico-Histórica.

Alguns pesquisadores que fazem investigações nesta perspectiva como por exemplo: Sousa (2004); Rodrigues (2009); Panossian (2014) e Rezende (2015) defendem que os conceitos são desenvolvidos a partir de um processo dialético entre o lógico e o histórico. Para Rodrigues (2009, p.41) a perspectiva lógico-histórica “apreende o conceito em seu movimento de criação e depura-o dos elementos casuais, identificando a ideia principal, o substancial, no próprio ato de criação”. Nesse sentido, Sousa (2004, p.2) apoiada em Kopnin (1978) argumenta que:

O lógico reflete o histórico de forma teórica. O histórico contém o processo de mudança do objeto, as etapas de seu surgimento e desenvolvimento, as casualidades dos fatos e da vida. Em suma, o lógico é o histórico despido das casualidades que perturbam o histórico.

Sendo assim, os pesquisadores acima citados buscam, em seus trabalhos, perceber esse movimento dialético e entender como esse movimento pode trazer contribuições para o ensinar e aprender Matemática. Desta forma, neste trabalho buscamos discutir as contribuições do marxismo para se pensar o fazer científico na perspectiva lógico-histórica no campo da Educação Matemática brasileira atual. Para esta discussão nos apoiaremos em Kopnin (1978), Marx e Engels (1984), Sanfelice (2005), Chauí (2007) e Bittar e Ferreira Jr (2009) e estruturamos este trabalho em três momentos: (1) Do idealismo ao materialismo Histórico e Dialético; (2) A dialética marxista como fundamento teórico para o desenvolvimento da atividade de pesquisa e; (3) Contribuições do marxismo para as pesquisas da Educação Matemática na perspectiva lógico-histórica.

## DO IDEALISMO AO MATERIALISMO HISTÓRICO E DIALÉTICO

Marx e Engels (1984) fazendo uma crítica ao filósofo alemão Feuerbach, apontaram a centralidade da realidade, do mundo sensível para a constituição das ideias. Desta forma, fizeram uma crítica aos filósofos neo-hegelianos alemães, em especial a Feuerbach, Bauer e Stirner, quando estes entendem que os conceitos, as ideias e as representações determinam os modos de vida, a práxis material.

Os dois estudiosos afirmam ainda que, esse entendimento, características do Idealismo<sup>1</sup>, não possibilitava compreender a realidade alemã do século XIX e argumentavam que “a nenhum desses filósofos ocorreu perguntar qual era a conexão entre a filosofia alemã e a realidade alemã, a conexão entre a sua crítica e o seu próprio meio material” (*ibidem*, p.26). Para Marx e Engels:

Os velhos hegelianos haviam *compreendido* tudo, desde que tudo fora reduzido a uma categoria da lógica hegeliana. Os jovens hegelianos *criticavam* tudo, introduzindo sorrateiramente representações religiosas por baixo de tudo ou proclamando tudo como algo teológico. Jovens e velhos hegelianos concordavam na crença no domínio da religião, dos conceitos e do universo no mundo existente. A única diferença era que uns combatiam como usurpação o domínio que os outros aclamavam como legítimo. (*ibidem*, p.25)

A partir dessa crítica, Marx e Engels entenderam que “a produção de ideias, de representações, da consciência, está, de início, diretamente entrelaçada com a atividade material e com o intercâmbio material dos homens, como a linguagem da vida real.” (*ibidem*, p.36). Nessa linha de pensamento, “não é a consciência que determina a vida, mas a vida que determina a consciência” (*ibidem*, p.37). Da mesma forma não são as ideias e as representações que determinam a vida, mas sim o meio material (mundo sensível) que determina as ideias e as representações. Esse pensamento caracteriza a concepção Materialista defendida por eles.

Desta maneira, concordamos com os dois filósofos acima citados, que não existe a dicotomia entre mundo sensível, as ideias e as representações. Há, como salientam, um entrelaçamento entre o mundo sensível, as ideias e representações.

Essa concepção materialista, quando pensamos nas pesquisas em Educação Matemática, faz com que tenhamos um olhar diferente para a realidade que se apresenta.

---

<sup>1</sup>Corrente filosófica, sendo Hegel seu maior expoente, que compreende que o mundo é dominado pelas ideias e conceitos. Assim, as ideias e os conceitos são princípios determinantes.

Entendemos que tal concepção possibilita perceber a centralidade da materialidade e ao mesmo tempo entender que essa materialidade está em um movimento dialético com as ideias e concepções dos próprios pesquisadores. Neste processo, o que os sujeitos/pesquisadores são interferem em suas produções materiais. Ao se referir aos sujeitos, Marx e Engels (1984, p.27) afirmam que “o que eles são coincide, portanto, com sua produção, tanto com o que produzem, como com o modo como produzem. O que os indivíduos são, portanto, depende das condições materiais de sua produção”.

Desta forma, entendemos que as produções materiais dos pesquisadores (suas pesquisas) não podem ser pensadas sem considerar a trajetória de vida destes e os meios materiais de sua produção. A pesquisa nunca é, nessa concepção, impessoal e desta forma podemos perceber que o saber científico de uma determinada época também não o é.

Tendo esse posicionamento sobre o fazer científico buscamos compreender qual o papel da consciência para o indivíduo-pesquisador nessa perspectiva. A consciência no processo de pesquisa, algumas vezes, pode ser vista como uma abstração que beira uma concepção idealista do mundo. Isso ocorre, segundo os autores, a partir do momento em que há a divisão do trabalho material e o espiritual. Sendo assim, como podemos compreender a consciência e as abstrações de uma maneira que auxilie o fazer científico em uma perspectiva materialista? Para Kopnin (1978, p.160):

[...] é estranho ao marxismo tanto o empirismo unilateral, rasteiro, que desdenha das abstrações como a teorização vazia, desvinculada dos fatos e fenômenos da realidade. As abstrações são boas quando têm a tarefa de desvendar as leis reais da natureza e da sociedade, quando armam o homem com o conhecimento dos processos profundos, inacessíveis à contemplação imediata, sensorial. Mas se o pensamento se encerra em abstrações, deixa de ser meio de conhecimento da realidade, transformando-se em instrumento para distanciar-se dela. Só a correta combinação do conhecimento experimental com o pensamento teórico assegura a obtenção da verdade objetiva.

Para Marx e Engels a consciência “jamais pode ser outra coisa do que o ser consciente, e o ser dos homens é o seu processo de vida real” (*ibidem*, p.37). Nesse sentido, a consciência está conectada com o mundo sensível, com o material, mas, concordando com os autores, cabe ressaltar que:

Não é a consciência que determina a vida, mas a vida que determina a consciência. Na primeira maneira de considerar as coisas, parte-se da consciência como do próprio indivíduo vivo; na segunda, que é a que corresponde à vida real, parte-se dos próprios indivíduos reais e vivos, e

se considera a consciência unicamente como sua consciência. (*ibidem*, 38).

Esses indivíduos, reais e vivos nas palavras de Marx e Engels, se formam dentro de um processo histórico e cultural e sua consciência é influenciada por este meio que foi construído historicamente. Isso ocorre, pois “os homens tem história porque devem produzir sua vida, e devem fazê-lo de determinado modo: isto está dado por sua organização física, da mesma forma que a sua consciência” (*ibidem*, p.43).

Para nós, importa perceber que o pesquisador em Educação Matemática é um indivíduo permeado de construções históricas e influenciado pela cultura em que vive. Para o pesquisador, por sua vez, importa perceber que seu objeto de pesquisa também passa pelo mesmo processo e que os movimentos históricos que constituem esse objeto necessitam de espaço em seus pensamentos e reflexões, bem como em suas pesquisas.

Quando Marx e Engels criticam os pensadores da Alemanha do século XIX, um dos pontos que embasam tal crítica é a concepção idealista que se tem da história, os autores argumentam que:

A filosofia hegeliana da história é a última consequência, levada à sua ‘expressão mais pura’, de toda esta historiografia alemã, que não gira em torno de interesses reais, sequer de interesses políticos, mas em torno de pensamentos puros, os quais consequentemente devem aparecer a São Bruno<sup>2</sup> como uma série de ‘pensamentos’ que se devoram entre si e perecem, finalmente, na ‘autoconsciência’ (*ibidem*, p.58).

Buscamos destacar alguns pontos dessa crítica, pois entendemos que o fazer científico em Educação Matemática em uma perspectiva lógico-histórica, quando se utiliza da História da Matemática como instrumento para entender como algum fenômeno ou conceito se configurou ou se desenvolveu, pode estar percebendo a história de uma maneira em que se negligencie a própria base real da história<sup>3</sup> ou a coloca de maneira secundária, como pano de fundo ou mera contextualização da pesquisa.

Marx e Engels avaliando as concepções de história daquele período, afirmam que “toda concepção de história, até o momento, ou tem omitido completamente esta base real da história, ou a tem considerado como algo secundário, sem qualquer conexão com o

---

<sup>2</sup> Bruno Bauer, jovem hegeliano que Marx e Engels denominam de São Bruno em sua crítica.

<sup>3</sup> Para nós, a base real da História da Matemática é alcançada pelas historiografias elaboradas, a partir de uma concepção materialista, que percebem a importância do mundo sensível e da práxis social para o entendimento do desenvolvimento da Matemática e que as representações e abstrações servem para entendermos processos profundos (KOPNIN, 1978) que não deixam de ter uma base material.

curso da história” (*ibidem*, p.57). Pensando na história como instrumento para compreender a realidade que se apresenta, perguntamo-nos se as pesquisas não trazem essa concepção de história, que omite a base real e renega à história a um plano secundário?

Entendemos que os pesquisadores da Educação Matemática que buscam entender a perspectiva lógico-histórica como perspectiva didática para ensinar e aprender Matemática (SOUSA, 2009) não podem esquecer a base real da história e em suas pesquisas a história pode desempenhar um papel que ultrapasse as compreensões da história como mera informação ou motivação.

Vale a pena chamar a atenção para o fato de que, a história e o desenvolvimento histórico, na concepção de Marx e Engels, buscam e têm por fim a transformação, a modificação do estado das coisas. Para eles:

A história nada mais é do que a sucessão de diferentes gerações, cada uma das quais explora os materiais, os capitais e as forças de produção a ela transmitidas pelas gerações anteriores; ou seja, de um lado, prossegue em condições completamente diferentes a atividade precedente, enquanto, de outro lado, modifica as circunstâncias anteriores através de uma atividade totalmente diversa.

Pensando nisso, acreditamos que a história se insere no fazer científico com a finalidade de entender como a realidade se apresenta para buscar a transformação, buscando modificar o estado das coisas. Percebemos assim que, em uma visão marxista de história, não há sentido em falar em história fragmentada de um conceito, por exemplo, pois o desenvolvimento desse conceito está em um contexto maior (seja esse contexto econômico, social, político ou cultural). Para Bittar e Ferreira Jr (2009, p.490) foi o “declínio da influência do marxismo e a ascensão da pós-modernidade [que] engendraram outra maneira de produzir o conhecimento histórico, pois foram abandonadas as preocupações explicativas do sentido da totalidade na qual se inserem os objetos das pesquisas”.

Nesse contexto, buscamos destacar que o sentido da totalidade dos conhecimentos históricos se torna relevante para as pesquisas na perspectiva lógico-histórica da Educação Matemática e que o refletir dialeticamente auxilia na compreensão de um fenômeno social ou o desenvolvimento de um conceito em um sentido de totalidade<sup>4</sup>.

---

<sup>4</sup> Sentido de totalidade está sendo entendido por nós como sendo o cuidado do pesquisador em perceber que seu objeto de pesquisa está em um contexto amplo e que esse contexto não deve ser desconsiderado.

Chauí (2007, p.47) entende ainda que há na obra marxista o tratamento da história como história não dialética (em *A Ideologia Alemã* e no *Manifesto Comunista*) e como dialética (nos *Grundrisse* e no *Capital*). As duas primeiras escritas na fase do Jovem Marx e as seguintes na fase do Marx Maduro.

Em *A Ideologia Alemã*, Marx e Engels faz a crítica ao idealismo e ao entendimento materialista dos pensadores do século XIX, em obras posteriores (MARX, 1982) ele propõe que se entenda o materialismo de um ponto de vista histórico e dialético e compreende assim a importância de uma dialética de base materialista. No próximo tópico discutimos a dialética marxista como possibilidade para fundamentar a atividade de pesquisa da Educação Matemática, na perspectiva lógico-histórica.

### **A DIALÉTICA MARXISTA COMO FUNDAMENTO TEÓRICO PARA O DESENVOLVIMENTO DA ATIVIDADE DE PESQUISA**

Entendendo o fazer científico como uma atividade (LEONTIEV, 1983). Ao mesmo tempo, concordamos com Rigon, Asbahr e Moretti (2010, p.43) quando afirmam que um pesquisador está em atividade de pesquisa quando “organiza suas ações de forma intencional e consciente, buscando encontrar procedimentos teórico-metodológicos que permitam explicar suas indagações a respeito do objeto investigado”. Para nós a dialética entendida de um ponto de vista marxista possibilita organizar as ações, bem como nortear os procedimentos teórico-metodológicos das pesquisas na perspectiva lógico-histórica. Mas o que se entende por dialética marxista e quais características fazem com que se diferencie de outros modos de concepção de dialética?

Para Sanfelice (2005) há duas vertentes do que vem a ser a “nova dialética”: a dialética hegeliana e a dialética marxista. Essas duas concepções de dialética se respaldam e retomam os pensamentos de Heráclito e os neoplatônicos.

A “dialética antiga”, por sua vez, tem como seus pensadores os pré-socráticos, os socráticos (Sócrates, Platão e Aristóteles), os estoicos (Santo Agostinho) e os da Idade Média (Descartes e Kant). O que difere a antiga da nova é que a primeira se afirma no princípio de que dois contrários não podem se encontrar ao mesmo tempo em uma mesma coisa, enquanto a segunda enxerga a contradição nas coisas (ser e não ser) e faz dessa contradição o ponto inicial para a compreensão/superação de algo. (SANFELICE, 2005).

A dialética hegeliana se firma no idealismo, enquanto a dialética marxista se firma no materialismo. Posto desta maneira, a dialética assume diferenças no pensamento



marxista em relação ao hegeliano. Quando Marx (1976, p.15 apud SANFELICE, 2005, p.74) se refere à diferença existente entre seu pensamento sobre a dialética com o pensamento de Hegel ele afirma:

Meu método dialético não difere apenas fundamentalmente do método de Hegel, mas é exatamente o seu reverso. Segundo Hegel, o processo do pensamento, que ele converte, inclusive, sob o nome de ideia, em sujeito com vida própria, é o demiurgo do real, e o real a simples forma fenomenal da ideia. Para mim, ao contrário, o ideal não é senão o material transposto e traduzido no cérebro humano.

Hegel entende a dialética como razão e como processo (processo de razão que autogera, autodiferencia e autoparticulariza), enquanto Marx entende a dialética como (1) epistemologia (método científico), (2) ontologia (conjunto de leis que governam a realidade) e (3) relacional (movimento da história).

Sendo assim, a dialética marxista pode contribuir com a atividade de pesquisa (entendendo sempre que ela não se reduz somente a um método), dado que por meio dela compreendemos que “o mundo não pode ser considerado um complexo de coisas, mas sim um processo de complexos nos quais as coisas e os seus reflexos intelectuais em nossos cérebros, os conceitos, estão em mudanças contínuas e ininterruptas de devir<sup>5</sup>” (SANFELICE, 2005, p.75).

Nesse sentido, há na dialética marxista a importância do movimento para entender os fenômenos. Para Lênin (s.d, p.19 apud SANFELICE, 2005) a dialética marxista é a ciência das leis gerais do movimento. Entendemos que o movimento dos fenômenos pode ser percebido e entendido quando a História tem um papel central nas pesquisas, pois a História possibilita perceber os movimentos das contradições, dos embates, dos conflitos, das tensões e das rupturas por exemplo. Para Lefebvre (1975, p.21 apud SANFELICE, 2005, p.79):

Não se poderia dizer melhor que só existe dialética (análise dialética, exposição ou “síntese”) se existir *movimento*, e que só há movimento se existir processo histórico: *história*. Tanto faz ser a história de um ser da natureza, do ser humano (social), do conhecimento! [...] A história é o movimento de um conteúdo, engendrando diferenças, polaridades, conflitos, problemas teóricos e práticos, e resolvendo-os (ou não).

---

<sup>5</sup> Desenvolvimento e devir na teoria marxista são processos diferentes. Para Chauí (2007) devir é a sucessão temporal dos modos de produção, enquanto desenvolvimento é o movimento interno de um modo de produção, transformando-o em algo posto;

No caso do pesquisador tentar desenvolver pesquisas de cunho dialético, enfrentará vários desafios, uma vez que, tal desenvolvimento não é uma tarefa simples, pois sendo a dialética mais que um método, se configurando por vezes em uma postura do pesquisador e em uma práxis, corre o risco de cair em uma concepção de pesquisa idealista. Sanfelice (2005, p.82) complementa que:

o conhecimento da dialética em sua abrangência, como indicamos, não garante a sua utilização ou mesmo a adesão a ela quando partimos para o mundo da investigação. Também pode ocorrer que, apesar dos nossos esforços em assumirmos a postura dialética não tenhamos grandes sucessos nos produtos de nossas pesquisas.

Nesse sentido, o que podemos fazer para não voltarmos a uma concepção idealista de pesquisa? Para Sanfelice (2005) o determinante é a realidade objetiva e assim “o pesquisador necessita caminhar das aparências fenomênicas para a essência da coisa, para a coisa em si.” (*ibidem*, p.84).

A dialética marxista vista deste ponto torna-se um horizonte para a atividade de pesquisa do campo da Educação Matemática na perspectiva lógico-histórica na medida em que reconhecesse que o histórico e o constituir-se teórico de um conceito nesse caso tornam-se uma unidade dialética.

Percebendo que a teoria marxista permite pensar em diferentes aspectos da atividade de pesquisa do campo da Educação Matemática na Perspectiva Lógico-Histórica, perguntamo-nos a partir desta discussão sobre quais são as contribuições que o marxismo pode trazer para se pensar as pesquisas nesta perspectiva.

## **CONTRIBUIÇÕES DO MARXISMO PARA AS PESQUISAS DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA NA PERSPECTIVA LÓGICO-HISTÓRICA**

Creemos que as contribuições marxistas para a Educação extrapolam as discussões presentes neste texto e que não é objetivo esgotar tais discussões, mas pensar sobre quais aspectos dessa teorização podem contribuir com as atividades de pesquisa brasileiras da Educação Matemática que se fundamentam na perspectiva lógico-histórica.

O primeiro aspecto que identificamos está relacionado à como os pesquisadores da Educação Matemática na Perspectiva Lógico-Histórica estão se relacionando e analisando seus objetos de pesquisa. Marx e Engels nos ajudam a entender que essa relação e análise

precisam estar a todo o momento conectadas com o material, o mundo sensível e a práxis social, pois se isso não acontecer voltamos a uma concepção idealista de mundo.

Mas, como estabelecer está conexão? A teoria marxista nos auxilia a responder essa questão!

Uma forma possível seria por meio de uma postura materialista dialética e histórica. Nesse sentido, os pesquisadores poderiam compreender e analisar a natureza, os fenômenos sociais ou o desenvolvimento de um conceito sem se esquecer da base real desses objetos de pesquisa.

Aqui, a dialética é entendida como epistemologia (método científico), possibilita com que pensemos no movimento entre o desenvolvimento histórico e o constituir-se teórico dos conceitos durante a atividade de pesquisa. Porém, voltamos a afirmar que, desenvolver uma pesquisa dialética não é uma tarefa fácil. Sobre tal dificuldade, Sanfelice (2005, p.90) afirma:

Se o pesquisador da educação se propõe a realizar uma pesquisa dialética da educação, de base materialista-histórica (marxiana e/ou marxista), isso implica mais do que escolher um método de pesquisa, pois esse método traduz uma postura ontológica, epistemológica e uma práxis, como já anunciado. E somente assim que se torna possível uma coerência científica que desde a escolha do objeto de pesquisa até a produção de um novo conhecimento sobre o mesmo resulta de uma opção político-ideológica, no âmbito de uma visão materialista de mundo em contínuo movimento e onde as contradições antagônicas são as chaves para se compreender as alterações quantitativas e qualitativas da história e da educação.

Assim, para que a coerência científica se concretize é necessário pensar desde a estrutura das pesquisas, onde capítulo teórico, metodologia e análise tenham uma organicidade dialética até o referencial teórico que está sendo utilizado. Concordamos com Sanfelice (2005) que alguns referenciais possibilitam, mais que outros, um olhar sobre horizontes mais distantes e que o conhecimento científico, cultural e de mundo do pesquisador também faz diferença quando se tenta compreender um fenômeno.

Esse conhecimento científico, cultural e de mundo do pesquisador inclui inevitavelmente o conhecimento histórico dos fenômenos. Em relação aos conhecimentos dos pesquisadores que compactuam da Perspectiva Lógico-Histórica cabe ressaltar a importância de se conhecer a história que permeia um conceito e perceber como essa história está dialeticamente imbricada no desenvolvimento lógico deste conceito.

Enfim, as constatações do marxismo, a nosso ver, precisam ser revisitadas pelos pesquisadores da Educação Matemática que se dedicam a estudar a Perspectiva Lógico-Histórica para que possam compreender, em um primeiro momento, como Vygotski estruturou sua percepção sobre o desenvolvimento humano e como concebeu a Psicologia Histórico-Cultural. Em outro momento, entender a importância e a emergência de se pensar o ensinar, aprender e fazer Matemática nessa perspectiva.

## REFERÊNCIAS

BITTAR, M; FERREIRA Jr., A. **História, epistemologia marxista e pesquisa educacional brasileira**. Educação & Sociedade (Impresso), v. 30, p. 489-511, 2009.

CHAUÍ, M. **A história no pensamento de Marx**. Problemas e Perspectivas. 2007, São Paulo: Clasco.

KOPNIN, P. V. **A dialética como lógica e teoria do conhecimento**. 1 ed. Rio de Janeiro: Editora Civilização Brasileira S.A, 1978.

LEONTIEV, A. **Actividad, Consciencia, Personalidad**. Habana: Editora Pueblo y Educación, 1983.

MARX, K.; ENGELS, F. **Manifesto do Partido Comunista**. In: MARX, K.; ENGELS, F. Obras escolhidas em três tomos. Trad. Álvaro Pina. Lisboa: Avante!; Moscovo: Progresso, 1982. p. 93-136.

MARX, K.; ENGELS, F. **Feuerbach**. In. A ideologia alemã. Editora Hucitec. São Paulo: 1984.

PANOSSIAN, M. L. **O movimento histórico e lógico dos conceitos algébricos como princípio para constituição do objeto de ensino de álgebra**. Tese de Doutorado - Universidade de São Paulo, São Paulo: 2014.

REZENDE, J. P. **Sentidos e significados manifestos por licenciandos e pós-graduandos ao produzirem atividades de ensino de Matemática na perspectiva lógico-histórica**. Dissertação de Mestrado - Universidade Federal de São Carlos, São Carlos: 2015.

RIGON, A. J.; ASBAHR, F. S. F; MORETTI, V. D. **Sobre o processo de humanização**. In: Manoel Oriosvaldo de Moura. (Org.). A atividade pedagógica na teoria histórico-cultural. 1ed.Brasília: Liber Livro, 2010, v. 1, p. 13-44.

RODRIGUES, R. V. R. **A construção e utilização de um Objeto de Aprendizagem através da perspectiva lógico-histórica na formação do conceito números inteiros.**

Dissertação de Mestrado – Universidade Estadual Paulista. Presidente Prudente, SP: 2009.

SANFELICE, J. L. **Dialética e pesquisa em Educação.** In: LOMBARDI, J. C; SAVIANI, D; NASCIMENTO, M. I. M. A escola pública no Brasil – Historia e Historiografia. 1 ed. Campinas: Autores Associados, 2005.

SOUSA, M. C. **O ensino de álgebra numa perspectiva lógico-histórica:** um estudo das elaborações correlatas de professores do Ensino Fundamental. Tese de Doutorado – Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP). São Paulo: 2004. Disponível em: <http://www.bibliotecadigital.unicamp.br/document/?code=vtls000324284&fd=y> . Acesso em: 21 de jul. 2015.

\_\_\_\_\_. **Quando professores têm a oportunidade de elaborar atividades de ensino de Matemática na perspectiva lógico-histórica.** In: Bolema. nº. 32. Rio Claro, SP: 2009. p. 83-99.

# DE DÜRER A LUIZ SACILOTTO, A MATEMÁTICA DA ESCOLA BÁSICA APRESENTADA SOBRE UM NOVO OLHAR

Rosiney de Jesus Ferreira<sup>1</sup>  
Marco Aurélio Kistemann Jr.<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Universidade Federal de Juiz de Fora/ICE, profneyufjf@hotmail.com

<sup>2</sup>Universidade Federal de Juiz de Fora/ICE, marco.kistemann@ufjf.edu.br

## Resumo

Esta pesquisa, realizada entre os meses de setembro a novembro de 2014, composta de 10 encontros, cada um com uma atividade realizada em sala de aula, cujo público alvo foi uma turma de 9º do Ensino Fundamental de uma escola pública da rede estadual do Rio de Janeiro, foi fruto das nossas angústias e expectativas em torno do ensino e da aprendizagem dos alunos perante suas dificuldades em Matemática. Para isso nos apropriamos da Interdisciplinaridade proposta pelo professor Hilton Japiassu (1976), dentro de uma perspectiva da aprendizagem situada baseada nos trabalhos de Lave (1998) e de Lave & Wenger (1991), partindo do tema obras de arte, mais especificamente, pinturas do período renascentista até o Neoconcretista. Durante a realização das atividades com os alunos, a intuição, a experimentação, a dedução e a generalização foram estimuladas, além da autonomia e a cooperação. Apresentaremos também alguns resultados relacionados a essas atividades interdisciplinares, desenvolvidas em sala de aula por um dos pesquisadores, a importância da elaboração prévia das atividades, os questionamentos e as descobertas dos alunos na exploração da relação entre as pinturas trabalhadas e os conteúdos matemáticos contidos nelas.

**Palavras-chave:** Ensino Fundamental. Matemática. Interdisciplinaridade. Aprendizagem Situada. Obras de Arte.

## INTRODUÇÃO

Esta comunicação oral é um recorte de uma pesquisa que tem como escopo central apresentar algumas atividades que foram trabalhadas pelos alunos, sujeitos da pesquisa, e resultados do trabalho de campo realizado no programa de Mestrado Profissional da Universidade Federal de Juiz de Fora, intitulada *Matemática e Arte um diálogo possível trabalhando atividades contextualizadas no 9º ano do Ensino fundamental*, orientada pelo Prof. Dr. Marco Aurélio Kistemann Jr., no período de setembro a novembro de 2014, cujo objetivo pretende responder à seguinte questão de investigação: Como a Matemática e a Arte podem contribuir para o Ensino e a Aprendizagem da Matemática no 9º ano do Ensino fundamental de uma escola pública do Município de São Gonçalo na região metropolitana do Rio de Janeiro?

Além disso, percebemos que as conclusões convergem para a gênese de diretrizes para uma Educação Matemática com viés crítico e propiciadora de uma matemática que faça sentido tanto para os alunos quanto para o professor em sala de aula.

O tema da nossa investigação, a interdisciplinaridade entre a Matemática e a Arte teve sua gênese, ainda em 2001, quando a TV Cultura apresentou uma série de 13 capítulos, intitulada Matemática e Arte, apresentada pelo professor d USP, Luiz Barco, na

qual a relação entre as duas disciplinas foi mostrada de maneira bastante interessante e atraente às pessoas. A abordagem baseava-se na descrição dos padrões contidos na natureza e na arquitetura da Antiguidade clássica, composta de construções como o Parthenon, por exemplo. Nela, a Matemática, através da razão áurea, muito usada também no período renascentista, fazia-se presente. Cada episódio da série era um convite ao pensamento interdisciplinar entre as duas disciplinas.

Algumas aplicações da Matemática tornaram-se obras de arte mais perfeitas e belas. Destacamos aqui, as utilizações do retângulo áureo, presente em edificações, principalmente nas obras de Leonardo da Vinci e outros.

Esta série de programas serviu para que o paradigma entre essas disciplinas, tidas como tão distantes, fosse reavaliado e contribuísse não só para que os profissionais destas duas áreas comesçassem a ver com outros olhos uma possível interdisciplinaridade entre essas áreas, mas também para que houvesse o surgimento de pesquisas acadêmicas relevantes, como por exemplo, as dissertações de Joly (2002), Nunes (2002), Sabba (2004), Barth (2006), entre outros.

Portanto, é nesse contexto que apresentamos essa pesquisa de campo, na qual procuramos explorar duas disciplinas de maneira a levá-las a um estado em que possam contribuir de maneira efetiva à aprendizagem dos alunos. Nas palavras de um grande teórico da interdisciplinaridade no Brasil: “o primeiro objetivo do projeto interdisciplinar, em seu sentido mais lato, consiste em extrair os possíveis elementos de comparação entre as ciências humanas, de maneira a que sejam facilitadas as trocas e as cooperações recíprocas” (JAPIASSU, 1976, p.93).

Contudo cabe ressaltar que a proposta aqui sugerida não tem a pretensão de solucionar todos os problemas de aprendizagem da Matemática, visto que não contempla todos os conteúdos da disciplina em questão. Assim, esta proposta se configura como uma das alternativas, dentre outras tantas, para um ensino interdisciplinar.

## **UMA METODOLOGIA ENVOLVENDO A INTERDISCIPLINARIDADE ENTRE A MATEMÁTICA E A ARTE**

O conhecimento, tanto no período medieval quanto na antiguidade clássica, era visto de maneira totalizante e como ideal para a formação do homem. Segundo Japiassu (1976): “saber só podia exercer-se no âmbito da totalidade. O conhecimento particular só tinha sentido na medida em que remetia ao todo”. Com a chegada do Renascimento, esse ideal de homem mudou devido, principalmente, à influência das ideias de Descartes e do positivismo de August Conte, que trouxeram maior hierarquização e fragmentação do conhecimento.

Em meados do séc. XX, a necessidade de diálogo entre as diversas áreas do conhecimento tornou necessária a formação de um homem que tivesse um conhecimento generalista e multidisciplinar, de pessoas que tivessem uma formação educacional capaz de gerir os mais diferentes tipos de informação. Para muitos estudiosos, o conhecimento fragmentado não atende mais às exigências do homem pós-moderno. Assim:

*No que diz respeito à pesquisa acadêmica, começaram a reaparecer na metade do século XX propostas que buscavam compensar a hiperespecialização disciplinar e propunham diferentes níveis de cooperação entre as disciplinas, com a finalidade de ajudar a resolver os problemas causados pelo desenvolvimento tecnológico e pela falta de*

*diálogo entre os saberes decorrentes dessa hiperespecialização. (SOMMERMAN, 2006, p. 31).*

Em um congresso da UNESCO, em 1961, a questão da interdisciplinaridade foi discutida de maneira efetiva pelo pesquisador Georges Gusdorf, que propôs um trabalho interdisciplinar voltado para as Ciências Humanas. Já no Brasil, a questão da interdisciplinaridade só foi discutida no livro *Interdisciplinaridade e patologia do saber*, de 1976, no qual o filósofo e pesquisador Hilton Japiassu faz severas críticas à especialização e coloca a interdisciplinaridade como remédio para a fragmentação do saber.

A metodologia de ensino à qual nos referimos é aquela que comunga das ideias que para que haja Aprendizagem deve haver ligações/relações entre os conhecimentos adquiridos e aqueles necessários em novos contextos em que partimos da tematização como meio de abordar os conteúdos trabalhados, no nosso caso obras de arte, dando a possibilidade de fazer inter-relações entre a aprendizagem de duas disciplinas tidas como distantes, mas que no decorrer do projeto se mostraram bastante próximas.

A romper com uma abordagem tradicional, em que a cópia e a memorização dos conteúdos se apresentam de forma sistemática como mero objetivo de reproduzir sem nenhum questionamento sobre o que está estudando, apresentamos novos cenários em que atuam professor e alunos conjuntamente, de modo a reduzir, com novas propostas de ensino e aprendizagem, a perversa exclusão promovida nas salas de aula de matemática, em geral.

Conforme enfatiza D'Ambrosio (1998).

*Dentre as muitas características do mundo contemporâneo, a globalização, que se manifestam principalmente nos modelos de propriedade e de produção e na aquisição do conhecimento, merece nossa atenção como educadores. A globalização, nesse sentido amplo, nos propõe um cenário do futuro. Nota-se uma nova divisão do trabalho intelectual, a necessidade de trabalho em equipe no ensino e na pesquisa, a intensificação de estudos comparados e de áreas híbridas de investigação. [...] A matemática está passando por profundas transformações. O professor, necessariamente, deve estar mais preparado para participar dessas transformações e para se aventurar no novo, do que para repetir o velho, muitas vezes inútil e desinteressante. [...] Hoje se espera criatividade e não basta repetir aquilo que foi ensinado. [...] O novo perfil do professor é fundamentalmente o de um facilitador da aprendizagem do aluno e de um companheiro na busca do novo (p. 29-34).*

Trabalhar de forma contextualizada, com uma metodologia, a qual envolve disciplinas para muitos tão distantes, propicia o desenvolvimento da criatividade, do senso crítico e da autonomia e rompe com o tradicionalismo tão inserido e entranhado em nossas atividades diárias. Entretanto, essa nova prática exige do educador uma postura crítica em relação aos conteúdos a serem abordados na Matemática e uma reavaliação de suas condutas, levando-o a desenvolver outro modo de olhar que possa contemplar o binômio criatividade/autonomia.

Nesse aspecto, concordamos com Demo (2000), quando ele considera:



*[...] Enquanto professor e aula copiada forem sinônimos, está garantida a mediocridade [...]. Na verdade, nega-se frontalmente competência, já que meramente copiar é o contrário de inovar. Ensinar a copiar é precisamente destruir qualquer competência, pois assassina-se o sujeito, restando somente a manipulação de objetos. Neste sentido, a aula copiada que apenas ensina a copiar corresponde, com perfeição inaudita, à condição de massa de manobra. (p. 76).*

## **TRABALHANDO SOBRE OLHAR DA INTERDISCIPLINARIDADE ENTRE A MATEMÁTICA E A ARTE**

As atividades a seguir fazem parte de um conjunto de dez tarefas que foram trabalhadas com os sujeitos da pesquisa, alunos de uma turma de 9º ano do ensino fundamental, de uma escola pública estadual, no município de São Gonçalo, localizado na região metropolitana do Rio de Janeiro. Com esse grupo de alunos, que variavam entre 20 a 25, a metodologia da interdisciplinaridade entre a Matemática e a Arte foi aplicada para trabalhar os conteúdos propostos para o ano letivo na disciplina Resolução de problemas matemáticos, disciplina que consta na grade curricular do programa para o ano de escolaridade, que tem como objetivo trabalhar conteúdos dos anos anteriores, tais como: operações com números naturais, expressões numéricas, noções de círculo e potências.

Na primeira atividade, cujo trabalho interdisciplinar tem o seu começo, uma gravura do início do séc. XVI, do período Renascentista, do artista alemão Albrecht Dürer, foi apresentada aos alunos. Na sua composição, verificaram-se vários elementos matemáticos que foram explorados durante a atividade além de questões associadas ao período histórico que se encontra a obra além da geografia e, principalmente e com maior ênfase, a Arte; na segunda proposta, analisamos um quadro do artista gráfico Neoconcretista Luiz Sacilotto, composto de vários círculos que exploramos noções de círculo e circunferência além de potenciação e por último apresentamos uma cópia de uma das atividades realizada por um dos alunos.

### **PRIMEIRA ATIVIDADE**

Na gravura abaixo chamada *Melancolia I*, do pintor alemão Albrecht Dürer, há um curioso quadrado intitulado quadrado mágico, no canto superior da obra, cuja soma dos números em vertical, horizontal e diagonal dão sempre o mesmo valor. Do lado esquerdo há um sólido geométrico, chamado *sólido de Dürer*, e uma esfera, além de um compasso em sua mão. Com esses dados, responda às questões abaixo usando seus conhecimentos a respeito de operações básicas envolvendo números inteiros e sequências numéricas.

**Figura 1: Atividade matemática usando a gravura Melancolia I do Pintor Renascentista Albrecht Dürer**



Fonte Disponível em :[www.commonswiki.org/wiki/file:Dürer\\_Melancholia\\_I.jpg](http://www.commonswiki.org/wiki/file:Dürer_Melancholia_I.jpg) Acesso em: 24 jul 2015

A) Qual é a ordem e o valor do quadrado mágico contido na gravura, o qual foi reproduzido a seguir?

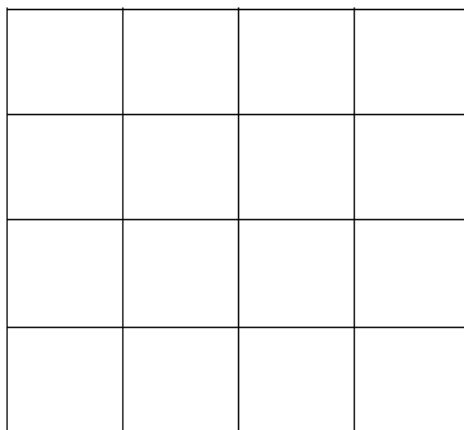
**Figura 2: parte do quadro Melancolia I que destaca o quadrado Mágico**

|    |    |    |    |
|----|----|----|----|
| 16 | 3  | 2  | 13 |
| 5  | 10 | 11 | 8  |
| 9  | 6  | 7  | 12 |
| 4  | 15 | 14 | 1  |

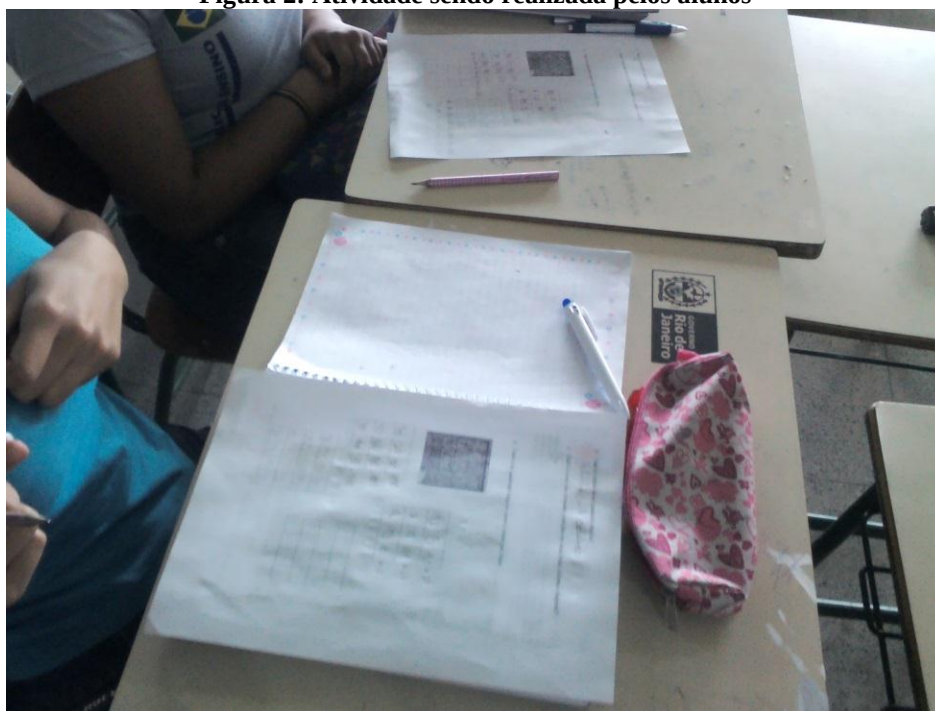
Fonte – <https://www.goodfatherofmath.blogspot.com>

B) Tente compor três Quadrados Mágicos 3x3, utilizando números inteiros que sejam uma sequência numérica, de tal forma que cada Quadrado mágico tenha uma disposição diferente.

C) Com a ajuda do professor e utilizando o retângulo quadriculado abaixo construa um quadrado mágico do tipo 4x4, como na obra de Albrecht Dürer.



**Figura 2: Atividade sendo realizada pelos alunos**



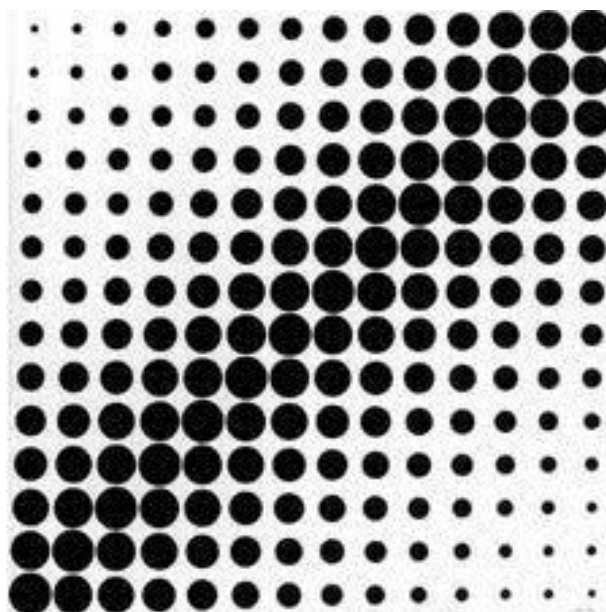
Fonte – Dados do autor

## SEGUNDA ATIVIDADE

Nesta atividade é apresentado um quadro do pintor Luiz Sacilotto composto de vários círculos. Utilizando os conhecimentos de potenciação de números naturais, expressões numéricas e raciocínio lógico associado á observação, responda as questões abaixo:

A) Observe bem o quadro de Sacilotto. Que sensação você tem ao observá-lo?

**Figura 3: Sacilotto – Concreção – 8079**



Fonte –Disponível em: [www.contosimpossiveis.blogspot.com](http://www.contosimpossiveis.blogspot.com) Acesso em: 23 jul 2015

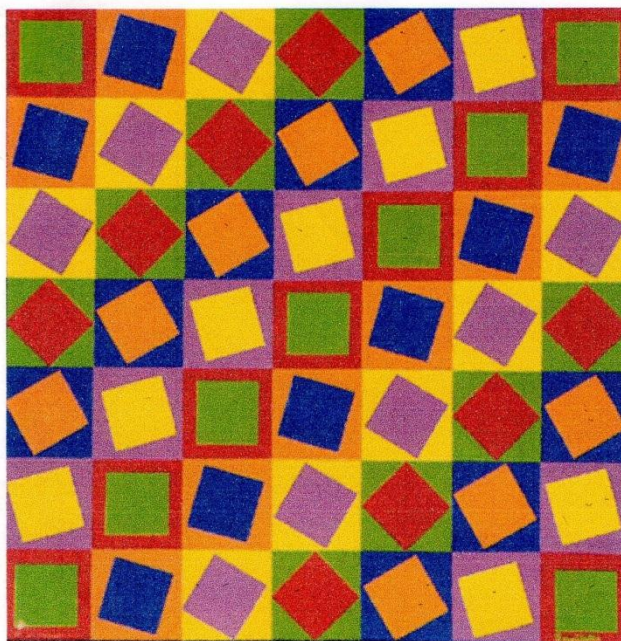
- B) Sem contar um por um, você consegue descobrir quantos círculos há neste quadro? Como?
- C) Os círculos maiores formam um quadrado. Quantos círculos compõem este quadrado?
- D) Os círculos maiores junto com os médios também formam um quadrado. Quantos círculos compõem este quadrado?
- E) Que operação matemática você realizou para resolver as duas questões anteriores? Dê um exemplo.
- F) Você pode utilizar a potenciação para calcular a quantidade de círculos desta obra. Como ficaria esta operação?



### TERCEIRA ATIVIDADE

nome: Monique de Paulo Oliveira  
turma: 903

### ATIVIDADE 6



Luiz Sacilotto - Concreção 8457, têmpera rhodopás sobre tela fixada em duratex, 20 x 20 cm

1. Quantas cores diferentes há nesta obra?

06 cores diferentes.

2. Qual é o formato desta obra de arte?

quadrado.

3. Que sensação você tem ao observar esta obra?

Sensação boa, essa obra é bem alegre pois é bem colorida.

3. Que figuras geométricas você pode observar neste quadro?

quadrado.

4. Os quadrados menores são todos congruentes (têm a mesma medida)?

Sim.

5. Se você fosse fazer um quadro semelhante a este, usando recorte e colagem, quantos quadrados você recortaria? 49 Seriam todos do mesmo tamanho? Sim.

6. O tamanho original desta obra é de 20 x 20 cm. Qual é o seu perímetro? 80 cm  
Calcule também a sua área? 400.

7. Faça uma releitura desta obra utilizando recorte e colagem.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

A realização dessas atividades com os alunos do 9º ano do Ensino Fundamental proporcionou uma oportunidade de trabalhar de maneira contextualizada diferentes conteúdos que geralmente o professor costuma fazer em sala de maneira tradicional, em que a exposição e a memorização se fazem dominantes. A Matemática/Arte é uma metodologia que exige muito empenho tanto do aluno quanto do professor, porém os resultados foram compensadores.

Observar as obras de arte e retirar delas informações que ajudam na solução dos problemas que se apresentam aos alunos, descrever regularidades e padrões, além de poder transformar tais padrões em expressões numéricas, assim como identificar círculos e quadrados em uma pintura que não são identificáveis num primeiro momento, é muito gratificante. Essas experiências propiciam o desenvolvimento da capacidade de generalizar e abstrair dos alunos. Ver os alunos discutindo e pensando, motivados pelas atividades propostas, por si só já se justifica. Assim, pode-se concluir dessa pesquisa que a utilização da metodologia envolvendo a interdisciplinaridade entre a Matemática e a Arte propiciam um ambiente favorável à aprendizagem dos alunos.

## REFERÊNCIAS

- ARTE&MATEMÁTICA. Disponível em <http://www.tvcultura.com.br/arematemtica/Acesso> em nov. 2014.
- BARTH, Glauce Maris Pereira. **Arte e Matemática, subsídios para uma discussão interdisciplinar por meio das obras de M.C.Escher**. Dissertação de mestrado. Curitiba: Universidade Federal do Paraná, 2006.
- D'AMBROSIO, Ubiratan. **“Relações entre Matemática e Educação Matemática: lições do passado e perspectiva para o futuro”**. In: Encontro Nacional de Educação Matemática, 6., 1998, São Leopoldo. Anais... São Leopoldo: SBEM, 1998. v. 1. p. 30-35.
- DEMO, P. **Educar pela pesquisa**. Campinas, SP: Autores Associados, 2000.
- FAINGUELERNT, Estela K., NUNES, Katia Regina A. **Fazendo Arte com a matemática**. Porto Alegre: Artmed, 2006.
- JAPIASSU, Hilton. **Interdisciplinaridade e patologia do saber**. Rio de Janeiro: Imago, 1976.
- JOLY, Larissa Fiedler. **Matemática e arte: um estudo de sequencias e progressões como modelo para a construção teórica da estética da matemática**. Dissertação de mestrado. Universidade Federal do Paraná, 2002.
- NUNES, Katia Regina A. **Um olhar matemático no mundo das artes: a arte do século XX como veículo de aprendizagem em geometria**. Dissertação de mestrado. USU, Rio de Janeiro, 2002.
- READ, Herbert. **A Educação pela Arte**. 2ª ed. São Paulo: Martins Fontes, 2013.

SABBA, Claudia Georgia. **Reencantando a Matemática por meio da Arte: o olhar humanístico-matemático de Leonardo Da Vinci**. Dissertação de mestrado. Universidade de São Paulo, 2004.

SOMMERMAN, Américo. **A Inter e a transdisciplinaridade**. In: FAZENDA, Ivani C. (org.). **Interdisciplinaridade na formação de professores: da teoria a pratica**. Canoas: Ed. ULBRA, 2006, pp. 27-58.

LAVE, J. **Cognition in Practice: Mind, mathematics and culture in every life**. New York: Cambridge University Press, 1998.

LAVE, J.; WENGER, E. **Situated Learning: Legitimate Peripheral Participation**. New York: Cambridge University Press, 1991.

LOPERA, José Alvarez. ANDRADE, José Manuel Pita. **História Geral da Arte**. Madrid: Ediciones Del Prado, 1995.

# (DES)CONTÍNUOS ENTRE MODELO DOS CAMPOS SEMÂNTICOS (MCS) E ETNOMATEMÁTICA

Rodolfo Chaves<sup>1</sup>

Weverton Augusto da Vitória<sup>2</sup>, Ivonilton Pereira de Novais<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Instituto Federal do Espírito Santo (Ifes)/COMAT/LIMAT/EDUCIMAT, rodolfochaves20@gmail.com

<sup>2</sup> Instituto Federal do Espírito Santo (Ifes)/LIMAT, wevertonvitoria@gmail.com

<sup>3</sup>Instituto Federal do Espírito Santo (Ifes)/EDUCIMAT, ivoniltonnovais@gmail.com

## Resumo

Este trabalho é fruto de uma pesquisa bibliográfica que busca relacionar Modelo dos Campos Semânticos (MCS) e Etnomatemática a partir das premissas ( $P_1$ ) – a tríade ensino, pesquisa e extensão deve ser tomada indissociavelmente nos processos de formação de professores – e ( $P_2$ ) – as concepções de Patrick Geddes tomadas como modelo e código. O objetivo geral é investigar possíveis (des)contínuos entre MCS e Etnomatemática, tomados como suporte à formação de professores a partir das premissas ( $P_1$ ) e ( $P_2$ ). A pergunta-diretriz é: *Que leituras plausíveis emergem da análise de estudos e discussões a respeito de possíveis vieses entre MCS e Etnomatemática, como suporte à formação de professores a partir das premissas ( $P_1$ ) e ( $P_2$ )?* O objetivo específico é apresentar, discutir e analisar possibilidades de confluências entre MCS e Etnomatemática. O corte desta comunicação científica deu-se após estudo exploratório das obras apresentadas nas referências. Como *obras de referência* foram tomadas Baldino & Carrera de Souza (1997), Brasil (1996, 1998 e 2013), Chaves (2000 e 2004) e Knijnik et al (2004). As demais referências foram objetos de *leituras seletivas* que resultaram em Knijnik (1996), Knijnik et al (2012) e Lins (1999 e 2012) como *leituras analíticas*. As considerações finais são oriundas das *leituras interpretativas* advindas de Knijnik et al (2012) e Lins (1999 e 2012).

**Palavras-chave:** Etnomatemática. Modelo dos Campos Semânticos (MCS). Leitura plausível. Produção de significado. Conhecimento (não)hegemônico produzido.

## 1 INTRODUÇÃO

### 1.1 O PROBLEMA

É indubitável a existência do fracasso do ensino da Matemática e, portanto, dos dispositivos de controle à manutenção desse quadro. Chaves (2004) denomina o mesmo de Ensino Tradicional de Matemática (ETM) e aponta que alguns desses dispositivos são fixados ao se apresentar a Matemática de forma excludente, meritocrática, promotora de uma educação aos moldes bancários – na ótica freireana – descontextualizada e descompromissada com o mundo em que o aluno vive. Ao agir assim, o professor exalta e toma como modelo e código o mito positivista do especialista:

*Aquele que possui a chancela de produzir verdades centradas na forma do discurso científico, balizadas por investigações mais rigorosas de uma parte do todo, sendo necessário para tal, fragmentar o saber em compartimentos hierarquicamente bem ordenados; isto é, o discurso científico é competente, por ser respaldado institucionalmente, portanto,*



*autorizado e cabendo à teoria o papel de ser hierarquicamente superior à prática, por advir do campo das ideias. (CHAVES, 2004, p.100).*

No ETM é de praxe que os saberes cotidianos sejam negligenciados em detrimento aos saberes escolares. E ainda,

*o conteúdo programático é o elemento central, principal e irrefutavelmente é colocado além do bem e do mal. A aula expositiva, nos moldes do ETM, é o lugar-comum da pregação enunciativa do expositivista ou de práticas educativas expositivistas; uma aula onde o professor — ser falante — ocupa grande parte do tempo envolvido com a exposição, e, o aluno — ser ouvinte — aceita passivamente as verdades apresentadas. (CHAVES, 2004, p.79)*

O ambiente de aprendizagem peculiar às práticas educativas expositivistas, pautadas pelo monólogo do professor – o ser falante (pergunta e responde a ele mesmo) – é “apresentado através do discurso unilateral, do professor, com referências à Matemática e onde uma programação curricular rígida se põe à frente do processo”. (CHAVES, 2004, p.79). Nessa obra é possível observar que no ETM os métodos de ensino hegemônicos não utilizam práticas voltadas à realidade, nem como ponto de chegada, nem como ponto de partida; muito menos como táticas, seja à fixação ou à construção da aprendizagem, isso porque nas instituições escolares – instituições de sequestro para Chaves (2004) – atividades de tal envergadura são tidas como possíveis instrumentos de ruptura no exercício de controle e do “expositivismo professoral”<sup>1</sup>. Já educadores, quando as utilizam, o fazem tão-somente de maneira ilustrativa ou lúdica, como passatempo e não como procedimento de ensino ou uma possível tática de transformação da realidade a partir da aprendizagem. A prova cabal de tal afirmação pode ser vista nas Diretrizes Curriculares Nacionais – DCN – (BRASIL, 2013):

*A escola tem tido dificuldades para tornar os conteúdos escolares interessantes pelo seu significado intrínseco. É necessário que o currículo seja planejado e desenvolvido de modo que os alunos possam sentir prazer na leitura de um livro, na identificação do jogo de sombra e luz de uma pintura, na beleza da paisagem, na preparação de um trabalho sobre a descoberta da luz elétrica, na pesquisa sobre os vestígios dos homens primitivos na América e de sentirem o estranhamento ante as expressões de injustiça social e de agressão ao meio ambiente. (BRASIL, 2013, p.116)*

Em outra trajetória, provavelmente devido à ausência de material que busque uma possível confluência, é possível se pensar que as preocupações pertinentes ao Modelo dos Campos Semânticos (MCS) e à Etnomatemática, como procedimento metodológico de ensino e também de pesquisa, são antagônicas ou não compartilhem um mesmo espaço comunicativo.

Pelo prisma da Etnomatemática é possível discutir não apenas a política de conhecimento dominante praticada na escola, bem como fazer emergir conhecimento não-hegemônico – produzido por aquele que não é chancelado pela academia (saberes populares) – advindo de práticas sociais e confrontá-lo com a política de conhecimento dominante. Nessa direção é possível observar que as DCN apontam que

---

<sup>1</sup> Termo cunhado por Chaves (2004, p.87) para designar um ambiente favorável à perpetuação do *efeito Dolly* ou *clonagem acadêmica* (perpetuação dos iguais) que é um instrumento tático que colabora para “a manutenção do ETM e, por conseguinte, com as formas de poder que se perpetuam na e a partir da escola”.

*o conhecimento de valores, crenças, modos de vida de grupos sobre os quais os currículos se calaram durante uma centena de anos sob o manto da igualdade formal, propicia desenvolver empatia e respeito pelo outro, pelo que é diferente de nós, pelos alunos na sua diversidade étnica, regional, social, individual e grupal, e leva a conhecer as razões dos conflitos que se escondem por trás dos preconceitos e discriminações que alimentam as desigualdades sociais, étnico-raciais, de gênero e diversidade sexual, das pessoas com deficiência e outras, assim como os processos de dominação que têm, historicamente, reservado a poucos o direito de aprender, que é de todos.* (BRASIL, 2013, p.115)

O MCS foi desenvolvido por Romulo Campos Lins, a partir de 1986, vislumbrando a possibilidade de ir além da relação dicotômica de “acertar” ou “errar”, pois seu propósito está vinculado a inquietações pertinentes a professores, sobretudo os de escola básica, que tentam caracterizar e compreender aquilo que leva os alunos a “errarem”, mas sem colocar o “erro” como um elemento para fins meritocráticos.

## 1.2 A PROPOSTA

O que propomos neste trabalho é analisar se existe(m) possibilidade(s) de efetuar relação(ões) entre MCS e Etnomatemática com vistas a quebrar a inércia mantenedora do ETM. Para tal, neste texto, entenderemos saberes cotidianos como modos não-hegemônicos de matematizar, bem como dinâmicas matemáticas não-legitimadas pela academia e saberes escolares como modos hegemônicos de matematizar, bem como dinâmicas matemáticas legitimadas pela academia.

Assim, para o desenvolvimento desta pesquisa tomamos algumas premissas:

(P<sub>1</sub>) – No que se refere aos processos de formação de professores (inicial e continuada) é indispensável que se trabalhe indissociavelmente a partir da tríade ensino, pesquisa e extensão para nos contrapormos ao ETM;

(P<sub>2</sub>) – Que se tome como referência, modelo e código as concepções de Patrick Geddes<sup>2</sup> de que “um aluno em contato com a realidade do seu ambiente desenvolve atitudes criativas em relação ao mesmo, cabendo aos professores desempenhar o papel de executores de uma educação que incorpore uma análise da realidade socioambiental opondo-se àquela em que o aluno é levado a ignorar as consequências dos seus atos” (CHAVES, 2004, p.81-82).

As obras, Chaves (2005, p. 116-117 e 2004, p.160-185), chamam atenção para o fato de que, ao se tomar a premissa supracitada, com o propósito de se contrapor ao ETM, há de se lutar para emergir a questão do laboro colaborativo de alunos e professores, sobretudo no desenvolvimento de ações que sejam transformadoras e, para tal, devemos trazer para o contexto escolar modos não-hegemônicos de matematizar, bem como dinâmicas matemáticas não-legitimadas pela academia para confrontarmos com modos hegemônicos de matematizar, bem como dinâmicas matemáticas legitimadas pela academia.

As táticas desenvolvidas para atingir (P<sub>1</sub>) e (P<sub>2</sub>) são ações sistematizadas que seguem a seguinte dinâmica:

*A sistemática do conjunto de ações desenvolvidas pelo professor no ciclo de discussão em grupo sobre um problema ↔ planejamento de uma ação*

---

<sup>2</sup> (1854-1923), biólogo e filósofo escocês, considerado o pai da Educação Ambiental, conhecido por seu pensamento inovador nos campos do planejamento urbano e da educação.

*diferencial*<sup>3</sup> para atacar esse problema ↔ aplicação conjunta (professor + monitor/licenciando + aluno) da ação diferencial planejada ↔ discussão da ação realizada ↔ replanejamento. (CHAVES, 2000, p.201).

Para tal, entendemos então, que oportunizar ao docente a participação em atividades voltadas à realidade do aluno, com foco em questões socioambientais, é um ambiente fecundo à sua formação, bem como deveras salutar aos processos de ensino e de aprendizagem, sobretudo para futuros professores de Matemática que atuarão na educação básica. Romper com a inércia mantenedora do ETM, incentivando, orientando e trabalhando colaborativamente com o professor para que se desenvolva práticas educativas, que envolvam dinâmicas matemáticas hegemônicas (aquelas chanceladas pela academia), ou não-hegemônicas (aquelas tomadas na prática que não necessariamente sejam chanceladas pela academia, que não sejam reconhecidas como um procedimento matemático convencional institucionalizado, conforme apresentado por Knijnik et al (2012, p.22-23)) possibilita a formação de ambientes de investigação, tomando a Matemática como ferramenta de leitura do mundo, conforme apresentado em Chaves (2004), com foco à interdisciplinaridade.

### 1.3 PANORAMA DA PESQUISA

No que tange à apresentação deste trabalho, segundo Gil (2010), deparamo-nos com uma pesquisa de abordagem qualitativa, cujo método empregado foi o bibliográfico, tomando como suporte Baldino & Carrera de Souza (1997), Brasil (2013, 1998 e 1996), Chaves (2005, 2004 e 2000), Francisco (2015), Knijnik et al (2012), Knijnik (1996), Lins (2012 e 1999), Monteiro (2004) e Silva & Lins (2013).

É usual que a Matemática como área de conhecimento, no contexto escolar, sobretudo na educação básica, mantenha um caráter meramente teórico. Em nossa prática docente, como formadores e acadêmicos, observamos que alunos e professores clamam por utilizarem a Matemática de forma prática, palpável, como “ferramenta de leitura do mundo” (CHAVES, 2004), para que possam, por exemplo, se apropriar da mesma em projetos pedagógicos, fato que dificilmente ocorre e, quando ocorre, restringe-se a leituras que redundam em análise superficiais e de baixíssima densidade epistêmica de gráficos de setor circular ou gráficos de barras. Tal cenário assim se configura principalmente porque em seu processo de formação, o professor tem acesso exclusivo a uma Matemática puramente teórica, onde se estuda a Matemática pela, por e para a Matemática em detrimento de possíveis aplicações.

Por isso o objetivo geral deste trabalho é *discutir, analisar e apresentar possíveis vieses entre o MCS e a Etnomatemática tomados como suporte à formação de professores a partir das premissas (P<sub>1</sub>) e (P<sub>2</sub>).*

Para tal produzimos a seguinte pergunta-diretriz: *Que leituras plausíveis emergem da análise de estudos e discussões a respeito de possíveis vieses entre o MCS e a*

---

<sup>3</sup> Ação que visa alcançar os objetivos estabelecidos em grupos de pesquisa-ação para produção de materiais didático-pedagógicos (MDP) ou que leve o grupo/indivíduo a desenvolver determinada tarefa ou a refletir a respeito de sua prática ou de um tema proposto. Tal ação é consequência de uma intervenção diferencial autorregulada. Na intervenção diferencial autorregulada (intervenção na realidade por diferenciação da ação esperada dos sujeitos) o professor intervém, em sala de aula, a partir de sua margem natural de liberdade, permanecendo como juiz de suas próprias ações, pois produz modificações neste ambiente à medida que as discute com os demais professores. (BALDINO; CARRERA DE SOUZA, 1997).

*Etnomatemática, tomados como suporte à formação de professores as premissas (P<sub>1</sub>) e (P<sub>2</sub>)?*

Para perseguir o objetivo geral traçamos o seguinte objetivo específico:

- Apresentar, discutir e analisar possibilidades de confluências entre o MCS e a Etnomatemática.

## 2 REVISÃO DE LITERATURA

### 2.1 APORTES LEGAIS

Para caminharmos em busca às considerações apresentadas em (P<sub>2</sub>), Monteiro (2004) sugere confrontar articulações entre saberes escolares e cotidianos e, para tal toma como referência os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN).

*A ampla gama de conhecimentos construídos no ambiente escolar ganha sentido quando há interação contínua e permanente entre o saber escolar e os demais saberes, entre o que o aluno aprende na escola e o que ele traz para a escola. (BRASIL, 1998, p.43)*

Pela mesma trajetória, A Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB), Lei nº 9.394, de 20 de dezembro de 1996, em seu Artigo 26 contempla que os currículos da educação básica devem ter uma base comum, a ser complementada por uma parte diversificada, exigida pelas características regionais e locais da sociedade e em seu caput 1º garante que

*Os currículos a que se refere o caput devem abranger, obrigatoriamente, o estudo da língua portuguesa e da matemática, o conhecimento do mundo físico e natural e da realidade social e política, especialmente do Brasil. (BRASIL, 1996)*

Caminhando nesta direção, os PCN apontam para o fato de que:

*A atividade matemática escolar não é “olhar para as coisas prontas e definitivas”, mas a construção e a apropriação de conhecimento pelo aluno, que se servirá dele para compreender e transformar sua realidade;*

*No ensino da Matemática, destacam-se dois aspectos básicos: um consiste em relacionar observações do mundo real com representações (esquemas, tabelas, figuras, escritas numéricas); outro consiste em relacionar estas representações com princípios e conceitos matemáticos. Nesse processo, a comunicação tem grande importância e deve ser estimulada, levando-se o aluno a ‘falar’ e a ‘escrever’ sobre Matemática, a trabalhar com representações gráficas, desenhos, construções, a aprender como organizar e tratar dados;*

*O significado da Matemática para o aluno resulta das conexões que ele estabelece entre ela e as demais áreas, entre ela e os Temas Transversais, entre ela e o cotidiano e das conexões que ele estabelece entre os diferentes temas matemáticos;*

*A seleção e organização de conteúdos deve levar em conta sua relevância social e sua contribuição para o desenvolvimento intelectual do aluno e não deve ter como critério apenas a lógica interna da Matemática. (BRASIL – 1998, p.56-57).*

Dessa forma é legítimo que busquemos um solo epistemológico para combater as disparidades e distorções ora apontadas pelos PCN (BRASIL, 1998), DCN (BRASIL, 2013) e LDB (BRASIL, 1996). O solo que optamos por nos alicerçar, portanto, apresentamos a seguir.

## 2.2 APORTES EPISTEMOLÓGICOS – ETNOMATEMÁTICA

Tomamos a Etnomatemática como procedimento metodológico de ensino por considerarmos que, a partir dela, é possível tanto referendarmos os elementos supracitados elencados nos PCN, quanto discutir não apenas a política de conhecimento dominante praticada na escola, mas também trazer à tona conhecimento não-hegemônico produzido por aqueles que não são chancelados pela academia – saberes populares – advindos de práticas sociais e confrontá-los com a política de conhecimento dominante, produzindo assim, um viés com (P<sub>2</sub>).

*O pensamento etnomatemático está centralmente interessado em examinar as práticas de fora da escola, associadas a racionalidades que não são idênticas à racionalidade que impera na Matemática Escolar, com seus estreitos vínculos com a razão universal instaurada pelo Iluminismo. Mas é preciso que se diga: olhar para essas outras racionalidades, sem jamais se esquecer do que está no horizonte, é pensar outras possibilidades para a Educação Matemática praticada na escola. (KNIJNIK et al, 2012, p.18).*

Ao tomarmos Knijnik et al (2012) buscamos visibilizar outros modos de matematizar que não tão-somente os hegemônicos, necessários para alçarmos o que fora apresentado nos documentos oficiais supracitados (BRASIL, 2013, 1998 e 1996). Almejamos que emerja a heterogeneidade de se matematizar a partir de procedimentos não referendados pela academia e discutir quais motivos que impossibilitam que os mesmos sejam tomados como modelo e código. Mais do que indagar “quem”, preocupamo-nos com “o que” é delimitado como

*“verdadeiro” ou “falso” nas diferentes áreas do conhecimento e quem passa a deter a posição de enunciador dessas “verdades”. Pensando essas questões para a área de Educação Matemática, podemos nos perguntar: quais saberes contam como “verdadeiros” nas aulas de Matemática? Quais são desqualificados como saberes matemáticos no currículo escolar? Quem tem a legitimidade para definir isso? (KNIJNIK et al, 2012, p.16).*

## 2.3 APORTES EPISTEMOLÓGICOS – MODELO DOS CAMPOS SEMÂNTICOS (MCS)

Se por um lado, tomar a Etnomatemática como procedimento metodológico de ensino nos faculta realizar as questões por ora apresentadas, é a partir do MCS que vislumbramos a possibilidade de ir além da relação dicotômica de “acertar” ou “errar”, pois ao criar o MCS, Romulo Campos Lins afirma:

*Eu tinha muitas inquietações e perguntas relacionadas à sala de aula, sempre coisa de professor mesmo, e que os autores que eu lia não me ajudavam a tratar. Em particular, queria dar conta de caracterizar o que os alunos estavam pensando quando “erravam”, mas sem recorrer a esta ideia do erro. (LINS, 2012, p.11)*

Outro elemento aproximativo do MCS à Etnomatemática, pelo menos a que propomos, dá-se a partir do entendimento de Lins (1999, p.92) a respeito de uma Educação Matemática praticável:

1. *explicitar, na escola, os modos de produção de significado da rua;*
2. *produzir legitimidade, dentro da escola, para os modos de produção de significado da rua (ato político, ato pedagógico);*
3. *propor novos modos de produção de significado, que se juntam aos da rua, ao invés de substituí-los. (LINS, 1999, p.92).*

*O que é realmente relevante é que tradicionalmente a escola negou os significados da rua, e se esforçou em tentar implementar o domínio dos significados da escola; no caso da Matemática, os significados matemáticos (oficiais), e aqui voltamos outra vez a importância de examinarmos pressupostos. (LINS, 1999, p.90)*

O MCS é um modelo epistemológico elaborado, que incorpora ideias do pensamento de Vygotsky (1993, 1994) e Leontiev (sd, 1984) e não se restringe a uma teoria a ser estudada, mas uma teorização a ser adotada, pois, segundo Lins (2012, p.11) o MCS só existe em ação, que converge com a dinâmica da *sistemática do conjunto de ações desenvolvidas pelo professor no ciclo de discussão em grupo*, como apresentado anteriormente, advindo de Chaves (2000, p.201).

Ao adotarmos o MCS como procedimento de análise viabiliza-se ampliar espectralmente o entendimento a respeito da maneira de operar dos alunos, sejam eles do ensino básico ou dos processos de formação de professores.

*os pressupostos da teoria, pensar em caminhos que apontariam para ações concretas de interação entre professor e aluno e possibilidades de intervenção advindas da leitura da produção de significados desses estudantes. (SILVA; LINS, 2013, p.3)*

Os elementos relevantes do MCS neste texto são: leitura plausível; significado; conhecimento; autor-texto-leitor; interlocutor; espaço comunicativo; produção de significado; legitimidade. No MCS a noção de significado de um objeto é entendida como aquilo que o sujeito pode e efetivamente diz a respeito de um objeto no interior de uma atividade<sup>4</sup> e é no interior de uma atividade que se dá a produção de significado.

Por leitura plausível consideramos “*Toda tentativa de se entender um autor deve passar pelo esforço de olhar o mundo com os olhos do autor, de usar os termos que ele usa de uma forma que torne o todo de seu texto plausível.*”. (LINS, 1999, p.93).

Francisco (2008) considera que ao se realizar uma leitura plausível leva-se em consideração a aproximação de “*um olhar antropológico que procura conhecer como a cultura de um determinado grupo social funciona, sem a necessidade de alteração ou mudança desse ambiente por julgá-lo menos ou mais importante pelos olhos de quem o estuda*”. Tal concepção converge com o que já foi exposto anteriormente a respeito das DCN, dos PCN, da LDB e com a enunciação a respeito do direcionamento de uma pesquisa empírica de abordagem etnomatemática, caracterizada

*como a investigação das tradições, práticas e concepções matemáticas de um grupo social subordinado (quanto ao volume e composição de capital social, cultural e econômico) e o trabalho pedagógico que se desenvolve com o objetivo de que o grupo interprete e decodifique seu*

---

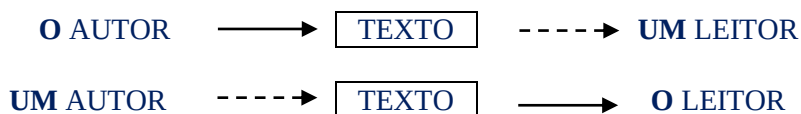
<sup>4</sup> A noção de atividade é entendida no sentido proposto por Leontiev (sd, 1984).



*conhecimento; adquira o conhecimento produzido pela Matemática acadêmica, estabeleça comparações entre seu conhecimento e o conhecimento acadêmico, analisando as relações de poder envolvidas no uso destes dois saberes. (KNIJNIK, 1996, p.109-110)*

Segundo o modelo epistemológico em voga, quem produz uma enunciação é o autor.

*O autor fala sempre na direção de um leitor, que é constituído (produzido, instaurado, instalado, introduzido) pelo o autor. Quem produz significado para um resíduo de enunciação<sup>5</sup> é o leitor. O leitor sempre fala na direção de um autor, que é constituído, instaurado, instalado, introduzido) pelo o leitor.*



*O sujeito cognitivo se encontra com o que acredita ser um resíduo de enunciação, isto é, algo que acredita que foi dito por alguém (um autor). Isto coloca uma demanda de produção de significado para aquele algo, demanda que é atendida (esperançosamente) pela produção de significado de o autor em que se tornou o leitor. O autor-leitor fala na direção do um autor que aquele constitui; o um autor é o interlocutor (um ser cognitivo). (ipsis literis) (LINS, 2012, p.14-15).*

Logo, um texto é constituído como um resíduo de uma enunciação (LINS, 1999, p.88). Quem fala, o faz em uma direção, a partir de um referencial, que leva em consideração o que pensa e que se constitui como “verdadeiro”. A busca de interlocução e os ajustes na efetiva comunicação na relação autor-texto-leitor supracitada, são feitas com o propósito de se constituir um entendimento, portanto, no compartilhamento de um mesmo espaço comunicativo, visto que o papel da justificação é produzir legitimidade para minha enunciação. É importante que entendamos que interlocutor não é um ser biológico, mas cognitivo; é uma direção na qual se fala (LINS, 2012, p.19).

*Quando falo na direção de um interlocutor é porque acredito que este interlocutor diria o que estou dizendo e aceitaria/adotaria a justificação que me autoriza a dizer o que estou dizendo. (LINS, 2012, p. 19)*

Um espaço comunicativo não é algo físico, mas do campo da cognição, visto que este é constituído pelo compartilhamento de interlocutores, pois “*toda produção de conhecimento é feita na direção de um interlocutor que, acredito, produziria a mesma enunciação com a mesma justificação.*” (LINS, 1999, p.88).

Ao considerarmos os saberes cotidianos como modos não-hegemônicos de matematizar, bem como dinâmicas matemáticas não-legitimadas pela academia e saberes escolares como modos hegemônicos de matematizar, bem como dinâmicas matemáticas legitimadas pela academia, não buscamos estabelecer uma relação dicotômica, ao contrário disto, entendemos que o trânsito entre esses saberes possibilita o que denominamos anteriormente *como busca de interlocução e os ajustes na efetiva comunicação na relação autor-texto-leitor* produzidas com o propósito de se constituir um espaço comunicativo. Dessa forma, entendemos ser possível, a partir de uma leitura plausível, nossa premissa (P<sub>2</sub>).

<sup>5</sup> Algo com que me deparo e que acredito ter sido dito por alguém.

Para o MCS conhecimento é uma crença-afirmação associada a uma justificação que nos permite produzir aquela enunciação. Ele é do domínio da enunciação e há sempre um sujeito do conhecimento, que não é do conhecer. Lins (1999, p.87) chama atenção ao fato de que toda produção de significado implica produção de conhecimento e que quem produz significado não é o emissor, mas o receptor de uma enunciação. “*O significado de algo é aquilo que digo deste algo. Grosso modo, significado, para mim, é o que a coisa é.*” (LINS, 1999, p.86).

Analisar o trânsito e as inter-relações entre os saberes escolares e os saberes socialmente constituídos – ou como aponta Knijnik (1996), as inter-relações entre a Matemática popular e a Matemática acadêmica – ao levar em consideração a questão da parte diversificada do currículo (apontada no Artigo 26 da LDB), considerando suas características regionais e locais da sociedade, bem como os aspectos relacionados ao mundo físico e natural e da realidade social e política (conforme BRASIL, 1996) possibilita entre aluno e professor, ou leitor e autor, não necessariamente nessa ordem, que se produza um compartilhamento do mesmo espaço comunicativo, desde que o professor, tal como em (P<sub>2</sub>), desempenhe o papel de executor de uma educação que incorpore uma análise da realidade socioambiental opondo-se àquela em que o aluno é levado a ignorar as consequências dos seus atos.

Não se trata, tão-somente, de dar crédito aos resíduos de enunciação do aluno. O que se busca é uma interlocução e, para o MCS o interlocutor (como já dito, ser cognitivo e não biológico) é uma direção na qual se fala.

*Quando falo na direção de um interlocutor é porque acredito que este interlocutor diria o que estou dizendo e aceitaria/adotaria a justificação que me autoriza a dizer o que estou dizendo.* (LINS, 2012, p.19)

Dessa maneira, a partir de (P<sub>1</sub>) e (P<sub>2</sub>), e na busca de uma interlocução, é possível tomar a Matemática enquanto sistema cultural:

*Trata-se de pensá-la não de forma abstrata, imune às lutas do campo simbólico que buscam a manutenção ou ascensão nas posições do espaço social onde ela é produzida e reproduzida. Ao contrário, busco entendê-la, enquanto uma das manifestações simbólicas de um determinado grupo social, relacionada com sua posição de dominação ou subordinação no espaço social onde está inserido. Mais ainda, considero que não só a Matemática é uma manifestação simbólica: falar a seu respeito, teorizar sobre ela, interpretá-la, também o é.* (KNIJNIK, 1996, p.95-96).

Mais do que possível é legítimo; não por uma questão de autoridade, pois como aponta Lins (2012, p.21) “*a autoridade não ‘explica’ nada, ela apenas autoriza, empresta legitimidade*” pois,



*o que se internaliza não é o conteúdo, não são conceitos, e sim legitimidades: a pessoa já era capaz de fazer; mas não sabia que nesta ou naquela situação aquilo era legítimo, que nesta ou naquela situação aquele modo de produção de significado era legítimo. [...] Internalizar interlocutores, legitimidades, é o que torna possível a produção de conhecimento e significado, torna possível antecipar uma legitimidade do que digo.* (LINS, 2012, p.20)

#### 4 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Após leitura analítica, na ótica de Gil (2010, p.45-64), cumpridas as etapas de leitura integral das obras, identificação das ideias-chaves, hierarquização e sistematização das ideias, passamos para etapa de leituras interpretativas advindas de Knijnik et al (2012), Chaves (2000 e 2004) e Lins (1999 e 2012). Os modos de produção de significado constituídos das leituras, análises, discussões e interações apresentamos a seguir, mas desde já, esclarecemos que esta pesquisa não está encerrada; ao contrário disso, nesta etapa só apresentamos a elaboração de um plano provisório de pesquisa para balizar nossos próximos passos.

A manutenção do mito positivista do especialista impossibilita que se traga à luz da discussão o pensamento etnomatemático (aquele interessado em examinar as práticas de fora da escola), distancia quaisquer possibilidades de se discutir não apenas a política de conhecimento dominante praticada na escola, mas sucumbe qualquer tentativa de trazer para o centro do processo o conhecimento não-hegemônico. Ao contrário, tal rotina só reafirma a política de conhecimento dominante. É básico que se tome o parâmetro de pensar a atividade matemática, no contexto escolar, como dinâmica e, portanto, deve servir à compreensão e transformação da sua realidade, como apresentado em Brasil (1998).

A manutenção desse mito positivista nega os significados da rua, o que está diametralmente oposto do que é considerado como praticável para o MCS. Logo, para negar essa prática, urge que se relacione observações do mundo real – resíduos de enunciação, segundo o MCS – com representações (esquemas, tabelas, figuras, escritas numéricas) – textos, segundo o MCS – como suscitado em Brasil (1998), relacionando estas representações, com princípios e conceitos matemáticos, portanto efetuando leituras plausíveis, a partir do momento que se toma a realidade e o discurso da realidade do aluno, estabelecendo assim um espaço comunicativo entre professor e aluno, tornando a comunicação entre ambos relevante, para que haja uma interlocução, o que só se processará a partir de ( $P_2$ ), levando-se o aluno a ‘falar’ e a ‘escrever’ sobre Matemática, a trabalhar com representações gráficas, desenhos, construções, a aprender como organizar e tratar dados.

O problema real, bem como as dinâmicas não-hegemônicas apresentadas pelo aluno, neste processo, passa a ser a força-motriz para que, a partir de ( $P_1$ ), o professor estabeleça com o mesmo um espaço comunicativo de forma que o aluno possa produzir significados matemáticos que resultem em possíveis conexões entre sua realidade, a Matemática e as demais áreas.

Observamos que há uma confluência entre o que o MCS toma na trilogia *autor-texto-leitor* e sujeito escolar, na ótica de Knijnik et al (2012, p.25) (estudante, professor e demais membros da escola, assujeitado, que dá sentido à própria vida e às coisas do mundo, tornando-se o que é): “*um sujeito cognitivo que falaria em uma voz singular, única, monoglóssica.*” (KNIJNIK et al, 2012, p.22). O sujeito escolar, então, segundo tal vertente, passa a ser o interlocutor, a direção na qual se fala, um ser cognitivo, com quem

estabelecemos um dialogismo, na ótica de Lins (2012, p.19). A busca de tal interlocução faz sentido para que se viabilize outras formas de matematizar que não as hegemônicas, e daí propor novos modos de produção de significado que adicionem aos da rua, conforme apresenta Lins (1999, p.92), para que se possa negociar a legitimidade dos modos de produção de significado de forma a ter impacto efetivo na vida profissional da pessoa (sujeito escolar).

Quando Knijnik et al (2012) propõe que olhar outras racionalidades, sem se esquecer do que está em voga, é pensar outras possibilidades à Educação Matemática praticada na escola, entendemos que este olhar nos permite pensar a Etnomatemática, pelo menos como um processo de desestabilização do ETM onde o professor (sua prática e discurso) assumindo (P<sub>1</sub>) e (P<sub>2</sub>) efetua o papel de interlocutor intervindo e, portanto, transformando a realidade vigente e considerando, tal como o MCS, a Etnomatemática não como uma teoria, mas como uma ação que possibilita internalizar não conceitos ou conteúdos, mas legitimidade, o que, segundo Lins (2012, p.20) “*internalizar interlocutores, legitimidades, é o que torna possível a produção de conhecimento e significado, torna possível antecipar uma legitimidade do que digo*”.

Para assumirmos um viés entre o MCS e a Etnomatemática, é importante que se entenda que o mesmo dar-se-á no campo da ação, pois assim emergem leituras plausíveis face à produção de significados matemáticos. A respeito de uma Educação Matemática a ser praticada – e, para tal, é fundamental envolver processos de formações de professores – entendemos que a dinâmica apresentada em (P<sub>1</sub>) será possível a partir da *sistemática* que tomamos de Chaves (2000, p.201). O que garantirá a confluência no campo da ação é a tomada de (P<sub>2</sub>) como modelo, pois é (P<sub>2</sub>) que funciona como amálgama entre ambos. Todavia, há de se levar em conta a ideia apresentada em Lins (1999, p.92-94) de que uma proposta de tal envergadura não se restrinja a “*uma Educação Matemática que não seja preparação para vida, e sim vida*”, da mesma forma “*uma reflexão que não seja preparação para a ação e sim ação*”. Para tal, entendemos que um caminho a trilhar à exiguidade dessa proposta é o da sistematização apresentada em Chaves (2000, p. 201), com foco nas ações diferenciais propostas por Baldino & Carrera de Souza (1997), para que se possa atingir o problema do fracasso do ensino de Matemática, apontado Baldino & Carrera de Souza (1997) e por Chaves (2004).

Entendemos que a partir destes resíduos de enunciação, que por hora, segundo o MCS, configuram-se como texto, será fundamental elaborar um plano, ainda que provisório, para continuarmos a pesquisa. Mesmo que não tenhamos uma ordenação momentânea, quanto à disposição de seções, visualizamos que devemos, com o referencial apresentado e com outros que surgirão – como por exemplo, Ribeiro Domite & Ferreira (2006) – percorrer mais uma pergunta de pesquisa: *De que forma tais resultados, de possíveis (des)contínuos entre modelo dos campos semânticos (MCS) e Etnomatemática, impactarão – e como, por quê e em que graus de pertinência – nos processos de formação de professores e, sobretudo, na desestabilização do ETM?*

## 5 REFERÊNCIAS

BALDINO, R. R. e CARRERA de SOUZA, A. C. Grupo de Pesquisa-Ação em Educação Matemática. In: **RESUMO TÉCNICO: RELATÓRIO DO SISTEMA DIRETÓRIO DOS GRUPOS DE PESQUISA NO BRASIL**, UNESP, IGCE, Rio Claro: CNPq, 1997.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. Secretaria de Educação Continuada, Alfabetização, Diversidade e Inclusão. *Secretaria de Educação Profissional e Tecnológica*. Conselho Nacional da Educação. *Câmara Nacional de Educação Básica*. Diretoria de Currículos e Educação Integral. **Diretrizes Curriculares Nacionais Gerais da Educação Básica**. Brasília: MEC, SEB, DICEI, 2013.

\_\_\_\_\_. Ministério da Educação e do Desporto, Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais. **Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Fundamental**: introdução. Brasília, 1998.

\_\_\_\_\_. LDB. Lei 9394/96 – **Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional**. Disponível em < [www.planalto.gov.br](http://www.planalto.gov.br) >. Acesso em: 25/abril/2015.

CHAVES, R. **Material pedagógico na base nacional comum na linha da pedagogia da alternância**: ensino de Matemática nas Escolas Família-Agrícolas. Viçosa, MG: Departamento de Educação da UFV; Associação das Escolas Família-Agrícolas de MG, 2005.

\_\_\_\_\_. **Por que anarquizar o ensino de Matemática intervindo em questões socioambientais?** 223p. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, Instituto de Geociências e Ciências Exatas de Rio Claro, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2004.

\_\_\_\_\_. **Caminhos percorridos para a implantação do grupo de pesquisa-ação em educação matemática junto ao núcleo de ensino integrado de ciências e matemática da Universidade Federal de Viçosa**. 285 p. (Dissertação de Mestrado em Educação Matemática) – Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, Instituto de Geociências e Ciências Exatas de Rio Claro, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2000.

FRANCISCO, C. A. **O Modelo dos Campos Semânticos como Instrumento de Leitura da Prática Profissional do Professor de Matemática**. Disponível em < [http://www2.rc.unesp.br/eventos/matematica/ebiapem2008/upload/306-1-A-gt1\\_francisco\\_ta.pdf](http://www2.rc.unesp.br/eventos/matematica/ebiapem2008/upload/306-1-A-gt1_francisco_ta.pdf) >. Acesso em 21/mar./2015

GIL, A. C. **Como elaborar projetos de pesquisa**. 5. Ed. São Paulo: Atlas, 2010.

KNIJNIK, G.; WANDERER, F.; GIONCO, I. M.; DUARTE, C. G. **Etnomatemática em movimento**. Belo Horizonte: Autêntica, 2012. (Coleção Tendências em Educação Matemática).

KNIJNIK, G. **Exclusão e Resistência**: Educação Matemática e legitimidade cultural. Porto Alegre: Artes Médicas, 1996.

LEONTIEV, A. N. **O Desenvolvimento do psiquismo**. São Paulo: Moraes, (sd).

\_\_\_\_\_. **Actividad, conciencia y personalidad**. México: Cartago, 1984.

LINS, R. C. **O Modelo dos Campos Semânticos**: estabelecimento e notas de teorizações. In: ANGELO, C. L. et al (org.). *Modelo dos Campos Semânticos e Educação Matemática: 20 anos de história*. São Paulo: Midiograf, 2012. p.11-30.

\_\_\_\_\_. **Por que discutir teoria do conhecimento é relevante para a Educação Matemática**. In: BICUDO, M. A. V. (Org.). *Pesquisa em Educação Matemática: concepções & perspectivas*. São Paulo: Editora UNESP, 1999. (Seminários DEBATES Unesp).

MONTEIRO, A. A. **Etnomatemática em cenários de escolarização**: alguns elementos de reflexão. In: KNIJNIK, G.; WANDERER, F.; OLIVEIRA, C. J. de (Orgs.). *Etnomatemática: currículo e formação de professores*. Santa Cruz do Sul: EDUNISC, 2004, p.432-446.

RIBEIRO, J. P. M.; DOMITE, M. do C. S.; FERREIRA, R. (Orgs.). **Etnomatemática**: papel, valor e significado. 2. ed. Porto Alegre: Zouk, 2006.

SILVA, A. M.; LINS, R. C. **Sobre a dinâmica da produção de significados para a matemática**. *Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática*. 1, v.6 (2), 2013. Disponível em: <

[http://periodicos.uniban.br/index.php?journal=JIEEM&page=article&op=view&path\[0\]=373&path\[1\]=395](http://periodicos.uniban.br/index.php?journal=JIEEM&page=article&op=view&path[0]=373&path[1]=395)>. Acesso em: 15/dez./2014.

Vygotsky, L. S. **A formação social da mente**. 5.ed. São Paulo: Martins Fontes, 1994.

\_\_\_\_\_. **Pensamento e linguagem**. São Paulo: Martins Fontes, 1993.

# DERIVADA DE POLINÔMIOS E SUAS RELAÇÕES NA EDUCAÇÃO BÁSICA: UM ESTUDO TEÓRICO

Rogério Serôdio<sup>1</sup>

Afonso Henriques<sup>2</sup>, Ueslei Galvão do Rosário Santos<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Universidade da Beira Interior, Covilhã, Portugal, rserodio@ubi.pt

<sup>2</sup>Universidade Estadual de Santa Cruz, Ilhéus, Bahia, Brasil, henry@uesc.br

<sup>3</sup>Universidade Estadual de Santa Cruz, Ilhéus, Bahia, Brasil, uelgalvao@hotmail.com

## Resumo

Este artigo traz algumas discussões sobre o estudo de derivadas de um polinômio considerando-se conhecimentos de duas instituições distintas, doravante denominadas Instituição de Ensino Superior (IES) e Instituição da Educação Básica (IEB). Na primeira, abordamos a derivada de um polinômio tal como apresentada normalmente na praxeologia correspondente no Cálculo Diferencial e Integral (CDI) e na segunda, mostramos os resultados obtidos na primeira, sem recorrer à noção de limites, mobilizando, por conseguinte a noção de declive de uma reta tangente a uma curva. O nosso objetivo é tornar explícita a estreita relação existente entre a derivada de um polinômio em um ponto e o declive da reta tangente à curva deste polinômio nos registros algébricos, gráficos e numérico. Como fundamentação, apoiamos-nos em conceitos próprios de CDI e em alguns teoremas de divisibilidade de polinômios, assim como na Teoria de Registro de Representações Semióticas e na vertente praxeológica da Teoria Antropológica do Didático.

**Palavras-Chave:** Derivada. Declive. Registros de representação. Relações. Instituições.

## 1. INTRODUÇÃO

A noção da derivada é um dos objetos de estudo que encontra um espaço significativo na organização matemática ou praxeologia do Cálculo Diferencial e Integral (CDI), nos cursos oferecidos nas Instituições de Ensino Superior (IES) onde o CDI é institucionalizado. Particularmente, nos cursos de Licenciatura em Matemática este reconhecimento estimula no estudante o questionamento sobre a sua importância no currículo, haja vista que o mesmo se reconhece como futuro profissional que vai atuar nas Instituições da Educação Básica (IEB). Nesta perspectiva, o presente trabalho busca explicitar as possíveis relações existentes entre a noção de derivada com a de declive de uma reta tangente a uma curva num determinado ponto. A priori, os estudantes têm o primeiro contato com a noção de declive enquanto aluno na IEB. Contudo, se a relação entre ambas as noções não é evocada no processo ensino-aprendizagem de CDI, esta poderá passar despercebida pelos estudantes, distanciando-se, por conseguinte, dos saberes interinstitucionais. Preocupados com esta questão buscamos estimular o estudo dos demais objetos matemáticos das IES e suas possíveis relações com aqueles institucionalizados nas IEB. Surge, contudo, o questionamento: que metodologia pode ser utilizada no desenvolvimento deste tipo de estudo? Acreditamos que existem diversos modos de procedimentos. No caso específico, optamos por organizar um dispositivo experimental, no contexto de Sequência Didática (SD), composto de tarefas específicas fundadas na

praxeologia de derivadas de polinômios recorrendo ao cálculo com limites (IES) e sem limites (IEB). O objetivo é apresentar uma análise a priori destas tarefas na IEB. Para isso, baseamo-nos na Teoria de Registro de Representações Semióticas (TRSS) e na vertente praxeológica da Teoria Antropológica do Didático (TAD), constituindo assim o quadro teórico deste estudo que resumimos a seguir.

## 2. QUADRO TEÓRICO

Para Henriques & Serôdio (2013):

Um quadro teórico é o referencial teórico de base de uma pesquisa, escolhido pelo pesquisador em função da sua problemática, constituído, pelo menos, por uma teoria capaz de fornecer ferramentas de análise aos estudos que se pretende desenvolver (HENRIQUES; SERÔDIO, 2013, p.2).

Neste artigo apoiamo-nos, além das duas teorias mencionadas acima, nos conceitos próprios de CDI, nos teoremas da divisão de Euclides, dos polinômios tangentes e D'Alembert. Os referidos teoremas serão apresentados sem demonstrações, pois estas podem ser encontradas nas praxeologias correspondentes.

### 2.1 Teoremas

Nesta subsecção apresentamos os teoremas fundamentais para o desenvolvimento da análise da sequência didática.

Antecipamos a apresentação deste resultado pois servirá de instrumento essencial nas nossas análises posteriores. Não nos preocupamos em apresentar exemplos, pois esta prática aparecerá naturalmente na análise a priori da SD. O teorema da divisão de Euclides (Iezzi, 1985), que enunciamos a seguir, é também um dos resultados fundamentais nos estudos matemáticos que os estudantes têm relação desde a Educação Básica. Retomar esta relação na organização praxeológica de divisão de polinômios é um dos nossos interesses neste artigo.

#### **Teorema da Divisão de Euclides**

*Sejam  $0 \leq n$  e  $0 < d$  dois números inteiros quaisquer. Existem inteiros  $0 \leq q$  e  $0 < r$  tais que  $n = qd + r$ , onde  $0 \leq r < q$ . Os inteiros  $q$  e  $r$  são univocamente determinados.*

Neste teorema, o componente  $n$  é dito *dividendo*,  $d$  é chamado de *divisor*,  $q$  de quociente e  $r$  de *resto*. Suponhamos que estes componentes sejam polinômios de uma variável real  $x$ , com  $P(x)$  o polinômio de maior grau. Neste caso, o teorema pode ser representado, no registro algébrico, por  $P(x) = Q(x)D(x) + R(x)$ , onde  $P$  é o polinômio *dividendo*,  $D$  o *divisor*,  $Q$  o quociente e  $R$  o polinômio *resto*. Lembramos que o grau do polinômio  $R$  deve ser menor do que o de  $Q$ . Vale salientar também que o zero de um polinômio é o valor da variável  $x$  que anula o polinômio. Ou seja, se  $x$  assume um valor  $a$  que anula um polinômio  $P(x)$ , então temos  $P(a) = 0$ . Deste modo, encontramos o seguinte

teorema na praxeologia de polinômios, conhecido como *teorema de D'Alembert* (Iezzi, 1985) que enunciamos do seguinte modo:

### **Teorema de D'Alembert**

*Sejam  $P$  um polinômio e  $a$  um número real quaisquer. O resto da divisão deste polinômio por  $(x-a)$  é exatamente  $P(a)$ .*

Portanto, se  $x = a$  é um zero de  $P$ , então  $P(x) = Q(x)(x-a)$ . Ou seja, o resto de  $P(x)/(x-a)$  é zero se  $x = a$  é um zero de  $P$ . Isto é equivalente a expressar que *um polinômio  $P(x)$  é divisível por  $(x-a)$  se, e somente se,  $P(a) = 0$ .*

O teorema seguinte é resultado das nossas investigações experimentais e é fundamental para as análises posteriores. Embora seja essencial, não o encontramos na literatura. Deste modo, tomamos a liberdade de nomeá-lo por:

### **Teorema dos Polinômios Tangentes**

*Sejam  $f$  e  $g$  dois polinômios quaisquer. Se os gráficos de  $f$  e de  $g$  são tangentes no ponto de abscissa  $x = a$ , então o polinômio  $h$ , dado por  $h(x) = f(x) - g(x)$ , é divisível por  $(x-a)^2$ .*

**Demonstração:** Sejam  $f$  e  $g$  dois polinômios tangentes num ponto de abscissa  $x=a$ . Neste caso, as funções e suas derivadas coincidem neste ponto, ou seja,  $f(a) = g(a)$  e  $f'(a) = g'(a)$ . Representando  $f$  e  $g$  em forma de série de Taylor em torno de  $x = a$ , temos,

$$f(x) = f(a) + f'(a)(x-a) + \frac{f''(a)}{2}(x-a)^2 + \dots$$

$$g(x) = g(a) + g'(a)(x-a) + \frac{g''(a)}{2}(x-a)^2 + \dots$$

Subtraindo membro a membro, temos o polinômio  $h$  dado por

$$h(x) = f(x) - g(x) = \frac{f''(a) - g''(a)}{2}(x-a)^2 + \dots$$

donde concluímos que  $h$  é divisível pelo menos por  $(x-a)^2$ . C.Q.D.

Estes resultados não aparecem na organização praxeológica de derivadas, contudo, como veremos mais adiante, existe uma relação muito forte entre estes conhecimentos com o estudo de polinômios. Mas afinal, o que é uma praxeologia?

## **2.2 Modelo praxeológico**

Na realização da análise a priori da sequência que nos referimos, recorreremos à abordagem praxeológica da TAD.

Essa abordagem é um modelo para a análise da ação humana institucional, composto de quatro noções: *Tarefa*, *Técnica*, *Tecnologia* e *Teoria*. O símbolo **T** é adotado

para representar um tipo de *tarefa* identificada numa praxeologia de referência<sup>1</sup>, contendo pelo menos uma subtarefa *t*. A *técnica*, denotada por  $\tau$ , é uma maneira de fazer ou de realizar um tipo de tarefa. A tecnologia, denotada por  $\theta$ , é um discurso racional (o *logos*) que tem por objetivo justificar e esclarecer o uso da técnica, garantindo que esta permita realizar as tarefas do tipo **T**. Por último, a *teoria*, representada por  $\Theta$ , tem como função justificar e tornar compreensível uma tecnologia. As quatro noções descrevem uma organização praxeológica completa  $[T/\tau/\theta/\Theta]$ , que pode ser decomposta em dois blocos  $[T/\tau]$  e  $[\theta/\Theta]$ , constituindo, respectivamente, o saber-fazer [*praxe*] e o ambiente teórico-tecnológico [*logos*].

Assim, afirma-se com base nestas noções que *produzir, ensinar e aprender matemática* são ações humanas institucionais que podem ser analisadas com base neste modelo. Neste contexto, uma *organização praxeológica* referente às atividades matemáticas é uma *organização matemática*. A praxeologia restrita a um determinado saber recebe este nome, neste caso, a praxeologia de derivadas ou de declives. Nesta e em toda praxeologia matemática, os seus objetos não são acessíveis a não ser por meio de registros de representação. Aí o interesse de estudarmos a TRRS de Duval (1993). Assim, a abordagem praxeológica, não é suficiente para conduzirmos a análise a priori.

### 2.3 Teoria de Registros de Representação Semiótica

Esta teoria foi desenvolvida por Duval (1993) e permite analisar um dado objeto do saber em diferentes registros de representação. Com efeito, dois termos são essenciais para a compreensão desta teoria: *objeto* e *representação*. Vale ressaltar que tais termos não podem ser confundidos no tratamento de saberes, em especial, matemáticos. Para Duval (1993, p. 37) “a distinção entre um objeto e a sua representação é, portanto, um ponto estratégico para a compreensão da Matemática”. A representação de um objeto e a conversão de representações entre registros, por exemplo, são comuns nas práticas do Professor de Matemática em sala de aula, quando este pretende fazer com que os seus alunos compreendam uma determinada noção de difícil entendimento no registro no qual o objeto foi inicialmente apresentado. Duval (1993, p. 38) acredita que “existe um paradoxo cognitivo do pensamento matemático: de um lado, a apreensão dos objetos matemáticos pode ser apenas uma apreensão conceitual e, de outro lado, só por meio de *representações semióticas* é que uma atividade sobre objetos matemáticos é possível”. Mas, o que é uma *representação seminótica*?

É uma representação de uma ideia ou um objeto do saber, construída a partir da mobilização de um sistema de sinais. Sua significação é determinada, de um lado, pela sua *forma* no sistema *semiótico* e de outro lado, pela *referência* do objeto representado. (HENRIQUES, ATTIE, FARIAS, 2007, p. 69).

Um enunciado em língua materna, uma fórmula algébrica, um gráfico de uma função ou uma figura geométrica, o conjunto dos números, por exemplo, são representações semióticas que revelam sistemas semióticos diferentes, com diferentes signos.

Apoiados nesta teoria, Henrique & Almouloud (2015, p.3) sustentam que, “dentre os registros de representação que podemos pensar na Educação Matemática,...quatro são predominantes”. Os autores apresentam na Figura 1, um esquema ilustrativo de tais

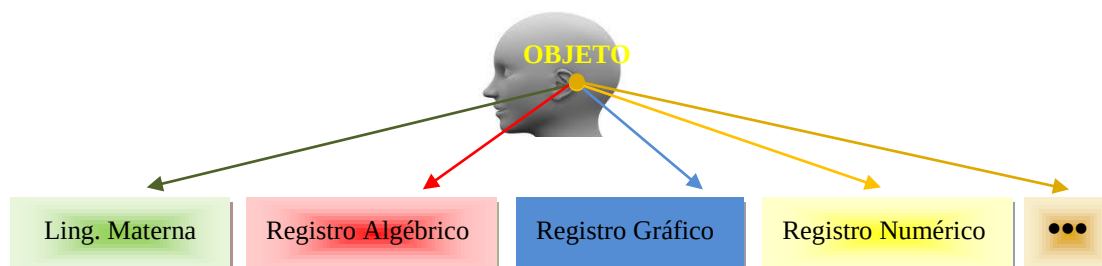
---

<sup>1</sup> Organização de um objeto de saberes identificado numa instituição de referência ou de aplicação [Henriques, Nagamine, Nagamine (2012)].



registros como forma de contribuir para a reflexão sobre um objeto e suas possíveis representações nestes registros.

**Figura 1:** possíveis registros de representação de um objeto matemático.



**Fonte:** Henriques, Almouloud (2015)

Eles reforçam que “o tratamento dos objetos matemáticos depende, portanto, das possibilidades de suas representações”. Em seguida fornecem a seguinte definição: “Um registro de representação é um sistema dotado de signos que permitem identificar uma representação de um objeto do saber”. Entendemos então que a representação de um objeto do saber ocorre num determinado registro. Por exemplo, representar um polinômio no registro gráfico, significa visualizar o gráfico da respectiva função polinomial. Mobilizados os registros, Duval (1993) distingue três atividades cognitivas fundamentais, ligadas aos registros de representações: a *formação* de uma representação semiótica, baseada na aplicação de regras de conformidade<sup>2</sup> e na seleção de certas características do conteúdo envolvido; o *tratamento* de uma representação, é a transformação desta representação no mesmo registro onde foi formada, sendo, portanto, uma transformação interna num registro; e, a *conversão* de uma representação, que é a transformação desta representação de um registro para outro. Segundo Henriques, Attie e Farias (2007),

A escolha de um registro de representação adequado pode favorecer o tratamento (transformações das representações ao interior de um mesmo registro). No entanto, dispor de vários registros de representação não é suficiente para garantir a compreensão. Uma segunda condição é necessária: a coordenação dos registros de representações. Ela se manifesta pela capacidade de reconhecer, em duas representações diferentes, representações de um mesmo objeto. Ela aparece como a condição fundamental para todo tipo de aprendizagem. HENRIQUES, ATTIE, FARIAS (2007, p. 70).

Com base nestas teorias, apresentamos uma análise *a priori* de uma sequência composta por cinco tarefas que podem ser realizadas com aplicação de diversas *técnicas* ( $\tau$ ), nos diferentes registros de representação, justificadas pela *tecnologia* ( $\theta$ ) que se utiliza da *teoria* ( $\Theta$ ) de *polinômios* como objeto de estudo. Mas, o que é uma Sequência Didática?

### 3. SEQUÊNCIA DIDÁTICA

Henriques (2001) compreende a SD como um dos aspectos da Engenharia Didática desenvolvida por Artigue (1988). Esta Engenharia vista como uma metodologia de pesquisa, “caracteriza-se por um esquema experimental baseado em realizações didáticas em sala de aula, isto é, na concepção, na realização, na observação e na análise sequencial de atividades

<sup>2</sup> Regras a respeitar na formação de uma representação semiótica, tais como *regras gramaticais quando se trata de línguas maternas, regras de representação gráfica, regras de cálculos numéricos*.

de ensino” (ARTIGUE, 1988). Geralmente nesta *Engenharia*, o papel do Professor, segundo Douady (1993):

É o do engenheiro que vai realizar um projeto. Este projeto evolui na medida em que ocorrem as trocas professor/alunos em função das escolhas do professor pela experiência na disciplina. A engenharia é o resultado de uma análise preliminar e, ao mesmo tempo, de adaptação do funcionamento dessa análise em condições dinâmicas na sala de aula.

Com base nesta metodologia, na análise institucional e por entender uma sequência didática como um dos aspectos desta engenharia, Henriques (2001) define:

Uma sequência didática é um esquema experimental de situações-problema ou tarefas, realizadas com um determinado fim, desenvolvida por sessões de aplicação a partir de um estudo preliminar (análise institucional) em torno do objeto do saber e de uma análise matemática/didática, caracterizando os objetivos específicos de cada problema/tarefa (HENRIQUES, 2001, p. 22).

Para o autor, as análises matemática/didáticas devem evidenciar as técnicas de realização e controle das *tarefas* que são frutos da praxeologia do objeto de estudo visado, os resultados esperados, os pré-requisitos, as *variáveis didáticas* das situações e as competências necessárias para a realização das tarefas. Tais variáveis possibilitam diferenciar a diversidade de tarefas propostas aos estudantes.

Assim, amparado na engenharia, Henriques (2001) decompõe a SD em cinco etapas: análise preliminar (análise institucional), organização da *sequência*, análise *a priori*, aplicação da *sequência* e análise *a posteriori* e *validação*. Seguindo as descrições do autor, organizamos uma SD constituída de um dispositivo experimental que apresentamos a seguir.

### 3.1 Dispositivo Experimental

O dispositivo experimental que apresentamos a seguir está organizado em duas sessões com cinco tarefas cada, que podem ser propostas aos estudantes de uma instituição de referência como, por exemplo, o curso de Licenciatura em Matemática da UESC.

**Quadro 1: Dispositivo experimental para análise de práticas de estudantes**

|                                                                                                                                                                          |                                                                                                                                                                                                                                                 |                 |  |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------|--|
|                                                                                                                                                                          | Dispositivo experimental para a análise de práticas de estudantes sobre o estudo de derivadas de um polinômio e suas relações na Educação Básica.                                                                                               |                 |  |
|                                                                                                                                                                          | Professor da turma (opcional):                                                                                                                                                                                                                  |                 |  |
|                                                                                                                                                                          | Nome do estudante (opcional):                                                                                                                                                                                                                   | Data:    /    / |  |
| Utilizar os conceitos de derivada e de declive da reta tangente para realizar cada tarefa abaixo, descrevendo e justificando suas estratégias de resolução em cada caso. |                                                                                                                                                                                                                                                 |                 |  |
| Sessão 1: Estudo de Derivadas na Instituição de referência (IES)                                                                                                         |                                                                                                                                                                                                                                                 |                 |  |
| T1.                                                                                                                                                                      | Dado o polinômio $f(x) = c$ , com $c \in \mathbb{R}$ , representar no registro gráfico a derivada de $f$ no ponto de abscissa $x = a$ utilizando o conceito de limite.                                                                          |                 |  |
| T2.                                                                                                                                                                      | Dado o polinômio $f(x) = x^n$ , com $n \in \mathbb{N}$ , representar no registro algébrico a derivada de $f$ no ponto de abscissa $x = a$ utilizando o conceito de limite.                                                                      |                 |  |
| T3.                                                                                                                                                                      | Sejam $f$ uma função polinomial e $c$ uma constante não nula. Utilizando limites, representar no registro algébrico a derivada do produto $cf(x)$ no ponto de abscissa $x = a$ , e escrevê-la em função da derivada de $f$ e da constante $c$ . |                 |  |
| T4.                                                                                                                                                                      | Sejam $f$ e $g$ dois polinômios quaisquer. Utilizando limites, representar no registro algébrico a derivada da soma destas funções no ponto de abscissa $x = a$ , e escrevê-la em função das derivadas de $f$ e de $g$ .                        |                 |  |
| T5.                                                                                                                                                                      | Dado um polinômio $f(x) = x^4 - 3x^2 + 5$ , representar no registro algébrico a derivada de $f$                                                                                                                                                 |                 |  |

|                                                                                                         |                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|                                                                                                         | no ponto de abscissa $x=2$ por duas maneiras distintas: utilizando limites e as propriedades obtidas na realização das tarefas <b>T1</b> , <b>T2</b> , <b>T3</b> e <b>T4</b> .                                                                                                                               |
| <b>Sessão 2: Estudo de Declives (coeficientes angulares) de retas na Instituição de aplicação (IEB)</b> |                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |
| <b>T1.</b>                                                                                              | Dado o polinômio $f(x) = c$ , com $c \in \mathbb{R}$ , descrever e representar no registro algébrico o declive da reta tangente ao gráfico de $f$ no ponto de abscissa $x = a$ .                                                                                                                             |
| <b>T2.</b>                                                                                              | Dado o polinômio $f(x) = x^n$ , com $n \in \mathbb{N}$ , representar no registro algébrico o declive da reta tangente ao gráfico de $f$ no ponto de abscissa $x = a$ .                                                                                                                                       |
| <b>T3.</b>                                                                                              | Seja $m_1$ o declive da reta tangente ao gráfico do polinômio $f(x)$ no ponto de abscissa $x = a$ . Representar no registro algébrico o declive da reta tangente ao gráfico do polinômio $cf(x)$ , onde $c$ é uma constante não nula.                                                                        |
| <b>T4.</b>                                                                                              | Sejam $m_f$ e $m_g$ os declives das retas tangentes aos gráficos de dois polinômios, $f$ e $g$ , no ponto de abscissa $x = a$ . Representar no registro algébrico o declive da reta tangente ao gráfico do polinômio soma de $f$ e $g$ neste ponto.                                                          |
| <b>T5.</b>                                                                                              | Dado um polinômio $f(x) = x^4 - 3x^2 + 5$ , representar no registro algébrico o declive da reta tangente ao gráfico de $f$ no ponto de abscissa $x=2$ utilizando o método das retas tangentes e em seguida as propriedades obtidas na realização das tarefas <b>T1</b> , <b>T2</b> , <b>T3</b> e <b>T4</b> . |

Fonte: Dados da pesquisa interna

O nosso interesse principal neste artigo é tornar explícitas as possíveis relações existentes entre saberes universitários, em particular de derivadas, e saberes que os estudantes tiveram contato nas instituições da Educação Básica, como o declive de reta tangente a uma curva. Com este desígnio, o estudo de práticas de estudantes neste dispositivo torna-se mais produtivo do que o de alunos que hão de estabelecer ainda a relação com as derivadas. Assim, a seguir passaremos ao desenvolvimento da análise a priori e sequencial de cada tarefa proposta na segunda sessão do dispositivo (Quadro 1), com base na *praxeologia* de declive de reta tangente a uma curva em um ponto. Nesta análise, destacamos duas técnicas:

1. **Técnica  $\tau_1$ :** Método da Reta Tangente

Esta técnica refere-se à aplicação sucessiva do teorema de Euclides e dos Polinômios Tangentes na realização de uma tarefa específica que requer a determinação do declive da reta tangente. Esta técnica corresponde na IES ao cálculo de derivadas por definição.

2. **Técnica  $\tau_2$ :** aplicação das propriedades dos declives das retas tangentes

Esta técnica refere-se à aplicação de propriedades adquiridas na realização quatro primeiras tarefas do dispositivo. Esta técnica corresponde na IES ao cálculo de derivadas utilizando as propriedades.

A análise correspondente às tarefas propostas na primeira sessão pode ser encontrada na organização praxeológica de derivadas nos cursos de Cálculo Diferencial e Integral (CDI) nas IES.

### 3.2 Análise a priori

Como vimos na organização de uma sequência didática, a análise a priori requer ao pesquisador apresentar o estudo das condições de realização, a caracterização dos objetivos específicos, as estratégias e as técnicas institucionais de realização de cada tarefa, colocando em evidência as variáveis didáticas, as soluções possíveis, os resultados esperados, os pré-requisitos e as competências. Neste artigo nos limitamos a apresentar os objetivos específicos, as técnicas de resolução e os resultados esperados em cada tarefa proposta na segunda sessão.

A primeira tarefa traz o seguinte enunciado:

**T1.**

Dado o polinômio  $f(x) = c$ , com  $c \in \mathbb{R}$ , descrever e representar no registro algébrico o declive da reta tangente ao gráfico de  $f(x)$  no ponto de abscissa  $x = a$ .

O **objetivo** desta tarefa é estabelecer a regra para o declive do gráfico de uma função constante nos registros algébrico e na linguagem materna com base na visualização gráfica<sup>3</sup>.

Temos que  $f(x) = c$ , com  $c \in \mathbb{R}$ , é uma função constante, cuja representação no registro gráfico é uma reta paralela ao eixo- $x$  passando no ponto de ordenada  $y = c$ . Com efeito, a reta tangente ao gráfico de  $f$  no ponto de abscissa  $x = a$  é coincidente ao próprio gráfico de  $f$ . Assim, o declive desta reta no referido ponto, que denotamos por  $d_{P(a,y)}$ , é igual a zero. Ou seja, para todo polinômio constante, tem-se que  $d_{P(a,f(a))} = 0$  no registro algébrico. Este resultado é equivalente à derivada de uma função constante (cf. a praxeologia de derivada de funções de uma variável em CDI na IES).

**T2.**

Dado o polinômio  $f(x) = x^n$ , com  $n \in \mathbb{N}$ , representar no registro algébrico o declive da reta tangente ao gráfico de  $f$  no ponto de abscissa  $x = a$ .

O **objetivo** desta tarefa é estabelecer uma relação funcional entre o gráfico de um monômio e o declive da reta tangente a esse gráfico no ponto de abscissa  $x = a$ .

Seja  $g(x) = mx + k$ , com  $m$  e  $k$  constantes reais, a representação no registro algébrico da reta tangente ao gráfico da função  $f(x) = x^n$  no ponto de abscissa  $x = a$ . Neste ponto, os valores funcionais de  $g$  e de  $f$  coincidem. Ou seja,  $g(a) = f(a)$ , donde resulta que  $k = f(a) - ma$ . Pelo Teorema dos Polinômios Tangentes, uma função  $h$  dada por  $h(x) = f(x) - g(x)$  é divisível por  $(x - a)^2$ .

$$\begin{aligned} \text{Assim, como } f(x) - g(x) &= x^n - (mx + k) \\ &= x^n - mx - (f(a) - ma) \\ &= x^n - f(a) - mx + ma \\ &= x^n - f(a) - m(x - a) \\ &= x^n - a^n - m(x - a), \end{aligned} \tag{1}$$

temos que

$$h(x) = x^n - a^n - m(x - a). \tag{2}$$

Como estratégia, procederemos com a divisão de  $h(x)$  por  $(x - a)$  duas vezes,

$$\text{obtendo assim, um polinômio } \eta(x). \text{ Ou seja, faremos } \eta(x) = \frac{h(x)}{(x - a)^2} = \frac{h(x)}{(x - a)} \div (x - a).$$

De (2) temos que,

$$\frac{h(x)}{x - a} = \frac{x^n - a^n}{x - a} - m. \tag{3}$$

Tendo em conta que

$$\frac{x^n - a^n}{x - a} = x^{n-1} + ax^{n-2} + \dots + a^{n-2}x + a^{n-1}, \tag{4}$$

de (3) vem a seguinte representação para o quociente:

<sup>3</sup> A visualização gráfica não deve ser entendida como uma representação de uma função ou equação no registro gráfico. Esta representação pode ser mental. Logo, a visualização ocorre em todos os registros de representação possíveis do objeto em jogo.

$$q(x) = \frac{h(x)}{x-a} = x^{n-1} + ax^{n-2} + \cdots + a^{n-2}x + a^{n-1} - m. \quad (5)$$

Se dividíssemos o resultado obtido em (5) por  $(x-a)$  teríamos o quociente  $\eta(x)$  desejado. Mas não é necessário fazer esta divisão, pois o nosso interesse está no resto desta divisão. Com base no Teorema dos Polinômios Tangentes, o resto desta divisão tem de ser igual a zero. Além disso, pelo Corolário do Teorema de Euclides, o resto da divisão de um polinômio qualquer  $p(x)$  por  $(x-a)$  é exatamente  $p(a)$ . Como de (5),  $q(x)$  é polinômio, temos que o resto da sua divisão por  $(x-a)$  é:

$$\begin{aligned} q(a) &= a^{n-1} + a^{n-1} + \cdots + a^{n-1} + a^{n-1} - m. \\ &= na^{n-1} - m. \end{aligned} \quad (6)$$

Mas  $q(a) = 0$ , logo concluímos que  $m = na^{n-1}$ . Este resultado é equivalente à derivada da função  $f(x) = x^n$  no ponto de abscissa  $x = a$  (cf. a praxeologia de derivada de funções de uma variável em CDI na IES).

|            |                                                                                                                                                                                                                                       |
|------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>T3.</b> | Seja $m_1$ o declive da reta tangente ao gráfico do polinômio $f(x)$ no ponto de abscissa $x = a$ . Representar no registro algébrico o declive da reta tangente ao gráfico do polinômio $cf(x)$ , onde $c$ é uma constante não nula. |
|------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

O **objetivo** desta tarefa é estabelecer a relação funcional entre o declive da reta tangente ao gráfico de um polinômio  $f$  no ponto de abscissa  $x = a$  e o declive da reta tangente ao gráfico de um múltiplo escalar de  $f$  no mesmo ponto.

Sejam  $c$  uma constante não nula e  $m_1$  o declive da reta tangente ao gráfico do polinômio  $f$  no ponto de abscissa  $x = a$ . Seja  $g(x) = m_1x + k$  a função correspondente à referida reta tangente. Multiplicar o polinômio  $f$  por  $c$  no registro algébrico, corresponde a “esticar” ou “encolher” (conforme  $|c| > 1$  ou  $|c| < 1$ , respectivamente) a representação de  $f$  no registro gráfico ao longo do eixo- $y$ . Deste modo, o mesmo ocorre com a reta tangente em ambos os registros. Isto se justifica pela conversão e coordenação de representações de funções entre registros. Portanto, a função correspondente à reta tangente ao polinômio  $cf(x)$ , que denotaremos por  $h(x)$ , no ponto de abscissa  $x = a$ , pode ser representada no registro algébrico por  $h(x) = cg(x) = cm_1x + ck$ . Ou seja, o declive da reta tangente ao gráfico do polinômio  $cf$  no ponto de abscissa  $x = a$  é igual a  $cm_1$ . Na praxeologia de derivada de funções de uma variável em CDI na IES, este resultado corresponde à derivada de uma função  $f(x)$  multiplicada pela constante não nula  $c$ .

|            |                                                                                                                                                                                                                                                     |
|------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>T4.</b> | Sejam $m_f$ e $m_g$ os declives das retas tangentes aos gráficos de dois polinômios, $f$ e $g$ , no ponto de abscissa $x = a$ . Representar no registro algébrico o declive da reta tangente ao gráfico do polinômio soma de $f$ e $g$ neste ponto. |
|------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

O **objetivo** desta tarefa é estabelecer a propriedade aditiva dos declives.

Sejam  $m_f$  e  $m_g$  os declives das retas tangentes aos gráficos de dois polinômios,  $f$  e  $g$ , no ponto de abscissa  $x = a$ , e  $y_f(x) = m_fx + k_1$ ,  $y_g(x) = m_gx + k_2$  as funções das respectivas retas. Pelo Teorema dos Polinômios Tangentes, os polinômios  $f(x) - y_f(x)$  e  $g(x) - y_g(x)$  são divisíveis por  $(x-a)^2$ .

Consideremos a função polinomial  $h(x)$  dada por  $h(x) = f(x) + g(x)$ . Seja  $y_h(x) = m_hx + k$  a função correspondente à reta tangente ao gráfico de  $h$  no ponto de abscissa  $x = a$ . Pelo Teorema dos Polinômios Tangentes, o polinômio  $h(x) - y_h(x)$  é

divisível por  $(x-a)^2$ . Mas,

$$h(x) - y_h(x) = f(x) + g(x) - y_h(x). \quad (7)$$

Somando e subtraindo  $y_f(x)$  e  $y_g(x)$  ao segundo membro de (7), temos:

$$h(x) - y_h(x) = f(x) - y_f(x) + g(x) - y_g(x) + (y_f(x) + y_g(x) - y_h(x)). \quad (8)$$

Como os polinômios  $h(x) - y_h(x)$ ,  $f(x) - y_f(x)$  e  $g(x) - y_g(x)$  são divisíveis por  $(x-a)^2$  e  $y_f(x) + y_g(x) - y_h(x)$  é um polinômio de grau inferior a 2, concluímos que  $y_f(x) + y_g(x) - y_h(x)$  deve ser identicamente nulo. Logo,  $y_h(x) = y_f(x) + y_g(x)$ . Donde concluímos que

$$m_h = m_f + m_g.$$

Na praxeologia de derivadas de funções de uma variável em CDI na IES, este resultado corresponde à propriedade da soma de derivadas de duas funções  $f(x)$  e  $g(x)$  em dado ponto de abscissa  $x=a$ .

A quinta e última tarefa do dispositivo traz o seguinte enunciado:

**T5.**

Dado um polinômio  $f(x) = x^4 - 3x^2 + 5$ , representar no registro algébrico o declive da reta tangente ao gráfico de  $f$  no ponto de abscissa  $x=2$  utilizando o método das retas tangentes e em seguida as propriedades obtidas na realização das tarefas **T1**, **T2**, **T3** e **T4**.

O **objetivo** desta tarefa é exemplificar o cálculo do declive de uma reta tangente ao gráfico de um polinômio específico num determinado ponto do seu gráfico, recorrendo às técnicas  $\tau_1$  e  $\tau_2$ .

Vamos resolver inicialmente o problema utilizando o Método das Retas Tangentes. A reta tangente ao gráfico de uma função  $f$  no ponto de abscissa  $x = a$ , é representada, no registro algébrico, por  $y(x) = mx + k$ . Como o gráfico de  $f$  e esta reta são tangentes no ponto de abscissa  $x = 2$ , temos que  $y(2) = 2m + k = f(2) = 9$ , ou seja,  $k = 9 - 2m$ . Portanto,  $y(x) = m(x - 2) + 9$ . Pelo Teorema dos Polinômios Tangentes, o polinômio  $h(x) = f(x) - y(x)$  é divisível por  $(x-2)^2$ . Como  $f(x) = x^4 - 3x^2 + 5$ , temos que  $h(x) = x^4 - 3x^2 - mx - 4 + 2m$ . Assim, devemos efetuar a divisão do polinômio  $h(x)$  por  $(x-2)^2 = x^2 - 4x + 4$ . Ou seja,

$$\begin{array}{r} x^4 + 0x^3 - 3x^2 - mx - 4 + 2m \quad \left| \begin{array}{l} x^2 - 4x + 4 \\ x^2 + 4x + 9 \end{array} \right. \\ \underline{-x^4 + 4x^3 - 4x^2} \phantom{- mx - 4 + 2m} \\ 4x^3 - 7x^2 - mx \phantom{- 4 + 2m} \\ \underline{- 4x^3 + 16x^2 - 16x} \phantom{- 4 + 2m} \\ 9x^2 - (16 + m)x - 4 + 2m \\ \underline{-9x^2 + 36x - 36} \\ (20 - m)x - 40 + 2m \end{array}$$

Como a divisão deve ser exata, o resto tem de ser identicamente nulo, donde concluímos que  $m = 20$ .

A seguir, realizamos a mesma tarefa utilizando as propriedades demonstradas nas tarefas **T1**, **T2**, **T3** e **T4**.

O polinômio  $f(x) = x^4 - 3x^2 + 5$  pode ser visto como a soma de três polinômios:  $f_1(x) = x^4$ ,  $f_2(x) = -3x^2$  e  $f_3(x) = 5$ . Assim, da tarefa **T4** podemos concluir que o declive da reta tangente ao gráfico do polinômio  $f(x)$  no ponto de abscissa  $x = 2$  é igual à soma dos declives das retas tangentes aos gráficos dos polinômios  $f_1$ ,  $f_2$  e  $f_3$ . Da tarefa T2, temos

que o declive do primeiro monômio é igual a  $4 \times 2^3 = 32$ ; das tarefas T2 e T3, temos que o declive do segundo monômio é igual a  $-3 \times 2 \times 2 = -12$ ; e da tarefa **T1**, temos que o declive do último monômio é igual a zero. Assim, o declive da reta tangente ao gráfico da função  $f$  é igual a  $32 - 12 = 20$ . Obtivemos assim o mesmo resultado! Além disso, na praxeologia de derivada de funções de uma variável em CDI na IES, este resultado corresponde à derivada de  $f(x) = x^4 - 3x^2 + 5$  no ponto de abscissa  $x=2$ .

#### 4. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Buscamos com este artigo discutir sobre o estudo da derivada de polinômios sem recorrer à praxeologia proposta nos cursos de Cálculo Diferencial e Integral nas instituições de Ensino Superior. Contudo, mostramos os resultados obtidos nesta praxeologia mobilizando a noção de declive de uma reta tangente a uma curva. Apropriamo-nos do quadro teórico constituído pela abordagem praxeológica, da teoria de registros e dos teoremas sobre divisibilidade de polinômios, para tornar explícita a estreita relação existente entre a derivada de um polinômio num dado ponto e o declive da reta tangente à curva deste polinômio nesse ponto. Acreditamos que a relação entre ambas as noções (derivada e declive) pode, perfeitamente, ser trabalhada e evocada explicitamente no processo ensino-aprendizagem de CDI na Licenciatura de Matemática, de tal sorte que não passe despercebida na relação pessoal dos estudantes com estes conhecimentos, reforçando-se, por conseguinte, os saberes interinstitucionais.

#### 5. REFERÊNCIAS

Artigue, M., Ingénierie didactique. **Recherches en Didactique de Mathématiques**. França, v. 9, no 3, p. 245-308, 1988.

DOUADY, R., L'ingenierie didactique, un moyen pour l'enseignant d'organiser les rapports entre l'enseignement et l'apprentissage. **Cahier de DIDIREM**. França: IREM, Université Paris 7, n. 19, 1993.

DUVAL, R., Registres de représentation sémiotique et fonctionnement cognitif de la pensée. In: DIDACTIQUE ET DE SCIENCES COGNITIVES, 1993, Strasbourg. **Annales de didactique et de sciences cognitives**. França: IREM de Strasbourg, v. 5, p. 35-65, 1993.

HENRIQUES, A. **Dinâmica dos Elementos da Geometria Plana em Ambiente Computacional**. Ilhéus: Editus, 2001.

HENRIQUES, A., ATTIE, J. P. & FARIAS, L. M. S., Referências Teóricas da Didática Francesa: Análise didática visando o estudo de integrais múltiplas com auxílio do software Maple, **Revista Educação Matemática Pesquisa**, vol. 9.1, 2007.

HENRIQUES, A., NAGAMINE, A. & NAGAMINE, C. M. L., Reflexões Sobre Análise Institucional: o caso do ensino e aprendizagem de integrais múltiplas. **Bolema**, Rio Claro (SP), v. 26, n. 44, dez. 2012.

HENRIQUES, A. & SERÔDIO, R., Intervenção de Tecnologias e Noções de Registros de Representação do Estudo de Integrais Múltiplas na Licenciatura em Matemática, In: COLÓQUIO DE HISTÓRIA E TECNOLOGIA NO ENSINO DE MATEMÁTICA, VI,

2013, São Carlos. **Anais do VI Colóquio de História e Tecnologia no Ensino de Matemática (VI HTEM)**. São Carlos, SP: UFSCar, 2013. p. 15-19.

HENRIQUES, A. & ALMOULOUD, S. A., Teoria dos Registros de Representação Semiótica em Pesquisas na Educação Matemática no Ensino Superior: Uma Análise de Superfícies e Funções de duas Variáveis com Intervenção do Software Maple, **Revista Ciência & Educação**, 2015. (In prelo)

IEZZI, G., **Fundamentos de Matemática Elementar**, Vol. 6, São Paulo, Atual Editora Ltda, 1985.



# **DESENVOLVENDO A COMPREENSÃO DO CAMPO MULTIPLICATIVO NO 6º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL- ANÁLISE DO PROCESSO VIVIDO POR LEANDRO**

**Sara Rodrigues Ferraz<sup>1</sup>**

**Ana Cristina Ferreira<sup>2</sup>**

<sup>1</sup> Mestranda em Educação Matemática pela UFOP, sarinhaFerraz@yahoo.com.br

<sup>2</sup> Universidade Federal de Ouro Preto/Matemática, anacf@iceb.ufop.br

## **Resumo**

Este artigo é um recorte de uma pesquisa de Mestrado em andamento cujo propósito é analisar o potencial e as limitações de um conjunto de tarefas construídas a partir da teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud para a aprendizagem das noções de multiplicação e divisão de números naturais. Tal projeto tem como contexto/participantes uma classe do 6º ano do Ensino Fundamental de uma escola pública de Ouro Preto. Dessa forma, apresentamos o processo vivido por Leandro ao longo de quatro meses de desenvolvimento do estudo. Os dados foram coletados por meio de tarefas propostas aos alunos (sondagem, listas de problemas, etc.), bem como por meio do diário de campo construído a partir da observação das aulas e entrevistas realizadas com o aluno. Os resultados evidenciam que o aluno – que no início de 2015 parecia conhecer as operações de adição, subtração e multiplicação razoavelmente, porém, sem demonstrar compreender os procedimentos – gradativamente, passou a selecionar melhor os algoritmos para resolver situações problema, mobilizar alguns conhecimentos necessários ao tratamento das diferentes questões que envolvem o campo multiplicativo, apresentar estratégias e procedimentos demonstrando ter reconhecido tais questões como pertencentes ao campo multiplicativo.

**Palavras-chave:** Educação Matemática, Ensino Fundamental, Campo Multiplicativo, Teoria dos Campos Conceituais.

## **INTRODUÇÃO**

A motivação para essa pesquisa surgiu durante a minha graduação. Como bolsista do PIBID, mantive contato com salas de aula, professores e alunos e, mesmo antes de iniciar a docência, percebi inúmeras dificuldades enfrentadas. Particularmente, me chamou a atenção o fato de que um número significativo de alunos ingressava no 6º ano do Ensino Fundamental sem o domínio das operações básicas, principalmente a multiplicação e a divisão. Também observei que tal situação não era muito distinta nos anos seguintes.

Após me formar, comecei a lecionar, e, tanto em minhas classes quanto nas de colegas, verifiquei como era comum essa situação. Contudo, paralelamente, também observei que, usualmente, o trabalho com as operações elementares privilegiava as técnicas operatórias dos algoritmos, por meio de exercícios repetitivos, em detrimento da compreensão dos algoritmos e situações que pudessem ampliar o conhecimento acerca de tais operações. Essa metodologia não ajudava na superação dos problemas, mas antes, ao contrário, reforçava-os.

Ao ingressar no Mestrado Profissional em Educação Matemática da Universidade Federal de Ouro Preto, me propus a investigar essa problemática e a buscar alternativas para a mesma. Assim, procurei me aproximar da realidade ouropretana, buscando conhecer melhor a situação dos alunos que ingressavam no 6º ano do Ensino Fundamental.

No início de 2014, convidei alguns colegas que atuavam, como eu, com 6ºs anos em escolas estaduais de Ouro Preto para, juntos, realizarmos uma sondagem de conhecimentos matemáticos (especificamente voltados para as operações de adição, subtração, multiplicação e divisão de números naturais) em nossas classes. O propósito era conhecer os conhecimentos que os alunos traziam consigo dos anos iniciais para melhor planejarmos nossas aulas. Além disso, eu também procurava definir o foco do meu estudo.

Os resultados obtidos na sondagem indicaram que os alunos estão chegando ao 6º ano do Ensino Fundamental nas escolas estaduais de Ouro Preto com sérias dificuldades nas operações básicas, principalmente na multiplicação por dois algarismos e na divisão. Além disso, observamos que os alunos apresentaram maior dificuldade nas questões que envolviam situações problema.

Diante desse cenário, o desenvolvimento dessa pesquisa tem como principal interesse analisar possíveis contribuições de tarefas construídas a partir da Teoria dos Campos Conceituais para a aprendizagem de conceitos relacionados ao campo multiplicativo.

A escolha da Teoria dos Campos Conceituais de Gerard Vergnaud se deve ao seu poder explicativo em relação à compreensão dos campos conceituais e, em especial, à dificuldades relacionadas à aprendizagem dos conceitos associados ao campo multiplicativo.

Um campo conceitual é "um conjunto informal e heterogêneo de problemas, situações, conceitos, relações, estruturas, conteúdos e operações de pensamento, conectados uns aos outros e, provavelmente entrelaçados durante o processo de aquisição" (VERGNAUD 1990, p.8).

Nessa perspectiva, nos interessa particularmente o campo conceitual das estruturas multiplicativas, que vão além das operações de multiplicação e divisão, envolvendo diversos conceitos necessários ao tratamento das diversas situações envolvidas nesse campo. De acordo com Vergnaud (2014), numerosas classes de problemas podem ser identificadas segundo a forma da relação multiplicativa, ou seja, as relações que comportam uma de multiplicação ou uma divisão, de acordo com caráter discreto ou contínuo das quantidades em jogo, de acordo com as propriedades dos números utilizados, etc.

Para Vergnaud (2014) um conceito não pode ser visto como o resultado de uma definição e sim como um produto de experiências. Dessa forma, os conhecimentos matemáticos traçam seus sentidos a partir de uma variedade de situações. Cada situação não pode ser analisada com a ajuda de apenas um conceito e nem um só conceito nem uma situação isolada dá conta de todo o processo de aquisição de um conhecimento, daí segue a ideia de campos conceituais.

Portanto, as atividades desenvolvidas durante o processo da pesquisa de campo foram fundamentadas nas diferentes abordagens apresentadas por Vergnaud para trabalhar o campo multiplicativo. Além disso, havia a intenção de procurar, na medida do possível, propor situações vinculadas ao cotidiano ou que pudessem promover reflexões acerca de temas socialmente relevantes (ex. meio ambiente, consumo, etc). Apresento a seguir o processo vivenciado por um aluno de 6º ano do Ensino Fundamental ao longo de quatro meses.

## DESCRIÇÃO DO PROCESSO VIVIDO POR LEANDRO

Leandro tinha 12 anos quando o projeto foi desenvolvido, logo, está dentro da faixa etária considerada ideal para o 6º ano do Ensino Fundamental. Esse é seu primeiro ano na escola onde desenvolvemos a pesquisa, uma vez que veio de outra escola pública, na qual cursou os anos iniciais do Ensino Fundamental. É um aluno frequente, participante e não apresenta problemas de indisciplina.

A escolha desse aluno se justifica pelo fato de ter participado de todo o processo da pesquisa, tendo realizado as tarefas propostas nos quatro meses de trabalho.

O desenvolvimento das tarefas baseou-se nas diferentes abordagens propostas por Vergnaud para o campo multiplicativo. Para ele, o campo multiplicativo se refere a um conjunto informal e heterogêneo de situações, cuja análise e tratamento requerem uma ou várias multiplicações e divisões, e um conjunto de conceitos e teoremas que permitem analisar situações, como por exemplo, proporção simples e múltipla, função linear e não linear, razão, quociente, produto de dimensões, combinação, função, multiplicação e divisão (VERGNAUD, 1990, p.8).

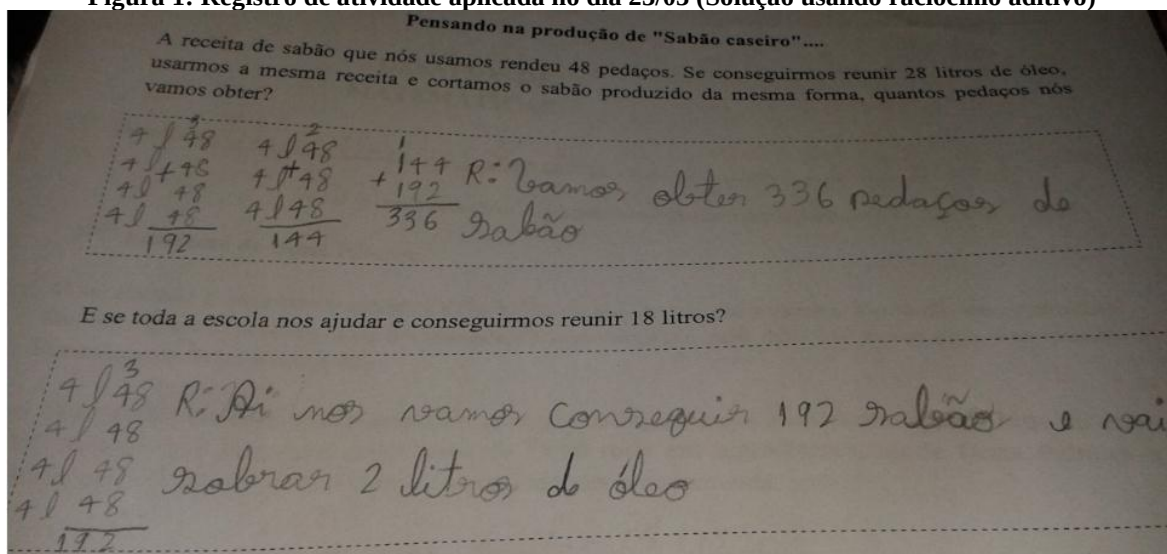
É importante ressaltar que, antes de iniciarmos o projeto, realizamos uma sondagem – conjunto de tarefas construído com base na Teoria dos Campos Conceituais – com o objetivo de identificar os conhecimentos que os alunos do 6º ano traziam consigo a respeito da multiplicação e divisão de números naturais no que diz respeito à resolução de problemas e conhecimento do algoritmo.

Na sondagem, Leandro apresentou dificuldade em algumas classes de problemas propostos, como por exemplo, produto de medidas e na resolução do algoritmo da divisão, sobretudo na divisão por dois algarismos.

Nas primeiras atividades desenvolvidas, o aluno conseguia resolver os problemas que envolvem proporção simples usando o raciocínio aditivo. Os problemas de proporção simples "trazem situações em que se tem uma relação de proporcionalidade entre quatro grandezas -duas a duas da mesma espécie- que estão relacionados por uma taxa entre as grandezas de diferentes espécies"(Gitirana, et al 2014, p.55). Além disso, podem ser distinguidas em situações de um para muitos, partição, cotição e quarta proporcional.

A seguir apresento, a estratégia usada por Leandro em um problema que envolve proporção simples:

**Figura 1: Registro de atividade aplicada no dia 23/03 (Solução usando raciocínio aditivo)**



[Fonte: arquivo pessoal da autora]

Nesse registro, Leandro demonstra ter compreendido o problema realizando ao mesmo tempo uma correspondência entre a quantidade de óleo e o número de pedaços de sabão produzidos, mas parece se sentir mais confortável com adições sucessivas que com multiplicações.

Os registros produzidos são apenas ‘a parte visível’ do esquema, ou seja, a sua produção matemática envolve operações de pensamento que podem ser mais bem identificadas quando seu autor as explica. Sendo assim, o esquema é na maioria das vezes uma construção mais ampla e complexa do que a apresentada no papel.

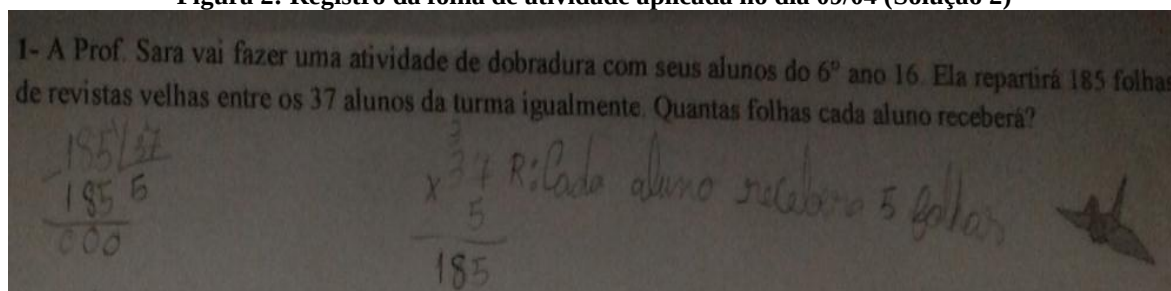
Se analisarmos com mais cuidado a situação, podemos inferir os teoremas em ação – relações matemáticas que o aluno levou em consideração para resolver o problema proposto – e os conceitos em ação – conceito-em-ação é uma categoria de pensamento considerada como pertinente – utilizados pelo aluno. Tais elementos são componentes essenciais na construção dos esquemas e, muitas vezes, não são explicitados pelos alunos.

Os teoremas em ação identificados nessa solução são o algoritmo da adição e a correspondência entre 4 litros de óleo e 48 pedaços de sabão. Além disso, existem vários conceitos-em-ação implícitos na compreensão dessa situação, porém, a solução apresentada pelo aluno sugere o desenvolvimento dos conceitos-em-ação de soma, composição, união, reconhecimento do estado inicial de parcelas a adicionar e valor limite, etc. Naturalmente, esse teorema da adição e da correspondência funcionam porque de fato a composição de 4 litros de óleo até completar os 28 litros associados a devida correspondência feita pelo aluno entre a quantidade de óleo e a quantidade de pedaços de sabão são simples de ser percebida, porém limitada pois não seria facilmente aplicada a valores numéricos maiores.

No decorrer da pesquisa de campo, o aluno foi desenvolvendo competências e habilidades que evidenciam uma evolução na organização de seus invariantes, o que permitiu ao aluno usar estratégias mais econômicas, sendo capaz de optar pelo raciocínio multiplicativo para resolver problemas desse tipo.

Apresentamos a seguir dois registros feitos por Leandro ao longo de algumas semanas de trabalho:

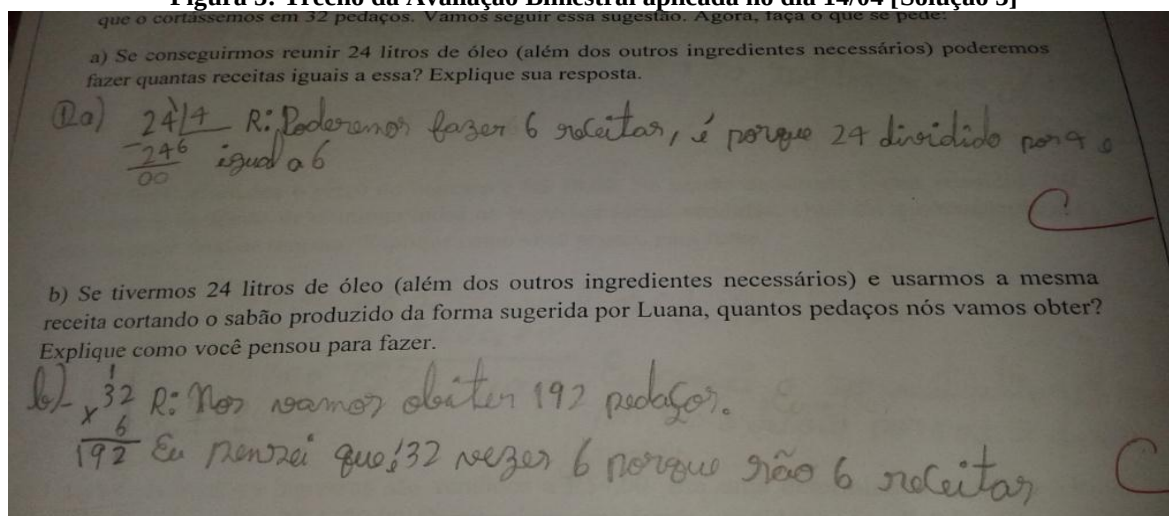
**Figura 2: Registro da folha de atividade aplicada no dia 09/04 (Solução 2)**



[Fonte: Arquivo pessoal da pesquisadora]

Nesse registro, Leandro usou dois procedimentos distintos. O primeiro deles, o algoritmo tradicional da divisão e o segundo uma multiplicação que pode ter sido usada como prova real. Essa solução sugere uma associação entre as operações de multiplicação e divisão, o que dá indícios de uma compreensão da relação entre essas operações.

**Figura 3: Trecho da Avaliação Bimestral aplicada no dia 14/04 [Solução 3]**



[Fonte: Arquivo pessoal da pesquisadora]

Nessa atividade avaliativa, procurei abordar questões semelhantes (no sentido de possuírem uma estrutura parecida) às que foram vivenciadas pelos alunos em sala de aula. Meu intuito era avaliar o trabalho desenvolvido e planejarmos os próximos passos da pesquisa.

Em relação à solução apresentada, é possível notar que o aluno apresenta como procedimento o algoritmo da divisão e da multiplicação, o que representa uma mudança significativa nas estratégias utilizadas anteriormente por ele. É possível identificar em seus registros que os teoremas em ação passam a ser os algoritmos da divisão e multiplicação (quando antes se restringiam ao algoritmo da adição). Também observamos uma mobilização de conceitos em ação tais como proporção através da relação um para muitos, razão, cotição, etc.

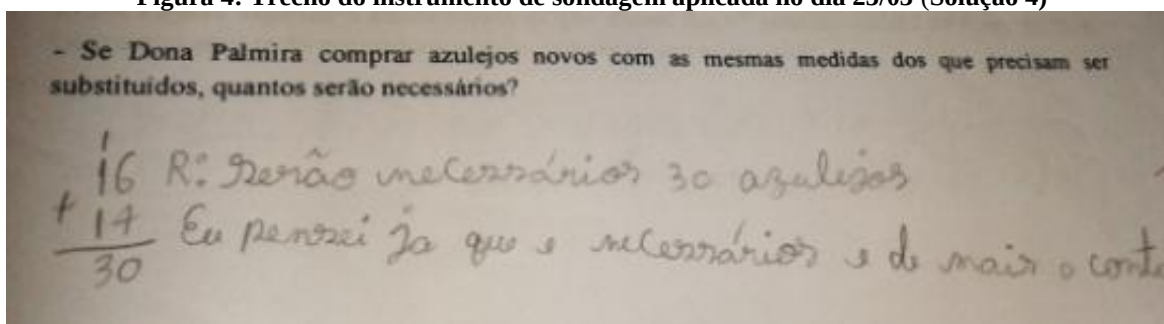
Os problemas de Produto Cartesiano envolvem o produto de duas ou mais grandezas obtendo uma nova grandeza. As situações pertencentes a essa classe envolvem por ex., cálculo de área ou de volume; combinações nas quais uma nova grandeza é obtida como produto de duas ou mais grandezas, sem que uma dependa da outra.

Nessa classe de problemas, Leandro percorreu um caminho de tentativas, das noções intuitivas que ele tinha de área, passando pela ideia de perímetro, chegando a uma compreensão mais elaborada desses conceitos.

É importante destacar que antes de propor os problemas que envolvem cálculos de área, procurei explorar com os alunos situações que envolvem a organização retangular (ex. disposição de um espaço retangular em filas e colunas, disposição de azulejos na parede, etc).

No instrumento de sondagem aplicado no dia 23/02 propus uma questão envolvendo configuração retangular. A seguir apresento o registro da solução desse aluno.

Figura 4: Trecho do instrumento de sondagem aplicada no dia 23/03 (Solução 4)

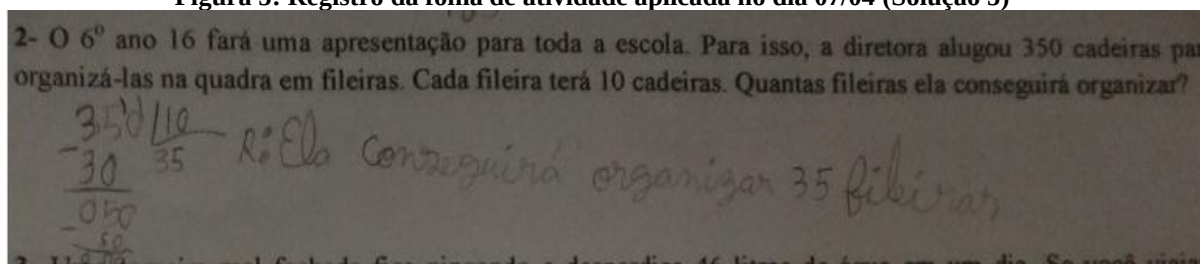


Fonte: Arquivo pessoal da pesquisadora.

O problema trazia as seguintes informações: a parede continha 16 azulejos no comprimento e 14 na altura. Leandro apenas somou os números fornecidos. Sua resposta tanto pode sugerir que o aluno levou em consideração apenas a troca de azulejos de uma fila e uma coluna, não analisando a composição de toda a parede, quanto pode significar que o aluno não compreendeu a situação e apenas aplicou aos numerais disponíveis (dados do problema) o algoritmo que lhe pareceu mais adequado.

Ao longo do trabalho, outras situações envolvendo organização retangular foram exploradas. Gradativamente, o aluno vai demonstrando maior habilidade na resolução desse tipo de problemas.

Figura 5: Registro da folha de atividade aplicada no dia 07/04 (Solução 5)



Fonte: Arquivo pessoal da pesquisadora

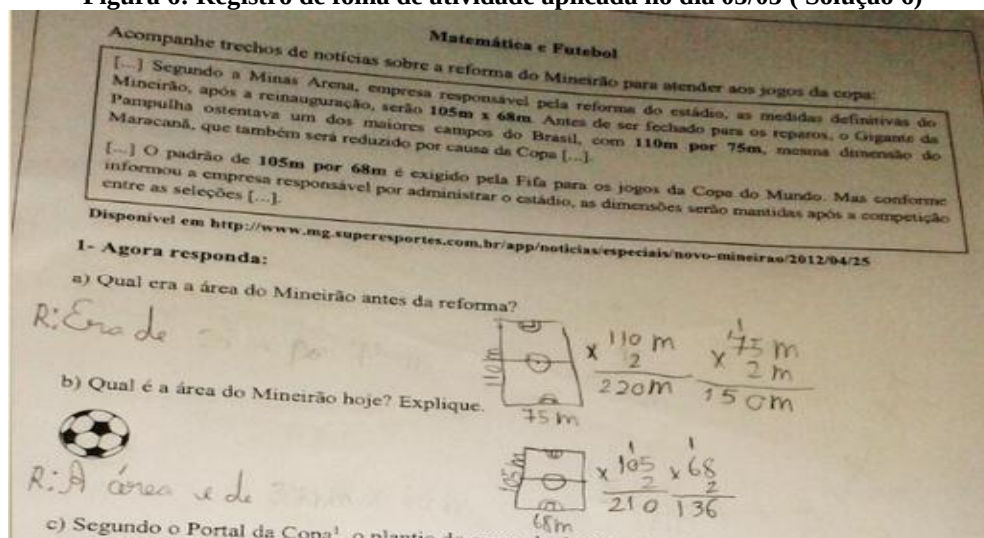
A questão acima foi proposta aos alunos depois de terem sido exploradas os problemas que envolvem a organização retangular em que o todo é desconhecido. Dessa forma, ela pode ser entendida como uma variação desse tipo de problema em que o total de cadeiras e a quantidade de cadeiras por fila é conhecida é deseja-se descobrir a quantidade de filas necessárias.

Procuramos explorar as atividades que envolvem organização retangular antes de propor questões envolvendo cálculo de área. Ao apresentar uma situação problema envolvendo o cálculo de área, observei que Leandro não havia resolvido por não saber o que era área (conforme nos explicou). Tal observação me mobilizou no sentido de proporcionar situações aos alunos que lhes permitissem compreender essa noção.

Aproveitei o interesse e a solicitação de alguns alunos de uma atividade relacionada ao futebol e propus uma situação problema. Apresento a seguir, os registros de Leandro para as mesmas.



Figura 6: Registro de folha de atividade aplicada no dia 05/05 ( Solução 6)



Fonte: Arquivo pessoal da pesquisadora

O aluno utiliza o algoritmo da multiplicação, multiplicando cada uma das dimensões do campo por dois, uma vez que os lados do campo dois a dois possuem as mesmas medidas. Ele parece considerar a ideia de perímetro ao utilizar essa estratégia, contudo, até esse momento, as noções de área e perímetro ainda não haviam sido estudadas formalmente.

Assim como Leandro, a maioria dos alunos desconhecia a noção de área. Propus então uma tarefa na qual utilizamos papel quadriculado para representar retângulos de dimensões dadas (4 x 8, 5 x 9, 3 x 4). Em seguida, discutimos a quantidade total de quadradinhos contidos em cada retângulo. De modo breve, mas articulado ao trabalho, apresentei as noções de área e perímetro. Continuei a discussão explorando o piso da sala de aula, contando as lajotas do chão com os alunos, propondo a construção de um desenho para representá-lo, etc.

Retomei então a atividade da área do campo de futebol. Apresento a seguir o trecho da conversa com os alunos no qual Leandro se manifesta demonstrando suas concepções a respeito do cálculo de área.

\_ Pessoal, se lembram da questão do campo de futebol? Como que calcula a área do campo de futebol, então? Diz a pesquisadora.

\_ Ô professora, mais o campo de futebol não é quadriculado! (responde Leandro sentado no fundo da sala).

\_ Sim, Leandro! No desenho não está quadriculado, mas é como se estivesse dividido em pedaços de 1 metro de comprimento por 1 metro de largura (explica a professora com o auxílio de um desenho feito no quadro representando o campo de futebol).

\_ Eu já entendi. Então, professora, não é só contar os lados duas vezes como eu tava pensando! É como se fosse o espaço todo

\_ Sim, quando você faz da forma que fez antes, está levando em consideração só o contorno do campo, nesse caso chamamos de perímetro.

Em seguida, propus algumas situações problema para os alunos.

**Figura 7: Registro da folha de atividades aplicada no dia 25/05(Solução 7)**

Veja a imagem da planta da cozinha da casa de Pedrinho e o modelo do piso que ele pretende colocar

a) Quantas peças desse piso caberão enfileirados no maior lado da cozinha?  
(Obs. desconsidere o rejunte)

a)  $600 \div 30 = 20$   
R: 30 peças de piso no lado maior da cozinha

b) E no lado menor?

b)  $500 \div 20 = 25$   
R: 25 peças de piso no lado menor da cozinha

c) De quantas peças desse piso o pai de Pedrinho precisará para cobrir todo o chão da cozinha?

c)  $20 \times 25 = 500$   
R: 500 peças de piso

Fonte: Arquivo pessoal da pesquisadora

O procedimento apresentado por Leandro é representado através do algoritmo tradicional da divisão nas letras a e b, e da multiplicação na letra c. Para resolver esse tipo de situação ele parece utilizar vários conceitos implícitos como o de razão, relação parte todo, multiplicação e divisão.

**Figura 8: Registro da folha de atividades aplicada no dia 25/05(Solução 8)**

f) A mãe de Pedrinho preferiu outro tipo de piso. Ela gostou de um piso de 20cm por 30cm. Se a família optar por ela, quantas lajotas serão necessárias para cobrir todo o chão da cozinha?

f)  $600 \div 30 = 20$   
 $500 \div 20 = 25$   
 $20 \times 25 = 500$   
R: Serão necessárias 500 lajotas

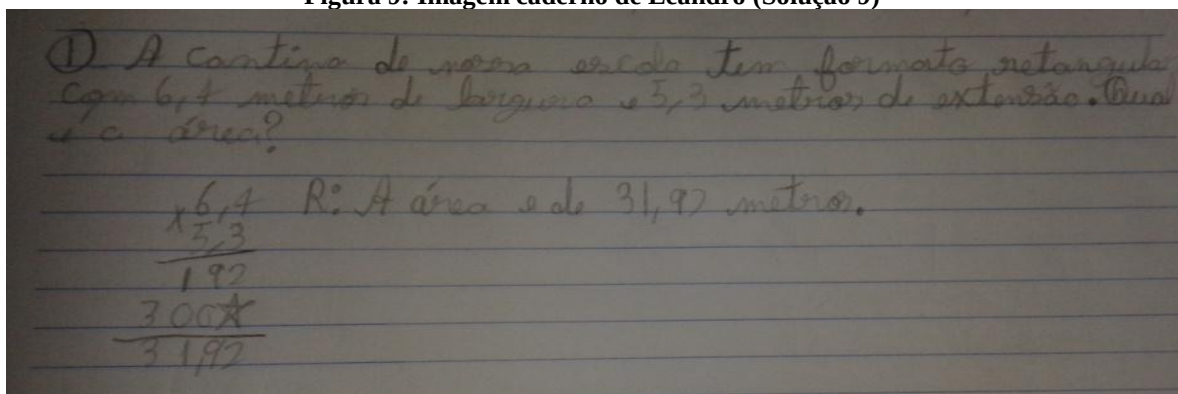
Fonte: Arquivo pessoal da pesquisadora

Em seguida, propus uma situação semelhante, porém, com uma lajota em formato diferente. Meu objetivo era perceber como o aluno organizaria seu pensamento em busca da solução da situação proposta. Dependendo da forma como a lajota fosse disposta no chão da cozinha, poderia ser necessário fazer recortes na peça, mas é possível observar que Leandro usou as mesmas estratégias apresentadas na solução da questão apresentada anteriormente. Ou seja, o aluno dispôs a peça no espaço apresentado, encontrou a quantidades de lajotas enfileiradas no maior e menor lado da cozinha através do algoritmo da divisão e em seguida calculou o total de peças necessárias para cobrir todo o piso através do algoritmo da multiplicação.

No dia 29/05 propus novamente uma questão envolvendo cálculo de área, porém, desta vez, envolvendo números decimais.



Figura 9: Imagem caderno de Leandro (Solução 9)



Fonte: Arquivo pessoal da pesquisadora

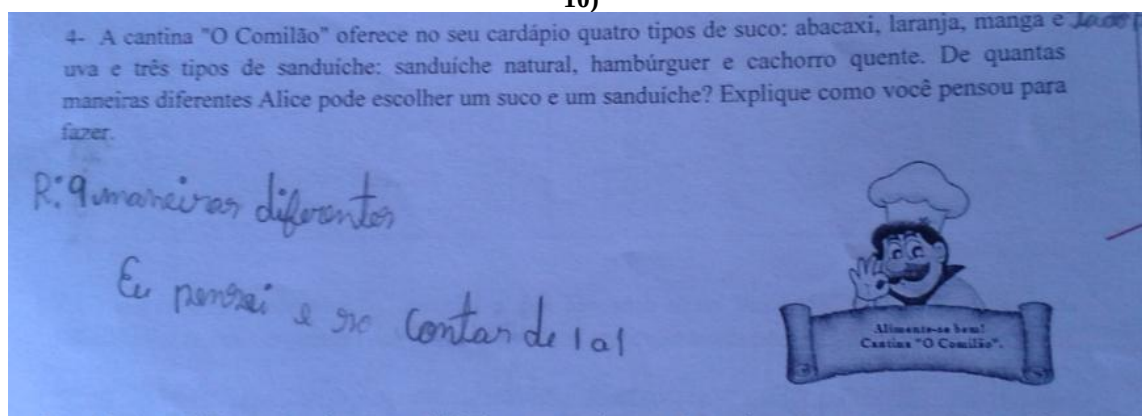
Leandro utiliza o algoritmo da multiplicação, o que sugere uma compreensão do problema e certo conforto em relação à operação, porém, comete um erro no desenvolvimento do algoritmo esquecendo do "vai um" ao multiplicar pelo segundo algarismo.

Os problemas de combinatória são outros tipos de situações que dão significado à multiplicação. Porém, assim como os problemas envolvendo o cálculo de área, também eram desconhecidos para os alunos que não demonstravam ter lidado com esse tipo de situação antes.

Procurei, ao longo do desenvolvimento do trabalho de campo, proporcionar aos alunos algumas experiências com esse tipo de situação. Também sugeri o uso de desenhos que representassem as situações descritas como uma forma de ganhar compreensão acerca desse tipo de problema e usei material em algumas tarefas.

Na maioria das atividades propostas, pedi aos alunos que explicassem como pensaram para fazer. E, embora saibamos que nem sempre é possível expressar através de palavras ou representações aquilo que se pensa, me parece que os registros de Leandro oferecem pistas acerca de suas estratégias e raciocínio. Leandro, inicialmente, parece resolver situações em envolvem combinatória contando as possibilidades 1 a 1, como se observa em suas justificativas a seguir.

Figura 10: Imagem do instrumento de sondagem aplicado no dia 23/03 ( Solução 10)



Fonte: Arquivo pessoal da pesquisadora

A contagem é uma estratégia comum usada por muitos alunos, assim é importante que eles desenvolvam esquemas que lhes possibilite reconhecer esses problemas como situações que envolvem o raciocínio multiplicativo. No caso de Leandro, na sondagem aplicada no início do ano, não é possível afirmar que o aluno reconhece tais situações como articuladas a multiplicação, uma vez que ele não faz o uso de uma representação para auxiliá-lo e apresenta respostas diretas que não me permitem perceber claramente o raciocínio envolvido, como ilustrado a seguir.

**Figura 11: Imagem do caderno de Leandro (Solução 11)**

3) Marina ganhou de presente de aniversário 2 blusas de sua tia, 1 calça da sua madrinha, 1 saia de sua mãe e um short de sua avó.

a) De quantas maneiras diferentes é possível combinar essas roupas, sem repeti-las?

b) Trocando somente de calça e blusa, Maria pode ter 15 trajes diferentes. Ela tem três calças, quantas blusas ela tem?

3) a) 6 maneiras diferentes.  
b) R: Ela tem 5 blusas

Fonte: Arquivo pessoal da pesquisadora

No presente estudo, não era meu propósito trabalhar com todas as classes de problema possíveis no campo multiplicativo por questões de tempo e pelo grau de complexidade de algumas delas. Contudo, procurei proporcionar aos alunos o contato com situações variadas, mesmo que envolvessem noções não abordadas formalmente. A maior ênfase, entretanto, estava nas classes proporção simples, comparação multiplicativa e produto de medidas.

Outro aspecto a ser destacado é que assim como as outras classes de problemas, os que envolvem combinatória existem variações, na presente pesquisa não nos preocupamos em aprofundar nessas questões uma vez que elas demonstram certa complexidade, exigindo tempo e maturação, além disso esse tipo de situação demonstrou ser novidade para a maioria dos alunos e sentimos seria necessário explorar outras classes de problemas que ainda precisavam ser amadurecidas por boa parte dos alunos.

Em síntese, é possível afirmar que Leandro parte de um momento no qual usava o raciocínio aditivo no tratamento das questões do campo multiplicativo, não dispunha de todos os conhecimentos necessários ao tratamento dessas questões, demonstrava insegurança ao usar o algoritmo da divisão para outro no qual compreende de forma mais consistente as situações apresentadas, escolhe de modo mais adequado os algoritmos necessários para resolvê-las, e evidencia um maior domínio dos algoritmos da multiplicação e divisão. Além disso, as soluções apresentadas pelo aluno sugerem a mobilização de conhecimentos necessários ao tratamento das questões que antes o aluno não dispunha, como por exemplo nas situações que envolvem produto de medidas.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

A análise da trajetória percorrida por Leandro ao longo dos quatro meses de trabalho evidencia a importância de colocar o aluno frente a uma diversidade de problemas

nas quais multiplicação e a divisão assumem significados diferentes, favorecendo a ampliação de seu repertório de conhecimentos.

Além disso, ao considerar a construção do conhecimento matemático por parte do aluno como foco da prática pedagógica, o professor se concentra em compreender como pensa o aluno e quais são suas dificuldades para propor tarefas pertinentes e significativas do ponto de vista da mobilização de saberes e aprendizagem matemática.

É possível perceber que o aluno demonstrou um desenvolvimento na sua forma de pensamento o que lhe permitiu usar estratégias mais econômicas, passando a usar o raciocínio multiplicativo e compreender de forma mais consistentes as situações apresentadas.

Outro aspecto que merece menção é a dinâmica das aulas. Criar um espaço frequente no qual o aluno possa refletir, trabalhar na resolução de problemas, explicar seu raciocínio e aprender a argumentar, aliado ao hábito do professor de questionar mais que responder diretamente se uma resolução está correta ou não, pode ser extremamente rico para o desenvolvimento da autonomia, confiança na própria capacidade e para a própria aprendizagem matemática.

O desenvolvimento dessa pesquisa tem trazido ganhos tanto em termos acadêmicos e científicos quanto profissionais. Percebi, dentre outras coisas, a importância de socializar e discutir diferentes estratégias usadas pelos alunos em busca da solução dos problemas propostos, uma vez que esse momento possibilita aos alunos a valorização de procedimentos próprios, bem como mudar a concepção do certo e errado.

De modo geral, o caso de Leandro sugere que é importante promover a reflexão por parte dos alunos e proporcionar-lhes um ambiente educacional rico em oportunidades de natureza variada, permitindo-lhes exercitar seu raciocínio e criatividade. Além disso, esse estudo, embora não generalizável, evidencia a possibilidade de mudança e crescimento em relação à compreensão e aplicação das operações básicas – em especial a multiplicação e a divisão – bem como da leitura e interpretação de problemas por meio de tarefas simples, porém, construídas com base em um referencial que valoriza a possibilidade de se envolver em uma variedade de experiências como caminho para construir a aprendizagem em um campo conceitual.

## REFERÊNCIAS

MAGINA, S.; CAMPOS, T.; NUNES, T.; GITIRANA, V. **Repensando Adição e subtração: Contribuições da Teoria dos Campos Conceituais**, São Paulo: PROEM, 2001.

MAGINA, S. **Contribuições da Teoria dos Campos Conceituais para a formação de Conceitos Matemáticos**, 2001.

MOREIRA, M. A. **A teoria dos campos conceituais de Vergnaud, o ensino de ciências e a pesquisa nesta área**. Revista Investigação em Ensino de Ciências, v.7, 2002, p.7-29.

GITIRANA, V.; MENDONÇA, T. M.; MAGINA, S.; SPINILLO, A. **Repensando a multiplicação e divisão: contribuições da teoria dos campos conceituais**. 1. ed. São Paulo: PROEM, 2014.

VERGNAUD, G. **La teoria de los campos conceptuales**. CNRS y Université René Descartes. Recherches en Didáctique des Mathématiques, Vol. 10,nº 2, 3, pp. 133-170, 1990

VERGNAUD, G. **A criança, a matemática e a realidade: problemas do ensino da matemática na escola elementar**. Gerard Vergnaud; tradução Maria Lucia Faria Moro. 3. ed. Curitiba: Ed. da. UFPR, 2014.

BITTAR, M.; MUNIZ, C. A. **A aprendizagem matemática na perspectiva da teoria dos campos conceituais**. 1. ed. Curitiba: CRV, 2009.

# **DIVISÃO DE FRAÇÕES: É POSSÍVEL DIVIDIR SEM MULTIPLICAR!**

**Rafael Vaz**

IFRJ/Paracambi, rafael.vaz@ifrj.edu.br

## **RESUMO**

Este artigo apresenta algumas reflexões sobre o ensino de Matemática, mais precisamente, sobre o ensino de divisão de frações. Trazendo questionamentos sobre a postura ultrapassada adotada pelos professores, possivelmente oriunda dos atuais livros didáticos, que ainda hoje supervalorizam a memorização das regras e de procedimentos operatórios. Em contrapartida, os conceitos fundamentais para a aprendizagem de frações não são ensinados da forma mais adequada a luz das ideias construtivistas. No caso específico das frações, o artigo fornece diversas possibilidades para o ensino deste tópico, percorrendo a divisão com o auxílio de representações de frações, comumente encontradas nos livros didáticos, até a construção do algoritmo da divisão de frações, o qual transforma a divisão em uma multiplicação de frações.

## **INTRODUÇÃO**

Nas escolas básicas, particulares e públicas, é possível constatar uma estrutura padronizada e engessada no qual grande parte do ensino de Matemática está inserido. O ensino de Matemática apresenta deficiências e carências que percorrem a baixa qualidade de alguns livros didáticos, o desinteresse dos estudantes e as falhas na formação e capacitação docente. Aulas expositivas que apresentam uma sequência didática comum, que se inicia com uma abordagem teórica do professor, o detentor do conhecimento, seguida de alguns exemplos e exercícios de fixação.

Se constata uma tendência por parte de professores, principalmente os de Matemática, a considerar que a aprendizagem é exclusivamente e diretamente proporcional a quantidade de exercícios resolvidos pelo estudante. Essa ideia parece estar, ainda hoje, inserida na prática pedagógica do professor, na qual os procedimentos operatórios e a memorização de regras são supervalorizados em detrimento da compreensão dos conceitos pertinentes, mesmo que diversas pesquisas apontem para uma falência deste modelo.

O aluno aprende a somar frações com denominadores diferentes, a igualar denominadores usando o menor múltiplo comum para, muitas vezes sem compreender qual a relação entre as novas frações que serão somadas e as frações anteriores. Na divisão de frações o estudante aprende que para dividir duas frações há uma espécie de “receita de bolo”, que consiste em multiplicar a primeira fração pelo inverso da segunda, mesmo que esse algoritmo não faça nenhum sentido. Para Wu (p.2, 1999) existem problemas que persistem no ensino de frações, como por exemplo, as regras das quatro operações aritméticas em frações parecem ser feitas numa exclusivamente para explicar o fenômeno que descrevem, sem relação com as quatro operações usuais em inteiros positivos com que os alunos estão familiarizados.

## A DIVISÃO DE FRAÇÕES

A notação de fração ( $a/b$ ) pode, e provavelmente tem, um significado natural para um professor de Matemática, porém talvez o mesmo não aconteça a um estudante das séries iniciais, pois dois números  $a$  e  $b$  estão formando um outro número de significado e características distintas. Os “números racionais constituem-se em um dos temas de construção mais difícil, pois sua compreensão envolve uma variedade de aspectos que se configuram como obstáculos ao seu pleno domínio”. (Campos; Rodrigues, p.69, 2007).

Para Wu (p.2, 1999) o fraco desenvolvimento conceitual é um fator prejudicial no ensino de frações, pois segundo o autor:

- (1) O conceito de fração nunca é definido claramente e suas diferenças com os números inteiros não é enfatizada suficientemente.
- (2) As complexidades conceituais associadas ao emprego de frações são enfatizadas desde o início em detrimento do conceito básico.
- (3) As regras das operações aritméticas com frações são apresentadas sem relacioná-las às regras das operações com números inteiros, com os quais os alunos têm familiaridade.
- (4) Em geral, explicações matemáticas essenciais de quase todos os aspectos do conceito de fração não são dadas.

Apesar das diversas pesquisas apontarem há algumas décadas para complexidade do tema, o ensino de frações é trabalhado exclusivamente nas séries iniciais, até o sexto ano do ensino fundamental.

*Um dos problemas que detectamos no ensino de frações, é o fato de que seu ensino tem estado restrito até o final da 6ª série. Parece estar implícito neste tipo de organização curricular, uma “reserva de mercado”, característica dos currículos anteriores aos PCN, em que frações são tratadas nas 4ª e 5ª séries, razões e proporções na 6ª, álgebra na 7ª, e funções na 8ª. (LOPES, p.10, 2008)*

Esta organização curricular denota a crença na aprendizagem como sendo um processo linear e sequencial de acúmulo dos conteúdos. Após as aulas de frações no 6º ano os estudantes passariam a dominar este conteúdo nas séries seguintes. O que se constata na prática é uma situação inversa.

*Embora as representações fracionárias e decimais dos números racionais sejam conteúdos desenvolvidos nos ciclos iniciais, o que se constata é que os alunos chegam ao terceiro ciclo sem compreender os diferentes significados associados a esse tipo de número e tampouco os procedimentos de cálculo, em especial os que envolvem os racionais na forma decimal. (BRASIL, p.100-101, 1997)*

Os professores do século XXI ainda trazem consigo concepções antigas transmitidas através das gerações. “Ensinar como aprendi” é uma prática pedagógica comum. Para tornar a situação mais complexa os alunos de hoje em dia possuem muitos motivos para estarem desatentos ou desinteressados, afinal os smartphones, a internet, e as redes sociais são muito mais atraentes que as aulas do século XIX que ainda são ministradas.

*O ensino de frações tem sido praticado como se nossos alunos vivessem no final do século XIX, um ensino marcado pelo mecanicismo, pelo exagero na prescrição de regras e macetes, aplicações inúteis, conceitos obsoletos, “carroções”, cálculo pelo cálculo. Esta fixação pelo adestramento empobrece as aulas de matemática, toma o lugar de atividades instigantes e com potencial para introduzir e aprofundar ideias fortes da matemática. (LOPES, p.20-21, 2008)*

As frações são apresentadas aos alunos em uma sequência estática comumente encontrada nos livros didáticos: primeiro a notação usual de fração ( $a/b$ ) atrelada à nomenclatura e as representações diagramáticas para a construção do significado, nas quais, a fração é apresentada como parte de uma unidade contínua (barras retangulares e pizzas). Em seguida, surgem os dois tópicos que parecem ser as metas do ensino de frações: as operações entre frações e a fração como um operador visando a resolução dos problemas.

*Em linhas gerais, o ensino de frações tem se caracterizado por uma ênfase no simbolismo e na linguagem matemática, na aplicação mecânica de algoritmos (sobretudo na aritmética de frações) e no uso de representações diagramáticas. (MAGINA et al, p.414, 2009)*

Pesquisadores concordam que as representações relacionadas à fração como parte de uma unidade são importantes para a construção do conceito de frações e, até mesmo, no ensino das operações, entretanto algumas pesquisas destacam a ênfase dada pelos professores no uso de tais representações na construção do conceito de frações em detrimento de outras formas e abordagens. (Magina et al, 2009; Rojas et al, 2015).

*Predomina el significado de parte-todo en la conceptualización de la fracción, especialmente en situaciones que llevan a pasar de la representación figural a la simbólica (expresar con una fracción las partes pintadas), complementando con tareas que envuelven trabajar distintas magnitudes (longitud, superficie), identificar la unidad, completar la unidad, entre otras. (ROJAS et al, p.162, 2015)*

O modelo de fração como parte de uma unidade está presente nos livros didáticos adotados no Brasil, e talvez por isso, esteja intrinsecamente inserido na concepção do que seja uma fração para a maioria dos professores e, conseqüentemente, para grande parte dos alunos. Neste cenário, outras possíveis interpretações parecem excluídas na construção deste conhecimento. Fração como parte de uma unidade discreta (um conjunto), um número na reta numérica, um quociente entre dois inteiros são interpretações que geralmente estão ausentes nos livros didáticos do 6º ano (Merlini, 2005; Vaz, 2013).

O que se inicia com uma utilização excessiva e exclusiva, subitamente é abandonada. Após a construção do conceito de fração e formulado os algoritmos das operações, as representações diagramáticas de fração como parte de uma unidade são descartadas, dando lugar aos procedimentos operatórios, que a partir daí, são adotados, geralmente, de forma exclusiva.

*A sequência didática parece iniciar-se por explicações acerca das relações entre uma quantidade representada por diagramas ou desenhos, e passa, em seguida, a adotar, quase que exclusivamente, a representação simbólica formal associada a situações que requerem resoluções algorítmicas. (MAGINA et al, p.414, 2009)*

No ensino tradicional de Matemática, ainda há uma valorização do aspecto processual do conhecimento (Ponte, 1992). A supervalorização da memorização de procedimentos e algoritmos para efetuar as operações básicas faz parte de uma prática pedagógica retrógrada comumente encontrada nas escolas. É importante que o estudante aprenda as operações, no entanto estas devem estar atreladas ao significado e ao raciocínio matemático necessário para a devida compreensão do tópico estudado. O que se observa, no entanto, é um caminhar na contramão da evolução do ensino da Matemática das últimas décadas.

*O atual movimento internacional de reformar do ensino de Matemática parece sobretudo centrar-se nos processos mais elaborados de raciocínio – resolução de problemas e pensamentos de ordem superior – acerca dos quais, no entanto, ainda pouco se sabe. (PONTE, p.9, 1992)*

Alguns pesquisadores defendem que o professor deva atuar mais significativamente na compreensão conceitos e dos conceitos relacionados as operações com frações e recomendam que os professores promovam estratégias de ensino que privilegie o desenvolvimento do “conhecimento conceitual de frações” e “conhecimento processual”, termos adotados pelos pesquisadores Fazio e Siegler. (Wu, 1999; Fazio, Siegler, 2011). O conhecimento conceitual de frações é definido por estes pesquisadores como sendo:

*“o conhecimento do significado das frações, de suas magnitudes e relações com grandezas físicas. Trata-se de uma compreensão de como os procedimentos aritméticos com frações são matematicamente justificados” (FAZIO; SIEGLER, p.6, 2011).*

Os mesmos autores definem como conhecimento processual como sendo a habilidade de percorrer uma série de etapas para resolver um problema. (Fazio; Siegler, 2011). Em geral, nos livros didáticos atuais o conhecimento processual ainda é mais valorizado que o conhecimento conceitual. Segundo Lopes (2008), a prescrição de regras e macetes para realizar operações é um problema grave no ensino de frações.

O mesmo autor cita duas apresentações do algoritmo da divisão encontradas em livros didáticos de épocas bem distintas, no entanto, mesmo com quase 90 anos de distância, ambos apresentam definições e abordagens similares. No livro Elementos de Aritmética, de 1920, editora FDT o algoritmo é apresentado deste modo: “Para dividir uma fração por uma fração, multiplica-se a fração dividendo pela fração divisor invertida”. No livro, Pensar e Descobrir, da mesma editora, de 2007 a abordagem não é tão distinta: “Para dividir um número racional por outro número racional diferente de zero, basta multiplicar o primeiro pelo inverso do segundo” (Lopes, p.4, 2008)

Mesmo nos livros didáticos atuais, o conceito da divisão de frações é construído, geralmente, de modo simples e rápido, usando representações diagramáticas de barras retangulares, visando chegar ao algoritmo da divisão. Geralmente, não há atividades posteriores que promovam a construção do conceito, que valorizem as diferentes formas de pensar a divisão ou que utilizem outros procedimentos para efetuar-la.

O que se encontra nos livros, geralmente é refletido nas salas de aula, onde os alunos são submetidos a uma sequência de exercícios de fixação, repetitivos e meramente operatórios, posteriores a alguns exemplos. Com esta ênfase na memorização de procedimentos, a divisão de frações perde significado, o conceito relacionado a dividir é confundido com o próprio algoritmo da divisão de frações.

Qual seria então uma melhor forma de ensinar a divisão de frações?



Há um modo deste conteúdo ser trabalhado de forma mais construtivista e significativa?

Talvez não haja nem uma única resposta, nem um único caminho, entretanto, este artigo oferece uma sugestão de sequência didática. Esta sequência é composta por três etapas orientadas didaticamente: divisão com auxílio de representações, divisão através da divisão e divisão através da multiplicação.

## DIVISÃO COM AUXÍLIO DE REPRESENTAÇÕES

Em um momento inicial, as divisões de frações poderiam ser exploradas de modo mais construtivo, explorando conceitos adquiridos durante a aprendizagem dos números naturais e das frações, sem a utilização de qualquer algoritmo novo.

Ao ensinar divisão de números naturais o professor utiliza comumente a ideia de ‘quantos cabem?’. Por exemplo, na divisão de 100 por 20 é possível pensar que  $100 \div 20 = 5$ , pois ‘cabem cinco números 20 em 100?’. Trata-se de uma forma de pensar natural para professores e estudantes, que geralmente não é utilizado no ensino de frações que poderia contribuir para a aprendizagem deste conteúdo.

Para tal, o auxílio de figuras seria muito eficiente. Para dividir  $\frac{1}{2}$  por  $\frac{1}{8}$  o estudante poderia observar, na figura 1, que cabem quatro pedaços correspondentes a  $\frac{1}{8}$  em um pedaço correspondente a  $\frac{1}{2}$ . Logo,

$$\frac{1}{2} \div \frac{1}{8} = 4.$$

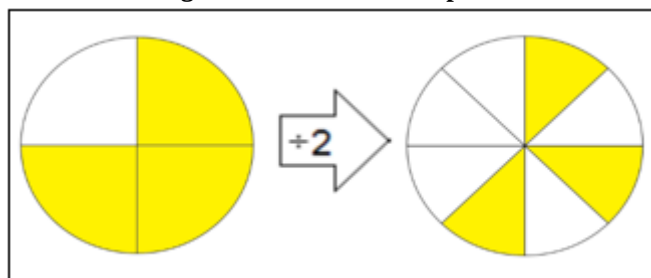
Figura 1 - Tabela de frações

| 1             |               |               |               |               |               |               |               |
|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|
| $\frac{1}{2}$ |               |               |               | $\frac{1}{2}$ |               |               |               |
| $\frac{1}{4}$ |               | $\frac{1}{4}$ |               | $\frac{1}{4}$ |               | $\frac{1}{4}$ |               |
| $\frac{1}{8}$ | $\frac{1}{8}$ | $\frac{1}{8}$ | $\frac{1}{8}$ | $\frac{1}{8}$ | $\frac{1}{8}$ | $\frac{1}{8}$ | $\frac{1}{8}$ |

Outra exploração interessante está associada a ideia da repartição. Na divisão de 30 por 2, o modo mais eficiente provavelmente não seria em pensar quantos “2” cabem em “30”, e sim, repartir o 30 em duas partes.

Um modo análogo pode ser utilizado na divisão de  $\frac{3}{4}$  por 2. Ao repartir cada  $\frac{1}{4}$  da fração  $\frac{3}{4}$  em dois pedaços, obtém-se 3 pedaços de  $\frac{1}{8}$ , o que corresponde a  $\frac{3}{8}$ .

Figura 2 – Divisão de  $\frac{3}{4}$  por 2.

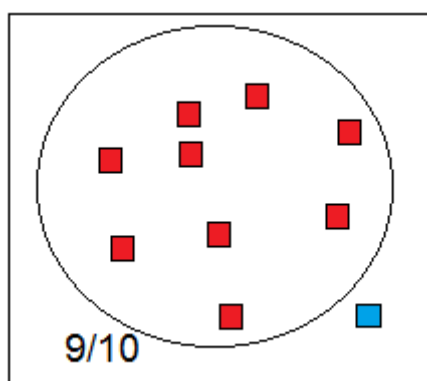


## DIVISÃO ATRAVÉS DA DIVISÃO: O ALGORITMO NÃO USUAL

Em uma segunda etapa, a divisão de frações através da divisão de numerador por numerador e denominador por denominador. Este algoritmo é raramente encontrado em livros didáticos, não é usado em sala de aula e, provavelmente, desconhecido pelos professores.

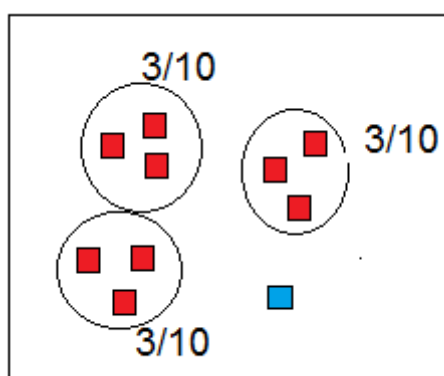
Para a construção desse algoritmo, inicialmente, poderia ser trabalhada a divisão de frações com denominadores iguais, por exemplo, a divisão de  $9/10$  por  $3/10$ . Neste caso, o conceito de quantos  $3/10$  cabem em  $9/10$  poderia ser facilmente compreendido, até mesmo em frações representadas em conjuntos. A figura 3 abaixo mostra dois conjuntos de quadrados coloridos, na qual, há 10 quadrados, sendo 9 vermelhos e 1 azul.

**Figura 3 -  $9/10$  de um conjunto**



A figura 4 ilustra os quadrados vermelhos agrupados em três subconjuntos. Como cada há 3 destes subconjuntos, conclui-se que  $9/10 : 3/10 = 3$ .

**Figura 4 -  $9/10$  dividido por  $3/10$**



Após a resolução desta operação com o auxílio dos diagramas, o professor poderia explorar se haveria outro modo de se obter a resposta. O objetivo seria conduzir os estudantes para a possibilidade de se obter o resultado dividindo-se os numeradores e os denominadores.

$$\frac{9}{10} \div \frac{3}{10} = \frac{9 \div 3}{10 \div 10} = \frac{3}{1} = 3$$

Em seguida, poderia ser explorada a divisão com numeradores iguais, por exemplo:  $1/4$  dividido por  $1/2$ . Com o auxílio da tabela apresentada na figura 1, o aluno poderia observar que em  $1/4$  é a metade de  $1/2$ . Logo, em  $1/4$  cabe a metade de  $1/2$ , ou seja,  $1/4 : 1/2 = 1/2$ .

**Figura 5 - Tabela de frações**

|     |     |     |     |     |     |     |     |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| 1   |     |     |     |     |     |     |     |
| 1/2 |     |     |     | 1/2 |     |     |     |
| 1/4 |     | 1/4 |     | 1/4 |     | 1/4 |     |
| 1/8 | 1/8 | 1/8 | 1/8 | 1/8 | 1/8 | 1/8 | 1/8 |

Neste momento, alguns alunos poderiam observar que a fração 1/2 pode ser obtida realizando uma operação análoga ao exemplo anterior, ou seja, dividindo numerador por numerador e denominador por denominador.

Então, a próxima etapa, seria dividir frações com denominadores e numeradores distintos, em que os termos da primeira fração fossem múltiplos dos termos da segunda.

$$\frac{9}{10} \div \frac{3}{5} = \frac{9 \div 3}{10 \div 5} = \frac{3}{2}$$

Normalmente os estudantes aprendem divisão de frações após a multiplicação. Consequentemente, a utilização de um procedimento similar a multiplicação, no qual se operam numerador com numerador e denominador com denominador, pode fazer todo sentido.

## **DIVISÃO ATRAVÉS DA MULTIPLICAÇÃO: O ALGORITMO CONHECIDO**

A última etapa seria a construção do algoritmo mais eficiente em termos operacionais, que é encontrado em todos os livros didáticos. Para se dividir duas frações, multiplica-se a primeira pelo inverso da segunda. E como chegar a este algoritmo?

O professor poderia propor a turma que refletisse sobre uma divisão entre frações em que o denominador da primeira não fosse múltiplo do denominador da segunda, por exemplo, 6/7 dividido por 3/5. Um bom caminho seria aquele que contempla a utilização de outro conceito que frequentemente é abandonado: fração equivalente.

O conceito de fração equivalente é essencial para a comparação entre frações e para compreensão da adição e subtração de frações. Porém sua aplicabilidade é muito maior do que possa parecer. Como 7 não é múltiplo de 5, a divisão de 6/7 por 3/5 usando o procedimento anterior parece não ser possível. Entretanto a fração 6/7 é equivalente a 30/35, e 35 é um múltiplo de 5. Fazendo esta substituição a divisão se torna fácil.

$$\frac{6}{7} \div \frac{3}{5} = \frac{30}{35} \div \frac{3}{5} = \frac{30 \div 3}{35 \div 5} = \frac{10}{7}$$

A construção de um conhecimento conceitual fornece inúmeras possibilidades. Para dividir frações com denominadores diferentes, um procedimento análogo a adição/subtração poderia ser adotado, ao se obter duas frações equivalentes que possuíssem denominadores iguais, como mostra o exemplo a seguir:

$$\frac{2}{5} \div \frac{3}{4} = \frac{8}{20} \div \frac{15}{20} = \frac{8 \div 15}{20 \div 20} = \frac{8 \div 15}{1} = \frac{8}{15}$$

Neste caso, entretanto, para que a última parte do processo fosse facilmente compreendida pelo estudante seria necessário que o mesmo já estivesse habituado a interpretar a fração como um quociente entre dois inteiros.

Tal exemplo, no entanto, seria um bom caminho para introduzir o algoritmo da divisão. Como 5 não é divisível por 4, obtêm-se uma fração equivalente a  $\frac{2}{5}$  multiplicando numerador e denominador por 4.

$$= \frac{2 \cdot 4}{5 \cdot 4} = \frac{8}{20}$$

Como o novo numerador (8) também não divide por 3, repete-se o procedimento com a fração  $\frac{8}{20}$  obtêm-se outra fração equivalente multiplicando numerador e denominador por 3.

$$= \frac{8 \cdot 3}{20 \cdot 3} = \frac{24}{60}$$

Daí, substituímos  $\frac{2}{5}$  por  $\frac{24}{60}$ , e realizamos a operação.

$$\frac{2}{5} \div \frac{3}{4} = \frac{24}{60} \div \frac{3}{4} = \frac{8}{15}$$

Para finalizar a sequência didática, o professor poderia realizar o mesmo procedimento sem indicar os resultados das multiplicações:

$$\begin{aligned} & \frac{2}{5} \div \frac{3}{4} \\ &= \frac{2 \cdot 4}{5 \cdot 4} \div \frac{3}{4} \\ &= \frac{2 \cdot 4 \cdot 3}{5 \cdot 4 \cdot 3} \div \frac{3}{4} \end{aligned}$$

Neste momento dividimos 3 por 3, no numerador, e 4 por 4 no denominador.

$$\begin{aligned} &= \frac{2 \cdot 4}{5 \cdot 3} \\ &= \frac{2}{5} \cdot \frac{4}{3} \end{aligned}$$

Logo,

$$\frac{2}{5} \div \frac{3}{4} = \frac{2}{5} \cdot \frac{4}{3}$$

Então, sendo conveniente, dependendo da turma e da necessidade, o professor poderia desenvolver a generalização deste algoritmo:

$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c \cdot d}{b \cdot c \cdot d} \div \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c}$$

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

As sugestões e reflexões apresentadas neste trabalho foram elaboradas após alguns anos de pesquisa e de atuação no magistério no ensino de crianças e de adultos. Motivadas por ideias construtivistas de educadores e educadores matemáticos, foi formulada uma sequência didática para o ensino de divisão de frações, voltada para o desenvolvimento do Fazio e Siegler (2011) denominaram de “conhecimento conceitual de frações”.

Em consonância com os diversos pesquisadores aqui referenciados que apontam que o ensino de Matemática, e mais especificamente, o ensino de frações precisa ser repensado, replanejado e reconstruído. Este artigo atua na defesa do ensino de matemática fundamentado na melhor compreensão dos conceitos e dos significados, da valorização do raciocínio e pensamento matemático, e não nas concepções ultrapassadas de que o aprender matemática está relacionado exclusivamente a repetição e a memorização.

Trata-se de um caminho que pode dar alguma contribuição para a melhoria do ensino de frações, atuando na mudança de alguns conceitos ultrapassados enraizados nas concepções dos educadores referentes ao ensino. Esse caminho também se configura como uma sugestão de pesquisa, abrindo diversos questionamentos:

Será que esta sequência didática poderia contribuir para uma melhor compreensão da divisão de frações?

Quais seriam os pontos positivos e negativos de uma ruptura na forma que se ensina divisão de frações atualmente?

## REFERÊNCIAS

- CAMPOS, T. M. M.; RODRIGUES, W. R. A ideia de unidade na construção do conceito do número racional. **Revista Eletrônica de Educação Matemática**. Santa Catarina. v.2.4, p.68-93, 2007.
- D'AMBROSIO, B. S. Como ensinar matemática hoje? **Temas e Debates**. São Paulo. v. 2, n. 2, p. 15 – 19. 1989
- FAZIO, L.; SIEGLER, R. S. Teaching fractions. **Educational Practices Series**. Geneva. International Academy of Education - International Bureau of Education. v. 22, 2011
- HART, K. M. Fractions. In: HART, K. M, et al. **Children's Understanding of Mathematics**: 11-16. Eastbourne. Antony Rowe Publishing Services. cap.5, p.66–81, 1981.
- KERSLAKE, D. **Fractions**: Children's Strategies and Errors. A Report of the Strategies and Errors in Secondary Mathematics Project. London: The NFER-NELSON Publishing Company, 1986.
- LESSA, Valéria E. **A compreensão do conceito do número fracionário**: uma sequência didática para o significado de medida. Dissertação (Mestrado Profissionalizante em Ensino de Matemática). UFRGS, Porto Alegre, 2011.
- LOPES, Antônio J. O que nossos alunos podem estar deixando de aprender sobre frações, quando tentamos lhes ensinar frações. **Bolema**. Rio Claro. v. 21, n. 31, p. 1-22. 2008.
- MAGINA, S.; BEZERRA, F. B.; SPINILLO, A. Como desenvolver a compreensão da criança sobre fração: uma experiência de Ensino. **Revista Brasileira de Estudos Pedagógicos**. Brasília. v. 90, n. 225, p. 489-510, maio/agosto. 2009.

MERLINI, V. L. **O conceito de fração em seus diferentes significados**: um estudo diagnóstico com alunos de 5ª e 6ª séries do Ensino Fundamental. 2005. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Pontifícia Universidade Católica, São Paulo, 2005

PONTE, J. P. Concepções dos professores de matemática e processos de formação. In: PONTE, J.P. et al. **Educação matemática**. Lisboa. Instituto de Inovação Educacional, 1992. p.187-239.

ROJAS, N.; FLORES, P.; CARRILLO, J. Conocimiento Especializado de un Profesor de Matemáticas de Educación Primaria al Enseñar los Números Racionales. **Bolema**. Rio Claro. v. 29, n. 51, p. 143-167.2015

SILVEIRA, E; MARQUES, C. **Matemática**: Compreensão e Prática. 2 ed. São Paulo: Moderna, 2013.

WU, H. (1999). **Some remarks on the teaching of fractions in elementar school**. Disponível em: <http://math.berkeley.edu/~wu/fractions2.pdf> . Acesso em: 05 Maio. 2013

VAZ, R. F. N. **Metodologia Didática de Análise de Soluções Aplicada no Ensino de Frações**. 2013. 81f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática). UFRJ, Rio de Janeiro, 2013.

# DO PORTUGUÊS PARA O “MATEMATIQUÊS”: UMA PROPOSTA INTERDISCIPLINAR

**Karen Campos<sup>1</sup> e Jessica Barcellos<sup>2</sup>**

<sup>1</sup>Colégio Pedro II/ 1º Segmento, karenccfurtado@hotmail.com

<sup>2</sup>Colégio Pedro II/ 1º Segmento, jessybarcellos@gmail.com

## **Resumo**

Este trabalho teve como objetivo estabelecer uma prática pedagógica interdisciplinar entre a Matemática e o uso da língua materna através de atividades textuais envolvendo dados matemáticos. A presente pesquisa traz à cena a necessidade de auxiliarmos as crianças em fase de aquisição da linguagem matemática a “traduzir” esse novo código para uma língua que já conheça, neste caso, a língua materna. Essa ponte interdisciplinar pode ser essencial para minimizar problemas de escrita, leitura e interpretação de enunciados matemáticos. Para nortear as concepções teóricas deste trabalho, as discussões teóricas foram sustentadas principalmente pelos pressupostos de Ubiratan D’Ámbrósio e dos Parâmetros Curriculares de Matemática para o Ensino Fundamental acerca da temática “Etnomatemática”. Os atores da pesquisa são crianças do 2º e 4º anos do Ensino Fundamental do Colégio Pedro II. As propostas de atividades interdisciplinares foram realizadas no ano letivo de 2015, nas respectivas turmas, por duas professoras diferentes, que aproveitavam as oportunidades oriundas do próprio currículo de Matemática, bem como de situações surgidas no cotidiano, para explorar a língua materna.

**Palavras-chaves:** linguagem matemática, língua materna, interdisciplinaridade, etnomatemática e educação matemática.

## **INTRODUÇÃO**

Partindo de uma visão teórica subsidiada pelo conceito de etnomatemática, foram realizadas sete atividades pedagógicas que buscavam integrar linguagem matemática com o trabalho com textos em língua materna. As atividades apresentadas no presente trabalho foram desenvolvidas com turmas de 2º e 4º anos do Ensino Fundamental.

A relevância e justificativa dessa pesquisa versam sobre a necessidade de estreitar as relações entre pesquisa e ensino e sobre uma possível contribuição para os problemas de escrita, leitura e interpretação de enunciados matemáticos.

## **APARATO TEÓRICO**

A Etnomatemática baseia-se no pressuposto de que existem diversas formas de se conhecer a matemática. Apesar de sugerir uma ênfase na matemática, seu programa se dá a partir das manifestações matemáticas na dinâmica cultural e não como uma disciplina acadêmica propriamente dita. Sobre o surgimento do conceito, D’Ambrósio, (2005, p.113-114) diz que:

Na verdade, diferentemente do que sugere o nome, Etnomatemática não é apenas o estudo de “matemáticas das diversas etnias”. Criei essa palavra para significar que há várias maneiras, técnicas, habilidades (*ticas*) de explicar, de

entender, de lidar e de conviver com (*matema*) distintos contextos naturais e socioeconômicos da realidade (*etnos*).

A etnomatemática contrapõe-se aos programas cujas bases não estejam fundadas nas relações que a matemática estabelece com aspectos socioculturais. Ela busca entender as diversas formas de pensamento, de explicar e de atuar na realidade que os indivíduos buscam para se inserirem num contexto cultural.

Segundo D'Ambrósio (1989), “a proposta de trabalho numa linha de etnomatemática propõe uma maior valorização dos conceitos matemáticos informais construídos pelos alunos fora do contexto da escola, que seriam usados como pontos de partida para o ensino formal”.

Sob essa perspectiva, considera-se que o aluno não chega à escola sem nenhuma conceituação de ideias matemáticas. Na escola, ele vai ampliar suas experiências matemáticas através da estimulação do professor e de seus pares e aprender que existe uma linguagem para representar as situações que já vivencia socialmente. Sobre isso, D'Ambrósio, B. (1989) ressalta que “essa proposta de trabalho requer uma preparação do professor no sentido de reconhecer e identificar as construções conceituais desenvolvidas pelos alunos”.

O trabalho etnomatemático busca substituir o antigo paradigma do processo de ensino-aprendizagem baseado na causa e efeito, estimulando uma educação que desenvolva a criatividade e as relações culturais como geradoras de conhecimento. A proposta etnomatemática busca também a integração das disciplinas para subsidiar a atuações futuras do indivíduo na sociedade. Dessa forma, considera que o currículo multidisciplinar, que separa as áreas do conhecimento para transmiti-las aos alunos, tende a fragmentar o conhecimento e dificultar o estabelecimento de relações entre uma área e outra. D'Ambrósio, U. (2005, p. 104) faz uma interessante diferenciação entre os currículos multi e interdisciplinar:

Metaforicamente, as disciplinas funcionam como os canais de televisão ou os programas de processamento em computadores. É necessário sair de um canal ou fechar um aplicativo para poder abrir outro. Isso é a multidisciplinaridade. Mas uma grande inovação é poder trabalhar com vários canais ou aplicativos simultaneamente, criando novas possibilidades de criação e utilização de recursos. A interdisciplinaridade corresponde a isso. Não só justapõe resultados, mas mescla métodos e, conseqüentemente, identifica novos objetos de estudo.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática para o Ensino Fundamental (1997, p.19) corroboram com esta perspectiva e orientam que:

(...) o tratamento dos conteúdos em compartimentos estanques e numa rígida sucessão linear deve dar lugar a uma abordagem em que as conexões sejam favorecidas e destacadas. O significado da Matemática para o aluno resulta das conexões que ele estabelece entre ela e as demais disciplinas, entre ela e seu cotidiano e das conexões que ele estabelece entre os diferentes temas matemáticos.

A aprendizagem em Matemática está ligada à compreensão, isto é, à apreensão do significado; apreender o significado de um objeto ou acontecimento pressupõe vê-lo em suas relações com outros objetos e acontecimentos.



A aprendizagem não se dá essencialmente através do domínio de técnicas, habilidades e nem da mera memorização de teorias. Aprender em matemática está relacionado à compreensão e isso pressupõe que o aluno tenha oportunidades de ver o objeto do conhecimento em relação a outros campos do conhecimento ou acontecimentos. A educação formal ainda está focada na transmissão de teorias explicações e no adestramento através de exercícios repetitivos. As habilidades cognitivas adquiridas só podem de fato ser avaliadas se estiverem contextualizadas, ou seja, o aluno precisa saber utilizar aquilo que aprendeu para transformar suas relações sociais, políticas e econômicas.

O acesso a um maior número de instrumentos e de técnicas intelectuais dão, quando devidamente contextualizados, muito maior capacidade de enfrentar situações e de resolver problemas novos, de modelar adequadamente uma situação real para, com esses instrumentos, chegar a uma possível solução ou curso de ação. Isto é aprendizagem por excelência, isto é, a capacidade de explicar, de apreender e compreender, de enfrentar, criticamente, situações novas. (D'AMBRÓSIO, 2005, p.117)

### **UMA ABORDAGEM INTERDISCIPLINAR DO ENSINO DE MATEMÁTICA**

A Língua Portuguesa, enquanto língua materna, permeia todas as disciplinas escolares. Em qualquer disciplina do currículo, a habilidade de leitura e escrita fará diferença no entendimento do conteúdo e na resolução das atividades propostas. Cotidianamente, as crianças se deparam com diversos tipos de textos e, na escola, esse contato se torna mais intenso, uma vez que os textos podem ser direcionados a elas, como os enunciados das atividades.

O aprendizado da matemática exige uma dinâmica diferente de outras disciplinas, pois demanda que a criança adquira uma nova linguagem. Ela deve também perceber que o enunciado que ela lê na língua materna contém informações matemáticas que possuem uma linguagem própria para serem interpretadas e solucionadas. As demais disciplinas também utilizam a Língua Portuguesa para apresentar o seu conteúdo, mas não exigem que uma nova linguagem seja aprendida para que haja compreensão. Sob esta perspectiva, aprender Matemática é para as crianças o mesmo que aprender uma nova linguagem.

Para Lorensatti (2009, p.91)

(...) está compreendido na linguagem matemática um processo de “tradução” da linguagem natural para uma linguagem formalizada, específica dessa disciplina. Essa tradução é o que permite converter os conceitos matemáticos em objetos mais facilmente manipuláveis e calculáveis.

Destro desta abordagem, os PCN de Matemática para o Ensino fundamental (1997, p. 19) orientam que:

No ensino da Matemática, destacam-se dois aspectos básicos: um consiste em relacionar observações do mundo real com representações (esquemas, tabelas, figuras); outro consiste em relacionar essas representações com princípios e conceitos matemáticos. Nesse processo, a comunicação tem grande importância e deve ser estimulada, levando-se o aluno a “falar” e a “escrever” sobre Matemática, a trabalhar com representações gráficas, desenhos, construções, a aprender como organizar e tratar dados.

A dificuldade de muitas crianças para aprender matemática é frequentemente relatada por professores nos conselhos de classe e pelos pais das crianças. Os professores sugerem que o problema está na interpretação do enunciado. Os pais relatam frequentemente as dificuldades dos alunos para fazerem os deveres, necessitando de alguém para ajudá-los a entender o que está sendo pedido na tarefa. Almeida (2006) realizou uma pesquisa com 52 professores de escolas públicas e privadas do Distrito Federal buscando verificar junto a eles quais são os fatores associados ao insucesso de seus alunos em Matemática. Segundo os professores participantes da pesquisa, os alunos demonstram dificuldades relacionadas à leitura e escrita de símbolos matemáticos, chegando a uma dificuldade maior nas operações mentais, na compreensão de conceitos e problemas do cotidiano. Os docentes consideram também que os primeiros anos de escolaridade não estão sendo bem desenvolvidos e que os alunos têm dificuldades de interpretação, o que faz com que tenham baixo rendimento na disciplina.

Para Silva (2005, p.9),

(...) a linguagem, os símbolos os padrões matemáticos bem assimilados e utilizados sistematicamente em outras áreas do conhecimento são ferramentas de comunicação e sistematização fundamentais, enriquecem a capacidade de transmissão, simplificam modos de pensar, ajudam a chegar diretamente ao centro dos problemas. Mais ainda, o bom manejo desses elementos na linguagem oral esclarece a apresentação de ideias complicadas e evita rodeios na descrição de situações.

A partir destas constatações, faz-se necessário estabelecer uma ponte entre as disciplinas de Matemática e Língua Portuguesa - ou de ampliá-la -, de forma que a criança tenha subsídios para avançar na aquisição da linguagem matemática e na resolução de problemas do cotidiano. Além disso, o aprofundamento na linguagem matemática proporciona melhor compreensão de textos de outras disciplinas que, frequentemente, apresentam informações matemáticas.

## **TRABALHO DESENVOLVIDO**

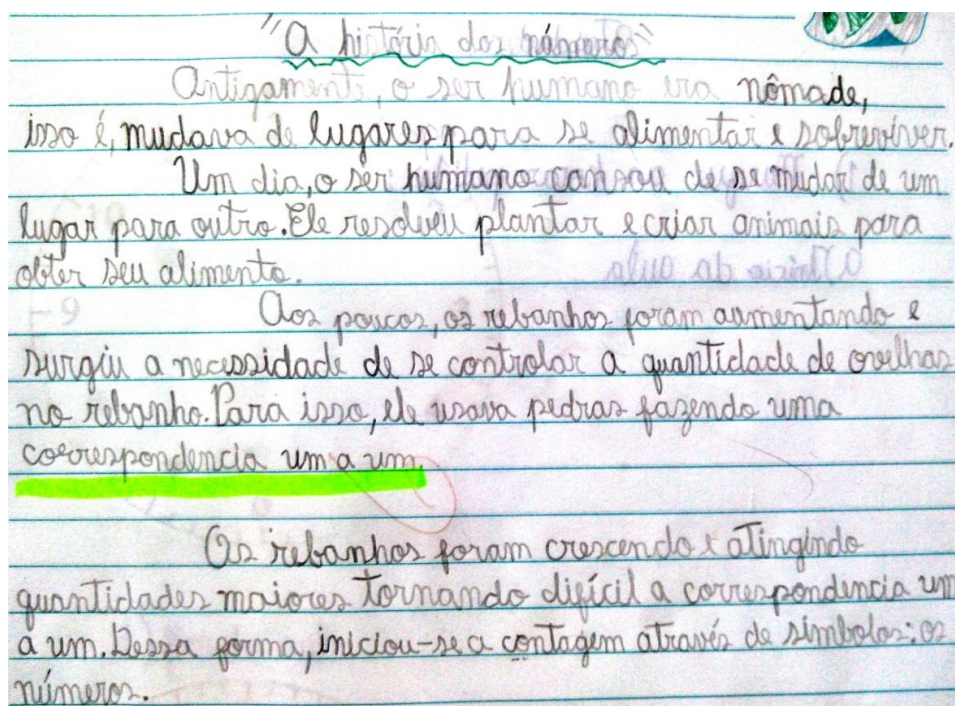
Nas turmas de 4º ano, formadas por 44 crianças no total, na turma do 3º ano, composta por 23 alunos, e na turma de 2º ano, composta por 25 alunos, do Colégio Pedro II – Campus Humaitá foram realizadas diversas atividades sob a perspectiva da Etnomatemática atrelada ao uso de textos em língua materna. Para ilustrar esta abordagem pedagógica, seguem alguns exemplos de atividades.

*História dos Números (4ºano):* Inicialmente, foi solicitado que cada aluno trouxesse uma pequena pedra e confeccionasse o seu fantoche de ovelha. Na aula seguinte e com o material em mãos, conversamos sobre como surgiu a necessidade de contar e o porquê de contarmos as coisas. Partimos para uma representação da contagem através da correspondência biunívoca. A turma selecionou um aluno para ser o responsável pela contagem e os demais representaram as ovelhas. Simularam a saída e a entrada dos alunos nos estábulos. Para cada ovelha que saía ou entrava, aquele aluno colocava ou tirava uma pedra. Em uma turma faltou pedra, na outra sobrou. Realizaram a recontagem do “rebanho”. No final, a turma concluiu que era difícil administrar o rebanho daquela forma e exigia mais tempo, pois a possibilidade de erro era grande e fazia com que o trabalho fosse refeito. De volta à sala, fizemos um texto coletivo explicando o surgimento dos números. Ensinar a História da Matemática leva o aluno

ao entendimento de como foi surgindo esta ciência e permite que compreenda melhor os conceitos matemáticos. Estudar a história da matemática é uma excelente ferramenta para mostrar aos alunos que as necessidades do dia a dia fizeram com que essa ciência evoluísse e aumentasse cada vez mais o seu campo de atuação.

“O recurso à História da Matemática pode esclarecer idéias matemáticas que estão sendo construídas pelo aluno, especialmente para dar respostas a alguns “porquês” e, desse modo, contribuir para a constituição de um olhar mais crítico sobre os objetos de conhecimento”. (PCN, 1997, p.34)

**Figura 1: Texto coletivo produzido com o 4º ano sobre a História dos Números.**



**Produção de Tabela, Gráfico e Texto Conclusivo (4ºano):** Após realizarem uma atividade no livro didático de matemática adotado pela escola, na qual apresentava uma curiosidade sobre o número de nascimentos de crianças ao longo do ano, as turmas do 4º ano realizaram uma pesquisa nas classes 1º, 2º, 3º e 5º anos da própria escola, a fim de verificar se as afirmações eram verdadeiras ou falsas. Os alunos do 4º ano dividiram-se em grupos e produziram uma tabela com os dados coletados, sendo que cada grupo pesquisou uma turma. Com as tabelas prontas, somaram o total de alunos nascidos em cada mês nas quatro turmas pesquisadas e montaram o gráfico. Por último, confrontaram os dados do gráfico com as afirmações fornecidas pelo livro de matemática e elaboraram um texto conclusivo. O objetivo desta atividade era ensinar ao aluno a ler gráficos, partindo do conhecimento que já possuía sobre esse tipo de texto e de uma necessidade do próprio contexto. Ao realizarem a pesquisa e elaborarem o gráfico, o alunos se tornou mais capaz de interpretá-lo. O texto conclusivo foi o momento de confrontar as informações trazidas pela atividade do livro de matemática e os dados apresentados no gráfico. Neste momento, o aluno teve de utilizar os conhecimentos matemáticos e de língua portuguesa, já que os textos se apresentam em linguagens diferentes.

Figura 2: Pressupostos apresentados no livro didático de Matemática.

Gráfico

Na página 76 o nosso livro de matemática encontramos as seguintes informações:

- Em abril nascem menos crianças.
- Em agosto, setembro e outubro nascem mais crianças.

Figura 3: Descrição das etapas da pesquisa.

meses em que nasceram os alunos do colégio Pedro II  
Humaitá I - Turma: 303

| Jan | Fev | Mar | Abr | Mai | Jun | Jul | Ago | Sep | Out | Nov | Dez |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| 1   | 1   | 1   | 1   | 1   | 2   | 1   | 1   | 1   | 3   | 1   | 2   |

Figura 4: Tabela elaborada pelo grupo mostrando a quantidade de nascimentos em cada mês na turma pesquisada. Cada grupo pesquisou uma turma e montou uma tabela.

Nossa sala pesquisou nas turmas do 3º e 5º anos o mês de nascimento de cada criança. Depois somamos os números de nossas tabelas e elaboramos (mos) um gráfico.

Figura 5: Gráfico elaborado pela turma com o número de nascimentos de todas as turmas pesquisadas.

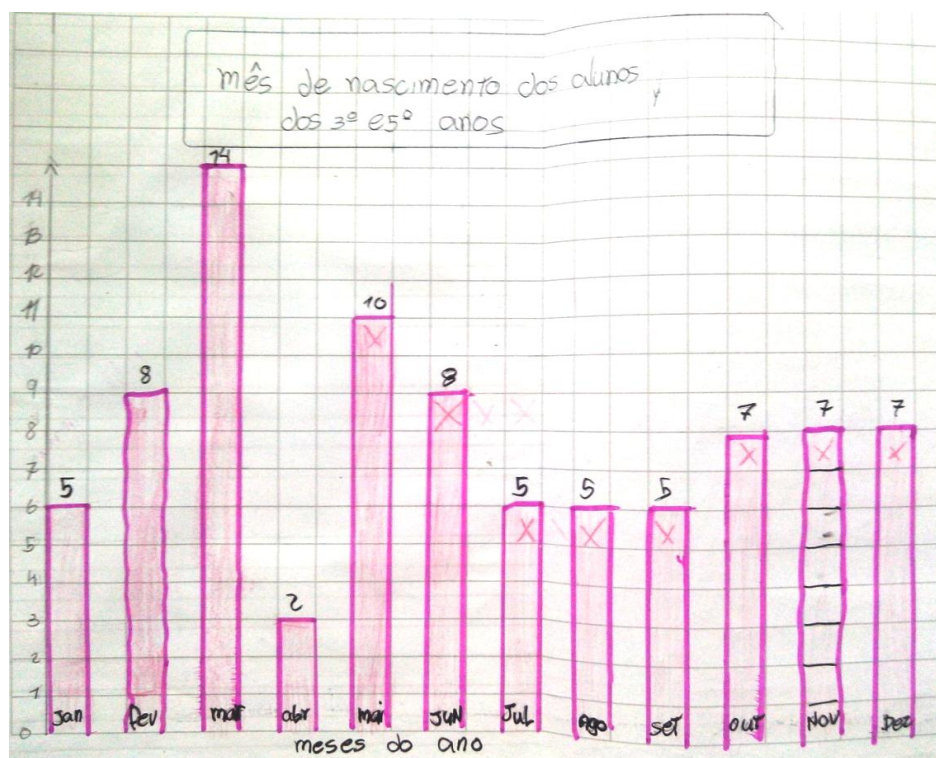




Figura 6: Texto conclusivo elaborado pela turma após a análise dos dados.

Conclusão

Olhando o nosso gráfico verificamos que, de fato, nascem menos crianças em abril.

No entanto a informação de que em agosto, setembro e outubro nascem mais crianças não é verdadeira na nossa escola. Aqui, nasceram mais crianças em março (14), maio (10), fevereiro (8) e junho (8).

**Resolução de problemas - Explicação das contas realizadas (4º ano):** As turmas do 4º ano receberam um problema com as contas já realizadas e com algumas perguntas a serem respondidas. A tarefa dos alunos era explicar a necessidade de cada conta ter sido realizada e, posteriormente, deviam responder às perguntas. Com esta atividade foi possível verificar onde os alunos apresentam lacunas na resolução dos problemas.

Figura 7: Descrição do problema após a sua

Neste exercício, você tem alguns problemas já resolvidos. Sua tarefa é explicar cada conta feita, identificando as informações dadas por cada uma delas e, ao final, responder às perguntas.

1) Bernardo coleciona revistas antigas e descobriu num sebo 12 exemplares de O Tico-Tico. Dois deles eram muito raros e custavam R\$ 25,00 cada. O preço dos outros era R\$ 13,00 cada. Como tinha apenas R\$ 80,00, ele combinou com o vendedor que levaria os dois exemplares raros e quantos pudesse pagar dos outros. Num outro dia, voltaria para comprar os demais.

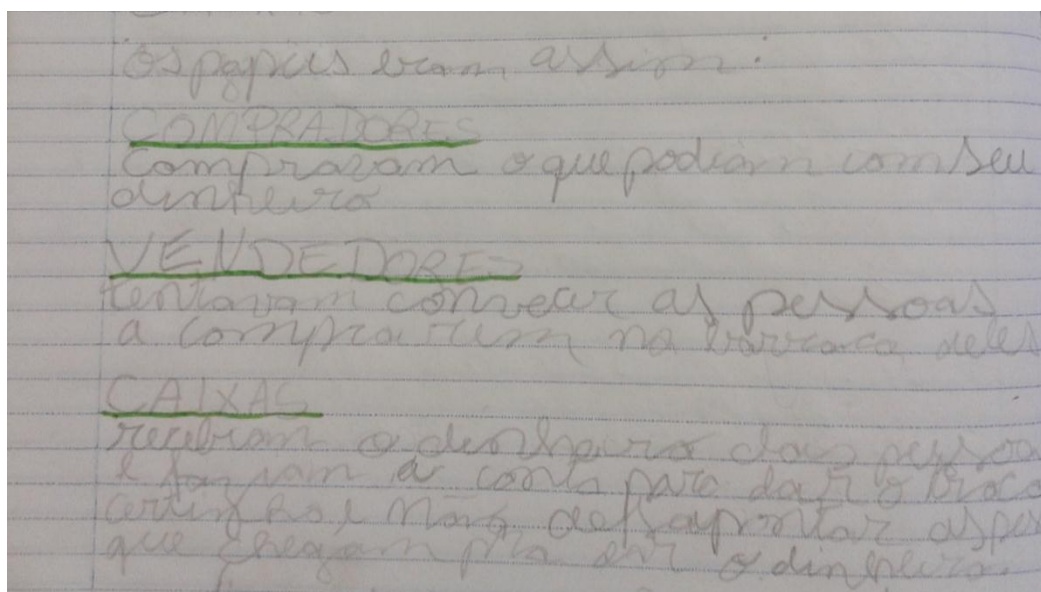
- a) Quantos exemplares comuns Bernardo pode comprar? Ele pode comprar 2
- b) Quanto ele gastou no total? 76 reais
- c) Quanto custarão os outros exemplares que ele deixou na loja? 50 reais

| contas                              | explicação                                                                                                                                                                       |
|-------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| $2 \times 25 = 50$                  | Bernardo comprou 2 exemplares raros que custam 25 reais cada um.                                                                                                                 |
| $80 - 50 = 30$                      | Bernardo tinha 80 reais e gastou 50 reais com exemplares raros.                                                                                                                  |
| $30 : 13 = 2$<br>$2 \times 13 = 26$ | Dividimos R\$ 30,00, que é o dinheiro que sobrou, por R\$ 13,00, que é o preço de cada um exemplar comum, para saber quantos exemplares ele podia comprar. Ele gastou R\$ 26,00. |
| $50 + 26 = 76$                      | Somamos o valor gasto em exemplares raros com os comuns.                                                                                                                         |
| $8 \times 13 = 104$                 | Ele gastou ao todo R\$ 76,00. Se ele comprasse os 8 exemplares que sobram, ele gastaria R\$ 104.                                                                                 |

resolução.

*Feira de Pokémons – Texto descritivo da atividade e relato das aprendizagens (3ºano):* Com o intuito de dar vez e voz aos alunos, seus hábitos e gostos e de envolvê-los de forma ativa nas atividades escolares, surgiu o Projeto Feira dos Pokémons. Percebendo o forte interesse dos alunos da turma de 3º ano por cartas de Pokémons, a professora buscou trazer essa realidade lúdica para a sala de aula e usá-la como ponto de partida para o desenvolvimento de competências e habilidades previstas no currículo escolar. Nessa série, um dos eixos do trabalho de Língua Portuguesa versa sobre a oralidade e sobre o desenvolvimento da capacidade argumentativa do aluno. Em Matemática, trabalhamos o reconhecimento do sistema monetário brasileiro e buscamos prover estratégias de cálculo mental. Partindo desses descritores de avaliação, a atividade consistiu na divisão da turma em três grupos: os vendedores, os caixas e os clientes. O primeiro grupo tinha como objetivo estabelecer o preço de cada personagem e, através da argumentação, persuadir os clientes a comprarem um Pokémon, fundamentando-se nas características dos personagens: força, agilidade e habilidade. Os clientes deveriam avaliar se possuíam ou não o valor necessário para a compra do personagem e julgar se o preço era adequado às habilidades expostas. Aos caixas, cabia dar troco aos clientes e calcular o total das compras. Os alunos registraram por escrito suas opiniões sobre a atividade e sobre o que foi aprendido com a “Feira dos Pokémons”.

**Figura 8 – Texto descritivo acerca das funções envolvidas na brincadeira**



*Registro diário do comportamento da turma e elaboração de gráfico (3ºano):* A turma estabeleceu o combinado de anotar diariamente como havia sido o comportamento nas aulas. O registro era feito através de atitudes da turma que pudessem ser julgadas como positivas ou negativas. Ao final do semestre, realizamos a contagem de todas as situações “boas” e “ruins” e elaboramos um gráfico temporal para analisar a evolução comportamental.

Figura 9- Gráfico produzido pela turma após o registro diário das atitudes. Oportunidade de “tradução” de anotações em língua portuguesa para a linguagem matemática.



### CONSIDERAÇÕES FINAIS

As atividades aqui apresentadas são apenas algumas formas de realizar um trabalho interdisciplinar entre a língua portuguesa e a matemática. Essa ponte entre as duas linguagens é de grande importância para o aluno e pode auxiliá-lo na capacidade de compreensão dos dados matemáticos, que são de fundamentais para o aprofundamento na aprendizagem matemática e também para a atuação na sociedade.

Além disso, seguindo a abordagem da etnomatemática, as atividades contextualizadas e a apresentação dos conteúdos através de diferentes técnicas permite que o aluno desenvolva a capacidade de enfrentar desafios e buscar diversas formas para resolver problemas.

Trabalhar e estimular, através de diferentes abordagens, a tradução do português para o “matemátiquês” permite ao professor identificar se as dificuldades dos alunos residem na interpretação e no custo de processamento de estruturas linguísticas ou na aquisição da linguagem matemática e na resolução dos cálculos. A partir daí, pode, então, traçar estratégias e direcionar melhor as atividades pedagógicas, auxiliando os alunos na superação desses obstáculos, na progressão na aprendizagem da matemática e na conclusão de etapas necessárias para o avanço de seus estudos.

### REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALMEIDA, C. S. de. **Dificuldades de aprendizagem em Matemática e a percepção dos professores em relação a fatores associados ao insucesso nesta área.** Disponível em: <http://www.ucb.br/sites/100/103/tcc/12006/cinthiasoaresdealmeida.pdf>. Acesso em: 04 ABR. 2015.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais: matemática** /Secretaria de Educação Fundamental. – Brasília: MEC/SEF, 1997.142p.

BORDEAUX, A. L.; RUBINSTEIN, C; FRANÇA, E.; OGLIARI, E. e MIGUEL, V. **Novo Bem-me-quer / 4º ano**. 2ª edição. São Paulo: Editora do Brasil, 2011.279 p.

D'AMBROSIO, B. S. Como ensinar matemática hoje? Temas e Debates. **SBEM**, Brasília, Ano II. N2. 15-19. 1989.

D'AMBRÓSIO, U. Sociedade, cultura, matemática e seu ensino. **Educação e Pesquisa**, São Paulo, v. 31, n. 1, p. 99-120, jan./abr.2005.

LORENSATTI, E. J. C. Linguagem matemática e Língua Portuguesa: diálogo necessário na resolução de problemas matemáticos. **Conjectura**, Caxias do Sul, v. 14, n. 2,89-99, maio/ago. 2009.

SILVA, J. A. F. da. **Refletindo sobre as dificuldades de aprendizagem na Matemática: algumas considerações**. Disponível em: Disponível em: <http://www.ucb.br/sites/100/103/TCC/22005/JoseAugustoFlorentinodaSilva.pdf>. Acesso em: 04 ABR. 2015.



# EDUCAÇÃO FINANCEIRA PARA JOVENS DO ENSINO MÉDIO

Jefferson Oliveira Cristovão da Luz  
Márcio Eugen Klingenschmid Lopes dos Santos

Universidade Cruzeiro do Sul/CETEC, [profjeffluz@hotmail.com](mailto:profjeffluz@hotmail.com)

Universidade Cruzeiro do Sul/CETEC, [marcioeugen@gmail.com](mailto:marcioeugen@gmail.com)

## RESUMO

O trabalho que segue falará sobre educação financeira para os jovens do ensino médio e tem como objetivo identificar como esses adolescentes controlam suas finanças.

Para que fosse possível, realizou-se pesquisa em duas escolas, uma da rede pública estadual e outra da rede particular, sendo 124 e 118 alunos entrevistados, respectivamente.

O questionário utilizado continha 9 questões fechadas com o intuito de compreender a relação dos jovens com os recursos financeiros que passam em suas mãos.

Com o questionário respondido foi possível traduzir as informações obtidas, classificá-las e analisá-las, para assim, obter um diagnóstico preciso da real condição dos adolescentes com relação a Educação Financeira e, assim, conseguir orientá-los em suas deficiências.

Após análise dos dados, constatou-se que a maioria dos alunos dizem saber o que é Educação Financeira e admitem ser relevante a orientação dos mesmos ainda na adolescência. No entanto, para mais de 80% deles, a orientação é de responsabilidade da família.

Assim como, para mais de 70% dos entrevistados, é importante que os pais compartilhem com seus filhos os problemas financeiros da casa.

Concluiu-se que, os jovens sabem da importância de um planejamento e controle orçamentário, além da sua participação nos problemas financeiros familiar enquanto jovem, pois, assim, tornar-se-á um adulto consciente, capaz de identificar e desenvolver ações que evitem o endividamento, a inadimplência e o descontrole de seus recursos.

**Palavras-chave:** Educação financeira. Adolescência. Planejamento familiar. Dinheiro.

## INTRODUÇÃO

A evolução do ser humano através dos séculos é notória em diversos setores, no entanto, quando fala-se em administrar seu dinheiro, não se tem a mesma certeza. Todos estão inseridos numa sociedade capitalista, que coloca preço em tudo, mas, que não consegue controlar suas finanças.

No Brasil, esta condição é ainda mais destacada ao observar-se, por exemplo, os dados da inadimplência da população brasileira que, em 2014, segundo estudo da Serasa Experian, atingiu 24,5% ou 35 milhões de pessoas em todo o território nacional.

Outro estudo importante para se observar é o de empreendedorismo no país. Segundo pesquisa realizada em 2013 pela *Global Entrepreneurship Monitor* (GEM), com o apoio do Sebrae, 40 milhões de brasileiros se tornam empreendedores. Entretanto, uma pesquisa realizada pelo IBGE em 2012 divulgou que, 48,2% das empresas abertas em 2007 não sobreviveram aos 3 primeiros anos. Entre os principais motivos apontados está o descontrole do fluxo de caixa, ou seja, muitos empresários não conseguem administrar a entrada e saída do capital da mesma.

A partir de estudos como os supracitados e de resultados cada vez mais preocupantes, o deputado Lobbe Neto escreveu o Projeto de Lei Nº 171/09 que tramita no Congresso Nacional, com a finalidade de incluir no currículo acadêmico, nos últimos quatro anos do ensino fundamental II e nos três anos do ensino médio, a disciplina de Educação Financeira.

O professor, educador e terapeuta financeiro, Reinaldo Domingos, idealizador da metodologia DSOP, vem disseminando pelo Brasil e pelo mundo a Educação Financeira para jovens e adultos através da consultoria DSOP. Sua consultoria foi adotada por mais de 500 instituições escolares particular pelo país e algumas instituições escolares públicas nos municípios de São Paulo, Goiânia e Vitória.

Essa consultoria nas instituições de ensino tem como objetivo orientar os jovens para formar adultos conscientes financeiramente, principalmente, porque, atualmente as facilidades de crédito “iludem” a sociedade. Por exemplo, o uso dos cartões de crédito com limites maiores do que o salário mensal, com facilidades de parcelamento, dão ao cidadão a sensação de possuir mais dinheiro do que este realmente tem.

A partir dos estudos acima, desejou-se saber como os adolescentes vêem a Educação Financeira e como a escola pode ajudar as famílias na orientação desses jovens.

## **OBJETIVO**

O trabalho que segue tem como objetivo identificar como os jovens vêem a importância do controle de suas finanças nos dias atuais. Qual a visão de Educação Financeira para estes. O que eles esperam do futuro. Quais são seus sonhos, objetivos de vida e como pretendem atingi-los.

Para que tal objetivo seja alcançado, realizar-se-á uma pesquisa com alunos do Ensino Médio, tanto público quanto particular, do Estado de São Paulo, capital, sendo mais preciso, da Escola Estadual Carlos Gomes e do Colégio Emília Marinho, respectivamente, ambos localizados na zona leste.

Objetiva-se, também entender como as famílias e as escolas exploram esse assunto no seu dia-a-dia desses jovens, ou seja, se os pais compartilham com seus filhos as formas com que lidam com suas economias mensais, se envolvem seus filhos no planejamento financeiro, na forma com que gastarão os valores adquiridos ao longo do mês, o quanto custa manter as despesas mensais, entre outras.

Da mesma forma, como as escolas abordam esse assunto e, se o fazem, qual a visão dos jovens para com essa abordagem. Se a escola consegue atingir os objetivos desejados, se está preparada para orientar esses jovens, se os profissionais são capacitados para desempenhar tal função.

Com os resultados da pesquisa mensurar-se-á como esses jovens vêem a Educação Financeira, ou seja, de quem é a responsabilidade de orientá-los, com qual idade deve-se incentivar o controle financeiro e como se posicionam diante dos problemas familiares.

## **REFERENCIAL TEÓRICO**

O estudo da Educação Financeira tem se tornado motivo de discussões nos últimos anos, no entanto, em nosso país, este ainda é um tema de difícil abordagem.

A educação Financeira vai muito além de uma simples conversa familiar no fim do dia ou de uma reunião nos almoços de domingo, passando para uma preocupação social, sendo transformada em Projeto de Lei pelo deputado Lobbe Neto que tramita no congresso nacional.

Segundo Modernell (2010), a Educação Financeira é um “conjunto de orientação e esclarecimentos sobre posturas e atitudes adequadas no planejamento e no uso de recursos financeiros pessoais”.

Porém, questiona-se: Quem deve orientar e esclarecer a sociedade sobre tais posturas?

Para responder a indagação citada, Modernell (2010) diz que as escolas podem “preparar as novas gerações para fazer o uso inteligente e responsável do dinheiro e dos recursos disponíveis, escassos ou abundantes contribuindo para o crescimento socialmente responsável da economia e dos índices de qualidade de vida”.

Já para Reinaldo Domingos “a Educação financeira deve começar na infância – sendo estimulada em casa e, posteriormente, em sala de aula, ou seja, nas escolas. ”

Quais as atitudes adequadas para planejar os recursos financeiros pessoais?

Orientando as pessoas sobre o uso consciente dos recursos financeiros, dos vários tipos de créditos, evitando o endividamento e a inadimplência, diagnosticando periodicamente a situação financeira pessoal. Com isso, ensina-se a importância do controle financeiro, de evitar o desperdício e de se fazer um planejamento para decidir quais investimentos são viáveis.

Para Reinaldo Domingos é preciso cultivar nas pessoas a capacidade de sonhar e de poupar recursos financeiros para a realização destes sonhos, sendo um de curto, outro de médio e um terceiro de longo prazo. Ele ensina que se deve primeiro retirar do orçamento financeiro familiar um valor destinado aos sonhos e, posteriormente, para as despesas e, assim, verificar-se o saldo do mês.

Em qual idade tais orientações devem se iniciar?

Para Modernell é preciso orientar toda a comunidade fazendo com que a mensagem chegue as crianças, principalmente, na fase de alfabetização. Reinaldo Domingos concorda com Modernell, alegando que, “a partir dos três anos de idade, a criança já tem condições de assimilar algumas lições básicas sobre quantidade e sobre elementos que fazem parte do dinheiro em primeira instância. ”

Como fazê-lo?

Capacitando profissionais (professores), comunidade e ensinando a todos, independentemente de idade, classe social, utilizando-se de linguagens atrativas, que desperte o interesse do público-alvo.

## **REFERENCIAL METODOLÓGICO**

Para Silva e Menezes (2001), uma pesquisa pode ser classificada quanto a sua natureza; forma de abordagem do problema; seus objetivos; e os procedimentos técnicos.

Para Cervo e Bervian (2002) as formas e objetos podem ser classificados como descritivo, experimental ou exploratório. Descritiva quando se observa, registra-se, analisa-se e correlaciona-se com fatos ou fenômenos sem manipulá-los. Experimental quando se manipula diretamente as variáveis relacionadas com o objeto de estudo. E exploratória quando se conhece pouco o objeto de estudo, sendo assim, traça-se objetivos e busca-se informações sobre o assunto.

Classifica-se a pesquisa feita para a elaboração deste artigo como exploratória, uma vez que, o grupo escolhido é de adolescentes que cursam o ensino Médio, tanto do ensino particular quanto do ensino público, e o objeto de estudo é a forma com que estes lidam com suas finanças.

Para desenvolver a pesquisa utilizou-se de questionário com nove perguntas fechadas destinadas apenas aos estudantes do ensino Médio. Responderam o questionário, 124 alunos da rede pública e 118 da rede particular. As respostas obtidas serão traduzidas em informações, classificadas e analisadas, para assim, obter um diagnóstico preciso da real condição dos adolescentes com relação a Educação Financeira.

## **ANÁLISE DOS RESULTADOS**

Através desse questionário, será possível identificar a forma com que esses adolescentes lidam com suas finanças. Abaixo os gráficos da pesquisa aplicada:

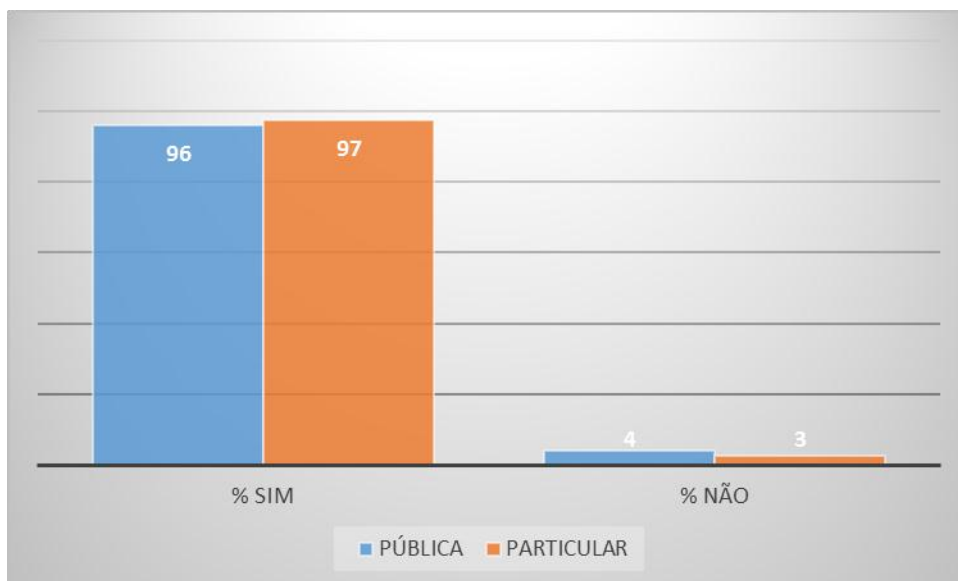
**Gráfico 1: Você sabe o que é Educação Financeira?**



Fonte: o autor

Ao serem questionados se sabiam o que é Educação Financeira, 75% dos alunos da rede pública responderam que sim, contra 96% da rede particular.

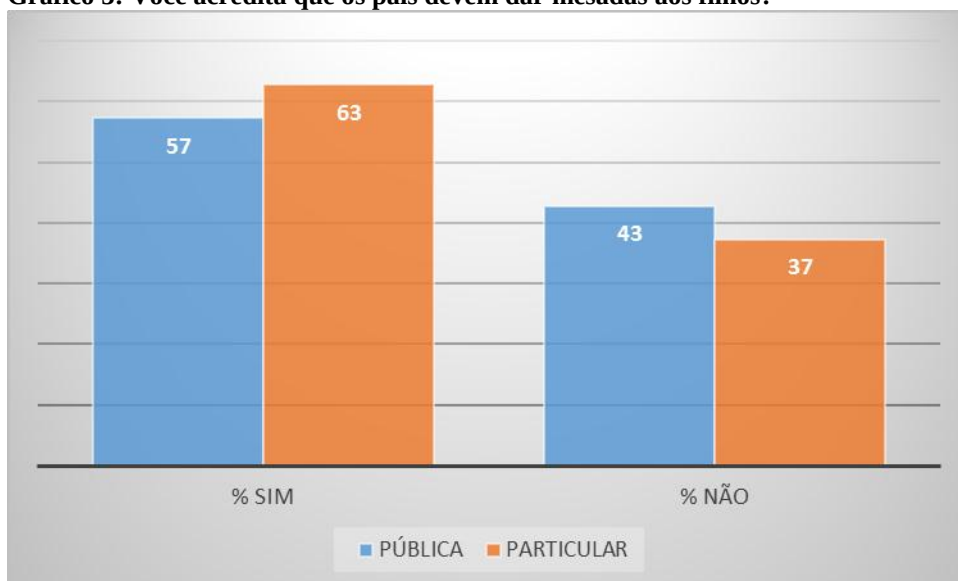
**Gráfico 2: A Educação Financeira é importante na adolescência para a formação de um adulto consciente financeiramente?**



Fonte: o autor

Com relação a importância da Educação Financeira na adolescência, tanto a escola pública quanto particular tiveram desempenho parecido, 96% contra 97% respectivamente acreditam que é importante.

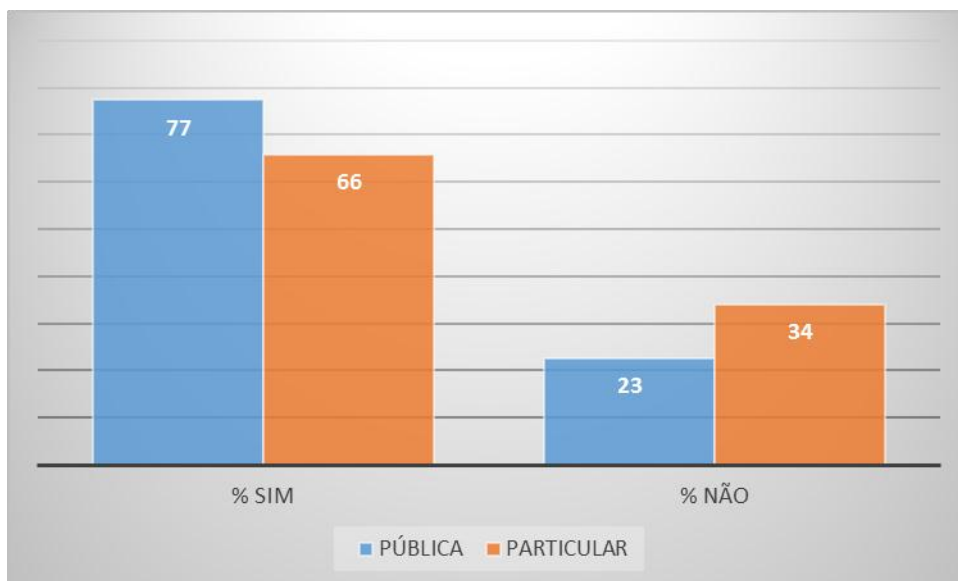
**Gráfico 3: Você acredita que os pais devem dar mesadas aos filhos?**



Fonte: o autor

Já ao serem questionados sobre mesadas, 57% dos alunos da rede pública responderam que os pais devem dar mesada aos filhos, já na rede particular esse número foi um pouco maior, 63%.

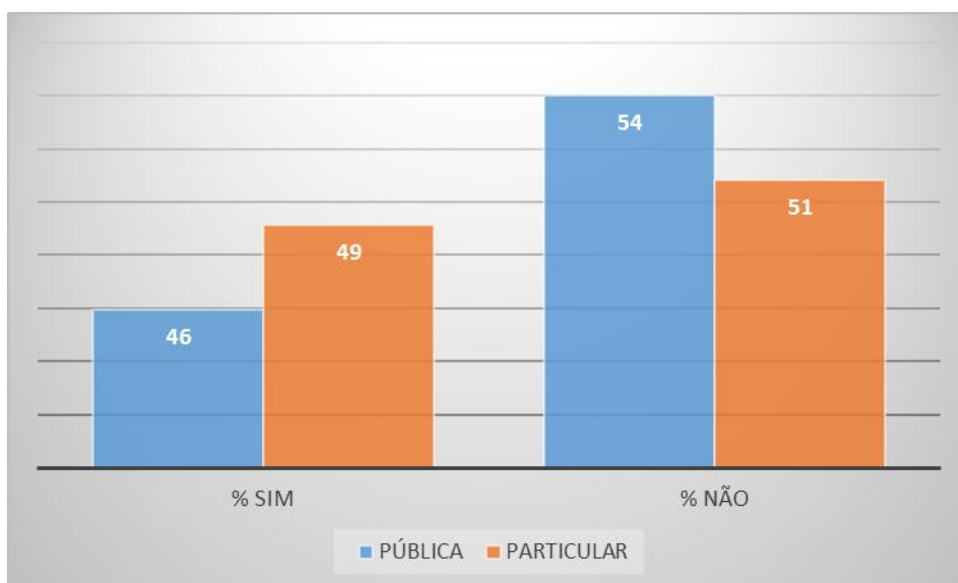
**Gráfico 4: Se sua resposta acima foi não, você acredita que eles devem dar dinheiro de acordo com as suas necessidades?**



Fonte: o autor

Dos alunos que acham que os pais não devem dar mesadas aos filhos, 77% da rede pública contra 66% da rede particular acreditam que os pais devem dar dinheiro aos filhos conforme suas necessidades.

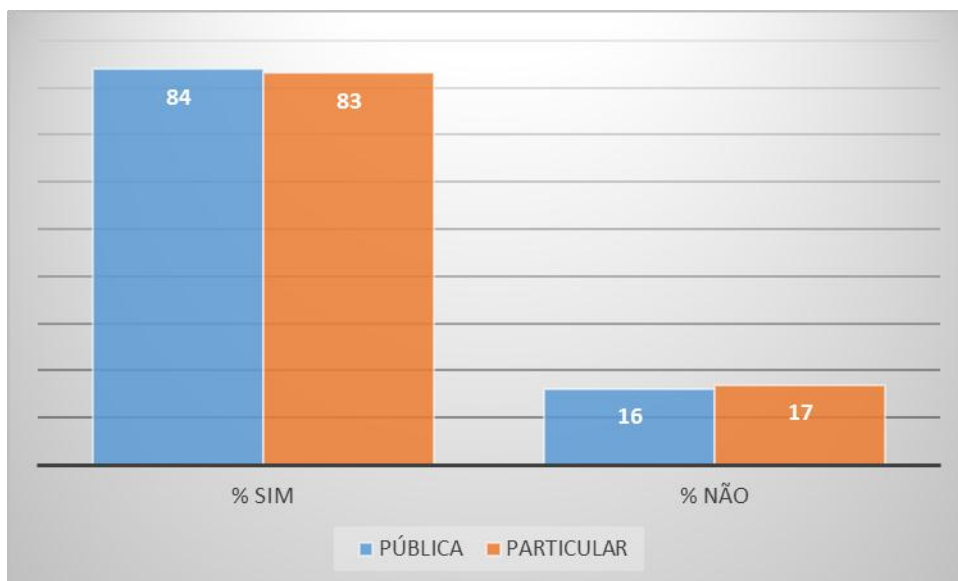
**Gráfico 5: Se optarem por mesadas, você acha que eles podem interferir na sua forma de gastá-la?**



Fonte: o autor

Para 54% dos alunos da rede pública os pais não devem interferir na forma com que os jovens gastam sua mesada. Na rede particular essa porcentagem é de 51%.

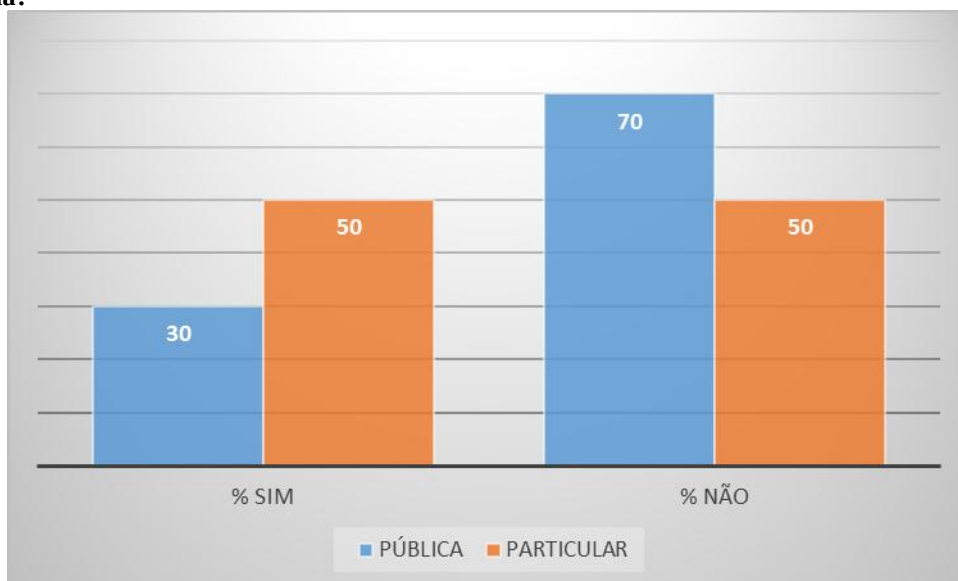
**Gráfico 6: Você acha que a orientação aos adolescentes sobre a Educação Financeira é um dever da família?**



Fonte: o autor

Tratando-se da orientação dos jovens sobre a Educação Financeira, 84% dos alunos da rede pública acreditam ser responsabilidade da família, contra 83% da rede particular.

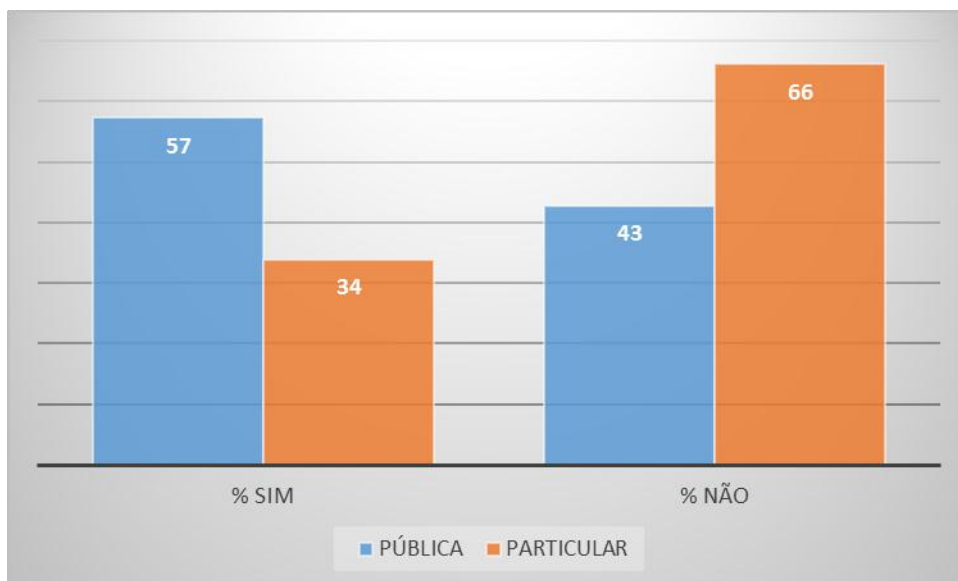
**Gráfico 7: Se sua resposta acima foi não, você acredita que a orientação aos adolescentes é dever da escola?**



Fonte: o autor

Para os alunos que pensam que a família não é responsável por orientar os jovens, 30% da rede pública dizem que é dever da escola, já na rede particular 50% acreditam que a escola tenha esse dever.

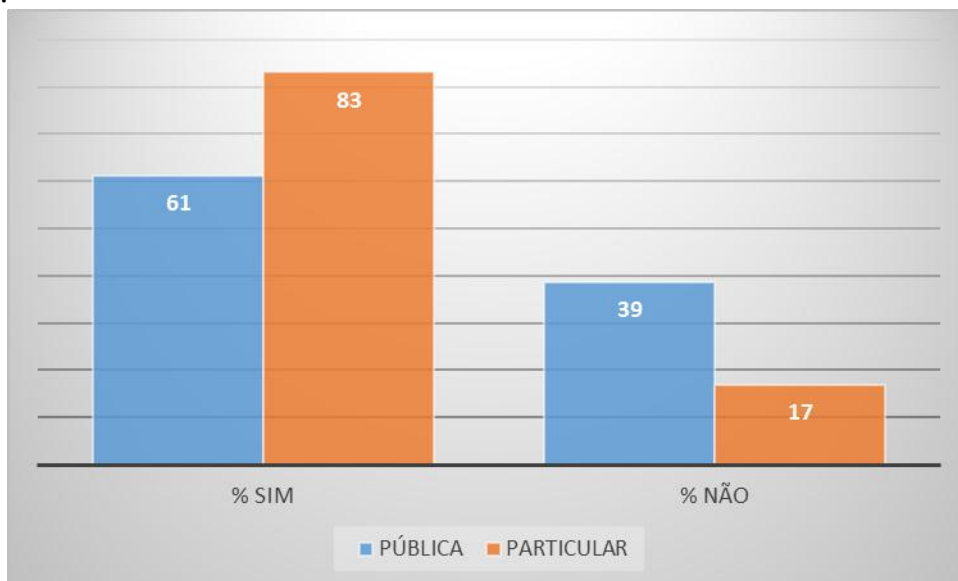
**Gráfico 8: Você concorda que os pais devem compensar seus filhos financeiramente por tarefas cumpridas, como por exemplo, tirar boas notas na escola ou levar o lixo para fora?**



Fonte: o autor

Quando questionados se os pais deveriam compensar financeiramente os filhos por tarefas cumpridas, 57% dos jovens da rede pública responderam que sim contra 34% da rede particular.

**Gráfico 9: Você acha certo os pais que compartilham com seus filhos problemas financeiros familiar?**



Fonte: o autor

Com relação aos pais compartilharem com seus filhos problemas financeiros, 61% dos alunos da rede pública acham certo e na rede particular essa porcentagem aumenta para 83%.

## CONCLUSÃO

O presente trabalho teve como objetivo identificar como os jovens vêem a Educação Financeira, como lidam com suas finanças, como as famílias e a escola auxiliam na formação destes jovens.



Para torná-la possível, realizou-se uma pesquisa com alunos do Ensino Médio da escola estadual Carlos Gomes e do colégio Emília Marinho, sendo 124 e 118 alunos entrevistados, respectivamente.

Ambas as escolas estão localizadas em São Miguel Paulista na zona Leste de São Paulo, capital.

Após analisar a pesquisa realizada, constatou-se que grande parte dos jovens dizem saber o que é Educação Financeira e reconhecem a importância de receber orientação ainda na adolescência sobre o tema.

Para mais de 80% dos entrevistados, a orientação sobre Educação Financeira é de responsabilidade da família e, para os que discordam, aproximadamente 40% acham que a escola deve se responsabilizar por essa tarefa. Com relação aos pais compartilharem os problemas financeiros da família com os filhos, mais de 70% acham certo.

Com os resultados obtidos pode-se dizer que os jovens sabem da necessidade do controle financeiro e da importância de se participar dos problemas familiares relacionados a esse assunto. Espera-se que no futuro eles adquiram habilidade para identificar e desenvolver ações que ajudem a população a se conscientizar financeiramente.

A pesquisa realizada teve um campo de atuação restrito, para que tais dados sejam comprovados é preciso que se faça novas abordagens com um número maior de jovens, de diversas regiões para que as informações colhidas obtenham maior precisão.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

DOMINGOS, Reinaldo. **Como falar sobre dinheiro com seus filhos**. Vol. 11. São Paulo, 2013.

DOMINGOS, Reinaldo. Disponível em: <http://www.dsop.com.br/> 01/04/2015 às 19:28

MODERNELL, Álvaro. **Semeando educação financeira**. In: SEMINÁRIO COREMEC: A EDUCAÇÃO FINANCEIRA NA ESCOLA. 2008. Disponível em: [https://www2.mp.pa.gov.br/sistemas/gcsubsites/upload/39/05\\_Semeando\\_Educacao\\_Financeira.pdf](https://www2.mp.pa.gov.br/sistemas/gcsubsites/upload/39/05_Semeando_Educacao_Financeira.pdf) 06/05/2015 às 22:11

SILVA, Edna Lúcia da; MENEZES, Estera Muszlkat. Metodologia da Pesquisa e Elaboração de Dissertação. 3ª ed. Florianópolis: Laboratório de ensino a distância da UFSC, 2001.

CERVO, Amado L.; BERVIAN, Pedro A. Metodologia Científica. 5. ed. São Paulo: Prentice Hall, 2002.

# EDUCAÇÃO MATEMÁTICA & EDUCAÇÃO AMBIENTAL: UMA AÇÃO INTERDISCIPLINAR

Felipe Marangoni Robledo<sup>1</sup>

CC11736523-9

Pedro Carlos Pereira<sup>2</sup>

CC04379633-3

<sup>1</sup>Doutorando do Programa de Pós-Graduação em Meio Ambiente da UERJ

<sup>2</sup>Professor Adjunto do Departamento de Matemática da UFRRJ

## Resumo

O debate a respeito de um projeto de sustentabilidade ganhou força nas esferas internacionais e nas políticas públicas brasileiras, principalmente a partir da segunda metade do século XX. Tais reflexões ganharam corpo ao se constatar que coube a esta época uma aceleração sem precedentes no que tange a degradação ambiental em nível planetário. Este artigo tem por objetivo discutir de que forma a Educação Matemática e a Educação Ambiental, defendida a partir de um viés crítico, tem se ocupado desta agenda política e como pode auxiliar na compreensão e superação dos problemas socioambientais da atualidade. Para tal serão discutidas em um primeiro momento como a temática ambiental está sendo incluída nas conferências internacionais sobre Educação Ambiental e nas políticas públicas brasileira. Posteriormente, nos predispomos a analisar as tendências da Educação Matemática e Ambiental e destacando a sua vertente crítica como fundamental para o modelo de educação, que acreditamos nos dias de hoje, responder aos anseios por uma transformação da realidade social do educando.

**Palavras Chave:** Educação Matemática; Educação Ambiental; Interdisciplinaridade; Formação de Professor.

## Breve histórico da Educação Ambiental

A Revolução Industrial, no século XVIII, levou os avanços tecnológicos a uma aceleração, em escala, cada vez maior e extravagante. Esta aceleração não só alterou a geopolítica mundial, como também a utilização desenfreada dos recursos naturais, causando uma intensa crise socioambiental. Para KISHINAME (2002), esta crise é absoluta, seja em um nível de país, ou em um nível global. Durante o período histórico, iniciado a partir da segunda metade do século XX, o qual Eric Hobsbawm (1998) convencionou chamar de “*Era de ouro do capitalismo*”, este processo atinge níveis sem precedentes pelos países desenvolvidos em detrimento dos países periféricos, em desenvolvimento, o que leva a uma degradação ambiental preocupante. Segundo Mangabeira Unger (1991), a crise ambiental atual se configura por uma anormalidade de visão de mundo e de civilização, identificado no que concerne a questão ambiental como o questionamento a um olhar moderno de que o “*ser humano é tão mais humano quanto mais ele domina a natureza e os outros homens, tão mais homens quanto mais ele consegue estender o seu controle sobre todos os níveis e todos os planos de existência*” (p.53). Para Leff (2002), vivemos em um paradigma civilizatório e de racionalidade, na qual a espécie humana vem superando os limites sustentáveis do planeta. Ainda afirma que, é imprescindível que se repense estratégias para a

emergência de uma sustentabilidade a partir de uma discussão e reflexão acerca dos conhecimentos e saberes ambientais. Neste processo, os diferentes modos de ensino: formais, não formais e midiáticos, assumem papel importante na formação de atores sociais capazes de transformar sua realidade.

Neste contexto a temática ambiental passa a ganhar destaque nas conferências internacionais, tais como, Estocolmo (1972), Tbilisi (1977), Moscou (1987), Rio (1992), Joahnesburgo (2002), Ahemabad (2007) e Rio de Janeiro (2012), nas quais a Educação Ambiental passou a ocupar papel de destaque nas suas determinações. A Conferência de Estocolmo determinou em seu artigo 19º, no que diz respeito à Educação Ambiental (EA):

é indispensável um trabalho de educação em questões ambientais, visando tanto às gerações jovens como os adultos, dispensando a devida atenção ao setor das populações menos privilegiadas, para assentar as bases de uma opinião pública, bem informada e de uma conduta responsável dos indivíduos, das empresas e das comunidades, inspirada no sentido de sua responsabilidade, relativamente à proteção e melhoramento do meio ambiente, em toda a sua dimensão humana (ONU, 1972).

Já podemos notar que, em 1972, havia uma preocupação em se desenvolver uma EA que atendesse as populações menos favorecidas frente ao sistema de dominação hegemônico. Cinco anos depois, a principal conferência que tratou com respeito às questões ambientais foi a de Tblisi, que recomendava, entre outros assuntos, que é função da educação criar a consciência socioambiental e uma melhor compreensão sobre os problemas que afetam o meio ambiente (LAYRARGUES, 1999; DIAS, 2003). Assim, caberia a EA:

lograr que os indivíduos e a coletividade **compreendam a natureza complexa do meio ambiente** natural e do meio ambiente criado pelo homem, resultante da integração de seus aspectos biológicos, físicos, sociais, econômicos e culturais, e adquiram os **conhecimentos, os valores, os comportamentos e a habilidades práticas** para **participar** responsável e eficazmente da prevenção e **solução** dos problemas ambientais, e da gestão da questão da qualidade do meio ambiente (UNESCO;1997; p.1, grifos nossos).

Portanto, Tblisi reconhece como meio ambiente aquele que integra o ser-humano e a natureza em suas articulações, *“resultante da integração de seus aspectos biológicos, físicos, sociais, econômicos e culturais”* (Ibid). Exigindo uma abordagem interdisciplinar, por perceber que as questões ambientais referem-se ao todo e não às disciplinas isoladas. A Conferência das Nações Unidas sobre o Desenvolvimento Sustentável, realizada no Rio de Janeiro em 2012, denominada de Rio +20, corrobora com as determinações das Conferências anteriores, ao determinar em dois artigos que:

229. Reafirmamos nosso compromisso com o direito à educação e, nesse sentido, comprometemo-nos a reforçar a cooperação internacional para alcançar o acesso universal à educação primária, especialmente para países em desenvolvimento. Reafirmamos ainda que o acesso pleno à educação de qualidade em todos os níveis é uma condição essencial para alcançar o desenvolvimento sustentável, a erradicação da pobreza, a igualdade de gênero, o empoderamento das mulheres e o desenvolvimento humano, bem como a realização dos objetivos de desenvolvimento acordados internacionalmente,

incluindo os ODM, e a plena participação de homens e mulheres, em especial dos jovens. Nesse sentido, enfatizamos a necessidade de garantir o acesso igual à educação para pessoas com deficiência, povos indígenas, comunidades locais, populações de minoria étnica e os que vivem em áreas rurais.

230. Reconhecemos que as gerações mais jovens são os guardiões do futuro, e que é necessário melhorar a qualidade e o acesso à educação para além do nível primário. Nós, portanto, resolvemos dotar nossos sistemas educacionais de meios para preparar melhor os jovens para a promoção do desenvolvimento sustentável, nomeadamente através de uma melhor formação de professores, do desenvolvimento de currículos em torno da sustentabilidade; do desenvolvimento de programas escolares que abordem as questões ligadas à sustentabilidade; de programas de formação que preparem os estudantes para carreiras em áreas relacionadas com a sustentabilidade; e de uma utilização eficaz de tecnologias de informação e comunicação para melhorar os resultados da aprendizagem. Apelamos para uma maior cooperação entre escolas, comunidades e autoridades, em seus esforços para promover o acesso à educação de qualidade em todos os níveis. (ONU, 2012).

Podemos perceber, nestas diretrizes, que o papel dado a Educação como instrumento de justiça social, a partir da defesa de uma prática educacional que contemple a todos e as diferentes classes sociais. Desta forma, é fundamental que se supere a dualidade existente entre a formação de um *“homo sapiens x homo faber”* (MÉSZARÓS, 2005), caracterizado por um ensino diferenciado segundo as categorias sociais e responsáveis pela criação de uma classe ensinada para pensar e outra para realizar tarefas sem questionar, contribuindo, desta maneira, para a perpetuação da dominação capitalista.

Estas determinações a respeito do meio ambiente chegam ao Brasil, em paralelo a Conferência de Estocolmo, com a criação da Secretaria Especial do Meio Ambiente (SEMA) e a Divisão de Comunicação e Educação Ambiental, no ano de 1973, que serviram de *“embrião do que viria a ser o Departamento de Educação Ambiental do Ministério do Meio Ambiente (DEA/MMA), um dos órgãos responsáveis pela implementação pública da EA”* (TAMAIIO, 2008; p.21). Na década de 1980, quatro determinações colaboram para ao crescimento das questões ambientais como políticas públicas. A primeira é a criação da Política Nacional de Meio Ambiente, em 1981, a partir da Lei nº 6938/81. Em seguida, no ano de 1987, a inclusão da Educação Ambiental nos conteúdos programáticos trabalhados nas disciplinas da Educação Básica, como tema transversal, por determinação do Conselho Federal de Educação. Já, a terceira determinação faz parte da Constituição Federal de 1988, que inclui a temática ambiental no seu corpo considerando como papel do poder público: *“promover a educação ambiental em todos os níveis de ensino e a conscientização pública para a preservação do meio ambiente”* (BRASIL, 1988). A quarta, e última, é a Divisão de Educação Ambiental, transformada na extinta Coordenadoria Geral de Educação Ambiental – CGEAM, na estrutura regimental do Instituto Brasileiro do Meio Ambiente e dos Recursos Naturais Renováveis (IBAMA).

Em 1992, o IBAMA criou o Núcleo de Educação Ambiental (NEA/IBAMA) em todas as superintendências estaduais (TAMAIIO, 2008, p.21). Neste mesmo ano ocorreu a “Conferência da ONU sobre Meio Ambiente e Desenvolvimento”, a “RioEco-92”, ou simplesmente “ECO-92”. Para discutir sobre EA, vários pesquisadores e estudiosos sobre o assunto, criaram Grupo de Trabalho (GT), cujo objetivo é o de divulgar os resultados das experiências brasileiras e internacionais sobre EA, no que tange a

metodologias e currículos. No Brasil este GT transformou-se na Coordenação de EA e, posteriormente, na Coordenadoria Geral de Educação Ambiental do Ministério de Educação e Cultura (MEC). Ao inserir o tema Meio Ambiente nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN's), como um tema transversal (MEC/SEF, 1998), busca-se evitar que a Educação Ambiental fique restrita a uma determinada disciplina, tendo que permear os conteúdos de todas as disciplinas e permitindo uma abordagem ampla da temática ambiental. No ano de 1999, esta temática foi incluída nos PCN's de ensino médio. Ainda, em 1999, a partir da Lei Federal nº 9.795/99, criou-se o Órgão Gestor da PNEA (OG-PNEA), composto pela Política Nacional de Educação Ambiental (PNEA), o Departamento de Educação Ambiental do Ministério do Meio Ambiente (DEA/MMA) e a Coordenadoria-Geral de Educação Ambiental do Ministério da Educação (CGEA/MEC). Suas atribuições legais são a de formular e implementar políticas de EA em âmbito federal, nos marcos legais da PNEA, e em consonância com o Programa Nacional de Educação Ambiental (ProNEA). Em 2003, a partir de um acordo estabelecido entre o MEC e o Ministério do Meio Ambiente, o órgão Gestor da Política Nacional de EA, que coordena a Política Nacional de Educação Ambiental, passará a gerir os órgãos e entidades integrantes do Sistema Nacional de Meio Ambiente, pelas instituições educacionais públicas e privadas dos sistemas nacional de ensino (federal, estadual, municipal, entidades não governamentais, entidades de classe, meios de comunicação e demais segmentos da sociedade) (BRASIL, 2006, p. 3).

### **A Educação Ambiental como instrumento de transformação**

Partindo das prerrogativas expostas anteriormente, a respeito das resoluções acerca do papel da educação como meio de transformação das realidades sociais, não podemos esquecer que cabe à Escola uma importante ferramenta para que se ponha em prática esta transformação. Devemos lembrar que o aluno, em muitas das vezes, passa mais tempo dentro da Escola do que da sua própria casa e, desta forma, o docente tem papel fundamental na formação do educando.

A escola é um espaço privilegiado de organização social. Segundo Layrargues (2006), nenhum outro aparelho ideológico de Estado possui, à sua disposição, uma audiência tão numerosa e por tanto tempo disponível para seu efeito. Afinal de contas, o sistema de ensino se encarrega da transmissão das ideologias para o futuro, pois recebe as futuras gerações de todo sistema social e as prepara, não apenas para compartilhar das regras de convívio social e culturalmente, para assumir seus respectivos papéis na sociedade, no mundo do trabalho, nas relações produtivas e mercantis do país e do mundo.

Nesse mesmo sentido, Mészáros (2008) aponta que a educação poderia ser uma alavanca essencial para a mudança e para a emancipação dos sujeitos, porém se tornou instrumento dos estigmas da sociedade capitalista, além de gerar e transmitir um quadro de valores que legitima os interesses dominantes. Saviani (2005) e Tozzoni-Reis, Campos (2014) definem a escola como sendo uma instituição cuja função é a de socializar o saber sistemático, promovendo a consciência do aluno para a compreensão e transformação da realidade.

Toda educação se afirma como crítica, porém cada discurso tende a legitimar determinadas forças com interesses diversificados. Defendemos a visão de Loureiro (2006), que considera como crítica todas as pedagogias divergentes da prática educativa tradicional marcada por uma organização curricular fragmentada e hierarquizada, pautada em finalidades pedagógicas desinteressadas quanto às implicações sociais de sua prática, assim, surge no intuito de problematizar tais sentidos e buscar a superação

de visões e práticas ideologizantes. Mais especificamente no que diz respeito ao assunto central deste texto, a educação ambiental se considera como um dos mais complexos desafios propostos aos docentes na atualidade, uma vez que, as discussões acerca das questões ambientais dificilmente alcançam o ensino escolar fundamental e médio (PELEGRINI;VLACH, 2011), contribuindo com o vácuo presente entre academia e escola sobre a temática ambiental.

A estrutura curricular formal nas escolas, ao dividir as ciências em dois grandes blocos, naturais e humanas, favorece a falta de diálogo entre ambas e a criação de um conceito de meio ambiente que priorize os aspectos naturalistas e cientificistas como hierarquicamente superior aos aspectos do homem dentro de sua organização social (MENDONÇA 2002, PELEGRINI;VLACH, 2012). Desta forma, é importante que se busque na academia a elaboração de uma abordagem que reduza esta divisão, oferecendo uma explicação mais ampla e que permita uma intervenção mais “realista” das questões ambientais.

A educação ambiental não pode estar desfocada de uma educação completa, ou seja, a conscientização das questões ambientais não pode abrir mão das discussões a respeito da estrutura social, no que tange as relações de consumo, produção, exploração e atuação da propaganda como forma de criar uma consciência ambiental favorável às potências hegemônicas e sua forma de “ver” o mundo. Assim sendo, não se trata de excluir as questões relacionadas a um uso racional dos recursos naturais, mas não deixar de lados seu caráter social, político, econômico e cultural. Ela deve abarcar simultaneamente diversas áreas de estudo e organização de saberes.

O próprio conceito de desenvolvimento sustentável pode ser visto, segundo Altvater (1999), como sendo, nem socialmente justo, nem ecologicamente responsável e, por esta razão, a educação ambiental deve elencar em seus programas questões envolvendo a partilha de recursos naturais, seja por parte dos Estados, da sociedade e demais entidades sociais.

Segundo Cinquetti e Carvalho (2004, p.162), a Educação ambiental no que diz respeito a sua abordagem teórica e experiências práticas, se dividem em três dimensões. São elas:

dos **conhecimentos** debater a relevância das ênfases e abordagens dos conteúdos e conceitos relativos à temática ambiental, tomando como parâmetro o conhecimento acumulado historicamente e disponível nas áreas das Ciências Naturais e Humanas, da Filosofia e de outras experiências de produção de conhecimento sobre o mundo da natureza e o mundo da cultura. (...) **valorativa**, os documentos resultantes das principais conferências internacionais<sup>4</sup> e a produção teórica na área sustentam que não basta tratar dos aspectos informativos nas práticas pedagógicas. Segundo tais documentos, a ênfase na informação, não acompanhada de um questionamento e revisão, com possíveis mudanças de valores éticos e estéticos, significaria uma redução do alcance e das possibilidades do desenvolvimento de trabalhos mais conseqüentes, críticos e efetivos.(...) da **participação política**. Se o acesso à informação não é suficiente para mudar atitudes, necessitando de um repensar sobre os valores, pode-se dizer que o questionamento dos valores também não basta para pensar e atuar sobre as questões ambientais. É necessário um posicionamento político, assim como ações individuais e coletivas, que possibilitem o exercício, tanto da cidadania, quanto das formas democráticas de influir e propor políticas para a educação e o meio ambiente (grifo dos autores).

Fien (1993) considera que:

a atenção na educação para a sustentabilidade, ainda em transição para a sustentabilidade, precisa ser pautada na interdependência dinâmica de transformação pessoal e estrutural. Não pode pautar-se na mudança de valores e estilos de vida individuais ou apenas na mudança estrutural. (p.4)

Portanto, a EA deve considerar em sua prática as discussões que possibilitem a sociedade superar seu estágio atual, rompendo com a dominação das grandes potências dos recursos naturais e sua distribuição.

Para Layrargues e Lima (2011) existem múltiplas tendências e concepções sobre EA, é o que destacaremos nas macrotendências conhecidas como conservacionista, pragmática e crítica. De acordo com Tozoni-Reis (2004), estas tendências são denominadas, respectivamente, de Natural, Racional e Histórica. E, segundo, Martinez-Alier (2007). o “culto ao silvestre”, o “evangelho da ecoeficiência” e o “ecologismo dos pobres”.

A macrotendência conservacionista, por se expressar majoritariamente e estritamente a partir de uma visão ecológica dos problemas ambientais, acaba por adquirir um caráter empobrecedor no qual o ser-humano é qualificado como destituído de qualquer recorte social. Desta maneira, a partir da generalização abstrata deste ser-humano como “humanidade” considera a todos, sem distinção, vítimas e causadores dos problemas ambientais sem relativizar suas atuações e sem relação com as práticas sociais.

A macrotendência pragmática traz no seu bojo a busca por soluções práticas para as questões ambientais, desde que tragam resultados sem questionar o statu quo da sociedade atual. Aproxima-se do conceito de atividade defendido por Loureiro (1999), ou seja, não se preocupa em analisar as causas desta degradação a partir de um modelo político-social e econômico hegemônico. Sendo assim, concebe o meio ambiente como uma sucessão de recursos em processo de esgotamento destituídos de componentes sociais. Esta macrotendência adequa-se ao modelo neoliberal, na medida em que, apela aos indivíduos e as empresas atitudes que favoreçam a diminuição da degradação, sem, no entanto, dar ao Estado responsabilidades sobre a questão. A EA para esta macrotendência se configura como substituta do papel regulador do Estado Liberal, caracterizada, por exemplo, na aplicação de multas como forma de “compensação do risco” ambiental.

Por fim, a macrotendência crítica concebe os problemas ambientais como associados aos problemas sociais, incluindo o ser-humano como ator vital e sua relação com a natureza mediada por relações socioculturais e de classe historicamente construída. Pedagogicamente, esta macrotendência visa à busca por uma análise dos problemas ambientais como socioambientais, ou seja, como contestadora do modelo hegemônico capitalista, pautado na existência de um sistema de exploração social e concentração de renda e riqueza. Busca-se politizar a questão ambiental a partir da pedagogia do conflito, com o intuito de superar a desigualdade e injustiça socioambiental.

No que diz respeito prática pedagógica, as duas primeiras correntes possuem um caráter empobrecedor ao não discutir o caráter social, econômico, cultural e político das questões ambientais, servindo, em inúmeros casos, como discurso que busca soluções técnicas mantendo o status quo da dominação capitalista. A terceira possui como ponto a ser destacado a busca pela transformação social a partir da educação e da educação ambiental (LAYRARGUES, 2012).

A EA deve visar uma transformação social a partir da superação das injustiças ambientais e desigualdades sociais, além da apropriação dos recursos naturais como sendo privadas às potências mundiais. No entanto, cabe a EA uma mudança de paradigmas, implicando em uma revolução científica e política (SOORENTINO et al., 2005).

Para Sorrentino:

A educação ambiental nasce como um processo educativo que conduz a um saber ambiental materializado nos valores éticos e nas regras políticas de convívio social e de mercado, que implica a questão distributiva entre benefícios e prejuízos da apropriação e do uso da natureza. Ela deve, portanto, ser direcionada para a cidadania ativa considerando seu sentido de pertencimento e co-responsabilidade que, por meio da ação coletiva e organizada, busca a compreensão e a superação das causas estruturais e conjunturais dos problemas ambientais. (et al. 2005, p.288-289)

Desta forma, a EA deve se constituir em uma prática transdisciplinar, na qual o meio ambiente seja visto não como sinônimo de natureza, mas como uma base de interações entre o meio físico-biológico, a sociedade e a cultura produzida pelos seus membros (SORRENTINO et al.). NEFFA (2013) aponta que o entendimento da Educação Ambiental apenas como instrumento de mudança comportamental e cultural e, não como instrumento de transformação social, separa-a das práticas sociais e, por conseguinte, das questões do trabalho que, no modo de produção capitalista, inserem-se no processo de produção material que é cada vez menos guiado pelas necessidades de (sobre)vivência do ser humano, sendo determinado pelo processo de acumulação do capital, segundo valores, códigos e representações daqueles que o detém. A busca da valorização do lucro acentua as representações que separam o ser humano da natureza, numa visão reducionista que pressupõe as forças naturais como um fator externo ao processo histórico.

A educação ambiental não pode ser desfocada de uma educação completa, ou seja, a conscientização das questões ambientais não pode abrir mão de discussões a respeito da estrutura social, no que tange as relações de consumo, produção, exploração e atuação da propaganda como forma de criar uma consciência ambiental favorável às potências hegemônicas e sua forma de “ver” o mundo. Assim sendo, não se trata de excluir as questões relacionadas a um uso racional dos recursos naturais, mas não deixar de lados seu caráter social, político, econômico e cultural. Ela deve abarcar simultaneamente diversas áreas de estudo e organização de saberes e questionar a dissociação presente entre os aspectos ecológicos e/ou biológicos e os aspectos sociais, desta maneira, deve considerar em sua análise o caráter estrutural e civilizatório da crise ambiental, buscando respostas políticas e éticas para a degradação ambiental, considerando a degeneração de um modelo civilizatório baseado em opções políticas e valorativas nocivas a sociedade (LIMA, 2009).

### **A relação entre o ensino e o Meio Ambiente**

A questão ambiental é considerada, para a sociedade em geral, cada vez mais urgente e de suma importância. O futuro da própria humanidade depende da relação entre o uso dos recursos naturais e a natureza.

O ser humano é o único elemento do meio ambiente capaz de intervir de forma deliberada e racional no próprio meio em que vive, pois é quem detém o conhecimento e, portanto, tem o poder intervir sobre este meio.



Entender as questões ambientais para além das extensões biológicas, químicas, físicas, paralelas às questões sócio-políticas, exigem a construção de uma consciência ambiental sólida para uma preparação do exercício coerente da cidadania.

A escola é um dos locais adequados para a construção deste entendimento, através de um ensino ativo e participativo, capaz de superar os impasses e insatisfações vividas de modo geral pela escola. Assim, a família, trabalho e a igreja, são locais onde alunos e professores exercem a sua cidadania.

O objetivo, para com o receptor das informações, aluno ou sociedade, é que o desenvolvimento da consciência ambiental, obtenha tais conhecimentos:

-  Direitos e deveres que estão previstos por lei;
-  Informações mais concretas sobre o que é o meio ambiente, principalmente com relação ao meio que se situam;
-  Como e porque os elementos deste meio ambiente no qual vivemos se transformam;
-  Como o meio ambiente reage as nossas interferências, diretas e indiretas, bem como nossas atitudes individuais e coletivas.

É através da escola que o entendimento sócio-político das questões ambientais e a formação da consciência ambiental se tornam objeto de estudo para a construção do pensamento sobre o meio ambiente.

Para Penteadó, importante saber que:

“Ações coletivas organizadas, visando o estabelecimento de metas desejadas, reúnem forças sociais e as canalizam nas direções pretendidas, explicitando aos nossos representantes os interesses que cumprem representar e que não necessariamente coincidem com os seus pessoais, tornando transparente a natureza dos interesses públicos”. (2007, p.29)

O ensino da matemática é, muitas das vezes, centrado em si mesmo, limitando-se a exploração de conteúdos meramente acadêmicos. O desejado é haver uma interação deste ensino com temas transversais, ou seja, uma contextualização.

Segundo os PCN's, a compreensão das questões ambientais pressupõe um trabalho interdisciplinar em que a Matemática esta inserida. O uso dos aspectos envolvidos em problemas ambientais favorece uma visão mais clara do pensamento matemático, ajudando na tomada de decisões e permitindo intervenções necessárias, tais como a reciclagem e reaproveitamento de materiais. A compreensão dos fenômenos que ocorrem no ambiente, como poluição, desmatamento, limites para uso dos recursos naturais, desperdício, temos ferramentas matemática essenciais na construção do conceito de média, áreas, volumes, proporcionalidade, etc., e procedimentos como formulação de hipóteses, realização de cálculos, coleta, organização e interpretação de dados estatísticos e prática da argumentação.

Em nossa atuação social, a consciência ambiental apresenta uma compreensão do meio em que estamos inseridos apontando para uma forma mais satisfatória de resolver as questões da sobrevivência humana.

No exercício de desenvolver essa consciência, devemos mudar a maneira de realizar o trabalho escolar, que de informativo passa a ser essencialmente formativo. É importante nas tarefas com o aluno: Estabelecer relações sobre o assunto, a ser ensinado em sala de aula com a vida, dinamizando-o e vivificando-o por meio de resolução de problemas.

Com relação a esses fatos, podemos dizer que a formação da consciência ambiental dos alunos e o desenvolvimento do exercício de sua cidadania passa pela

transformação da escola informadora para a escola formadora. Esta escola formadora é aquela que somos capazes de construir um conhecimento a partir da consciência ambiental das participações escolares no dia a dia.

A lição que podemos aprender até o presente momento é que seja qual for as ações humanas sobre a terra, haverá sempre uma resposta da própria terra, englobando a cadeia de relações entre os elementos que compõe o meio ambiente. Como o homem esta envolvido nessas relações, é necessário que saiba retirar terra para que tenha as condições básicas para sua sobrevivência. Para tanto, é importante ter consciência de como suas ações acarretam em consequências desastrosas para ele próprio.

### **O professor de Matemática: uma opinião**

Conhecer o ambiente que cerca o aluno - comunidade e escola - possibilita a compreensão de como a realidade se organiza em seus mais diversos aspectos e como pode ser incluída nas ações de ensino e de aprendizagem. É importante que o professor tenha como objetivo centrado o aluno e que as ações de ensino irão exercer nele influencias significativas ou ate mesmo negativas.

O professor não é, em hipótese alguma, o único informante e cujas ações conduz o aluno a um processo contínuo de passividade. O aluno deve ser conduzido a um processo ativo provocado pela sua participação e que seja favorecido o seu crescimento em todo o processo de absorção.

É importante conduzir o aluno a capacidade de saber pensar, refletir, analisar e concluir, deixando-o assim em condições de dominar o conhecimento. Todo esse esforço implica em requisitos na busca de interpretação da realidade problematizada e concomitantemente na busca de estratégias de superação de dificuldades.

Sendo assim, o aluno passa utilizar sua criatividade na busca de soluções para problemas que o circundam diariamente, aproximando o ensino da matemática a sua realidade.

Com base nas informações auferidas da realidade dos alunos e também da escola, o passo importante para elaboração de objetivos de ensino, para que obtenham todo o aprendizado e tenham o maior proveito no curso, considerando que os conteúdos terão significados e sentido a partir da realidade dos alunos.

Segundo os PCN's:

“A interdisciplinaridade supõe um eixo integrador, que pode ser o objeto de conhecimento, um projeto de investigação, um plano de intervenção. Nesse sentido, ela deve partir da necessidade sentida pelas escolas, professores e alunos de explicar, compreender, intervir, mudar, prever, algo que desafia uma disciplina isolada e atrai a atenção de mais de um olhar, talvez vários (BRASIL, 2002, p. 88-89).

### **Uma relação entre a Matemática e o Meio Ambiente**

Diante do grande crescimento da quantidade de lixo, a efetividade de medidas como enterrar, incinerar e reciclar, a olhos vistos, é até o momento uma atitude insuficiente. Pois, nenhuma dessas iniciativas esta capacitada, de forma eficaz, em deter o contínuo crescimento armazenamento dos resíduos sólidos. As estratégias de gerenciamento de resíduos como os aterros sanitários, incineradores, e até mesmo o próprio exercício da reciclagem, fenômeno que vem crescendo nos últimos anos, tem suas eficácias não sendo satisfatória.

Em todos os níveis do progresso da evolução humana, é inevitável a geração de novos produtos e, em decorrência desse fator, há inevitavelmente o aumento considerável de resíduos, seja no processo de produção, seja no cotidiano doméstico de

consumir e descartar. Para melhor visualizar, temos as embalagens plásticas descartáveis, que são derivadas do petróleo, é um recurso não renovável, atendem a nossa necessidade, contribuindo para um aumento significativo do volume de lixo.

Atualmente o lixo pode ser classificado em:

- + Resíduo Sólido Urbano: É o resíduo doméstico, produzido em instalações publicas, comercio.
- + Resíduo Hospitalar: São os resíduos produzidos por estabelecimentos hospitalares. É importante salientar que estes resíduos são bastante perigosos, por conter agentes causadores de doenças.
- + Resíduo Industrial: Este é o gerado pela indústria e altamente prejudicial ao meio ambiente e a própria saúde humana.
- + Resíduos de Construção e Demolição: Estes são conhecidos por RCD e provenientes de obras civis: construção, alteração, conservação, demolição ou derrocada de edificações, reconstrução, assim como o solo e lama de escavações.
- + Resíduo Nuclear: É composto por produtos radioativos.

Há a consequência indireta que este aumento de resíduos sólidos nos proporciona que é veicular doenças, proliferação de ratos e mosquitos. Além de contaminar os córregos e os lençóis d'água com o chorume.

Segundo Waldman temos que:

“Quando antes e quanto mais os produtos se tornarem inúteis, tanto maiores serão os lucros, ainda que a contra partida seja sobre explorar os recursos naturais e, é claro, maximizar a geração de lixo. Claramente, uma equação subsumindo tempo, lixo e mercado governa a ciranda dos bens, explicando muitos contextos relacionados com os resíduos.”  
(2010)

Neste cenário, surge o trinômio três “R”: Repensar, Reduzir, Reutilizar. Estes despontam como grandes aliados na árdua tarefa de colocar um ponto final nessa desordem do destino, destes resíduos, dos recursos e reduzir a geração de lixo na fonte.

O **primeiro R**, reduzir, é a forma mais interessante dentre os três para a preservação ambiental ou mesmo a preservação dos recursos naturais. Isso significa economizar de todas as formas possíveis. Numa sociedade onde quase todas as embalagens são descartáveis, é preciso repensar nas diversas maneiras de combater o desperdício.

O **segundo R**, que tem o significado de reutilizar, é destinado para tratar os resíduos. Para tanto, devemos ter um pouco de imaginação e com o uso da tecnologia proporcionar mudanças destino do resíduo. Esta é uma forma de evitar que vá para o lixo aquilo que não é lixo. É ser criativo, inovador, usar um produto de várias maneiras.

Já o **terceiro R**, que significa reciclar, que nada mais é que aproveitar a matéria prima embutida no resíduo com o objetivo de fabricar o mesmo produto ou até mesmo em um outro tipo de produto. Vale ressaltar que a reciclagem exige um consumo extra de energia para a fabricação deste novo produto. Daí, se não deu para reduzir nem reutilizar, a melhor solução é enviar este material para a reciclagem.

É importante salientar que o conceito de desenvolvimento sustentável conquistou tamanha visibilidade, passando a justificar uma verdadeira obsessão em adereçar atividades e produtos com seu selo de marca.

É importante conscientizar e mobilizar a população sobre os enormes prejuízos ambientais causados pelo lixo, bem como as novas possibilidades de utilização e de melhoria da qualidade de vida. A escola é um dos meios que pode e deve contribuir para

a conscientização da comunidade ao entorno sobre a importância da preservação do meio ambiente.

É importante que o cidadão possa ser orientado sobre como ele pode melhorar o planeta mudando seus hábitos. Um dos melhores exemplos a ser mostrado é a relação dos efluentes líquidos dos esgotos das casas e fábricas, na contaminação do solo e dos rios e morte dos peixes. É importante mostrar também o mau cheiro dos lixões e o fluxo através do solo, contaminando o lençol freático, pondo assim em risco a saúde humana.

Mais uma vez, segundo Waldman, temos:

“Contexto que, por exigir mudança urgente, mostra o quanto o estudo do lixo se vincula com a rediscussão das expectativas humanas diante do mundo e, também, o quanto este repensar interfere na visão que temos sobre os resíduos e seu papel no dinamismo da sociedade”. (2010)

### **Considerações Finais**

O homem é produtor e vítima da degradação socioambiental decorrentes do modo de produção e consumo capitalista. É imprescindível que se insira uma discussão a respeito do futuro do planeta e da sua própria espécie. Propomos que a educação assuma um papel fundamental para a compreensão da relação homem-natureza, e desta forma, a Educação Ambiental passa a ser vista como instrumento de conscientização e transformação social com vistas a um desenvolvimento sustentável pautado em uma justiça social.

Assim, acreditamos que a EA crítica possa responder aos anseios desta sociedade contemporânea a partir de uma conscientização, com o intuito de construir um ser humano, e a realidade na qual este se insere, crítico para a construção de uma sociedade mais sustentável e equitativa.

### **5. Referencias bibliográficas**

- \_\_\_\_\_. Constituição Federal Brasileira de 1988. **Diário Oficial**, Brasília, 05 out. 1988.
- \_\_\_\_\_. Lei nº 795, de 27 de abril de 1999. Dispõe sobre a Educação Ambiental, institui a Política Nacional de Educação Ambiental e dá outras providências. **Diário Oficial**, Brasília, 28 dez. 2009.
- \_\_\_\_\_. Ministério da Educação e do Desporto. Declaração de Brasília para a Educação Ambiental - Conferência Nacional de Educação Ambiental. Brasília, DF: MEC, 1997.
- \_\_\_\_\_. Ministério do Meio Ambiente, dos Recursos Hídricos e da Amazônia Legal. Secretaria de Coordenação dos Assuntos do Meio Ambiente. Programa das Nações Unidas para o Desenvolvimento. Programa Nacional de Educação Ambiental. - PRONEA. Brasília-DF: MMA/PNUD, 1997.
- \_\_\_\_\_. Ministério do Meio Ambiente. Diretoria de Educação Ambiental. Programa Nacional de Educação Ambiental - ProNEA. Brasília, DF: MMA/ DEA, 2005.
- \_\_\_\_\_. Ministério do Meio Ambiente. Diretoria de Educação Ambiental. Coordenação Geral de Educação Ambiental. Órgão Gestor da Política Nacional de Educação Ambiental. Brasília, DF: MMA/DEA, 2006. (Série Documentos Técnicos – n. 8).
- \_\_\_\_\_. & LIMA, G.F. da C. Mapeando as macro-tendências político-pedagógicas da Educação Ambiental contemporânea no Brasil. **Anais do VI Encontro “Pesquisa em Educação Ambiental”**. Ribeirão Preto: USP. 2011.
- \_\_\_\_\_. Para onde vai a educação ambiental? O cenário político-ideológico da educação ambiental brasileira e os desafios de uma agenda política crítica contra-hegemônica. **Revista Contemporânea de Educação**, vol.7, n.14 ,p.398-421 agosto/dezembro de 2012.

\_\_\_\_\_. **Educação Ambiental no Brasil: formação, identidades e desafios**. Campinas: Papirus. 2011.

\_\_\_\_\_. MUITO ALÉM DA NATUREZA: EDUCAÇÃO AMBIENTAL E REPRODUÇÃO SOCIAL. Loureiro, C.F.B.; Layrargues, p.P. & Castro, R.C. De (Orgs.) **Pensamento complexo, dialética e educação ambiental**. São Paulo: Cortez. p. 72-103. 2006.

\_\_\_\_\_.; CASTRO, R. S. de. (Org.). **Pensamento complexo, dialética e educação ambiental**. São Paulo: Cortez, 2006.

\_\_\_\_\_.; CAMPOS, L. M. L. Educação ambiental escolar, formação humana e formação de professores: articulações necessárias. **Educar em Revista**, Curitiba, Brasil, Edição Especial n. 3/2014, p. 145-162. Editora UFPR.

ALTVATER, E. Os desafios da globalização e da crise ecológica para o discurso da democracia e dos direitos humanos. In: HELLER, A. (Org.). **A crise dos paradigmas em ciências sociais e os desafios para o século XXI**. Rio de Janeiro: Contraponto, 1999. p. 109-154.

BRASIL. Lei nº 6.938, de 31 de agosto de 1981. Dispõe sobre a Política Nacional de Meio Ambiente, seus fins e mecanismos de formulação e aplicação, e dá outras providências. **Diário Oficial**, Brasília, 31. ago. 1981. Disponível em: <[http://www.planalto.gov.br/ccivil\\_03/Leis/L6938org.htm](http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/Leis/L6938org.htm)>. Acesso em: 10. out. 2014.

CARNEIRO, E.J; Política ambiental e a ideologia do desenvolvimento sustentável in:ZHOURY, A. LACHSCHEFSKY, K; PEREIRA, D.B. (Org). **A insustentável leveza da política ambiental: Desenvolvimento e conflitos socioambientais**, Belo Horizonte, Autêntica, 2005.

CARVALHO, L. M. de; TOMAZELLO, M. G. C.; OLIVEIRA, H. T. de. Pesquisa em educação ambiental: panorama da produção brasileira e alguns de seus dilemas. **Cad. Cedes**, Campinas, vol. 29, n. 77, p. 13-27, jan./abr. 2009.

CINQUETTI, H. C. S.; CARVALHO, L. M. de. As dimensões dos valores e da participação política em projetos de professoras: abordagens sobre os resíduos sólidos. **Ciência & Educação**, v. 10, n. 2, p. 161-171, 2004.

DIAS, G. F. **Educação ambiental: princípios e práticas**. São Paulo: Gaia, 2003.

FIEN, J. Environmental education: a pathway to sustainability. Geelong: Deakin University Press, 1993. CINQUETTI, H. C. S.; CARVALHO, L. M. de. As dimensões dos valores e da participação política em projetos de professoras: abordagens sobre os resíduos sólidos. **Ciência & Educação**, v. 10, n. 2, p. 161-171, 2004.

HOBBSBAWN, E. **A era dos extremos: o breve século XX**. São Paulo, Companhia das Letras, 1995.

KISHINAME et. al. Responsabilidade socioambiental das empresas. In: CAMARGO, A.; CAPOBIANCO, J. P. R.; OLIVEIRA, J. A. P. (Org.) **Meio Ambiente no Brasil: avanços e obstáculos pós-Rio-92**. São Paulo: Estação Liberdade: Instituto Socioambiental: Rio de Janeiro: Fundação Getúlio Vargas, 2002.

LAYRARGUES, P. P. A resolução de problemas ambientais locais deve ser um tema-gerador ou a atividade-fim da educação ambiental. In: REIGOTA, M. **Verde cotidiano: o meio ambiente em discussão**. Rio de Janeiro: DP&A. 1999.

LEFF, Enrique. **Epistemologia Ambiental**. 3 ed. São Paulo: Cortez, 2002. LIMA, G. F. da C. Educação ambiental crítica: do socioambientalismo às sociedades sustentáveis. **Educação e Pesquisa**, São Paulo, v.35, n.1, p. 145-163, jan./abr. 2009.

MARTINEZ-ALIER, J. **O ecologismo dos pobres: conflitos ambientais e linguagens de valoração**. São Paulo: Contexto. 2007.

MENDONÇA, F. Geografia socioambiental. MENDONÇA, F.; KOZEL, S. (Orgs.). **Elementos de epistemologia da geografia contemporânea**. Curitiba: UFPR, 2002. p. 121-144.

NEFFA, E. **De que Educação Ambiental estamos falando** in: [http://www.nuredam.kinghost.net/files/metodologia/de\\_que\\_educacao\\_ambiental\\_estamos\\_falando.pdf](http://www.nuredam.kinghost.net/files/metodologia/de_que_educacao_ambiental_estamos_falando.pdf), acessado em: 10 de Julho de 2013.

ONU. **Declaração final da conferência das nações unidas sobre desenvolvimento sustentável (RIO + 20)**. RESTREPO, J.C. ; SILVA, D.J.da, tradução, p.1-55, 12 de agosto de 2012.

ONU. **Declaração de Estocolmo de 1972**. Disponível em: <[www.mma.gov.br/estruturas/agenda21/\\_arquivos/estocolmo.doc](http://www.mma.gov.br/estruturas/agenda21/_arquivos/estocolmo.doc)>. Acesso em: 2 de março de 2015.

PELEGRINI, D. F.; VLACH, V. R. F. as múltiplas dimensões da educação ambiental: por uma ampliação da abordagem. **Soc. & Nat.**, Uberlândia, ano 23 n. 2, 187-196, maio/ago. 2011.

PENTEADO, H. D. **Meio Ambiente e a formação de Professores**, São Paulo, Cortez, 6ed, 2007. Coleção Questões da Nossa Época; v.38.

SAVIANI, Dermeval. **Pedagogia Histórico-Crítica: primeiras aproximações**. Campinas: Autores Associados, 2005.

SORRENTINO, M.; TRAJBER, R.; MENDONÇA, P.; JUNIOR, L. A. F. Educação ambiental como política pública. **Educação e Pesquisa**, São Paulo, v. 31, n. 2, p. 285-299, maio/ago. 2005.

TAMAIIO, I. A política nacional de Educação Ambiental. **Educação Ambiental no Brasil**. Salto para o futuro. Ano XVIII boletim 01 - Março de 2008. p.21-30

TOZONI-REIS, M.F. de C. Educação ambiental: natureza, razão e história. Campinas: Autores Associados. 2004.

UNESCO. **Educação Ambiental: as grandes orientações da Conferência de Tbilisi**. Brasília: Instituto Brasileiro do Meio Ambiente e dos Recursos Naturais Renováveis, 1997.

UNGER, Nancy M. **O encantamento do humano**. São Paulo: Loyola, 1991.

VALENTI, M. W.; OLIVEIRA, H. T. de.; DODONOV, P.; SILVA, M. M. Educação ambiental em unidades de conservação: políticas públicas e a prática educativa.

WALDMAN, M. **Lixo: Cenários e Desafios**, São Paulo, Cortez, 2010.

# EDUCAÇÃO MATEMÁTICA PARA SURDOS: O QUE TEM SIDO PRODUZIDO NO BRASIL SOBRE O TEMA?

Viviane Cristiane Costa<sup>1</sup> Ana Cristina Ferreira<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Mestranda no Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Federal de Ouro Preto/ICEBIII/vcosta87@yahoo.com.br

<sup>2</sup> Orientadora no Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Federal de Ouro Preto/ICEBIII/anacf@iceb.ufop.br

## Resumo:

Neste artigo apresentamos um levantamento de pesquisas brasileiras sobre Educação Matemática para surdos<sup>1</sup>, com base no Diretório de Grupos de Pesquisa no Brasil do CNPQ (Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico). Descrevemos brevemente cada pesquisa e como a produção está distribuída em nosso país, e finalizamos com algumas considerações. Os resultados indicam que tem crescido o número de estudos dessa natureza. Porém, observa-se pouca sintonia entre os estudos realizados e a noção de Escola Inclusiva<sup>2</sup> proposta pela Declaração de Salamanca e adotada no Brasil.

**Palavras-chave:** Educação Matemática; Inclusão; Educação Matemática Inclusiva.

## 1. Introdução

O sistema educacional brasileiro, por políticas de Educação e Educação Especial, oferecia a Escola Regular e a Escola Especial (ALONSO, 2013). Com o desenvolvimento da Educação Especial surgiu outra visão de educação para pessoas com deficiência<sup>3</sup>. Em 1994, foi promovida pelo governo da Espanha, em parceria com a Organização das Nações Unidas para a Educação, Ciência e Cultura (UNESCO), a Conferência Mundial sobre Necessidades Educacionais Especiais, de que resultou um dos documentos mais importantes sobre a Escola Inclusiva, a Declaração de Salamanca (UNESCO, 1994), que padronizou, em nível mundial, princípios, políticas e práticas para a transformação da Escola Regular em Escola Inclusiva (PASSOS, PASSOS E ARRUDA, 2013).

Em nosso país, dois anos após a Declaração de Salamanca, a Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDBEN), no Capítulo V, definiu a Educação Especial como uma modalidade de ensino integrante da Escola Regular, com atendimento especializado de acordo com a deficiência. Assim, a legislação brasileira se amplia com a legislação inclusiva, que resguarda os direitos das pessoas que possuem algum tipo de deficiência. De acordo com Passos, Passos e Arruda (2013), destaca-se:

- Plano Nacional de Educação (2001) – trata dos objetivos e metas para a educação de pessoas deficientes;
- Diretrizes Nacionais para a Educação Especial na Educação Básica (2001) – orienta sobre os procedimentos para a normatização dos serviços previstos no Capítulo V da LDBEN;
- Resolução do Conselho Nacional de Educação n.º 1 (2002) – incorpora as Diretrizes Curriculares Nacionais para a Formação de Professores da Educação Básica, em nível superior, curso de Licenciatura, Graduação plena;

---

<sup>1</sup> Pessoa com grau de deficiência auditiva profunda que possuem uma identidade, uma história, uma cultura e uma língua. <sup>2</sup> Escola que deve promover o acesso de todos os alunos deficientes ou não a educação escolar através mudanças em seus espaços físicos, nas atitudes e relações sociais (MANTOAN, 2013). <sup>3</sup> Toda a perda ou anormalidade de uma estrutura ou função psicológica, fisiológica ou anatômica (ORGANIZAÇÃO MUNDIAL DE SAÚDE, 2011).

- Política Nacional de Educação Especial na perspectiva da Educação Inclusiva (2007) – incentiva o acesso, a participação e a aprendizagem dos alunos deficientes em todos os níveis escolares;
- Decreto n.º 6.571 (2008) – regulamenta e especifica o atendimento educacional especializado nas Escolas Regulares.

O repertório da legislação inclusiva voltada para as necessidades dos surdos é promissor. Mas, segundo Borges (2013), a interação entre surdos e ouvintes<sup>4</sup> nas aulas de Matemática ainda não acontece de forma adequada. A formação inicial e a continuada do professor de Matemática e do tradutor e intérprete de LIBRAS não englobam essa inclusão. Por ser um profissional recente, o papel do tradutor e intérprete de LIBRAS ainda está em construção. O currículo escolar não considera possibilidades diversificadas e adequadas para a aprendizagem de surdos. Existe resistência de professores e de escolas em entender as dificuldades dos surdos com a língua dos ouvintes. Muitas vezes ocorrem incoerências entre a fala dos professores de Matemática e a interpretação em LIBRAS.

O exposto evidencia a necessidade de se investir mais em pesquisas voltadas para o ensino de Matemática para surdos bem como em uma formação adequada para os profissionais das instituições educacionais que os receberem. Nesse sentido, procuramos conhecer o que tem sido pesquisado no país.

## 2. Metodologia

Realizamos um levantamento, utilizando a consulta parametrizada com os termos Matemática e Inclusão, no Diretório de Grupos de Pesquisa no Brasil<sup>5</sup>, do CNPQ, de 21 a 26 de janeiro de 2015. Foram encontrados sete grupos de pesquisas.

No campo referente ao contato encontramos dois grupos que possuíam página na internet, em que procuramos teses e dissertações relacionadas a ensino de Matemática para surdos que destacavam Professores de Matemática. Para os demais grupos, procuramos os sites das respectivas instituições, buscando o Programa de Pós-Graduação Stricto Sensu relacionado. Ao encontrá-lo, buscamos em seu banco de teses e dissertações as produções com as palavras Matemática e Surdo.

Foram localizados trinta e três trabalhos com a temática educação de surdos realizados em Programas de Pós-Graduação Stricto Sensu. Desses, selecionamos vinte<sup>6</sup>, tendo como critérios utilização da Matemática, nível de escolaridade do professor de Matemática e formação do professor de Matemática.

Em seguida, localizamos o texto completo de todas as pesquisas. Organizamos os dados em uma tabela com autor, título, ano, orientador, instituição, nível, propósito da pesquisa, referenciais teóricos utilizados, metodologia adotada e resultados. Para obter os dados citados, consultamos os resumos. Quando os resumos não traziam os dados de que precisávamos, recorriamos a capítulos. A seguir, apresentamos brevemente cada estudo e, em seguida, tecemos algumas considerações sobre eles.

## 3. Resultados

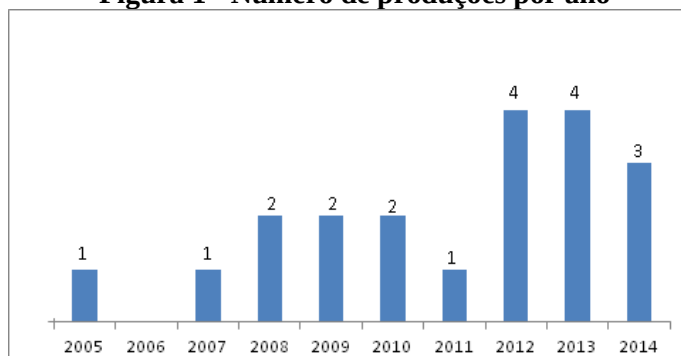
---

<sup>4</sup> Pessoas sem deficiência auditiva. <sup>5</sup> <http://lattes.cnpq.br/web/dgp>. O banco de teses e dissertações da CAPES (Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior), recurso mais utilizado, não disponibilizou os trabalhos realizados em 2013 e 2014, apesar da insistência com e-mails. <sup>6</sup> As pesquisas descartadas abordavam a educação de surdos, porém eram direcionadas para o ensino de outros conteúdos ou relacionadas com o ensino de Matemática na Educação Infantil.



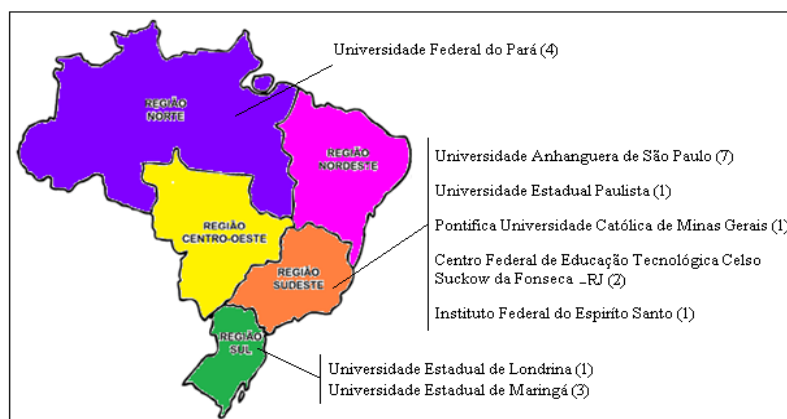
Das vinte pesquisas, três são teses de Doutorado e dezessete são dissertações de Mestrado. O tema parece ser ainda recente no país, pois a primeira pesquisa localizada foi defendida em 2005. Entretanto, parece promissor, uma vez que o número de trabalhos aumentou significativamente a partir de 2012.

**Figura 1 - Número de produções por ano**



Os vinte trabalhos foram produzidos em Programas de Pós-Graduação Strictu Senso em Educação, Educação Matemática ou Educação em Ciências e Matemática, sendo sete de instituições privadas e treze de instituições públicas.

**Figura 2- Localização das instituições e número de produções defendidas em cada uma.**



Percebemos concentração das produções na Região Sudeste e pequena representação na Região Norte e na Região Sul. O maior número de produções se originou na Universidade Anhanguera de São Paulo<sup>7</sup>, com apenas duas orientadoras: Solange Hassan Ahmad Ali Fernandes, com três orientações, e Siobhan Victoria Healy, com três orientações e uma coorientação.

Passamos à apresentação cronológica dos estudos mencionados.

Oliveira (2005) se propôs estimular professores de duas Escolas Especiais à reflexão sobre o ensino de Matemática para trinta e dois surdos, matriculados no Ensino Fundamental, com ênfase na barreira de comunicação existente entre os pares (professores e alunos surdos). Além disso, descreveu e avaliou atividades e resultados de um estudo de caso que usou o Origami como recurso nas aulas de Geometria para surdos com professores ouvintes<sup>8</sup>. Para fundamentar teoricamente a pesquisa, a autora utilizou reflexões sobre pensamento e linguagem de Vygotsky e estudos sobre os surdos de Sacks. Os dados foram coletados através de observações, atividades escritas propostas e relatos de experiências com surdos, dentro e

<sup>7</sup> Nomeada anteriormente como Universidade Bandeirante de São Paulo (UNIBAN).<sup>8</sup> Pessoas sem deficiência auditiva.

fora de cada Escola Especial. A autora confirmou que a utilização do Origami nas aulas de Matemática para alunos surdos, além de acrescentar conteúdos matemáticos, pôde romper a barreira de comunicação existente.

Gil (2007) investigou as necessidades formativas dos professores de Matemática de alunos surdos, nas séries finais do Ensino Fundamental, visando ao desenvolvimento profissional. Trata-se de uma pesquisa-ação que envolveu uma Escola Regular que tinha como meta o atendimento de alunos surdos, mantida por uma associação confessional. Formou-se um grupo colaborativo com o professor de Matemática, a professora de Arte, o professor de Informática e a autora do estudo. O grupo refletiu sobre as práticas pedagógicas vivenciadas com os alunos surdos de cada integrante, através de um estudo subsidiado por Imbernom (2000), Schon (1992), Silva (2000), Mazzotta (2000) e outros autores. E planejou em conjunto as metodologias das atividades aplicadas, abordando o conteúdo de Geometria Plana com interdisciplinaridade. Os instrumentos de coleta de dados foram diários de campo, anotações, máquina fotográfica, filmadora e trabalhos realizados pelos alunos. Os resultados revelaram que a maioria dos professores pesquisados necessitava de formação profissional na perspectiva de um trabalho pedagógico diferenciado no ensino de Matemática para alunos surdos.

Silva (2008) buscou compreender a construção do conhecimento, fatores e relações nela implicados, bem como hipóteses elaboradas por crianças surdas acerca da escrita numérica. Para tal investigação, a pesquisa ocorreu em duas etapas. A primeira tratou da coleta de dados sobre a organização da escola e os alunos. A segunda, de entrevistas com onze crianças surdas bilíngues<sup>9</sup> na faixa etária de cinco a nove anos de uma escola de Educação Especial para surdos. Fundamentados no método clínico crítico piagetiano, os resultados da pesquisa demonstraram que as crianças surdas elaboravam hipóteses sobre as escritas numéricas semelhantes às identificadas nas crianças ouvintes. E que LIBRAS (Língua Brasileira de Sinais) foi um fator fundamental para a efetivação desse conhecimento.

Sales (2008) investigou, em uma escola especializada na educação de surdos, as evidências geradas no processo de ensino com resolução de problemas aditivos por seis alunos surdos e uma aluna surda e cega, fluentes em LIBRAS, matriculados na segunda série do Ensino Fundamental. Realizou-se uma pesquisa colaborativa na modalidade pesquisa-ação apoiada na vertente da educação de surdos e do professor reflexivo. Os dados foram coletados por meio de observações em sala de aula, filmagem das atividades e entrevista semiestruturada. A análise dos dados permitiu ao autor perceber que o ambiente proporcionado pela resolução de problemas aditivos, com uso de LIBRAS, associados a alguns recursos didáticos, estabeleceu um canal de comunicação favorável à interação coletiva e à apropriação de conceitos matemáticos relativos ao conteúdo trabalhado.

Nascimento (2009) propôs contribuir para a Educação Matemática de qualidade de alunos surdos, em perspectiva bilíngue, pela capacitação para professores de Matemática, considerando que recebiam apenas subsídios para o trabalho com esses alunos. Seis professores de Matemática da educação básica que atuavam em escolas públicas participaram da capacitação por meio de encontros. A pesquisa para a elaboração da capacitação recorreu aos pressupostos da LDB ou Lei n.º 9.394/96 e a revisões bibliográficas acerca da inclusão escolar no contexto da educação de surdos. Nos moldes de formação continuada, a capacitação era estruturada em quatro módulos. Além de leituras sobre a inclusão escolar no contexto da educação de surdos, foram propostos questionários e a construção de atividades práticas no mesmo contexto. A autora constatou insatisfação dos professores sobre os rumos da inclusão, pois alegaram falta de preparo para lecionar para alunos com deficiência. Mas

---

<sup>9</sup> Utilizam LIBRAS para se comunicar e a Língua Portuguesa para escrever.

constatou que o curso de capacitação permitiu avaliar a importância da formação continuada, evidenciando produtividade maior quando feita em grupo.

Sales (2009) analisou a introdução das Tecnologias Digitais da Informação e Comunicação (TDIC) em aulas de Matemática para doze alunos surdos (maioria de adultos e trabalhadores) numa turma noturna de 8.<sup>a</sup> série (9.<sup>o</sup> ano) do Ensino Fundamental em escola pública municipal. Foram utilizados questionários, entrevista, observação e grupo focal. A autora confirmou grande interesse e motivação dos alunos surdos com o uso do computador, apesar da dificuldade em relação aos conteúdos disponibilizados em Língua Portuguesa e da sala adotada como laboratório de informática na escola mostrar-se inadequada para as atividades propostas.

Souza (2010) buscou contribuir para a aprendizagem do conceito de número racional de alunos surdos. No primeiro ciclo, participaram oito alunos ouvintes com idade entre 12 e 14 anos e duas alunas surdas com 19 e 20 anos de idade. O segundo ciclo foi realizado em uma escola municipal destinada a alunos com limitações auditivas com onze alunos matriculados na 7.<sup>a</sup> série (8.<sup>o</sup> ano do Ensino Fundamental), com idade variando entre 13 a 20 anos de idade. A pesquisa partiu de uma perspectiva construcionista baseada na metodologia de Design Research<sup>10</sup> fundamentada na distinção feita por Confrey (o mundo da contagem e o mundo de equipartição) que envolveu a identificação de modelos matemáticos expressos nas atividades dos alunos. O autor utilizou a ferramenta de aprendizagem MusiCALcolorida<sup>11</sup> para construção, reconstrução e organização de ideias matemáticas do conceito de fração equivalente. Com base na metodologia Design Experiment<sup>12</sup>, o autor desenvolveu dois ciclos: o ciclo de desenvolvimento do *design* e o ciclo de coleta de dados. No ciclo de coleta de dados foram usadas entrevistas, gravações em vídeo, registros feitos em papel das atividades realizadas, comentários dos professores que acompanharam a pesquisa e todas as formas de que os alunos se valeram para expressar conteúdos matemáticos. Os resultados indicaram que a incorporação da MusiCALcolorida foi fundamental para a realização das tarefas propostas, pois ofereceu aos alunos surdos e ouvintes uma forma autônoma de verificar se os resultados estavam corretos.

Paixão (2010) investigou os saberes que os professores desenvolviam para incluir os alunos surdos nas aulas de Matemática em turmas de alunos ouvintes, na Escola Regular. Para isso, partiu de um estudo de caso etnográfico. Foi criado um grupo colaborativo formado pela professora regente da turma/pesquisadora, uma tradutora e intérprete de LIBRAS que atendia à turma e três futuros professores, alunos da licenciatura em Matemática. Com a formação do grupo buscaram-se respostas em uma turma de 4.<sup>a</sup> série (5.<sup>o</sup> ano) do Ensino Fundamental de uma escola pública, composta de vinte alunos ouvintes e cinco alunos surdos. Por meio de reuniões estimulou-se a troca de experiência entre os elementos do grupo incluindo leituras sobre inclusão e educação de surdos. Em seguida, os futuros professores começaram a interagir com a turma de 4.<sup>a</sup> série (5.<sup>o</sup> ano) do Ensino Fundamental que possuía alunos surdos. Através de atividades de Matemática com materiais concretos no ensino de Geometria tentaram superar a dificuldade de comunicação. Tanto as reuniões quanto as atividades propostas pelos futuros professores de matemática foram fundamentadas nos eixos temáticos saber docente e cultura surda, discutidos e analisados segundo estudos de vários autores.

Os dados obtidos de reuniões, atividades e observações foram coletados com máquina fotográfica, filmadora e diários de bordo. As análises dos dados mostraram que os saberes da teoria e da prática juntamente com uma formação inicial foram fundamentais para a construção de um professor reflexivo capaz de lidar com as diferentes situações que poderia encontrar na vida profissional.

---

<sup>10</sup> Adaptação de um ambiente virtual de acordo com o contexto de sua utilização. <sup>11</sup> Ambiente computacional que possui uma calculadora que utiliza cores e músicas na representação de números e operações. <sup>12</sup> Metodologia exploratória que incentiva a construção de estratégias para proporcionar ensino e aprendizagem.

Neves (2011) analisou as situações de ensino de Matemática com o conteúdo de problemas multiplicativos classificados com base em Huete e Bravo (2006). A pesquisa reuniu, em sala de uma Escola Especial, oito alunos surdos (fluentes em LIBRAS) para que três professores de Matemática (um surdo e dois ouvintes, todos fluentes LIBRAS), explicassem quatorze problemas matemáticos sobre o conceito multiplicativo. Com o acompanhamento das aulas, a pesquisadora verificou que o professor de Matemática surdo fluente em LIBRAS, embora tivesse domínio de LIBRAS, possuía limitação na interpretação de problemas escritos na língua portuguesa, o que comprometeu a transmissão do conhecimento matemático, prejudicando o processo de ensino e aprendizagem. No caso dos professores ouvintes, apesar de possuírem características em comum, revelaram desempenhos diferentes, por causa de vivências. O primeiro professor de Matemática ouvinte fluente em LIBRAS, devido à formação matemática em nível inicial e ao processo de aquisição de LIBRAS, encontrou dificuldades em planejar estratégias adequadas para a organização das informações, preservando o conteúdo matemático no processo de tradução da língua portuguesa para LIBRAS. O segundo professor de Matemática ouvinte fluente em LIBRAS, por ser graduado em Matemática, graduando em LIBRAS e casado com uma surda, conseguiu estabelecer uma comunicação matemática com interatividade, priorizando a construção do conhecimento para inserir os conteúdos matemáticos. Os dados foram coletados com filmagens e analisados na perspectiva dos elementos didáticos e pedagógicos, presentes nas ações dos sujeitos de pesquisa. A análise dos dados indicou que para se obter êxito no ensino de Matemática para surdos o professor de Matemática devia estruturar as metodologias segundo três competências: conhecimento matemático, LIBRAS e Língua Portuguesa:

*Nossa pesquisa revela que o domínio da tríade, conhecimento matemático, LIBRAS e Língua Portuguesa se faz fundamental para o ensino desse educando. A falta de domínio de uma dessas três áreas de conhecimento tem como consequência obstáculos metodológicos, contribuindo para a concretização de obstáculos de aprendizagem (NEVES, 2011,p.111).*

Conceição (2012), em uma escola municipal, com o auxílio de um tradutor e intérprete de LIBRAS, forneceu subsídios para compreensão dos processos de pensamento algébrico de seis alunos surdos do 9.º ano do Ensino Fundamental, com idade entre 18 e 31 anos. Depois de separar os alunos em duplas e apresentar o micromundo (ambiente virtual) matemático Mathsticks<sup>13</sup> propôs a realização de atividades sobre a construção de expressões algébricas através de sessões no Mathsticks. Como fundamentação teórica, utilizou as ideias de Radford a respeito do pensamento algébrico e os diferentes tipos de generalização: algébricas, aritméticas e induções ingênuas. Para a coleta de dados. Foram utilizadas duas filmadoras. Os resultados mostraram que a interação com o micromundo Mathsticks motivou os alunos para criar generalizações algébricas e para trabalhar com a noção de número indeterminado. De acordo com o autor, os alunos aproveitaram a oportunidade para expressar sistematicamente as suas ideias matemáticas em formas visual-espaciais, usando LIBRAS e as ferramentas do micromundo.

Santos (2012), em escola municipal, levou ao desenvolvimento de situações de aprendizagem de Matemática de cinco alunos surdos e três ouvintes de uma turma de 6.ª série (7.ºano) do Ensino Fundamental. A pesquisa, em caráter exploratório, usou como base o método *Design Experiments*. Os alunos foram separados em duplas (duas duplas de alunos surdos, uma dupla de ouvintes e uma mista de aluno surdo e aluno ouvinte), para realizarem atividades de Geometria envolvendo os conteúdos de simetria e reflexão. As atividades foram realizadas com o auxílio do micromundo Transtaruga<sup>14</sup>. A pesquisa se fundamentou nas

---

<sup>13</sup>Micromundo criado para oferecer formas alternativas de construir uma sequência numérica e figuras.

<sup>14</sup>Ambiente computacional dinâmico interativo que possui uma linguagem e utilização computacional adaptada de acordo com o conteúdo matemático.

ideias de Vygotsky relacionadas à mediação e à maneira como aprendizes sem acesso a um ou outro campo sensorial buscavam superar a ausência por meio de ferramentas substitutas. O estudo foi embasado também na visão construcionista de Papert, especialmente na crença de que uma sintonia entre representações matemáticas e aspectos do corpo humano era importante para possibilitar aprendizagem matemática. Para coletar os dados, usou o Camtasia<sup>15</sup>, três filmadoras e a tela e imagens de webcam do notebook de cada dupla. A análise dos dados teve dois momentos: a análise preliminar e a análise retrospectiva. A análise preliminar procurou refletir sobre as atividades realizadas e as interações entre os aprendizes com intuito de planejar eventuais modificações para a próxima atividade. A análise retrospectiva buscou identificar e compreender os processos de mobilização e apropriação de conhecimentos sobre simetria e reflexão que ocorreram durante a interação com o micromundo Transtaruga. Os resultados indicaram que todos os alunos ficaram envolvidos com as propriedades matemáticas dos conteúdos de simetria e reflexão devido à interação de recursos linguísticos e manifestações físicas relacionadas aos movimentos dos objetos computacionais na tela do computador.

Bezerra (2012) estudou os principais fatores que influenciam a interação e comunicação de surdos na resolução de problemas matemáticos em um ambiente virtual. Motivou discussões à distância de soluções para problemas matemáticos com sete alunos surdos do 1.º ano do Ensino Médio de uma Escola Especial. Criou um fórum de discussão no Ambiente Virtual de Aprendizagem (AVA) Moodle, seguindo as características da metodologia Design Research. O AVA, após três estudos-pilotos com grupos distintos (surdos e ouvintes), foi utilizado pelos alunos surdos para a discussão de quatro problemas matemáticos do tipo problema-processo<sup>16</sup>. Também incluiu vídeos em LIBRAS no AVA para facilitar a interpretação dos enunciados dos problemas. Entretanto a interação esperada entre os participantes com o objetivo de discutir as soluções possíveis ocorreu muito timidamente, apesar do estímulo do pesquisador. A coleta de dados foi realizada com o fórum de discussão do AVA e uma entrevista semiestruturada, com a ajuda de uma tradutora e intérprete de LIBRAS. A análise dos dados foi fundamentada no modelo de Bairral (2002, 2007), que classifica tipologias de discurso e identificar a natureza das que geram uma sequência de interações argumentativas. Os resultados evidenciaram pouca interação entre os alunos surdos envolvidos na pesquisa. A falta de uma linguagem adequada e a aceitação do AVA como recurso educacional foram as principais dificuldades. Porém, o pesquisador considerou ser possível fazer alterações no AVA para melhorar a forma de trabalho no fórum de discussões. E que as interações entre os alunos surdos no AVA podiam ser potencializadas através de intervenções questionadoras e críticas feitas pelo professor de Matemática.

Silva (2012) investigou, auxiliada por uma tradutora e intérprete de LIBRAS, o papel das ferramentas materiais como elemento mediador entre o conceito matemático de matrizes e quatro alunos surdos, de uma turma no 2.º ano do Ensino Médio de escola estadual. A pesquisa promoveu um estudo exploratório, com uso da metodologia do *Design Experiments* (COBB ET. AL., 2003). E a usou a ferramenta Matrizmat<sup>17</sup> para a realização de uma sequência de atividades relacionadas a conceito, igualdade e adição de matrizes. Ao final de cada atividade era feito um relatório, o que permitiu replanejamento da ferramenta e das atividades, buscando adaptação de acordo com as necessidades específicas de cada aluno. A pesquisa foi fundamentada nos trabalhos de Vygotsky (2002) direcionados a instrumentos e signos, de Oliveira (1999), de Rego (2004) sobre a mediação como um elemento intermediário numa relação e de Hazin e Meira (2004) a respeito da Psicologia Sócio-

---

<sup>15</sup>Aplicativo que permite a gravação dos procedimentos feitos na tela do computador. <sup>16</sup>Problemas usados para incentivar o desenvolvimento e a prática de estratégias de resolução de problemas a partir de conhecimentos adquiridos. (LEBLANC, PROUDFIT e PUTT). <sup>17</sup>Jogos e atividades que utilizaram caixinhas plásticas para promover ensino e aprendizagem.

Histórica (PSH). A manipulação da ferramenta Matrizmat possibilitou aos alunos surdos o acesso a uma representação de matrizes e a compreensão das noções de igualdade e adição de matrizes.

Borges (2013) buscou entender o desenvolvimento do ensino e da aprendizagem de Matemática por estudantes surdos que contavam com o apoio de um tradutor e intérprete de Libras. Observou 30 aulas de Matemática em duas turmas do 9.º ano do Ensino Fundamental de duas escolas estaduais, respectivamente caso 1 e caso 2. No caso 1 havia duas alunas surdas e no caso 2 dois alunos surdos. Em ambos os casos aplicou doze atividades matemáticas para alunos surdos e ouvintes. Para organização dos dados coletados foram utilizadas, além de gravações em vídeo e áudio, notas de campo e transcrições das gravações. A análise dos dados foi fundamentada por Schick, Williams e Kupermintz (2005), que tratam da boa formação do intérprete de LIBRAS para a atuação específica em sala de aula. Os resultados mostraram ausência de interação entre surdos e ouvintes no ambiente escolar, falta de definição do papel do tradutor e intérprete de Libras, ausência de atividades que explorassem o aspecto visual no ensino de Matemática e formação inicial e continuada que não contemplavam a inclusão de alunos surdos. Mostraram também dificuldades dos alunos surdos para interpretar enunciados matemáticos devido a desconhecimento dos professores e de outros profissionais.

Assis (2013) investigou em que proporção LIBRAS favorece a comunicação das interpretações que integram os números racionais, na forma de fracionária  $\frac{a}{b}$ . O autor, fluente em LIBRAS, realizou um estudo com dez surdos adultos também fluentes em LIBRAS. Os participantes, aos pares, realizaram atividades envolvendo a visualização de frações. Podiam discutir, responder e argumentar em LIBRAS. Como referencial teórico, foi usado Vygotsky (1997), na abordagem da importância da interação e da comunicação, e Nunes e Bryant (1997), para os diferentes significados da representação fracionária. Os dados foram coletados por meio de filmagens e analisados de forma qualitativa, visando às formas de comunicação utilizadas. Com a análise dos dados foi identificado que os significados atribuídos à representação visual fracionária interferiram em sua forma de sinalização.

Sales (2013) baseou-se na visualidade de oito alunos surdos, fluentes em LIBRAS, de uma turma de 5.º ano do Ensino Fundamental de uma escola estadual na busca de contribuição para o ensino e a aprendizagem de Matemática. Com o auxílio da professora de Matemática e da tradutora e intérprete de LIBRAS da turma, foi elaborado um plano de intervenção que propôs a realização de atividades de Geometria explorando a visualização. A pesquisa utilizou como referencial teórico a Educação Escolar Inclusiva. O registro dos dados ocorreu com anotações em caderno de campo e filmagens das atividades desenvolvidas. Pais, alunos e a tradutora e intérprete de LIBRAS foram entrevistados. Os resultados da pesquisa reforçaram a importância de estabelecer uma relação de colaboração mútua entre universidade e escola para favorecer a aprendizagem de crianças surdas. O pesquisador destacou também a necessidade de outras investigações relacionadas ao tema.

Souza (2013) partiu das ações docentes de quinze professores de Matemática da Educação Básica Estadual de uma região que tem alunos surdos inseridos em suas turmas. Buscou compreender a realidade desses contextos educacionais inclusivos e contribuir com os debates e estudos sobre o processo de inclusão desses alunos na educação básica. Utilizou entrevistas estruturadas contendo perguntas sobre surdez, cultura surda, relacionamento com os alunos surdos e Educação Inclusiva. As transcrições das entrevistas foram submetidas aos procedimentos e conceitos da Análise de Conteúdo proposta por Bardin (1977) até a sua estruturação. As respostas dos professores de Matemática da região pesquisada possibilitou a compreensão de seus conhecimentos sobre surdez, políticas de Inclusão e ações educativas na educação inclusiva do aluno surdo. Com a pesquisa foi possível identificar a necessidade de maiores investimentos na formação continuada dos professores de modo que os mesmos

possam colaborar para a construção de currículos inclusivos como solicita as legislações educacionais vigentes.

Jesus (2014) analisou a (des)construção<sup>18</sup> do pensamento geométrico de uma aluna surda do 8.º ano do Ensino Fundamental de uma escola municipal com o uso de materiais pedagógicos. Foram considerados materiais pedagógicos todos os objetos e recursos utilizados na pesquisa para potencializar e ajudar na construção do pensamento geométrico dessa aluna (JESUS, 2014). A pesquisa apresentou uma abordagem histórico-cultural. Foram utilizadas a sala de aula onde a aluna surda cursava o 8.º ano e a sala do AEE (Atendimento Educacional Especializado), no desenvolvimento da sequência de atividades relacionadas ao pensamento geométrico. Todas as metodologias foram elaboradas com base na Teoria da Formação das Ações Mentais por Etapas, criada por Piotr Galperin. E apoiadas em ideias de Vygotsky: relações sociais entre o indivíduo e o mundo exterior e relações homem/mundo mediadas por sistemas simbólicos. Além da aluna surda, participaram da pesquisa o professor de Matemática da turma, a professora de Matemática do AEE, o tradutor e intérprete de LIBRAS e o instrutor surdo<sup>19</sup>. Os dados foram coletados por meio de entrevistas, questionários, registro em diário de bordo, fotografias, gravações de áudios, atividades, observação participante e grades de observação. Os resultados indicaram o desenvolvimento da autonomia da aluna surda durante a resolução de atividades no decorrer do projeto. E mostraram que os materiais pedagógicos agiram como mediadores entre a aluna surda, os professores e o pensamento geométrico. Portanto destacaram ser interessante conscientizar o professor de Matemática quanto à potencialidade de um aluno surdo e considerar um trabalho em conjunto com o tradutor e intérprete de LIBRAS.

Frizzarini (2014) examinou os principais registros de representação semiótica e as coordenações possíveis no ensino e na aprendizagem da Álgebra para alunos surdos fluentes em LIBRAS. Para isso, planejou e aplicou cinco atividades com sete alunos surdos do 1.º ano do Ensino Médio de uma Escola Especial. Nas atividades, abordou inequações, segundo a Teoria dos Registros de Representações Semióticas de Duval (2009): representação linguística, representação algébrica e representação gráfica. Analisou também os conhecimentos prévios de três alunos surdos de uma Escola Regular de Barcelona com escolaridade correspondente ao 3.º Ensino Médio brasileiro. Os dados foram coletados através de atividades escritas, fotografias e filmagens. Os resultados obtidos nessa pesquisa mostraram que, enquanto os surdos brasileiros traduziam as expressões algébricas para LIBRAS com apoio de registros gráficos, os surdos espanhóis traduziam as expressões algébricas para a língua de sinais com o uso predominante da datilologia, ou seja, da mesma forma que a língua escrita. Enquanto o processo de inclusão no Brasil ocorria de forma bilíngue, na Espanha a oralidade mostrou-se uma tradição que apresentava forte influência no processo cognitivo desses alunos.

Silva (2014) discutiu e avaliou a acessibilidade do material oferecido em um tipo de ensino a distância no Brasil: as Teleaulas do Programa Telecurso 2000. A pesquisa foi dividida em três etapas. Na primeira escolheu os participantes iniciais, três surdos adultos. Desses, dois surdos estudaram em Escola Regular e um em uma Escola Especial. Todos eram fluentes em LIBRAS, tinham estudado a Língua Portuguesa na modalidade escrita e eram discentes no Ensino Superior. Após a escolha dos participantes, o pesquisador iniciou a aplicação do material no formato original, abordando o conteúdo referente a frações. Na segunda etapa, produziu adaptações da Teleaula Adaptada e a Apostila Adaptada embasado em Vygotsky (Defectologia, 1997), Sacks (Educação de Surdos, 2010) e Nunes (Ensino de

---

<sup>18</sup>“... o termo ‘(des) construção’, foi utilizado em virtude dos diferentes olhares em relação às práticas realizadas, visto que, em muitos casos, antes de construir novos conceitos, tivemos que, primeiramente, desconstruir conceitos inadequados, tanto da aluna surda, do intérprete e também da pesquisadora” (JESUS, 2014, p.20). <sup>19</sup> Profissional surdo que acompanha o ensino e a aprendizagem de alunos surdos na AEE.

Números Racionais, 2012). Na terceira etapa submeteu o material adaptado (Teleaula e Apostila) à avaliação dos participantes finais, quatro surdos que possuíam características semelhantes às dos participantes iniciais. As análises das atividades escritas, dos questionários, das observações e das filmagens destacaram a necessidade de adaptação das Teleaulas do Programa Telecurso 2000, para promover acessibilidade aos conteúdos matemáticos. As adaptações realizadas provocaram melhoria na compreensão do conteúdo para os participantes surdos. Entretanto, essas adaptações não foram suficientes para desenvolver a autonomia educacional desses participantes no sentido de realizar de forma mais independente todas as atividades propostas.

#### **4. Considerações sobre a produção descrita**

Nas vinte pesquisas relacionadas com a Educação Matemática para surdos estiveram presentes certas questões, como apropriação do conhecimento matemático, investigação sobre a adaptação ou inserção de metodologias e necessidades formativas do professor de Matemática e do tradutor e intérprete de LIBRAS.

Sete dessas pesquisas evidenciam o processo de construção e assimilação do conhecimento matemático a partir das características dos aprendizes (SILVA, 2008; SALES, 2008; SOUZA, 2010; CONCEIÇÃO, 2012; ASSIS, 2013; JESUS, 2014; FRIZZARINI, 2014).

Onze se concentram diretamente na utilização de estratégias pedagógicas para promover o ensino e a aprendizagem de Matemática. Desses trabalhos, três utilizam materiais manipuláveis (OLIVEIRA, 2005; SILVA, 2012; JESUS, 2014). Cinco promovem a inclusão de conhecimentos e aplicações da informática (SALES, 2009; SOUZA, 2010; CONCEIÇÃO, 2012; SANTOS, 2012; BEZERRA, 2012). E três adaptam as metodologias existentes (SALES, 2013; ASSIS, 2013; SILVA, 2014).

Seis investigam as necessidades formativas dos profissionais (professor de Matemática e tradutor e intérprete de LIBRAS) inseridos no contexto da Educação Matemática dos surdos (OLIVEIRA, 2005; GIL, 2008; NASCIMENTO, 2009; PAIXÃO, 2010; NEVES, 2011; BORGES, 2013).

Em relação aos conteúdos matemáticos utilizados nos trabalhos, seis se referem à Geometria (OLIVEIRA 2005; PAIXÃO, 2010; GIL, 2007; SANTOS, 2012; SALES, 2013; JESUS, 2014). Três exploram conceitos e aplicações de frações (SOUZA, 2010; ASSIS, 2013; SILVA, 2014). Três abordam conceitos e práticas das operações com números naturais (SALES, 2008; NEVES, 2011; BEZERRA, 2012). Três investigam conteúdos de Álgebra (SALES, 2009; CONCEIÇÃO, 2012; FRIZZARINI, 2014). Um trata da escrita numérica (SILVA, 2008). E um estuda o conceito e adição de matrizes (SILVA, 2012).

Apenas em dois trabalhos é possível analisar a interação entre surdos e ouvintes durante a realização das atividades de Matemática, pois nos demais trabalhos os grupos de participantes são compostos somente por surdos (SANTOS, 2012; BORGES, 2013).

Os estudos evidenciam a importância de esclarecimentos sobre histórico educacional, cultura e legislações para conscientizar o professor de Matemática de suas atribuições na Educação Matemática para surdos (OLIVEIRA, 2005; NEVES, 2011; BORGES, 2013).

Outro ponto de destaque é a utilização da LIBRAS como base para se promover o ensino e a aprendizagem de Matemática (NEVES, 2011; ASSIS, 2013; FRIZZARINI, 2014).

O levantamento evidencia a aplicação de metodologias que buscam contribuir para a construção e apropriação de conhecimentos matemáticos pelos surdos. Contudo, para proporcionar situações de ensino e aprendizagem de Matemática para surdos, a literatura tem ressaltado a importância de compreender melhor o histórico educacional, a cultura e as legislações educacionais neste contexto. Concordamos, pois, com Souza (2013): existe a



necessidade de maiores investimentos na formação dos professores de Matemática que lecionam para surdos de modo que possam colaborar para a construção de currículos voltados para a Escola Inclusiva, como determina a legislação educacional vigente.

## 5. Considerações finais

Buscamos apresentar, ainda que sucintamente, a produção brasileira sobre a Educação Matemática para surdos, por meio de um levantamento das teses e dissertações disponíveis Diretório de Grupos de Pesquisa no Brasil, do CNPQ. Verificamos que a temática ainda é pouco explorada e que apenas recentemente passou a ser objeto de estudo acadêmico, devido a mudanças na legislação educacional.

Os estudos analisados evidenciam a abordagem qualitativa e o uso de filmagens, questionários e atividades escritas. Quase todos utilizaram mais de um instrumento para coleta de dados, incluindo recursos de informática. As conclusões identificaram progressos no ensino de Matemática para surdos, mas estimulam a realização de novas pesquisas.

Alguns divulgam o histórico educacional dos surdos, a linguagem e a legislação educacional vigente. A maioria das pesquisas analisadas procura identificar fatores ou desenvolver práticas de ensino que contribuam para o processo de ensino e aprendizagem de Matemática para surdos. Entretanto, não realizaram suas metodologias nos moldes da Escola Inclusiva. Estimulam e investigam a Educação Matemática em grupos compostos somente de surdos, sem propor práticas inclusivas que promovam a interação entre surdos e ouvintes.

Os estudos mencionados utilizam referenciais teóricos variados, com destaque para Vygotsky, principalmente o conceito de mediação e para revisões bibliográficas acerca da inclusão escolar no contexto da educação de surdos.

Em síntese: é clara a necessidade de investir em estudos que permitam o desenvolvimento da Educação Matemática para surdos, mas é preciso considerar os princípios da Escola Inclusiva, com mudanças nos espaços físicos, nas atitudes e nas relações sociais. E estimular o acesso dos alunos, deficientes ou não, à educação escolar no mesmo ambiente, repudiando qualquer forma de segregação (MANTOAN, 2013). Percebe-se ainda a relevância de promover e incentivar a Formação de Professores de Matemática com vivência e construção de práticas inclusivas voltadas para o ensino de Matemática para alunos surdos no âmbito da Escola Regular.

## Referências

- ASSIS, C. **Explorando a ideia do número racional na sua representação fracionária em Libras**. 2014.176f. Dissertação de Mestrado em Educação Matemática – Universidade Bandeirante Anhanguera, São Paulo, 2013.
- ALONSO, D. **Os desafios da Educação Inclusiva: foco nas redes de apoio**. Disponível em: < [evistaescola.abril.com.br/formacao/palavra-especialista-desafios-educacao-inclusiva-foco-redesapoio734436](http://evistaescola.abril.com.br/formacao/palavra-especialista-desafios-educacao-inclusiva-foco-redesapoio734436). Sht ml > Acesso em: 05 Maio. 2015.
- BARRETTA, E.M. e CANAN S.R. Políticas Públicas de Educação Inclusiva : avanços e recuos a partir dos documentos legais. In: 9º ANPED SUL. Seminário de pesquisa em Educação da Região Sul. Caxias do Sul. p.1-15. Jul-Ago. 2012.
- BEZERRA, C. **A interação entre aprendizes surdos utilizando o fórum de discussão: Limites e Potencialidades**. 2013.148f. Dissertação de Mestrado em Educação Matemática – Universidade Bandeirante de São Paulo, São Paulo, 2012.
- BORGES, F.A. **A educação inclusiva para surdos: uma análise do saber matemático intermediado pelo intérprete de Libras**. 2014.206f. Tese Doutorado em Educação para a Ciência e Matemática - Universidade Estadual de Maringá, Maringá, 2013.
- CONCEIÇÃO, K.S. **A construção de expressões algébricas por alunos surdos: as contribuições do Micromundo Mathsticks**. 2013. 127 f. Dissertação de Mestrado em Educação Matemática - Universidade Bandeirante de São Paulo, São Paulo, 2012.

FRIZZARINI, S.T. **Estudo dos registros de representação semiótica:** implicações no ensino e aprendizagem da álgebra para alunos surdos fluentes em língua de sinais. 2013.288 f. Tese de Doutorado em Educação para a Ciência e a Matemática - Universidade Estadual de Maringá, Maringá, 2014.

GIL, R. S. A. **Educação matemática dos surdos:** um estudo das necessidades formativas dos professores que ensinam conceitos matemáticos no contexto de educação de deficientes auditivos em Belém do Pará. 2008.191f. Dissertação de Mestrado em Educação em Ciências e Matemática – Universidade Federal do Pará, Belém, 2007.

JESUS, T.B. **(Des) construção do pensamento geométrico:** uma experiência compartilhada entre professores e uma aluna surda. 2015.183f. Dissertação de Mestrado em Educação em Ciências e Matemática - Instituto Federal do Espírito Santo, Vitória, 2014.

NASCIMENTO, P.R. **Uma proposta de formação do professor de matemática para educação de surdos.** 2010.89f. Dissertação de Mestrado em Ensino de Ciências em Matemática – Centro Federal de Educação Tecnológica Suckow da Fonseca CEFET/RJ, Rio de Janeiro, 2009.

NEVES, M.J. **A comunicação em matemática na sala de aula:** obstáculos de natureza metodológica na educação de alunos surdos. 2012.131f. Dissertação de Mestrado em Educação Matemática e Ciências - Universidade Federal do Pará, Belém, 2011.

OLIVEIRA, J.S. **A comunidade surda:** perfil, barreiras e caminhos promissores no processo de ensino e aprendizagem de matemática. 2006.78f. Dissertação de Mestrado em Ensino de Ciências em Matemática – Centro Federal de Educação Tecnológica Suckow da Fonseca CEFET/RJ, Rio de Janeiro, 2005.

PAIXÃO, S.S.M. **Saberes de professores que ensinam Matemática para alunos surdos incluídos numa escola de ouvintes.** 2011.200f. Dissertação de Mestrado em Ensino de Ciências em Matemática- Universidade Federal do Pará, Belém, 2010.

SALES, E. R. **Refletir no silêncio:** um estudo das aprendizagens na resolução de problemas aditivos com alunos surdos e pesquisadores ouvintes. 2009. 162 f. Dissertação de Mestrado em Educação em Ciências e Matemáticas - Universidade Federal do Pará, Belém, 2008.

SALES, E. R. **A visualização no ensino de matemática:** uma experiência com alunos surdos. 2014.135f. Tese de Doutorado em Educação Matemática - Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2013.

SALES, L. M. **Tecnologias digitais na educação matemática de surdos em uma escola pública regular:** possibilidades e limites. 2010. 113f. Dissertação de Mestrado em Educação – Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2009.

SANTOS, A.R. e TELLES M.M. Declaração de Salamanca e Educação Inclusiva. In: 3º SIMPÓSIO EDUCAÇÃO E COMUNICAÇÃO. Inoinclusão possibilidades de ensinar e aprender. Edição Internacional. Aracaju. p 77-87. Set.2012.

SANTOS, H. F. **Simetria e reflexão:** investigações em uma Escola Inclusiva. 2013.132f. Dissertação de Mestrado em Educação Matemática - Universidade Bandeirante de São Paulo, São Paulo, 2012.

SILVA, E.L. **Luz, câmera, ação:** adaptando uma teleaula de frações para o público surdo. 2015.107f. Dissertação de Mestrado em Educação Matemática - Universidade Bandeirante Anhanguera, São Paulo, 2014.

SILVA, G.G. **O ensino de matrizes:** um desafio mediado para aprendizes cegos e aprendizes surdos. 2013.144f. Dissertação de Mestrado em Educação Matemática - Universidade Bandeirante de São Paulo, São Paulo, 2012.

SILVA, M.C.A. **A escrita numérica por crianças surdas bilíngues.** 2009. 226 f. Dissertação de Mestrado em Educação para o Ensino de Ciência e de Matemática - Universidade Estadual de Maringá, Maringá, 2008.

SOUZA, F.R. **Explorações de frações equivalentes por alunos surdos:** uma investigação das contribuições da Musicalcolorida. 2011.209f. Dissertação de Mestrado em Educação Matemática- Universidade Bandeirante de São Paulo, São Paulo, 2010.

SOUZA, M.C. **Contextos educacionais inclusivos de alunos surdos:** ações frente à realidade inclusiva de professores de matemática da educação básica. 2014.219f. Dissertação de Mestrado em Educação para o Ensino de Ciência e de Matemática - Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2013.

PASSOS, A.A; PASSOS M.M. e ARRUDA S.M. A Educação Matemática Inclusiva no Brasil: uma análise baseada em artigos publicados em revistas de Educação Matemática. **Revista Brasileira de Ensino de Ciência e Tecnologia.** Ponta Grossa. v.6, n.2, p.1-22.Mai-Ago.2013.

# ENSINAR E APRENDER ESTATÍSTICA: DESENVOLVIMENTO PROFISSIONAL DE PROFESSORES EM UM CONTEXTO COLABORATIVO

Keli Cristina Conti<sup>1</sup>  
Cármem Lúcia Brancaglioni Passos<sup>2</sup>

<sup>1</sup>UFSCar/DTPP – Bolsista Capes PNPd, [keli.conti@gmail.com](mailto:keli.conti@gmail.com)

<sup>2</sup>UFSCar/DTPP, [carmen@ufscar.br](mailto:carmen@ufscar.br)

## Resumo

Este artigo busca sistematizar algumas reflexões decorrentes de uma pesquisa de doutorado, cujo objetivo foi compreender o processo de desenvolvimento profissional na perspectiva do letramento estatístico em contextos colaborativos, buscando também evidenciar indícios do desenvolvimento profissional dos participantes de um grupo de professores e futuros professores da Educação Infantil e anos iniciais do Ensino Fundamental. Numa abordagem qualitativa, optamos pelo estudo de caso, o do Grupo “Estatisticando”. Embora a escrita e o compartilhamento de experiências pelos participantes não tivessem sido exigências, esse processo ocorreu e ganhou força se prolongando para além dos encontros do grupo, tendo gerado a publicação de textualizações narrativas, artigo e a participação em eventos. Com esse trabalho num contexto colaborativo, consideramos que contribuímos para o desenvolvimento profissional e a formação de professores capazes de lidar com a Estatística, confiantes de que podem trabalhar com seus estudantes numa perspectiva de letramento estatístico.

**Palavras-chave:** Educação. Estatística – Estudo ensino. Letramento. Formação de professores. Ensino Fundamental. Desenvolvimento profissional do professor.

## INTRODUÇÃO

Este artigo, é baseado em uma pesquisa de doutorado, realizado na Faculdade de Educação da Unicamp, sob orientação da Prof.<sup>a</sup> Dr.<sup>a</sup> Dione L. de Carvalho cujo objetivo principal foi compreender as aprendizagens e o desenvolvimento profissional de professores e futuros professores da Educação Infantil e dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental na perspectiva do letramento estatístico em contextos colaborativos.

Os professores, em particular os dos anos iniciais, constituem um grupo bastante solicitado a se desenvolver e a aperfeiçoar a prática pedagógica por serem eles os que despertam os estudantes para o conhecimento, inclusive o de Estatística. Partindo desse pressuposto, no âmbito do trabalho de campo da pesquisa, criou-se um grupo de estudos sobre aprender e ensinar Estatística – de nome Estatisticando –, que se almejava colaborativo, composto por diferentes profissionais ligados à educação, formados ou em formação e com experiências diversas no âmbito da Educação Estatística.

Revisitamos o conceito de desenvolvimento profissional dos professores, em particular no que se refere à Educação Estatística, destacando como o envolvimento em grupos colaborativos promove tal desenvolvimento. Por fim, apresentamos indícios, a partir da produção de saberes do grupo, que apontam como o envolvimento num grupo colaborativo pode levar ao desenvolvimento profissional.

## ENSINO E APRENDIZAGEM DA ESTATÍSTICA

De acordo com Watson (2006), como a produção de dados e o acaso não tinham lugar de destaque no currículo da Matemática escolar até a década de 1990<sup>1</sup>, muitos professores, de todos os níveis, não valorizaram os temas a ponto de propô-los a suas turmas em lugar de outros mais tradicionais do currículo da Matemática. A autora apresenta também que era usual o trabalho com a Estatística e a Probabilidade ser deixado, no planejamento anual, para o final do ano letivo, muitas vezes para preencher o tempo com a situação pedagógica, quando os estudantes e os professores já estavam cansados, ou para ser substituído por outros temas do currículo, caso estes necessitassem de mais tempo. Além da falta de tempo e da falta de convicção de sua importância, Lopes (2010, p. 58) aponta como uma das causas da ausência dessa temática no trabalho com os estudantes a “falta de domínio teórico-metodológico do professor sobre os conceitos estatísticos e probabilísticos”.

Segundo Lopes (2010, p. 47), nos tempos de hoje, “a presença constante da Estatística no mundo atual tornou-se uma realidade na vida dos cidadãos, levando à necessidade de ensinar Estatística a um número de pessoas cada vez maior” e, devido a isso, muitos países passaram a inserir a Estatística nos currículos de Matemática na Educação Básica. Lopes (2010, p. 47-48) traz ainda um dado histórico:

*A Conferência de Cambridge (Massachusetts), realizada em 1963, é apontada por Rade (1986) como uma das primeiras reuniões científicas em que se propôs que a Estatística passasse a integrar os conteúdos de Matemática a serem ensinados na Educação Básica.*

A partir da década de 1970, segundo Cazorla e Utsumi (2010, p.19), surgiu mundialmente um movimento que “reconheceu a importância do desenvolvimento do raciocínio probabilístico, a necessidade de romper com a cultura determinística nas aulas de Matemática, a dimensão política e ética do uso da Estatística”. De acordo com as autoras, esse movimento pode ser considerado como base para o que se denomina atualmente de Educação Estatística. Hoje podemos dizer que a Educação Estatística, enquanto área de pesquisa, objetiva estudar e compreender a forma como as pessoas ensinam e aprendem Estatística, englobando a epistemologia dos conceitos estatísticos, os aspectos cognitivos e afetivos do ensino e da aprendizagem, bem como o desenvolvimento de metodologias e materiais para o ensino, visando ao desenvolvimento do letramento estatístico, por meio da qual os alunos podem realizar uma efetiva e significativa aprendizagem, ou seja, aquela que lhes sirva de ferramenta para que consigam interagir nas mais diversas práticas sociais que vivenciam no seu dia-a-dia de cidadãos.

Na Educação Estatística e nesse processo de ensino e aprendizagem, de acordo com Lopes (2010), é que a Estatística se intersecciona com a Probabilidade, pois o pensamento estatístico também combina ideias acerca dos dados e da noção de incerteza, para a realização de inferência, ou seja, é necessário que as pessoas utilizem o pensamento probabilístico para tomar decisões, conforme a autora apresenta:

*A Estatística, com seus conceitos e métodos, configura-se com um duplo papel: permite compreender muitas das características da complexa sociedade atual, ao mesmo tempo que facilita a tomada de decisões em um cotidiano onde a variabilidade e a incerteza estão sempre presentes (LOPES, 2010, p. 51).*

---

<sup>1</sup> Watson se refere aos Estados Unidos, mas podemos considerar esta época também no Brasil, pois foi a época da publicação dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN).

Essas ideias reforçam que o papel da Estatística e da Probabilidade na tomada de decisões pode ser considerado como um dos objetivos da interconexão dessas duas áreas no currículo.

Watson (2002, p. 27) também afirma um trabalho a escola, visando o letramento estatístico “não deveria ser considerado responsabilidade dos professores de Matemática, excluindo-se com isso professores de outras áreas curriculares”, ou seja, a tarefa de levar o estudante a construir conhecimento, argumentação e de ajudá-lo na apropriação das ideias estatísticas deveria ser papel também do professor polivalente, formado para atuar na Educação Infantil e nos anos iniciais do Ensino Fundamental, assim como do professor de Língua Portuguesa, Geografia, História, Ciências, entre outras áreas. Watson (2002) considera que o letramento estatístico pode ser um catalisador para reformas curriculares, apontando para um currículo integrado.

Mas como iniciar a formação na perspectiva citada, de modo que os estudantes possam se apropriar das ideias estatísticas, quando os professores polivalentes que atuam ou atuarão nas séries iniciais do Ensino Fundamental possuem conhecimentos ainda incipientes? Mencionamos essa modalidade de ensino pelo fato de recair sobre esses professores a responsabilidade de ensinar a ler, a escrever e a contar, indicados por Régnier (2006). Ele discute que o estudante, em sua “formação escolar de base”, além de tornar-se capaz de ler, escrever e contar, o que era tido como suficiente até recentemente, precisa aprender a “estatisticar”, ou seja, ser capaz de usar a Estatística para exercer sua cidadania, ou seja, este “estatisticar” precisa ser abordado em uma perspectiva de letramento.

## **FORMAÇÃO DE PROFESSORES E O ENSINO E APRENDIZAGEM DA ESTATÍSTICA**

Infelizmente, de acordo com Lopes (2010), em um levantamento realizado em 1986 pelo International Statistical Institute (ISI), relatórios enviados por diversos países informavam insatisfação com relação ao ensino de Estatística, em especial nas escolas dos anos iniciais, onde seu ensino tem sido ignorado. Segundo a autora,

*[...] aproximadamente duas décadas após esse levantamento, percebe-se que, embora a inserção da Estatística e da Probabilidade seja reconhecida nas propostas curriculares de Matemática, na maioria dos países do mundo, ainda não tenha sido prioridade na escola, nem nos programas de formação inicial e contínua de professores que ensinam Matemática” (LOPES, 2010, p. 48, grifo nosso).*

Olhando mais especificamente para o Brasil, podemos constatar a lamentável situação da população brasileira, quando o assunto é a compreensão de gráficos e tabelas. De acordo com Lopes (2004, p. 191), isso “gera menores possibilidades de um exercício crítico de sua cidadania, diminuindo as perspectivas positivas de transformações sociais”. Sobre esse tema, Fonseca (2004, p. 23) apresenta os resultados do Indicador Nacional de Alfabetismo Funcional (INAF)<sup>2</sup> de 2002, sobre a temática:

*A indicação de que apenas 21% da população brasileira consegue compreender informações a partir de gráfico e tabelas, frequentemente estampados nos veículos de comunicação, é absolutamente aflitiva, na medida em que sugere que a maior parte dos brasileiros encontra-se privada de uma participação efetiva na vida social, por não acessar*

---

<sup>2</sup> Realizado desde 2001, o Inaf/Brasil é baseado em entrevistas e testes cognitivos aplicados a amostras nacionais de duas mil pessoas representativas dos brasileiros e das brasileiras entre 15 e 64 anos de idade, residentes em zonas urbanas e rurais em todas as regiões do País.

*dados e relações que podem ser importantes na avaliação de situações e na tomada de decisões.*

Os resultados do INAF 2004 indicam que a situação não melhorou muito com relação a 2002, pois constatou que ainda “apenas 23% da população jovem e adulta brasileira é capaz de adotar e controlar uma estratégia na resolução de um problema que envolva a execução de uma série de operações” (INAF, 2004, p. 8), complementando que “nesse grupo é que se encontram os sujeitos que demonstram certa familiaridade com representações gráficas como mapas, tabelas e gráficos” (INAF, 2004, p. 9).

De acordo com o relatório do INAF (2004, p.19), “isso sugere o quanto a Escola Básica precisa dedicar-se ao trabalho com essas representações como estratégia de democratização do acesso à informação e a recursos e procedimentos para organizá-la e analisá-la”<sup>3</sup>.

Segundo Batanero (2001), “a primeira dificuldade vem das mudanças progressistas que as estatísticas estão experimentando hoje, tanto do ponto de vista do seu conteúdo, como do ponto de vista das *exigências de formação*” (BATANERO, 2001, p. 6, grifo nosso), pois as demandas de uma sociedade cada vez mais informatizada têm exigido a compreensão de técnicas básicas de análise de dados e sua interpretação adequada.

Nesse sentido, Lopes (2010) ainda destaca que “é essencial lembrar a importância de continuar a investigar formas de favorecer o raciocínio estatístico dos alunos, a compreender como o conhecimento estatístico é construído e a *preparar os professores*” (SHAUGHNESSY; GARFIELD; GREER, 1996 apud LOPES, 2010, p. 48, grifo nosso). Quando damos destaque à questão de “preparar os professores”, estamos apontando para uma formação que considera os professores protagonistas no processo e que possibilita seu desenvolvimento profissional.

Lopes (2008a, p. 82) ainda apresenta os apontamentos de pesquisas nacionais e internacionais a respeito da formação do professor e do modo como a Estatística e a Probabilidade são tratadas:

*As pesquisas nacionais e internacionais têm evidenciado que há pelo menos dois problemas que necessitam atenção urgente, um refere-se à formação inicial e contínua dos professores e outro diz respeito ao tratamento atribuído à Estatística e à Probabilidade, através de cálculos e fórmulas, promovendo a memorização de procedimentos.*

Portanto, nesse sentido, cientes de que não basta ensinar Estatística, temos que abordá-la de modo a produzir conhecimentos significativos, e, pensando nesse ensino, numa perspectiva de letramento, é que queremos dar nossa contribuição, a partir de uma experiência de formação de professores e futuros professores, que os considerou como produtores de conhecimento, num contexto colaborativo e com o questionamento: Que indícios de desenvolvimento profissional apresentam os professores e futuros professores da Educação Infantil e dos anos iniciais do Ensino Fundamental, em contextos colaborativos em práticas de letramento estatístico?

## **O CONTEXTO COLABORATIVO E O DESENVOLVIMENTO PROFISSIONAL DOS PROFESSORES EM ESTATÍSTICA**

---

<sup>3</sup> Infelizmente, o Instituto Paulo Montenegro e a Ação Educativa, que realizam o INAF, não produziram, até o presente, novos relatórios detalhados sobre a questão específica da competência estatística. Têm sido apresentados apenas relatórios gerais sobre os níveis de alfabetismo funcional.

Paralelamente às questões curriculares e do domínio de competências pela população, surgem os questionamentos relativos à necessidade de formação – didática e de conteúdo – dos professores que ensinam Estatística (Batanero, 2002), pois esse pode ser o motivo, muitas vezes, para não se dar a devida importância à temática. Sobre essa formação de professores, Ponte (2011), menciona os caminhos que podem ser assumidos, com foco maior ora no conteúdo, ora no currículo, ora na investigação.

*Formação de professores em estatística pode seguir muitos caminhos. Depende, por exemplo, de qual é a perspectiva assumida para o ensino de estatística. Na verdade, o caminho faz a diferença quando tal ensino é centrado em: (a) conceitos-chave e procedimentos, medidas de computação estatística e que representam dados em exercícios de rotina, (b) manipulação de dados, coleta, representação e interpretação de dados prontos, fornecidos pelo professor, pelo livro didático ou pela internet, ou (c) fazendo investigações estatísticas, que envolvem um ciclo completo desde levantar questões, coletar, analisar, interpretar e criticar dados e argumentos (PONTE, 2011, p. 300).*

Uma possibilidade para a formação dos professores, na perspectiva do letramento estatístico e do caminho apontado por Ponte (2011), em que eles possam se formar fazendo investigações é torná-los protagonistas de seu processo de desenvolvimento profissional, ou seja, incorporando-os em grupos de investigação.

Nessa perspectiva de desenvolvimento profissional, “professores da escola e da universidade, mestrandos e doutorandos e futuros docentes podem, juntos, aprender a enfrentar o desafio da escola atual” (Fiorentini, 2011, p. 7, grifo do autor). Estamos assumindo, com Fiorentini (2004), que em um grupo colaborativo:

*[...] todos trabalham conjuntamente (co-laboram) e se apoiam mutuamente, visando atingir objetivos comuns negociados pelo coletivo do grupo. Na colaboração, as relações, portanto, tendem a ser não-hierárquicas, havendo liderança compartilhada e co-responsabilidade pela condução das ações. (Fiorentini, 2004, p. 52)*

Desejávamos que o grupo colaborativo se constituísse como uma comunidade de aprendizagem profissional e de pesquisa sobre a prática de ensinar e aprender Estatística nas escolas, na perspectiva que Fiorentini (2010) descreve:

*Em cada grupo colaborativo os formadores, professores e futuros professores analisam e discutem os problemas e desafios trazidos pelos professores, episódios de aula narrados e documentados pelos professores, e negociam conjuntamente significados e outras possibilidades de intervenção em suas práticas escolares, sobretudo tarefas e atividades exploratório-investigativas (FIORENTINI, 2010, p. 582).*

Quando nos envolvemos nesse processo de desenvolvimento profissional, num contexto colaborativo, o formador que investiga e apoia o processo, o professor e o futuro professor, juntos desenvolvem um trabalho que requer, de acordo com Ferreira (2003), identificar os conhecimentos teóricos e práticos para desenvolver um ensino efetivo e significativo para os estudantes e assumir que os professores também constroem conhecimento, analisando-os; tomando a aprendizagem como um processo contínuo; levando em conta a contextualização e também a realidade escolar na qual está inserido ou da qual futuramente fará parte.

Desejando criar um contexto colaborativo, na perspectiva de Fiorentini (2004, 2010), e constituir uma comunidade de aprendizagem profissional e de pesquisa sobre a prática de ensinar e aprender Estatística nas escolas, é que planejamos o trabalho de campo da pesquisa. Detalharemos, a seguir, alguns aspectos metodológicos da mesma, com a apresentação dos seus objetivos, do contexto colaborativo e dos participantes.

## **METODOLOGIA DA INVESTIGAÇÃO**

Querendo compreender as aprendizagens e o desenvolvimento profissional de professores e futuros professores da Educação Infantil e dos anos iniciais do Ensino Fundamental (estudantes de 6 a 10 anos) quando estão num contexto colaborativo e são instigados a trabalhar com Estatística numa perspectiva de letramento(s), caminhando em direção ao letramento estatístico, objetivamos, na pesquisa, do ponto de vista investigativo:

- Compreender o processo de desenvolvimento profissional na perspectiva do letramento estatístico em contextos colaborativos, evidenciando indícios de desenvolvimento de conhecimento e de desenvolvimento pessoal como participantes de um grupo de professores e futuros professores que se reúnem para estudar Estatística.

Do ponto de vista formativo, enquanto grupo, também objetivamos:

- A partir dos eventos de letramento, contribuir para o desenvolvimento profissional dos participantes, no que diz respeito ao conhecimento, perspectivando o letramento estatístico, para que possamos criar situações em que eles venham a se desenvolver pessoal e profissionalmente.

Na abordagem qualitativa, optamos pelo estudo de caso que, segundo Ponte (2006), “visa conhecer uma entidade bem definida como uma pessoa, uma instituição, um curso, uma disciplina, um sistema educativo, uma política ou qualquer outra unidade social” (p. 2) e seu objetivo “é compreender em profundidade o “como” e os “porquês” dessa entidade, evidenciando a sua identidade e características próprias, nomeadamente nos aspectos que interessam ao pesquisador” (p. 2).

Então, a partir de um convite enviado, por e-mail, aos professores das escolas vizinhas que atuavam na Educação Infantil, nos anos iniciais do Ensino Fundamental e aos estudantes dos cursos de Pedagogia e Matemática de uma Instituição de Ensino Superior, de cunho privado, foi criado, no segundo semestre de 2010, o grupo “Estatisticando”, considerado “nosso caso” que se reuniu regular e voluntariamente, de Setembro de 2010 até Dezembro de 2011, totalizando 20 encontros.

No que se refere a recolha dos dados, foram utilizados gravações de áudio e vídeo, ficha de identificação do perfil dos participantes preenchida individualmente e uma caracterização oral, respondida em grupo, materiais trazidos pelos participantes do grupo e narrativas produzidas pelos participantes do grupo.

O grupo chegou a ter 20 interessados, mas na maior parte do tempo, foi formado por 9 participantes: Keli, pesquisadora e formadora de professores, que atuava nos cursos de Pedagogia e Matemática; Silvana, professora aposentada, com experiência de atuação na Educação Infantil (crianças de 3 a 6 anos); Eduardo, professor em início de carreira, atuando nos anos iniciais do Ensino Fundamental (crianças de 6 a 10 anos); Rosana, estudante de Pedagogia, que já atuava como professora na Educação Infantil; cinco estudantes de Pedagogia, sendo que Roseli e Mie já realizavam atividade de estágio nos anos iniciais do Ensino Fundamental, por estarem no último ano da primeira graduação, e Thaynara, Érica e Cíntia encontravam-se no período inicial de estágio nos anos iniciais do Ensino Fundamental, por estarem no 2.º ano da primeira graduação. Todos os participantes concordaram que fosse usado seu primeiro nome na pesquisa.



Nos encontros, com duração aproximada de 50 minutos, procuramos nos inspirar na dinâmica de trabalho e pesquisa de grupos colaborativos proposta por Fiorentini (2011). Nessa dinâmica de trabalho, os formadores atuam em função das demandas dos professores e futuros professores, que trazem problemas e desafios das práticas escolares, para juntos poderem estudar, problematizar, refletir, investigar e escrever sobre a complexidade de se ensinar e aprender Estatística nas escolas.

Vale destacar, como previsto, que o grupo não agiu cooperativamente desde o início. Nos primeiros encontros era esperado que a pesquisadora trouxesse os materiais e conduzisse as reuniões; porém, gradualmente, todos passaram a participar mais das decisões, assumindo responsabilidades no trabalho do grupo, preparando ou indicando materiais, e o espaço foi se tornando mais colaborativo na medida em que a afinidade na relação entre os participantes aumentava.

Nesse processo de efetiva colaboração, surgiu também o desejo de relatar, por escrito, o processo vivido e as experiências desenvolvidas no grupo e com o apoio do grupo, o que passaremos a expor.

## **PRODUÇÃO DE SABERES NO GRUPO**

Embora almejássemos que os participantes pudessem escrever e compartilhar suas experiências, essa não foi uma exigência para a participação no grupo e acreditamos que, se isso fosse apresentado de início, poderia afastar os professores que não se sentiam capazes de produzir saberes a partir da prática de suas salas de aula. Então, procurando incentivar a escrita, sem exigí-la, esse processo ganhou força no segundo semestre de 2011, quando o grupo já se reunia por mais de dois semestres. Também se prolongou para além dos encontros do grupo, ocorrendo principalmente via *e-mail*. Assim como apontado por Nacarato, Gomes e Grando (2008, p. 41), essas transformações ocorreram de forma diferente para cada participante: “para alguns, elas são mais rápidas e visíveis; para outros, ficam veladas e só se tornam visíveis pelo processo de escrita; e para outros, são muito lentas”. Enfatizamos que isso foi respeitado no nosso contexto colaborativo, assim como a opção de não produzir uma narrativa escrita ou análise narrativa naquele momento.

Consideramos que os estudos realizados no contexto colaborativo do Estatisticando incentivaram a investigação da prática pedagógica, inicialmente em momentos em que o destaque era para o ensino e a aprendizagem da Estatística com estudantes dos anos iniciais do ensino fundamental. Os resultados, assim como acontece no Grupo de Sábado (GdS), foram textualizados em forma de narrativas. De acordo com Carvalho e Fiorentini (2013), essa modalidade de investigação, assim como no caso do GdS, se aproxima mais de uma análise narrativa. Esses autores afirmam que as “análises narrativas”

*[...] expressam um conhecimento da prática, pois, embora geralmente tenham origem na prática, as situações foram problematizadas, analisadas e sistematizadas narrativamente, tendo como mediação leituras dos campos acadêmico e profissional e as múltiplas percepções e interpretações de parceiros críticos[...]* (p.22, grifo dos autores).

Ainda sobre as textualizações narrativas que se aproximam de análises narrativas, de acordo com Carvalho e Fiorentini (2013, p. 17, grifo nosso), “mais que a conceitualização de um gênero textual, esta afirmação nos remete a um *processo*”, complementando que nesse processo são gerados textos que são “ouvidos/lidos/vistos”. Nesse contexto, pensando no processo vivenciado, passaremos a chamar as textualizações narrativas produzidas pelos participantes de “análises narrativas de situações de sala de aula”. Consideramos então que, assim como acontece no Grupo de Sábado, esse processo

de produção ou essa dinâmica de produção “tem sido significativa para cada autor, em relação à sua formação enquanto escritor, à transformação de suas aulas e à sua constituição profissional” (FIORENTINI; CARVALHO, 2013, p. 17).

Nesse sentido, foram produzidos onze textos, dos quais participei como coautora, fazendo parceria com um dos participantes, buscando atuar como parceira crítica: dez análises narrativas de situações de sala de aula e um artigo, fruto de iniciação científica. Oito análises narrativas de situações de sala de aula foram produzidas em parceria com dois participantes do grupo Estatisticando, Mie e Eduardo, exclusivamente sobre a temática ali estudada; o artigo foi escrito em parceria com Roseli, também com temática versando sobre a Estatística, com destaque para o livro didático; e duas análises narrativas foram feitas em parceria com Rosana, contando também com a colaboração de duas outras estudantes de Pedagogia, sobre temática que não era o foco principal de nossos estudos, mas sempre almejando, como defende Kilpatrick (1996, p. 118), o “professor como pesquisador”, mais do que simplesmente sujeito da pesquisa. Importante mencionar, também, que os trabalhos produzidos pelos integrantes do Estatisticando foram apresentados em eventos da área de Educação e de Educação Matemática, como forma de discutir com a comunidade acadêmica a prática de sala de aula e a do grupo. Quatro deles foram publicados em periódicos, quatro nos anais dos eventos e outros dois também nos anais dos eventos, mas na forma de *e-book*. Um constituiu um capítulo de livro. Nossa produção, assim, tornou-se pública, como recomenda Kilpatrick (1996, p.106-107): “pesquisa deve ser pública; ela deve ser compartilhada”.

Acreditamos que a leitura de narrativas e análises narrativas de outros professores nos encontros possa ter motivado e potencializado as reflexões sobre as práticas docentes que são narradas nos textos produzidos. Concordamos com Nacarato (2013, p. 29) que os espaços compartilhados como o grupo são mais eficientes na promoção de aprendizagens, pois “neles os professores podem compartilhar práticas e construir colaborativamente conhecimentos da prática docente, assumindo-se como protagonistas do desenvolvimento pessoal e curricular”.

Embora haja indícios da influência do grupo Estatisticando nas produções escritas, infelizmente não foi possível a participação do grupo como um todo, a retomada dessas produções com a participação dos integrantes, para discussões, aprofundamentos e reescritas. Algumas delas também foram escritas após o encerramento dos encontros.

## **CONSIDERAÇÕES FINAIS**

As atividades vivenciadas no grupo Estatisticando buscaram considerar a escola como local de trabalho e de aprendizagem profissional, mas, também, a oportunidade para que os participantes exercitassem protagonismo em seu desenvolvimento profissional.

Consideramos, no espaço proporcionado pelo grupo Estatisticando, que os participantes puderam se relacionar colaborativamente, assim como apresenta Fiorentini (2011a), “envolvendo formadores, pesquisadores e futuros professores, que assumem a pesquisa como postura e prática social” (p. 17), e concluindo que esse contexto “é rico e poderoso de desenvolvimento profissional, de transformação das práticas pedagógicas e curriculares, de produção de conhecimento e de uma nova cultura de ensinar e aprender” (p. 17). Com o trabalho no grupo que buscou ser colaborativo, consideramos que contribuímos para o desenvolvimento profissional de professores e futuros professores da Educação Infantil e dos anos iniciais do Ensino Fundamental, os quais foram se percebendo capazes de lidar com a Estatística, confiantes de que poderiam trabalhar com

seus estudantes numa perspectiva de letramento estatístico. Esperamos estar contribuindo também com a formação de pessoas estatisticamente mais competentes, capazes de usar a Estatística na resolução de problemas do dia a dia, posicionando-se e usando-a na tomada de decisões, conscientes de seu poder de ação crítica. Por isso, consideramos importante prosseguir o estudo sobre grupos e contextos colaborativos onde diferentes profissionais partilham e refletem sobre práticas profissionais nas aulas de Estatística, por ser um domínio de conhecimento muitas vezes associado a uma simplicidade no seu ensino e na sua aprendizagem, procurando documentar as várias etapas da história destes grupos, mostrando a sua exequibilidade e a sua relação com aprendizagens significativas tanto para os professores quanto para os estudantes.

## REFERÊNCIAS

BATANERO, C. **Didáctica de la Estadística**. Granada: Servicio de Reprografía de la Facultad de Ciencias. Universidad de Granada, 2001. Disponível em: <<http://www.ugr.es/~batanero/proyecto.html>>. Acesso em: 19 set. 2004.

BATANERO, C. Los retos de la cultura estadística. **Jornadas Interamericanas de Enseñanza de la Estadística**, Buenos Aires. Conferência inaugural. 2002. Acesso em 15 de Outubro de 2012 em <http://www.ugr.es/~batanero/ARTICULOS/CULTURA.pdf>.

BRASIL. Ministério da Educação e do Desporto. Secretaria de educação fundamental. Parâmetros Curriculares Nacionais: matemática. Brasília: MEC/SEF, 1997.

CARVALHO, D. L.; FIORENTINI, D. Refletir e investigar a própria prática de ensinar/aprender matemática na escola. In: CARVALHO, D. et al. **Análises narrativas de aulas de matemática**. 1.ed. São Carlos: Pedro & João Editores, 2013.

CAZORLA, I.; UTSUMI, M. C. Reflexões sobre o ensino de Estatística na Educação Básica. In: CAZORLA, I; SANTANA, E. (Org.). **Do tratamento da informação ao letramento estatístico**. Itabuna: Via Litterarum, 2010. p. 09-21.

CONTI, K. C. **O papel da Estatística na inclusão de alunos da Educação de Jovens e Adultos em atividades letradas**. Dissertação (Mestrado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2009.

FERREIRA, A. C. **Metacognição e desenvolvimento profissional de professores de matemática: uma experiência de trabalho colaborativo**. Tese (Doutorado) – Universidade Estadual de Campinas, Unicamp, Campinas-SP, 2003.

FIORENTINI, D. Pesquisar práticas colaborativas ou pesquisar colaborativamente? In: BORBA, M. C. & ARAÚJO, J. L. **Pesquisa qualitativa em Educação Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2004.

FIORENTINI, D. (Coordenador). A investigação em educação matemática desde a perspectiva acadêmica e profissional: desafios e possibilidades de aproximação. In XIII CIAEM CONFERÊNCIA INTERAMERICANA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 26 a 30 de Junho 2011, Recife: Universidade Federal de Pernambuco, pp. 01-19. Acesso em 25 de Novembro de 2012, em [http://www.cimm.ucr.ac.cr/ocs/index.php/xiii\\_ciaem/xiii\\_ciaem/paper/viewFile/2910/1225](http://www.cimm.ucr.ac.cr/ocs/index.php/xiii_ciaem/xiii_ciaem/paper/viewFile/2910/1225)

FIORENTINI, D. Desenvolvimento Profissional e Comunidades Investigativas. In: DALBEN, A., DINIZ, J., LEAL, L. & SANTOS, L. (Org.). **Convergências e tensões no campo da formação e do trabalho docente: Educação ambiental – Educação em ciências**

– Educação em espaços não escolares – Educação matemática. Belo Horizonte: Autêntica, 2010, p. 570-590.

FONSECA, M. C. F. R. A educação matemática e a ampliação das demandas de leitura e escrita da população brasileira. In: FONSECA, M. C. F. R. (Org.). **Letramento no Brasil: habilidades matemáticas: reflexões a partir do Inaf 2002**. São Paulo: Global; Ação Educativa Assessoria, Pesquisa e Informação, Instituto Paulo Montenegro, 2004. p. 11-28.

INAF. **4º Indicador Nacional de Alfabetismo Funcional**: Um diagnóstico para a inclusão social pela Educação. São Paulo: Instituto Paulo Montenegro, Ação Educativa, 2004.

KILPATRICK, J. (1996) Fincando estacas: uma tentativa de demarcar a educação matemática como campo profissional e científico. In: **Zetetiké**, Vol. 4, n. 5, janeiro/junho de 1996, p. 99-120. Campinas: Revista do Círculo de Estudo, Memória e Pesquisa em Educação Matemática (CEMPM) da Faculdade de Educação da UNICAMP.

LOPES, C. A. E. Literacia estatística e o INAF 2002. In: FONSECA, M. C. F. R. (Org.). **Letramento no Brasil: habilidades matemáticas: reflexões a partir do INAF 2002**. São Paulo: Global; Ação Educativa Assessoria, Pesquisa e Informação. Instituto Paulo Montenegro, 2004. p. 187-197.

LOPES, C. A. E. Os desafios para Educação Estatística no currículo de Matemática. In: LOPES, C. E.; COUTINHO, C. Q. S.; ALMOULOU, S. A. **Estudos e reflexões em Educação Estatística**. Campinas: Mercado de Letras, 2010.

LOPES, C. A. E. Reflexões teórico-metodológicas para a educação estatística. In: \_\_\_\_\_; CURI, E. (Org.). **Pesquisas em educação matemática: um encontro entre a teoria e a prática**. São Carlos: Pedro e João Editores, 2008a.

NACARATO, A. M. O grupo como espaço para aprendizagem docente e compartilhamento de práticas de ensino de Matemática. In: NACARATO, A. M. (Org.). **Práticas docentes em Educação Matemática nos anos iniciais do ensino fundamental**. 1. ed. Curitiba: Appris, 2013. v. 1. 165p.

NACARATO, A. M.; GOMES, A. A. M.; GRANDO, R. C. (Org.). Grupo Colaborativo em Geometria: uma trajetória... uma produção coletiva. In: **Experiências com Geometria na Escola Básica: narrativas de professores em (trans)formação**. 1. ed. São Carlos: Pedro & João Editores, 2008.

PONTE, J. P. (2011). Preparing Teachers to Meet the Challenges of Statistics Education. In: C. BATANERO, G. BURRILL & C. READING (Eds) (2011), **Teaching statistics in school mathematics- Challenges for teaching and teacher education: A Joint ICMI/IASE Study**. New York, NY: Springer.

PONTE, J. P. Estudos de caso em educação matemática. **Bolema** – Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2006, n. 25, p. 105-132.

RÉGNIER, J.-C. Formação do espírito estatístico e cidadania: instrumentos matemáticos para a leitura do mundo. In: SIMPÓSIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA (SIPEMAT). *Anais do SIPEMAT*. Recife: Universidade Federal de Pernambuco, 2006. CD-ROM.

WATSON, J. Discussion: statistical literacy before adulthood. **International Statistical Review**, n. 70, 2002.

WATSON, J. M. **Statistical literacy at school: Growth and goals**. Mahwah-NJ: Lawrence Erlbaum, 2006.





# ENSINO DE SEQUÊNCIA NA PERSPECTIVA DA DISCIPLINA ANÁLISE: MODIFICAÇÕES NAS IMAGENS DE CONCEITO DE INDIVÍDUOS ATRAVÉS DE ATIVIDADES DE ENSINO

Valter Costa Fernandes Junior<sup>1</sup>

<sup>1</sup>IF Sudeste MG/DEMAFE, valter.costa@ifsudestemg.edu.br

## Resumo

Neste trabalho apresentamos parte de uma pesquisa de mestrado cujo foco foi o processo de ensino-aprendizagem de sequências na perspectiva da disciplina Análise Real. Como referencial teórico adotado, apresentamos as ideias sobre a teoria de Imagens de Conceito e Definição de Conceito que se encontram na linha de pesquisa do Pensamento Matemático Avançado. Enquanto que, na metodologia de pesquisa é apresentada a proposta de análise e concepções sobre pesquisa qualitativa. Nas considerações finais, através de uma análise qualitativa, pudemos refletir sobre a aplicação das atividades de ensino - reflexão esta que leva em conta todo o processo e até mesmo a postura dos alunos frente às atividades – e como elas interferiram, em relação às modificações nas imagens de conceito dos indivíduos da pesquisa. Outros pontos abordados neste trabalho foram: os resultados, vistos por nossas perspectivas, sobre as reações e impressões dos alunos ante a esta disciplina e o modo como eles lidam com a formalização dos conteúdos, que é o objetivo principal da mesma e o que a diferencia da disciplina de Cálculo.

**Palavras-chave:** Imagens de conceito, ensino-aprendizagem de Análise, Atividades de ensino.

## INTRODUÇÃO

Este trabalho é fruto de uma dissertação defendida em 2014, cujo objetivo principal da pesquisa foi verificar as modificações nas imagens de conceito de indivíduos em relação aos conteúdos de sequências de números reais, na perspectiva da disciplina de Análise.

A questão de pesquisa deste trabalho buscou interpretar *como atividades de ensino de sequências de números reais podem modificar as imagens de conceito de alunos de Análise na Reta?*

Alguns objetivos específicos podem ser pontuados:

- Verificar se os alunos conseguem entender de forma significativa os conteúdos;
- Verificar se os alunos conseguem formalizar os conteúdos e compreender as formalizações que são apresentadas a eles;
- Verificar as impressões e reações dos alunos frente à disciplina Análise na Reta.

Antes de falarmos da disposição das seções e do que tratam, precisamos esclarecer alguns aspectos deste trabalho. Primeiro, quando falarmos na disciplina Análise, estaremos nos referindo à disciplina Análise na Reta, que seria um primeiro curso de Análise. Outro ponto importante a se destacar é que nosso referencial teórico trata de conceitos originalmente chamados de *concept images* e *concept definition*, que nós utilizamos de acordo com a tradução de Giraldo (2004), qual seja *imagens de conceito* e *definição de conceito*. Cabe destacarmos que outros autores traduzem tais termos como imagens conceituais e definição conceitual.

A seção *sobre imagens de conceito e a definição de conceito* deste trabalho traz o referencial teórico de nossa pesquisa, que são as ideias e os conceitos que nos deram o suporte na tarefa de investigar. Dessa forma, apresentamos as teorias de imagens de conceito e definição de conceito, concluindo com o que essas teorias sugerem para nossa metodologia de pesquisa.

Na seção *a metodologia da pesquisa*, apresentaremos algumas concepções sobre pesquisa qualitativa, nossos objetivos. Descreveremos também os eixos de análise e nossas intenções de pesquisa. Por meio de uma abordagem qualitativa, pretendemos realizar esta pesquisa de forma a acompanhar o processo e as reações dos seres humanos envolvidos.

As considerações finais trarão algumas reflexões sobre os eixos de análise da pesquisa. Além disso, relataremos algumas situações que nos incomodaram durante o trabalho, desde o planejamento até a aplicação das atividades de ensino. É importante compreendermos que essas situações só puderam ser diagnosticadas e repensadas depois de uma análise da pesquisa como um todo.

## **SOBRE AS IMAGENS DE CONCEITO E A DEFINIÇÃO DE CONCEITO**

Nosso primeiro contato com as teorias relacionadas às imagens de conceito foi por meio do trabalho de Giraldo (2004), que utilizou as teorias do Pensamento Matemático Avançado, em especial as de David Tall, para solidificar uma proposta de investigação onde a utilização do computador é um apoio para o processo de ensino-aprendizagem. Assumindo a postura de aceitação dos conflitos gerados pelo uso do computador, em vez de ignorá-los, Giraldo analisa a influência desses conflitos nas imagens de conceito dos alunos sobre o conteúdo de derivadas.

A questão central da pesquisa, citada por Giraldo, foi: “Em que situações limitações de descrições computacionais podem promover um efeito de expansão das imagens de conceito de derivada?” (GIRALDO, 2004, p. 90). Assim, sua intenção foi investigar as possibilidades pedagógicas oriundas dos conflitos entre as representações computacionais e as descrições dos alunos sobre os conceitos de derivada. De acordo com o próprio autor, “o objetivo central deste trabalho é justamente estudar as potencialidades pedagógicas das limitações associadas a descrições” (GIRALDO, 2004, p. 74). Para a realização dessa pesquisa, o estudioso utilizou uma metodologia qualitativa no intuito de captar todas as limitações e conflitos surgidos no ambiente pedagógico criado.

Nossa pesquisa, no entanto, teve como referência as teorias de imagem de conceito e raiz cognitiva de David Tall. Não é nossa pretensão encerrar as discussões sobre as questões envolvendo o ensino de Análise, mas acreditamos que o entendimento do processo de desenvolvimento das imagens de conceito pode contribuir para um ensino significativo da disciplina Análise. Como dito no capítulo anterior, existem outras variáveis que poderiam ser investigadas por outros referenciais, mesmo que essas não pareçam ser tão decisivas no Ensino Superior quanto no Ensino Básico.

Quando abordamos um conteúdo matemático, os alunos podem trazer algumas ideias associadas aos objetos em questão, oriundas de experiências passadas dentro ou fora da matemática e do ambiente escolar. Por exemplo, um aluno, ao se deparar com sequências e séries, pode se lembrar de progressões aritméticas e geométricas. Nota-se que, neste exemplo, o aluno evocou conceitos da própria matemática, mas em muitos casos experiências externas influenciam o conceito que os discentes possuem sobre um determinado objeto matemático.

Essas ideias podem aparecer na mente de um indivíduo de diferentes formas, ou seja, é tudo que se pensa sobre o objeto. Por exemplo, para a maioria das pessoas, quando



falamos em quadrado, a ideia que se tem é a imagem de um quadrilátero com os quatro lados iguais e os quatro ângulos retos, mas se pedirmos uma descrição muitos ignoram o fato dos ângulos terem que ser retos. De acordo com Tall e Vinner (1981, p. 2), essas ideias são chamadas de imagem de conceito, as quais os autores definem da seguinte forma: “Usaremos o termo *imagem de conceito* para descrever a estrutura cognitiva total que está associada com o conceito, incluindo todas as imagens mentais, propriedades e processos associados” (Tradução nossa) (Grifo do autor).

Consideremos o exemplo acima para explicar o conceito de conflito, definido por Tall e Vinner (1981). Alguns alunos descrevem o quadrado como um quadrilátero que possui os lados iguais, não levando em consideração a característica dos ângulos. Mas ao verem a figura de um losango – em que os pares de ângulos opostos possuem medidas de  $60^\circ$  e  $120^\circ$ , respectivamente – encontram uma contradição entre a forma visual e a descrita, pois mesmo que não descrevam, eles sabem que os ângulos tem que possuir uma determinada forma, que é ter medida de  $90^\circ$ . Esta incoerência entre duas imagens de conceito, relacionada a um mesmo objeto, é definida por Tall e Vinner por fator de conflito potencial. Tall; Vinner (1981, p. 153) definem da seguinte forma: “vamos chamar uma parte da imagem de conceito ou definição de conceito que pode conflitar com outra parte da definição de conceito ou imagem de conceito, um *fator de conflito potencial*” (Tradução nossa) (Grifo do autor).

Tall e Vinner (1981) chamam de fator de conflito cognitivo a situação em que dois ou mais fatores de conflitos potenciais são evocados simultaneamente. Nesse sentido, a ideia de conflito é de suma importância na teoria de imagens de conceito. Concordamos com Tall e Vinner quanto à posição dos professores frente a situações de conflito, em que sugerem o uso dessas a favor do processo de ensino-aprendizagem, ao invés de as evitarem. Quando há o conflito entre duas ou mais imagens de conceito, relacionadas a um mesmo objeto, temos a oportunidade de ampliarmos as imagens de conceitos de nossos alunos. Como no exemplo acima, quando confrontada a descrição com a imagem visual, os alunos notam que para definirmos um quadrado é necessário termos em mente a característica de seus ângulos e não somente a de seus lados. Assim, ocorre uma transformação na imagem de conceito dos alunos referente ao quadrado, enriquecendo-a ao internalizar propriedades que antes geravam conflitos. Notemos que, ao formar uma imagem de conceito para quadrado, como um quadrilátero que possui todos os lados iguais e todos os ângulos retos, os discentes podem enxergar o quadrado como um caso particular de retângulo, o que, no nível de educação básica, tal dedução não seria trivial.

A forma de palavras pela qual um indivíduo expressa certo conceito é definida por Tall e Vinner (1981) como definição de conceito. De acordo com Giraldo (2004), a definição de conceito do indivíduo é parte de sua imagem de conceito e pode ou não ser coerente com a definição formal. A introdução de um conteúdo matemático no Ensino Superior tem acontecido, geralmente, por meio da apresentação de definições formais. Assim, muitos alunos decoram a definição formal e a única ideia que possuem sobre um determinado assunto será esse jogo de palavras que a compõe, ou seja, será parte de sua imagem de conceito. O aluno também pode ter em mente uma definição de conceito incoerente com a definição formal e essa também será parte de sua imagem de conceito, pois é uma estrutura cognitiva ligada a um objeto matemático.

Sobre a teoria de imagens de conceito, Giraldo (2004) comenta:

*A teoria de **imagens de conceito**, proposta inicialmente por David Tall e Shlomo Vinner no artigo – hoje clássico – **Concept image and concept definition in mathematics, with special reference to limits and continuity** (TALL & VINNER, 1981), sugere que o ensino de matemática*

*deve visar a compreensão pelo estudante não apenas da construção formal dos conceitos, mas o enriquecimento, como um todo, da estrutura cognitiva individual associada a estes. Com este propósito, uma gama ampla de representações e ideias relacionadas de todo tipo deve figurar na abordagem pedagógica de um dado conceito (GIRALDO, 2004, p.7) (Grifo do autor).*

Notemos que é importante, para o enriquecimento da imagem de conceito de um indivíduo, que a abordagem pedagógica seja feita através de várias representações, com o intuito de dar ao aluno a oportunidade de assimilar outras ideias associadas ao objeto matemático. Giraldo (2004) comenta que uma única representação não é suficiente para explorar todas as ideias sobre um determinado objeto matemático, somente com a utilização e relação entre as várias representações é que os alunos terão a oportunidade de enriquecer suas imagens de conceito. Por exemplo, ao falarmos de funções com alunos, muitos pensam somente na lei de formação, pois a prática de ensino foca muito a parte algébrica, e, portanto, não relacionam esta lei de formação com as outras representações matemáticas para função. Muitos até sabem manipular a expressão algébrica, como por exemplo, determinar as raízes de uma função, mas não sabem o significado geométrico dessas. Assim, pelo que sugere a teoria de imagens de conceito, o professor deveria trabalhar o conteúdo de funções explorando as várias representações, algébricas, gráficas e por meio de tabelas.

Um exemplo da Análise é, de acordo com Amorim e Reis (2013), quando trabalhamos o conceito de limite, apesar dos alunos dominarem as técnicas e realizarem os cálculos envolvendo o conteúdo, mas uma parcela significativa dos mesmos não possuem uma compreensão ampla sobre o conceito. Mesmo quando trabalhada a definição formal, os alunos não conseguem relacioná-la com a representação gráfica e o seu significado.

A ideia de raiz cognitiva elaborada por Tall (1989) é fundamental para uma proposta pedagógica centrada na teoria de imagem de conceito. Diagnosticar o conhecimento e as experiências dos alunos em relação a um determinado conteúdo seria o passo inicial para construirmos um plano de curso. Por exemplo, ao se abordar os conteúdos de sequência e série, um bom caminho poderia ser iniciar o trabalho com progressões aritméticas e geométricas, uma vez que são conteúdos vistos no Ensino Médio. Por mais que os alunos não compreendam esses conceitos completamente, eles trazem experiências sobre os conteúdos.

A introdução de um conteúdo matemático deve ser feita através de ideias que darão suporte para o aluno desenvolver suas imagens de conceito. De acordo com Tall (1989, p. 9), “a raiz cognitiva é um conceito de ancoragem que o aluno encontra fácil de compreender e ainda forma uma base sobre a qual a teoria pode ser construída”.

Segundo Giraldo (2004), o conceito de raiz cognitiva foi se desenvolvendo em trabalhos posteriores e, com a formulação da ideia de *unidades cognitivas*, este passou a ser considerado como um caso especial de unidades cognitivas. Giraldo apresenta, abaixo, a definição de *unidades cognitivas*:

*[...] Tony Barnard e David Tall (BARNARD & TALL, 1997) introduziram o termo **unidade cognitiva** para designar **uma porção da imagem de conceito em que um indivíduo é capaz de focar atenção conscientemente em um determinado momento** [...] (GIRALDO, 2004, p. 16) (Grifo do autor).*

Ainda de acordo com Giraldo (2004),

*[...] A ideia de raiz cognitiva foi desenvolvida em trabalhos posteriores. Após a formulação da teoria de unidades cognitivas, a noção de raiz*

*cognitiva foi reformulada nestes termos, como um tipo especial de unidade cognitiva que se relaciona com o conhecimento familiar ao estudante que está começando um novo desenvolvimento conceitual, permitindo a conexão entre seus conhecimentos iniciais e aqueles a serem desenvolvidos. Em (TALL, 2000), o autor redefine raiz cognitiva como uma unidade cognitiva que tem significado para o estudante no estágio em questão, e ainda assim contém as sementes de expansões cognitivas para definições formais e desenvolvimento teórico posterior [...] (GIRALDO, 2004, p.22) (Grifo do autor).*

Comprimir informações matemáticas, gerando novas estruturas através da relação de dois ou mais elementos matemáticos é, segundo o estudioso supracitado, de suma importância na teoria de *unidades cognitivas*. O aluno deve ser capaz de construir uma estrutura cognitiva relacionando dois ou mais conhecimentos prévios e trabalhar com esta em sua forma geral, ou, quando precisar, reduzi-la à sua forma primária, olhando para os conhecimentos prévios que a constituíram.

Estimular os alunos a relacionarem ideias prévias, que façam sentido para eles (ideias já compreendidas), construindo novas estruturas a respeito de um conteúdo matemático, passa a ser então o principal foco de uma metodologia baseada na noção de raiz cognitiva.

A noção de raiz cognitiva tem sido utilizada, geralmente, em ambientes educacionais com computadores. Nossa intenção é adaptá-la a uma metodologia que não dependa do computador. Assim, para nós, as orientações de raiz cognitiva serão ideias ou conteúdos pelos quais os alunos tenham familiaridade e, por meio desses, consigam expandir suas imagens de conceito. Assim, voltando ao exemplo acima, iniciar o ensino de sequências e séries por meio de progressões aritméticas e geométricas pode ser bom pela familiaridade dos alunos com esses conteúdos e, a partir desses, podemos expandir os estudos para sequências de números reais.

## **A METODOLOGIA DA PESQUISA**

Nesta pesquisa convidamos seis estudantes do curso de Licenciatura em Matemática, oferecida pelo Departamento de Matemática, Física e Estatística do Instituto Federal do Sudeste de Minas Gerais – Campus Rio Pomba, para trabalharmos um questionário inicial e algumas atividades em horário extraclasse. Os participantes foram categorizados como A1, A2, A3, B1, B2 e C, onde os alunos A1, A2 e A3 são os que já haviam sido aprovados na disciplina. Enquanto que os alunos B1 e B2 são os que se encontravam cursando pela segunda vez. Os alunos A1, A2, A3, B1, B2 estavam no oitavo período do curso.

O aluno C não havia cursado a disciplina Análise até o momento; sentimos pois, a necessidade de reavaliar as atividades de ensino aplicadas a um discente que não trazia experiência nenhuma com a disciplina, para verificar as mudanças nas imagens de conceito de um indivíduo que a estuda pela primeira vez. A escolha desse aluno seguiu alguns critérios, que foram: já ter cursado e sido aprovado na disciplina de Cálculo I e ter cursado e sido aprovado ou estar cursando disciplinas que trabalhem com a maturidade em demonstrações formais.

Acreditamos que nossa pesquisa de cunho qualitativo se enquadra na modalidade de experimento de ensino, que de acordo com Borba (2004, p.7), o qual afirma que “neste tipo de pesquisa, atividades pedagógicas são propostas a estudantes de forma que o pesquisador-professor possa “ouvir” de forma detalhada a Matemática desenvolvida por estudantes”. Uma ressalva importante que Borba traz em relação a essa modalidade é que

*[...] os alunos que participam desta modalidade de pesquisa estão fora da sala de aula, fora do contexto da avaliação que cerca a sala de aula usual. Esse fato traz consequências e pode levar o pesquisador a se esquecer de outras dimensões da educação, assim como levar a generalizações apressadas para situações de sala de aula. [...] (BORBA, 2004, p. 10).*

Desse modo, é importante lembrarmos-nos durante nossas reflexões que o ambiente e algumas das situações em sala de aula pelo qual os alunos estão envolvidos não podem, e talvez nem devam, ser reproduzidos na pesquisa.

Por outro lado, a modalidade experimento de ensino nos permitirá “ouvir” os estudantes, acompanhar o processo e a Matemática desenvolvida por eles durante a realização das tarefas. Segundo Borba “[...] é inegável que o experimento de ensino expressa de forma eloquente ao menos um dos princípios da pesquisa qualitativa: fazer com que o humano apareça e não se esconda atrás de estatísticas” (BORBA, 2004, p. 10).

Acreditamos que a abordagem qualitativa atende as demandas de verificarmos e analisarmos as modificações sofridas nas imagens de conceito de um indivíduo durante o processo de resolução de problemas.

De acordo com Borba,

*[...] O que se convencionou chamar de pesquisa qualitativa, prioriza procedimentos descritivos à medida em que sua visão de conhecimento explicitamente admite a interferência subjetiva, o conhecimento como compreensão que é sempre contingente, negociada e não é verdade rígida.[...] (Ibidem, p. 2).*

Alguns dos procedimentos sugeridos para a realização de uma pesquisa qualitativa são as análises de vídeos, de entrevistas e outras fontes usadas para recolher dados, onde possamos acompanhar o processo. Segundo Borba (2004), a pesquisa qualitativa prioriza o processo; assim, a questão aqui não é separar o produto em dados estatísticos e sim, analisar os dados a fim de procurar compreendê-los. O autor também faz uma ressalva, onde argumenta que a abordagem qualitativa não surge como oposição à pesquisa quantitativa; é apenas outro meio de analisar os fatos e que, mesmos os dados quantitativos podem passar por uma análise qualitativa.

O papel do pesquisador na abordagem qualitativa é importante, pois suas análises e seus resultados não são isentos de valores, assim como também não o são os participantes da pesquisa. Segundo Borba,

*[...] Dessa forma, quando falo de pesquisa qualitativa, estou falando de uma forma de conhecer o mundo que se materializa fundamentalmente através dos procedimentos conhecidos como qualitativos, que entende que o conhecimento não é isento de valores, de intenção e da história de vida do pesquisador, e muito menos das condições sócio-políticas do momento (BORBA, 2004, p. 3).*

A forma de conhecer o mundo, como cita Borba, não pode ser isolada do que o pesquisador já traz do próprio mundo e, outro ponto importante, é o fato de que o referencial teórico adotado pelo pesquisador seja uma forma de olhar o mundo com concepções prévias que, a não ser por incoerência do pesquisador, faz parte do seu próprio conhecimento e que interferirá na análise dos resultados da pesquisa.

Garnica afirma, sobre pesquisa qualitativa, que:

*[...] nas abordagens qualitativas, o termo pesquisa ganha novo significado, passando a ser concebido como uma trajetória circular em*

*torno do que se deseja compreender, não se preocupando única e/ou aprioristicamente com princípios, leis e generalizações, mas voltando o olhar à qualidade, aos elementos que sejam significativos para o observador-investigador (GARNICA, 1997, p. 111).*

Fica claro neste trecho de Garnica que os resultados da pesquisa são subjetivos, assim como suas análises. A qualidade e os elementos aos quais se referem Garnica dependerão do observador-investigador, variando de pesquisador para pesquisador e até mesmo dos participantes da pesquisa.

Desse modo, durante a realização das atividades, pudemos perceber e analisar as dúvidas, impressões e as reações que aparecem nos atos dos alunos. Acreditamos que uma abordagem qualitativa nos permite a proximidade com os sujeitos e com a possibilidade de acompanhar as modificações em suas imagens de conceito. Modificações essas que podem ser um enriquecimento das imagens de conceito, no sentido de adquirir novas formas de pensar o objeto, de modo a convergir com as definições formais; ou um estreitamento, onde podemos notar um distanciamento com a definição formal ou mesmo diminuição das formas de pensar, “diminuindo” suas imagens de conceito.

Outro ponto importante que a pesquisa qualitativa nos permite analisar é a reação e a impressão dos alunos com os conteúdos da disciplina Análise. Parece existir uma rejeição sobre essa disciplina por parte de alguns alunos (principalmente da licenciatura) pela “distância” entre seus conteúdos e a forma como é abordada, com o ensino básico. Desse modo, surge a oportunidade de ouvi-los e fazer uma análise dessa questão, que está ligada com a formação profissional.

Para que possamos tecer os resultados da pesquisa precisamos determinar os elementos sobre os quais lançaremos nossos olhares. Desse modo, criamos alguns eixos de análise, cada qual relacionado a um elemento específico. A partir do referencial teórico adotado, o primeiro de nossos eixos de análise foi verificar a “variação” da imagem de conceito nos indivíduos, uma vez que este foi o objetivo principal desta pesquisa. Um segundo eixo que almejamos examinar foi se durante o desenvolvimento das atividades os alunos conseguiam relacionar a um determinado conteúdo mais de uma representação e se estas eram coerentes com a definição formal. O terceiro eixo foi verificar se o aluno conseguia chegar à formalidade sabendo do significado do que se está formalizando. E por fim, o quarto eixo foi verificar o que os alunos diziam a respeito da disciplina e suas reações diante das atividades de ensino.

Em resumo, nossa ideia foi aplicar um questionário inicial para tentarmos mapear os conhecimentos prévios dos alunos, bem como o que dizem a respeito da disciplina Análise. Depois do questionário inicial, aplicamos algumas atividades de ensino com o intuito principal de observar o processo das resoluções. Para elaborar as atividades de ensino, usamos como referencia os livros: Introdução à Análise Matemática, de Ávila (1999) e; Análise Real: Funções de uma variável, de Lima (2009).

## **CONSIDERAÇÕES FINAIS**

Acreditamos que esta pesquisa possa ajudar nas discussões a respeito da construção do conhecimento de conteúdos da disciplina Análise na Reta por meio das imagens de conceito. Assim, este trabalho propõe a reflexão de novas metodologias para o ensino de Análise, uma vez que o ensino tradicional vigente, de acordo com nossas pesquisas teórico-bibliográficas, mostra-se incapaz de fornecer ao aluno um conhecimento amplo dos conteúdos de Análise.

Nossa intenção é ampliar a discussão do processo de ensino-aprendizagem de Análise voltando nossas atenções para a compreensão dos alunos, para a forma pela qual esses adquirem os conhecimentos mínimos satisfatórios, de modo que possam ser autônomos. A metodologia aqui apresentada surge como uma possibilidade de trabalho no sentido de favorecer a compreensão dos alunos, que, para nós, está relacionada às imagens de conceitos do indivíduo.

Se uma metodologia modifica as imagens de conceito de um discente, aproximando suas concepções da definição formal ou dos resultados formais, então, acreditamos que o aluno está adquirindo uma compreensão melhor sobre o determinado objeto matemático. Assim, os estudantes podem desenvolver sua capacidade de pensar matematicamente, que, para nós, terá o mesmo significado que para Schoenfeld (1996):

*Na minha perspectiva, o pensar matematicamente significa (a) ver o mundo de um ponto de vista matemático (tendo predileção por matematizar: modelar, simbolizar, abstrair, e aplicar ideias matemáticas a uma larga gama de situações), e (b) ter as ferramentas do ofício para matematizar com sucesso (SCHOENFELD, 1996, p. 8).*

Buscamos com esta metodologia dar aos alunos a capacidade de pensar matematicamente sobre os conteúdos de Análise, procurando oferecer a oportunidade de aprender, de forma que serão capazes de compreender os significados relativos à formalização de um objeto matemático.

Assim, centramo-nos em propor uma metodologia e verificar as modificações que ocorreram nas imagens de conceito dos alunos. Caso houvesse uma modificação em direção aos resultados formais, significaria uma melhora na compreensão do objeto, ou uma modificação no sentido contrário aos resultados formais, que por outro lado significaria a diminuição da compreensão em relação ao objeto.

Vale ressaltar aqui, que de acordo com nossas análises, que não houve modificações no sentido contrário aos resultados formais. Nos casos dos alunos A1 e B2, as atividades de ensino propostas por nós pouco modificaram suas imagens de conceito e, na pior das hipóteses, essas, apesar de não terem sido o objetivo, funcionaram na perspectiva do ensino tradicional. Já no caso dos outros alunos, houve modificações significativas, incorporando representações e conceitos que aproximaram suas imagens de conceito aos resultados formais.

Como já visto, os trabalhos que têm como suporte teórico as teorias de imagens de conceito e definição de conceito procuram explorar, em suas metodologias de ensino, as representações que um objeto matemático pode ter e ser estudado, relacionando-as. Segundo Tall e Vinner (1981), os alunos, quando submetidos a representações específicas, perdem características importantes sobre o objeto, pois, de acordo com os mesmos, um tipo de representação não é o suficiente para explorar todas as características sobre o objeto. O importante, para além de se explorar diferentes tipos de representações, é relacioná-las podendo-se criar os chamados conflitos cognitivos que possibilitam modificações nas imagens de conceito dos indivíduos, aproximando-as dos resultados formais. Nesse sentido, incentivamos os participantes da pesquisa a pensarem nas questões, tentando enxergar as características gráficas das sequências ao olharem para o plano cartesiano ou mesmo para a reta numérica. Os alunos A1 e B2, mesmo esboçando os gráficos sugeridos, não conseguiram entender o que estava acontecendo; isto nos levou a concluir que, neste nível de ensino, as representações dependem da maturidade dos alunos, uma vez que eles precisam interpretar além da visualização e pensar nas hipóteses e na tese. A representação gráfica pode fornecer os elementos necessários para a demonstração, mas, para isso, os alunos devem trabalhar e manipular conceitos prévios e já estudados. A exemplo disso,

pudemos notar nas questões que propunham a demonstração da unicidade do limite de uma sequência: os alunos podem ainda esboçar um gráfico e podem até mesmo perceberem que não tem como uma mesma sequência convergir para dois valores distintos; o problema é transformar essa intuição vista no gráfico com o “truque” necessário para a demonstração. Desse modo, o trabalho de um conteúdo na disciplina Análise, mesmo utilizando as representações gráficas, precisa da maturidade matemática do indivíduo. Esta consideração nos remete à pesquisa de Reis (2001), que investigou a tensão entre a intuição e o rigor, uma vez que a maturidade é construída ou não nesta tensão.

Sobre a formalização dos resultados, de acordo com as modificações das imagens de conceito dos alunos, pudemos concluir que há um entendimento maior dos conteúdos por parte dos alunos, com exceção dos alunos A1 e B2, que, como já dissemos, obtiveram pouco avanço nesse sentido. Mesmo que alguns, às vezes, não conseguiam formalizar seus pensamentos, pelo fato de terem incorporado outras representações e pensado nas questões, quando a formalização era feita pelo pesquisador, esses estudantes entendiam, principalmente os “pulos do gato”. Assim, a formalização ocorria com eles ou com o pesquisador os mostrando depois de um tempo. É deveras importante que eles saibam formalizar os resultados, mas o mais importante neste momento foi entenderem as demonstrações ou justificativas. Essas atividades tinham por finalidade trabalhar com os alunos o que nós definimos de *formalização com significado* e acreditamos que em grande parte cumpriu o objetivo, uma vez que percebemos muitas vezes os alunos primeiro compreendendo os resultados e depois formalizando os mesmos, ainda que com a orientação do pesquisador. Neste contexto o termo *formalização com significado* foi definido como sendo aquela em que o aluno consiga manipulá-la, ou seja, ele entende os conceitos e trabalha de forma autônoma, podendo em várias situações relacioná-los com outras áreas da matemática, como por exemplo, o que é muito comum em Análise na reta, usar a geometria como suporte.

Sobre as reações e impressões dos alunos em relação à disciplina Análise, decidimos apenas descrevê-las, dada a complexidade de uma análise sobre as mesmas, que não seria conveniente para o intuito desta pesquisa. As variáveis que podem interferir nas reações e impressões são muitas e talvez por isso, falem trabalhos nesse sentido. Mais difícil ainda é quando relacionam a importância dessa disciplina à formação do professor de Matemática; muito se fala a favor, mas os argumentos são muitos e não há um consenso. Analisando o questionário, observamos que os discursos dos alunos A2, A3 e B1 a favor da disciplina Análise, com exceções dos alunos A1 e C, seguem em direção de Moreira, Cury e Vianna (2005),

*A disciplina Análise Real é — quanto a isso pensamos não haver nenhuma polêmica — um dos pilares da formação do bacharel em matemática. Ela pode ser vista, ao lado do estudo das estruturas algébricas, como uma das formas de introdução dos futuros matemáticos a conceitos, métodos, técnicas e valores próprios da matemática avançada, além de servir de base para a Análise no  $\mathbb{R}^n$  e, daí, para estudos mais gerais, envolvendo outros espaços e estruturas, como variedades diferenciáveis, espaços de Banach, etc (MOREIRA, CURY, VIANNA, 2005, p.12).*

O aluno B2 também se mostrou a favor da disciplina Análise, mas sua explicação está mais próxima – apesar de não ir contra a ideia de que a disciplina possa servir como uma introdução à área da Matemática Pura – de uma preocupação com a formação de professores.

Acreditamos que esta pesquisa cumpriu com o seu objetivo de ampliar as discussões sobre o processo de ensino-aprendizagem na disciplina Análise, propondo também uma alternativa metodológica.

Durante a aplicação das atividades de ensino e, também, durante a análise das mesmas, ficamos com uma sensação de que poderia ser melhor. Percebemos que algumas questões poderiam ser melhor exploradas e reelaboradas para isso. A questão 8, por exemplo, faltou pedir para justificar a resposta, de modo que os participantes pudessem trabalhar os conceitos vistos nas atividades anteriores. Já às questões 12 e 14 nos surpreenderam, uma vez que acreditávamos que pouco iria aparecer sobre os conceitos e que os alunos se limitariam aos cálculos. No entanto, apareceram os conceitos trabalhados anteriormente.

Por fim, falaremos um pouco das dificuldades que tivemos em realizar esta pesquisa, primeiramente pelo pesquisador não ser professor da disciplina - a aplicou fora do contexto de sala de aula, assim essa pesquisa não reflete o ambiente do curso regular de Análise que, querendo ou não, modifica a forma do aluno agir. Outra situação ruim foi com o fato de fazermos a pesquisa em horário extraclasse; o tempo de aplicação de um conjunto de atividades de um dia para outro era muito grande, rompendo com a continuidade. Houve um período de três semanas sem atividades por falta de compatibilidade de horários e compromissos dos alunos com atividades do curso. Mas normalmente as atividades eram aplicadas semanalmente, o que já era um tempo significativo, pois os alunos tinham sempre que retomar os conceitos trabalhados anteriormente e esse tempo atrapalhava um pouco.

Pretendemos futuramente dar continuidade com pesquisas mantendo o referencial teórico adotado neste trabalho, provavelmente com conteúdos de outras disciplinas. Em relação à disciplina Análise, nossas pretensões são quanto às questões sobre formação de professores e o lugar da mesma no currículo das licenciaturas.

## REFERÊNCIAS

- AMORIM, L. I. F.; REIS, F. S. A (re)construção do conceito de limite do Cálculo para a Análise. In: FROTA, M. C. R.; BIANCHINI, B. L.; CARVALHO, A. M. F. T. (Orgs.). **Marcas da Educação Matemática no Ensino Superior**. 1. ed. Campinas, SP: Papirus, 2013. p. 277-306.
- ÁVILA, G. S. S. **Introdução à Análise Matemática**. . 2. ed. rev. São Paulo: Edgard Blücher, 1999.
- BORBA, M. **A Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática**. Disponível em: < [www.moodle.ufba.br/file.php/11739/A\\_pesquisa\\_qualitativa\\_em\\_Educacao\\_Matematica.pdf](http://www.moodle.ufba.br/file.php/11739/A_pesquisa_qualitativa_em_Educacao_Matematica.pdf) >. Acesso em: 16 jul. 2013.
- GARNICA, A. V. M. **Algumas notas sobre Pesquisa Qualitativa e Fenomenologia**. Disponível em: < <http://www.scielo.br/pdf/icse/v1n1/08.pdf> >. Acesso em: 16 jul. 2013.
- GIRALDO, V. **Descrições e Conflitos Computacionais: O Caso da Derivada**. 2004. 221 f. Tese (Doutorado em Ciências) – COPPE, Universidade Federal do Rio de Janeiro. Rio de Janeiro – RJ, 2004.
- LIMA, E. L. **Análise Real: Funções de uma variável**. 10. ed. Rio de Janeiro: IMPA, 2009.
- MOREIRA, P. C.; CURY, H. N.; VIANNA, C. R. **Por que análise real na licenciatura?** Disponível em: <



[http://www.researchgate.net/publication/228618120\\_Por\\_que\\_analise\\_real\\_na\\_licenciatura/file/60b7d5149fdcaa877e.pdf](http://www.researchgate.net/publication/228618120_Por_que_analise_real_na_licenciatura/file/60b7d5149fdcaa877e.pdf) >. Acesso em: 16 jul. 2013.

REIS, F.S. **A Tensão entre Rigor e Intuição no Ensino de Cálculo e Análise**: A visão de professores-pesquisadores e autores de livros didáticos. 2001. 302 f. Tese de Doutorado – Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas. Campinas – SP, 2001.

SCHOENFELD, A. Porquê toda esta agitação acerca da resolução de problemas? In: ABRANTES, P.; LEAL, L. C.; PONTE, J. P. (Orgs.). **Investigar para aprender matemática**. Lisboa: APM e Projecto MPT, 1996. p. 61-72.

TALL, D. O. **Concept Images, Computers, and Curriculum Change**. Disponível em: < <http://homepages.warwick.ac.uk/staff/David.Tall/pdfs/dot1989e-conim-genorg-flm.pdf> >. Acesso em: 24 mar. 2013.

TALL, D.; VINNER, S. **Concept Image and Concept Definition in Mathematics with Particular Reference to Limits and Continuity**. Disponível em: < <http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download?doi=10.1.1.377.3805&rep=rep1&type=pdf> >. Acesso em: 16 de jun. de 2015.

# ENSINO E APRENDIZAGEM DA GEOMETRIA: UM ESTUDO A PARTIR DOS PERIÓDICOS EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

João Carlos Clemente<sup>1</sup>

Acácia Aparecida Pinto Bedim<sup>2</sup>, Adriele Cristine Domingos Rodrigues<sup>3</sup>,  
Hugo Lagrimante Ferreira<sup>4</sup>, Jéssica Mayara S. dos S. Souza<sup>5</sup>, Leandro Gonçalves dos Santos<sup>6</sup>, Maria Aparecida F. Cohn<sup>7</sup>, Maria Flávia Machado Dias<sup>8</sup>, Neila Maria de Almeida Tomé<sup>9</sup>, Reginaldo Fernando Carneiro<sup>10</sup>

<sup>1</sup> UFJF/Departamento de Matemática, joaocarlosmat@gmail.com

<sup>2</sup> UFJF/Colégio de Aplicação João XXIII, abedimjf@hotmail.com

<sup>3</sup> UFJF/Colégio de Aplicação João XXIII, adrielecristine@ice.ufjf.br

<sup>4</sup> UFJF/Departamento de Matemática, hugolagrimantef@gmail.com

<sup>5</sup> UFJF/Faculdade de Educação, jessica.santos.ufjf@gmail.com

<sup>6</sup> UFJF/PPGEM, leandrogsantos007@yahoo.com.br

<sup>7</sup> UFJF/Colégio de Aplicação João XXIII, cidacohn@gmail.com

<sup>8</sup> UFJF/Faculdade de Educação, mariafdias22@gmail.com

<sup>9</sup> Juiz de Fora/Secretaria Municipal de Educação, neilatome2013@gmail.com

<sup>10</sup> UFJF/Faculdade de Educação e PPGEM, reginaldo.carneiro@ufjf.edu.br

## Resumo

O ensino e aprendizagem da geometria ficou por um longo período em segundo plano nas salas de aula de matemática por diferentes razões, que fez surgir alguns questionamentos: Como está o ensino de geometria no contexto atual? O que vem sendo pesquisado sobre geometria? Dessa forma, para compreendemos o cenário atual sobre a geometria, o Grupo de Estudos e Pesquisas em Educação Matemática – GREPEM – da Universidade Federal de Juiz de Fora está realizando uma pesquisa documental a partir dos artigos publicados em periódicos da área de Educação Matemática no período de 2000 a 2014. Neste trabalho, que faz parte desse projeto de pesquisa mais amplo, temos como objetivo discutir sobre o ensino e a aprendizagem da geometria a partir dos artigos publicados em três dos mais antigos periódicos da área de Educação Matemática (Bolema, Gepem e Zetetiké). Nesses periódicos, encontramos 18 textos sobre o ensino e aprendizagem da geometria, que fizeram emergir as seguintes categorias: resolução de problemas em geometria, análise da geometria em livros didáticos, dificuldades em conceitos geométricos, conteúdos de geometria euclidiana e geometrias não-euclidianas. A análise evidenciou que vem aumentando o número de trabalhos publicados sobre essa temática nos últimos anos e que são abordados diferentes aspectos referentes à geometria, com destaque para as geometrias não-euclidianas que, via de regra, não são ensinadas em sala de aula, o que explicita a preocupação essa área da matemática. Contudo, ainda parece haver uma abordagem dos conceitos e conteúdos baseados na abordagem axiomática.

**Palavras-chave:** geometria, ensino e aprendizagem, pesquisa documental.

## INTRODUÇÃO

O ensino e a aprendizagem da geometria por um longo tempo ficou em segundo plano nos currículos de matemática das escolas brasileiras, estando ausente ou quase ausente.

De acordo com Lorenzato (1995) existem duas razões principais para isso: muitos professores não tinham os conhecimentos necessários para ensinar geometria e a exagerada valorização que atribuía-se aos livros didáticos, que muitas vezes, traziam esses conteúdos como um conjunto de fórmulas e definições que eram apresentados em seus capítulos finais, aumentando a possibilidade deles não serem estudados devido a falta de tempo.

O autor ainda explicita que os cursos de formação dos professores não abordavam os conteúdos geométricos e, por isso, eles não possuíam conhecimentos sobre a geometria, que era colocada como um complemento no currículo desses cursos.

Já para Pavanello (1993), o abandono do ensino da geometria nas salas de aula pode ser explicado devido ao contexto histórico-político do problema. A autora afirma que apesar do abandono da geometria no ensino ser uma tendência geral, era um problema mais evidente no ensino público que foi agravado após a promulgação da Lei 5692/71 (BRASIL, 1971), que permitiu ao professor elaborar seu programa de acordo com a necessidade de seus alunos. Essa liberdade concedida pela lei possibilitou que muitos professores de matemática, sentindo-se inseguros para trabalhar com a geometria, deixassem de incluí-la em sua programação ou a colocavam no final do ano letivo, usando a falta de tempo como pretexto para não abordá-la.

A partir do exposto, surgiram alguns questionamentos: Como está o ensino de geometria no contexto atual? O que vem sendo pesquisado sobre geometria?

Para compreendermos o cenário atual sobre a geometria, o Grupo de Estudos e Pesquisas em Educação Matemática – GREPEM – da Universidade Federal de Juiz de Fora está desenvolvendo uma pesquisa documental a partir de artigos que tratam dessa temática publicados em dez periódicos da área de Educação Matemática. Foi realizado um levantamento nesses periódicos e encontrados 168 artigos sobre geometria no período de 2000 a 2014.

Neste trabalho, temos como objetivo discutir sobre o ensino e a aprendizagem da geometria a partir dos artigos publicados em três dos mais antigos periódicos da área de Educação Matemática (Bolema, Gepem e Zetetiké). Nessas revistas científicas, encontramos 18 textos sobre o ensino e aprendizagem da geometria, no período mencionado, que foram analisados.

Assim, neste texto, inicialmente, discutiremos o referencial teórico que embasa o estudo e, em seguida, a metodologia da pesquisa. Após, apresentaremos e analisaremos os dados e, por fim, teceremos algumas considerações.

## REFERENCIAL TEÓRICO

A geometria está presente de diversas formas e em variadas situações na nossa vida, seja na natureza, nos objetos que usamos, nas artes, nas brincadeiras infantis, nos jogos, nas construções, etc. Ela faz parte da vida do ser humano desde a antiguidade, sendo um dos ramos mais antigos da matemática que estuda o espaço e as formas que podem ocupá-lo.

Os egípcios, por exemplo, deixaram documentos escritos e uma grande quantidade de informações sobre a geometria. Além dos documentos, a construção das pirâmides e outros monumentos da civilização egípcia revelam o uso de conhecimentos geométricos. Os primeiros registros apontam sua origem a partir da necessidade de medir a terra e é provável que venha daí o termo utilizado, já que geometria é uma palavra de origem grega, em que geo provém de gaia/terra e metria de métron/medida.

Essa civilização desenvolveu a geometria, pois, por um lado, as inundações anuais do delta do Nilo depositavam nutrientes nos campos de cultivo, tornando a terra mais fértil,

por outro lado, destruíam as marcas físicas de delimitação de terra provocando conflitos entre os donos das terras.

Embora existam outras geometrias, aquela que é abordada no Ensino Fundamental e Médio é a euclidiana, que “estuda as propriedades das figuras e dos corpos geométricos enquanto relações internas entre os seus elementos, sem levar em consideração o espaço” (NACARATO; PASSOS, 2003, p. 24), e que recebe esse nome em homenagem a Euclides.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) destacam a importância desse ramo da matemática que também serve de instrumento para outras áreas do conhecimento:

*O aluno desenvolve um tipo especial de pensamento que lhe permite compreender, descrever e representar, de forma organizada, o mundo em que vive. [...] O trabalho com noções geométricas contribui para a aprendizagem de números e medidas, pois estimula a criança a observar, perceber semelhanças e diferenças, identificar regularidades e vice-versa. Além disso, se esse trabalho for feito a partir da exploração dos objetos do mundo físico, de obras de arte, pinturas, desenhos, esculturas e artesanato, ele permitirá ao aluno estabelecer conexões entre a Matemática e outras áreas do conhecimento (BRASIL, 1997, p. 39).*

Além disso, dependendo de como são trabalhados os conceitos geométricos existem muitas possibilidades para que o aluno explore, represente, construa, discuta, investigue, perceba, descubra e descreva propriedades, o que é fundamental no processo de ensino e de aprendizagem da matemática. Assim, a geometria pode contribuir para o desenvolvimento da capacidade de abstrair e generalizar.

A geometria também pode propiciar o desenvolvimento de habilidades de percepção espacial. Fürkötter e Morelatti (2009, p. 29) apontam que “é cada vez mais indispensável que as pessoas desenvolvam a capacidade de observar o espaço tridimensional e de elaborar modos de comunicar-se a respeito dele, pois a imagem é um instrumento de informação essencial no mundo moderno”.

Por meio da exploração das formas geométricas, o aluno desenvolve a percepção do mundo em que está inserido, descreve-o, representa-o e aprende a localizar-se nele. O trabalho com as noções geométricas deve instigar os educandos a serem observadores, a perceberem semelhanças e diferenças e a identificarem regularidades.

Dessa forma, a geometria pode apresentar-se para a criança de forma prática. Ela constrói suas primeiras noções espaciais por meio dos sentidos e dos movimentos. Essa construção ocorre de forma gradual e tem como início a percepção do próprio corpo, a presença no mundo e o seu redor. Somente em um momento posterior, a criança atinge a compreensão do espaço representado em desenhos, mapas e outras configurações.

Lorenzato (2006) enfatiza que a criança realiza suas primeiras experiências de vida quando vê, ouve e manuseia com a ajuda da linguagem, mas principalmente com o auxílio da percepção espacial iniciando suas descobertas. É importante ressaltar que a criança deve ser incentivada a explorar o espaço em que vive, porque a efetiva aprendizagem acontece “pelas ações mentais que a criança realiza quando compara, distingue, separa e monta” (LORENZATO, 2006, p. 44). São essas habilidades que podem estimular sua percepção visual e permitir que ela se localize no espaço à sua volta.

O pensamento geométrico desenvolve-se inicialmente pela visualização: a criança é capaz de identificar uma figura apenas por sua forma, aparência física e geral e, enfim, por sua imagem. A partir daí, têm início as representações mentais que lhe permitirão trazer à memória objetos e espaços ausentes.

A partir do exposto, percebemos a importância do ensino e aprendizagem da geometria na Educação Básica. Passamos agora a apresentar alguns aspectos da metodologia da pesquisa.

## METODOLOGIA DA PESQUISA

Para discutir sobre o ensino e a aprendizagem da geometria a partir dos artigos publicados no Bolema, Gepem e Zetetiké no período de 2000 a 2014, realizamos uma pesquisa documental.

Na perspectiva de Laville e Dionne (1999, p. 167), documento é toda fonte de informação que já existe e esse instrumento auxilia o pesquisador, pois “aportam informação diretamente: os dados estão lá, resta fazer sua triagem, criticá-los, isto é, julgar sua qualidade em função das necessidades da pesquisa, codificá-los ou categorizá-los”.

Para Lüdke e André (1986, p. 38) apoiadas em Caulley, a análise documental tem como objetivo identificar informações factuais nos documentos a partir de questões e hipóteses de interesse.

Dessa forma, de acordo com Calado e Ferreira (2004, p. 2), os documentos em uma pesquisa podem ter importância central, ou seja, “os documentos são alvos de estudos por si próprios” ou como forma de complementar as informações obtidas por outros instrumentos como questionário ou entrevistas. Neste estudo, os documentos tiveram papel central.

Ainda para essas autoras (2004), a pesquisa documental refere-se basicamente a dois momentos: recolha dos documentos e análise. A primeira pode ser descrita como natureza dos dados, localização e seleção dos documentos. A localização dos documentos é determinada pela própria investigação que orienta o pesquisador para determinadas fontes. Os documentos que foram utilizados neste estudo são denominados como fontes primárias, pois essa categoria abrange as leis, manuscritos, atas de reuniões, memorandos, filmes, entre outros. A seleção dos documentos é determinada por alguns fatores, como por exemplo, o tempo para o desenvolvimento da pesquisa.

O segundo momento é a análise propriamente dita dos dados obtidos nos documentos, que de acordo com Flores (1994, apud Calado e Ferreira, 2004, p. 3) “implica um conjunto de transformações, operações e verificações operadas a partir dos mesmos [documentos] com a finalidade de lhes ser atribuído um significado relevante em relação a um problema de investigação”.

Dessa forma, realizamos um levantamento sobre geometria em dez periódicos de Educação Matemática, que faz parte de um projeto de pesquisa mais amplo. Para este texto, focamos nos trabalhos que tratam do ensino e aprendizagem da geometria em três deles: Bolema, Gepem e Zetetiké. Encontramos inicialmente 24 artigos, contudo, ao ler os textos completos e realizar seu fichamento, verificamos que seis deles não tratavam dessa temática, ficando assim com 18, que foram apresentados e analisados.

Assim, os artigos que abordam o ensino e a aprendizagem da geometria foram selecionados e analisados com o intuito de responder aos questionamentos e alcançar o objetivo proposto.

A análise dos artigos fez emergir cinco categorias: *resolução de problemas em geometria*, *análise da geometria em livros didáticos*, *dificuldades em conceitos geométricos*, *conteúdos de geometria euclidiana* e *geometrias não-euclidianas*, que passamos agora a apresentá-las.

## ENSINO E APRENDIZAGEM DA GEOMETRIA

Encontramos dois trabalhos que tratavam da *resolução de problemas em geometria*.

O artigo intitulado *O uso de espelhos e caleidoscópios em atividades educacionais de Geometria para 7ª e 8ª séries* de Murari e Perez (2002), evidencia a importância da resolução de problemas nas atividades descritas por eles sobre simetria, polígonos regulares e pavimentação de planos por meio do uso de caleidoscópios.

Para os autores, a resolução de problemas destaca-se como uma possibilidade de fazer o aluno pensar, estabelecer relações e estratégias para chegar a novas soluções. As atividades puderam proporcionar uma apropriação dos conceitos por parte dos alunos que em grupos encontraram as soluções a partir da discussão de estratégias para as resoluções de problemas, considerando-se também as incorretas. O material utilizado possibilitou a visualização dos problemas propostos, pois os espelhos e caleidoscópios foram auxílios mentais em um trabalho de trocas de experiências, argumentação e confronto de ideias. Os autores ressaltam ainda aspectos sociais da aprendizagem tais como o encorajamento à novos pensamentos, à reflexão e à autonomia.

O segundo artigo, *Simetria no Ensino Fundamental através da Resolução de Problemas: possibilidades para um trabalho em sala de aula* de Vieira, Paulo e Allevato (2013) teve como foco de investigação o ensino de simetria no Ensino Fundamental, por meio da resolução de problemas.

O fio condutor da pesquisa é a pergunta: a resolução de problemas contribui para a produção do conhecimento de simetria, pelo aluno? Os autores desenvolveram uma proposta que permitiu aos alunos compreenderem a ideia de simetria por meio de uma sequência didática, planejada sob a perspectiva da resolução de problemas, tendo como objetivo a reflexão do professor sobre sua prática e o ato de ensinar e aprender.

Os autores enfatizam ainda que a resolução de problemas mostrou-se significativa à aprendizagem, favorecendo o diálogo e articulando diversos modos de interpretação dos alunos, além disso, entendem ser relevante o ensino de simetria através da resolução de problemas, por ser uma maneira do aluno construir seu conhecimento formal de simetria a partir da intuição, exploração e investigação, tendo como mediador o professor.

Esses trabalhos evidenciam uma perspectiva diferente de resolução de problemas, como metodologia de ensino, ou seja, não está pautada na perspectiva em que as situações problemas são apresentadas após o ensino dos conteúdos.

A resolução de problemas como metodologia de ensino é defendida por Romanatto (2012), que propõe uma inversão na maneira tradicional de ensinar matemática: definição, propriedade, exercícios e problemas. Em vez disso, sugere que se passe a tomar o problema como centro do processo de ensino e aprendizagem: inicia-se por um problema, seguido da definição, das propriedades, de exercícios e da proposta de novos problemas.

Assim, a resolução de problemas permite ao estudante fazer matemática e desenvolver diferentes capacidades, como “criatividade, intuição, imaginação, iniciativa, autonomia, liberdade, estabelecimento de conexões, experimentação, tentativa e erro, utilização de problemas conhecidos, interpretação dos resultados, etc.” (ROMANATTO, 2012, p. 303).

Outros dois trabalhos *analisam aspectos da geometria nos livros didáticos*.

No texto *Pintar, Dobrar, Recortar e Desenhar: o ensino da Simetria e Artes Visuais em livros didáticos de matemática para os anos iniciais do Ensino Fundamental*, Santos e Teles (2012) buscaram analisar atividades que articulam simetria e artes visuais em livros didáticos de matemática para os anos iniciais do Ensino Fundamental. Para isso, analisaram 17 livros didáticos de matemática aprovados pelo Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) de 2010.

A partir da observação da relação das artes com a geometria, perceberam a possibilidade para o trabalho interdisciplinar entre essas duas disciplinas, o qual, segundo

as autoras (2012, p. 294) “não significa apenas a junção de disciplinas, mas uma atitude política, uma ruptura com a abordagem tradicional de ensino e aprendizagem da matemática”, como também configura-se como uma forma de buscar meios para um ensino significativo e prazeroso para os alunos. Com a pesquisa, catalogaram nos cinco volumes das coleções analisadas 200 atividades em que o tema simetria aparece abordado com artes visuais. Dessas atividades, 45% correspondem ao desenho, enquanto 55% ao conjunto de atividades que envolvem dobradura, arquitetura, pintura, padrões e gravuras.

Após análises e estudos, as autoras (2012, p. 306) destacaram que as coleções veem buscando conexões entre artes visuais e geometria, “sinalizando laços de colaboração e reciprocidade entre essas áreas de conhecimento”. No entanto, em relação às habilidades matemáticas ainda é necessário buscar formas de garantir que o conhecimento formal sobre a simetria seja explorado em atividades de forma que ocorra um avanço e um aprofundamento ao longo dos volumes.

No segundo texto, intitulado de *Argumentação, prova e demonstração em geometria: análise de coleções de livros didáticos dos anos finais do Ensino Fundamental*, Martins e Mandarin (2014) tiveram como objetivo conhecer a capacidade do texto didático de levar o aluno a reconhecer o papel e a importância da demonstração em matemática nos conteúdos relativos à ângulos formados por duas retas paralelas e uma transversal, soma dos ângulos internos do triângulo e a relação entre as medidas de um ângulo externo e os internos não adjacentes de um triângulo. Para isso, identificaram os livros mais pedidos pelos professores de escolas públicas do Rio de Janeiro para os anos finais do Ensino Fundamental aprovados pelo PNLD/2011, selecionando assim 10 livros didáticos.

Como resultados da pesquisa, destacaram que as demonstrações apresentadas pelos autores dos livros analisados são compreensíveis para a faixa etária destinada, no entanto, o conteúdo é explorado apenas com enfoque procedimental, com exercícios baseados em cálculos e fórmulas, sem intenção aparente de desenvolver no aluno a capacidade de argumentação. Assim, não estimulam o desenvolvimento de competências como observar, investigar, conjecturar e demonstrar. O estudo também permitiu evidenciar que os professores, em sua maioria, preferem livros que introduzem os conteúdos por meio de provas intelectuais, com grande quantidade de exercícios que privilegiam a habilidade de cálculo e não fomentam o desenvolvimento de competências que estimulem a pensar de forma autônoma (MARTINS; MANDARINO, 2014).

Em ambas pesquisas, os autores destacaram que os livros didáticos seguem abordagens que desenvolvem habilidades mais mecânicas do que reflexivas. Mesmo no primeiro caso, em que vemos uma transição da abordagem tradicional para uma nova forma de desenvolver competências matemáticas relacionadas com ensino das artes visuais, os exercícios propunham a repetição, sem estimular o desenvolvimento progressivo e reflexivo necessário para a aprendizagem dos conteúdos. Por isso, torna-se ainda mais importante o papel do professor, que ao constatar possíveis lacunas no material, pode buscar caminhos por meio de outros recursos.

Também foram encontrados dois trabalhos que discutem *dificuldades em conceitos geométricos*.

O trabalho *Um estudo sobre o desempenho e as dificuldades apresentadas por alunos do ensino médio na identificação de atributos definidores de polígono* de Proença e Pirola (2009) buscou investigar os conhecimentos de alunos do Ensino Médio sobre os atributos definidores do conceito de polígono. Assim, participaram 253 alunos de uma escola pública de uma cidade do interior de São Paulo a partir de dois testes estatísticos sobre os atributos definidores e foram escolhidos seis para serem entrevistados.

Segundo os autores (2009, p. 12), os atributos definidores são “as características que definem um determinado conceito e fazem com que ele seja relacionado com outros conceitos e/ou diferenciado deles”.

Assim, o estudo evidenciou um desempenho abaixo do desejável para estudantes desse nível de ensino. Foram observadas dificuldades na identificação dos atributos definidores de polígonos que indicam a necessidade do professor utilizar diferentes estratégias para ensinar esse conteúdo, pois uma discussão em uma aula expositiva não é suficiente. “Situações como o uso de material manipulativo (geoplano, tangram), construção de figuras planas e oportunidades de estabelecer semelhanças e diferenças entre as figuras parecem envolver os alunos e dar grandes contribuições à aquisição desse conceito” (PROENÇA; PIROLA, 2009, p. 41).

O artigo de Henriques (2013), intitulado *A produção de significados de estudantes do Ensino Fundamental para tarefas geométricas* teve como objetivo identificar dificuldades dos estudantes sobre o tema área e perímetro nos anos finais do Ensino Fundamental. Para tanto, foram elaboradas e desenvolvidas tarefas sobre esses conceitos que, posteriormente, foram analisadas a partir da teoria dos Modelos dos Campos Semânticos.

Dessa forma, o autor aponta que os participantes apresentaram confusão entre área e perímetro que foi evidenciada pela utilização da unidade metros quadrados para ambos conceitos; dificuldade de medir o perímetro de uma figura poligonal e; insistência em usar a régua para obter a medida dos lados e, assim, multiplicá-los para encontrar a área e desconsiderar o quadriculado da figura como unidade de medida.

Esses dois artigos evidenciam que os estudantes ainda apresentam muitas dificuldades para compreenderem os conceitos geométricos e a importância do professor ter uma boa formação nessa área da matemática para utilizar diferentes estratégias e materiais manipulativos que auxiliem na aprendizagem.

Encontramos seis trabalhos que abordavam diferentes *conteúdos de geometria euclidiana*.

O trabalho *Álgebra, Geometria e Aritmética de Mãos Dadas no Ensino Fundamental* de Gomes (2003), discutiu sobre a exploração de situações que podem levar à criação e a manipulação de equações e de expressões algébricas no Ensino Fundamental.

A autora (2003, p. 58) buscou evidenciar que “existem situações com forte significado mesmo para alunos das classes iniciais, que podem levar à criação e manipulação de equações e de expressões algébricas”. Essa manipulação é importante na aquisição de um instrumental para a resolução de problemas. Além disso, explicitou que é fundamental que o professor teste em cada etapa os significados que são atribuídos as representações realizadas pelos alunos.

O texto *As Relações entre Área e Perímetro na Geometria Plana: o papel dos observáveis e das regulações na construção da explicação* de autoria de Silva (2004), buscou examinar os processos de pensamento desenvolvidos por sujeitos adultos diante de situações que envolvem problemas da geometria plana. Para isso, desenvolveu uma pesquisa qualitativa de cunho exploratório e descritivo em que participaram 29 pessoas de idade entre 15 e 61 anos.

Dentre os vários resultados, o autor (2004, p. 101) ressalta que a simples memorização das relações entre área e perímetro não é suficiente para que a compreensão desses conceitos. “O que há é a identificação de uma lei que interpreta a regularidade dos fatos. [...] Mesmo quando o sujeito domina o cálculo com relativa facilidade isso não é garantia de que compreenda ou que possa vir a compreender as relações”. Além disso, a



maioria dos participantes não utiliza a fórmula para descobrir a relação entre área e perímetro, mas a percepção, embora apresentem alguns equívocos.

O trabalho *A diferenciação entre figuras geométricas não planas e planas: o conhecimento dos alunos das séries iniciais do ensino fundamental e o ponto de vista dos professores* de Vasconcellos (2008), teve por objetivo identificar e analisar o conhecimento de alunos da 4ª série do Ensino Fundamental sobre a diferenciação entre figuras geométricas não-planas e planas e também verificar esse conhecimento do ponto de vista dos professores.

Os resultados explicitaram que alunos e professores tiveram poucas oportunidades de vivenciar situações relacionadas à temática. Segundo a autora (2008, p. 102), “elementos como dificuldades de aprendizagem, concepções espontâneas já construídas e a falta de um ambiente favorável também merecem ser considerados”.

O artigo de Leivas e Scherer (2010), *Construindo o conceito de alturas de triângulo com o Cabri-Géomètre II: verticalidade ou perpendicularidade?*, teve como objetivo oportunizar aos participantes a construção do conceito de altura de triângulos com o auxílio do software Cabri-Géomètre. Participaram sete alunos que cursaram a disciplina Recursos Tecnológicos e Educação Matemática no Programa de Pós-Graduação em Educação da Universidade Federal do Paraná. A coleta de dados ocorreu por meio da observação dos participantes, análise dos registros de atividades realizadas pelos alunos e debate sobre estas atividades.

Os autores destacam que o uso do Cabri-Géomètre, a partir de uma abordagem construcionista e de forma cooperativa, contribuiu para que os participantes reconstruíssem conceitos geométricos. Esse processo ocorreu devido ao movimento dinâmico de representação, permitido pelo software. Sobre o conceito de alturas de triângulos, os estudantes descobriram a existência de três alturas no triângulo e que cada uma delas dependem de cada vértice e da reta suporte do lado oposto.

Dallemole, Groenwald e Ruiz (2011) escreveram o trabalho intitulado *Os registros de representação semiótica no estudo da circunferência com enfoque na geometria analítica* que teve como objetivo principal “investigar as dificuldades de dez alunos de licenciatura em matemática da Universidade Luterana do Brasil na conversão dos Registros de Representação Semiótica nos conteúdos de circunferência” (p. 95).

Os participantes apresentaram uma “compreensão limitada acerca dos conteúdos de circunferência, demonstrando dificuldades de visualização, interpretação e abstração” (DALLEMOLE; GROENWALD; RUIZ 2011). Além disso, as discussões evidenciaram que o processo de ensino e aprendizagem pode utilizar o trabalho com os registros de representação semiótica.

Por fim, Oliveira e Silva (2014) apresentam o texto *Transformações geométricas em ponto cruz em oficina no laboratório de matemática com alunas do programa mulheres mil*. O artigo buscou discutir as transformações geométricas por meio dos bordados em ponto cruz. A experiência foi realizada durante o mês de fevereiro de 2013 em duas turmas do Programa Mulheres Mil no Instituto Federal do Espírito Santo – Campus Vitória.

As discussões evidenciaram a importância de novas e diferentes atividades serem abordadas no ensino da matemática, principalmente, em geometria. Além disso, segundo as autoras, foram utilizadas diversas ferramentas para ajudar os alunos a construírem os conceitos geométricos relacionados às transformações geométricas no plano. “Por meio dos bordados em ponto cruz, propor novas possibilidades para o ensino da Matemática que favoreçam a criatividade e o prazer por aprender, numa perspectiva de ensino contextualizado a algo que faz parte da cultura do Brasil” (OLIVEIRA; SILVA, 2014, p. 122).

A partir desses trabalhos, verificamos que foram abordados diferentes conceitos e conteúdos geométricos – relação entre álgebra, aritmética e geometria, figuras planas e não planas, área e perímetro, altura de triângulos, circunferência e geometria analítica, transformações geométricas -, contudo, ainda existem muitos outros que não foram encontrados nos trabalhos aqui analisados e que merecem atenção. Além disso, podemos ver que as pesquisas foram desenvolvidas em diferentes níveis de ensino – Educação Básica, Graduação, Pós-Graduação e um Curso Livre.

Sobre *geometrias não-euclidianas*, também encontramos seis trabalhos nos periódicos analisados.

O *trabalho pedagógico envolvendo geometrias não-euclidianas no Ensino Fundamental*, de Martos (2002), teve o objetivo discutir o ensino de geometria em que são abordados conceitos da geometria euclidiana juntamente com a geometria esférica em uma atividade interdisciplinar. A coleta de dados foi realizada por meio de fichas de trabalho contendo quatro atividades e observação das conversas em grupos menores e com toda a turma feita com os alunos durante a realização das atividades.

No Ensino Fundamental, segundo a autora, os currículos preveem menção ao conteúdo de superfície esférica, retas paralelas, classificação de triângulos, dentre outros, desde a quinta série, porém os alunos não tinham conhecimento desses conceitos, pois nunca haviam sido trabalhados com eles. Os livros didáticos também apresentavam deficiências quanto a esses conteúdos. Martos (2002) constatou que os alunos sentiram-se motivados a desenvolver as atividades propostas, pois perceberam que tinham voz. Além disso, a aprendizagem dos conceitos geométricos deu-se a partir de um diálogo estabelecido pelo grupo, juntamente, com a pesquisadora.

No trabalho *Atividades introdutórias às geometrias não-euclidianas: o exemplo da geometria do táxi*, de Kaleff e Nascimento (2004) apresentaram a geometria do táxi, com a intenção de integrar a matemática ao cotidiano do aluno, pois faz parte do espaço das ruas. Desta forma, o aluno pode ser levado a perceber que existem outras geometrias além da euclidiana, possibilitando o despertar de sua curiosidade para outros conceitos matemáticos.

Segundo os autores (2004, p. 15), nessa geometria é calculada a distância entre dois pontos, a partir do cálculo da soma de dois valores numéricos absolutos, ou seja, mede-se “o comprimento do menor caminho percorrido – em trechos horizontais e verticais, considerados segundo um determinado referencial – respeitados os limites físicos das construções, estabelecidos por meio de ruas, paralelas ou perpendiculares entre si”.

Essas atividades podem “servir de incentivo ao professor à redação de tarefas pedagógicas que estimulem a criatividade do aluno, bem como à criação de situações e de materiais concretos que permitam uma incursão aos conceitos introdutórios de outras Geometrias” (KALEFF; NASCIMENTO, 2004, p. 41).

O trabalho de Pereira e Zulatto (2010), *Fractais em sala de aula: uma experiência com papel e tesoura, computador e espelho* trata-se de um relato de uma experiência realizada em uma turma de 32 alunos do 1º ano do Ensino Médio, cujo objetivo era trabalhar fractais e simetrias na construção do triângulo de Sierpinski.

Após a realização das atividades, os alunos foram questionados sobre com qual material (papel e tesoura, computador ou espelho) mais gostaram de visualizar as iterações dos fractais e as opiniões foram divergentes. Alguns consideraram mais fácil visualizar a auto-semelhança com papel, outros com o software. Segundo os autores, esse é mais um exemplo de que diferentes mídias podem caminhar juntas, ou seja, lápis e papel podem contracenar com o computador, podendo ambas serem exploradas pelos alunos. O resultado foi prazeroso para os estudantes, que participaram efetivamente e de forma

investigativa nas atividades propostas. Além disso, puderam tomar contato com uma geometria pouco trabalhada em sala de aula.

O artigo, *A cross-age study of Student's understanding of fractals* de autoria de Karakus (2013), analisou currículos turcos de ensino de matemática, onde constavam as propostas de ensino de fractais. Para tanto, foi realizada uma pesquisa quantitativa que coletou dados por meio de questionários aplicados aos participantes e buscou estabelecer uma ligação entre a idade dos alunos com o nível de compreensão sobre fractais, nos aspectos de conceitos, construção e reconhecimento do tema.

Os resultados mostraram que, em todos os níveis de ensino, os alunos cometeram equívocos e apresentaram a falta de conhecimento sobre fractais. Os estudantes conseguiram identificar e determinar os fractais, mas quando aumentava-se o nível de dificuldade, eles cometiam mais erros. Embora os alunos fossem capazes de determinar intuitivamente uma forma fractal, ou não, eles tiveram alguns problemas para encontrar regras para o padrão e formalizá-las.

Um dos motivos para essas dificuldades, segundo o autor, pode ser devido aos professores não terem conhecimentos suficientes sobre os fractais. Os docentes turcos não tiveram formação continuada sobre essa temática, revelando que esse conteúdo é novo para todos. Além disso, o autor ressalta que há muitos equívocos nos livros didáticos sobre fractal.

Com base nos preceitos piagetianos, no trabalho *Geometrias na segunda fase do ensino fundamental: um estudo apoiado na epistemologia genética* (DEBASTIANI NETO; NOGUEIRA; FRANCO, 2013), é formulado uma hipótese inicial de que crianças de certa faixa etária identificam, compreendem e mobilizam ideias básicas para a construção de conceitos geométricos euclidianos ou não.

A pesquisa foi realizada com dez crianças de 8 a 12 anos de idade, em uma escola particular localizada no município de Maringá, norte do Paraná. Para tanto, foram desenvolvidas atividades compostas de situações-problema.

No estudo, os autores constataram que crianças com idade em torno de 10 anos já conhecem o sistema de coordenadas e têm sucesso na resolução de situações-problema envolvendo ideias básicas da geometria esférica. Além disso, em torno dos 9 anos, elas conseguem mobilizar ideias básicas da geometria hiperbólica.

Por fim, o artigo de Martos (2014), “Contribuições da Teoria Sociocultural para o ensino de Geometria no Ensino Fundamental”, tem o objetivo investigar como o ensino de Geometria Esférica poderia ser introduzido numa sala de aula de matemática e pretende mobilizar os professores para a adoção de metodologias inovadoras para o ensino de matemática. A coleta de dados ocorreu por meio dos registros dos alunos participantes, das gravações de algumas aulas e também das filmagens.

A autora compreende o pensamento como linguagem, assim, o trabalho com conceitos geométricos e o discurso dos estudantes contribuiu para o desenvolvimento do pensamento geométrico.

Embora os trabalhos apresentados abordem diferentes enfoques, as geometrias não-euclidianas como a esférica, a hiperbólica, a do táxi e os fractais são o foco. Esse fato evidencia que há uma preocupação em levar para a sala de aula outras geometrias que, via de regra, não são ensinadas. Assim, os estudantes tem contato com novos e diversos conteúdos e conceitos dessas geometrias que podem despertar o interesse e a motivação pela matemática, além de contribuir para o desenvolvimento do pensamento geométrico.

## **ALGUMAS CONSIDERAÇÕES**

Observamos que a maioria dos trabalhos (11 deles) foi publicado depois do ano de 2010, indicando um aumento no interesse pela temática ensino e aprendizagem da geometria. Além disso, as categorias conteúdos de geometria euclidiana e geometrias não-euclidianas são as que mais tem artigos (seis cada uma).

Os trabalhos discutem diferentes aspectos relacionados à geometria, como a resolução de problemas, os livros didáticos, as dificuldades dos estudantes, os conteúdos geométricos e diversas geometrias não-euclidianas. De certa forma, esse leque de abordagens evidencia a preocupação com o ensino e a aprendizagem desses conceitos e conteúdos, principalmente, aqueles referentes à geometria não-euclidiana que comumente não são abordados em sala de aula.

Contudo, ainda parece haver uma abordagem axiomática da geometria. Mesmo os trabalhos que apresentam de maneira prática esses conteúdos, de alguma forma, apoiam-se nos postulados de Euclides. Por mais que se tente pensar os elementos geométricos, isso só acontece pelo viés teórico, tornando-se dicotômico, o que também influencia o processo de ensino e de aprendizagem.

Dessa forma, embora ainda existem lacunas e problemáticas que precisam ser discutidas e investigadas, consideramos um avanço, visto que até a década de 1990, os pesquisadores da área relatavam questões do abandono do ensino de geometria.

## REFERÊNCIAS

- BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental, **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. Brasília: MEC/SEF, 1997.
- BRASIL. Senado Federal. **Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional**: nº 5692/71. Brasília, 1971.
- CALADO, S.; FERREIRA, S. C. R. **Análise de documentos**: método de recolha e análise de dados. 2004. 13p. Disponível em: <<http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/ichagas/mi1/analisedocumentos.pdf>>. Acesso em: 02 set. 2011.
- DALLEMOLE, J. J.; GROENWALD, C. L. O.; RUIZ, L. M. Os registros de representação semiótica no estudo da circunferência com enfoque na geometria analítica. **Gepem**, Rio de Janeiro, n. 59, p. 95-112, dez. 2011.
- DEBASTIANI NETO, J.; NOGUEIRA, C. M. I.; FRANCO, V. S. Geometrias na segunda fase do ensino fundamental: um estudo apoiado na epistemologia genética. **Zetetiké**, Campinas, v. 21, n. 40, p. 75-104 – jul./dez., 2013.
- FÜRKOTTER, M.; MORELATTI, M. R. M. A Geometria da Tartaruga: uma introdução à Linguagem LOGO. In: SIMPÓSIO DE MATEMÁTICA, 4, 2009, Presidente Prudente, **Anais...** Presidente Prudente, 2009. p. 1-29.
- GOMES, M. C. V. Álgebra, geometria e aritmética de mãos dadas no Ensino Fundamental. **Gepem**, Rio de Janeiro, n. 42, p. 47-59, 2003.
- HENRIQUES, M. D. A produção de significados de estudantes do ensino fundamental para tarefas geométricas. **Bolema**, Rio Claro, v. 27, n. 46, p. 433-450, ago. 2013.
- KALEFF, A. M.; NASCIMENTO, R. S. Atividades introdutórias às Geometrias Não-Euclidianas: o Exemplo da Geometria do táxi. **Gepem**, Rio de Janeiro, n. 44, p. 11-42, jan./jun. 2004.
- KARAKUS, F. A cross-age study of Student's understanding of fractals. **Bolema**, Rio Claro, v. 27, n. 47, p. 829-846, 2013.
- LAVILLE, C.; DIONNE, J. **A construção do saber**: manual de metodologia da pesquisa em ciências humanas. Tradução de Heloisa Monteiro e Francisco Settineri. Porto Alegre: Artmed, 1999.

LEIVAS, J. C. P.; SCHERER, S. Construindo o conceito de alturas de triângulo com o Cabri-Géomètre II: verticalidade ou perpendicularidade? **Gepem**, Rio de Janeiro, n. 56, p. 117-133, 2010.

LORENZATO, S. **Educação infantil e percepção matemática**. Campinas: Autores Associados, 2006.

LORENZATO, S. Porque não ensinar Geometria? **Educação Matemática em Revista**. v. 3, n. 4, p. 3-13, 1995.

LÜDKE, M.; ANDRÉ, M. E. D. A. **Pesquisa em educação**: abordagens qualitativas. São Paulo: EPU, 1986. 99p.

MARTINS, R. B; MANDARINO, M. C. F. Argumentação, prova e demonstração em geometria: análise de coleções de livros didáticos dos anos finais do Ensino Fundamental. **Boletim Gepem**, Rio de Janeiro, n. 62, p. 101-115, jan./jun. 2014.

MARTOS, Z. G. Contribuições da Teoria Sociocultural para o ensino de Geometria no Ensino Fundamental. **Bolema**, Rio Claro, v. 17, n. 21, maio, 2014.

MARTOS, Z. G. O trabalho pedagógico envolvendo geometrias não-euclidianas no Ensino Fundamental. **Zetetiké**, Campinas, v. 10, n. 17/18, jan./dez., 2002.

MURARI, C.; PEREZ, G. O Uso de espelhos e caleidoscópios em atividades educacionais de geometria para 7ª e 8ª séries. **Bolema**, Rio Claro, v. 15, n. 18, p. 1-24, set. 2002.

NACARATO, A. M.; PASSOS, C. L. B. **A geometria nas séries iniciais**: uma análise sob a perspectiva da prática pedagógica e da formação de professores. São Carlos: EdUFSCar, 2003.

OLIVEIRA, S. C.; SILVA, S. A. F. Transformações geométricas em ponto cruz em oficina no laboratório de matemática com alunas do programa mulheres mil. **Gepem**, n. 64, jan./jun., 2014.

PAVANELLO, R. M. O abandono do ensino da Geometria no Brasil: causas e consequências. **Zetetiké**. v. 1, n. 1, p. 7-17, 1993.

PEREIRA, E. L.; ZULATTO, R. B. A. Fractais em sala de aula: uma experiência com papel e tesoura, computador e espelho. **Gepem**, Rio de Janeiro, v. 56, p. 95-104, jan./jun., 2010.

PROENÇA, M. C. PIROLA, N. A. Um estudo sobre o desempenho e as dificuldades apresentadas por alunos do ensino médio na identificação de atributos definidores de polígono. **Zetetiké**, v. 17, n. 31, p. 11-46, dez. 2006.

ROMANATTO, Mauro C. Resolução de problemas nas aulas de Matemática. **Revista Eletrônica de Educação**, São Carlos, v. 6, n. 1, p. 299-311, maio 2012. Disponível em: <<http://www.reveduc.ufscar.br>>. Acesso em: 20 jun. 2013.

SANTOS, L. F.; TELES, R. A. M. Pintar, Dobrar, Recortar e Desenhar: o ensino da Simetria e Artes Visuais em livros didáticos de matemática para os anos iniciais do Ensino Fundamental. **Bolema**, Rio Claro, v. 26, n. 42A, p. 291-310, abr. 2012.

SILVA, J. A. As relações entre área e perímetro na geometria plana: o papel dos observáveis e das regulações na construção da explicação. **Bolema**, Rio Claro, v. 22, n. 34, p. 81-104, 2009.

VASCONCELLOS, M. A diferenciação entre figuras geométricas não-planas e planas: o conhecimento dos alunos das séries iniciais do ensino fundamental e o ponto de vista dos professores. **Zetetiké**, Campinas, v. 16, n. 30, p. 77-106, jul./dez., 2008.

VIEIRA, G.; PAULO, R. M.; ALLEVATO, N. S. G. Simetria no Ensino Fundamental através da resolução de problemas: possibilidades para um trabalho em sala de aula. **Bolema**, Rio Claro, v. 27, n. 46, p. 613-630, ago. 2013.

# ENSINO E APRENDIZAGEM DE MATEMÁTICA: UM DIÁLOGO COM TRIBO MUÃ MIMATXI

**Denilson Augusto de Sene Amâncio<sup>1</sup>**

**Laís Pereira de Paula<sup>2</sup>**

**Geraldo Fernandes Fonte Boa<sup>3</sup>**

**Daniela Alves da Silveira Moura<sup>4</sup>**

<sup>1</sup> FAPAM – Faculdade de Pará de Minas, Departamento de Matemática, denilsonbdo@hotmail.com

<sup>2</sup> FAPAM – Faculdade de Pará de Minas, Departamento de Matemática, laisppaula96@hotmail.com

<sup>3</sup> FAPAM – Faculdade de Pará de Minas, Professor do Departamento de Letras, phonteboa@gmail.com

<sup>4</sup> FAPAM – Faculdade de Pará de Minas, Professora do Departamento de Matemática, danisilmoura@yahoo.com.br

## **Resumo**

Nosso objeto de pesquisa vem apresentar um relato de experiência a partir de um diálogo sobre a educação matemática na aldeia Muã Mimatxi – Tribo Pataxó, no município de Itapecerica – MG e propõe a reflexão acerca de alguns aspectos da matemática deste povo. Percebemos que a Matemática ainda é um conteúdo que causa temor, reprovação e evasão. Com o objetivo de contribuir para a formação continuada em Matemática dos educadores e em consonância com as novas tendências em Educação Matemática destaca-se a necessidade de desenvolver um estudo sobre o processo de ensino e aprendizagem que busque levar em consideração a matemática produzida no contexto cultural e social destas comunidades indígenas, para uma melhor aprendizagem tanto nas escolas indígenas quanto nas não indígenas. Apresentaremos como fundamentos a Etnomatemática, tomando como principal referencial teórico os trabalhos de D'Ambrosio.

**Palavras- Chave:** Etnomatemática, Práticas Pedagógicas, Matemática Indígena.

## **INTRODUÇÃO**

Este trabalho é resultado de um relato de experiência a partir de uma excursão do Curso de Matemática – FAPAM - Faculdade de Pará de Minas à comunidade indígena Muã Mimatxi – Tribo Pataxó, no município de Itapecerica – MG. Tínhamos como objetivo conhecer a cultura deste povo e investigar os processos de obtenção e preparação dos alimentos e os utensílios. Seus saberes culinários, modos de apresentar e servir os alimentos, as hierarquias bem como situações sociais e rituais, como um projeto transdisciplinar da FAPAM, no qual estava envolvida toda comunidade acadêmica desta Instituição. Surpresos em nosso encontro, nos sentimos presenteados por estar diante de uma aldeia em que um dos integrantes era um professor de matemática, licenciado pela UFMG. Deste modo o curso de nossa pesquisa tomou novas dimensões e oportunamente traçamos outro roteiro, agregando aos nossos objetivos também a investigação acerca da educação matemática indígena.

Na condução da pesquisa foi observado que o Programa Etnomatemática se constitui em uma proposta de ensino que mostra caminhos que podem orientar a prática do professor, já que este Programa leva em consideração os contextos envolvidos no ensino e aprendizagem de matemática mostrando uma maneira diferente de ver a matemática no cotidiano do indivíduo. Segundo D'Ambrósio (2002, p. 17), este programa *procura entender o saber/fazer matemático ao longo da história da*

*humanidade, contextualizado em diferentes grupos de interesse, comunidades, povos e nações.*

## CONTEXTO HISTÓRICO

A tribo Muã Mimatxi, localizada no município de Itapecerica, MG, é da etnia Pataxó – quando se refere ao nome do povo indígena (substantivo gentílico), a palavra Pataxó vem grafada com a primeira letra maiúscula e não flexiona; nas demais situações, como adjetivo, é grafada com minúscula – pertencente ao grupo linguístico Maxakali. A história dos Pataxó é de muito sofrimento e de constante mudança territorial, principalmente a partir do contato com o branco europeu no século XVI, assim como aconteceu com grande parte dos povos autóctones.

Os Patoxó de Minas Gerais, mais especificamente de Itapecerica, têm sua origem o sul da Bahia. Vieram para Minas Gerais em busca de uma vida melhor, ou para garantir sua sobrevivência. Segundo os registros históricos foram os índios Pataxó um dos primeiros nativos a terem contato com os portugueses. Segundo DUTRA (2012), as primeiras notícias sobre os Pataxó datam de 1577, nas mediações do Rio Doce. Estes índios eram descritos, junto com outras etnias como Aimorés ou Tapuias (p. 20), e, geralmente considerados *gentio brabo* e representava verdadeiro *empecilhos à civilização da região* (p. 20).

Com a ocupação da faixa litorânea durante os séculos XVI e XVII, os nativos que foram sendo civilizados, mas dóceis aos portugueses, designados de Tupis, enquanto que os Tapuias, ou Aimorés, de dentre eles os Pataxó, foram sendo empurrados para o interior ou sertões. Neste processo migratório os Pataxó foram se organizando em grupo pelo interior dos sertões e provavelmente é deste período que se radicalizam em Minas Gerais. Mas este não foi um processo pacífico e nem tão pouco sem sofrimento. Provavelmente houve inúmeras batalhas, e dizemos isso porque muitas dessas batalhas não foram registradas por ninguém, entre os diversos grupos indígenas, muitas delas incentivados e apoiados pelos europeus como estratégia de dominação, o resultado deste processo foi que os Pataxó foram perdendo seus territórios originais e buscando outros cada vez mais longe do litoral. Alguns grupos, dispersos pelo interior preferiram o isolamento, enquanto que os grupos que não tiveram a oportunidade de se isolar foram sendo dominados e aculturados.

No entanto, os Pataxó não se entregaram docilmente a este processo de aculturação, tanto é verdade que ainda no século XIX os Pataxó eram identificados como *índios brabos* (CARVALHO, 1977, p. 68). Esta situação comprova a tradição guerreira dos Pataxó, mas, mais do que isso, o apreço deste povo por suas tradições e seus costumes. CARVALHO (1977) destacou que a sobrevivência dos Pataxó, bem como a manutenção de traços de suas culturas, mesmo vivendo em regiões já dominadas pela civilização branca, é, em grande parte resultado desta postura ou deste espírito guerreiro.

Este espírito guerreiro dos Pataxó ocorre de maneira muito concreta e de modo particular em seu processo educacional, que segundo o professor da tribo Muã Mimatxi, ao afirmar que

*escola não é uma coisa de fora não, é escola nossa. Porque, muitas vezes, as pessoas falam assim: ‘a escola é uma coisa de fora’, realmente, é uma coisa que foi. Aqui dentro, pra nós, ela não é uma coisa de fora não, porque a gente tá tentando trabalhar o que é nosso.*

*Então, só no papel lá fora que é do branco. (KANATYO, apud PÁDUA, 2014, p..01)*

Assim, sendo, através do processo educacional, os Pataxó mantêm sua luta para a manutenção de seus costumes, brincadeiras, danças, cantos e hábitos alimentares. (PATAXÓ, p. 32-33).

## ETNOMATEMÁTICA: ABORDAGEM PEDAGÓGICA

O princípio educativo fundamental é que a escolaridade deve criar oportunidades para todos os grupos. O Artigo 210 da Constituição Federal de 1988 determina como dever do Estado com respeito à educação fixar *conteúdo mínimos para o Ensino Fundamental, de maneira a assegurar a formação básica comum e respeito aos valores culturais e artísticos, nacionais e regionais*. Os processos educacionais sofrem mutações de acordo com a dinâmica da sociedade, neste aspecto, quando pensamos em educação devemos considerar as influências da evolução humana ao longo dos tempos e as diversidades culturais. Enfatizamos que quanto à diversidade entendemos como uma construção das diferenças nos aspectos históricos, culturais e sociais.

As Diretrizes Curriculares Nacionais Gerais da Educação (2013) definem que,

*O protagonismo indígena, refletido de modo significativo na I Conferência Nacional de Educação Escolar Indígena, realizada em 2009, também é exemplificado no momento histórico em que, pela primeira vez, uma indígena assume a relatoria de Diretrizes Curriculares Nacionais para a Educação Escolar Indígena no CNE. É, então, no momento em que se busca a construção de uma relação mais respeitosa e promotora da justiça social por meio das práticas da educação escolar que se dá a construção destas Diretrizes como forma de promover a ampliação do diálogo intercultural entre o Estado brasileiro e os povos indígenas.(p.355)*

Nas últimas décadas as comunidades indígenas tentando estabelecer um diálogo com sua cultura e com as relações dos não-índios com o intuito de conhecer e fazer exercer seus direitos tem buscado desenvolver projetos educacionais, vislumbrando garantir sustentabilidade, favorecer a cidadania e melhores condições, tornando a escola um território que apresenta e articula suas técnicas, sua vivência e sua produção de conhecimento.

A Constituição de 1988 regulamenta a partir do artigo 78 e 79, que a União, juntamente com a colaboração das agências, que atendem à cultura e assistência aos índios, deve garantir programas de ensino com os seguintes objetivos pedagógicos e financeiros:

*I – proporcionar aos índios, suas comunidades e povos, a recuperação de suas memórias históricas; a reafirmação de suas identidades étnicas; a valorização de suas línguas e ciências;*

*II – garantir aos índios, suas comunidades e povos, o acesso às informações, conhecimentos técnicos e científicos da sociedade nacional e demais sociedades indígenas e não-índias. (art. 78, p. 358)*

*(...)*

*I – fortalecer as práticas sócio-culturais(sic) e a língua materna de cada comunidade indígena;*

*II – manter programas de formação de pessoal especializado, destinado à educação escolar nas comunidades indígenas;*



*III – desenvolver currículos e programas específicos, neles incluindo os conteúdos culturais correspondentes às respectivas comunidades;*  
*IV – elaborar e publicar sistematicamente material didático específico e diferenciado. (art. 79, p.358)*

A Educação Escolar Indígena, também segundo as Diretrizes Curriculares Nacionais Gerais da Educação (2013) é instituída com o direito específico baseado em interesses e necessidades próprias das comunidades indígenas e é assegurado pelo Decreto nº 6.861/2009, que define a organização educacional Indígena em territórios *etnoeducacionais*, no qual é proposto um modelo particularizado de gestão que prima consolidar o regime colaborativo na oferta da Educação Escolar Indígena pelos sistemas de ensino. Em seu art. 1º determina que a *Educação Escolar Indígena será organizada com a participação dos povos indígenas, observada a sua territorialidade e respeitando suas necessidades e especificidades.* (p.359).

Nas concepções da educação matemática, elevamos o programa de D'AMBRÓSIO (1993) sobre a etnomatemática, que apresenta como etimologia da palavra referida como a arte ou técnica (techné = tica) de explicar, de entender, de se desempenhar na realidade (matema), dentro de um contexto cultural próprio (etno).

A etnomatemática tem fundamentado teoricamente na compreensão dos diferentes modos de pensar e agir matematicamente dentro dos grupos socioculturais, realizando e difundindo várias pesquisas relacionadas às diferenças culturais e suas implicações nos modos de entender, representar e manipular concepções quantitativas e espaciais, elementos.

A sociedade indígena, atualmente, diferentemente da história construída pelos seus antepassados, lutam pelos seus direitos e por sua cidadania investindo na formação educacional. A Educação Indígena, com apoio da etnomatemática, apresenta novas concepções de ensino a partir de distintos contextos socioculturais. Neste contexto, o índio aprende a reconhecer formas, figuras, objetos, quantificar, fazer conexões entre saberes matemáticos, ordenar, classificar e elaborar estratégias para resolução de problemas.

*O cotidiano está impregnado dos saberes e fazeres próprios da cultura. A todo instante, os indivíduos estão comparando, classificando, quantificando, medindo, explicando, generalizando, inferindo e, de algum modo, avaliando, usando os instrumentos materiais e intelectuais que são próprios à cultura. (D' AMBRÓSIO, 2005, p. 22).*

A pedagogia indígena está baseada nos tempos naturais aos quais regem a natureza, tais tempos são conhecidos pelos Pataxó como tempo da água, da seca e do frio, tempo de agradecer e tempo da brisa leve. Seus calendários educacionais são elaborados a partir dos momentos destes tempos, como se fossem primavera, verão, outono e inverno, neles buscam trabalhar seus valores fundamentais e os temas geradores de conhecimentos.

As diversas formas de aplicação da matemática resultam num contexto geral de etnomatemática, uma vez que é possível trabalhar tal disciplina com técnicas diferentes e obtendo resultados satisfatórios. Segundo D'AMBRÓSIO

*O homem busca explicação para tudo e associa, muito naturalmente, essas explicações ao que vê mas não entende: clima, dia e noite, astros no céu. O que está acontecendo, o que se percebe e se sente a todo instante, podem ser indicadores do que vai acontecer. Esse é o mistério. Buscar explicações para o mistério que relaciona causas e*

*efeitos é um importante passo na evolução das espécies homo (2002, p. 33).*

Através do contato com a tribo, foi observado as técnicas usadas pela mesma na construção do aprendizado da matemática, uma vez que os integrantes utilizam de caminhos transmitidos de geração em geração dando continuidade na cultura.

*A educação é um ciclo que passa por todas as faixas etárias, onde todos participamos coletivamente dos ensinamentos e aprendizagem dos nossos filhos. Entendemos que a educação é uma ponte entre os povos do mundo, com suas portas abertas para compartilhar e construir uma vida melhor para todos. Para nós, Pataxó, educação não é só aquela que ensina entre quatro paredes e que busca, com frequência, planejar suas aulas nos livros, deixando de lado os saberes que podemos adquirir com a comunidade, com os velhos, com o ambiente, com os educadores e os alunos. Por isso entendemos que os nossos melhores livros são nossos velhos, nossas crianças, nossa terra, nossas plantas e toda a natureza. (KANATYO, apud LEITE, 2010, p.08)*

Para a implementação do conhecimento os Pataxó fogem do estilo padrão utilizados pelos não índios, conhecidos como *brancos*, na qual busca sua formulação através de grades escolares, trazendo assim um ensino abstrato levando muitas vezes os alunos para longe da realidade vivenciadas por eles. O ensino indígena busca particularmente o contrário, pois trazem seus ensinamentos e passam suas culturas e conceitos através do cotidiano vivido por eles, gerando conceitos dos acontecimentos presentes naquele momento e naquela época, trabalhando a importância da história, reproduzindo o porquê de cada acontecimento para depois focar e atribuir ao ensino da determinada matéria que vivenciaram.

Atualmente eles possuem sua própria escola formadora de grande parte dos anos iniciais das Escolas Estaduais, Municipais entre outras. Na formação dos alunos indígenas eles trabalham a Matemática, a História, o Uso do Território, Ciências e algumas disciplinas com a presença de professores já indígenas, podendo ter formação própria ou não. Para os Pataxó o modo de ensinar do branco é um modelo colonizador que agride e domina os alunos.

*A nossa escola é o lugar onde a comunidade busca dialogar com os temas que são relacionados à sua vida dentro e fora da aldeia. Ela serve como base de instrução e orientação para ajudar a pensar o que é importante e fundamental para a vida da comunidade. Então, a escola tem o papel de circular dentro da aldeia. Se a comunidade não vai até à escola, por dever, a escola terá que ir até a comunidade. A escola é um bem social, cultural e que deve estar atenta para não perder de vista os interesses coletivos que garantem e fortalecem a boa convivência, o espírito associativo e cooperativo entre todos da aldeia. (KANATYO, apud LEITE, 2010, p.08)*

Um fator eliminado é a utilização dos livros usais trabalhados nas salas de aula dos não indígenas, segundo eles, o uso dos livros confunde os alunos trazendo uma linguagem complexa e em determinadas vezes não somam no aprendizado, pois fogem de algo que o aluno possa imaginar ou realmente utilizar em sua vida. Um dos métodos adotados na tribo é a presença dos *terreis*, desenhos da aldeia ou dos rituais, neles os alunos indígenas formam seus conhecimentos e sua cultura, com a presença de momentos marcantes nas imagens como seus rituais, suas refeições, o momento que aprendem sobre a saúde com o especialista, a colheita e as demais atividades como

jogos educacionais. Métodos como a criação dos *terreis* são ferramentas utilizadas por eles para trabalhos realizados internamente. Ao contrário da matemática tradicional os trabalhos lá realizados são relativos aos tempos que eles vivenciam, utilizando métodos práticos e absorvendo ao máximo a matemática presente aos arredores, seja ela na natureza ou nos fenômenos naturais do tempo presente.

Medir o conhecimento através de provas ou avaliações é outro quesito excluído para eles, mesmos para nós professores não indígenas e alunos *brancos* temos a consciência que a utilização de provas não comprovam de forma eficaz o aprendizado dos alunos, em muitos casos repreende o conhecimento verdadeiro e conseqüentemente traz sequelas para a vida toda. Um ensino e aprendizagem frágil e superficial, acontece quando o conhecimento é pautado em memorização inúteis (*decorebas*), fruto de um conhecimento passageiros, decorrentes da valorização do momento da prova somente como um fim. Porém, na escola indígena, o processo de avaliação é contínuo, a partir da observação do professor, do diálogo e da interação do aluno indígena, e caso a consolidação do conceito não ocorra satisfatoriamente, são formados grupos dos próprios alunos num auxiliando mútuo em prol do desenvolvimento e construção do no conceito adequado.

Em nossa pesquisa na aldeia dos Pataxó, nos desfrutamos da experiência de vários educadores indígenas dentre diversas áreas do conhecimento, entre eles o professor Siwê, filho do cacique Kanatyó da tribo Muã Mimatxi, licenciado em matemática na Universidade Federal de Minas Gerais (UFMG). Eles consideram o ensino de uma matéria muitas vezes interligado a outra, pois *na vida há um pouco de cada coisa*, como nos disse o cacique da tribo, reconhecendo assim a importância de todas as ciências.

Ressaltando o ensino da matemática, segundo os educadores da tribo, são trabalhadas as quatro operações fundamentais com seus alunos. A adição, subtração, divisão e multiplicação são desenvolvidas a partir dos números das sementes colhidas naquele plantio, na quantidade de sementes utilizadas para elaboração dos colares e dos artesanatos produzidos, no comprimento do fio e em outras atividades como para repartir e atender a todos na alimentação. São observados a geometria formada pela natureza, nas árvores, no ambiente que estão em cada momento, nos jogos didáticos e até mesmo no formato de todos os elementos observados, mas nada que seja amedrontador como o ensino tradicional de álgebra aos alunos brancos, ensino este que afasta os prazeres encontrados na matemática, disciplina tão importante, formadora de grande parte de cidadãos que fogem da área das exatas ou sentem gosto pela mesma.

Os integrantes da tribo frequentam todo o ensino fundamental na escola indígena, porém, após esse tempo, migram para o ensino regular, onde segundo eles, não encontram dificuldades em aprender a *matemática do branco*, pois todos os fantasmas da disciplina já foram desvendados de forma prática no interior da aldeia. Os ensinamentos são propícios ao ensino fundamental I e por mais diferenças existentes, a busca indígena caminha ao lado das transformações ocorridas no mundo, de forma a garantir o aprendizado necessário a seus alunos. Estes posteriormente quando entram nas escolas não indígenas, dispõem de vasto conhecimento garantindo-lhes o título de melhores alunos das instituições educacionais. Sendo capazes de concluir de forma brilhante o ensino médio e chegar a universidades sem nenhum esforço, com êxito.

Diante de tantas discussões relacionadas à forma de ensinar e aprender matemática, o conceito de etnomatemática, vêm como uma busca de novos paradigmas que minimize a defasagem do ensino tradicional, abordando técnicas que despertem o querer aprender matemática. Enfim, com o estudo realizado e com uma análise geral do conceito de etnomatemática, nota-se que o indivíduo deve estar integrado no meio ao

qual está inserido, e o professor/orientador, deve ser a peça principal para esta mudança, pois o bloqueio diante da matemática ocorre devido ao método tradicional de ser ensinado, para D'AMBRÓSIO (2002, pag.82) o entendimento da matemática é *como uma estratégia desenvolvida pela espécie humana ao longo da sua história para explicar, para entender, para manejar e conviver com a realidade sensível, perceptível, e com seu imaginário, naturalmente dentro de um contexto natural e cultural*, portanto a partir desse pensamento, o entendimento da matemática pode ser descrito como um estímulo ao desenvolvimento individual e em massa realizado por culturas, e que cabe a cada educador criar maneiras capazes de alcançar todo o público.

Fascinados com a cultura na qual nos deparamos, e com uma grande curiosidade no querer saber um pouco mais sobre tal contexto educacional, resolvemos inteirar um pouco mais do assunto com o professor Siwê, expondo a ele algumas dúvidas sobre o ensino da matemática a serem esclarecidas.

***Com o intuito de esclarecer algumas curiosidades, gostaríamos de saber se vocês trabalham com números inteiros e como realizam este tipo de atividade para que haja entendimento de todos.***

*Sim, trabalhamos com números inteiros. Temos dentro da nossa escola a etno, onde trabalhamos o entendimento destes números através de alguns valores: ganhar, perder, igualar, dividir, multiplicar ... Dentre outras palavras que se tornam valores de vida formando matemática. A nossa vida é rodeada de vida na natureza e entre pessoas, animais, céu, no plantio se nascem, se vingam ... Primeiramente as crianças tem que entender que ganhar e perder são números positivos e negativos. De maneira que eles possam multiplicar e dividir. A partir deste estudo partimos para as exatas a partir do conhecimento tradicional.*

***Cientes que posteriormente irão cursar o ensino médio num colégio regular, e da necessidade do estudo da álgebra, vocês trabalham com ela? Como?***

*Em relação a álgebra, a gente tem referência da mesma maneira das outras, depende muito do tempo que estamos, das relações de convivência construídas, quando fazemos nossas moradias, artesanatos, pinturas, comidas assim vamos interligando a matemática com a etnomatemática.*

***Nas escolas notamos o bloqueio dos alunos diante da matemática. O que vocês fazem para inibir este fantasma? Como quebram esses paradigmas?***

*A matemática é uma disciplina que os professores dificilmente se interagem com outra, mas como partimos das tradições culturais podemos ter um livro de consulta sendo que o mesmo seja mais versátil com nossa realidade.*

***Notamos que vocês confeccionam todo material de ensino juntamente com os alunos, mas vocês utilizam algum material específico para o ensino da matemática?***

*Material relacionado somente a matemática não, pois a nossa educação é coletiva e integrada uma com a outra. Temos vários livros escritos e além do Calendário dos tempos que é a fonte do conhecimento.*

***E no ramo da geometria? Como vocês executam esses trabalhos, sendo que nesta área são trabalhadas fórmulas e demonstrações?***

*Com a geometria trabalhamos com as pinturas, colares, casas, sementes, os astros e o céu. Depois que a base cultural está feita podemos pisar no chão do conhecimento ocidental com mais chão e força para por nossas crianças. E para as nossas crianças irem estudar na cidade os mesmos tem que ter esse conhecimento de fórmulas, números, geometrias etc.*

***Durante nossa visita a tribo, foi dito e percebido alguns jogos didáticos, nos quais vocês fazem uso. Com a utilização destes, vocês percebem um melhor entendimento das crianças em trabalhos lúdicos? Por que a utilização dos jogos?***

*Bom, em relação aos jogos didáticos Pataxó que produzi é um trabalho coletivo, que se iniciou com o propósito de integrar os conhecimentos matemáticos com as outras áreas de conhecimento. Por tanto temos 21 jogos onde se trabalha tudo integrado com a vida. Porque o trabalho com jogos é uma pedagogia lúdica que tira vergonha, timidez da criança, alegria e faz ela se interagir com as outras. Se erra ela não vai se sentir menor do que a outra. O jogo cria laços e valores de amizade, companheirismo. E um método de ensinar e aprender.*

Assim, a etnomatemática, desenvolve-se a partir das experiências e transformações nas práticas da cultura indígena, articulando entidades matemáticas, como quantificar, classificar, medir, comparar, na dinâmica do cotidiano. Manifesta em suas práticas culturais um fazer matemático respeitando as diversidades. Evidencia GODOY (2015) dizendo que a etnomatemática faz uma correspondência entre a matemática e a antropologia cultural. Que se trata de dois níveis, sendo um a matemática e o meio ambiente ou matemática e comunidade e o outro a relação que se estabelece entre a prática, como os grupos realizam suas tarefas de classificação, ordenação, contagem e medição. Deste modo, dialogar sobre etnomatemática é refletir sobre as técnicas em que esses grupos utilizam para tentar compreender, interpretar, apreender o mundo a sua volta e solucionar seus problemas.

Vale ressaltar que D'Ambrosio na amplitude do projeto etnomatemática não tinha a pretensão de sobrepor ou extinguir a matemática clássica ou formal, mas de estabelecer uma interlocução entre a matemática dos grupos e a matemática escolar. GODOY (2015), afirma que para D'Ambrosio seria um equívoco cogitar substituir a matemática acadêmica. Enfatiza que a etnomatemática seria limitada para atender a sociedade moderna, da mesma forma como muito da matemática acadêmica é inútil nessa sociedade. Explica ainda que D'Ambrosio se refere à boa matemática acadêmica, eliminando o que é *desinteressante, obsoleto e inútil*, mas que é vigente nos currículos atuais e que a boa matemática só irá acontecer se eliminarmos muito do que está nos programas justificados por idealismos e conservadorismos.

Contudo, certos de que a diversidade contribui para construção da identidade de uma sociedade, é fato, consideramos que o processo educacional também se beneficia com as diferenças. Nesta concepção reconhecer e compreender outros grupos culturais, suas crenças e suas práticas, significa contribuir para o desenvolvimento de todos os povos. Sobremaneira a Matemática, neste contexto, em contato outras culturas, com distintas formas de articular, raciocinar e exercer o fazer matemático eleva as possibilidades e amplia os horizontes desta ciência. Estabelecer relações com as diversidades requer romper com paradigmas.

## CONCLUSÃO

Salientamos que a etnomatemática é um programa que permite apresentar a matemática contextualizada, propor um ensino e aprendizagem próximo da realidade, com atividades práticas relacionadas ao cotidiano, envolvendo a história e a cultura de um povo. Diante de tantos fatos, é relevante considerar que a utilização da etnomatemática se torna eficaz e satisfatória quando manuseada de forma ideal, pois para melhorias no contexto educacional, todas as ferramentas disponíveis devem ser utilizadas e desvendadas, garantindo um interesse mútuo entre docentes e discentes.

Cientes das evidências presentes na cultura indígena e sua prática, relatamos em nossa pesquisa as possibilidades promovidas pela etnomatemática em valorizar o conhecimento do aluno, sua cultura, o contexto social, a correlação entre as diversas áreas do saber, a partir da contextualização, corroborando para uma aprendizagem significativa, respeitando a diversidade cultural. Assim o reconhecimento e a compreensão da diversidade cultural existente no Brasil; as crenças e as práticas dos diversos grupos e núcleos sociais, uma vez consideradas e compreendidas significa contribuir para o desenvolvimento de todos os povos, respeitando suas características essenciais. De modo particular, a Matemática, neste contexto da diversidade, em contato outras culturas, com distintas formas de articular, raciocinar e exercer o fazer matemático eleva as possibilidades e amplia os horizontes dela mesma enquanto ciência.

Deste modo, refletimos sobre a prática do professor e percebemos que valores, crenças e atitudes devem ser repensadas, uma vez que o professor deve recorrer a vários subsídios que qualifique o aprendizado do aluno, criando situações lúdicas relativas ao meio que o aluno se encontra inserido, aprendendo a valorizar sempre o conhecimento e a história de cada um, e porque não promover um ensino sobre os alicerces da etnomatemática? Vale ressaltar que esta prática pode ser dita como o saber e fazer matemático, que proporciona um trabalho inserido no cotidiano do aluno, apresentando uma matemática que pode transformar sua realidade, formando cidadão reflexivos, críticos, conscientes dos seus direitos.

## REFERÊNCIAS

1. D'AMBROSIO, U. **Educação Matemática: Da Teoria à Prática**, 4ª edição [1ª ed. 1996], Campinas, Ed. Papirus, 1998.
2. D'AMBROSIO, U. **Etnomatemática – Elo entre as Tradições e a Modernidade**, Belo Horizonte, Ed. Autêntica, 2002.
3. D'AMBROSIO, U. **Etnomatemática – Elo entre as Tradições e a Modernidade**, Belo Horizonte, Ed. Autêntica, 2005.
4. GODOY, Elenilton Vieira. Currículo, Cultura e Educação Matemática: Uma aproximação possível? Campinas, Ed. Papirus, 2015. Biblioteca Virtual: FAPAM – Faculdade de Pará de Minas.
5. D'AMBROSIO, U. **Etnomatemática. Arte ou Técnica de Explicar e Conhecer**, 2ª edição [1ª ed. 1990]. São Paulo, Ed. Atual, 1993.

6. DUTRA, Mara Vanessa Fonseca. **Arte e identidade em caminhos territoriais: a trajetória de Kanatyo Pataxó**. Disponível em: [repositorio.ufba.br:8080/ri/bitstream/ri/13068/1/Dissertação PDF Final-3.pdf](http://repositorio.ufba.br/8080/ri/bitstream/ri/13068/1/Dissertação%20PDF%20Final-3.pdf). Acesso em 30/06/2015.
7. LEITE, Lúcia Helena Alvarez. Com um pé na Aldeia e um pé no mundo: avanços, dificuldades e desafios na construção das escolas indígenas públicas e diferenciadas no Brasil. **Currículo sem Fronteiras**, v.10, n.1, p. 195-212, Jan/Jun., 2010. Disponível em: <http://www.curriculosemfronteiras.org/vol10iss1articles/leite.pdf>. Acesso em: 15/01/2015.
8. LEITE, Lúcia Helena Alvarez. Escola pública, diversidade cultura e democracia: aprendendo com a experiência da escola indígena Pataxó da aldeia Muã Mimatxi. **XXV Simpósio Brasileiro de Política e Administração da Educação**. Disponível em: <http://www.anpae.org.br/simposio2011/cdrom2011/PDFs/trabalhosCompleto/comunicacoesRelatos/0294.pdf>. Acesso em 15/01/2015.
9. PÁDUA, Karla Cunha. “Nossa mata, nosso rio, nosso mangue”: a escola em narrativas de professores(as) indígenas. **Educação em foco**. Ano 17 - n. 23 - julho 2014 - p. 125-150. Disponível em: <http://www.uemg.br/openjournal/index.php/educacaoemfoco/article/view/526/352>. Acesso em 30/06/2015
10. PATAXÓ, Manguadã et all. **O povo Pataxó e sua história**. MEC/UNESCO/SEEMG: Parque Estadual do Rio Doce, 1997.
11. WEITZMAN, Rodica. As práticas alimentares “tradicionais” no contexto dos povos indígenas de Minas Gerais. **Estudos Sociais e Agricultura**. Rio de Janeiro. Vol. 21, nº1, 2013, p. 140-159. Disponível em <http://r1.ufrj.br/esa/V2/ojs/index.php/esa/article/view/362/358>. Acesso em: 29/06/2015.
12. BRASIL, Diretrizes Curriculares Nacionais Gerais da Educação Básica/ Ministério da Educação. Secretária de Educação Básica. Diretoria de Currículos e Educação Integral. — Brasília: MEC, SEB, DICEI, 2013.

# ENSINO/APRENDIZAGEM DOS SÓLIDOS GEOMÉTRICOS E SUAS MÉTRICAS MEDIADO PELO *SOFTWARE CABRI 3D*.

JOSELITO DA SILVA BISPO

Instituto Federal Baiano – Campus Teixeira de Freitas, e-mail: [josecito\\_jsb@hotmail.com](mailto:josecito_jsb@hotmail.com)

## Resumo

Os Sólidos Geométricos é um dos objetos Matemático estudado na **GEOSPAÇO** (Geometria Espacial) que estar presentes em todas as séries da escolaridade de um discente, desde a Alfabetização ao Ensino Superior. Entretanto, é um dos objetos Matemático que os alunos apresentam grandes dificuldades no tratamento de atividades correspondentes, em particular, na construção, visualização dos Sólidos Geométricos e na determinação de suas métricas utilizando apenas o ambiente de aprendizagem papel/lápis. Para compreendermos melhor as práticas efetivas de um aluno do 3º ANO do Curso Técnico em Agropecuária Integrado (**CTAI**) ao Ensino Médio do Instituto Federal Baiano (IFBAIANO) – Campus Teixeira de Freitas como instituição de referência/aplicação é nos propomos estudar o ensino/aprendizagem da **GEOSPAÇO** que se constitui como habitat dos **Sólidos Geométricos** e suas métricas. Para realização deste estudo recorreremos a Análise Institucional e a Sequência Didática como metodologia de pesquisa. Este trabalho está imerso no quadro teórico constituído pelas Teorias da Instrumentação, Teoria Antropológico do Didático e na Noção de Registros de Representações Semiótica. Neste manuscrito, apresentamos apenas a análise da primeira tarefa (**T1**) proposta em nosso Dispositivo Experimental (**DE**). Contudo, constatamos que o uso do *software CABRI 3D* como ferramenta mediadora torna o estudo da **GEOSPAÇO** mais atraente e significativo para os discentes desta instituição de referência/aplicação.

**Palavras Chave:** Análise institucional, Ensino/Aprendizagem, GEOSPAÇO, Ensino Médio.

## INTRODUÇÃO

As motivações que nos levou a desenvolver este estudo foram as observações que fizemos enquanto professor de Matemática da Educação Básica das Redes Estadual e Municipal de Educação no Estado da Bahia e na Educação Técnica e Tecnologia da Rede Federal de Educação, no IFBAIANO onde constatamos que a **GEOSPAÇO** é um conteúdo da Matemática que perpassa durante toda a vida estudantil de um aluno, começando nas séries iniciais no primeiro segmento da Educação Básica até chegar nas instituições de Ensino Superior, em estudos mais avançadas. Pois, temos o conhecimento que nas séries iniciais, os alunos se relacionam com esses objetos, a partir da manipulação de objetos tais como: cubinhos, caixinhas, carrinhos, bolinhas, entre outros. No entanto, somente no 2º ou 3º do Ensino Médio, é que a **GEOSPAÇO** se constitui como um conteúdo programático da disciplina Matemática, apresentando uma estrutura organizacional repleta de conceitos e fundamentos axiomáticos que permitem compreender melhor os **objetos ostensivos**<sup>1</sup> que inicialmente são manipulados de

---

<sup>1</sup>Os ostensivos são todos os objetos que têm uma natureza sensível, certa materialidade que, com efeito, adquirem para o sujeito humano uma realidade perceptível. (Rabardel, 1995)



maneira intuitiva nas séries anteriores. Com base nestas e outras observações traçamos o objetivo geral de nossa pesquisa:

**Estudar os Sólidos Geométricos e a determinação de suas métricas a partir de uma situação-problema utilizando os ambientes de aprendizagens papel/lápis e computacional *CABRI 3D*.**

Para alcançarmos o referido objetivo geral, surgem os seguintes objetivos específicos:

- Realizar uma análise institucional em torno do estudo de Sólidos Geométricos com ênfase nas suas construções e determinação de suas métricas;
- Estudar as práticas institucionais de alunos do Ensino Médio de uma escola Técnica Profissionalizante da Rede Federal de ensino, localizada na cidade de Teixeira de Freitas, localizada no extremo Sul da Bahia.

Com esses objetivos e apoiando-nos nas teorias: da Instrumentação, proposta por Rabardel (1995), Antropológica do Didático de Chevallard (1989) e a Noção de Registro de Representações Semiótica, desenvolvida por Duval (1995), que resumiremos ao logo deste manuscrito, partimos da seguinte hipótese para a implementação de nossos estudos:

**O *CABRI 3D* enquanto *software* de Geometria Dinâmica pode trazer contribuições no ensino e aprendizagem da GEOSPAÇO no Curso Técnico em Agropecuária Integrado (CTAI). No entanto, para que essas contribuições ocorram é necessária, além dos conhecimentos das ferramentas pertinentes desse *software*, a aprendizagem de técnicas instrumentais específicas. Essa aprendizagem deve ocorrer durante o encontro do *CABRI 3D* com a GEOESPÇO no processo ensino/aprendizagem na instituição em questão.**

Com base nessa hipótese e considerando os objetivos que apresentamos anteriormente, nos propomos responder as seguintes questões ao longo de nossos estudos:

- Quais são as contribuições que o ambiente computacional *CABRI3D* traz no estudo/aprendizagem dos Sólidos Geométricos no Ensino Médio?
- Quais são as práticas institucionais dos alunos do Ensino Médio em torno da GEOSPAÇO utilizando os ambientes papel/lápis e o *software CABRI 3D*?

Para buscarmos respostas a esses questionamentos e outros que por ventura poderá surgir ao logo do desenvolvimento desta investigação, e alcançarmos os objetivos almejados nesta pesquisa, nos apoiamos, nas teorias que nos referimos anteriormente, constituindo assim, o nosso quadro teórico, que apresentaremos resumidamente a seguir.

## **QUADOR TEÓRICO QUE SUBSIDIARAM NOSSA PESQUISA.**

O Quadro Teórico que subsidiaram nossos estudos é constituído por três teorias, provenientes da Didática Francesa, as quais julgamos fundamentais no desenvolvimento da nossa pesquisa, por acreditarmos que as mesmas se articulam naturalmente durante a evolução deste trabalho, as quais resumiremos a seguir:

---

## TEORIA DA INSTRUMENTAÇÃO

Desenvolvida por Pierre Rabardel (1995), a partir de trabalhos em **Ergonomia Cognitiva**<sup>2</sup>, esta teoria tem como objetivo principal, compreender melhor a utilização das ferramentas tecnológicas no processo de ensino e aprendizagem de um determinado objetos do saber.

Rabardel (1995) parta da ideia de que um instrumento não é uma ferramenta automaticamente eficaz, ou seja, não é apenas ter o contanto com um instrumento que um indivíduo irá utilizá-lo para realizar tarefas de maneira apropriada e dinâmica. O autor ainda acrescenta que “[...] um instrumento não é conceitualmente neutro, seja ele de tecnologia contemporânea ou tradicional”. (Rabardel, 1995, p.1)

Portanto, o ponto de partida dessa teoria é a ideia de que uma ferramenta/artefato (**i**) não é, automaticamente, um instrumento eficaz e prático. Uma caneta, por exemplo, é algo sem significado, salvo quando se tem algo para escrever ou para riscar, transformando-a, assim, em um instrumento útil. Essa ideia se aplica também a qualquer outro objeto que se apresenta como instrumento, no caso nessa pesquisa, o computador ou um *software CABRI 3D*.

Em nossos estudos, a Teoria da Instrumentação nos ajudou a entender a utilização instrumento (**i**) *software CABRI 3D*, como ferramenta mediadora no processo de ensino/aprendizagem de um objeto (**O**) Matemático (**GEOESPAÇO**) em uma instituição (**I**) (uma turma de 3º Ano do CTAI). Neste aspecto, encontraremos uma fundamentação na Teoria Antropológica do Didático (TAD) proposta por Chevallard (1992) que apresentamos a seguir.

## A TEORIA ANTROPOLÓGICA DO DIDÁTICO

Proposta por Yves Chevallard (1992), está teoria traz inicialmente os “**objetos**” como a primeira noção fundamental. Para ele “**tudo é objeto**” inclusive as pessoas. O autor, não se refere a um objeto específico, mas sim generalizando este conceito. Logo, em seguida o autor apresenta a segunda noção fundamental, como podemos ler:

A segundo noção fundamental refere-se à relação pessoal de um indivíduo a um objeto, denotada por **R(X,O)**, que expressa todas as interações que o indivíduo (**X**) pode ter com o objeto (**O**), que ele manipula, utiliza, fala, sonha, etc. Dizemos que (**O**) existe para (**X**), se a relação pessoal de (**X**) a (**O**) “não é vazia”, o que denotamos por **R(X,O)**. (CHEVALLARD, 2009, p.1).

A noção de relação pessoal coloca em jogo as possíveis atividades realizadas ou pensadas por indivíduo em relação a um objeto qualquer, eventualmente, de saber. Com efeito, percebemos que o autor tem, por conseguinte a necessidade de definir uma terceira noção fundamental. Assim ele escreve:

A terceira noção fundamental refere-se à pessoa. Assim, o par formado por um indivíduo (**X**) e o objeto (**O**) é um sistema de relações pessoais denotado por **R(X,O)** em num dado momento da história de (**X**). O termo “pessoa”, tal

---

2A **Ergonomia Cognitiva** visa analisar os processos cognitivos implicados na interação: a memória (operativa e longo prazo), os processos de tomada de decisão, a atenção (carga mental e consciência), enfim as estruturas e os processos para perceber, armazenar e recuperar informações. (Cañas & Waerns, 2001).

como utilizado aqui não deve ser alusivo: todo indivíduo é uma pessoa, inclusive uma criança. A criança (etimologicamente, é aquele que não fala ainda). É claro que o sistema de relações pessoais de **(X)** a **(O)** evoluem ao longo do tempo. Os objetos que não existiam para ele, passam a existir, outros deixam de existir. Para outras crianças, a relação pessoal de **(X)** a **(O)** muda. Nesta evolução, o invariante é o indivíduo, o que muda é a pessoa. (CHEVALLARD, 2009, p. 1).

Deste modo, para Chevallard (1989, p. 2-3), um objeto **(O)** do saber existe se uma instituição **(I)** ou uma pessoa **(X)** o reconhece como existente. Com essa existência o autor apresenta os seguintes estudos das relações entre os elementos primitivos dessa teoria:

Um objeto **(O)** existe para uma pessoa **(X)** se existe uma relação pessoal, denotada  $R(X, O)$ , da pessoa  $X$  ao objeto **(O)**. Desse modo, a relação pessoal **(O)** determina a maneira como conhece **(O)**. De maneira análoga, se define uma relação institucional de **(I)** a **(O)** denotada por  $R(I, O)$  que exprime o reconhecimento do objeto **(O)** pela instituição **(I)**. Nesse caso, disse que **(O)** é um objeto da instituição **(I)**.

Em nossos estudos consideramos a **GEOSPAÇO: sólidos geométricos** como o objeto **(O)** e o 3º Ano do Ensino Médio do **CATI** como instituição **(I)** onde existe **(O)**.

Além das duas teorias que apresentamos brevemente, recorremos ainda a Noção de Registros de Representação Semiótica, por entendermos que os objetos **(O)** de estudos propostos no ensino de **GEOSPAÇO** podem ser analisados por vários registros de representações.

## A NOÇÃO DE REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA

A Noção de Registros de Representação Semiótica surgiu a partir dos diversos estudos relativos à Psicologia Cognitiva, desenvolvidos pelo filósofo e psicólogo Raymond Duval (1995).

Ao iniciarmos nossos estudos acerca desta teoria nos questionar sobre: “**O que é representação semiótica?**”. Para respondermos a este questionamento, buscamos elementos desta teoria que nos ajudou a compreender melhor sobre as representações semióticas, sanando assim, nossas dúvidas. Sobre **Representação Semiótica** Duval *apud* Henriques, Attie, Farias (2007, p.68) define:

Uma representação semiótica construída a partir da mobilização de um sistema de sinais. Sua significação é determinada, de um lado, pela sua forma no sistema semiótica e de outro lado, pela referência do objeto representado.

Partindo dessa definição apresentada pelos autores, passamos a entender que uma figura geométrica, um enunciado em língua materna, uma fórmula algébrica ou uma representação gráfica, são representações semióticas que manifestam sistemas semióticos distintos. Portanto, o tratamento dos objetos matemático depende das possibilidades de suas representações.

Duval (2003) destaca ainda, duas atividades cognitivas fundamentais: **Tratamento** (as transformações ocorrem dentro de um mesmo sistema) e a **Conversão** (as transformações ocorrem com mudança de sistema, mas, conservando o mesmo objeto matemático) de registros de representações os quais têm grande importância numa análise de atividades matemáticas, seja na perspectiva de ensino/aprendizagem ou numa perspectiva da pesquisa Matemática.

Portanto, percebemos que os objetos que Duval se refere em suas representações, são objetos de estudos, objetos matemáticos institucionalizados, ratificando a articulação entre as três teorias que acabamos de apresentar. Partindo das teorias apresentadas acima e buscando alcançar os objetivos almejados em nossos estudos, tomamos como percurso a **Análise Institucional** e a **Sequência Didática**

## METODOLOGIA

Como objetivamos realizar uma análise institucional em torno dos **Sólidos Geométricos** e suas relações métricas na **GEOESPAÇO** propostos no 3º ano do Ensino Médio (CTA), e destacar as potencialidades do ambiente computacional **CABRI 3D** relativas ao ensino e aprendizagem destes objetos, recorreremos à metodologia de **Análise Institucional** e a **Sequência Didática (SD)**,

Entendendo a **Análise Institucional** como metodologia de pesquisa, Henriques e Serôdio (2013, p. 3), sublinham que:

*A análise institucional, como metodologia de pesquisa, fornece ferramentas para identificarmos as condições e exigências que determinam, numa instituição, as referidas práticas institucionais em torno de objetos de estudos, (...).*

Henriques, Nagamine, Nagamine (2012, p.1268), definem **Análise Institucional** como:

Um estudo realizado em torno de elementos institucionais a partir de inquietações/questões levantadas pelo pesquisador no contexto institucional correspondente, permitindo identificar as condições e exigências que determinam, nessa instituição, as Relações Institucionais e Pessoais a objetos do saber, em particular, os objetos matemáticos, as organizações ou praxeologias destes objetos que intervêm no processo ensino/aprendizagem.

No tocante a **Sequência Didática (SD)**, buscamos em Henriques (2011) que apresenta a **SD**, como um dos aspectos da **Engenharia Didática**<sup>3</sup>, fornecendo a seguinte definição:

Uma **sequência didática** é um esquema experimental formado por situações, problemas ou tarefas, realizadas com um determinado fim, desenvolvido por sessões de aplicação a partir de um estudo preliminar [análise institucional] em torno de um objeto do saber e de uma análise matemática/didática, caracterizando os objetivos específicos de cada situação, problema ou tarefa [constituente de uma praxeologia] (HENRIQUES, 2011, p. 23).

Portanto, entendemos que uma **SD**, é constituída por uma sequência de tarefas [situações problemas] que podem ser aplicadas em sessões, com objetivo de analisar as práticas efetivas de sujeitos de uma instituição, um aluno (ou grupo de alunos) em torno de um objeto do saber, em nosso caso, os **Sólidos Geométricos** e suas métricas na **GEOESPAÇO**. Com base na **Análise Institucional** e na **Sequência Didática** como metodologia de pesquisa, dividimos nossa investigação em quatro fases, a saber:

---

3 A **Engenharia Didática**, vista como metodologia de pesquisa, caracteriza-se por um esquema experimental baseado em realizações didáticas em sala de aula, isto é, na concepção, na realização, na observação e na análise sequencial de atividades de ensino (ARTIGUE, 1988 *apud* HENRIQUES, 1999).

- **FASE 1ª:** Definimos do objeto Matemático de estudo (Sólidos Geométricos e suas métricas na **GEOSPAÇO**); Autorização da instituição de referência/aplicação; Revisão Bibliográfica; Definimos e estudo do nosso quadro teórico.
- **FASE 2ª:** Análise dos elementos institucionais: Parâmetros Curriculares Nacionais Ensino Médio (PCNEM); Projeto Acadêmico do Curso (PAC); Livro Didático (LD). Estudo do *software CABRI 3D*.
- **3ª FASE:** Organizamos e desenvolvemos uma **Sequência Didática (SD)** com base na análise dos elementos institucional contendo um **Dispositivo Experimental (DE)**, contendo duas tarefas, a qual aplicamos a uma turma da instituição, uma turma de 3º Ano do **CTAI**, em dois ambientes de aprendizagens: papel/lápis e computacional.
- **Fase 4ª:** Análise das práticas Efetivas dos Alunos da Instituição de Referência/aplicação nos dois ambientes de aprendizagens envolvidos neste em nossos estudos.

Como base no percurso metodológico apresentado acima, a seguir apresentaremos/discutiremos algumas práticas efetivas dos alunos CTAI envolvidos em nossos estudos.

### PRÁTICAS DOS ALUNOS NO AMBIENTE PAPEL/LÁPIS

Para análise das práticas efetivos dos discentes envolvidos em nossos estudos, apresentaremos a seguir uma das tarefas **T1** propostas em nosso **DE** com sua primeira sub tarefa **t1**, conforme segue:

|            |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |
|------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>T1.</b> | [ <b>Situação-Problema</b> ] Para armazenar seus produtos um agricultor solicita a um pedreiro construir um galpão com teto de “duas águas”, tendo uma base retangular de dimensões $x$ metros de comprimento e $y$ metros de largura. Tal Galpão deve ter $z$ mais $t$ metros de altura. Onde $t$ é a altura máxima do telhado. |
|------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

A primeira sub tarefa que propomos em nosso **DE** foi:

|           |                                                                               |
|-----------|-------------------------------------------------------------------------------|
| <b>t1</b> | Esboçar um desenho no papel que represente a situação relatada em <b>T1</b> . |
|-----------|-------------------------------------------------------------------------------|

Para analisarmos as práticas efetivas dos alunos envolvidos na nossa pesquisa, elaboramos alguns critérios que identificamos por  $C_i$ , sendo que  $i$  é um índice de referência de cada critério  $C$ . Cada critério foi elaborado considerando os conhecimentos da **GEOSPAÇO** que queríamos observar nas práticas efetivas dos alunos envolvidos na realização das tarefas propostas.

#### **Critérios de análise da sub tarefa t1 da tarefa T1:**

- $C_1$ : Interpretou corretamente a situação-problema **T1**, pois, realizou corretamente sua passagem da língua materna para a representação no registro gráfico.
- $C_2$ : Não interpretou corretamente a situação-problema **T1**, pois, realizou incorretamente a passagem da língua materna para a representação no registro gráfico.
- $C_3$ : Marcou os quatro pontos [**A**, **B**, **C** e **D**] no plano de base que corresponde os vértices do retângulo de base para construção do paralelepípedo.
- $C_4$ : Não marcou os quatro pontos [**A**, **B**, **C** e **D**] no plano de base que corresponde os vértices do retângulo de base para construção do paralelepípedo.
- $C_5$ : Construiu o retângulo representante da base do Galpão, atribuindo valores para as variáveis didáticas [comprimento- $x$  e largura- $y$ ].
- $C_6$ : Não construiu o retângulo representante da base do Galpão.
- $C_7$ : Esboçou o desenho representante do crivo do **paralelepípedo** na perspectiva tridimensional, identificando suas dimensões  $x$ - comprimento,  $y$  - largura e  $z$  - altura.

C<sub>8</sub>: Não esboçou o desenho representante do crivo do **paralelepípedo** na perspectiva tridimensional, identificando suas dimensões *x* - comprimento, *y* - largura e *z* - altura.

C<sub>9</sub>: Identificou os vértices da parte superior do crivo do **paralelepípedo** por pontos tais como **A', B', C' e D'**.

C<sub>10</sub>: Identificou o ponto médio do segmento  $A'B'$  sendo extremidade inferior do segmento que representa a altura máxima *t* do telhado.

C<sub>11</sub>: Esboçou o desenho representante do crivo do **prisma reto triangular** correspondente a parte superior do Galpão [telhado com duas águas] na perspectiva tridimensional.

C<sub>12</sub>: Não esboçou o desenho representante do crivo do **prisma reto triangular** que representa a parte superior do Galpão [telhado com duas águas] na perspectiva tridimensional.

Com base nos critérios acima, apresentamos na **Tabela 1**, os dados brutos obtidos na leitura das práticas efetivas dos alunos do 3ª ANO do **CTAI**.

**Tabela 1 – Dados obtidos em t1 de T1, Maio/2014.**

| Critério | C <sub>1</sub>                                             | C <sub>2</sub>  | C <sub>3</sub>  | C <sub>4</sub>  | C <sub>5</sub> | C <sub>6</sub> | C <sub>7</sub> | C <sub>8</sub> |
|----------|------------------------------------------------------------|-----------------|-----------------|-----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|
| Q.M.P.E. | 7                                                          | 12              | 0               | 19              | 3              | 16             | 2              | 17             |
| %        | 36,8                                                       | 63,2            | 0               | 100             | 15,9           | 84,2           | 10,5           | 89,5           |
|          | C <sub>9</sub>                                             | C <sub>10</sub> | C <sub>11</sub> | C <sub>12</sub> |                |                |                |                |
|          | 0                                                          | 19              | 2               | 17              |                |                |                |                |
|          | 0                                                          | 100             | 10,5            | 89,5            |                |                |                |                |
| Q.M.P.E  | Quantidade de Manuscritos de Práticas Efetivas analisadas. |                 |                 |                 |                |                |                |                |
| %        | Práticas efetivas em porcentagem.                          |                 |                 |                 |                |                |                |                |

**Fonte: Dados da Pesquisa (2014).**

Os dados brutos revelam que cerca de 60% dos alunos não interpretou corretamente a situação-problema **T1**, pois não realizou corretamente a passagem do problema da língua materna para a sua representação no registro gráfico. Mais precisamente, vemos que 63,2% deles não conseguiram realizar a subarefa **t1** corretamente. A maioria destes esboçou uma figura plana, que não representava o crivo do objeto tridimensional solicitado. Acreditamos que estes alunos necessitam mais de um investimento em práticas escolares que explore a interpretação, bem como a habilidade na mudança de registros representação da linguagem materna para a representação de objetos da **GEOSPAÇO** em perspectiva tridimensional.

Notamos, também, que nenhum aluno marcou os pontos que representam os vértices do polígono da base. Ou seja, ninguém marcou/identificou os quatro pontos que representam dos vértices do retângulo de base para esboçar o desenho correspondente ao crivo do **prisma** representante do **Galpão**. Deste modo, notamos que a identificação dos pontos dos vértices na construção/esboço de objetos da **GEOSPAÇO**, é mobilizada de forma implícita pelos alunos, pois como podemos ver na **Tabela 1**, 100% dos alunos não identificaram os pontos na construção do crivo dos sólidos.

No tocante ao esboço do retângulo de base para construir o **prisma** que representa o Galpão, temos que somente 15,4% realizou esta construção, e o restante, isto é 84,1% destes alunos não evidenciou este plano. Outro ponto que nos chamou atenção é o fato que ao tentarem realizar esta subarefa, 89,5% dos alunos, esboçou o **prisma** como sendo uma figura plana, ao invés do seu esboço/ilustração como uma figura em perspectiva tridimensional. Apenas um número bem pequeno de alunos [10,5%] representou crivo do paralelepípedo em perspectiva tridimensional. Este fato nos levou a confirmar uma de nossas hipóteses de que, as dificuldades apresentadas pela maioria dos alunos do Ensino Médio ao se relacionarem com os objetos da **GEOSPAÇO**, está no esboço dos desenhos em perspectivas tridimensional no ambiente papel/lápis, como também na interpretação de situação-problema do cotidiano. Observamos ainda que, os mesmos não evidenciam os



objetos matemáticos que são utilizados no esboço do **prisma** em questão, a exemplo dos vértices do crivo do paralelepípedo, que nos leva a crer que estes alunos não fazem associação entre estes objetos matemáticos com a construção das superfícies de sólidos em 3D.

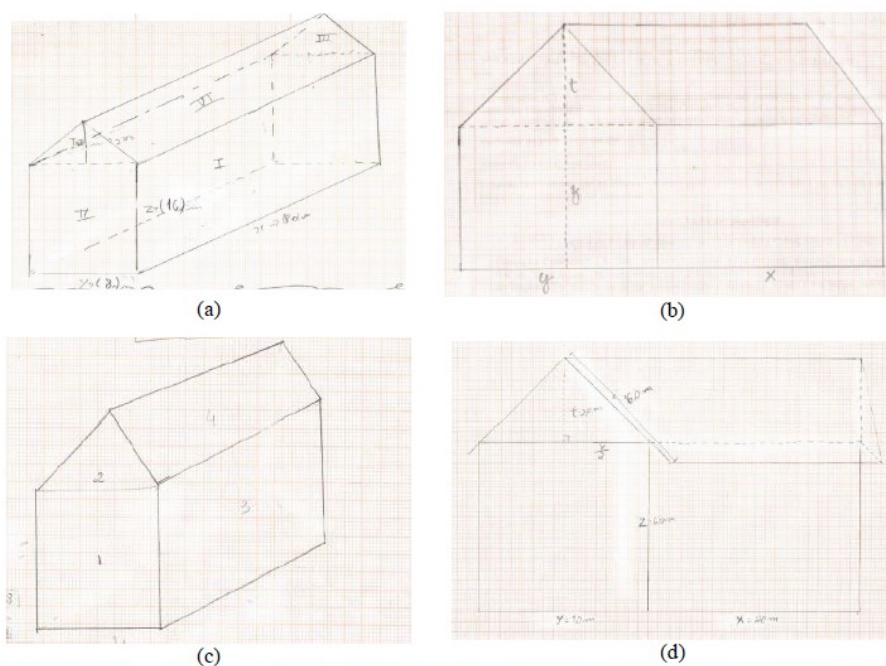
Outro ponto que nos chamou atenção foi o fato de que todos os alunos, mesmo que intuitivamente, determinaram o ponto médio do segmento de reta, que representa a frente o Galpão, isso ocorreu porque utilizaram a noção de simetria para determinar a altura máxima do telhado, evidenciando que esta altura máxima deve ter a mesma distância para dar a queda d'água de maneira proporcional.

No que se refere ao esboço do representante do Crivo do **prisma reto triangular** [telhado do Galpão], constatamos que somente 10,5% dos alunos demonstrar habilidade nessa construção em aparência tridimensional, enquanto 89,5% não.

No tocante ao Crivo – Geométrico, encontramos sua definição a proposta por Henriques (2006, p. 215) que consiste na “Conservação única de partes de superfícies reunidas que formam o contorno do sólido enquanto objeto geométrico fechado”.

Na **Figura 1**, apresentamos recortes das práticas efetivas de quatro alunos envolvidos em nossa pesquisa.

**Figura 1 - Práticas Efetivas de alunos no ambiente papel/lápis.**



**Fonte: Dados da Pesquisa (2014).**

Na **Figura 1**, apresentamos recortes das práticas efetivas de quatro alunos envolvidos em nossa pesquisa, onde na **Figura 1 (a)** vemos a produção de um aluno que realizou a subtarefa **t1** de **T1** corretamente na perspectiva tridimensional, enquanto na **Figura 1 (b)**, que é o caso da maioria, apresentamos o recorte da produção de um aluno que desenhou o Galpão sem mobilizar a visão tridimensional, esboçando um objeto do plano bidimensional. Na **Figura 1 (c)**, percebemos a tentativa do aluno em construir o desenho na perspectiva tridimensional, enquanto, na **Figura 1 (d)**, o aluno desenhou uma figura plana.

Na **Figura 1 (a)** vemos a produção de um aluno que realizou a subtarefa **t1** de **T1** corretamente na perspectiva tridimensional, enquanto na **Figura 1 (b)**, a produção de um aluno que desenhou o Galpão sem mobilizar a visão tridimensional, esboçando um objeto do plano bidimensional. No que se refere ao cálculo das métricas podemos

observar a prática efetiva de uma discente envolvido em nossos estudo, conforme apresenta a **Figura 2**.

**Figura 2: Prática Efetiva de um aluno no cálculo da métrica da tarefa t1**

The image shows a student's handwritten work on a piece of paper. The work is organized into two columns. The left column contains the following text and calculations:

- $t = 2$
- $g = 4$
- $y = 6$
- $x = 5$
- Area da base
- $Ab = b \cdot h$
- $Ab = 6 \cdot 8$
- $Ab = 48 m^2$
- Volume do paralelepípedo
- $V = Ab \cdot h$
- $V = 48 \cdot 4$
- $V = 192 m^3$

The right column contains the following text and calculations:

- T1 [t2]
- Area da base  $\Delta$  (telhado)
- $Ab = \frac{b \cdot h}{2}$
- $Ab = \frac{6 \cdot 8}{2}$
- $Ab = 6 m^2$
- Volume do telhado
- $V = Ab \cdot h$
- $V = 6 \cdot 8$
- $V = 48 m^3$
- $V_T = 192 + 48$
- $V_T = 240 m^3$

There are several red checkmarks and a red arrow pointing from the left column to the right column, indicating a comparison or correction of the work.

**Fonte: Dados da Pesquisa (2014).**

Diante de todas as constatações anteriores e das observações em torno da prática efetiva dos quatro alunos na realização destas tarefas, podemos dizer que o ambiente papel/lápis, pelo seu aspecto estático, não favorece, por si só, os alunos do Ensino Médio, perceberem as limitações impostas por este ambiente nas construções de objetos geométricos com aparência tridimensional no plano.

## **PRÁTICAS DOS ALUNOS NO AMBIENTE COMPUTACIONAL *CABRI 3D***

O segundo momento de nossa investigação foi aplicarmos o mesmo DE no ambiente de aprendizagem *CABRI 3D*, onde realizamos algumas adequações do DE para este ambiente.

A seguir, destacaremos as práticas efetivas dos alunos da instituição de aplicação em torno da construção, visualização e determinação das métricas dos **Sólidos Geométricos** e determinação de suas métricas no ambiente computacional *CABRI 3D* da mesma tarefa apresentada acima.

Para analisarmos as práticas efetivas dos alunos da instituição de aplicação em torno dos conhecimento dos **Sólidos Geométricos** e na determinação de suas métricas no ambiente computacional *CABRI 3D*, estabelecemos critérios para análise das subtarefas proposta em nosso **DE**, os quais identificamos por **C<sub>i</sub>**, onde **i** é um índice de referência de cada critério **C**. A seguir, apresentados os critérios **C** para análise da subtarefas **t1** da tarefas **T1**.

### **Critérios de análise da subtarefa t1 da tarefa T1:**

**C<sub>1</sub>:** Construiu um retângulo utilizando a ferramenta **Paralelepípedo XYZ**.

**C<sub>2</sub>:** Identificou os vértices do retângulo usando a ferramenta **Ponto** e manipulação para denominar os pontos por: **A, B, C** e **D**.

**C<sub>3</sub>:** Identificou o comprimento  $x$  [segmento  $\overline{AD} \equiv \overline{BC}$ ] e a largura  $y$  [ $\overline{AB} \equiv \overline{CD}$ ] do retângulo, utilizando a ferramenta **Manipulação**.

**C<sub>4</sub>:** Determinou o ponto médio (**M**) em um dos segmento de medida  $y$ .

**C<sub>5</sub>:** Construiu retas perpendiculares ao plano base, passando pelos pontos **A, M** e **B**.

**C<sub>6</sub>:** Determinou a altura  $z$  nas retas perpendiculares que passam pelos pontos **A** e **B**, usando as ferramentas **Calculadora** e **Transferência de Medidas**.



- C<sub>7</sub>**: Determinou a altura máxima de Galpão  $z + t$  na reta perpendicular ao plano de base passando pelo ponto **M**, usando as ferramentas **Calculadora** e **Transferência de Medidas**.
- C<sub>8</sub>**: Marcou os pontos **A'**, **B'** na altura  $z$  das retas perpendiculares ao plano de base passando pelos pontos **A** e **B**, e ponto **M'** na altura  $z + t$  na reta perpendicular ao plano de base passando pelo ponto **M** respectivamente.
- C<sub>9</sub>**: Uniu os pontos **A**, **M**, **B**, **B'**, **M'** e **A'** por segmentos de retas, usando a ferramenta **Segmentos** definidos por dois pontos.
- C<sub>10</sub>**: Escondeu as retas perpendiculares ao plano de base, usando o recurso **CTRL + M**.
- C<sub>11</sub>**: Construiu um polígono definido pelos pontos **A**, **M**, **B**, **B'**, **M'** e **A'**.
- C<sub>12</sub>**: Construiu um vetor passando pelo comprimento  $x$  [segmento  $\overline{AD}$  ou  $\overline{BC}$ ].
- C<sub>13</sub>**: Utilizou a ferramenta **Prisma** [prisma definido por um polígono como base e um vetor], para construir a superfície do crivo do **Sólido Geométrico** que representa o Galpão solicitado na tarefa **T1**.
- C<sub>14</sub>**: Realizou algumas formatações no crivo do sólido que representa o Galpão idealizado pelo agricultor, a exemplo, mudança de cores das superfícies, tamanho de ponto, tamanho da superfície, espessura da superfície, etc.

Com base nos critérios acima, exibimos na **Tabela 2**, os dados brutos adquiridos na leitura das práticas efetivas dos alunos do 3<sup>a</sup> ANO do **CTAI**

**Tabela 2 - Dados obtidos em t1, Maio/2014.**

| Critério | C <sub>1</sub>                                                  | C <sub>2</sub>  | C <sub>3</sub>  | C <sub>4</sub>  | C <sub>5</sub> | C <sub>6</sub> | C <sub>7</sub> | C <sub>8</sub> | C <sub>9</sub> | C <sub>10</sub> |
|----------|-----------------------------------------------------------------|-----------------|-----------------|-----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|-----------------|
| QAPC     | 11                                                              | 0               | 2               | 11              | 11             | 2              | 0              | 0              | 11             | 11              |
| %        | 100                                                             | 0               | 18,2            | 100             | 100            | 18,2           | 0              | 0              | 100            | 100             |
|          | C <sub>11</sub>                                                 | C <sub>12</sub> | C <sub>13</sub> | C <sub>14</sub> |                |                |                |                |                |                 |
|          | 11                                                              | 11              | 11              | 7               |                |                |                |                |                |                 |
|          | 100                                                             | 100             | 100             | 63,7            |                |                |                |                |                |                 |
| QAPC     | Quantidade de Arquivos dos alunos produzidos no <i>CABRI 3D</i> |                 |                 |                 |                |                |                |                |                |                 |
| %        | Práticas efetivas dos alunos em Percentual                      |                 |                 |                 |                |                |                |                |                |                 |

**Fonte: Dados da Pesquisa (2014)**

De acordo com os critérios estabelecidos, analisaremos / estudaremos as práticas efetivas dos alunos da instituição de aplicação em torno de seus conhecimentos sobre a construção dos **Sólidos Geométricos** no ambiente computacional *CABRI 3D*, evidenciando as técnicas/estratégias utilizadas para construir o crivo das superfícies dos **Sólidos Geométricos** presente nas tarefas propostas no dispositivo experimental.

Ao analisarmos as práticas efetivas dos alunos, percebemos que 100% dos alunos construíram inicialmente uma região retangular de base para construir a superfície do Galpão, solicitado em **T1**, no entanto, nenhum deles identificou os vértices dessa região retangular, o mesmo que ocorreu no ambiente papel/lápis, ou seja, ao construir superfícies que delimitam um sólido não evocam objetos matemáticos que fazem parte desta construção, também não seguiram a orientação da tarefa, ao identificar o comprimento  $x$  e a largura  $y$  do retângulo, pois somente 18,2% os identificou.

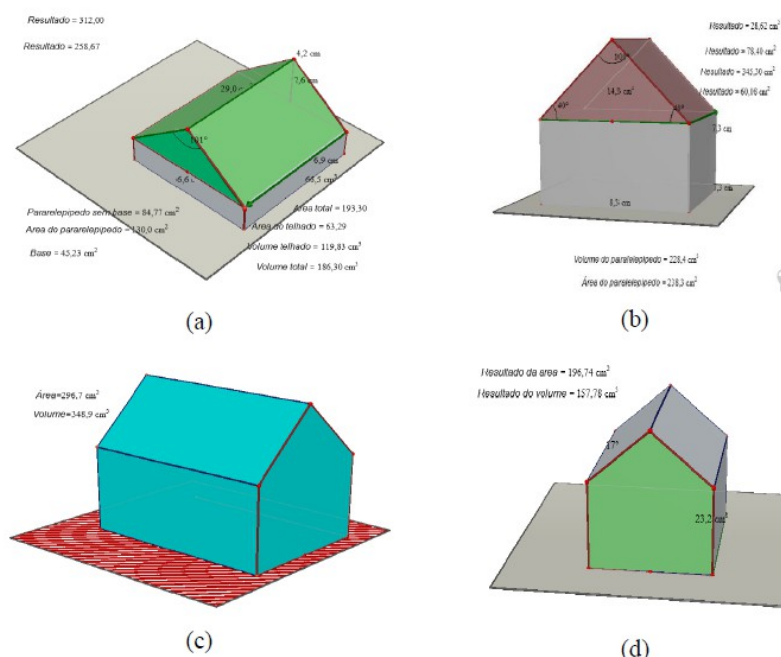
Em seguida constatamos, que 100% dos alunos determinaram o ponto médio **M** do segmento de reta que tem como medida  $y$  da região retangular construída, para em seguida construir três retas perpendiculares no plano base, passando pelos vértices **A**, **M** e **B** presentes no segmento de reta de medida  $y$ . Dando continuidade na execução da tarefa, percebemos que 100% dos alunos determinaram a altura  $z$ ,  $z+t$  e  $z$  nestas respectivas retas, porém, não identificou as alturas por pontos **A'**, **M'**, **B'**. Em seguida, constatamos que 100% dos alunos realizaram a união desses pontos **A**, **M**, **B**, **B'**, **M'**, **A'**, para em seguida utilizar a ferramenta Polígono, construiu uma região poligonal que representa a parte frontal do Galpão. Verificamos também, que 100% dos alunos construíram um vetor passando por um

dos segmento de reta de comprimento  $x$ . Para construir a superfície do sólido [prisma] que representa o Galpão, notamos ainda, que 100% dos alunos utilizaram a ferramenta prisma definido por um polígono e um vetor, deste modo, executando esta sub tarefa proposta.

Percebemos também que, 63,7% dos alunos fez pelo menos uma formatação na construção, a exemplo, mudança de cor da superfície, da área de trabalho. Um fato que nos chamou atenção, foi que a maioria dos alunos, ativaram a Rotação automática da superfície, a qual permitia visualizar a superfície do sólido construindo em rotação, sem que nós evidenciasse em nenhum momento está ferramenta.

Na **Figura 3**, podemos visualizar tarefas de quatro alunos neste ambiente. Constatamos também que nenhum aluno realizou a transformação de medida de  $\text{cm}^2$  para  $\text{m}^2$ , unidades de medida do Galpão idealizado pelo agricultor.

**Figura 3 - Práticas Efetivas de alunos no ambiente computacional CABRI 3D.**



**Fonte: Dados da Pesquisa (2014)**

Diante dos dados que acabamos de apresentar, acerca das práticas efetivas dos alunos em torno da construção e visualização da superfície do prisma que representa a situação-problema proposta na primeira tarefa, podemos notar que este ambiente de aprendizagem realmente potencializa a construção do crivo de **Sólidos Geométricos**, pois, os alunos demonstraram mais atraído na construção e visualização destes sólidos neste ambiente do que no ambiente papel/lápis.

Acreditamos, que está atratividade oferecida pelo *software CABRI 3D* é devido à facilidade na construção e visualização dos sólidos em questão, enquanto o ambiente papel/lápis apresenta muitas limitações para projetar objetos tridimensionais do plano.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

Diante das análises das práticas efetivas dos alunos envolvidos em nossa pesquisa, percebemos que as dificuldades apresentadas pelos alunos do Ensino Médio na relação com a **GEOSPAÇO**, estão fortemente ligadas com as práticas institucionais adotadas nesta instituição, as quais são influenciadas pelas estruturas organizacionais e

praxeologias propostas nos Livros Didáticos, adotados neste segmento de ensino. Podemos, contudo, concluir que o uso do ambiente papel/lápis interlaçado com o uso do ambiente computacional da Geometria Dinâmica *CABRI 3D* no estudo dos **Sólidos Geométricos** e suas métricas motivou significativamente a participação dos alunos do 3º ANO do CTAI na pesquisa, o que nos leva a refletir positivamente sobre as potencialidades proporcionadas por este *software* para o ensino e a aprendizagem da GEOSPAÇO.

Assim, insistimos afirmando que as aprendizagens da Geometria Espacial, em especial, das construções geométricas de crivos dos sólidos estudados no Ensino Médio e a determinação de suas métricas, pelos alunos, se tornam mais atraentes e significativas, se os dois ambientes de aprendizagem forem efetivamente explorados nas suas práticas efetivas, considerando.

## REFERÊNCIAS

CHEVALLARD, Yves, **La TAD face au professeur de mathématiques**, UMR ADEF, Toulouse, le 29 avril 2009.

CHEVALLARD, Yves. **Conceitos Fundamentais da Didáctica**: As Perspectivas Trazidas por uma Abordagem Antropológica. Didáctica das Matemáticas, (Título original: Didactique des mathématiques), Direção: Jean Brun, direitos reservados para a língua portuguesa: Instituto Piaget, Coleção: Horizontes Pedagógicos, sob a direção de Antônio Oliveira Cruz, Tradução: Maria José Figueiredo, Delachaux et Nictlé, S.A. 1996, pags.115-153.

DUVAL, Raymond. **Registros de Representações Semióticas e Funcionamento Cognitivo da Compreensão em Matemática**. Aprendizagem em Matemática: Registros de Representação Semiótica. Organizado por MACHADO, Sílvia Dias Alcântara. São Paulo: Editora Livraria do Campus, 2003.

HENRIQUES, Afonso, ATTIE, João Paulo, FARIAS, Luiz Márcio Santos. **Referências Teóricas da Didática Francesa**: Análise didática visando o estudo de integrais múltiplas com auxílio do software Maple, Revista Educação Matemática Pesquisa, vol. 9.1, 2007

HENRIQUES, Afonso; NAGAMINE, André; NAGAMINE, Camila Macedo Lima. **Resumo Reflexões Sobre Análise Institucional**: o caso do ensino e aprendizagem de integrais múltiplas, BOLEMA, Rio Claro (SP), v. 26, n. 44, dez. 2012.

HENRIQUES, Afonso; SERÔDIO, Rogério. **Intervenção de Tecnologias e Noções de Registros de Representação do Estudo de Integrais Múltiplas na Licenciatura em Matemática**, Anais do VI Colóquio de História e Tecnologia no Ensino de Matemática (VI HTEM) 15-19 de julho de 2013, UFSCAR, São Carlos, SP.

LIMA, Sérgio Luis dos Santos. **Ergonomia Cognitiva e a Interação Pessoa Computador**: Análise da Usabilidade da Urna Eletrônica 2002 e do Módulo Impressor Externo. Dissertação de Mestrado, Florianópolis, 2003.

RABARDEL, Pierre. **Le Mathématicien, le Physicien et le Psychologue**: Outils pour le calcul et le traçage de courbes CNDP-DIE – Mars 1995.

# ENTRE PROJETOS, MEDIÇÕES E BAMBUS: UM CURRÍCULO VAI SE INVENTANDO

Paulo Ricardo Ramos Pereira<sup>1</sup>

Sônia Maria Clareto<sup>2</sup>

Universidade federal de Juiz de Fora, prrpuffj@gmail.com  
Universidade Federal de Juiz de Fora/ Departamento de Educação, [sclareto@yahoo.com.br](mailto:sclareto@yahoo.com.br)

## Resumo:

Este artigo se compõe junto a uma pesquisa que vem sendo realizada em uma escola de tempo integral, no município de Juiz de Fora. A escola tem aulas da grade curricular pela manhã e projetos realizados na parte da tarde. Um desses projetos se tornou nosso foco de estudo para realização deste artigo. Uma possibilidade de ocupação de um terreno pertencente à escola foi o disparador do projeto. Durante sua elaboração e construção, algumas inquietações sobre medida, área e escala se tornaram questões. Que medida? Que área? Neste texto vamos trazer o trabalho realizado pelos alunos e as afetações e atravessamentos de um currículo, com o movimento da vida escolar. Um currículo vai se inventando em meio a bambus, medidas, *quases* e esboços. Escola e currículo sempre em movimento, atravessados por bambus, por brincadeiras, pelo *quase*, pelas (im)possibilidades, pela vida...

**Palavras-chave:** Medidas. Escala. Escola de tempo integral.

## Introdução

Uma escola de tempo integral, no município de Juiz de Fora (MG), com turmas do primeiro ao nono ano do Ensino Fundamental, além da Educação Infantil. Nesta escola vem acontecendo, desde 2013, a pesquisa: *“Por uma educação matemática menor: currículo e formação de professores junto à sala de aula de matemática”*<sup>3</sup>. O interesse da investigação gira em torno de estudar a formação de professor de matemática e o currículo escolar, junto à matemática que acontece na sala de aula. A equipe executora é formada por dois alunos de licenciatura em matemática (bolsistas de Iniciação Científica no projeto), uma mestrande professora de matemática, o professor de matemática da escola e a coordenadora, professora na Universidade Federal de Juiz de Fora. Na pesquisa são acompanhadas as aulas de matemática, além de diversas atividades realizadas na escola.

---

<sup>1</sup> Aluno na Universidade Federal de Juiz de Fora. Cursando oitavo período do curso de Licenciatura em Matemática.

<sup>2</sup> Professora associada da Universidade Federal de Juiz de Fora e professora-pesquisadora do Programa de Pós-Graduação em Educação da Faculdade de Educação da UFJF (Universidade Federal de Juiz de Fora).

<sup>3</sup> Pesquisa financiada pela Capes e pela Fapemig (Acordo CAPES/FAPEMIG, Processo nº APQ 03480-12) e coordenada pela Sônia Maria Clareto.

Por tratar-se de uma escola de período integral, tem buscado estabelecer modos de organização espaço-temporal que atendam mais dinamicamente esta realidade. Assim, durante as manhãs acontecem as aulas das disciplinas curriculares, que são realizadas em salas de aula com duração de cinquenta minutos, começando às sete horas e trinta minutos e terminando às doze horas. Há um intervalo de dez minutos, entre as nove horas e dez minutos e as nove horas e vinte minutos, no qual os alunos lancham no refeitório. Ao término das aulas pela manhã, os alunos almoçam na escola e ficam no pátio brincando, cantando, andando de skate, jogando pingue pongue, jogando bola, namorando... São disponibilizados alguns jogos em mesas no centro do pátio, como xadrez, kalah<sup>4</sup>, quebra-cabeça, e os alunos podem usá-los ou, se preferirem, podem ficar na biblioteca lendo livros ou contando histórias com os alunos mais novos.

**Figura 1: Alunos no intervalo do almoço**



Foto compõe o banco de dados do projeto.

Durante as tardes são realizados projetos, ofertados para todas as turmas do quinto ao nono ano e são elaborados pelos professores junto à coordenação pedagógica. Cada professor define o que pretende trabalhar e, durante uma semana, são visitadas todas as salas do quinto ao nono ano, com o intuito de fazer uma apresentação das propostas para o trabalho com os projetos de cada um dos docentes.

Quando todos os projetos são apresentados, cada aluno tem o direito de escolher um deles para se inscrever e participar. Existem projetos variados, como xadrez, música, contadores de história, futebol, informática, teatro, mágica, fotografia... As vagas para cada projeto são limitadas, porém todos os alunos participam de pelo menos um desses projetos, mesmo não sendo o projeto que desejavam a princípio. A escolha do projeto é feita individualmente e a ordem de priorização da escolha varia a cada ano. Por exemplo, se em um ano os primeiros a escolherem são os alunos do sexto ano; em

---

<sup>4</sup> Trata-se de um jogo da família das mancalas. “Mankala é uma palavra árabe, que significa ‘transferir’. Pedras ou sementes são transferidas de um recipiente a outro em um tabuleiro com duas, três ou quatro filas de recipientes. [...] O jogo tem sido praticado por reis, em belos tabuleiros entalhados em madeira ou em tabuleiros de ouro, e por crianças, que fazem buracos no chão” (ZASLAVSKY, 2000, p. 32). Jogo muito difundido em todo o continente da África. Acredita-se que tenha chegado ao Brasil trazido por escravos africanos. O Kalah, muito praticado na escola em questão neste artigo, tem duas fileiras de recipientes. Esta escola toma a cultura africana como centro de sua construção curricular.

segundo lugar, os alunos do nono ano; em terceiro, os alunos do quinto ano; e, por último, os alunos do oitavo ano; no ano seguinte, é feita uma nova ordem de escolha, de maneira que, ao final do nono ano, os alunos tenham tido a oportunidade de passar por toda a ordem de escolha.

Em 2014, um desses projetos foi se inventando junto à equipe executora da pesquisa e que atua na escola. Com o professor de matemática, responsável pela criação do projeto, cogitamos a possibilidade de criar um projeto que estudasse propostas de utilização de um terreno ocioso que pertence à escola. Este terreno se situa dentro dos limites da escola. Com este trabalho pretendíamos investigar como seriam pensadas e elaboradas situações de uso daquele espaço. Temas como noções de medida, área, escala, ocupação de espaço apareceram como possibilidade no planejamento da atividade.

Dialogando com os alunos, apresentamos nossa proposta de projeto. Foi cogitada a possibilidade de levarmos à direção as propostas de ocupação do espaço para estudos de viabilização e efetivação de tais projetos. Os alunos ficaram empolgados com esta possibilidade e começaram a ponderar acerca da viabilização do projeto. Uma aluna questiona se a escola teria condições financeiras para bancar os gastos com tais projetos. Porém, os próprios colegas afirmam que, caso não houvesse dinheiro suficiente, eles poderiam vender rifas, fazer doces, gincanas... Logo percebemos que a turma tinha se interessado pela criação do projeto.

*Enquanto isso, o terreno esperava....*

Esta escola funciona no prédio atual desde 2009, quando da sua construção. Anteriormente ocupava um espaço adaptado para escola, uma vez que a sede oficial estava correndo risco de desabamento. O espaço adaptado era uma casa de campo. Como se tratava de um local temporário, a escola teve que se adaptar ao espaço e não o contrário. Ao se adaptar ao espaço, a escola criou possibilidades de flexibilização em seu currículo e em suas práticas educativas, tais como criação de espaços de convivência nos ambientes externos da escola-casa, flexibilização de horários, adaptação de atividades ao ar livre etc. Havia, ali, muito espaço externo e a adaptação às novas condições espaciais propiciaram também novos modos de convivência<sup>5</sup>.

Ao ser projetado a nova unidade, a comunidade escolar se organizou para reivindicar mais espaço externo para que as atividades adaptadas – que efetivamente estavam funcionando bem – pudessem ter continuidade.

*Reivindicaram os seguintes ambientes para constituir o espaço escolar: no que se refere ao prédio escolar – nove salas de aula, duas salas multiusos (artes em geral e artes cênicas), seis banheiros, dois banheiros adaptados (para alunos portadores de necessidades especiais), uma biblioteca, uma secretaria, uma sala para administração, uma sala para a coordenação pedagógica, uma sala de apoio pedagógico (sugestão da engenheira), uma sala de informática (sugestão da secretária de educação), refeitório para cem alunos, cozinha e dispensa; no que se refere à área externa: quadra poliesportiva coberta e com vestiário, pátio com área aberta, **área para horta, área verde** com parquinho de madeira e, ainda, a*

---

<sup>5</sup> Duas dissertações defendidas no Programa de Pós-graduação em Educação (PPGE/UFJF) discutem essas transições espaciais desta unidade escolar: Sá (2006) e Nascimento (2009).

*construção de um bebedouro de alvenaria (SÁ, 2006, p. 64-65, destaque nosso).*

Neste momento começa a surgir o terreno com o qual lidamos na atividade discutida neste artigo... Longe de ser aquilo que habitava o sonho de professores e professoras e da direção da escola, este prédio foi a negociação possível.

Em Sá (2006), são explicitados alguns desses sonhos, como o da então diretora da escola, que fala do modo como compreende que a escola poderia funcionar:

*É uma escola com uma área de administração e chalés organizados numa **área verde** muito grande. Que não seja um prédio todo terminado. Mas, com chalés independentes para que a gente pudesse trabalhar numa perspectiva de educação por oficinas [...]. E que as crianças pudessem trabalhar independente da idade, mas pelo gosto, pelo gosto de conhecer. [...] Eu penso, assim, uma escola que não tenha muro, que não seja dividida, como aquela que a gente tem lá, né? (referência à sede antiga da escola Experimental). Ou que os muros sejam baixos, uma escola onde o acesso para a rua seja... Que as pessoas vejam o que está acontecendo lá dentro. Uma escola sem muro. (SÁ, 2006, p. 66, destaque nosso).*

O espaço ao qual este artigo se refere foi conseguido pela comunidade escolar para que pudesse atender às demandas desencadeadas pela necessidade de adaptação da escola ao espaço da escola-casa.

*E o terreno lá, esperando...*

### **Projeto em movimento**

Organizamos os alunos em três grupos. A turma era formada por vinte e um alunos, do quinto ao nono ano. Cada grupo contou com o apoio de um dos bolsistas do projeto (dos dois alunos de graduação ou da mestranda)<sup>6</sup>, e cada grupo recebeu um caderno com folhas em branco<sup>7</sup> para a elaboração das atividades do projeto.

Começar: por onde? Como começar um projeto? O primeiro passo foi uma conversa levantando os interesses de ocupação daquele espaço: fazer uma horta, construir uma piscina, uma quadra de esportes ou um jardim. Várias opiniões, inúmeras possibilidades. Mas, será que cabe uma piscina naquele terreno? Ou uma quadra?

Sim, precisávamos medir o terreno para saber o que efetivamente poderia ser aí projetado.

*E o terreno lá, esperando...*

Para projetar o que seria construído era necessário, então, saber a área do terreno. Mas, que área? Área?

---

<sup>6</sup> Neste artigo será abordado o trabalho realizado com um desses três grupos.

<sup>7</sup> Cada grupo recebeu um caderno com folhas em branco. Este caderno funcionou como um diário, no qual os membros do grupo se organizavam para registrar as atividades desenvolvidas pelo grupo ao longo do projeto. Alguns alunos levaram o caderno para casa com o objetivo de continuar e expandir os registros.



s.f. Superfície plana delimitada. Medida de uma superfície. Em matemática, a área de uma superfície é o número de unidades de área que ela contém. A área pode ser medida em unidades como metros quadrados, quilômetros quadrados, ou hectares. Você pode recortar um retângulo de 3 cm por 2 cm em seis pedaços quadrados de 1 cm de lado. A área é igual à soma das áreas dos seis pedaços. A palavra área também se refere ao espaço de dentro de triângulos, círculos e outras curvas. Espaço aberto no interior de um edifício. Fig. Campo, âmbito de certos ramos de conhecimento, de determinada atividade ou competência: área das ciências. (SANTOS; NEVES, 2015)

Área de uma superfície plana delimitada. Medida de uma superfície. Surge outra questão. Que medida?

*[...] para medir o comprimento de um objeto o aluno precisa saber quantas vezes é necessário aplicar uma unidade previamente escolhida nesse objeto, ou seja, executar duas operações: uma geométrica (aplicação da unidade no comprimento a ser medido) e outra aritmética. (BRASIL, 1997, p. 54).*

Corpos ansiosos: era hora de colocar a “mão na massa”. Era preciso saber a área do terreno. Era preciso medir. Era preciso ter uma unidade de medida. Grupos no local. Mas mesmo estando ali, ainda à dúvida: como poderíamos medir o terreno?

Medição. Ação ou efeito de medir. Adotar uma ação. Uma ação de medir... Mas, não iríamos utilizar fitas métricas. Era preciso inventar. Uma aluna diz: *vamos medir com a régua!* Outra contesta: *a régua é muito pequena. Vamos medir com a régua esse pedaço de bambu, e depois vamos medir o terreno com o bambu.* A medida como ação de medir, como invenção de medir.

Vamos medir o terreno. Vamos medir o bambu: a régua “cabe” quase cinco vezes no bambu. *Há! Então o bambu tem quase um metro e meio!* Tínhamos quase a medida do bambu. Tínhamos quase uma unidade de medida. A medida do bambu para achar a medida do terreno, para achar a área do terreno. Faltava a medida do terreno.

*Grande parte do cálculo realizado fora da escola é feito a partir de procedimentos mentais, que nem sempre são levados em conta no trabalho escolar.*

*Nas situações práticas, frequentemente, não se dispõe de lápis e papel, tampouco é necessário, pois a maioria das respostas não precisa ser exata, basta uma aproximação. Existem ainda as balanças e as calculadoras que informam resultados com precisão. Por essas razões, uma das finalidades atuais do ensino do cálculo consiste em fazer com que os alunos desenvolvam e sistematizem procedimentos de cálculo por estimativa e estratégias de verificação e controle de resultados.*

*Para atender a esse objetivo, é primordial que aprendam a reconhecer se certos resultados relacionados a contagens, medidas, operações são ou não razoáveis em determinadas situações. A estimativa constrói-se juntamente com o sentido numérico e com o significado das operações e muito auxilia no desenvolvimento da capacidade de tomar decisões. O trabalho com estimativas supõe a*



sistematização de estratégias. Seu desenvolvimento e aperfeiçoamento dependem de um trabalho contínuo de aplicações, construções, interpretações, análises, justificativas e verificações a partir de resultados exatos. (BRASIL, 1997, p. 76-77)

*E o terreno lá esperando?...*

Corpos lançados. Tínhamos o bambu. Medimos os lados do terreno. Descobrimos que o terreno tem *quase* trinta e um bambus de frente, e *quase* trinta e seis de lado. Considerando aqui a frente como sendo a parte do terreno que é paralelo ao muro lateral da escola e o lado sendo a parte perpendicular à parede da escola que faz a divisa do terreno. Tínhamos a área: *quase* mil cento e dezesseis bambus quadrados. Tínhamos a medida? Bambus ao quadrado? Bambus ao quadrado!

**Figura 2: Imagem aérea do terreno**



Disponível em

<https://www.google.com.br/maps/place/Escola+Municipal+Jos%C3%A9+Calil+Ahouagi>. Acesso em 22 de jun.

O que foi feito? A identificação da “medida como um número que representa o resultado da comparação entre duas grandezas de mesma natureza, por meio da divisão (quantas vezes cabe)” (BRASIL, 2007, p. 10).

**Figura 3: Medindo o terreno**



Foto do acervo da equipe executora da investigação.

## Esboço

Hora de por no papel, pois tínhamos um projeto a fazer!

Porém, algo surpreendente aconteceu e nos atravessou de um modo que não conseguimos controlar: antes de sairmos do terreno em direção à sala de aula, foram encontradas “*munições*”: bolinhas, de algum tipo de semente, que brotam em árvores. Uma criança lançava na outra, e outra lançava em outra e elas se lançavam. Todos entramos na brincadeira. Sorrisos e sorrisos. As bolinhas quando em contato com o corpo impulsionavam certa coceira. Estávamos todos lançados. Todos se coçando... Uma coceira, um certo incômodo na pele... O que, em um currículo, causa coceira? O que, em um currículo, causa incômodo? Aquilo é escola? Aquilo é projeto? Aquilo é trabalho? Aquilo é escape? Aquilo é?

Corpos se coçando, se incomodando, se implicando...

*E o terreno lá esperando, esperava por isso?*

Corpos lançados, tramando encontros, tramando medições, tramando outros corpos.

*O que define um corpo é esta relação entre forças dominantes e forças dominadas. Toda relação de forças constitui um corpo: químico, biológico, social, político. Duas forças quaisquer, sendo desiguais, constituem um corpo desde que entrem em relação; por isso o corpo é sempre fruto do acaso, no sentido nietzscheano, e aparece como a coisa mais “surpreendente” [...]. O corpo é fenômeno múltiplo, sendo composto por uma pluralidade de forças irreduzíveis; sua unidade é a de fenômeno múltiplo, “unidade de dominação” (DELEUZE, 1976, p. 21).*

*E o terreno lá esperando e tramando...*

De volta à sala. Era hora de organizar o que seria feito. *Vamos fazer um esboço primeiro.* Era uma possibilidade. *Vamos usar a folha do caderno do projeto para fazer o terreno.* Um esboço do terreno é feito na folha.

*Esboço: Reunião dos traços primários que, sendo provisórios, dão início a uma obra de arte, a um desenho etc. O que pode representar um resumo; síntese: realizou um esboço concreto das notícias. Aquilo que se apresenta de maneira breve e provisória: esboço do trabalho. Figurado. As ideias iniciais acerca de alguma coisa; começo. Ação que teve seu desenvolvimento interrompido por alguma coisa (no início). Os princípios iniciais que definem alguma coisa. Aquilo que se apresenta com a configuração (contorno) de vultos; sombra. (SANTOS; NEVES, 2015)*

Começou-se a esboçar, então, um *início*, uma *sombra*, uma *reunião de traços primários* que, sendo provisórios, daria início a uma *obra de arte*. O terreno já estava na folha.

**Figura 4: Esboço do terreno**

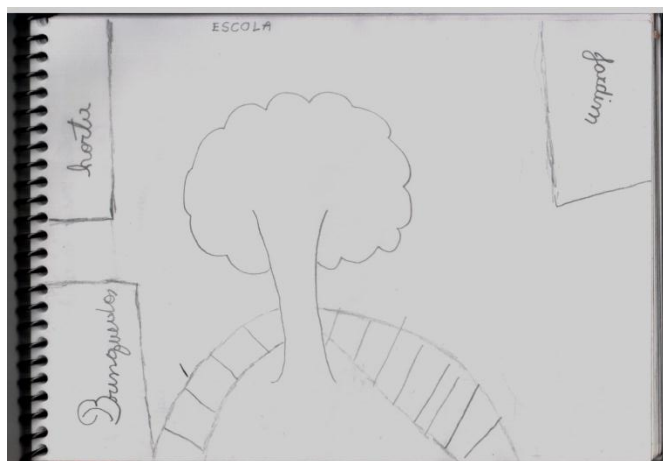


Imagem extraída da folha de um dos cadernos realizados na pesquisa.

*O terreno já estava na folha? O terreno esperava, na folha, pelo lápis.  
O terreno espera na folha?*

Uma lista de possíveis modos de ocupação do espaço foi feita. Uma árvore no meio, em volta alguns bancos. Um campo de futebol. Uma horta próxima ao muro da escola, pois fica perto da torneira. Um jardim. Alguns brinquedos (brinquedos com os quais os alunos mais velhos pudessem brincar, pois a escola tem um parquinho, mas só os alunos da Educação Infantil podem usá-lo).

*E o terreno, lá esperando?...*

Conversando acerca daquilo que poderia ser elaborado em cada uma das regiões desenhadas as opiniões vinham e decisões iam sendo tomadas: a árvore será uma mangueira, pois faz lembrar a antiga escola em que estudavam<sup>8</sup>; os bancos serão de madeira, porque o pai de uma das integrantes dos grupos é marceneiro. Segundo a aluna, seu pai poderia construir os bancos para escola em um preço abaixo do preço de mercado. O campo de futebol será gramado, e a grama poderia ser comprada em uma loja que fica perto da escola, cujo dono é pai de um dos alunos. As traves do gol podem ser de madeira, de tal forma que o mesmo pai que fizer o banco, pode fazer os gols. Na horta teremos couve, alface, tomate, abóbora, dentre outros legumes e verduras. Serão

<sup>8</sup> Muitos alunos que participam deste projeto estudam naquela escola desde a Educação Infantil e, portanto, estudaram no antigo prédio da unidade escolar, a escola-casa. Aquela experiência, naquele espaço improvisado, parece ter marcado muitos deles, pois, em diferentes momentos, a imagem daquela escola volta e, em especial, a memória das atividades desenvolvidas no espaço externo. A mangueira, árvore frondosa, vigorosa que compunha aquele espaço, é retomada em diferentes momentos. Três investigações desenvolvidas nesta escola, uma delas se constituiu em tese de doutorado e duas em dissertações de mestrado, estudam esta dinâmica espacial: Borges (2011), Nascimento (2009) e Sá (2006).

plantados também pés de frutas como laranja, limão e mexerica... Todos os materiais serão conseguidos com familiares, já que a escola, mesmo não ficando em uma zona rural, encontra-se em uma região de muitas casas de campo, o que pode facilitar a obtenção desses produtos. No jardim teremos vários tipos de flores, como orquídea, begônia, flores do campo, que também poderão ser doadas por moradores locais e familiares de alunos. E, por fim, os brinquedos que, de todas as possibilidades pensadas, era a que provavelmente representaria maior custo para a escola. Foram planejados: um escorregador, uma gangorra, um túnel, uma balança... Esses brinquedos teriam que ser construídos com materiais mais resistentes para serem duradouros, pois seriam usados por alunos que, em média, tinham treze anos.

*E o que esperava o terreno? O que esperar de um terreno?...*

Com as medidas do terreno e com o esboço feito, era necessário concluir o projeto. Tínhamos tudo o que seria feito no terreno. Tínhamos as medidas, os materiais, os lugares onde ficaria cada material, cada objeto. Como, então, colocar o terreno em um papel de forma que pudéssemos ter uma dimensão *exata* dos tamanhos? A medida não é *exata*. A área do terreno é *quase* mil cento e dezesseis bambus ao quadrado. Os lados são de *quase* trinta e um e trinta e seis bambus. A escala aparece quando uma aluna afirma: - *Vamos fazer cada bambu igual a um centímetro na folha*. Fizemos como foi falado, mas o terreno ultrapassou a folha. Outra aluna contesta: - *O terreno é muito grande, não cabe na folha*. A outra aluna responde: - *Os bambus que estão grandes. Vamos fazer cada bambu igual a meio centímetro*. E assim foi feito. Dessa vez o terreno coube na folha. Ele está na folha. Ele está na folha? O bambu é meio centímetro?

Como a medida ganha medida? O bambu estava jogado e perdido em um terreno, agora é uma unidade de medida. Foi usado. Foi usado? Tudo aproximado. Será que as medidas não são aproximadas? Conseguimos a exatidão ao usar uma trena, uma régua, uma unidade de medida padrão? Que exatidão?

*Quanta exatidão suporta um terreno?*

Com a escala feita, temos o terreno para ocupar. Discutindo acerca do tamanho de cada região que seria ocupada, decidimos colorir onde ficaria cada uma das coisas programadas. A parte amarela é o parque, a verde é a horta, azul é o campo, roxa são as flores, marrom é a árvore, rosa são os bancos, vinho é uma rampa que sai da escola para os alunos que usam cadeira de roda.

**Figura 5: Desenho escala do projeto**

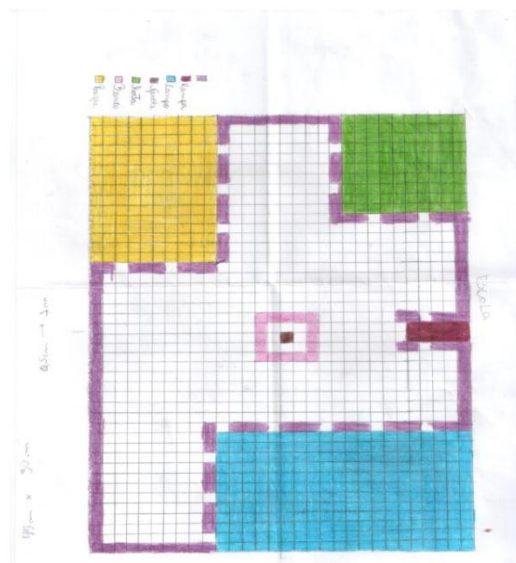


Imagem extraída de um dos cadernos realizados na pesquisa.

*E o terreno? Lá esperando?...*

## **Coceira**

Enquanto se ocupa o terreno, no papel, muitas outras ocupações vão se dando: um currículo vai sendo ocupado... entre medidas, bambus, réguas e esboços, um currículo vai sendo esboçado: vai reunindo “traços primários que, sendo provisórios, dão início a uma obra de arte, a um desenho etc”. Um currículo como obra de arte?

Um currículo vai se fazendo na vida que corre em um projeto, entre os muros da escola, em composições com aquilo que está para além da escola... Currículo que se faz entre vidas em uma escola, entre matemáticas em uma escola, entre educações em uma escola. Um currículo vai sendo inventado...

*Porque a Educação aprende que as verdades de um currículo não preexistem a ele, mas decorrem da reformulação das suas formas de conteúdo e de expressão; da invenção de problemas e suas condições; da suscitação de originais modos de ver, sentir, pensar. Intui que os saberes, poderes e subjetividades, produzidos por um currículo, são sempre verdadeiros, segundo as verdades que ele introduz, passa, faz fugir. Logo, que não existem resultados melhores ou piores de um currículo, em relação a outros, apenas os mais apropriados às verdades formuladas por cada um (CORAZZA, 2010, p. 152).*

O que incomoda em um currículo? A coceira que reverbera de bolinhas-sementes lançadas? O lançar-se em um terreno? As pontas da bolina? Quantas possibilidades se abrem todos os dias quando uma pergunta é lançada? Quando bolinhas-sementes são lançadas? Quando um incômodo move uma implicação? Quando um projeto é disparado?

Quanto de incômodo, de coceira reverberada, de *quases* cabe em um currículo? O *quase* passa a ser um currículo. O que incomoda passa a ser uma implicação. Escola e currículo sempre em movimento, atravessados por bambus, por brincadeiras, pelo *quase*, pelas (im)possibilidades, pela vida...

*E o terreno lá, aqui e acolá compondo currículo,  
compondo escola,  
compondo vida...*

## Referências

BORGES, A M. ***Memória de crianças em crônicas de escola: modos de lembrar, de narrar e de ser.*** 2011. 250 f. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora, 2011.

BRASIL. ***Parâmetros curriculares nacionais: matemática*** / Secretaria de Educação Fundamental. – Brasília: MEC/SEF, 1997.

Disponível em: <

<https://www.google.com.br/url?sa=t&rct=j&q=&esrc=s&source=web&cd=1&ved=0CB4QFjAA&url=http%3A%2F%2Fportal.mec.gov.br%2Fseb%2Farquivos%2Fpdf%2Flivro03.pdf&ei=aWdVd3dMYWMNoDNrOgJ&usg=AFQjCNGt50tYZpkHcYi1kYUXSKuBtmXpXg&sig2=et4u7gZQ4EcxSBbGb4ySMQ>>

Acessado em: 22 mai.2015.

BRASIL. ***Programa Gestão da Aprendizagem Escolar Gestar I, Matemática - Caderno de Teoria e Prática 4, Medidas e Grandezas.*** Brasília: Ministério da Educação, 2007. Disponível em:

<[http://portal.mec.gov.br/arquivos/pdf/gestar/tpmatematica/mat\\_tp4.pdf](http://portal.mec.gov.br/arquivos/pdf/gestar/tpmatematica/mat_tp4.pdf)>. Acessado em 20 mai.2015.

CARAZZA, S.M. ***Os sentidos do currículo.*** *Revista Teias*, Rio de Janeiro, v.11, n.22 p152. maio/agos. 2010.

DELEUZE, G. ***Nietzsche e a filosofia.*** Trad. Edmundo Fernandes Dias e Ruth Joffily Dias. Rio de Janeiro: Rio, 1976.

SANTOS; NEVES. **Dicionário Online de Português.**

Disponível em: < <http://www.dicio.com.br/area/>>.

Acesso em: 25 jun.2015.

SANTOS; NEVES. **Dicionário Online de Português.**

Disponível em: < <http://www.dicio.com.br/esboco/>>

Acesso em: 27 jun.2015.

NASCIMENTO, L. S. do. ***O Corpo da Experiência do Espaço e Espaço da***

***Experiência do Corpo: Cartografias de uma Escola em Mudança.*** 2009. 200 f.

Dissertação (Mestrado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora, 2009.

SÁ, E.A. ***Formação de professores e construção de subjetividades: o espaço escolar e***

***o tornar-se educador.*** 2006.132f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora, 2006.

ZASLAVSKY, C. ***Jogos e atividades matemáticas do mundo inteiro.*** Tradução Pedro Theobald. Porto Alegre: ArtMed, 2000.

# ESTREITANDO RELAÇÕES ENTRE ESCOLA E FAMÍLIA POR MEIO DE UMA EXPOSIÇÃO MATEMÁTICA

Carolina Sanches Piaia<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Universidade Federal do ABC – UFABC, [carolina.piaia@ufabc.edu.br](mailto:carolina.piaia@ufabc.edu.br)

## Resumo

Este trabalho surgiu a partir de uma iniciação científica que buscava identificar maneiras de aumentar a participação dos pais e responsáveis no dever de casa de matemática de crianças dos anos iniciais do ensino fundamental. Durante a pesquisa, houve o planejamento de um curso de Matemática cotidiana para a comunidade escolar que pudesse aproximar adultos do conteúdo formal proposto nas orientações curriculares de Matemática do Estado de São Paulo. Para divulgação deste curso foi elaborada uma exposição com materiais do campo da Educação Matemática. A primeira exposição de pôsteres e objetos educacionais foi realizada durante o evento “Sábado Letivo” na Escola Municipal Júlio de Grammont, no município de São Bernardo do Campo (São Paulo), em junho de 2014, quando os pais e responsáveis comparecem na escola para apresentações de trabalhos dos alunos. Todos os materiais pedagógicos que foram utilizados pertencem ao Laboratório de Práticas de Ensino de Matemática e Cognição da Universidade Federal do ABC. Para os pôsteres foi criada uma identidade visual infantil e simultaneamente moderna, de forma que pais e crianças fossem atraídos e pudessem interagir com todo o material exposto. Além dos comentários positivos da escola e da grande frequência de visitantes ao estande da exposição durante todo o evento, o maior retorno desta ação pôde ser percebido na adesão ao curso de matemática que foi oferecido posteriormente à comunidade escolar e aos diversos pedidos dos familiares à direção da escola para a oferta de outros cursos.

**Palavras-chave:** relações escolares; exposição; objetos educacionais; pais e responsáveis.

## INTRODUÇÃO

Os resultados de avaliações externas realizadas pelas secretarias de educação dos estados e municípios como o SARESP (Sistema de Avaliação de Rendimento Escolar do Estado de São Paulo) vêm mostrando que o rendimento escolar nos anos iniciais do ensino fundamental está aquém do esperado (SÃO PAULO, 2014). Este assunto tem sido foco das discussões envolvendo professores, governo e pais. Algumas escolas têm usado estratégias alternativas para alterar este quadro por meio da aproximação da família com a rotina escolar e o espaço físico da escola.

Seguindo as novas dinâmicas de interações sociais que acompanham a reestruturação das políticas educacionais nas últimas décadas, a integração escola-pais faz-se cada vez mais necessária. Entretanto, é possível perceber que muitas vezes este envolvimento parental fica restrito a eventos organizados pelas escolas, como apresentações, passeios, atividades de encerramento e comemorações de datas especiais, sem que haja o estabelecimento de uma ligação direta com conteúdos de sala de aula, principalmente os de fundamentação matemática.

Para que a interação com os familiares aconteça de forma a promover mudanças significativas na aprendizagem das crianças, é preciso entender como a participação pode



acontecer (além do simples comparecimento a atividades especiais) e, principalmente, é preciso pensar como a escola pode orientar nesta tarefa que é de responsabilidade familiar.

A pesquisa é fundamental para que se encontre uma maneira inteligente de promover novas parcerias escola-família que sejam capazes de colaborar com os responsáveis pelos alunos. Fornecer subsídios práticos para apoio nos conteúdos matemáticos que geralmente causam inquietações nos adultos e que, ao mesmo tempo, são muito importantes para a definição da futura relação que as crianças estabelecerão com a matemática é uma tarefa que a escola pode oferecer como incentivo ao preparo dos pais. Há estudos que destacam a vontade dos tutores (mães, pais, avós, tias, irmãos mais velhos, familiares próximos) de prepararem-se para ajudar de maneira eficiente as crianças em suas dificuldades de aprendizagem:

*Queriam principalmente evitar o fracasso escolar e, para tanto, gostariam de contar com a ajuda da escola e de seus profissionais, no sentido de orientá-los e induzi-los a agirem mais adequadamente. Gostariam que a escola os informasse sobre os recursos existentes para ajudar tais alunos ou outros recursos, mesmo que fora da escola, mas que os ajudariam no acompanhamento dos filhos. (BHERING e SIRAJ-BLATCHFORD, 1999, p. 208)*

Quando ensinam matemática, os professores dos anos iniciais têm mais dificuldades em pensar estratégias de envolvimento dos pais e responsáveis no dever de casa (BECKER e EPSTEIN, 1982 apud EPSTEIN e DAUBER, 1991). Esta observação define-se como mais uma justificativa para a promoção de ações que desmistifiquem a Matemática. Corroborar ainda com esta estratégia de pesquisa-intervenção a conclusão de Epstein e Dauber (1991) a respeito da inclusão dos pais nas rotinas da escola, que indica que estar envolvido com o ambiente escolar faz com que a interação com as crianças em casa seja maior e sua confiança em ajudá-los aumente, o que implica, diretamente, na melhoria do comportamento e rendimento escolar dos alunos. Possibilitar situação de aprendizagem compartilhada envolvendo a família pode ser um modo interessante de tornar a escola mais ampla e acessível. Não basta que os pais saibam quais conteúdos estão sendo ensinados na escola, eles precisam entender do que se trata, como se usa, e muitas vezes sentem vergonha de pedir ajuda. O ambiente da escola é propício para o aprendizado, e não deve restringir-se aos alunos, usá-lo para estender o conhecimento à família é extremamente recomendado.

## **OBJETIVOS**

O objetivo central da pesquisa foi propiciar a aproximação dos pais e responsáveis (e em geral, a comunidade escolar) com a Matemática presente na escola e no dia a dia.

Através do planejamento da exposição, objetivou-se também estabelecer utilidades para os materiais pedagógicos disponíveis na universidade por meio da investigação livre dos pais, responsáveis, professores, funcionários e alunos das escolas.

Outro foco do trabalho e também justificativa da criação desta exposição foi a divulgação de um curso para a comunidade escolar, oferecido na própria sede da escola sede.

## METODOLOGIA

Por meio de pesquisa dos Currículos de Matemática propostos pelo Estado de São Paulo (SÃO PAULO, 2007 e 2009) e através do contato com professores da rede básica de ensino, foi feito o levantamento dos conteúdos matemáticos em que há maior dificuldade de aprendizagem nos anos iniciais do Ensino Fundamental I. A partir destas informações, foram pensadas interações com os objetos educacionais disponíveis no Laboratório de Práticas de Ensino de Matemática – LAPEMC da Universidade Federal do ABC – UFABC (jogos, materiais pedagógicos, materiais de consumo, entre outros).

Planejou-se a exposição por meio da transposição dos conhecimentos científicos matemáticos de maneira adequada ao interesse do público-alvo. Utilizaram-se situações presentes em suas rotinas, facilitando assim a associação de suas próprias atividades àqueles conteúdos trabalhados nas escolas. O nome “Por onde anda a Matemática?”, foi pensado para incentivar a busca da Matemática nos objetos e problemas propostos na exposição através da investigação motivada pela curiosidade.

Esta atividade foi oferecida às escolas como parte de um evento maior, onde poderia haver a disponibilidade de espaço para esta ação. Foi montada uma mala com os recursos pedagógicos escolhidos do LAPEMC da UFABC. Havia materiais como: calculadora, Tangran, sólidos geométricos, discos de frações, torre de Hanói, calculadora, geoplano, ábaco, entre outros.

Foi elaborado um folder de divulgação do curso para ser distribuído aos visitantes durante a o período em que os objetos ficassem expostos (Apêndice A). O espaço solicitado era pequeno, suficiente apenas para uma mesa que abrigasse os materiais e espaço para um monitor. Foi solicitado ganchos em locais apropriados para exposição de 4 cartazes impressos em lona com dimensões de 1,20 m X 0,80 m. A mala itinerante facilitava o transporte e permitia a adaptabilidade aos diferentes espaços onde poderia acontecer a ação.

A pesquisadora ficava presente como monitora e à disposição durante o período da exposição para esclarecimento de dúvidas, explicações de uso dos materiais e orientações, bem como já recolhia dados de contato das pessoas interessadas em participar do curso.

Foram elaborados 4 cartazes (Apêndice B) que caracterizavam o espaço da mostra e divulgavam o curso para a comunidade. Este material foi criado exclusivamente para esta pesquisa e tinha a intenção de conquistar as crianças para que elas chamassem a atenção dos adultos para visitarem a exposição e conhecerem o curso. Por meio de uma identidade visual infantil e ao mesmo tempo moderna, as cores chamativas e os bonecos “conversavam” com o leitor por meio de balões explicativos, conforme a figura 1 abaixo.

**Figura 1: Personagens da identidade visual**



FONTE: Elaborado pela autora.

Um dos banners continha informações sobre dia e horário do curso, módulo e período de inscrições. Foi reservado um espaço *coringa* neste pôster para que essas informações pudessem ser alteradas pela colagem de novas palavras e/ou números conforme necessidade (Figura 2).

**Figura 2: Divulgação do curso**



FONTE: Acervo pessoal.

Alterações na divulgação ou forma de apresentação sempre dependiam das solicitações dos gestores das escolas e da possibilidade de adaptação do planejamento prévio. Como padrão, eram solicitados: espaço de destaque na recepção da escola e na sala dos professores e comunicado da coordenação na reunião de pais e mestres.

## RESULTADOS E DISCUSSÃO

Nesta oportunidade, serão apresentados os resultados da primeira exposição realizada bem como suas especificidades e registros fotográficos, que serviram de validação do planejamento da exposição e da estratégia de aproximação com a família.

Com o apoio e intermediação da professora e pesquisadora Gabriela Noronha do Nascimento, também membro do grupo de pesquisas do Observatório da Educação – OBEDUC, projeto: “Rede colaborativa de práticas na formação de professores que ensinam matemática: Múltiplos olhares, diálogos e contexto”, polo UFABC, foi possível o contato com a diretora Caroline Takeuchi, gestora da Escola Municipal de Educação Básica – EMEB Júlio de Grammont e uma reunião foi agendada. Na ocasião, foi apresentada à escola a proposta da exposição e do curso, com todos os detalhes de necessidade de infraestrutura, objetivos, programação e especificações. Foram discutidas possíveis datas para a divulgação e adaptação de infraestrutura. A Caroline demonstrou bastante interesse e comprometeu-se a fazer todo o contato e divulgação. Além disso, sugeriu que a exposição acontecesse no evento “Sábado Letivo” que a escola realizaria em

junho/2014, podendo assim, divulgar o curso e já recolher dados dos possíveis interessados, bem como informações de disponibilidade de dias e horários que poderiam atender o maior número de pessoas.

Ela usou 2 reuniões de pais e mestres para divulgar o curso entre professores e famílias, divulgou no site da escola e nas redes sociais. Houve ainda divulgação extra pelo blog da escola, atingindo pessoas do entorno da comunidade escolar.

No dia do evento as crianças se apresentariam e o fluxo de famílias seria intenso, possibilitando que todos os presentes tivessem acesso às informações do curso e pudessem interagir com todos os materiais expostos. Foi disponibilizado um ótimo espaço na recepção da escola, o lugar por onde todos os visitantes tinham que passar.

No dia da exposição, foi montada uma mesa com os diversos objetos de aprendizagem, de modo que fosse criada uma vitrine para a divulgação do curso. Os banners também foram usados e intrigaram muitos visitantes que paravam para ler, tentavam resolver os problemas e faziam perguntas sobre a possível solução. Conforme esperado, muitas crianças visitaram e exploraram os materiais, e isso fez com que os familiares se aproximassem também para conhecer. Neste momento, era feita uma abordagem pela pesquisadora que passava informações sobre o curso, entregando o panfleto e explicando sobre a parceria entre a universidade e a escola. Como o evento durou aproximadamente 6 horas, em alguns momentos, a própria diretora também realizou “panfletagem”, principalmente, com aquelas mãe e pais mais envolvidos com a escola e influentes entre os outros pais.

**Figura 3: Objetos de aprendizagem expostos na EMEB Júlio de Grammont**



FONTE: Acervo pessoal.

Para aquelas pessoas que se interessavam e perguntavam sobre o curso, já era apresentado o material que eles receberiam gratuitamente no primeiro módulo (Figura 4), o que servia como mais um incentivo para a participação. Os pais impressionavam-se com a seriedade do trabalho, inclusive com o apoio que a pesquisa conseguiu do Banco Central do Brasil – BCB que enviou apostilas sobre Educação Financeira através do programa

“Cidadania Financeira” que o Departamento de Educação Financeira – DEPEF mantém no Distrito Federal.

Neste momento foi importante já apresentar a lista de interessados para preenchimento. Os visitantes deixavam o nome, telefone e e-mail de contato, preferência de turno e dia da semana para a oferta do curso.

**Figura 4: Apostilas do BCB**



FONTE: Acervo Pessoal.

Dentre os materiais mais apreciados pelas crianças menores, estavam aqueles mais coloridos e de formas geométricas marcantes. Já as crianças de 6 a 9 anos (anos iniciais do Ensino Fundamental I), permaneceram mais entretidas com os jogos ou materiais que exigiam interação para exploração.

Neste mesmo evento, a escola estava expondo trabalhos das turmas nas salas de aula e havia apresentações de dança dos alunos. Apesar do compromisso com a apresentação dos trabalhos, as crianças, por diversas vezes, ficavam tão envolvidas com a exposição que os pais tinham que chamar a atenção dos filhos que brincavam com os jogos e materiais, pois eles esqueciam-se de que tinham que mostrar seus trabalhos. As crianças pediam aos pais para voltarem para brincar e aprender mais depois de irem até às salas. Esse clima de empolgação das crianças gerou interesse nos adultos, principalmente naqueles que estavam mais afastados, apenas olhando sem interagir. Eles traziam novamente os filhos e aí perguntavam o que era cada objeto, para que servia, como usava. Então tinham sua chance de interação.

Uma pergunta recorrente entre os familiares foi onde encontravam aqueles materiais para comprar. Neste momento, aproveitou-se para sugerir possibilidades de confecção dos objetos de formas alternativas, como o geoplano, usando papelão e canudinhos ou madeira e pregos acompanhados de elásticos de dinheiro. Foi incentivada também a construção conjunta com as crianças. Alguns familiares perguntaram se era possível a universidade oferecer na escola um curso de confecção de brinquedos pedagógicos com o uso de material de baixo custo. Daí surgiu a ideia de uma oficina de construção de objetos de aprendizagem com materiais recicláveis, que foi levada posteriormente para discussão no grupo OBEDUC.

A movimentação no estande foi grande durante as 6 horas do evento. Muitos visitantes e alunos permaneceram até o recolhimento dos objetos, realizado apenas a



pedido da diretora, que precisava encerrar o evento, mas não conseguia, pois cada um que ia saindo da escola parava novamente para explorar os materiais, já que a entrada e saída eram feitas pelo mesmo lugar, justamente onde estava a exposição.

A lista de interessados no curso foi fechada com 21 nomes e percebeu-se que a demanda foi tão grande que haveria a necessidade de abrir duas turmas em dois turnos distintos para atender a todos.

**Figura 5: Crianças explorando os materiais**



FONTE: Acervo pessoal.

**Figuras 6 e 7: Adultos interagindo junto com as crianças**



FONTE: Acervo pessoal.

## CONCLUSÃO

A exposição “Por onde anda a Matemática?” foi criada a partir da percepção da presença constante de conteúdos matemáticos nas atividades diárias de todos e da influência do raciocínio matemático em suas decisões. Ainda que o uso da Matemática aconteça de forma não explícita, ela está sempre presente de alguma maneira, principalmente na vida dos familiares das crianças e adolescentes que frequentam a escola. A aprendizagem não termina na escola, visto que os alunos utilizam o contra turno das aulas para fazer dever de casa, atividades e trabalhos solicitados pelos professores. Ter responsáveis seguros para apoiá-los é fundamental para que consigam aplicar os conhecimentos da sala de aula nas tarefas da vida cotidiana.

A melhora na relação dos pais com a Matemática e com suas infinitas possibilidades pode servir como caminho para o interesse e acompanhamento mais frequente da rotina dos alunos em seus aprendizados matemáticos. Ao se apropriarem do conhecimento como parte de seu dia a dia, os adultos transparecem isso aos filhos e podem assim participar mais ativamente de sua vida acadêmica. A ideia é tornar a aplicação da Matemática mais natural e efetiva, como foi feito durante a exposição. Conforme Silvia, Rousseau e Deslandes (2010), o sentimento de competência para ajudar os filhos implica diretamente no envolvimento com a lição de casa; quanto maior a confiança, maior a chance de um bom desempenho escolar da criança e futuro sucesso profissional em sua área de interesse maior.

Os objetivos centrais da exposição foram alcançados: o curso foi amplamente divulgado e teve uma procura bastante expressiva; percebeu-se claramente o envolvimento dos familiares, e, principalmente, a aproximação da família com os alunos por meio da Matemática quando eles perguntavam primeiro às crianças como brincar ou usar determinado objeto. Posteriormente, a repercussão da exposição na escola, gerou pedidos formais à diretora de ampliação do envolvimento com a universidade e oferecimento de outras oficinas aos familiares e funcionários.

Uma última consequência positiva da iniciativa foi poder levar a multiplicidade de olhares da rede colaborativa do grupo OBEDUC também para o nível familiar, já que a pesquisa teve acesso direto aos atores principais desta relação tão importante entre escola e lar. Percebeu-se que a extensão da universidade não deve parar na escola, deve estender-se até as famílias e envolvê-las, de modo que universidade-escola-lar não sejam 3 instituições isoladas, mas sim apoiem-se na busca de uma educação mais consistente e resultados mais positivos.

## AGRADECIMENTOS

À Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal do Ensino Superior – CAPES que, através do projeto OBEDUC – UFSCar/PUC-SP/UFABC: “Rede colaborativa de práticas na formação de professores que ensinam matemática: Múltiplos olhares, diálogos e contextos” do qual participo, foi financiadora desta pesquisa.

À Universidade Federal do ABC – UFABC pela permissão de acesso e uso dos materiais pedagógicos do Laboratório de Práticas de Ensino de Matemática e Cognição – LAPEMC.

À Prefeitura Municipal de São Bernardo do Campo – PMSBC que, por meio da diretora da Escola Municipal de Educação Básica Caroline Takeuchi (EMEB Júlio de Grammont) permitiu que a pesquisa fosse realizada em seu espaço escolar.

## REFERÊNCIAS

BHERING, E.; SIRAJ-BLATCHFORD, I. A relação escola-pais: um modelo de trocas e colaboração. **Cadernos de Pesquisa**, São Paulo, n. 106, 191-216, Mar. 1999 . Disponível em: <[http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci\\_arttext&pid=S0100-15741999000100010&lng=en&nrm=iso](http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0100-15741999000100010&lng=en&nrm=iso)>. Acesso em: 14 Set. 2014.

EPSTEIN, J. L.; DAUBER, S.L. School Programs and Teacher Practices of Parent Involvement in Inner-City Elementary and Middle Schools. **Elementary School Journal**, v. 91, n. 3, p. 289–305, Jan. 1991. Disponível em: <<http://www.jstor.org/stable/1001715>>. Acesso em: 20 Jul. 2015.

SÃO PAULO (Estado). Secretaria da Educação. Orientações Curriculares do Estado de São Paulo: Língua Portuguesa e Matemática – Ciclo I. São Paulo: SEE, 2007. Disponível em: <[http://www.rededosaber.sp.gov.br/portais/Portals/36/arquivos/proposta\\_ciclo\\_I.pdf](http://www.rededosaber.sp.gov.br/portais/Portals/36/arquivos/proposta_ciclo_I.pdf)>. Acesso em 16 Out. 2014.

SÃO PAULO (Estado). Secretaria da Educação. Matrizes de Referência para a avaliação Saresp: Documento Básico. São Paulo: SEE, 2009. Disponível em: <[http://file.fde.sp.gov.br/saresp/saresp2014/Arquivos/Matriz\\_Referencia\\_SARESP\\_basico\\_conteudo.pdf](http://file.fde.sp.gov.br/saresp/saresp2014/Arquivos/Matriz_Referencia_SARESP_basico_conteudo.pdf)>. Acesso em: 01 Fev. 2015.

SÃO PAULO (Estado), Secretaria da Educação. Boletim Saresp 2014. Disponível em: <<http://saresp.fde.sp.gov.br/2014/ConsultaRedeEstadual.aspx?opc=1>>. Acesso em: 10 Maio 2015.

SILVA, N.; ROUSSEAU, M; DESLANDES, R. Participação dos pais e mães na realização da lição de casa no Quebec e no Brasil . **Acolhendo a Alfabetização nos Países de Língua Portuguesa**, v. 4, n. 8, p. 93-122, Ago. 2010. Disponível em: <<http://www.revistas.usp.br/reaa/article/view/11562>>. Acesso em: 21 jan. 2015.



## APÊNDICE A – Folder para divulgação do curso

### Encontros Matemáticos

O curso faz parte de uma estratégia de pesquisa colaborativa que vem sendo realizada no projeto OBEDUC/CAPES: "Rede colaborativa de práticas na formação de professores que ensinam matemática: múltiplos olhares, diálogos e contextos", que vem sendo realizado na Universidade Federal do ABC – UFABC.

A proposta dos encontros é conversar sobre a matemática presente no dia a dia e encontrar maneiras de usá-la para facilitar as diversas tarefas da nossa vida.

O curso foi elaborado levando-se em conta a realidade da comunidade escolar, por isso todos estão convidados a participar: pais, mães, irmãos, irmãs, avós, responsáveis, funcionários, professores e quem mais quiser.

Todos terão oportunidade de aprender e esclarecer dúvidas sobre suas principais dificuldades através de encontros semanais com atividades diversificadas.

Contato:

carolpiaia@gmail.com



EMEB  
Júlio de Grammont

Universidade  
Federal do ABC

### O curso

O curso completo, tem carga horária de 30h. É dividido em 5 módulos de 6h cada. Cada módulo do curso é composto por 4 encontros semanais, cada um com a duração de 1h30.

O participante pode fazer os módulos que quiser, não é obrigado a fazer todos.

A cada módulo concluído haverá a emissão de um certificado.

Não é preciso fazer nenhuma avaliação, apenas comparecer, participar e aproveitar os encontros.

### Módulos

|                                   |                                         |
|-----------------------------------|-----------------------------------------|
| Módulo 1<br>Matemática Financeira | "Para onde vai meu dinheiro?"           |
| Módulo 2<br>Geometria             | "Fazendo arte com a Matemática"         |
| Módulo 3<br>Operações Básicas     | "CONTaminando-se"                       |
| Módulo 4<br>Frações e Porcentagem | "Dividir ou não dividir? Eis a fração!" |
| Módulo 5<br>Jogos matemáticos     | "A Matemática é divertida SIM!"         |

### IMPORTANTE

O curso é gratuito!

Os encontros acontecerão às quintas-feiras no EMEB Júlio Grammont.

### INSCRIÇÕES

Preencha a lista de interesse identificando o período de sua preferência (manhã ou tarde).

Não esqueça de deixar seu nome, telefone e e-mail para que possamos entrar em contato confirmando o horário e começo das aulas.

#### Em caso de dúvidas:

Tel: 119 9835-1779 (Vivo)  
E-mail: carolina.piaia@ufabc.edu.br

## APÊNDICE B – Pôsteres da exposição

**ENCONTROS Matemáticos**

Participe!  
Todas as terças-feiras das 10h às 11h30.

Os participantes receberão certificado de cada módulo completo (duração de 4 semanas).

Inscrições na secretaria até: \_\_\_\_\_

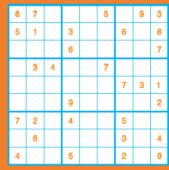
Início do \_\_\_\_\_ módulo: \_\_\_\_\_



Logos: UNIBEDUC, UFPA, UFPA, UFPA, UFPA

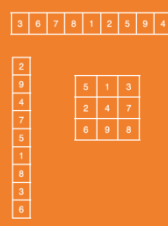
# SU DO KU

O Sudoku é derivado de outros jogos que também utilizam grades e números, e foram bastante explorados pelo matemático Leonhard Euler (1707-1783). Revivido pelo criador de puzzles Howard Garns, apareceu pela primeira vez em 1979, numa revista de puzzles. Hoje é considerado uma alternativa às palavras cruzadas, já que os números não precisam de tradução.

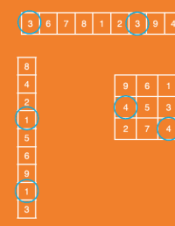


Como funciona:  
O jogo envolve raciocínio e lógica e seu objetivo é completar todos os quadradinhos com números de 1 a 9 segundo uma regra simples: os números não podem se repetir nem nas linhas, nem nas colunas e nem nos quadradinhos 3 x 3 destacados.

**✓ CERTO**



**✗ ERRADO**



Quanto mais números já estiverem preenchidos, mais fácil. Pegue um folheto e tente resolver!

Logos: UNIBEDUC, UFPA, UFPA, UFPA, UFPA

## VOCÊ CONSEGUE responder?



**DESAFIO DO OVO**  
Você precisa cozinhar um ovo por 2 minutos. Entretanto você só tem 2 ampulhetas, uma de 5 minutos e outra de 3 minutos. Como você poderia cozinhar o ovo para cozinhar e tirá-lo em 2 minutos exatos usando apenas as duas ampulhetas?

R: Você deveria virar as duas ampulhetas ao mesmo tempo. Quando a de 3 minutos terminasse, você colocaria o ovo para cozinhar e, quando a de 5 minutos acabasse, você retiraria o ovo.

**DESAFIO DA GARRAFA E DA ROLHA**  
Uma garrafa com sua rolha custa R\$ 1,10. Sabendo que a garrafa custa R\$ 1,00 a mais que a rolha, qual é o preço da rolha? E o da garrafa?

R: A garrafa custa R\$1,05 e a rolha custa R\$0,05.

**DESAFIO DO VERÃO**  
Em um certo verão, uma fábrica de sorvetes realizou uma promoção onde você poderia trocar 10 palitos de sorvete por um outro sorvete de graça. Nessa promoção, um palito de sorvete corresponde a que fração do preço de um sorvete?

R: Devemos lembrar que, ao receber um sorvete, recebemos também um palito. Logo o sorvete "custa" 9 palitos. Portanto, um palito vale 1/9 do preço do sorvete.

**DESAFIO DOS BÊBADOS**  
Dois amigos bêbados compraram 8 litros de vinho. Eles estavam caminhando, e na metade do caminho, decidiram se separar, mas teriam que repartir antes o vinho igualmente. Para realizar as medidas há um barm de 8 litros (onde está o vinho), uma vasilha de 5 litros e outra de 3 litros. Como eles podem fazer para repartir igualmente o vinho?

R: Eles devem fazer o seguinte:  
Encher a vasilha de 3 litros. Passar os 3 litros para a vasilha de 5 litros. Encher outra vez a vasilha de 3 litros. Encher a vasilha de 5 litros com a outra, então que sobrar 1 litro na vasilha de 3 litros. Encher a de 5 litros no barm. Encher o litro da vasilha pequena na de 3. Encher a de 3 a vasilha na de 5, que como já tinha 1, terá 4 e 4. No barm sobram 4 litros para o outro amigo.

Logos: UNIBEDUC, UFPA, UFPA, UFPA, UFPA

## FAÇA Mágica



**VOCÊ CONSEGUE PASSAR PELO MEIO DE UMA FOLHA DE SULFITE?**  
Aprenda e desafie seus amigos! Você vai precisar apenas de uma folha de sulfite e tesoura.

**+1** Dobre a folha ao meio.



**+2** Em seguida, corte o pedaço central do vinco feito com a dobra sem separar a folha, deixando aproximadamente 1 cm de borda de cada lado, conforme a figura:



**+3** Começando do lado que você cortou, você deve realizar cortes perpendiculares, sem chegar até a outra borda, deixando 1cm de espessura:



**+4** Em seguida você deve fazer novos cortes começando do outro lado, também sem chegar até o fim do papel.



**+5** Abra a folha cuidadosamente e veja o que aconteceu!

*Observação: Quanto mais cortes você fizer, maior será a furação.*

Logos: UNIBEDUC, UFPA, UFPA, UFPA, UFPA

# ESTUDO DE CASO: A APRENDIZAGEM COOPERATIVA NA EEM DE CAMPOS SALES

CARVALHO, Cicefran Souza<sup>1</sup>

**RESUMO:** A história da aprendizagem cooperativa ultrapassa a barreira dos séculos, existindo relatos de inúmeras experiências. No Brasil ela é uma metodologia muito recente, existindo poucos estudos sobre a ideia de cooperação em sala de aula e experiências independentes, pouco divulgadas. O Estado do Ceará é pioneiro no trabalho com a aprendizagem cooperativa, em virtude do Programa de Educação em Células Cooperativas – PRECE, que utiliza o sistema de estudo em grupo não estruturado, muito parecido com essa metodologia tradicional. Em visita feita à sede do PRECE em março de 2014, busquei compreender e apreender a metodologia da aprendizagem cooperativa, com o intuito de implantar na Escola de Ensino Médio de Campos Sales, inicialmente como estudo científico para depois levar a proposta como recurso metodológico e pedagógico para a instituição como um todo.

**Palavras-chave:** Aprendizagem. Aprendizagem Cooperativa. Cooperação. Células Cooperativas. PRECE

## APRESENTAÇÃO

Um problema matemático é uma situação que demanda a realização de uma sequência de ações ou operações para se chegar a um resultado, construindo passo a passo a sua solução. Diante de uma situação-problema, o educando precisa fazer uma análise procurando compreendê-la por inteiro, decidindo sobre a melhor estratégia para resolvê-la, tomando decisões, argumentando, expressando-se e fazendo registros, ou seja, ele mobiliza informações adquiridas, procedimentos e combina-os na busca da resolução.

Resolver problemas faz com que os educandos sejam capazes de pensar produtivamente na medida em que uma situação-problema o envolva, o desafie e o motive a querer resolvê-la, diminuindo sua passividade e conformismo participando de uma aula de Matemática mais interessante, dinâmica e motivadora.

Buscar experiências em outras instituições é primordial para tentarmos melhorar o processo de aprendizagem, pois se verifica que as metodologias de repasse dos conteúdos melhoraram muito em virtude da incorporação à escola de professores mais preparados e de novos equipamentos.

Uma dessas experiências é a Aprendizagem Cooperativa, um tema relativamente novo e pouco propagado nas escolas de educação básica e instituições de nível superior do Ceará e do Brasil. O objetivo do trabalho cooperativo é o trabalho em grupo e não o individual e competitivo, onde o objetivo principal é a melhoria da aprendizagem de forma coletiva onde todos desenvolvam estratégias para resolução de problemas formuladas pelo professor, que se torna o orientador das atividades.

A Metodologia dos Grupos de Aprendizagem Cooperativa tem como princípios fundamentais a confluência da interatividade social em um ambiente mais flexível, a autonomia dos grupos de aprendizes e seu relacionamento positivo, contando sempre com a presença orientadora do educador.

A aprendizagem cooperativa exige o empenho de todos onde o orientador das atividades, o professor, é peça fundamental nas atividades, pois este é quem vai direcioná-las

---

<sup>1</sup> Professor do Curso de Matemática da Universidade Regional do Cariri (URCA), lotado na Unidade Descentralizada de Campos Sales  
E-mail: [cicefran@bol.com.br](mailto:cicefran@bol.com.br)

com o intuito de melhoria da aprendizagem e consequente apreensão dos conteúdos por parte dos alunos onde estes são os atores principais deste processo.

## **METODOLOGIA DA PESQUISA**

O presente trabalho foi realizado de forma exploratória, teórica e de campo, onde foi utilizado referenciais de autores que fizeram um amplo estudo sobre a aprendizagem cooperativa.

*[...] proporcionar maior familiaridade com o problema (explicitá-lo). Pode envolver levantamento bibliográfico, entrevistas com pessoas experientes no problema pesquisado. Geralmente, assume a forma de pesquisa bibliográfica e estudo de caso. [...] Possui ainda a finalidade básica de desenvolver, esclarecer e modificar conceitos e ideias para a formulação de abordagens posteriores. Dessa forma, este tipo de estudo visa proporcionar um maior conhecimento para o pesquisador acerca do assunto, a fim de que esse possa formular problemas mais precisos ou criar hipóteses que possam ser pesquisadas por estudos posteriores. (Gil, 1999 : 43)*

Além de exploratória, a pesquisa assumiu uma característica descritiva:

*Tal pesquisa observa, registra, analisa e ordena dados, sem manipulá-los, isto é, sem interferência do pesquisador. Procura descobrir a frequência com que um fato ocorre, sua natureza, características, causas, relações com outros fatos. Assim, para coletar tais dados, utilizam-se de técnicas específicas, dentre as quais destacam-se a entrevista, o formulário, o questionário, o teste e observação. (ALMEIDA, 1996, p. 104)*

Foi utilizada tanto a abordagem quantitativa quanto qualitativa, haja vista que houve análise de dados estatísticos em um pequeno espaço amostral no decorrer do trabalho, pois:

*Na abordagem qualitativa, o pesquisador procura aprofundar-se na compreensão dos fenômenos que estuda – ações dos indivíduos, grupos ou organizações em seu ambiente e contexto social – interpretando-os segundo a perspectiva dos participantes da situação enfocada, sem se preocupar com representatividade numérica, generalizações estatísticas e relações lineares de causa e efeito. Assim sendo, a interpretação, a consideração do pesquisador como principal instrumento de investigação e a necessidade do pesquisador de estar em contato direto e prolongado com o campo, para captar os significados dos comportamentos observados, revelam-se como características da pesquisa qualitativa (Alves, 1991; Goldenberg, 1999; Neves, 1996; Patton, 2002).*

Na Quantitativa, segundo Bulmer (1977):

*A pesquisa qualitativa, utilizada para interpretar fenômenos, ocorre por meio da interação constante entre a observação e a formulação conceitual, entre a pesquisa empírica e o desenvolvimento teórico, entre a percepção e a explicação se apresenta como uma dentre as diversas possibilidades de investigação.*

## **PERSPECTIVA E ENFOQUE METODOLÓGICO DA INVESTIGAÇÃO**

Foram utilizados instrumentos externos de coleta de dados acerca da aprendizagem cooperativa no Estado do Ceará, de acordo com visita feita, no mês de março de 2014, à comunidade do Cipó, situada na zona rural do Município de Pentecoste (CE), mais precisamente ao Programa de Educação em Células Cooperativas (PRECE), pioneiro na utilização dessa metodologia no Estado do Ceará e à EEEP Alan Pinho Tabosa, para subsídio da experiência de implantação dessa metodologia em um espaço amostral reduzido da Escola de Ensino Médio de Campos Sales.

Foi aplicada a metodologia de Aprendizagem Cooperativa do PRECE, através das oficinas de Aprendizagem Cooperativa e do estudo em Células Cooperativas, modelo idealizado pelo Professor Manoel Andrade, muito semelhante ao modelo norte-americano dos irmãos Johnsons.

## **POPULAÇÃO ESTUDADA E O UNIVERSO DA PESQUISA**

O público alvo foram as salas do 1.º, 2.º e 3.º anos “A”, da Escola de Ensino Médio de Campos Sales, com a disciplina de Matemática, que tem à frente como ministrante dessa disciplina o Professor Cícero Siebra dos Santos, que aceitou o desafio de trabalhar com a metodologia de aprendizagem cooperativa. As três salas possuem um quantitativo geral de 118 (cento e dezoito) alunos, sendo 43 (quarenta e três) do 1.º ano “A”, 41 (quarenta e um) alunos do 2.º ano “A”<sup>2</sup> e 34 (Trinta e quatro) alunos do 3.º ano A, totalmente heterogêneos.

## **Instrumentos e estratégias de obtenção e construção da informação**

O professor de Matemática das salas do 1.º, 2.º e 3.º anos “A” foi instrumentalizado acerca da metodologia da Aprendizagem Cooperativa do PRECE, através de estudo metodológico da história desse programa, das oficinas de aprendizagem cooperativa e sobre como se dá o estudo em Células Cooperativas, onde foi entregue ao mesmos os instrumentais que ensinam como realizar as oficinas.

Foi feita uma coleta de dados, referente às médias do 1.º bimestre (antes da implantação da metodologia) e do 2.º bimestre (período de implantação da metodologia da Aprendizagem Cooperativa) da disciplina de Matemática para posterior comparação com o intuito de ratificar ou não a viabilidade da implantação da metodologia na EEM de Campos Sales como um todo. Foram coletadas, ainda, as médias do 3.º e 4.º bimestres, visando a ratificar a confiabilidade do trabalho.

As informações inerentes ao rendimento dos quatro bimestres letivos foram pesquisada na Secretaria da EEM de Campos Sales e todo o levantamento de Campo nas instituições mencionadas anteriormente e o subsídio teórico bibliográfico através de livros de autores que estudam a Metodologia da Atividade Cooperativa através dos livros *El aprendizaje cooperativo en el aula* (Aprendizagem cooperativa em sala de aula) escrito por David W. Johnson, Roger T. Johnson e Edythe J. Holubec e *A Aprendizagem Cooperativa na Sala de Aula - Um Guia Prático para o Professor*, escrito através da parceria dos Pedagogos José Lopes, Helena Santos Silva; e *Tramas Procedimentos para a Aprendizagem Cooperativa*, escrito por Carles Monereo e David Duran Gisbert.

Inicialmente foi diagnosticado nessas turmas um índice muito alto de alunos com defasagem na aprendizagem dos conteúdos de matemática através de avaliações diagnósticas

---

<sup>2</sup> A partir do 3.º bimestre o 2.º ano A, teve dois alunos evadidos, o que não compromete o resultado da pesquisa em virtude dos mesmos serem alunos que desde o 1.º período possuíam baixo rendimento.

realizadas após um determinado período de aula no primeiro bimestre letivo ratificada pelas avaliações somativas realizadas ao final do primeiro período letivo.

Averiguada a péssima aprendizagem dos conteúdos de matemática de mais da metade da turma, fez-se necessário buscar soluções que intervissem procurando a melhoria do processo de aprendizagem desses educando com a consequente melhoria da assimilação dos assuntos da disciplina e recuperação das baixas notas do primeiro período, melhorando-as no segundo bimestre.

Após um diagnóstico inicial foi escolhido em cada sala oito alunos com desempenho significativo em Matemática, cada um liderou uma equipe composta de quatro alunos, onde os mesmo deram suporte aos colegas com desempenho classificado de regular a ruim, tomando sempre o cuidado de utilizar os pressupostos da aprendizagem cooperativa

A cada duas aulas de Matemática ocorrida nessas salas sempre eram passados trabalhos para serem resolvidos pelos grupos de estudos separados pelo professor, onde o líder da equipe tinha a missão de reunir o seu grupo para estudar o trabalho e resolverem as questões de forma coletiva, havendo sempre um contrato de cooperação e funções pré-definidas pelos próprios alunos dos grupos

Nas apresentações dos trabalhos, o professor sorteava aleatoriamente um aluno da equipe que tinha a missão de apresentá-lo integralmente e a nota obtida era a de toda a equipe, respeitando é claro algumas particularidades inerentes a cada aluno. Através desse método, todos os alunos da equipe eram obrigados a estudar o conteúdo e o líder da equipe tinha a função de tirar as dúvidas dos componentes de sua equipe.

Esse método mostrou aos alunos a necessidade de uma maior interação entre eles, ocasionando uma aprendizagem em forma de cooperação, pois uns ajudam os outros com maior dificuldade em determinados pontos.

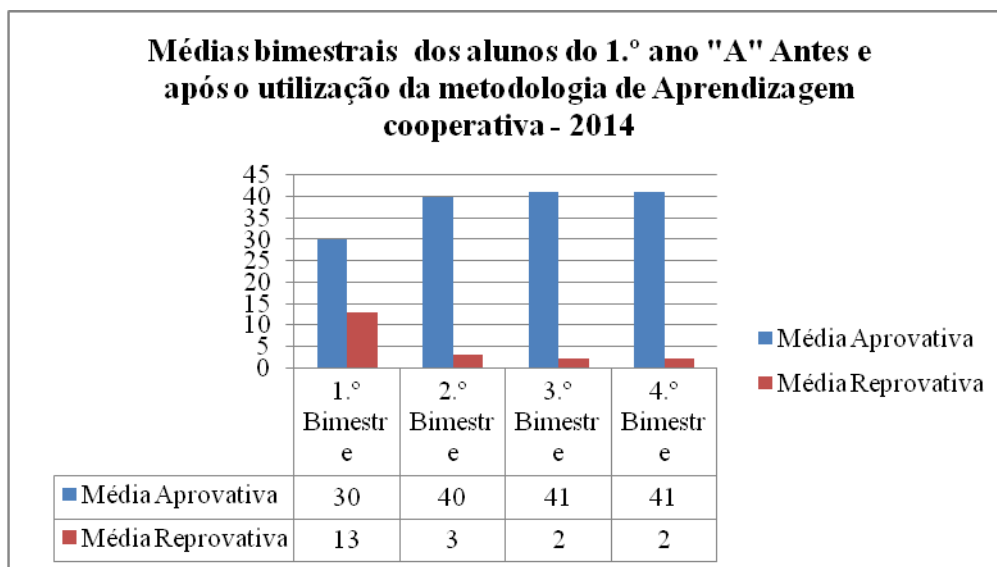
Após determinado período de tempo houve um rodízio entre os membros das equipes, trabalhando as habilidades sociais, a interdependência, a vivência de conflitos e o protagonismo, haja vista que estes estavam acostumados a trabalhar com os mesmos colegas, visando a interação entre todos os alunos das turmas.

## **ANÁLISE DOS RESULTADOS**

Ao analisarmos qualitativamente, podemos destacar um maior envolvimento de todos os alunos para com a disciplina e um aumento na responsabilidade dos mesmos para com o estudo dos conteúdos, pois os trabalhos aplicados em sala de aula, utilizados como avaliação somativa, serviram de diagnóstico para o professor verificar a aprendizagem dos educandos; pois através da forma escolhida pelo docente para apresentação, sorteio aleatório, qualquer um membro do grupo poderia ser escolhido para representar a sua turma e os mesmos tinham a responsabilidade para com a nota de todos.

## **RESULTADOS**

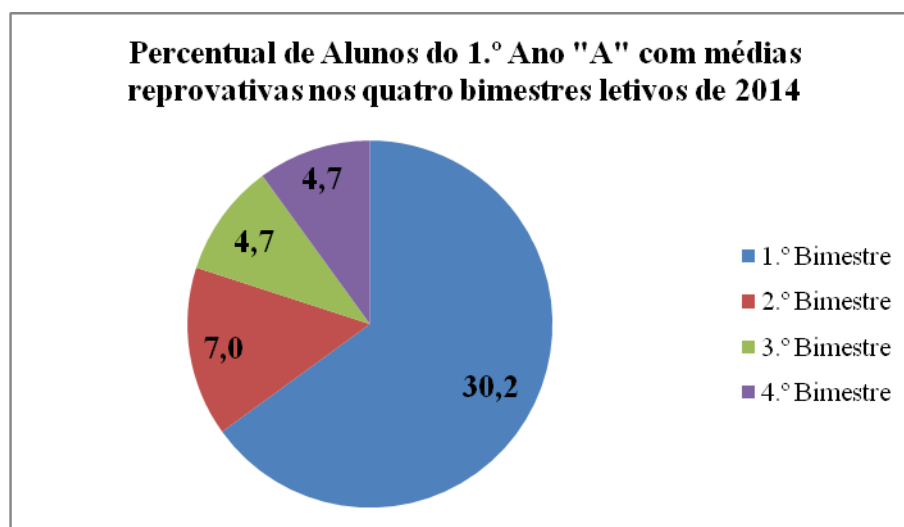
**Gráfico 1 – Total de Alunos do 1.º Ano “A”, nos quatro bimestres letivos de 2014, com médias aprovativas e reprovativas.**



O gráfico 1, mostra as notas bimestrais dos alunos do 1.º ano, turma A, turno Manhã EEM de Campos Sales, com sua conseqüente evolução. Verifica-se inicialmente que no 1.º bimestre letivo haviam trinta alunos com médias aprovativas e treze com médias reprovativas. Verificamos uma evolução nos bimestres seguintes (2.º, 3.º e 4.º bimestres) com um relativo aumento das notas aprovativas e uma redução nas reprovativas em virtude da aplicação da metodologia da aprendizagem cooperativa nessa sala; pois no 1.º período, o professor utilizou a metodologia expositiva tradicional e nos outros bimestres utilizou os pressupostos de cooperação entre os alunos.

É interessante salientar que os alunos do 1.º ano A, em sua grande maioria são provenientes de escolas da rede particular de ensino, detentores de melhores conhecimentos na disciplina de Matemática, por isso constatamos um resultado muito melhor no primeiro bimestre letivo dessa turma do que nas outras.

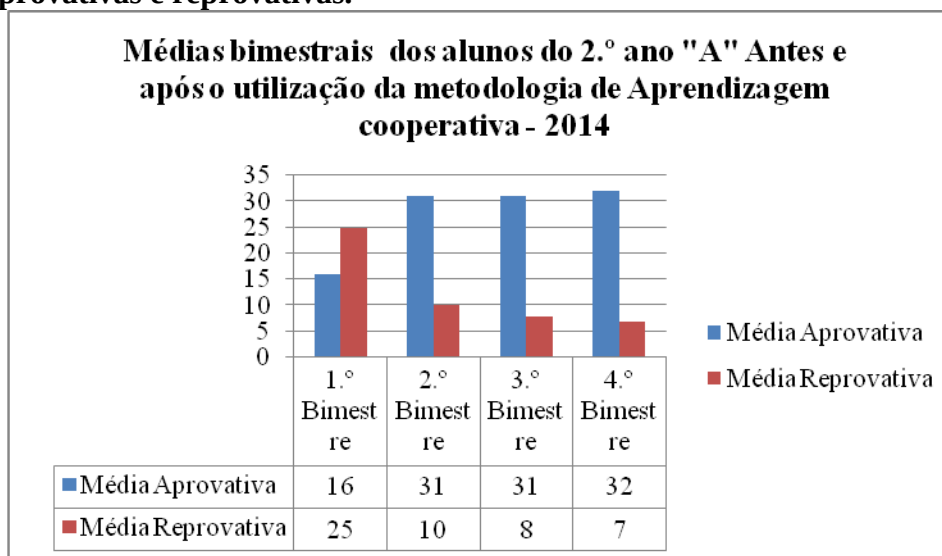
**Gráfico 2 – Percentual de alunos do 1.º “A” com notas reprovativas no ano letivo de 2014.**



O gráfico 2, mostra em valores percentuais, o quantitativo de alunos com notas bimestrais abaixo da média da escola. Podemos verificar que no 1.º bimestre, 30,2% dos alunos possuíam notas reprovativas, reduzindo no 2.º período para 7% e no 3.º e 4.º bimestres

havendo mais uma redução, ficando estabilizada em 4,7%. De acordo com os dados acima, verifica-se que 95,3% dos alunos foram aprovados sem a necessidade de estudos de recuperação, caracterizando dessa forma uma melhoria significativa no nível de proficiência na disciplina de Matemática e mostrando o sucesso da metodologia da aprendizagem cooperativa quando aplicada nessa turma.

**Gráfico 3 – Total de Alunos do 2.º “A”, nos quatro bimestres letivos de 2014, com médias aprovativas e reprovativas.**



Ao analisarmos os resultados do 2.º Ano A, turno manhã, verificamos que a mesma possui características opostas se compararmos ao 1.º Ano A, em virtude de 100% desses alunos serem oriundos de escola pública, quando estavam no fundamental II e no ano de 2013, terem se matriculado e freqüentado efetivamente as aulas na EEM de Campos Sales.

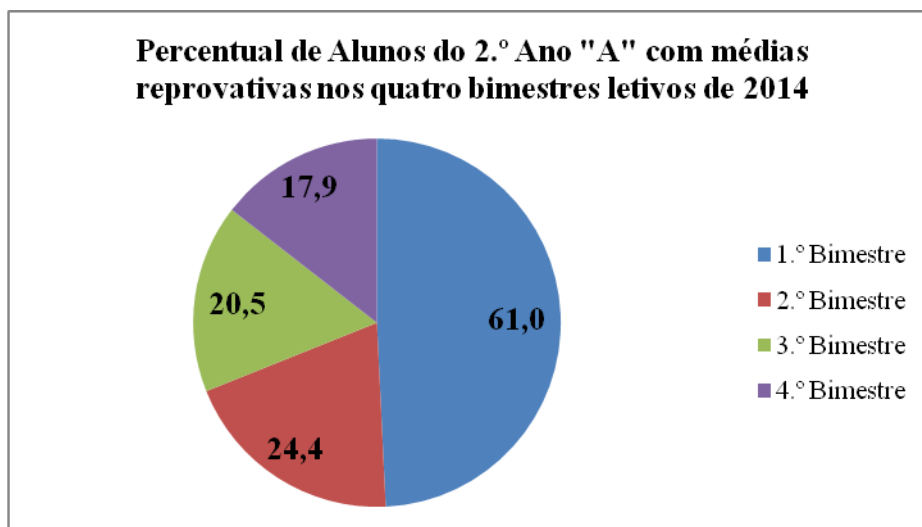
O gráfico 3, nos mostra que mais da metade da turma possuíam notas reprovativas no 1º bimestre letivo de 2014, período este que os alunos ainda produziam seus trabalhos e atividades de forma individual. Nos três bimestres que se seguiram, verificou-se o inverso, ou seja, houve um aumento nas notas aprovativas em virtude da inserção da metodologia da aprendizagem cooperativa.

É importante notar que há uma diferença no quantitativo de alunos no 3.º e 4.º bimestres em relação ao 1.º e 2.º, em virtude de dois alunos terem se evadido ou solicitado transferência, não prejudicando a aferição estatística da pesquisa.

No 2.º bimestre a reprovação caiu. Dos 25 alunos com médias reprovativas no 1.º bimestre, apenas 10 alunos continuaram com notas abaixo da média. Verifica-se uma pequena oscilação no 3.º e 4.º períodos, onde 8 e 7 alunos, respectivamente continuaram com notas reprovativas. Analisando de forma qualitativa e quantitativa, pode-se aferir que houve uma melhoria no processo de ensino e de aprendizagem na sala do 2.º ano “A”, em virtude de, dos 39 alunos que encerraram o ano letivo, apenas sete tiveram que fazer estudos de recuperação; mostrando dessa forma que os estudos realizados através de grupos cooperativo surtem um efeito muito melhor e maior do que a pedagogia tradicional.

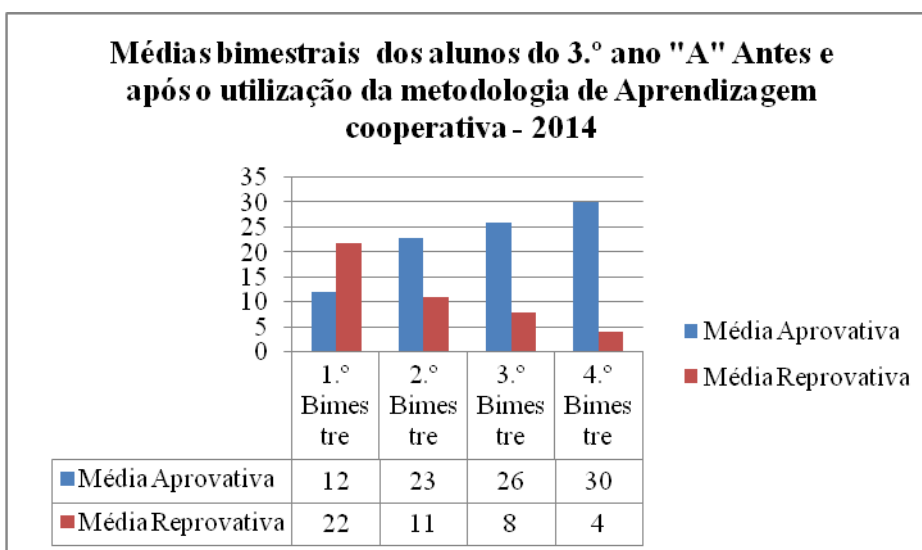


**Gráfico 4 – Percentual de alunos do 2.º “A”, turno Manhã, nos quatro bimestres letivos de 2014, com notas reprovativas.**



O gráfico 4, mostra que antes da aplicação da metodologia da Aprendizagem Cooperativa, 61% dos alunos do 2.º ano A, se encontravam com médias reprovativas e com a consolidação dos métodos de grupos cooperativos houve reduções gradativas bimestre a bimestre. Chegamos ao final do ano letivo de 2014, com apenas 17,9% dos alunos com notas abaixo da média da escola; uma redução de 42,1% de alunos com médias reprovativas. Verifica-se que 82,1% dos alunos do segundo ano A, foram aprovados por média na disciplina de Matemática, ratificando o processo de ensino e aprendizagem através da metodologia da Aprendizagem Cooperativa.

**Gráfico 5 – Total de Alunos do 3.º “A” da EEM de Campos Sales, turno Manhã, nos quatro bimestres letivos de 2014, com médias aprovativas e reprovativas.**

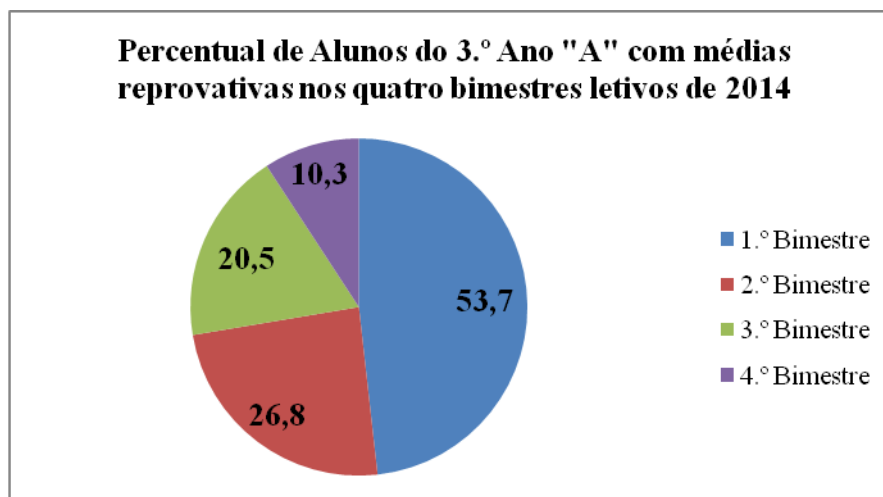


O gráfico 5, ratifica todos os dados até agora coletados. Ele mostra que mais da metade dos alunos do 3.º ano A, no primeiro bimestre, se encontram com médias abaixo do mínimo exigido pela escola quando a metodologia aplicada foi a tradicional. Após a implantação da metodologia da aprendizagem cooperativa se verifica uma inversão nos

índices de aprendizagem, onde mais da metade dos alunos passas a ter notas acima da média da escola em todos os bimestres que faltavam para concluir o ano letivo. Pode-se constatar que dos 22 alunos com notas reprovativa no primeiro bimestre, apenas quatro destes continuaram na mesma situação no 4.º bimestre.

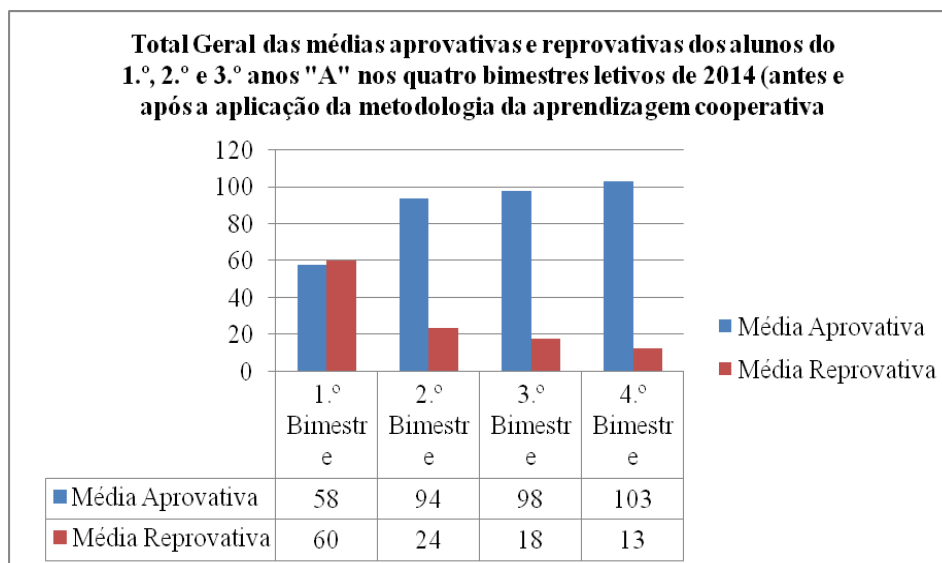
O método cooperativo implantado nessas salas mostrou a melhoria significativa dos alunos do 3.º ano na disciplina de matemática, fazendo com que todos os índices até então negativos pudesse tornarem-se positivos.

Gráfico 6 – Percentual de alunos do 2.º “A” da EEM de Campos Sales, turno Manhã, nos quatro bimestres letivos de 2014, com notas reprovativas.



Percebe-se no gráfico 6, uma diminuição no 4.º bimestre em relação ao 1.º bimestre de 43,4% de alunos com notas reprovativas no 3.º ano “A” em ao 1.º bimestre em relação ao 3.º bimestre. Essa sala, como a do 2.º ano A, era composta de 100% de alunos oriundos de escola pública no ensino fundamental II, no ano de 2011 e em também, em toda a sua totalidade de indivíduos vindos do 1.º e 2.º anos da escola campo de pesquisa. Ao final do ano letivo, 89,7% dos alunos foram aprovados com médias iguais ou superiores à que escola exige e apenas 10,7% dos discentes ficaram para com pendência para fazer estudos de recuperação.

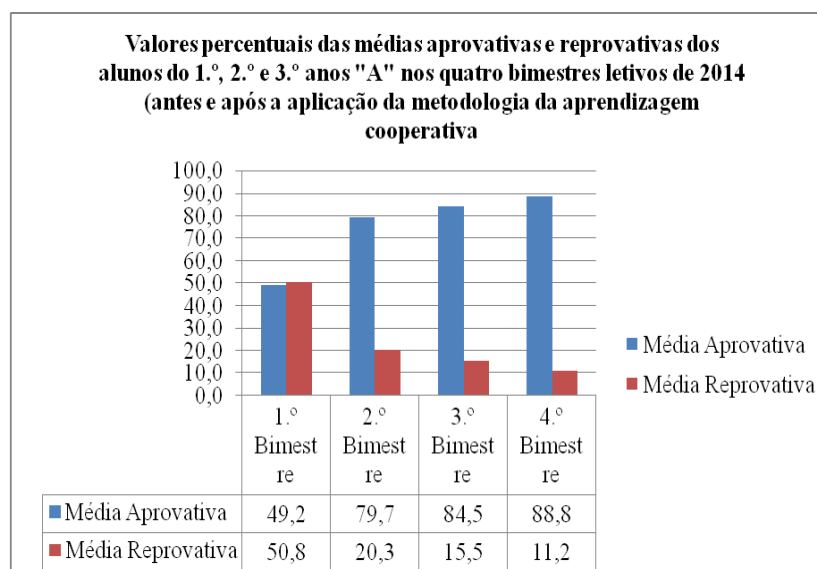
**Gráfico 7 – Quantitativo geral das médias aprovativas e reprovativas dos alunos do 1.º, 2.º e 3.º anos “A” nos quatro bimestres letivos de 2014, antes e após a aplicação da metodologia da aprendizagem cooperativa.**



Ao sintetizar dados do 1.º, 2.º e 3.º anos, turmas “A”, do Ensino Médio da Escola de Ensino Médio de Campos Sales no Gráfico 7, verificamos que dos 118 (cento e dezoito) alunos participantes da pesquisa no 1.º bimestre, 58 (cinquenta e oito) destes tiveram médias aprovativas e 60 (sessenta) reprovativas, mostrando uma quase igualdade percentual. Já no segundo bimestre, após a aplicação do método cooperativo percebe-se uma total inversão, onde as notas aprovativas (94 alunos) – quase quadruplicam em relação às reprovativas (24 alunos); ratificadas no terceiro e quarto bimestres, onde dos cento e dezesseis (118) alunos pesquisados 98 (noventa e oito) e 103 (cento e três) alunos tiveram médias aprovativas respectivamente; e apenas 18 (dezoito) e 13 (treze) alunos tiveram conceitos negativos no 3.º e 4.º bimestres respectivamente.

O gráfico 7, mostra claramente a evolução dos alunos das três séries pesquisadas após a aplicação do método de aprendizagem cooperativa, enfatizando que se bem trabalhado pode vir a surtir o efeito desejado pelos professores que é a melhoria da aprendizagem através de ações simples, dinâmicas e inovadoras.

**Gráfico 8 – Valores percentuais das médias aprovativas e reprovativas dos alunos do 1.º, 2.º e 3.º anos “A” no ano letivo de 2014, antes e após a aplicação da metodologia da aprendizagem cooperativa.**



A figura 8, mostra a evolução percentual das médias aprovativas e reprovativas nos quatro bimestres letivos de 2014. No 1.º bimestre há um empate técnico entre aprovação e reprovação, pois 50,8% dos alunos tinham conceitos abaixo do mínimo exigido pela escola na disciplina de Matemática que é seis e 49,2% destes estavam com médias iguais ou superiores a seis (6,0); ou seja existiam 1,6% de alunos a mais com notas reprovativas em relação aos com médias aprovativas. Com a aplicação da metodologia da aprendizagem cooperativa nos bimestres seguintes (2.º, 3.º e 4.º) há uma total inversão de resultados, onde as médias aprovativas se sobressaem em relação às reprovativas. No 2.º bimestre 79,7% dos alunos ficaram com notas aprovativas; um aumento de 30,5% em relação ao 1.º bimestre e 20,3% de alunos com conceitos reprovativos.

No 3.º e 4.º bimestres houve um aumento nas médias aprovativas, onde 84,5 e 88,8% dos alunos respectivamente tiveram notas iguais ou superiores a seis e apenas 15,5% e 11,2% respectivamente tiraram médias inferiores ao mínimo exigido pela escola.

Tomando como base o último e o primeiro bimestre letivo de 2014, verifica-se que 39,6% dos alunos das três séries, saíram do conceito reprovativo passando para o conceito aprovativo, mostrando as suas evoluções após a aplicação da aprendizagem cooperativa.

## CONCLUSÃO

Este estudo procurou verificar a possibilidade da aplicação da aprendizagem cooperativa como recurso metodológico e pedagógico em todas as turmas da Escola de Ensino médio de Campos Sales, tomando como base o estudo feito nas salas do 1.º, 2.º e 3.º anos “A” da referida instituição

Lopes e Silva (2009 : 7) citam que a metodologia da aprendizagem cooperativa na é um método novo: “no século XVII alguns pedagogos acreditavam que o estudante seria beneficiado se ensinasse a outro colega como também aprenderia com ele”.

No Brasil, a metodologia da aprendizagem cooperativa é extremamente recente, existindo alguns estudos sobre a mesma e experiências isoladas, sem nenhuma divulgação. Uma dessas experiências é a do PRECE, que utiliza o sistema de estudo em grupo não estruturado, muito parecido com essa metodologia, desde 1994, e com uma difusão extremamente recente.

Na EEM de Campos Sales esse método é novidade, pois foi implantada no ano de 2014, apenas, inicialmente, para subsidiar este estudo e posteriormente implantar gradativamente.

Foi perceptível no tocante à aplicabilidade da metodologia de Aprendizagem Cooperativa nas salas do 1.º, 2.º e 3.º anos “A” uma melhoria na aprendizagem dos estudantes, ratificada com as médias das avaliações somativas realizadas no 2.º, 3.º e 4.º bimestres quando comparadas com as médias das avaliações somativas do 1.º bimestre; bem como a sua identificação com essa metodologia do que com a metodologia do ensino tradicional.

Nas turmas que foi utilizada a metodologia da aprendizagem cooperativa, verificou-se que o professor acompanhou pessoalmente os grupos de estudos, o que não fazia quanto o utilizava a metodologia tradicional, pois houve uma divisão das responsabilidades com os estudantes e isso contribuiu para que os alunos fossem melhores acompanhados no desenvolvimento de suas tarefas e buscando chegar aos objetivos propostos.

É fato que na aprendizagem cooperativa sempre existirão conflitos. De acordo com Lopes e Silva (2009): *A cooperação pode desencadear conflitos, os procedimentos e estratégias exigidas para lidar com os conflitos de maneira construtiva são especialmente importantes para o bom funcionamento dos grupos de aprendizagem.* (p. 7)

Podemos concluir que, na Aprendizagem Cooperativa, existem alguns fatores negativos que impedem o satisfatório andamento de algumas atividades, contudo podem ser sanados através das competências sociais ora ensinadas durante o processo de amadurecimento da utilização da proposta em sala de aula.

Os pontos positivos da utilização da metodologia de aprendizagem cooperativa foram vários, pois houve um compartilhamento de conhecimentos entre colegas de classe; houve uma escuta dos clamores de cada membro envolvido; houveram elogios ao concluir uma tarefa, tanto de professor para aluno, como de aluno para aluno; a necessidade de expressar sentimento no grupo, pedir ajuda na hora exata, resolução de problemas e ser gentil com todos os participantes da célula.

Ressalto que a utilização da aprendizagem cooperativa no ensino regular é importante para obtenção de ganhos em relação ao processo de ensino-aprendizagem e também no preparo dos estudantes para situações futuras em qualquer ambiente, onde cada vez mais as atividades exigem pessoas aptas para trabalhar em grupo.

A metodologia utilizada modificou a metodologia de ensino do professor, através de aulas mais dinâmicas e atividades mais específicas voltadas para a coletividade e como consequência houve uma melhoria na aprendizagem dos estudantes

Tal iniciativa pode ser tomada como exemplo para que outros docentes ou instituições possam utilizar a metodologia da aprendizagem cooperativa em sala de aula, pois bem instrumentalizada pelo professor ela pode vir a modificar o processo de aprendizagem dos alunos e melhorar a interação entre estes, fazendo-os pessoas mais responsáveis e comprometidas com os seus afazeres escolares e pessoais.

## **REFERÊNCIAS**

JOHNSON, D. W., JOHNSON, R.T. e HOLUBEC, E. J. **El aprendizaje cooperativo en el aula**. Editorial Paidós SAICF, Quilmes – Argentina, 1999.

LOPES, J. e SILVA, H. S. **A Aprendizagem Cooperativa na Sala de Aula: Um Guia Prático para o Professor**. Ed. Lidel : 2009, Lisboa - Portugal

MONEREO, C. e GISBERT, D. D. **Tramas Procedimentos para a Aprendizagem Cooperativa**. Artmed : 2004, São Paulo.

PROGRAMA DE EDUCAÇÃO EM CÉLULAS COOPERATIVAS (PRECE), Comunidade de Cipó, Pentecoste – Ceará.

# EVASÃO, BAIXO RENDIMENTO E REPROVAÇÕES EM CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL: UMA QUESTÃO A SER DISCUTIDA

**Rosane Cordeiro Rafael<sup>1</sup>**

**Marco Antonio Escher<sup>2</sup>**

<sup>1</sup>Universidade Federal de Juiz de Fora/Departamento de Matemática, rcrafael2012@gmail.com

<sup>2</sup>Universidade Federal de Juiz de Fora/Departamento de Matemática, escher@ice.ufjf.br

## Resumo

O presente trabalho é parte de uma pesquisa de mestrado e visa apresentar uma breve revisão bibliográfica referente à Educação Matemática no Ensino Superior, com foco no processo de ensino-aprendizagem de Cálculo Diferencial e Integral. Pretende-se mostrar que o índice de não-aprovação na disciplina é elevado e o que as instituições de ensino pesquisadas propõem como medida para tentar minimizar o impacto dessa situação no ensino superior. Além da revisão bibliográfica, com a finalidade de comprovar o que foi exposto, será feito um estudo de caso referente aos índices de aprovação/reprovação/evasão nos anos 2013, 2014 e 2015 (1º semestre) na disciplina em questão em uma instituição privada da região serrana do Rio de Janeiro. Os resultados obtidos foram comparados com os propostos por Pereira (2009) em sua tese de doutorado e mostram que o índice de não aprovação na disciplina continua crescendo mesmo depois de apresentados e discutidos pelo pesquisador.

**Palavras-chave:** Ensino Superior. Educação Matemática. Cálculo Diferencial e Integral.

## A EDUCAÇÃO MATEMÁTICA NO ENSINO SUPERIOR

O Ensino Superior tem sido foco de discussão no Brasil nas últimas décadas. Tal fato se dá devido ao baixo rendimento apresentado pelos alunos desse segmento em diversas modalidades.

Nos cursos onde a Matemática é apresentada como disciplina obrigatória, essa situação não é diferente: os elevados índices de evasão, a reprovação e o baixo rendimento fazem com que se acenda uma “luz vermelha” para as disciplinas relacionadas a esta área do conhecimento.

Preocupados com essa situação, pesquisadores, professores e alunos de pós-graduação tem se reunido para discutir o problema para tentar mudar esse quadro.

Em seu texto, Polydoro (2000) fala sobre a evasão no ensino superior:

A evasão no ensino superior já vinha sendo tema de diversos estudos isolados [...] como os trabalhos de Rosa (1977), Costa (1979), Maia (1984), Moysés (1985), Hamburger (1986), entre outros. Segundo Braga, Miranda-Pinto e Cardeal (1996), esse tema configurava-se como preocupação das universidades públicas e do MEC desde 1972. (POLYDORO, 2000, p. 45)

Outros autores, como D’Ambrósio (1996), discutem os motivos pelos quais as mudanças estão acontecendo dentro da matemática:

Outro grande fator de mudança é o reconhecimento do fato de a matemática ser muito afetada pela diversidade cultural. Não apenas a matemática elementar, reconhecendo as etnomatemáticas e procurando incorporá-las no currículo, mas também se reconhece diversidade naquilo que chamamos matemática avançada ou matemática universitária e a pesquisa em matemática pura e aplicada. (D'AMBRÓSIO, 1996, p.58)

Nesse sentido, a Educação Matemática surge para ajudar a compreender esses processos de mudança. Barbosa (2004) cita a importância do sentido para a real compreensão do Cálculo no Ensino Superior:

Sabemos que a falta de sentido na aprendizagem de Cálculo Diferencial e Integral origina-se, em parte, das dificuldades decorrentes dessa transposição. O aluno só compreende os vínculos do conteúdo estudado quando fica compreensível para ele essa passagem. Por isso, contextualizar no ensino de Cálculo vincularia os conhecimentos aos lugares onde foram criados e onde são aplicados, isto é, incorporar vivências concretas ao que vai se aprender e incorporando o aprendido a novas vivências. (BARBOSA, 2004, p. 41).

De modo a auxiliar os docentes de Matemática a atender as novas diretrizes educacionais oriundas desses processos de mudança, tendências como modelagem matemática, a etnomatemática, o uso de jogos, a história da matemática, a resolução de problemas e as novas tecnologias foram desenvolvidas e inseridas no âmbito acadêmico. Além delas, pesquisas sobre o ensino superior de Matemática também tem se consolidado no âmbito das buscas por melhor qualidade de ensino.

## **O PROBLEMA DO CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL**

A disciplina de Cálculo Diferencial e Integral está inserida em diferentes cursos do Ensino Superior, dentre eles, o curso de Matemática, os cursos de Engenharia, Ciências contábeis, Economia e Administração, entre outros e, devido a sua importância para a formação do estudante, tornou-se objeto de estudo entre os pesquisadores.

Cury (2009) cita como esse movimento tem crescido nos últimos anos ao apresentar uma pesquisa proposta por Fiorentini (1993, *apud* CURY, 2009) em que até 1991, dentre as produções brasileiras em Educação Matemática, apenas 19% das dissertações de teses tinham como foco o ensino superior. Desses 19%, 65 textos eram voltados para o currículo e destes, 15 eram relacionados ao ensino de disciplinas sendo 10 deles específicos ao Cálculo.

O crescimento dessas pesquisas também foi acompanhado por Cury (2009) que aponta que entre 1992 e 2001 cerca de 42% dos artigos publicados nos anais do Congresso Nacional de Engenharia (COBENGE) tinham como foco o ensino e a aprendizagem de Cálculo. Em congressos específicos de matemática esse número também é expressivo: no Congresso Nacional de Matemática Aplicada e Computacional (CNMAC), entre 2002 e 2005, 19% dos artigos focavam o tema; No Encontro Nacional de Educação Matemática (ENEM) entre 2001 e 2004, 36% das pesquisas apresentadas pelo grupo de trabalho sobre Ensino Superior ofereciam essa temática e no Seminário Internacional de Pesquisas em Educação Matemática (SIPEM), entre 2002 e 2006 o tema foi abordado por 49% dos trabalhos relacionados ao Ensino Superior.

Uma preocupação comum presente nessas pesquisas é o elevado índice de reprovação na disciplina. Esse fracasso na disciplina, por vezes, leva ao abandono do curso e até mesmo influencia na decisão de não se matricular em um curso de graduação no qual a disciplina seja obrigatória.

Em sua tese de doutorado Barufi (1999), cita que entre os anos 1990 e 1995 o percentual de reprovação em Cálculo Diferencial e Integral na USP variou entre 20% e 75%, dados esses considerados alarmantes e que mostram que o problema já vem acontecendo há mais de 15 anos.

Rezende (2003) apresenta dado mais atual e ainda mais alarmante: na UFF, instituição da qual faz parte, o percentual de reprovação na disciplina citada durante os anos 1996 a 2000 variou entre 45% e 95%, ou seja, os alunos, quase em sua totalidade, são reprovados na disciplina.

No meio acadêmico, não são poucos os que pesquisam nessa área: preocupado com a situação, Rezende (2003) apresenta em seu trabalho o que algumas instituições estão propondo para solucionar a questão:

Outro instrumento “normal” bastante usual nas instituições de ensino superior para o enfrentamento dos resultados catastróficos no ensino de Cálculo é a realização de cursos “preparatórios” para um curso inicial de Cálculo. É o caso por exemplo, do curso de “Cálculo Zero”, “Pré-Cálculo”, “Matemática Básica”, já tão familiares no nosso meio acadêmico. (REZENDE, 2003, p.13)

O ensino de Cálculo também se manifesta nos estudos desenvolvidos fora do país como pode se ver na pesquisa de Marin (2009), neste caso, David Tall, da Universidade de Warwink (Reino Unido), Anna Sierpinska, da Universidade Concórdia (Canadá) e James Robert Leitzel, da Universidade Duke (Estados Unidos) aparecem como autores que publicam frequentemente sobre essa temática.

Para Machado (2008) podem ser citadas como algumas das possíveis causas para o desenvolvimento do cenário insatisfatório do ensino-aprendizagem de Cálculo, as causas de natureza cognitiva, isto é, os alunos não apresentam estruturas cognitivas capazes de compreender as complexidades do Cálculo; as causas de natureza didática, segundo esta concepção as dificuldades estariam, em encontrar a metodologia mais adequada ao ensino e, por último, as dificuldades de natureza epistemológica, que baseia-se na ideia que as deficiências referentes ao ensino de Cálculo são anteriores ao espaço-tempo local do ensino de Cálculo.

## **A COLETA DOS DADOS**

A determinação por uma metodologia para abordar os dados obtidos no trabalho baseou-se na escolha de qual delas ofereceria uma real contribuição para a proposta em questão e seguindo a visão de Bogdan e Biklen (1994), optou-se pela pesquisa qualitativa de dados.

No livro *Investigação Qualitativa em Educação: uma Introdução a teoria e os métodos*, Bogdan e Biklen (1994) apresentam o que consideram ser a pesquisa qualitativa e propõe cinco características para esse tipo de estudo:

- A pesquisa qualitativa tem o ambiente natural como sua fonte direta de dados e o pesquisador como seu principal instrumento; Os dados coletados são predominantemente descritivos.



- A preocupação com o processo é muito maior do que com o produto; O “significado” que as pessoas dão às coisas e à sua vida são focos de atenção especial pelo pesquisador.
- A análise dos dados tende a seguir um processo indutivo.

Dessa forma, considerando que o objeto de estudo é modificado pelo ambiente e que se faz necessário compreender os caminhos percorridos pela educação até chegar ao elevado índice de reprovação em Cálculo Diferencial e Integral, a pesquisa qualitativa mostrou-se mais eficaz.

## REALIDADES SEMELHANTES EM INSTITUIÇÕES DIFERENTES.

Muitas são as pesquisas que apresentam dados sobre os índices de não-aprovação na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral em instituições públicas: em sua tese de doutorado, Rezende (2003) mostra dados expressivos sobre essa situação na Universidade Federal Fluminense, da mesma forma, Pereira (2009) mostra o caso na Universidade Federal do Rio de Janeiro. Assim, para ilustrar a problemática apresentada acima, também na instituição privada, apresenta-se a situação enfrentada por uma instituição privada situada na região serrana do estado do Rio de Janeiro.

O processo de ingresso de alunos nessa instituição é semestral e a capacidade de alunos por turma é em torno de 80. A disciplina de Cálculo Diferencial e Integral I é oferecida no segundo período, quando os alunos já passaram por um período de “nivelamento” conhecido como Introdução ao Cálculo Diferencial e Integral e pro Cálculo Vetorial e Geometria Analítica.

A coleta de dados é referente à disciplina de Cálculo Diferencial e Integral I nas turmas de Engenharia de Produção durante os anos 2013, 2014 primeiro e segundo semestre e 2015 nesse último caso, somente o primeiro semestre. As turmas de Engenharia Ambiental e Sanitária e Engenharia Civil também tiveram seus dados analisados no primeiro semestre de 2015, no entanto, como eram turmas relativamente pequenas, as mesmas têm aulas no mesmo ambiente físico.

Nesse primeiro momento, o que se pretende apresentar é um quadro comparativo referente ao total de alunos ingressantes, alunos concluintes e alunos concluintes aprovados na disciplina.

**Tabela 1: Ingresso, evasão e aprovação em Cálculo no curso de Engenharia de Produção 2013-2014**

|                                            | 2013/1 <sup>1</sup> | 2013/2 <sup>2</sup> | 2014/1 <sup>3</sup> | 2014/2 |
|--------------------------------------------|---------------------|---------------------|---------------------|--------|
| Alunos ingressantes na disciplina          | 37                  | 49                  | 52                  | 65     |
| Alunos concluintes na disciplina           | 32                  | 41                  | 40                  | 54     |
| Alunos concluintes aprovados na disciplina | 27                  | 25                  | 20                  | 36     |

Fonte – Autoria própria.

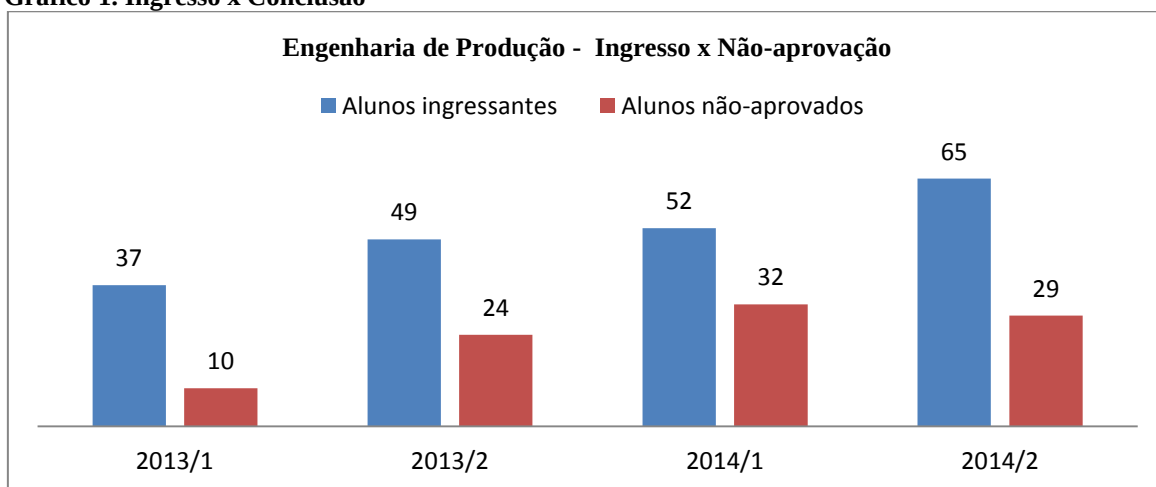
<sup>1</sup> Refere-se ao 1º semestre de 2013. O mesmo é válido para 2014/1.

<sup>2</sup> Refere-se ao 2º semestre de 2013. O mesmo é válido para 2014/2.

Observando a Tabela1, pode-se perceber que o número de alunos ingressantes na disciplina está aumentando anualmente, no entanto, com exceção ao segundo semestre de 2014 que apresentou uma pequena redução, em todos os semestres o número evadidos da disciplina também aumentou e, dos alunos que se mantiveram fazendo o curso, apenas o primeiro semestre de 2014 apresentou mais que 80% de aprovação. Com acesso aos dados, pudemos constatar ainda que esse aumento no número de ingressantes no segundo semestre se dá pelo fato dos alunos não-aprovados (reprovados e evadidos) fazerem parte dessa nova turma, inclusive, alguns deles aparecem em mais que dois períodos consecutivos, informando assim que a evasão se repete.

Para que se possa ter uma ideia melhor do que está acontecendo, abaixo se encontram alguns gráficos referentes a Tabela 1.

**Gráfico 1. Ingresso x Conclusão**

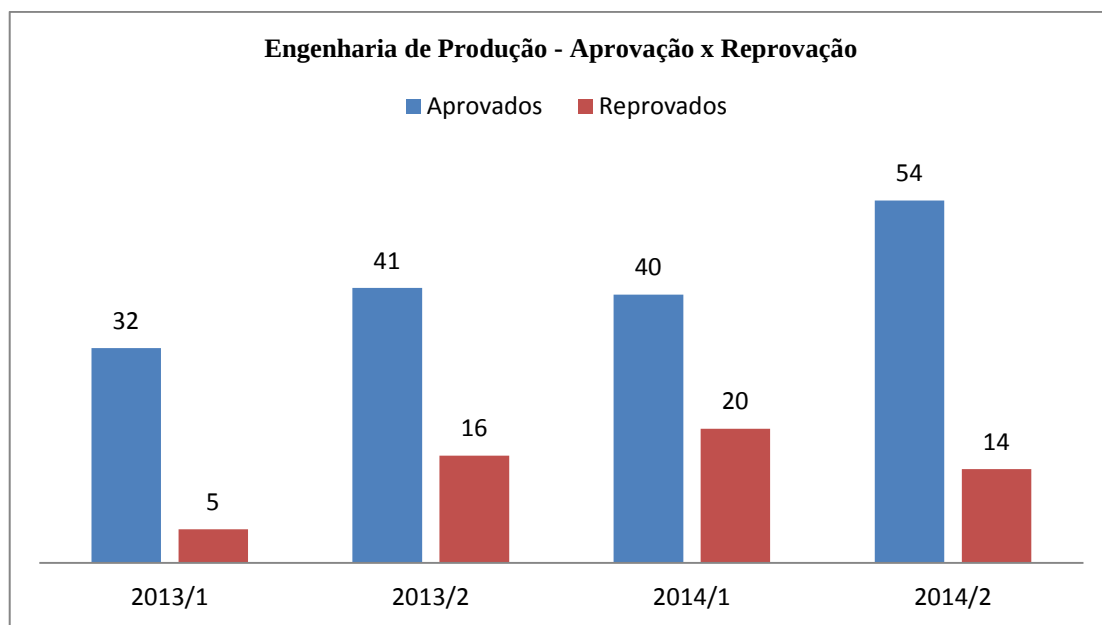


Fonte: Autoria própria

Pelo Gráfico 1 pode-se perceber mais claramente que a partir do segundo semestre de 2013 o número de alunos não-aprovados na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral I já se aproxima de 50% da turma. No primeiro semestre de 2014, o percentual de alunos não-aprovados é ainda maior que 50% da turma e no segundo semestre de 2014 esse número diminui um pouco, ainda assim, chega a 45%. É importante reforçar que na legenda, onde lê-se alunos não-aprovados, estão inclusos os evadidos e os reprovados na disciplina.

Se analisarmos somente o índice de reprovação relativo aos alunos que permaneceram na disciplina até o final do curso, os dados não são muito diferentes:

**Gráfico 2 - Número de aprovados e reprovados nos anos 2013 e 2014**



Fonte: Autoria própria

Comparando o Gráfico 1 com o Gráfico 2, percebe-se que no primeiro semestre de 2013 e no último semestre de 2014 o número de alunos reprovados e o número de alunos evadidos é praticamente igual chegando a 50% no primeiro semestre de 2013 e a 47% no segundo semestre de 2014, enquanto nos outros dois casos, o número de alunos reprovados supera o número de alunos evadidos, para o segundo semestre de 2013 essa superação é de 50%, já em 2014/1 o número de alunos reprovados é 40% maior que o número de alunos evadidos.

O primeiro semestre de 2015 não está incluso nessa análise visto que foi proposta pela instituição uma nova intervenção na disciplina. Essa intervenção será explicada mais abaixo ao falarmos sobre o que a instituição propõe para promover um melhor aproveitamento da disciplina, por enquanto nos cabe falar somente que os alunos que participam da intervenção recebem uma pontuação extra ao final do semestre e por conta disso, teremos mais que um resultado validado para o ano de 2015.

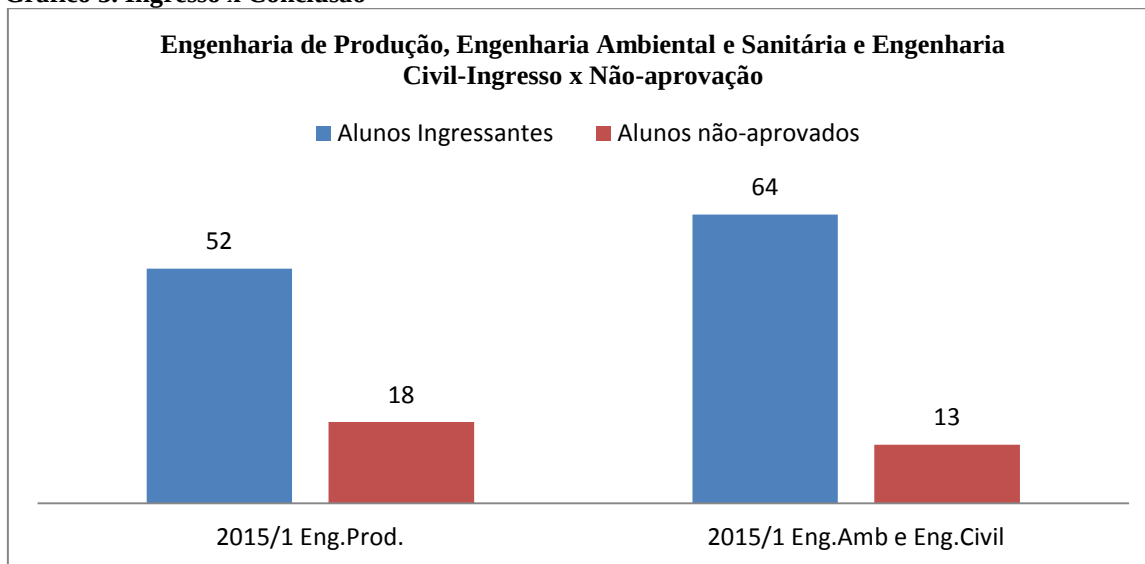
**Tabela 2: Ingresso, evasão e aprovação em Cálculo no cursos de Engenharia 2015/1**

|                                                             | <b>Engenharia de Produção</b> | <b>Engenharia Civil e Eng. Ambiental</b> |
|-------------------------------------------------------------|-------------------------------|------------------------------------------|
|                                                             | <b>2015/1</b>                 | <b>2015/1</b>                            |
| Alunos ingressantes na disciplina                           | 52                            | 64                                       |
| Alunos concluintes na disciplina                            | 46                            | 56                                       |
| Alunos concluintes aprovados sem necessidade de intervenção | 26                            | 45                                       |
| Alunos concluintes aprovados com necessidade de intervenção | 08                            | 06                                       |
| <b>Total de alunos aprovados na disciplina</b>              | <b>34</b>                     | <b>51</b>                                |

Fonte: Autoria própria

O que se pode perceber claramente com a Tabela 2 é que a intervenção auxiliou os alunos que necessitavam de pontos para atingir a média necessária para a aprovação na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral. No entanto, ainda existem as problemáticas referentes a evasão e reprovação na disciplina. Desse modo, assim como para a Tabela 1, abaixo segue um gráfico comparativo referente a ingressantes e concluintes da disciplina em questão.

**Gráfico 3. Ingresso x Conclusão**

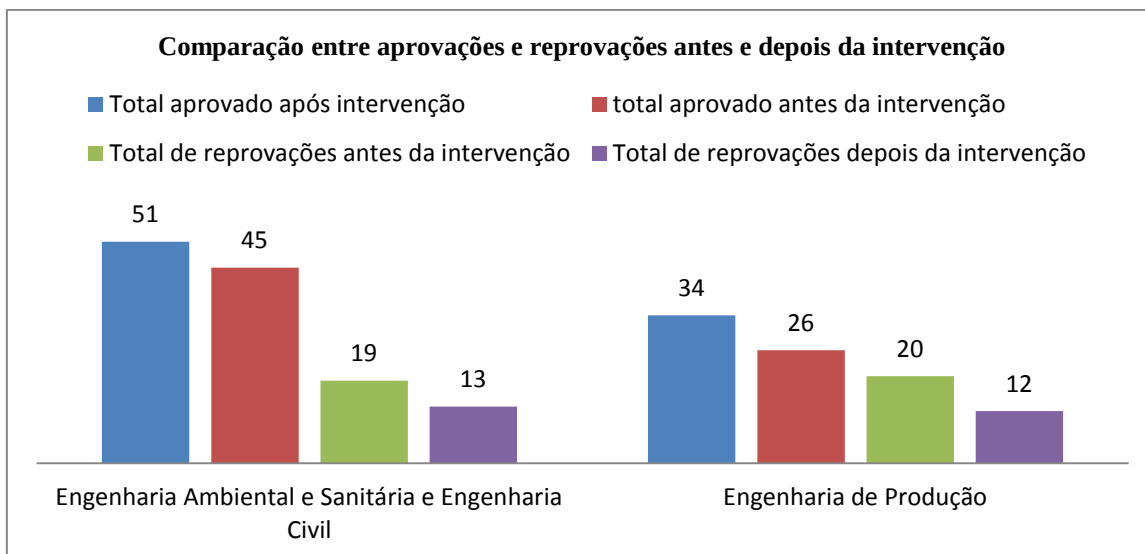


Fonte: Autoria própria

Como se pode perceber, o número de alunos não-aprovados nas duas turmas ainda é elevado, chegando a atingir cerca de 35% na turma de Engenharia de Produção. Mesmo na turma unificada (Engenharia Ambiental e Sanitária e Engenharia Civil), esse número ainda é forte, apesar de menor e gira em torno de 20% do total de alunos ingressantes. Apesar disso, fica claro que esses índices são menores que os apresentados para os anos de 2013 e 2014.

Da mesma forma que na Tabela 1, abaixo se encontra o gráfico referente a comparação entre o número de aprovações x número de reprovações na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral. No entanto, levaremos em conta a variável “intervenção”. Por esse motivo, cada curso apresentará quatro colunas, visto que essas representam a aprovação antes e depois da intervenção e a reprovação antes e depois da intervenção. Com isso o que se espera é mostrar ao leitor o quanto a intervenção influenciou nos resultados apresentados na pesquisa.

**Gráfico 4. Aprovações e reprovações antes e após a intervenção**



Fonte: Autoria própria

Com esse gráfico percebe-se que após a intervenção realizada nas duas turmas houve para a turma unificada (Engenharia Ambiental e Sanitária e Engenharia Civil) um crescimento de cerca de 12% no índice de aprovação na disciplina, enquanto a reprovação diminuiu em aproximadamente 32%. No caso da turma de Engenharia de Produção o aumento no percentual de aprovação da turma na disciplina foi maior que 23%, enquanto a queda no percentual de reprovação foi de 40%.

Para compararmos os resultados obtidos nessa pesquisa com os propostos por PEREIRA (2009, p. 2 *apud*. LUZ, 2011, p. 6), abaixo encontra-se construída uma tabela com os dados propostos pelo autor referente ao ano de 2005 na Universidade Federal do Rio de Janeiro (UFRJ):

**Tabela 3: Índices de não-aprovação em Cálculo na Universidade Federal do Rio de Janeiro - 2005**

| Instituição: Universidade Federal do Rio de Janeiro | Percentual de não-aprovação |
|-----------------------------------------------------|-----------------------------|
| Matemática                                          | 58%                         |
| Química                                             | 54%                         |
| Metereologia                                        | 54%                         |
| Astronomia                                          | 54%                         |
| Geologia                                            | 54%                         |
| Engenharia                                          | De 42% a 48%                |

Fonte: Autoria própria

Comparando esses dados com os que apresentamos, podemos perceber que apesar dessa pesquisa ser referente ao ano de 2015, o percentual de não-aprovação na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral no curso de Engenharia continua elevado, sendo inclusive um pouco maior em alguns semestres. Outro fator relevante é o de estarmos comparando uma instituição privada com uma instituição pública. Teriam as duas o mesmo tratamento quanto a preocupação com os elevados índices de não aprovação na disciplina em questão?

Essa é uma pergunta com difícil resposta que não cabe aqui a discussão, mas fica como um questionamento ao leitor.

## PROCEDIMENTOS ADOTADOS DIANTE DA NÃO-APROVAÇÃO

Reduzir os elevados índices de reprovação não se mostra uma tarefa fácil para nenhuma instituição, principalmente devido ao fato de que o problema pode ser muito anterior ao ensino superior. Barreto (1995, apud Reis, 2005):

As causas são muitas e já bem conhecidas, principalmente a má formação adquirida durante o 1º e 2º graus, de onde recebemos um grande contingente de alunos passivos, dependentes, sem domínio de conceitos básicos, com pouca capacidade crítica, sem hábitos de estudar e consequentemente, bastante inseguros. (BARRETO, 1995, apud Reis, 2005, p. 4).

No entanto, nem todos os pesquisadores e professores concordam que esses sejam os únicos problemas. Para muitos, a metodologia e o que deve ser trabalhando na disciplina e de qual maneira, levando-se em consideração a turma que está sendo trabalhada, ou seja, o curso de cálculo deve ser adequado a turma na qual o professor leciona, seja ela engenharia, matemática ou outra qualquer, também podem influenciar no rendimento da mesma. Em seu trabalho de doutorado, Rezende (2003) afirma:

[...] resta saber então qual é o curso de Cálculo que se almeja? Aquele em que prevalece a técnica? Ou aquele em que se busca a construção dos significados? E, isto posto definir qual deve ser então a melhor forma de preparação para um curso superior de Cálculo [...] (REZENDE, 2003, p.32).

Na instituição privada pesquisada o Cálculo Diferencial e Integral tem seu início no segundo período do curso e para ser considerado aprovado, o aluno necessita alcançar nota igual ou superior a 6,0 e dentro das duas avaliações obrigatórias não ter nota menos que 4,0. Aqueles que apresentam ao menos uma nota menos que 4,0 já está automaticamente inscrito em uma terceira avaliação com caráter substitutivo.

Assim, para que o aluno possa alcançar as metas propostas pela instituição, existem alguns projetos em andamento de modo a tentar auxiliar o aluno nesse processo de adaptação a disciplina de Cálculo Diferencial e Integral. São elas:

- Disciplina introdutória conhecida como Bases Matemáticas;
- Monitoria com alunos em períodos mais avançados;
- Aulas extras próximas ao período de avaliações;
- Vídeos-aula de minicursos de nivelamento;
- Testes de conhecimento pontuados (intervenção).

A seguir iremos descrever cada um desses procedimentos.

## **BASES MATEMÁTICAS**

A disciplina é oferecida no primeiro período da graduação. Ela se encontra distribuída em quatro tempos semanais, sendo eles divididos em dois dias.

O principal objetivo da disciplina é recordar com os alunos ingressantes conteúdos referentes ao ensino fundamental e médio, inclusive a parte de geometria analítica que é pouco trabalhada durante o ensino fundamental e médio. Alguns dos temas trabalhados na disciplina são: polinômios, produtos notáveis, comportamento de funções, logaritmos, exponenciais, equação da reta, distância entre dois pontos, cônica e trigonometria.

A avaliação dessa disciplina é feita por meio de duas tarefas formais (provas), podendo o aluno optar por fazer uma terceira, com o intuito de manter as duas maiores notas. Na primeira atividade avaliativa, a tarefa vale 8,0 pontos e o aluno deve entregar um questionário referente a aplicações do conteúdo valendo os outros 2,0 pontos que faltam para completar a nota.

## **MONITORIAS**

Anualmente ocorre um processo seletivo institucional para selecionar monitores de Cálculo Diferencial e Integral. Para ser considerado concorrente ao processo seletivo, o aluno deve estar ao menos um período a frente do que oferece a disciplina e já tê-la cursado com aprovação. As aulas de monitoria são duas com cinquenta minutos cada e podem ocorrer em qualquer dia da semana, inclusive aos sábados. Nela o monitor pode ajudar com a resolução de exercícios ou retirar dúvidas. O monitor recebe uma bolsa com um desconto de 20% no valor da mensalidade, enquanto os alunos que participam não precisam pagar nada para assistir.

## **AULAS EXTRAS**

Desde o início de 2014 a instituição oferece cerca de quatro aulas extras de cinquenta minutos cada antes do período de avaliações formais. Essas aulas são aplicadas por professores que não sejam os que já trabalham a disciplina com a turma, de modo a oferecer uma visão diferente da que o aluno já está acostumando e devem ocorrer em horário diferente ao que o aluno está acostumado a estudar. Geralmente elas ocorrem nos sábados pela manhã ou em horários vagos durante a noite. As aulas não são obrigatórias e oferecem uma revisão de conteúdos básica. Não existe a cobrança da frequência. Esse professor que é responsável pela aula extra tem por obrigação procurar o professor da turma para saber o que trabalhar durante o período em que estiver com a turma.

## **MINICURSOS**

No site da instituição existem diversos minicursos em diferentes disciplinas onde o aluno pode participar virtualmente e com isso recordar conteúdos fundamentais para o bom desenvolvimento da disciplina. Esses minicursos são gratuitos e *online* de modo que aluno possa estudar a hora que quiser, sem a pressão do horário específico para fazer a atividade. Para tal, existe a necessidade de um provedor de internet de alta frequência e participação ativa no desenvolvimento das atividades. Como algumas das disciplinas da instituição já é oferecida no modelo EAD, os alunos não apresentam muitas dificuldades para participar dessa proposta.

## **TESTES DE CONHECIMENTO PONTUADOS (INTERVENÇÃO)**

Muito citada nos resultados oferecidos anteriormente, os testes de conhecimento citados até então como intervenção, tem em média 5 questões objetivas e que fazem parte do próprio banco de questões institucional. Ele ocorre quatro vezes por semestre e cada questão vale 0,1 pontos que só são acrescentados na terceira avaliação para aqueles que optarem por fazê-la para aumentar a nota final ou tiverem a necessidade de uma “prova de recuperação”. Por ser um teste onde as questões propostas fazem parte dos bancos de questão da própria instituição, pode ocorrer inclusive de a mesma questão aparecer no teste de conhecimento e na avaliação formal. Esses testes são gerados de acordo com o conteúdo

que o professor deveria ter dado até o momento, sem levar em consideração possíveis atrasos no conteúdo, dificuldades ou qualquer outro fator que possa por ventura influenciar no resultado final.

O teste é virtual e fica disponível por uma semana (antes da avaliação), mas o aluno que abre a plataforma tem uma hora para executá-lo, sem poder parar e voltar em outro momento. O mesmo pode ser feito em casa ou nas salas disponibilizadas pela instituição e como as questões são aleatórias, os alunos não precisam necessariamente fazer o mesmo teste. A pontuação recebida no mesmo é enviada automaticamente para a planilha de notas do professor e somada na terceira avaliação dos participantes.

Provar que essas propostas influenciam no resultado ainda não é totalmente possível, pois não temos dados suficientes para essa averiguação.

## **OS PROCEDIMENTOS ADOTADOS PELA UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO DIANTE DA SITUAÇÃO**

No caso da Universidade Federal do Rio de Janeiro, no primeiro período o aluno já inicia com a disciplina de Cálculo Diferencial e Integral, não passando por nenhuma disciplina preparatória considerada como revisão para a matéria que virá. No entanto, é oferecida monitoria para os alunos que desejarem.

## **CONSIDERAÇÕES FINAIS**

Discutir processos avaliativos, aprovações e não-aprovações não é uma tarefa considerada fácil, visto a quantidade de fatores que podem influenciar nesse processo. Essa temática encontra-se no cerne de debates há algum tempo e envolve autores nacionais e internacionais.

A busca por respostas tornou-se tão necessária que o tema Ensino Superior tornou-se uma tendência em Educação Matemática. Nessa, metodologia, processos avaliativos e temas específicos à matemática do ensino superior são discutidos e hoje é muito comum que essas discussões girem em torno do Cálculo Diferencial e Integral. Em congressos e conferências e simpósios, a maior parte dos trabalhos está associada a essa temática. Tal fato se dá pela dificuldade apresentada pelos alunos na disciplina.

Parte dos pesquisadores/professores de matemática associa essa dificuldade à defasagem oriunda a falta de conteúdos necessários no ensino fundamental e médio para a melhor aprendizagem do Cálculo Diferencial e Integral no Ensino Superior, no entanto, temas como metodologia, diferença entre cursos e até mesmo dificuldades referentes a maturidade necessária para a real compreensão do que é o Cálculo fazem parte da discussão.

Após a pesquisa proposta e análise dos dados, algumas questões puderam ficar mais claras. Questões essas que reforçam as falas dos principais pesquisadores. Dentre essas questões encontra-se o fato de um elevado índice de alunos não conseguir obter a aprovação na disciplina, o caso é tão recorrente que em alguns semestres, a não-aprovação ultrapassa 50% do percentual de alunos da turma. Esses dados coincidem com uma pesquisa realizada em 2005, onde nos cursos de Engenharia esse percentual variava entre 42% e 48%.

Após intervenções realizadas em 2015 no grupo pesquisado houve uma real modificação no resultado final da disciplina aumentando em aproximadamente 12% o índice de aprovação na disciplina, para os cursos de Engenharia Ambiental e Sanitária e Engenharia Civil, enquanto na turma de Engenharia de Produção o aumento na aprovação



aproximou-se dos 32%. Com o aumento da aprovação nos dois casos, houve a redução no índice de não aprovação, para a primeira turma essa redução foi de 32%, enquanto na segunda turma a redução chegou a 40%.

Para conseguir esses resultados, a instituição investiu em propostas que auxiliassem o aluno na disciplina considerada problema e o mesmo recebeu aulas extras, monitorias, propostas de cursos online, testes de aprendizagem e disciplina introdutória.

Enquanto isso, a instituição pública comparada, mantém pelo menos desde 2009 o Cálculo Diferencial e Integral no primeiro período da faculdade e oferece monitoria para os alunos que desejarem. Essa diferença de postura entre as duas instituições pode talvez estar relacionada ao interesse econômico referente a cada instituição, visto que a instituição privada depende financeiramente do aluno para manter o curso, enquanto a instituição pública não necessariamente tem esse fator como agravante no semestre letivo.

Investir em todas essas propostas pode ser um dos caminhos para suprir o problema e como se percebe que existe um movimento referente a modificações em prol do melhor rendimento dos alunos na disciplina, essa pesquisa continuará de modo a propor um estudo dos dados referentes ao baixo rendimento nessa disciplina em outras instituições, apresentar a saída encontrada por cada uma delas para tentar solucionar o problema e propor um material que auxilie o educador nesse sentido.

## REFERÊNCIAS

- BARBOSA, A. C. C.; CONCORDIDO, C. F. R.; CARVALHAES, C. G. **Uma proposta de Pré- Cálculo com ensino colaborativo**. In: Colóquio de História e Tecnologia do Ensino da Matemática, Rio de Janeiro. Anais. Rio de Janeiro: UERJ, CD-ROM, 2004.
- BARUFI, M. C. B. **A Construção/ Negociação de Significados no Curso Universitário Inicial de Cálculo Diferencial e Integral**. São Paulo : Tese de doutorado, 1999.
- BOGDAN, R.; BIKLEN, S.; **Investigação Qualitativa em Educação: uma Introdução a teoria e os métodos**, Porto: Porto Editora, Portugal, 1994.
- CURY, H. N. **Pesquisas em análises de erros no ensino superior: retrospectiva e resultados**. [A. do livro] Maria Clara Rezende FROTA e Lilian NASSER. Educação Matemática no Ensino Superior: pesquisas e debates. Recife : SBEM , 2009.
- D'AMBRÓSIO, U. **Educação Matemática da Teoria à Prática**. Campinas, SP : Papirus (Coleção Perspectivas em Educação Matemática), 1996.
- MACHADO, S. (org). **Teoria das Situações Didáticas**. São Paulo : EDUC (Série Trilhas) (p.77-113), 2008.
- MARIN, D. **Professores de Matemática que usam a Tecnologia de Informação e Comunicação no Ensino Superior**. São Paulo : Universidade Estadual Paulista- Dissertação de Mestrado, 2009.
- REZENDE, W. M. **O Ensino de Cálculo: Dificuldades de Natureza Epistemológicas**. Rio de Janeiro : UFF, 2003. p. 468, 2003.
- PEREIRA, V. M. C. **Cálculo no Ensino Médio: Uma proposta para o problema da variabilidade**. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) – Instituto de Matemática, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2009.
- POLYDORO, S. A. **O trancamento de matrícula na trajetória acadêmica no universitário: condições de saída e de retorno à instituição**. Tese (Doutorado em Educação), Universidade Estadual de Campinas, p. 145, 2000.
- REIS, F. da S. **A Tensão entre o Rigor e Intuição no Ensino de Cálculo e Análise: A Visão de Professores-Pesquisadores e Autores de Livros Didáticos**. Tese de Doutorado em Educação. Campinas: UNICAMP, 2001.

# EVIDÊNCIAS DE PADRÕES DE REGULARIDADE NOS LIVROS DIDÁTICOS DE MATEMÁTICA DO ENSINO FUNDAMENTAL

Caroline Tatiane Silva Nascimento<sup>1</sup>

Révero Campos da Silva<sup>2</sup>

<sup>1</sup>PUC Minas/Departamento de Matemática e Estatística, caroline.tatiane@hotmail.com

<sup>2</sup>PUC Minas/Departamento de Matemática e Estatística, revero@pucminas.br

## Resumo

O presente estudo tem por objetivo averiguar como os padrões de regularidade são abordados em uma dada coleção de livros didáticos de matemática do Ensino Fundamental II. Por meio da análise qualitativa de uma coleção de livros didáticos, composta de quatro volumes, orientados para o uso do 6º ao 9º ano do Ensino Fundamental, buscou-se por evidências de padrões de regularidade matemática nas atividades de ensino e/ou nas abordagens teóricas. Após fazer levantamento bibliográfico acerca do papel da Álgebra no Ensino Fundamental e pesquisar sobre as contribuições dos padrões de regularidade no ensino de álgebra elementar, extraíram-se dos volumes analisados algumas atividades de ensino e/ou abordagens teóricas onde observaram-se evidências de padrões de regularidade matemática, para, em seguida, organizá-las a partir das categorias propostas por Hanke (2008). Percebeu-se, durante esse estudo, a evidência de padrões de regularidade matemática em vários conteúdos abordados ao longo da coleção de livros analisada. É considerável destacar que os autores estabeleceram essas conexões não apenas nas atividades de ensino, mas também ao apresentar os conteúdos matemáticos em algumas seções desses livros didáticos.

**Palavras-chave:** Padrões de regularidade; Álgebra elementar; Livro didático.

## Introdução

A partir da análise de uma coleção de livros didáticos de matemática buscou-se, nesta investigação, identificar como os padrões de regularidade são abordados ao longo do Ensino Fundamental II. A coleção escolhida foi aquela que a pesquisadora – que também é professora no Ensino Fundamental – adota em sua sala de aula e está dentre as aprovadas pelo Plano Nacional do Livro Didático (PNLD-2014).

O interesse em abordar o tema surge da dificuldade dos alunos dessa professora em compreender a linguagem algébrica – constatação possibilitada pelos anos de trabalho da pesquisadora nas séries finais do Ensino Fundamental. Entende-se que um trabalho pedagógico com a Álgebra elementar, no esforço de o estudante reconhecer um padrão de regularidade implícito nas atividades de ensino, seja uma forma natural de estimular o pensamento algébrico, além de conduzir esse estudante à atribuição de sentido e significado ao trabalho com a Álgebra elementar, permitindo-lhe uma melhor compreensão da linguagem matemática sistematizada.

Devido à dificuldade da pesquisadora, em sua prática docente, de desenvolver o pensamento algébrico em estudantes do 6º ao 9º ano do Ensino Fundamental, buscou-se identificar, em uma coleção de livros didáticos de matemática, evidências de padrões de regularidade que contribuíssem para que estudantes da escola básica melhor compreendessem a linguagem matemática sistematizada.

De acordo com os PCN (BRASIL, 1998), o estudo de Álgebra na escola básica tem por finalidade a procura por padrões de regularidade que fomentem o desenvolvimento do pensamento algébrico dos estudantes, favorecendo a eles a capacidade de generalização e compreensão da linguagem algébrica.

Este trabalho de investigação é de natureza bibliográfica, subsidiado pelos Parâmetros Curriculares Nacionais que também sinalizam a exploração de padrões de regularidade no desenvolvimento da capacidade de raciocínio algébrico, onde se orienta evitar um ensino de Álgebra com abordagem excessivamente mecanizada e destituída de sentido e significado.

Nesse sentido, o estudo da Álgebra elementar deve contribuir para que os estudantes desenvolvam e exercitem a capacidade de abstrair e generalizar para, com isso, usufruir de uma poderosa ferramenta para resolver problemas, tanto dentro da Álgebra quanto na Matemática em geral.

Os quatro volumes de matemática da coleção selecionada e suas respectivas atividades de ensino e/ou abordagens teóricas foram analisados de forma qualitativa, com o objetivo de buscar por evidências de padrões de regularidade matemática que favorecessem o estudante a interpretar as “letras” em diferentes contextos da matemática escolar.

Na intenção de responder a pergunta diretriz – sobre como os padrões de regularidade matemática são abordados numa dada coleção de livros didáticos do Ensino Fundamental – algumas metas nortearam os esforços dedicados ao desenvolvimento deste trabalho de investigação: levantamento bibliográfico acerca do papel da Álgebra no Ensino Fundamental; pesquisa sobre as contribuições dos padrões de regularidade no ensino de Álgebra elementar e a identificação de algumas atividades de ensino e/ou abordagens teóricas extraídas da coleção de livros didáticos analisada, no intuito de identificar modelos de atividades de ensino que potencializem o desenvolvimento do pensamento algébrico.

As atividades e/ou abordagens teóricas analisadas neste trabalho servem de material de apoio ao professor que ensina álgebra na escola básica, orientando-o no (re)planejamento de sua aula e na diversificação das estratégias de ensino, como sinalizam os documentos oficiais:

*[...] os adolescentes desenvolvem de forma bastante significativa a habilidade de pensar abstratamente, se lhes forem proporcionadas experiências variadas envolvendo noções algébricas, a partir dos ciclos iniciais, de modo informal, em um trabalho articulado com a Aritmética. Assim, os alunos adquirem base para uma aprendizagem de Álgebra mais sólida e rica em significados.*

*(BRASIL, 1998, p. 117).*

Partir de situações de aprendizagem que conduzam o estudante a analisar, verificar e validar o resultado encontrado se mostra como uma situação didática propícia a despertar o interesse e a curiosidade desse aprendiz. Além disso, a utilização de padrões de regularidade matemática proporciona ao estudante a oportunidade de observar e verbalizar as suas constatações e registrá-las simbolicamente, tornando o estudo da Álgebra elementar mais significativo e natural.

## O papel da Álgebra na escola básica

Para uma melhor análise da contribuição dos padrões de regularidade para o ensino da Álgebra, tornou-se necessário conhecer as concepções de alguns autores sobre o papel dessa área da Matemática na escola básica.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais sinalizam que o pensamento algébrico, por meio da exploração de situações de aprendizagem, deve propiciar o estudante a “observar regularidades e estabelecer leis matemáticas que expressem a relação de dependência entre variáveis.” (BRASIL, 1998, p. 81). Ou seja, trabalhar a observação e o registro das regularidades identificadas é uma forma eficaz de se introduzir a linguagem algébrica dando ao aprendiz a oportunidade de investigar a regularidade existente, transformando-a em uma lei matemática que expresse a relação de dependência entre variáveis.

É preciso evitar um ensino de Álgebra com abordagem excessivamente mecanizada e destituída de sentido e significado. Torna-se importante fazer com que o estudante entenda as variáveis e o porquê da existência delas, como orientam os documentos oficiais:

*É interessante também propor situações em que os alunos possam investigar padrões, tanto em sucessões numéricas como em representações geométricas e identificar suas estruturas, construindo a linguagem algébrica para descrevê-los simbolicamente. Esse trabalho favorece a que o aluno construa a ideia de Álgebra como uma linguagem para expressar regularidades.*

(BRASIL, 1998, p. 117).

Os estudantes precisam se apropriar dos recursos da Álgebra, por exemplo, para ajudá-los na resolução de vários tipos de problemas. Para isso é necessário que ela seja bem introduzida na escola básica, como constam das orientações sinalizadas na Proposta Curricular de Matemática do município de Belo Horizonte: “Os adolescentes devem perceber as vantagens que a linguagem algébrica oferece para traduzir e resolver diversos tipos de problemas, ampliando a concepção de variável para incluir a dimensão de incógnita”. (BELO HORIZONTE, 2012, p. 37). Isso significa que o ensino de Álgebra na escola básica deve oportunizar ao estudante conhecer as diferentes interpretações das letras, através de atividades contextualizadas, possibilitando a construção da linguagem algébrica de forma natural e significativa.

Um problema detectado no ensino de Álgebra é que ele tem se limitado, em grande parte, à aplicação de regras e procedimentos, principalmente através da resolução de exercícios repetitivos. Como afirma Usiskin (1995), em geral, é solicitado do estudante que ele saiba apenas aplicar essas regras e procedimentos numa determinada expressão algébrica ou, ainda, que resolva problemas-tipo propostos nos livros didáticos.

É fundamental que o professor conheça métodos atuais que facilitem o ensino desse tema e não levem a uma “técnica automática” de um “simbolismo extremado”, com vistas ao desenvolvimento do pensamento algébrico dos alunos. Para Usiskin (1995), incentivar o estudante a analisar algumas atividades com padrões de regularidade pode ser uma ponte para o simbolismo algébrico, o entendimento e a resolução de problemas:

*A álgebra começa como a arte de manipular somas, produtos e potências de números. As regras para essas manipulações valem para todos os números, de modo que as manipulações podem ser levadas a efeito com letras que representam números. Revela-se então que as mesmas regras valem para diferentes espécies de números [...] e que as regras inclusive se aplicam a coisas [...] que de maneira nenhuma são números. Um*

*sistema algébrico consiste em um conjunto de elementos de qualquer tipo sobre os quais operam funções como a adição e a multiplicação, contando apenas que essas operações satisfaçam certas regras básicas.*

*(USISKIN, 1995, p.9).*

Esse autor entende que as finalidades da Álgebra relacionam-se com diferentes concepções de Álgebra, que estão relacionadas com a importância dada aos diversos usos das variáveis. As concepções analisadas por Usiskin (1995) foram sintetizadas na tabela abaixo.

**Tabela 1: Concepções da Álgebra**

| <b>Concepções da Álgebra</b>      | <b>Uso das variáveis</b>                               | <b>Resumo simplificado</b>                                                                                                                                                             |
|-----------------------------------|--------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Aritmética generalizada           | Generalizações e Modelos<br>(traduzir e generalizar)   | Noção que é fundamental na modelagem matemática.                                                                                                                                       |
| Meio de resolver certos problemas | Incógnitas, constantes<br>(resolver e simplificar)     | Álgebra como o estudo de procedimentos para resolver certos tipos de problemas, em que temos a variável como incógnita.                                                                |
| Estudo de relações                | Argumentos, parâmetros<br>(relacionar, gráficos)       | Álgebra como o estudo de relações entre quantidades, podendo a variável ser um argumento, seja um valor do domínio da função, ou um parâmetro, seja um número do qual outros dependam. |
| Estrutura                         | Sinais arbitrários no papel<br>(manipular, justificar) | Álgebra como o estudo de estruturas, em que a variável é um objeto arbitrário numa estrutura relacionada por certas propriedades.                                                      |

Fonte: BALDIM, Márcia Aparecida, 2008, p. 16.

O conceito de variável que os estudantes irão desenvolver vai depender das concepções da Álgebra que serão abordadas ao longo de toda a escolaridade, tendo em vista que a abordagem por meio de padrão de regularidade tem como objetivo a análise e o registro do padrão observado em uma linguagem algébrica, facilitando assim a “compreensão do significado das letras e das operações estabelecidas entre elas.” (Usiskin, 1995, p. 9).

É evidente a importância do ensino da Álgebra na educação básica, onde se deve privilegiar o trabalho com as “letras”, mas de forma significativa, estimulando no estudante o desenvolvimento do pensamento algébrico. A abordagem com atividades que apresentam padrões de regularidade, além de promover um processo de ensino-aprendizagem eficiente – do ponto de vista da aprendizagem escolar, de conteúdos da Matemática – tem implicações na formação dos estudantes para a compreensão do mundo que os cerca, dando-lhes a oportunidade de desenvolver uma análise algébrica mais detalhada, como discorre Usiskin:

*Podemos cristalizar algumas questões importantes no ensino e aprendizagem da álgebra inserindo no quadro de concepções da álgebra e usos das variáveis, concepções que se alteram com a explosão das aplicações da matemática. A álgebra continua sendo um veículo para a resolução de certos problemas, mas também é mais do que isso. Ela fornece meios para se desenvolverem e se analisarem relações. E é a chave para a caracterização e a compreensão das estruturas matemáticas. Dados esses trunfos e a matematização crescente da sociedade, não é de surpreender que a álgebra seja hoje a área-chave de estudo da matemática da escola básica e que essa posição de destaque provavelmente perdure por muito tempo.*

(USISKIN, 1995, p.21).

Com isso fica clara a importância da Álgebra no currículo escolar básico e na atualidade, destacando que esse campo da Matemática é uma importante ferramenta a ser considerada no processo de formação dos estudantes focado em um ensino-aprendizagem de qualidade e de significado para os aprendizes. Portanto, as metodologias utilizadas pelo professor devem considerar um papel ativo do estudante, como orientam alguns documentos oficiais:

*Deve-se evitar a formalização excessiva e concentrar-se no desenvolvimento de habilidades conceituais e manipulativas, estimulando o uso de mecanismos informais como intuição, analogia, reconhecimento de padrões, análise de casos particulares e generalizações, aproximação, estimativas. Por outro lado, na 7ª e 8ª séries, quando já se atingiu alguma maturidade, é adequado e desejável introduzir de modo gradativo o método lógico dedutivo, apresentando e requerendo do aluno demonstrações simples em álgebra e geometria.*

(MINAS GERAIS, 2006, p.15).

Isso significa que o estudante precisa participar ativamente do seu processo de aprendizagem, sendo o professor um mediador dessa aprendizagem; alguém que provocará o aluno a pensar, analisar e validar a solução da atividade proposta. E para o estudo da Álgebra é fundamental propor atividades investigativas que desenvolvam no estudante o pensamento algébrico de forma natural e significativa.

### **Padrões de regularidade na Matemática**

Padrões podem ser observados em vários campos. Na Matemática, os padrões propiciam inúmeras aplicações, razões por que alguns matemáticos a definem como a ciência dos padrões. Hanke (2008) analisa que:

*Sendo o padrão uma presença contínua na vida de qualquer indivíduo, a sua utilização na construção do pensamento algébrico, além de dar significado à simbologia e às abstrações algébricas, assegura o exercício dos elementos caracterizadores do pensamento algébrico.*

(HANKE, 2008, p. 63).

Assim, como os padrões de regularidade estão presentes na vida das pessoas, eles podem ajudar no desenvolvimento do pensamento algébrico de uma forma eficaz, dando sentido ao estudo da Álgebra elementar na escola básica.

Existe uma infinidade de padrões de interesse da Matemática e é importante destacar que, segundo a literatura, não há uma definição exata para padrão. Os padrões para Hanke (2008, p.64) “são encontrados na natureza, na física, na biologia, na geografia, na arte etc.”. Mesmo afirmando que não existe uma definição precisa para padrão, através de um exemplo ela caracteriza, de forma intuitiva, essa ideia:

*[...] quando Pitágoras intui que em todo triângulo retângulo, o quadrado da hipotenusa é a soma dos quadrados dos catetos, suas primeiras argumentações partem de observações, análise, identificação de regularidades, intuição e a construção de um padrão. Somente mais tarde é que ele conclui seu trabalho com uma demonstração sistematizada. Na física, quando Galileu desperta para o fato de que todos os objetos caem em direção ao solo (regularidade), isso o conduz a ideia da gravidade. Essas e inúmeras outras situações revelaram um padrão.*

(HANKE, 2008, p.63).

Apesar de Hanke (2008) associar o enunciado mais famoso ao nome Pitágoras, o mesmo não pode ser afirmado como sendo o “Teorema de Pitágoras”, pois pela história esse teorema era conhecido por diversos povos mais antigos do que os gregos e pode ter sido um saber comum na época de Pitágoras e que de acordo com Roque (2012):

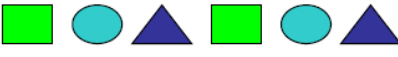
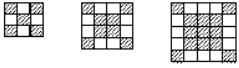
*A demonstração desse teorema, encontrada nos Elementos de Euclides, faz uso de resultados que eram desconhecidos na época da escola pitagórica. Não se conhece nenhuma prova do teorema geométrico que tenha sido fornecida por um pitagórico e parece pouco provável que ela exista.*

(Roque, 2012, p. 86).

Voltando ao exemplo de Hanke (2008), entende-se que os padrões remetem a certos tipos de regularidades, que primeiramente são apenas observadas para, posteriormente, serem demonstradas e/ou generalizadas. Ao se referir aos padrões, no campo da Matemática, a autora afirma que “dentro da Matemática, encontramos várias estruturas e padrões que, de acordo com suas características e particularidades, podem ser categorizados em numéricos, visuais, geométricos, figurativo-numérico, geométrico-numérico etc.” (HANKE, 2008, p. 67).

A seguir, a autora apresenta alguns estilos de padrões matemáticos.

**Figura 1: Alguns estilos de padrões matemáticos**

| Estilos                                                                           | Categorização       |
|-----------------------------------------------------------------------------------|---------------------|
|  | figurativo-numérico |
|  | geométrico-numérico |
|  | visuais             |
| 2 1 3 5 2 1 3 5 ...                                                               | numéricos           |
|  | mosaico             |
|  | movimento           |

Fonte: HANKE, 2008, p. 68.

Neste trabalho buscou-se identificar padrões numéricos e figurativo-numéricos em atividades de ensino e/ou abordagens teóricas de livros didáticos de Matemática do 6º ao 9º do Ensino Fundamental. Acredita-se que conduzir o ensino da Matemática a partir de experiências com padrões de regularidade é uma tentativa de torná-lo mais significativo; além de conduzir o estudante a vivenciar o processo de construção da Matemática, privilegiando o desenvolvimento do pensamento algébrico e a elaboração de uma linguagem simbólica.

É preciso fazer o estudante perceber as regularidades existentes nos padrões e nas situações-problema que ajudam a desenvolver o pensamento algébrico. Nesse sentido os Parâmetros Curriculares Nacionais destacam que:

*[...] é mais proveitoso propor situações que levem os alunos a construir noções algébricas pela observação de regularidades em tabelas e gráficos, estabelecendo relações, do que desenvolver o estudo da Álgebra apenas enfatizando as manipulações com expressões e equações de uma forma meramente mecânica.*

(BRASIL, 1998, p. 118).

Fica evidente a importância de se trabalhar com padrões de regularidade no ensino da Álgebra elementar, no esforço de desenvolver o pensamento algébrico de uma forma mais significativa.

A partir desta pesquisa sobre os padrões de regularidade na Matemática, decidiu-se identificar, em particular, os padrões numéricos e figurativo-numéricos, buscando averiguar como esses padrões estão presentes em atividades de ensino e/ou abordagens teóricas da coleção de livros didáticos analisada.

## Metodologia da pesquisa

Este trabalho de investigação é de natureza bibliográfica que, de acordo com Fiorentini e Lorenzato (2006, p.103), “é um tipo de pesquisa feita preferencialmente por documentos escritos, em que a coleta de informações ocorre por meio de fichamento das



leituras realizadas.”. Esses autores, dentre os vários tipos de estudos bibliográficos, caracterizam o tipo *estado-da-arte*:

*[...] tendem a ser mais históricos e procuram inventariar, sistematizar e avaliar a produção científica numa determinada área (ou tema) de conhecimento, buscando identificar tendências e descrever o estado do conhecimento de uma área ou de um tema de estudo.*

(FIORENTINE; LORENZATO, 2006, p. 103).

Sendo assim, a pesquisa bibliográfica contempla uma análise criteriosa acerca do tema em estudo, da qual resulta um registro detalhado das informações adquiridas. A escolha das fontes bibliográficas foi feita com a sugestão do orientador.

As análises da coleção de livros didáticos escolhida foram feitas de forma qualitativa e, segundo os autores Fiorentini e Lorenzato (2006), existem diferentes maneiras de se analisar um conteúdo. Em Educação Matemática destaca-se a análise de livros didáticos onde “[...] pode-se analisar os conteúdos e a forma como são abordados; os erros conceituais; a ideologia subjacente ao texto e as ilustrações etc.” (FIORENTINE; LORENZATO, 2006, p. 138). No estudo em questão foram considerados como categorias de análise os padrões numéricos e figurativo-numéricos.

A coleção analisada pela pesquisadora – que também é professora no Ensino Fundamental – é aquela que utiliza em sua sala de aula: Matemática dos autores Luiz Márcio Imenes e Marcelo Lellis. Preocupou-se em averiguar se essa coleção estava dentre as aprovadas pelo Programa Nacional do Livro Didático (PNLD-2014), por meio do Guia de Livros Didáticos. Em seguida, iniciou-se a pesquisa analisando a coleção do 6º ao 9º ano do Ensino Fundamental, na intenção de buscar por evidências de padrões numéricos e figurativo-numéricos em atividades de ensino e/ou abordagens teóricas da coleção de livros didáticos analisada.

Na resenha da coleção analisada é realçado que:

*Com uso moderado de regras, inova-se na abordagem da álgebra, buscando-se desmistificar sua dificuldade. A mesma intenção revela-se na sistematização feita sem exageros da nomenclatura e da simbologia. Os assuntos são retomados de um ano para o outro, ampliados e explorados em problemas variados e interessantes. Há equilíbrio entre o cálculo algébrico e o emprego da álgebra para modelizar situações cotidianas.*

(BRASIL, 2013, p. 50).

A partir desse parecer é possível inferir que os autores dessa coleção tiveram a preocupação em abordar a Álgebra de uma forma mais compreensível, tentando desmistificar sua dificuldade, saindo das regras exageradas para uma introdução voltada para situações cotidianas.

Para alcançar os objetivos propostos, fez-se um levantamento bibliográfico acerca do papel da Álgebra no Ensino Fundamental; pesquisou-se sobre as contribuições dos padrões de regularidade no ensino de Álgebra elementar e identificaram-se algumas atividades de ensino e/ou abordagens teóricas, extraídas da coleção de livros didáticos analisada, no intuito de apontar modelos de atividades de ensino que potencializassem o desenvolvimento do pensamento algébrico.

Ao extrair dos livros didáticos as atividades de ensino e/ou abordagens teóricas onde se perceberam evidências de determinado padrão de regularidade, estas foram classificadas como padrão numérico ou padrão figurativo-numérico.

## A análise dos livros didáticos

Conforme mencionado anteriormente, buscou-se, nos quatro volumes da coleção, por evidências de padrões de regularidade em atividades de ensino e/ou abordagens teóricas para, em seguida, classificá-las como padrão numérico ou figurativo-numérico.

Apresentaram-se algumas atividades de ensino extraídas da coleção, durante as análises. As demais atividades e/ou abordagens teóricas, relacionadas com a temática investigada, foram organizadas em um quadro-síntese, agrupadas em duas categorias: padrão numérico ou figurativo-numérico, como consta da seção Apêndice.

No primeiro volume da coleção referente ao segmento do 6º ano do Ensino Fundamental, são apresentadas atividades de ensino que evidenciam padrões de regularidade matemática. Em alguns conteúdos foi possível observar a presença desses padrões na parte teórica, podendo o professor motivar o aprendiz a identificar a regularidade implícita na atividade proposta. Segue um exemplo de atividade extraída desse primeiro volume.

**Figura 2: Atividade de ensino**

10. a. Desenhe as duas próximas figuras da sequência:



b. Que relação tem essa sequência com a das figuras dos números quadrados?

c. A quantidade de bolinhas em cada figura da sequência é 3, 8 e 15. Quantas são as bolinhas na 4ª figura? E na 5ª? E na 9ª?

Fonte: IMENES & LELLIS, 2010, 6º ano, p. 106

A atividade encontra-se no capítulo 5, que trata sobre múltiplos e divisores de números naturais. Observa-se que a atividade está relacionada com padrão figurativo-numérico onde o autor inicia com uma sequência e solicita ao estudante a dar continuidade à mesma. Esse tipo de questão conduz o aprendiz a analisar e a validar o levantamento feito, a partir da observação do padrão de regularidade.

Analisando a sequência é possível identificar uma fórmula matemática que indica a quantidade de bolinhas necessárias para a construção das próximas figuras. Entretanto, como não é abordada a linguagem algébrica nesse segmento escolar, os autores não podem fazer esta transformação, embora o professor possa acrescentar mais esta análise. Esse tipo de atividade pode proporcionar ao aluno um momento de investigação e análise de fórmulas matemáticas, dando sentido à linguagem algébrica, em contraposição a um ensino de álgebra focado, muitas vezes, na manipulação exaustiva de fórmulas prontas.

No volume do 8º ano, no capítulo que introduz o tema “Produtos Notáveis”, os autores propõem uma atividade que remete ao padrão numérico, na intenção de apresentar a fórmula do “quadrado da soma de dois termos”, como indicado a seguir:

### Figura 3: Atividade de ensino

42. Vamos examinar o quadrado da soma de dois termos.

a. Efetue os cálculos e complete a tabela:

| Cálculo     | Resultado |
|-------------|-----------|
| $(a + b)^2$ | _____     |
| $(x + y)^2$ | _____     |
| $(x + 3)^2$ | _____     |
| $(x + 4)^2$ | _____     |

b. Preenchendo o quadro, você deve ter notado que os resultados obtidos têm sempre um mesmo padrão. Dos padrões do quadro a seguir, qual é o que corresponde ao resultado de  $(\blacksquare + \blacktriangle)^2$ ?

|                                                                                 |
|---------------------------------------------------------------------------------|
| $\blacksquare^2 + \blacktriangle^2$                                             |
| $\blacksquare + 2 \cdot \blacksquare \cdot \blacktriangle + \blacktriangle$     |
| $\blacksquare^2 + \blacksquare \cdot \blacktriangle + \blacktriangle^2$         |
| $\blacksquare^2 + 2 \cdot \blacksquare \cdot \blacktriangle + \blacktriangle^2$ |
| $\blacksquare^2 - 2 \cdot \blacksquare \cdot \blacktriangle + \blacktriangle^2$ |

c. Com suas palavras, descreva o padrão escolhido. Comece assim:  
*Elevando ao quadrado uma soma de dois termos, vamos obter...*

Fonte: IMENES & LELLIS, 2010, 8º ano, p. 207

No item (a) da atividade analisada, os autores solicitam que se complete a tabela efetuando as operações, no desejo de que o estudante identifique o padrão de regularidade nos cálculos realizados. No item seguinte, solicitam que seja aplicado o padrão de regularidade identificado anteriormente, agora em cálculos envolvendo figuras geométricas. Avançam no item (c) quando pedem para o estudante registrar, por escrito e do seu modo, o padrão de regularidade observado. Isso é importantíssimo, pois, em geral, os estudantes têm dificuldade de escrever matematicamente. A atividade analisada envolve o padrão numérico.

### Considerações Finais

A partir da pesquisa realizada observou-se que o volume do 6º ano apresentou um maior número de atividades de ensino que remetem a padrões de regularidade numérica e figurativo-numérica. Essa evidência foi diminuindo nos volumes das séries seguintes e, gradativamente, os autores inseriram atividades que exigiam dos estudantes a representação do padrão de regularidade observado, por meio da linguagem algébrica.

No volume do 7º ano, onde a linguagem algébrica é efetivamente introduzida, as atividades de ensino estimulam os estudantes a escreverem a fórmula matemática relacionada ao padrão de regularidade observado. Avalia-se que esse procedimento pedagógico pode possibilitar ao estudante uma melhor compreensão da linguagem algébrica, em contraposição a um ensino de Álgebra elementar focado na manipulação de fórmulas e que, em geral, é destituído de sentido e significado.

Identificou-se no volume do 8º ano uma quantidade reduzida de atividades de ensino relacionadas a padrões de regularidade, e poucas delas indicavam a necessidade do registro de uma fórmula matemática que representasse o padrão observado.

No 9º ano, os padrões de regularidade identificados na coleção foram mais frequentes no capítulo que versava sobre funções.

Constatou-se que atividades de ensino e/ou abordagens teóricas relacionadas ao padrão numérico são mais evidentes do que aquelas relacionadas ao padrão figurativo-numérico. Entretanto, nos volumes finais da coleção analisada, a quantidade de atividades desse tipo vai diminuindo, como registrado no quadro-síntese que consta da seção Apêndice deste trabalho.

Partir de situações de aprendizagem que conduzam o estudante a analisar, verificar e validar o resultado encontrado se mostra como uma situação didática propícia a despertar o interesse e a curiosidade desse aprendiz. Além disso, a utilização de padrões de regularidade matemática proporciona ao estudante a oportunidade de observar e verbalizar as suas constatações e registrá-las simbolicamente, tornando o estudo da Álgebra elementar mais significativo e natural.

Como ampliação e continuidade deste trabalho de pesquisa é sugerida a realização de uma pesquisa de campo que possa analisar a prática docente de um determinado professor da escola básica, na intenção de constatar como se dá o ensino-aprendizagem de Álgebra elementar ou, ainda, a elaboração de uma sequência didática que conduza um trabalho com Álgebra elementar na perspectiva da investigação de padrões de regularidade, numa situação escolar.

As atividades e/ou abordagens teóricas analisadas neste trabalho servem de material de apoio ao professor que ensina Álgebra na escola básica, orientando-o no (re)planejamento de suas aulas e na potencialização das estratégias de ensino.

## Referências

BALDIM, Márcia Aparecida. **Resolução de problemas como metodologia de ensino e aprendizagem de equações do 1º grau**. Londrina, 2008. Produção didático-pedagógica, Universidade Estadual de Londrina.

BELO HORIZONTE, Secretaria Municipal de Educação de Belo Horizonte. **Proposições Curriculares do Ensino Fundamental: matemática**. RME-BH, 2012.

BRASIL, Ministério da Educação. **Guia de livros didáticos PNLD 2014: Matemática Anos Finais do Ensino Fundamental**, Brasília: MEC, 2013.

BRASIL, Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais**. Brasília: MEC/SEE, 1998.

FIORENTINI, Dario; LORENZATO, Sergio. **Investigação em Educação Matemática: percursos teóricos e metodológicos**. Campinas, SP: Autores Associados, 2006. (Coleção Formação de Professores).

HANKE, Tânia Aparecida Ferreira. **Padrões de regularidades: uma abordagem no desenvolvimento do pensamento algébrico**. 2008. (Dissertação de Mestrado).

IMENES, Luiz Márcio; LELLIS, Marcelo. **Matemática**. 6º ao 9º ano. 1. ed. São Paulo: Moderna, 2010.

MINAS GERAIS, Secretaria de Estado de Educação de Minas Gerais. **Conteúdos Básicos Comuns:** Proposta Curricular – Matemática, 2006.

ROQUE, Tatiana. **História da matemática.** Uma visão crítica, desfazendo mitos e lendas. Rio de Janeiro: Zahar, 2012.

USISKIN, Zalman. Concepções sobre a Álgebra da escola média e utilização das variáveis. In: COXFORD, Arthur F.; SHULTE, Albert P. (Org.). **As idéias da Álgebra.** Tradução Hygino H. Domingues. São Paulo: Atual, 1995. Cap. 2, p. 9–22.

**APÊNDICE 1:** Quadro com as atividades de ensino e apresentação de conteúdos que envolvem padrões de regularidade, selecionadas durante a análise dos livros didáticos.

| <b>COLEÇÃO: IMENES &amp; LELLIS – 2010 – 6º ANO</b> |               |                        |                                   |
|-----------------------------------------------------|---------------|------------------------|-----------------------------------|
| <b>Atividade</b>                                    | <b>Página</b> | <b>Padrão Numérico</b> | <b>Padrão Figurativo-Numérico</b> |
| Atividade 2                                         | 14            | x                      |                                   |
| Atividade 6                                         | 15            | x                      |                                   |
| Atividade 3                                         | 35            | x                      |                                   |
| Atividades 2 e 3                                    | 41            | x                      |                                   |
| Atividades 9 e 10                                   | 42            | x                      |                                   |
| Atividade 28                                        | 66            | x                      |                                   |
| Apresentação de conteúdo                            | 103           | x                      |                                   |
| Atividades 1, 2 e 3                                 | 105           | x                      |                                   |
| Atividade 4                                         | 106           | x                      |                                   |
| Atividades 6 e 10                                   | 106           |                        | x                                 |
| Apresentação de conteúdo                            | 107           | x                      |                                   |
| Atividade 17                                        | 110           | x                      |                                   |
| Apresentação de conteúdo                            | 119           | x                      |                                   |
| Atividade 1                                         | 121           |                        | x                                 |
| Atividade 2                                         | 121           | x                      |                                   |
| Atividade 4                                         | 181           | x                      |                                   |
| Apresentação de conteúdo                            | 195           |                        | x                                 |
| Atividade 33                                        | 215           |                        | x                                 |
| Atividade 34                                        | 215           | x                      |                                   |
| Atividade 28                                        | 231           | x                      |                                   |
| Atividades 3, 4 e 5                                 | 255           |                        | x                                 |
| Atividade 10                                        | 256           |                        | x                                 |
| Atividade 13                                        | 258           | x                      |                                   |
| Atividades 14 e 15                                  | 259           |                        | x                                 |
| Atividade 19                                        | 260           |                        | x                                 |
| Apresentação de conteúdo                            | 261           |                        | x                                 |

**APÊNDICE 2:** Quadro com as atividades de ensino e apresentação de conteúdos que envolvem padrões de regularidade, selecionadas durante a análise dos livros didáticos.

| <b>COLEÇÃO: IMENES &amp; LELLIS – 2010 – 7º ANO</b> |               |                        |                                   |
|-----------------------------------------------------|---------------|------------------------|-----------------------------------|
| <b>Atividade</b>                                    | <b>Página</b> | <b>Padrão Numérico</b> | <b>Padrão Figurativo-Numérico</b> |
| Apresentação de conteúdo                            | 55            | x                      |                                   |
| Conversar para Aprender (item b)                    | 58            | x                      |                                   |
| Atividade 5                                         | 59            |                        | x                                 |
| Atividade 13                                        | 61            |                        | x                                 |
| Apresentação de conteúdo                            | 63            | x                      |                                   |
| Atividade 30                                        | 69            | x                      |                                   |
| Atividade 1                                         | 77            | x                      |                                   |
| Atividade 3                                         | 146           | x                      |                                   |
| Atividade 35                                        | 160           | x                      |                                   |
| Atividades 1 e 2                                    | 198           | x                      |                                   |
| Atividade 1                                         | 216           |                        | x                                 |
| Atividades 5 e 7                                    | 217           |                        | x                                 |
| Atividades 13 e 15                                  | 219           |                        | x                                 |

**APÊNDICE 3:** Quadro com as atividades de ensino e apresentação de conteúdos que envolvem padrões de regularidade, selecionadas durante a análise dos livros didáticos.

| <b>COLEÇÃO: IMENES &amp; LELLIS – 2010 – 8º ANO</b> |               |                        |                                   |
|-----------------------------------------------------|---------------|------------------------|-----------------------------------|
| <b>Atividade</b>                                    | <b>Página</b> | <b>Padrão Numérico</b> | <b>Padrão Figurativo-Numérico</b> |
| Atividade 1                                         | 16            |                        | x                                 |
| Atividade 8                                         | 17            | x                      |                                   |
| Atividades 32 e 33                                  | 25            | x                      |                                   |
| Atividade 39                                        | 41            | x                      |                                   |
| Atividade 34                                        | 118           | x                      |                                   |
| Atividade 42                                        | 207           | x                      |                                   |
| Apresentação de conteúdo                            | 233           |                        | x                                 |

**APÊNDICE 4:** Quadro com as atividades de ensino e apresentação de conteúdos que envolvem padrões de regularidade, selecionadas durante a análise dos livros didáticos.

| <b>COLEÇÃO: IMENES &amp; LELLIS – 2010 – 9º ANO</b> |               |                        |                                   |
|-----------------------------------------------------|---------------|------------------------|-----------------------------------|
| <b>Atividade</b>                                    | <b>Página</b> | <b>Padrão Numérico</b> | <b>Padrão Figurativo-Numérico</b> |
| Atividade 1                                         | 44            |                        | x                                 |
| Atividade 4                                         | 208           | x                      |                                   |
| Atividade 5                                         | 209           |                        | x                                 |
| Atividade Ação                                      | 210           | x                      |                                   |
| Atividade 9                                         | 211           | x                      |                                   |
| Atividade 10                                        | 211           |                        | x                                 |
| Atividade 12                                        | 212           | x                      |                                   |



# FORMAÇÃO DOCENTE: ASPECTOS IMPLÍCITOS NOS RELATOS DOS PROFESSORES

Carolina Augusta Assumpção Gouveia<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Centro de Políticas Públicas e Avaliação da Educação/CAEd-UFJF, carolinaaag@caed.ufjf.br

## Resumo

Este artigo apresenta um pequeno ensaio sobre as experiências em duas oficinas de apropriação de resultados ministradas por nós, nas quais observamos diferentes aspectos de formação pedagógica e de conteúdo dos profissionais de educação. Esses momentos ocorreram no contato com professores da rede de ensino integrantes de um programa de avaliação externa em larga escala. O programa, sobre o qual faremos referência, é aplicado por uma instituição responsável por operacionalizar (elaborar e desenvolver) programas estaduais e municipais e tem por o objetivo apresentar os resultados de desempenho alcançados pelos estudantes nas diferentes disciplinas e etapas de escolaridade da educação básica da rede. Com base em uma metodologia qualitativa, esta pesquisa compõe-se pela descrição das vivências nesses momentos de interação com o grupo de professores, pela seleção dos excertos relacionados à formação docente – nosso tema de pesquisa – e pela análise dos dados baseada em afirmativas e considerações apresentadas por pesquisadores da área. As experiências, constituídas por meio de relatos durante as oficinas de apropriação de resultados, fizeram-nos pensar sobre os conhecimentos apresentados pelos profissionais de educação – ao discutir os resultados das avaliações aplicadas aos estudantes – e refletir sobre as possibilidades de intervenção mais eficazes para o desenvolvimento profissional docente, voltadas para a melhoria da qualidade da educação oferecida aos estudantes da rede.

**Palavras-chave:** avaliação externa, avaliação em larga escala, formação do professor.

## UM PRIMEIRO OLHAR PARA OS PROFESSORES E SUA FORMAÇÃO PROFISSIONAL

Consideramos que a formação docente, tema discutido ao longo deste artigo, pode ser observada a partir de diferentes aspectos, tais como políticas públicas em educação, prática docente e formação profissional.

Esses aspectos, os quais fazemos referência, representam para nós os principais caminhos percorridos pelos pesquisadores da área, ao discutir, por exemplo, a formação docente com foco no desenvolvimento de projetos e ações de governo (federal, estadual ou municipal), bem como a prática desenvolvida no dia a dia em sala de aula, em uma reflexão do próprio trabalho realizado pelo professor na busca pela melhoria da aprendizagem dos seus estudantes, ou como um processo de formação continuada, seja na pós-graduação ou nos cursos de extensão, atualização, capacitação, entre outros.

Como encontramos em publicações sobre formação inicial de professores, ou formação inicial docente, grande parte dos cursos de licenciatura têm como foco o

*domínio mecânico, operacional e procedimental da Matemática, enfatizando estruturas abstratas, precisão da linguagem, processo rigorosamente lógico-dedutivo, de modo que seja apto a*

*manipular/operar corretamente os entes matemáticos, e aplicá-los a situações-problema (PERIN, 2009, p.13)*

Esse processo de desenvolvimento do profissional de educação, entretanto, diferencia-se do objetivo almejado na formação docente daqueles em exercício, pois cobra-se do professor, hoje, no decorrer da própria prática, um exercício contínuo que busque na matemática “seus conceitos, suas finalidades e as possibilidades formativas”, permitindo que o aluno/cidadão em formação constitua-se como sujeito social do mundo contemporâneo (PERIN, 2009, p.13).

Porém, realizar uma prática que possa se diferir da formação – como vemos ser exercitada e/ou buscada pelos profissionais da educação – não é uma atividade simples. Mas o professor, no contexto atual, busca adequar-se às exigências da sociedade globalizada, dos quais procedimentos técnicos e operacionais não são capazes de suprir a demanda de formação do indivíduo.

Contudo, os profissionais que estão na escola, muitas vezes, não conseguem adequar-se a essas requisições, pois não se formaram para trabalhar nesse ambiente de constituição do indivíduo. Sendo assim, vemos que o modo como o docente atua em sala de aula (como mostram pesquisas na área), principalmente nos primeiros anos de prática escolar, pode ter relação direta com a sua formação, os seus conhecimentos, as suas crenças e os seus valores. Temos que no ambiente escolar muitos conceitos são cobrados por meio de técnicas e reprodução de conteúdo, como podemos observar, também, no processo de formação do professor.

O que podemos fazer, então, para modificar esse cenário? Como podemos observar, esse processo pode tomar caminhos diferentes! Quando formado, em contato com a sala de aula, o professor tem a possibilidade de desenvolver outros conhecimentos sobre a prática pedagógica. Esse processo pode ser dado ao estudar o conteúdo a ser apresentado aos alunos, por meio de conhecimento de novas metodologias e recursos didáticos, formação continuada, entre outros aspectos. Como apresenta Fiorentini (2003 apud FERREIRA 2009)

*a formação docente e, portanto, seus saberes, não é estática nem caracterizada em um determinado período ou fase da vida do professor. A formação profissional começa antes da formação “inicial” (acadêmica) e continua após sua inserção no mercado de trabalho. É influenciada por aspectos históricos, culturais, sociais, individuais, além das relações desenvolvidas com a instituição de ensino, colegas, alunos, dentre outros. (FIORENTINI, 2003 apud FERREIRA, 2009, p.21)*

Em nossos estudos sobre tema, percebemos que o desenvolvimento da prática dos professores pode ser influenciado, também, pela cultura docente e por experiências compartilhadas por outros professores (formados e em formação).

Castro (2010), nesse sentido, profere que

*Se o fundamental do trabalho docente ‘é ensinar’, o professor, ao desenvolver sua atividade em um contexto de ‘interações humanas’, participa da apreensão e transformação do conhecimento – o que faz capaz de conceber, executar e analisar sua atividade de trabalho, tendo como interlocutores os estudantes. (CASTRO, 2010, p.85)*

Assim, o que podemos considerar pelas palavras da autora é a reflexão e a ressignificação da prática na própria prática do professor e a importância delas para o desenvolvimento. Ainda segundo Castro (2010), a atividade docente exige do professor uma postura crítica e questionadora de suas ações com foco na melhoria do seu trabalho.

Como citamos anteriormente, acreditamos que o desenvolvimento da prática não se limita somente à prática em sala de aula, pois consideramos que o olhar reflexivo do docente, em relação ao seu trabalho e às suas atividades, precisa estar associado com as formações continuadas, os grupos de estudos e o curso de capacitações (entre outras formações) que ele participa ao longo de sua trajetória de trabalho.

Nesse sentido, concordamos com as palavras de Fiorentini (2011), pois somente a participação em cursos e eventos, por exemplo, não garante um desenvolvimento do professor. Esses momentos de formação devem estar associados com a discussão dos aspectos da teoria com a nossa própria prática. Segundo o autor,

*domínios (ou competências) do professor de matemática não são ensinados, mas podem ser aprendidos ou desenvolvidos mediante participação em comunidades profissionais que tem como postura a análise e investigação de suas práticas de ensinar e aprender matemática. (FIORENTINI, 2011, p.10)*

Mas o caminho não termina aqui, além do que é percebido por pesquisadores da área, sobre a importância da formação, da reflexão e da ressignificação da prática docente, percebemos, também, iniciativas do governo em relação à prática do professor.

Na pesquisa de doutorado de Richit (2010) a pesquisadora aponta ações sobre formação continuada no Brasil realizadas a partir da aprovação da Lei de Diretrizes e Bases da Educação (LDB), com o desenvolvimento dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN, 1998) e o Plano Nacional de Educação (PNE, 2001). Com base nos PCN, que apresentam concepções sobre formação e atribuições do professor, podemos notar que a formação continuada é um processo que deve considerar o multiculturalismo e os conhecimentos prévios para a aprendizagem dos conteúdos (BRASIL, 1998 apud RICHIT, 2010). Como aponta a pesquisadora,

*a sociedade de hoje requer dos sujeitos mais do que saberes e competências. Espera que sejam capazes de promover seu aprendizado contínuo e esse deve ser o papel da escola. (RICHIT, 2010, p. 42)*

Com isso, acreditamos que esse olhar dos pesquisadores e das instituições escolares sobre a reflexão e a ressignificação da prática, tem aumentado a partir de ações do governo e da importância observada pelos centros de pesquisa na área.

Neste artigo, entretanto, não conseguiremos discutir a formação nesses diferentes aspectos supracitados, mas optaremos por percorrer o caminho da formação docente como prática de sala de aula, de reflexão da própria prática. De modo algum, fazemos uma escolha pela importância dada a este aspecto da formação, mas por ser o caminho percorrido por nós ao vivenciarmos as experiências com os professores nas oficinas de apropriação de resultados realizadas pela instituição responsável por essas avaliações.

## **AS EXPERIÊNCIAS OBSERVADAS AO LONGO DAS OFICINAS DE APROPRIAÇÃO DE RESULTADOS**

Viajar para ministrar oficinas de apropriação de resultados dos sistemas de avaliação estaduais e municipais em diversos lugares do Brasil significa, em todos os momentos, viver experiências de formação. Além disso, em meio a relatos, práticas e situações vivenciadas nas cinco regiões do país, que se tornaram inesquecíveis por serem singulares, temos a possibilidade de observar e tecer algumas reflexões sobre a formação e prática dos profissionais da educação que participam desses momentos de formação.

Nesse contexto percebemos que os aspectos relacionados à formação docente, os quais são discutidos desde a formação inicial, mostram-se imprescindíveis, também, na formação em serviço, nos cursos de atualização e de capacitação. Pensando nesses aspectos, o que faremos neste momento é apresentar um pequeno ensaio, que busca relatos e modos de agir dos professores participantes dos momentos de formação presenciados por nós.

Em relação à experiência vivenciada nesses momentos com os professores, faremos referência àquelas ações apresentadas por eles que nos chamaram atenção em relação à nossa própria prática - o que para outros pesquisadores poderiam passar despercebidas.

Em todas as formações ministradas para professores nas diferentes regiões do país, percebemos que o contato com eles tem auxiliado o nosso trabalho, também como professores e como formadores. Em cada evento, acompanhamos professores que relatam suas angústias, seus desafios e, juntos, buscamos discutir e refletir a prática sobre diversos aspectos, seja com foco na prática pedagógica ou sobre o próprio ambiente de trabalho, isto é, o ambiente escolar.

É o contato, entre professor-professor e professor-formadora, que acreditamos trazer elementos para o ambiente escolar e para a formação de cada indivíduo envolvido no ambiente escolar. Juntos, ao discutir e “investigar colaborativamente novas formas de ensinar e aprender matemáticas nas escolas”, estudantes, professores e currículo saem ganhando (FIORENTINI, 2011, p.14). Segundo o autor, o estudante ganha condições de compreender as relações matemáticas, o currículo ganha novos modos de aplicação no ambiente escolar e, o professor tem seu desenvolvimento profissional.

Em nossas experiências, quando saímos do espaço físico onde trabalhamos e vamos descobrir “novos lugares”, temos como tarefa e objetivo possibilitar que diferentes profissionais, gestores e professores das redes estaduais e municipais, conheçam um pouco mais sobre a avaliação educacional externa e em larga escala, seus dados e sua análise pedagógica de resultados. Em cursos com duração aproximada de 12 horas, buscamos organizar e selecionar os materiais a serem disponibilizados para os cursistas, bem como elaborar o discurso apropriado para cada público, permitindo que, nesse curto período de capacitação, os profissionais de educação tenham motivos para querer melhorar a aprendizagem dos seus estudantes e, com isso, repensar, discutir e desenvolver ações que possam ser aplicadas em seu espaço escolar.

Os momentos apresentados neste artigo referem-se a dois cursos de formação sobre avaliação externa, em que participaram professores integrantes do sistema educacional de um estado do Brasil, em 2015. Além disso, é importante relatar que esses cursos aconteceram em dois diferentes municípios do estado, em um período onde já havia passado mais de um ano da aplicação dos testes de proficiência.

Entretanto, esse atraso não se decorreu por falta de organização da instituição aplicadora das avaliações ou da secretaria de educação. Os locais onde aconteceriam os eventos sofreram alguns danos causados por questões climáticas, apresentando restrição para deslocamento e acesso de pessoas em alguns locais. Com uma grande quantidade de chuva no estado, algumas regiões estavam inundadas, com municípios isolados pela água. Além disso, dentro dos próprios municípios, tínhamos estudantes e professores sem acesso às suas casas e escolas, e, portanto, alunos sem aulas, sem ambiente para estudo, sem possibilidades de desenvolvimento de conhecimentos escolares. Esse foi o contexto anterior às experiências de formação em Avaliação Externa vividas no estado, que apresentaremos a seguir.

Quando buscamos a qualidade da educação por meio da formação docente, gestão de escola e de rede, infraestrutura, metodologias e recursos didáticos, entre outros

elementos, muitas vezes não consideramos dados importantes como as questões climáticas, tal como apresentamos. Essas questões, mesmo que eventuais, também devem ser consideradas na apresentação da qualidade educacional dos estudantes de uma rede, município e/ou escola, pois podem interferir no desenvolvimento dos estudantes.

Assim, ao falar em qualidade educacional, e apresentar os resultados das avaliações externas aplicadas pelo estado, também consideramos outros fatores, além do rendimento/desempenho. Como Chirinea (2010) aponta, os fatores associados aos testes de desempenho, como sociais, culturais e econômicos, permitem, assim, emitir um julgamento adequado aos resultados encontrados em uma avaliação. Para a autora, a exposição de um resultado de qualidade não vai existir por si só, porque dependerá dos entraves sociais como o capital econômico, cultura e social das famílias, os quais darão à avaliação, validade e credibilidade.

Felizmente, esses problemas climáticos, em 2015, não existiram com tanta intensidade como àqueles vividos em 2014 e pudemos, assim, organizar o curso e conhecer um pouco mais sobre os professores e o trabalho desenvolvido na rede de ensino do estado em que estivemos. Isto é, pudemos discutir sobre a qualidade da educação apresentada pelas escolas do estado, suas possibilidades de mudanças e seus limites, prejudiciais ao trabalho das escolas e ao desenvolvimento dos estudantes.

Para essa formação, em particular, tínhamos um receio diferente em relação às demais oficinas que havíamos ministrado até o momento, pois não sabíamos como seríamos recebidos para apresentar os resultados de uma avaliação que tinha sido realizada há algum tempo. E, felizmente, essa foi a primeira surpresa! Não detectamos nenhum problema ou questionamento sobre o retorno dos resultados, pelo contrário, encontramos profissionais estavam dispostos a escutar o que era proposto naquele momento.

O início da formação com os professores contou com um público de mais de 80 profissionais da rede estadual de educação, a maioria formada por professores de língua portuguesa e matemática de ensino fundamental e ensino médio, e alguns pedagogos e profissionais com formações em outras áreas. Buscamos discutir, nas primeiras quatro horas, as possibilidades e os avanços da avaliação externa, tomando como foco o sistema implementado no estado deles.

Em meio a nossa fala, percebemos muitos relatos de insatisfação das condições de trabalho e salário, como sempre nos deparamos nesses encontros. Além disso, uma quantidade significativa de reclamações referia-se aos alunos que chegavam do sistema de ensino da rede municipal e ingressavam na rede estadual no 6º ano do ensino fundamental sem ter desenvolvido conhecimentos básicos em matemática e língua portuguesa.

Para esses professores, o sistema de avaliação do estado, ao aplicar testes de desempenho para alunos 6º ano, transferiam uma responsabilidade para professores da rede estadual, que relatavam sobre esta cobrança por parte da equipe da secretaria de educação. Entretanto, nesse contexto, pudemos notar que muitos professores preocupavam-se apenas em culpar outros sistemas educacionais (nesse caso, a rede municipal de ensino, que é responsável pela formação dos estudantes até o 5º ano do ensino fundamental), sem se atentar às possibilidades de desenvolvimento dos estudantes, que agora eram de responsabilidade do estado, isto é, deles!

É certo que a rede municipal deveria rever suas ações de gestão e pedagógica, dados os questionamentos apresentados pelos professores da rede estadual. É importante, também, que esses problemas sejam relatados, para que os professores e os gestores responsáveis pela alfabetização das crianças possam repensar as suas propostas de ensino. Sendo assim, não retiramos, em nenhum momento, a responsabilidade desses profissionais

da educação com uma aprendizagem significativa para as crianças das etapas iniciais de ensino.

Entretanto, alguns estudantes já haviam passado pela rede municipal e, agora, era a rede estadual que estava responsável pela sua formação. Consideramos, desse modo, que os problemas de defasagem, identificados pelos professores do estado, em relação ao desenvolvimento apropriado dos conhecimentos para determinada etapa de escolaridade e disciplina, deveriam ser sanados por eles.

Se os estudantes estão ingressando no 6º ano com desenvolvimento cognitivo abaixo do esperado e chegam no 3º ano do ensino médio ainda com problemas de aprendizagem, os professores do estado também são responsáveis por esse resultado, procurando assim, desenvolver e repensar propostas educacionais para os estudantes que apresentam domínio de habilidades e competências aquém do esperado.

Sendo assim, se são recebidos estudantes com desenvolvimento de habilidades e competências abaixo do esperado, o que fazer? Como possibilitar uma formação mais apropriada para eles? Essa é uma discussão sempre muito difícil em nossas oficinas e cursos, pois nosso foco não é a formação docente ou responsabilização, mas a atenção de profissionais da rede para reflexão sobre todos esses contextos. Consideramos, a partir do momento em que recebemos os alunos, sermos responsáveis por eles e, desse modo, devemos fazer o possível para que tenham a melhor educação, com qualidade suficiente para a sua formação como cidadão e para o seu desenvolvimento profissional.

Para nós, essa constitui uma responsabilidade da atividade docente, pois como vemos em pesquisas da área, esse é um tipo de trabalho que “exige o compromisso e responsabilidade social, o que faz o docente assumir uma postura questionadora e crítica de suas ações para melhoria do trabalho” (CASTRO, 2010, .85). Sendo assim, ao buscar seguir um cronograma pré-determinado sobre conceitos que os estudantes devem desenvolver em determinadas etapas de escolaridade, cabe ao profissional da educação questionar se o estudante “chegou” em sua sala de aula com os conceitos (pré-requisitos) já desenvolvidos para dar continuidade ao trabalho organizado anteriormente ou pensar em novas propostas de trabalho em sala de aula para a turma.

Mas esse é um assunto que pode ser, ainda, muito explorado. Entretanto, gostaríamos de limitar nossas palavras sobre as responsabilidades dos profissionais das redes, neste momento, e apresentar, a seguir, outros dois momentos que nos chamaram a atenção nessas oficinas. São acontecimentos em “segundo plano”, que não versam sobre os conceitos da avaliação, mas que revelam um pouco sobre o lugar, as pessoas, as expectativas e os sentimentos de cada um dos profissionais da educação envolvidos nesse sistema.

Ao iniciar a oficina com o grupo de professores que trabalhariam resultados de matemática, perguntamos quem eram formados em matemática. Para nossa surpresa, em uma turma de mais de 20 participantes, poucos se manifestaram e sem entender, questionamos sobre a atuação deles na escola. Nesse momento, muitos se apresentaram como professores de matemática.

No intervalo da oficina, uma professora, integrante da equipe da Gerência Regional de Educação, explicou serem poucos professores formados em matemática, a maioria deles formados em outras áreas, como administração de empresas. Para ela, esse foi o motivo pelo qual eles não responderam ao questionamento inicial que fizemos sobre a formação docente, expondo-se apenas quando questionados sobre o trabalho na escola.

Inicialmente, a formação dos professores que estão na escola poderia não ser um problema, já que muitos desses profissionais apresentam curso superior completo. Entretanto, diferente da formação de administrador ou qualquer outra graduação na área de

exatas, a formação inicial de professores busca associar conteúdos específicos com a disciplinas pedagógicas possibilitando, assim, ao profissional em formação produzir, em sua prática, um “trabalho de forma contextualizada e não de maneira mecânica”. Além disso, essa formação permite ao profissional da educação “trabalhar de forma a atender as especificidades da prática docente, tornando a matemática interessante, atrativa, relevante, útil, atual e integrada ao mundo de hoje”. (PERIN, 2009, p.14)

Sem essa formação inicial de professores de matemática, pudemos perceber, posteriormente, muitas dúvidas no desenvolvimento das atividades, as quais requisitavam conhecimentos sobre conteúdos e práticas pedagógicas fundamentais para a educação básica. Assim, em momentos de divulgação e apropriação de resultados do sistema de avaliação da rede estadual, não pudemos deixar de abordar questões de formação para os profissionais presentes, seja ela inicial ou continuada.

Um professor, como profissional da educação, deve buscar conhecimentos que auxiliem o trabalho de formação dos seus estudantes. Em cada turma, a cada ano, tem-se dos estudantes demandas diferentes, que surgem da interação e do interesse do grupo. Quando nos referimos a esses interesses, não questionamos o currículo proposto pelo estado, mas as formas de trabalho que se adequam a cada grupo de estudantes, à realidade e às possibilidades de intervenção docente. Com base nessas questões, o “problema” da formação poderia ser o foco de discussão dessas oficinas, mas outros elementos também se apresentavam de modo singular nesse ambiente.

Durante o início das atividades com o grupo de matemática, estávamos em um laboratório com uma lousa digital, que seria utilizada para auxiliar na nossa apresentação de slides. Não sabemos informar quando esse recurso tinha chegado à escola, mas dentre a equipe responsável, com educadores da escola e servidores alocados na regional da rede estadual de educação, a qual pertence ao município onde ministrávamos a oficina, ninguém conseguiu ligar o equipamento e a lousa digital serviu apenas de pano de fundo para a projeção.

Sabemos que o conhecimento e o uso sobre as possibilidades de intervenção pedagógica com base no uso de diferentes recursos, como material manipulativo, artefatos tecnológicos, jogos entre outros, faz-se importante no desenvolvimento dos estudantes. No processo de formação docente, além de compreender conceitos matemáticos, o professor deve saber adequar o melhor recurso pedagógico para que os estudantes aprendam de modo significativo.

Segundo Castro (2010, p. 182)

*O livro didático é considerado por muitos uma “muleta” de trabalho para o professor, quando “o que se pretende é que o aluno chegue à conclusão de que a melhor versão é a que dá o livro didático, então bastará este elementos” (ZABALA, 1998, p.170). Ao mesmo tempo, o livro ainda representa o lugar onde se encontram os conhecimentos que são trabalhados em sala de aula e é o instrumento a que o professor tem maior acesso.*

Entretanto, faz-se necessário que, além do livro didático e o quadro de giz, outro recurso muito utilizado pelos professores, buscar outros recursos didáticos para sala de aula, o que permite, em cada momento, desenvolver conceitos dos estudantes.

Nesse contexto tem-se o processo de formação docente que, segundo Ponte (1994 apud PERIN, 2009, p.41) depende

*de diversas condições que se refere sobretudo ao próprio sujeito, ao seu contexto institucional e aos recursos disponíveis, incluindo recursos humanos e materiais (interiores e exteriores a escola). Bastará referir,*

*mais uma vez, o papel determinante que cada professor tem no seu próprio desenvolvimento profissional e a importância de se conjugarem condições institucionais e recursos adequados para que este desenvolvimento possa ter lugar em condições favoráveis.*

Sendo assim, se na oficina que ministrávamos o equipamento não pôde ser utilizado, pela falta de conhecimento dos participantes presentes no curso, qual a usabilidade daquele recurso pedagógico na escola? Como o processo de formação inicial e continuada insere-se nesse processo? Como fizemos naquele momento, o recurso tinha sido subutilizado, pois não considerávamos sua potencialidade de uso no contexto escolar.

## **CONSIDERAÇÕES FINAIS**

Com essas explicitações, nossa intenção, nesse momento, não era apresentar insatisfação e angústia de educadores, que sempre estão presentes em nossos momentos de formação. Por meio desse primeiro relato sobre as oficinas de apropriação de resultados, desenvolvidas por nós, buscamos perceber momentos que permitam conhecer quem são esses educadores, o que pensam, quais são suas limitações, suas angústias, isto é, relatos encontrados em meio ao trabalho que realizamos ao apresentar os resultados das avaliações.

Não nos propusemos a inserir questionamentos a esses professores, para nossa coleta dos dados, mas observar momentos que a formação docente pode influenciar o trabalho pedagógico presente nas escolas. Para nós, esses excertos apresentados representam alguns acontecimentos que possibilitam conhecer um pouco do contexto, da formação, da oportunidade de trabalho e das expectativas do grupo.

Como podemos observar a partir dos relatos, a formação docente está relacionada a diferentes aspectos e, no contato com professor, isso pode ser observado de modo prático, relacionando ao que pesquisados da área tem apresentado ao longo dos anos em pesquisas sobre o tema.

Na rede de ensino que apresentamos, podemos perceber um pouco dos limites e possibilidades dos professores no trabalho em sala de aula. Esse poderia ser o caminho inicial para que gestores possam desenvolver políticas de formação e de intervenção educacional nas escolas, permitindo um trabalho de qualidade para todos os agentes envolvidos: professores com formação, reconhecimento e ambiente adequado de trabalho, e alunos com possibilidades de aprendizagem significativas, com recursos e metodologias adequadas em sala de aula.

## **REFERÊNCIAS**

CASTRO, F.C. **O Trabalho do Professor de Matemática: a confluência da experiência profissional com a formação acadêmica.** 290.f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2010.

CHIRRINÉA, A.M. **O Índice de Desenvolvimento da Educação Básica (IDEB) e as Dimensões Associadas à Qualidade da Educação na Escola Pública Municipal.** 121.f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Faculdade de Filosofia e Ciências da Universidade Estadual Paulista, Marília, 2010.



FERREIRA, C. M. da S. **Um Estudo Exploratório da Construção de Saberes Docentes Provenientes de Interações Discursivas no Estágio Curricular**. 137.f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2009.

FIORENTINI, D. Formação de professores a partir da vivência e da análise de práticas exploratório-investigativas e problematizadoras de ensinar e aprender matemática. In: CONFERÊNCIA INTERAMERICANA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, XIII, 2011, Recife. **Cómo debe ser la formación de profesores para seguir una estrategia de resolución de problemas en la Educación Matemática?** Recife, XIII CIAEM, 2011.

PERIN, A. P. **Dificuldades Vivencidas por Professores de Matemática em Início de Carreira**. 142.f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Metodista de Piracicaba, Piracicaba, 2009.

RICHIT, A. **Apropriação do Conhecimento Pedagógico-Tecnológico em Matemática e a Formação Continuada de Professores**. 280.f. Tese (Doutorado em Educação Matemática). Universidade Estadual Paulista – UNESP, Rio Claro, 2010.

# FRAGMENTOS HISTÓRICOS DO DESENHO GEOMÉTRICO NO CURRÍCULO MATEMÁTICO BRASILEIRO

Evandro Alexandre da Silva Costa<sup>1</sup>  
Milton Rosa<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Colégio Edna Roriz, E-mail: evandrocosta.prof@yahoo.com.br

<sup>2</sup> Universidade Federal de Ouro Preto, E-mail: milton@cead.ufop.br

## Resumo

Este artigo teórico apresenta uma imersão na história do desenvolvimento do Desenho Geométrico no Brasil para discutir a necessidade de seu retorno como uma área de estudo importante do currículo matemático da educação básica. Essa retomada se justifica porque a prática das construções geométricas possibilita a utilização de estratégias de resolução de problemas e de planejamento de ações, bem como motiva os alunos no processo de ensino e aprendizagem de conceitos matemáticos e geométricos. Então, existe a necessidade de que o Desenho Geométrico retorne como uma disciplina obrigatória do currículo escolar para que os alunos possam desenvolver a sua criatividade com a utilização de estratégias inovadoras para a resolução dos problemas que enfrentam em seu cotidiano.

**Palavras-chave:** Desenho Geométrico, Construções Geométricas, Currículo Matemático, História do Desenho Geométrico

## INTRODUÇÃO

O Desenho Geométrico é uma importante disciplina do currículo escolar brasileiro. Por meio de traçados geométricos realizados com instrumentos tais como régua, compasso, esquadros e transferidor essa disciplina possibilita o desenvolvimento do raciocínio lógico, da precisão, da organização matemática, além da criatividade (MARMO e MARMO, 1994). Além desses valores, o ensino do Desenho Geométrico pode ainda desenvolver a construção da autonomia, a sensibilidade para observar as formas geométricas na natureza e a sua aplicação na produção humana (JORGE, 1998).

De acordo com autores como Silva (2006) e Costa (2013), o ensino das construções geométricas pode contribuir para o entendimento dos conceitos das propriedades e das relações geométricas e algébricas, estudadas separadamente em Matemática. Nesse embasamento, pode-se afirmar que as relações entre a Matemática com o estudo das construções geométricas “são tão intrínsecas que, na maioria dos casos, é impossível entender as leis matemáticas sem os recursos gráficos ofertados pelo Desenho Geométrico” (RAYMUNDO, 2010, p. 18). Nesse sentido, Zuin (2001) relata que o ensino das construções geométricas, visto na disciplina de Desenho Geométrico, propicia uma maior compreensão e embasamento teórico para o ensino da Geometria Plana. Mas, infelizmente, apesar de sua importância e potencialidades, essa disciplina hoje é estudada em poucas escolas brasileiras, sendo considerada somente como parte optativa do currículo escolar (ZUIN, 2001).

De acordo com o exposto sobre as potencialidades do ensino do Desenho Geométrico e a sua contribuição pedagógica para o aprendizado de conteúdos matemáticos, surgem os seguintes questionamentos: Quando essa disciplina começou a ser

estudada no Brasil? Por qual motivo passou a ser parte optativa do currículo brasileiro? E hoje, qual a situação dessa disciplina no currículo escolar brasileiro? Assim, este artigo teórico pretende reconstruir uma parte desta história para que se possa responder esses questionamentos.

## **BREVE HISTÓRIA DO ENSINO DO DESENHO GEOMÉTRICO NO BRASIL**

Inicialmente, é importante relatar quando a disciplina Desenho Geométrico começou a ser estudada no Brasil. Dessa maneira, de acordo com os resultados dos estudos conduzidos por autores como Nascimento (1999), Zuin (2001), Machado (2012) e Costa (2013) mostram que o ensino do desenho no Brasil começou no final do século XVII por causa do interesse de Portugal em proteger e defender a terra conquistada. Desse modo, iniciaram-se as “primeiras iniciativas de um ensino de ciências, especialmente de matemática e desenho, a fim de formar pessoal capacitado para trabalhos com fortificações militares” (MACHADO, 2012, p. 53). Por exemplo, Machado (2012) relata que em 1699 foi criada a *Aula de Fortificações* no Rio de Janeiro, cujo objetivo era ensinar a desenhar projetos e a fortificar a defesa do país contra os inimigos. Por exemplo, a eminente “ameaça de guerra de Portugal com a Espanha no século XVIII, [assim,] criou uma necessidade de defesa que seria o determinante principal do ensino militar no Brasil” (MACHADO, 2012, p. 53).

Nas primeiras décadas do século XVIII, o ensino do desenho geométrico tornou-se obrigatório para os oficiais militares. Então, a partir de 1738, os cursos de formação das Academias Militares começaram a oferecer aulas de fortificação, que incluía o estudo dos conteúdos do Desenho Geométrico. Nesse sentido o ensino proposto por essas academias visava formar engenheiros militares, cartógrafos e matemáticos “capazes de levar a cabo o levantamento de mapas com latitudes determinadas pelos novos métodos empregados na Inglaterra e na França, e habilitar engenheiros a construir fortificações para a defesa dos domínios ultramarinos” (VALENTE, 2007, p. 46).

No início do século XIX, em 1808, a corte portuguesa, juntamente com D. João VI, transferiram-se para o Brasil, ocasionando mudanças no sistema educacional da colônia. Com a transferência da família real, algumas iniciativas educacionais mais formalizadas começaram a se destacar no cenário nacional (NASCIMENTO, 1999). Por exemplo, em 1811, foi criada a *Academia Real Militar* que consolidou “o ensino sistemático das matemáticas, das ciências e da técnica do Brasil, no início do século XIX” (ZUIN, 2001, p. 64).

Em concordância com esse contexto, os cursos técnico-militares possibilitaram a constituição do rol de conteúdos da Matemática escolar secundária que estava presente nos liceus e preparatórios do século XIX (MACHADO, 2012). Nesse período, com a chegada de D. João VI ao Brasil, a:

*(...) necessidade de se estabelecerem as profissões técnicas e científicas faz com que sejam criados cursos de Desenho no país. Para começar a reverter este quadro, em 1816, a Missão Francesa composta por 18 integrantes chega ao Rio de Janeiro, a convite de D. João VI, para organizar e criar a Escola Real de Ciências, Artes e Ofícios no Brasil. Em 1817, é criado o curso de Desenho em Vila Rica. No entanto, apenas após abolição da escravatura, as artes e os trabalhos manuais começam a ser mais valorizados (ZUIN, 2001, p. 64).*

Ainda no século XVIII, aconteceram na Europa a Revolução Francesa e o início da Revolução Industrial que provocaram mudanças tecnológicas, que tiveram impacto no

processo produtivo mundial em nível econômico, tecnológico e social. Esse cenário possibilitou que o ensino das ciências se tornasse primordial. Nesse contexto, o Desenho Geométrico era considerado como um saber essencial que possibilitava a modernização das máquinas industriais (MACHADO, 2012).

No final do século XVIII, o ensino brasileiro busca uma adequação às novas ideias educacionais circulantes na Europa. Assim, no início do século XIX, a “educação brasileira se espelha no ensino da França, adotando seus métodos e livros pedagógicos” (ZUIN, 2001, p. 64). No entanto, o objetivo da Missão Francesa no Brasil era a implantação de um modelo educacional nos moldes da educação oferecida na França, por meio da qual o ensino do Desenho Geométrico possuía uma característica artística, bem distinta daquela estudada anteriormente nas escolas militares brasileiras (MACHADO, 2012).

A partir do século XIX, a revolução industrial expandiu-se mundialmente, sendo que no Brasil houve a urgência em formar mão de obra especializada para as novas demandas do processo de industrialização. Esse fato possibilitou a criação das *Escolas Normais* e dos *Liceus Provinciais* em 1835 e do *Colégio Pedro II* em 1837 (MACHADO, 2012). Assim, a criação dessas instituições permitiu que o ensino do Desenho Geométrico se expandisse, sendo desvinculado da:

*(...) esfera privada dos ateliês e das Escolas Militares, e [se tornasse] parte da cultura escolar geral. Isso, por conta dos professores militares convocados para o ensino nos preparatórios, o que acabou difundindo a escolarização técnico-militar desenvolvida nas Academias para a esfera pública (MACHADO, 2012, p. 60).*

De acordo com Zuin (2001), nas primeiras décadas do século XIX, aconteceram algumas mudanças sociais, políticas e econômicas, modificando de maneira lenta o cenário brasileiro. Então, o início da modernização brasileira destaca a urgência da construção de fábricas, de portos e estradas, bem como da urbanização das cidades (ZUIN, 2001). Nesse sentido, Silva (1998) argumenta que foram realizadas modificações nos Estatutos da Escola Militar e, dentre estas modificações, foram criadas disciplinas de engenharia civil no sétimo ano do curso daquela instituição de ensino. Esta mudança pode ser considerada como o ponto de partida para a criação de escolas de Engenharia Civil separadas das instituições militares.

Nessa perspectiva, a criação de um curso de Engenharia Civil destacava o ensino das construções geométricas na matriz curricular, pois era essencial para a formação dos engenheiros civis (ZUIN, 2001). Assim, naquele momento, acontece “uma maior valorização do ensino das construções geométricas estritamente ligadas ao progresso e à necessidade de se capacitarem, de uma maneira mais efetiva, categorias profissionais imprescindíveis ao avanço técnico-científico e mesmo econômico-social” (ZUIN, 2001, p. 67).

No final do século XIX, o projeto de modernização do Brasil chamou a atenção de Rui Barbosa, um importante parlamentar brasileiro, para a criação de um sistema nacional de ensino gratuito, obrigatório e laico do jardim de infância à universidade (MACHADO, 2012). Em 1882, para a elaboração do seu projeto de reforma do ensino, Rui Barbosa inspirou-se em países como a Alemanha, Áustria, Estados Unidos, França e a Inglaterra, que estavam em um nível de desenvolvimento econômico e educacional superior ao brasileiro. Nesse projeto houve a determinação de que o Desenho Geométrico fosse considerado como um “saber escolar necessário para o desenvolvimento industrial brasileiro” (MACHADO, 2012, p. 63).

É importante ressaltar que até a década de 1950, o Desenho Geométrico foi um componente curricular importante, permanecendo oficialmente nas matrizes curriculares

das escolas brasileiras (ZUIN, 2001). Assim, no decorrer desse período, esse campo de conhecimento estava:

*(...) plenamente instituído enquanto disciplina escolar no currículo brasileiro. Pode-se inferir, inclusive, que as décadas de 1930 a 1950 constituíram os anos de ouro dessa disciplina em nosso país, dada sua visibilidade em meio aos documentos educacionais oficiais. (MACHADO, 2012, p. 68).*

Entre o final da década de 1950 e o começo da década de 1960 inicia-se o *Movimento da Matemática Moderna* (MMM) que tinha por objetivo a renovação do ensino da Matemática (WIELEWSKI, 2008). Esse movimento visava aproximar os conteúdos matemáticos trabalhados na escola básica com o conhecimento matemático produzido pelos pesquisadores dessa área do conhecimento. Assim, esse movimento buscava preparar os alunos para trabalhar com a tecnologia utilizada naquela época por meio da aprendizagem de conteúdos matemáticos específicos que pudessem auxiliar o desenvolvimento tecnológico que emergia no Brasil.

Nessa perspectiva, foram incluídos no currículo da disciplina de Matemática, os conteúdos referentes a teoria de conjuntos, a topologia e as estruturas algébricas. Assim, esse movimento facilitou a redução e, em alguns casos, excluiu o ensino da Geometria Euclidiana em alguns países do mundo, incluindo o Brasil. Sendo assim, a ausência da geometria no currículo matemático também foi repercutida no ensino do Desenho Geométrico, pois por meio dessa disciplina podem-se estudar as aplicações dos conhecimentos geométricos de uma maneira gráfica (ZUIN, 2002).

Ressalta-se que em 1961, a *Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional - LDB 4.024/61* (BRASIL, 1961) determinou novos rumos para o ensino do Desenho Geométrico, tornando-o uma disciplina curricular optativa. Esse fato ampliou o desprestígio do Desenho Geométrico nos meios acadêmicos, pois nessa época os documentos oficiais elaborados pela academia desvalorizaram esse componente curricular.

É importante ressaltar que na década de 1960, o Desenho Geométrico tornou-se uma disciplina curricular complementar que compunha a parte diversificada do currículo escolar (ZUIN, 2001). Então, após a desconsideração do Desenho Geométrico como uma disciplina curricular obrigatória, o seu ensino foi excluído da matriz curricular da maioria das escolas brasileiras enquanto o seu conteúdo foi retirado da programação dos principais vestibulares do Brasil (ZUIN, 2001).

Similarmente, apesar das potencialidades apresentadas pelo estudo da disciplina de Desenho Geométrico, em 1971, com a promulgação da *Lei 5.692 de Diretrizes e Bases da Educação Nacional* (BRASIL, 1971), o ensino desse campo de estudo foi excluído do currículo escolar brasileiro. Esse fato associado à exclusão do Desenho Geométrico dos vestibulares de Arquitetura e Engenharia tornou essa disciplina praticamente abandonada na matriz curricular do Ensino Fundamental e Médio da maioria das escolas, que tinham autonomia para elaborar a parte diversificada do currículo. Nesse contexto, muitas escolas “excluíram o Desenho Geométrico, já que esse não era mais uma disciplina obrigatória” (ZUIN, 2002, p. 91).

Na década de 1980, apesar de não integrar o currículo da maioria das escolas, o ensino do Desenho Geométrico recebe um novo incentivo com a publicação de novas coleções de livros didáticos por editoras importantes como a Scipione, a Ática e a FTD. Porém, o resgate dessa disciplina no currículo escolar não se concretizou, pois o:

*(...) lançamento de novos livros não despertou os dirigentes da educação para que a disciplina retornasse ao ensino básico em âmbito nacional. Embora muitas escolas voltassem a incluir o Desenho Geométrico em*

*seus currículos, existiam instituições que continuaram não abordando as construções geométricas (ZUIN, 2002, p. 6).*

Diante dessa perspectiva, com a eliminação do Desenho Geométrico do currículo escolar e do vestibular, os:

*(...) professores do ramo começaram o movimento pelo seu retorno. Simpósios, reuniões e abaixo assinados resultaram inócuos. Pudera! Sequer foi estabelecida uma estratégia de ação. Para salvar as aparências, começou-se a discutir um novo currículo, na suposição de que uma vez elaborado, o Desenho voltaria à escola. Talvez pela ação de uma fada, com poderes maiores do que o ministro. Na pressa, ninguém cuidou de analisar os programas antigos, de discutir a ação pedagógica, de avaliar os resultados do ensino tradicional, muito menos de localizar suas deficiências e de aproveitar o que vinha dando certo (MONTENEGRO, 1991, p. 157).*

De acordo com essa asserção, existe a necessidade de enfatizar que muito antes de se retirada da matriz curricular brasileira, como disciplina obrigatória, o ensino do Desenho Geométrico “já havia sido transformado numa coleção de receitas memorizadas, onde muito mal se aproveitava o mérito da prática no manejo dos instrumentos do desenho, pois geralmente estes se reduziam à régua e compasso” (Costa, 1981, p. 89-90)

No final da década de 1990, a necessidade do estudo das construções geométricas ressurge nos Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática (PCN), que reforçaram a importância das construções geométricas no currículo matemático com o emprego de “régua e compasso e a utilização de outros instrumentos, como, por exemplo, esquadro e transferidor” (BRASIL, 1998, p. 68) para o desenvolvimento de conteúdos matemáticos desenvolvidos na escola básica. Contudo, ressalta-se que existem outros processos e instrumentos que podem ser utilizados para o trabalho com essas construções, como, por exemplo, régua graduada, régua T, transferidor, esquadros, compasso e a *curva francesa* (BONGIOVANNI, SAVIETTO e MOREIRA, 2007).

Atualmente, o Desenho Geométrico é considerado como uma disciplina independente, sendo que poucas escolas mantêm esse campo do conhecimento em sua matriz curricular dos dois últimos anos do Ensino Fundamental. No entanto, é importante destacar que existem escolas que:

*(...) mantêm a disciplina Desenho Geométrico; escolas que tratam das construções geométricas dentro da disciplina [de] Artes; escolas que não possuem a disciplina Desenho Geométrico em suas grades curriculares e não abordam as construções geométricas em nenhum momento, nem mesmo dentro do conteúdo de Geometria, desenvolvido em Matemática; e, uma outra classe de escolas que trazem a disciplina em questão em sua grade curricular, mas o conteúdo não é cumprido, sendo estas aulas preenchidas com o conteúdo de Matemática, sem nem sequer se mencionarem as construções geométricas (ZUIN, 2001, p. 99).*

Esse breve histórico do desenvolvimento do ensino do Desenho Geométrico no Brasil indica que existe a necessidade de que a aprendizagem das construções e demonstrações ensinadas nessa disciplina continue sendo um conhecimento disponibilizado nas matrizes curriculares da disciplina de Matemática e acessível a todos os alunos da educação básica.

## ENSINO DO DESENHO GEOMÉTRICO NOS DOCUMENTOS OFICIAIS BRASILEIROS

Apesar de poucas instituições educacionais oferecerem o ensino do Desenho Geométrico em suas matrizes curriculares, os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) de Matemática (BRASIL, 1998) ressaltam que os conceitos geométricos constituem uma parte importante do currículo de Matemática no Ensino Fundamental, pois utilizando as construções geométricas, os alunos desenvolvem um tipo especial de pensamento que lhes permitem compreender, descrever e representar, de maneira organizada, o mundo em que vivem. Esse documento também relata que o trabalho pedagógico com:

*(...) espaço e forma pressupõe que o professor de Matemática explore situações em que sejam necessárias algumas construções geométricas com régua e compasso, como visualização e aplicação de propriedades das figuras, além da construção de outras relações (BRASIL, 1998, p. 51).*

Com relação ao quarto ciclo do Ensino Fundamental da Educação Básica, os PCN (BRASIL, 1998) também apresentam a importância das construções geométricas com a utilização de régua, compasso, par de esquadros e transferidor, advertindo que existe a necessidade de que os professores desenvolvam o emprego das verificações empíricas com a utilização desse instrumental.

Para desenvolver essas verificações, com a utilização dos materiais de desenho, o PCN (BRASIL, 1998) também sugere a realização de um trabalho pedagógico com a representação decimal infinita e não periódica bem como a sua localização na reta numérica, a divisão de segmentos em partes proporcionais, a construção de retas paralelas e retas perpendiculares, a resolução de situações-problema que envolva a obtenção da mediatriz de um segmento, a bissetriz de um ângulo e de alguns ângulos notáveis.

Nesse sentido, destaca-se a importância da utilização do Desenho Geométrico para o ensino e aprendizagem em Matemática, pois quando os:

*(...) alunos têm de representar um objeto geométrico por meio de um desenho, buscam uma relação entre a representação do objeto e suas propriedades e organizam o conjunto do desenho de uma maneira compatível com a imagem mental global que têm do objeto (BRASIL, 1998, p. 125).*

Diante desse contexto, de acordo com o PCN (BRASIL, 1998) está previsto para os últimos anos do Ensino Fundamental, a utilização de:

*(...) instrumentos de desenho, com finalidade de ensinar procedimentos de construção com régua e compasso, e a utilização de outros instrumentos, como esquadro e transferidor, estabelecendo-se a relação entre tais procedimentos e as propriedades geométricas presentes (GIOVANNI, GIOVANNI JR., FERNANDES e GASSAWARA, 2010, p. 6).*

Contudo, é importante ressaltar a necessidade de que as atividades relacionadas com as construções geométricas mantenham conexões com o estudo de outros conteúdos, particularmente, com as atividades numéricas e métricas, e com a noção de proporcionalidade (GIOVANNI et al, 2010) de acordo com uma abordagem pedagógica interdisciplinar. Então, existe a necessidade de que os conteúdos da disciplina de Desenho Geométrico sejam oferecidos em um ambiente de aprendizagem que permita que os alunos tenham condições de perceber a sua importância e possam utilizar os conhecimentos sobre as construções geométricas para a resolução de problemas enfrentados no cotidiano (JORGE, 2008).

Atualmente, existem muitas editoras que lançam livros voltados ao ensino do Desenho Geométrico, visando as poucas escolas que fornecem esse saber na matriz curricular. Todavia, é importante relatar que esse material pedagógico, geralmente contém poucas atividades contextualizadas e, apresentam muitos exercícios mecânicos, como por exemplo, a construção de uma determinada figura e a divisão de uma circunferência em partes iguais (ZUIN, 2001). De acordo com esse ponto de vista, os livros de Desenho Geométrico têm como:

*(...) preocupação maior o domínio do processo construtivo das figuras geométricas planas, apresentam as construções isoladas entre si e de uma aplicação mais prática mesmo no Desenho Geométrico, não discutindo como as formas construídas poderiam ser aproveitadas para explorar tanto o espaço plano como o tridimensional (NASCIMENTO, 1999, p. 162).*

Em concordância com essa asserção, e em busca de apresentar a importância do retorno deste campo do conhecimento ao currículo brasileiro, é necessário que os livros didáticos disponíveis para o ensino e aprendizagem do Desenho Geométrico sejam utilizados como instrumentos auxiliares no trabalho pedagógico desenvolvido com a Matemática, pois esses livros apresentam poucas relações com essa disciplina. Similarmente, outra análise realizada com coleções de livros didáticos revela que:

*(...) o ensino desse saber, principalmente na primeira metade do século XX, seguiu sempre a mesma linha didática com poucas variações. De um modo geral, encontramos em alguns livros um maior ou menor número de definições e conceitos, a presença ou não de alguma teoria e justificativas das construções, a inclusão ou não de aplicações (ZUIN, 2001, p. 183).*

Assim, o ensino das construções geométricas está, na maioria das vezes, relacionado com a execução dos traçados por meio dos *passos de construção*, que se constituem em um roteiro a ser seguido pelos alunos em sala de aula. Com relação aos livros textos de Matemática, as atividades de Desenho Geométrico se mostram insuficientes e descontextualizadas para o ensino de conteúdos matemáticos e geométricos, apresentando apenas exemplos, que estão expostos no final de cada unidade, para serem reproduzidos pelos alunos (ZUIN, 2001).

Nesse ponto de vista, o ensino dessas construções segue a mesma didática dos livros utilizados há mais de quarenta anos, apresentando-o de maneira metódica, sem a utilização de um contexto histórico para o conteúdo abordado em sala de aula. Esse ensino continua vinculado à geometria desenvolvida pelos gregos na antiguidade, por volta do ano 300 a.C., que utilizavam apenas um compasso e uma régua não graduada nas construções geométricas (HEIN e VALCANAIA, 2009).

Na proposta pedagógica apresentada por esses livros, o ensino das construções geométricas é estático e repleto de traçados que devem ser memorizados e reproduzidos. No entanto, esse tipo de prática está desvinculada das propriedades da geometria e dos traçados geométricos, podendo ocasionar uma desmotivação dos alunos para estudar as construções geométricas necessárias para resolver as situações-problema apresentadas em sala de aula. Então, é importante elaborar:

*(...) uma nova relação de ensino e aprendizagem sobre outras bases cognitivas e afetivas é um desafio complexo e urgente, uma vez que educar não é repetir regras e memorizar técnicas, mas sim criar ideias e encantar (FAINGUELERNT e NUNES, 2006, p. 10).*



Assim, os conteúdos da disciplina Desenho Geométrico que são ensinados nesse contexto não contribuem para o aprendizado dos alunos, que apenas memorizam os traçados e reproduzem as técnicas operatórias necessárias para a resolução dos problemas (MONTENEGRO, 1991) propostos nos planos de ensino. Nessa perspectiva, os alunos também não conseguem interligar os traçados do Desenho com o estudo da Geometria, perdendo o prazer de estudar essa disciplina. Concordando com esse ponto de vista, existe a necessidade de que os professores disponibilizem:

*(...) material atraente e que alimente pensamentos, [pois] concentrar-se no aspecto superficial de traçados não leva a solucionar, a criar e nem a formular problemas. Vale muito mais interessar os estudantes em aprender do que a competência ou uma habilidade qualquer (MONTENEGRO, 1991, p. 163).*

Então, se as construções geométricas estudadas no ensino dos conteúdos da disciplina de Desenho Geométrico forem desencadeadas sem nenhuma justificativa, os alunos não terão um aprendizado contextualizado, pois os traçados somente serão apresentados como uma sequência de procedimentos mecânicos sem significados (ZUIN, 2001).

Historicamente, o ensino e a aprendizagem de conteúdos de Geometria e Desenho Geométrico apresentam uma série de lacunas conceituais, muitas vezes, por causa do despreparo da maioria dos professores para o ensino dessa disciplina, pois não detém os conhecimentos de geometria e de construções geométricas necessárias para o desenvolvimento da própria prática pedagógica. Então, os professores de matemática se:

*(...) distanciaram dos conhecimentos de construções geométricas. Suas formações, em tese, para a maioria deles, não comportaram conhecimentos de Geometria e de Desenho a ponto de pô-los em prática na atividade pedagógica. Com a perda desta competência, a Geometria é abordada com enfoque nas relações matemáticas entre os elementos, isto é, apenas com cálculo aritmético ou algébrico (SILVA, 2006, p. 44).*

Contudo, depois do surgimento dos PCN de Matemática (BRASIL, 1998), os livros didáticos de Matemática começaram a abordar as atividades de construções geométricas, porém, quase sempre no final dos capítulos de tópicos referentes aos conteúdos de geometria. Dessa maneira, muitos livros didáticos ainda trazem o conteúdo de Geometria e de Desenho Geométrico em seus últimos capítulos, dificultando o ensino e aprendizagem desses conteúdos, que geralmente ocorre no final do ano letivo (LORENZATO e VILA, 1993).

Além disso, muitos desses livros somente abordam a Geometria e o Desenho Geométrico por meio de definições, propriedades e fórmulas em situações que desvinculam esses conteúdos do cotidiano dos alunos. Similarmente, as construções geométricas abordadas nos livros didáticos estão restritas a conteúdos muito reduzidos:

*(...) fixando-se apenas a alguns tópicos, não possibilitando uma visão mais ampla da sua integração com a geometria euclidiana. Pelo fato de os conteúdos presentes nesses livros serem limitados, o ensino das construções geométricas nos mesmos ficará muito aquém dos programas das escolas que mantêm o Desenho Geométrico, com aulas semanais e um professor específico para ministrá-la (ZUIN, 2001, p. 191).*

Nesse direcionamento, essas construções são descontextualizadas e realizadas de maneira mecânica e sem conexão com o ensino da álgebra e da geometria (MONTENEGRO, 1991). Dessa maneira, a exposição dos conteúdos de Desenho

Geométrico nos livros didáticos de Matemática são apresentados em quantidade insuficiente, de maneira descontextualizada, sem conexão com o ensino da geometria e raramente aplicada a outras áreas do conhecimento, pois de uma maneira geral, existe um despreparo dos professores de Matemática com relação ao ensino dessas construções (ZUIN, 2001).

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

O Desenho Geométrico é uma linguagem gráfica que exerce um elo entre a geometria e a álgebra contribuindo com o aprendizado dos alunos em relação às propriedades e demonstrações desses saberes (COSTA, 2013). Nesse direcionamento, existe uma “relação perfeita entre o Desenho Geométrico e a geometria, pois ambas estudam as figuras geométricas com seus conceitos e suas propriedades. O desenho é a geometria gráfica” (MARMO e MARMO, 1994, p. 12). Nessa perspectiva, a Geometria e o Desenho Geométrico “são conceitos que estão relacionados diretamente à matemática numa relação de interdependência, por isso, é inquestionável a importância de uma abordagem articulada desses conhecimentos” (QUEIROZ, 2010, p. 9-10).

Dessa maneira, é interessante apresentar que existem prejuízos pedagógicos, pelo fato do Desenho Geométrico ser uma linguagem gráfica da Matemática, que afetam o aprendizado dos alunos quando privados dos conhecimentos proporcionados pelo ensino das construções geométricas. Esse prejuízo é bem notado, no aprendizado de conceitos e demonstrações realizadas no ensino da Geometria Plana, na Geometria Espacial, na Matemática do Ensino Fundamental ao superior e também nas “disciplinas que dependem da visão espacial e das demais competências aprimoradas pelo Desenho Geométrico” (RAYMUNDO, 2010, p. 108)

Atualmente, por meio de uma pesquisa das matrizes curriculares do Ensino Fundamental das escolas brasileiras, verifica-se um tímido retorno do ensino dos conteúdos do Desenho Geométrico. Contudo, é importante a conscientização de que o ensino dessa disciplina deve ser significativo para promover o entendimento e a compreensão dos traçados geométricos (COSTA, 2013). Por outro lado, o Desenho Geométrico não deve ser notado simplesmente como um auxiliar da Matemática e sim como um auxiliar das ciências, pois é um “instrumento artístico, científico e tecnológico, e assim, de desenvolvimento do próprio homem” (RAYMUNDO, 2010, p. 110).

O principal objetivo deste artigo teórico foi a promoção de uma discussão sobre o desenvolvimento histórico do Desenho Geométrico, bem como a necessidade de sua retomada como uma disciplina importante no currículo matemático da Educação Básica. Assim, a discussão relacionada com o desenvolvimento histórico do Desenho Geométrico mostra a sua importância como disciplina do currículo escolar, pois contribui para o processo de ensino e aprendizagem de conceitos matemáticos por estimular o desenvolvimento da criatividade, da organização, além de estimular a utilização de estratégias inovadoras para a resolução de problemas. Dessa maneira, é importante que a academia exerça o seu papel de propulsora do retorno desse *saber* ao currículo escolar.

## REFERÊNCIAS

BONGIOVANNI, V. SAVIETTO, E.; MOREIRA, L. **Desenho geométrico para o 2º grau**. São Paulo, SP: Ática, 2007.

BRASIL. Lei nº 5692. **Lei de Diretrizes e Bases de Educação Nacional**. Brasília, DF: Congresso Nacional, 1971.

BRASIL. LDB 9.394. **Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional**. Brasília, DF: Congresso Nacional, 1996.

BRASIL. **Parâmetros curriculares nacionais - terceiro e quarto ciclos do ensino fundamental: matemática**. Brasília, DF: MEC/SEF, 1998.

COSTA, Mário Duarte da. **O desenho básico na área tecnológica**. In: CONGRESSO NACIONAL DE DESENHO, 2, Florianópolis, 1981. **Anais...** Florianópolis: UFSC, 1982. p.89-93.

COSTA, E. A. S; Analisando **algumas potencialidades pedagógicas da história da matemática no ensino e aprendizagem da disciplina desenho geométrico por meio da teoria fundamentada**. (242 fls); Dissertação de Mestrado Profissional em Educação Matemática. Departamento de Matemática. Ouro Preto, MG: Universidade Federal de Ouro Preto, 2013.

FAINGUELERNT, E. K.; NUNES, K. R. A; **Fazendo arte com a matemática**. Porto Alegre, RS: Artmed, 2006.

GIOVANNI, J. R.; GIOVANNI JR, J. R; FERNANDES, T. M.; GASSAWARA; E. L. **Desenho geométrico**. São Paulo, SP: FTF; 2010.

HEIN, N.; VALCANIA, E. **Escólios geométricos**. Rio de Janeiro, RJ: Ciência Moderna, 2009.

JORGE, S. **Desenho geométrico: Ideias e imagens**. São Paulo, SP: Saraiva, 1998.

JORGE, Sônia; **Desenho Geométrico – Ideias e Imagens**, Vol. 1, 4ª edição, manual do professor, São Paulo, Saraiva; 2008.

LORENZATO, S.; VILA, M. C. **Século XXI: qual matemática é recomendável?** *Zetetiké*, v. 1, n. 1, p. 41– 49, 1993.

MACHADO, R. B. **Entre vida e morte: cenas de um ensino de desenho**. (254 fls); Dissertação de Mestrado. Pós-graduação em Educação Científica e Tecnológica. Florianópolis, SC: Universidade Federal de Santa Catarina, 2012.

MARMO, C.; MARMO, N. **Desenho geométrico**. Rio de Janeiro, RJ: Scipione, 1994.

MONTENEGRO, G. A. **Geometria descritiva**. São Paulo, SP: Blucher Ltda, 1991.

NASCIMENTO, R. A. **A função do desenho na educação**. (216 fls); Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Filosofia e Ciências, Universidade de São Paulo, Marília, São Paulo, 1999.

QUEIROZ, J. C. S., **A Geometria e o Desenho Geométrico nas escolas do Brasil do século XX**. X Encontro Nacional de Educação Matemática Educação Matemática, Cultura e Diversidade, Salvador – BA, 2010.

RAYMUNDO, M. F. S. M. **Construção de conceitos geométricos: investigando a importância do ensino do desenho geométrico nos anos finais do ensino fundamental**; (120 fls); Dissertação de Mestrado em Educação Matemática. Vassouras, RJ: Universidade Severino Sombra, 2010.

SILVA, C. I. D. N. **Proposta de aprendizagem sobre a importância do desenho geométrico e da geometria descritiva**; (102 fls); Dissertação de Mestrado. Curitiba, PR: Pontifícia Universidade Católica do Paraná, 2006.

SILVA, C. P. . **A Matemática no Brasil. Uma história de seu desenvolvimento.** 2<sup>a</sup>. ed. Bogotá: Academia Colombiana de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales, 242p, 1998.

SILVA, Clovis Pereira da. **A Matemática no Brasil. Uma história de seu desenvolvimento.** Academia Colombiana de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales, 1998.

VALENTE; W. R; **Uma História da Matemática escolar no Brasil, 1730 – 1930;** 2<sup>a</sup> edição; São Paulo; FAFESP; 2007.

WIELEWSKI, G. D. **O Movimento da matemática moderna e a formação de grupos de professores de matemática no Brasil.** Lisboa, Portugal: Associação de Professores de Matemática, 2008.

ZUIN, E. S. L. **Da régua e do compasso: as construções geométricas como um saber escolar no Brasil.** (211 fls); Dissertação (Mestrado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2001.

ZUIN, E. S. L. **Da régua e do compasso: as construções geométricas como um saber escolar no Brasil.** Dissertação de Mestrado. Faculdade de Educação. Belo Horizonte, MG: Universidade Federal de Minas Gerais, 2001.

ZUIN, E. S. L. **Parâmetros curriculares nacionais de matemática para o 3º e 4º ciclos do ensino fundamental e o ensino das construções geométricas, entre outras considerações.** Associação Nacional de Pesquisa e Pós-Graduação em Educação. Caxambu, MG: ANPED, 2002.

# FRAGMENTOS HISTÓRICOS DO DESENHO GEOMÉTRICO NO CURRÍCULO MATEMÁTICO BRASILEIRO

Evandro Alexandre da Silva Costa<sup>1</sup>  
Milton Rosa<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Colégio Edna Roriz, E-mail: evandrocosta.prof@yahoo.com.br

<sup>2</sup> Universidade Federal de Ouro Preto, E-mail: milton@cead.ufop.br

## Resumo

Este artigo teórico apresenta uma imersão na história do desenvolvimento do Desenho Geométrico no Brasil para discutir a necessidade de seu retorno como uma área de estudo importante do currículo matemático da educação básica. Essa retomada se justifica porque a prática das construções geométricas possibilita a utilização de estratégias de resolução de problemas e de planejamento de ações, bem como motiva os alunos no processo de ensino e aprendizagem de conceitos matemáticos e geométricos. Então, existe a necessidade de que o Desenho Geométrico retorne como uma disciplina obrigatória do currículo escolar para que os alunos possam desenvolver a sua criatividade com a utilização de estratégias inovadoras para a resolução dos problemas que enfrentam em seu cotidiano.

**Palavras-chave:** Desenho Geométrico, Construções Geométricas, Currículo Matemático, História do Desenho Geométrico

## INTRODUÇÃO

O Desenho Geométrico é uma importante disciplina do currículo escolar brasileiro. Por meio de traçados geométricos realizados com instrumentos tais como régua, compasso, esquadros e transferidor essa disciplina possibilita o desenvolvimento do raciocínio lógico, da precisão, da organização matemática, além da criatividade (MARMO e MARMO, 1994). Além desses valores, o ensino do Desenho Geométrico pode ainda desenvolver a construção da autonomia, a sensibilidade para observar as formas geométricas na natureza e a sua aplicação na produção humana (JORGE, 1998).

De acordo com autores como Silva (2006) e Costa (2013), o ensino das construções geométricas pode contribuir para o entendimento dos conceitos das propriedades e das relações geométricas e algébricas, estudadas separadamente em Matemática. Nesse embasamento, pode-se afirmar que as relações entre a Matemática com o estudo das construções geométricas “são tão intrínsecas que, na maioria dos casos, é impossível entender as leis matemáticas sem os recursos gráficos ofertados pelo Desenho Geométrico” (RAYMUNDO, 2010, p. 18). Nesse sentido, Zuin (2001) relata que o ensino das construções geométricas, visto na disciplina de Desenho Geométrico, propicia uma maior compreensão e embasamento teórico para o ensino da Geometria Plana. Mas, infelizmente, apesar de sua importância e potencialidades, essa disciplina hoje é estudada em poucas escolas brasileiras, sendo considerada somente como parte optativa do currículo escolar (ZUIN, 2001).

De acordo com o exposto sobre as potencialidades do ensino do Desenho Geométrico e a sua contribuição pedagógica para o aprendizado de conteúdos matemáticos, surgem os seguintes questionamentos: Quando essa disciplina começou a ser

estudada no Brasil? Por qual motivo passou a ser parte optativa do currículo brasileiro? E hoje, qual a situação dessa disciplina no currículo escolar brasileiro? Assim, este artigo teórico pretende reconstruir uma parte desta história para que se possa responder esses questionamentos.

## **BREVE HISTÓRIA DO ENSINO DO DESENHO GEOMÉTRICO NO BRASIL**

Inicialmente, é importante relatar quando a disciplina Desenho Geométrico começou a ser estudada no Brasil. Dessa maneira, de acordo com os resultados dos estudos conduzidos por autores como Nascimento (1999), Zuin (2001), Machado (2012) e Costa (2013) mostram que o ensino do desenho no Brasil começou no final do século XVII por causa do interesse de Portugal em proteger e defender a terra conquistada. Desse modo, iniciaram-se as “primeiras iniciativas de um ensino de ciências, especialmente de matemática e desenho, a fim de formar pessoal capacitado para trabalhos com fortificações militares” (MACHADO, 2012, p. 53). Por exemplo, Machado (2012) relata que em 1699 foi criada a *Aula de Fortificações* no Rio de Janeiro, cujo objetivo era ensinar a desenhar projetos e a fortificar a defesa do país contra os inimigos. Por exemplo, a eminente “ameaça de guerra de Portugal com a Espanha no século XVIII, [assim,] criou uma necessidade de defesa que seria o determinante principal do ensino militar no Brasil” (MACHADO, 2012, p. 53).

Nas primeiras décadas do século XVIII, o ensino do desenho geométrico tornou-se obrigatório para os oficiais militares. Então, a partir de 1738, os cursos de formação das Academias Militares começaram a oferecer aulas de fortificação, que incluía o estudo dos conteúdos do Desenho Geométrico. Nesse sentido o ensino proposto por essas academias visava formar engenheiros militares, cartógrafos e matemáticos “capazes de levar a cabo o levantamento de mapas com latitudes determinadas pelos novos métodos empregados na Inglaterra e na França, e habilitar engenheiros a construir fortificações para a defesa dos domínios ultramarinos” (VALENTE, 2007, p. 46).

No início do século XIX, em 1808, a corte portuguesa, juntamente com D. João VI, transferiram-se para o Brasil, ocasionando mudanças no sistema educacional da colônia. Com a transferência da família real, algumas iniciativas educacionais mais formalizadas começaram a se destacar no cenário nacional (NASCIMENTO, 1999). Por exemplo, em 1811, foi criada a *Academia Real Militar* que consolidou “o ensino sistemático das matemáticas, das ciências e da técnica do Brasil, no início do século XIX” (ZUIN, 2001, p. 64).

Em concordância com esse contexto, os cursos técnico-militares possibilitaram a constituição do rol de conteúdos da Matemática escolar secundária que estava presente nos liceus e preparatórios do século XIX (MACHADO, 2012). Nesse período, com a chegada de D. João VI ao Brasil, a:

*(...) necessidade de se estabelecerem as profissões técnicas e científicas faz com que sejam criados cursos de Desenho no país. Para começar a reverter este quadro, em 1816, a Missão Francesa composta por 18 integrantes chega ao Rio de Janeiro, a convite de D. João VI, para organizar e criar a Escola Real de Ciências, Artes e Ofícios no Brasil. Em 1817, é criado o curso de Desenho em Vila Rica. No entanto, apenas após abolição da escravatura, as artes e os trabalhos manuais começam a ser mais valorizados (ZUIN, 2001, p. 64).*

Ainda no século XVIII, aconteceram na Europa a Revolução Francesa e o início da Revolução Industrial que provocaram mudanças tecnológicas, que tiveram impacto no

processo produtivo mundial em nível econômico, tecnológico e social. Esse cenário possibilitou que o ensino das ciências se tornasse primordial. Nesse contexto, o Desenho Geométrico era considerado como um saber essencial que possibilitava a modernização das máquinas industriais (MACHADO, 2012).

No final do século XVIII, o ensino brasileiro busca uma adequação às novas ideias educacionais circulantes na Europa. Assim, no início do século XIX, a “educação brasileira se espelha no ensino da França, adotando seus métodos e livros pedagógicos” (ZUIN, 2001, p. 64). No entanto, o objetivo da Missão Francesa no Brasil era a implantação de um modelo educacional nos moldes da educação oferecida na França, por meio da qual o ensino do Desenho Geométrico possuía uma característica artística, bem distinta daquela estudada anteriormente nas escolas militares brasileiras (MACHADO, 2012).

A partir do século XIX, a revolução industrial expandiu-se mundialmente, sendo que no Brasil houve a urgência em formar mão de obra especializada para as novas demandas do processo de industrialização. Esse fato possibilitou a criação das *Escolas Normais* e dos *Liceus Provinciais* em 1835 e do *Colégio Pedro II* em 1837 (MACHADO, 2012). Assim, a criação dessas instituições permitiu que o ensino do Desenho Geométrico se expandisse, sendo desvinculado da:

*(...) esfera privada dos ateliês e das Escolas Militares, e [se tornasse] parte da cultura escolar geral. Isso, por conta dos professores militares convocados para o ensino nos preparatórios, o que acabou difundindo a escolarização técnico-militar desenvolvida nas Academias para a esfera pública (MACHADO, 2012, p. 60).*

De acordo com Zuin (2001), nas primeiras décadas do século XIX, aconteceram algumas mudanças sociais, políticas e econômicas, modificando de maneira lenta o cenário brasileiro. Então, o início da modernização brasileira destaca a urgência da construção de fábricas, de portos e estradas, bem como da urbanização das cidades (ZUIN, 2001). Nesse sentido, Silva (1998) argumenta que foram realizadas modificações nos Estatutos da Escola Militar e, dentre estas modificações, foram criadas disciplinas de engenharia civil no sétimo ano do curso daquela instituição de ensino. Esta mudança pode ser considerada como o ponto de partida para a criação de escolas de Engenharia Civil separadas das instituições militares.

Nessa perspectiva, a criação de um curso de Engenharia Civil destacava o ensino das construções geométricas na matriz curricular, pois era essencial para a formação dos engenheiros civis (ZUIN, 2001). Assim, naquele momento, acontece “uma maior valorização do ensino das construções geométricas estritamente ligadas ao progresso e à necessidade de se capacitarem, de uma maneira mais efetiva, categorias profissionais imprescindíveis ao avanço técnico-científico e mesmo econômico-social” (ZUIN, 2001, p. 67).

No final do século XIX, o projeto de modernização do Brasil chamou a atenção de Rui Barbosa, um importante parlamentar brasileiro, para a criação de um sistema nacional de ensino gratuito, obrigatório e laico do jardim de infância à universidade (MACHADO, 2012). Em 1882, para a elaboração do seu projeto de reforma do ensino, Rui Barbosa inspirou-se em países como a Alemanha, Áustria, Estados Unidos, França e a Inglaterra, que estavam em um nível de desenvolvimento econômico e educacional superior ao brasileiro. Nesse projeto houve a determinação de que o Desenho Geométrico fosse considerado como um “saber escolar necessário para o desenvolvimento industrial brasileiro” (MACHADO, 2012, p. 63).

É importante ressaltar que até a década de 1950, o Desenho Geométrico foi um componente curricular importante, permanecendo oficialmente nas matrizes curriculares

das escolas brasileiras (ZUIN, 2001). Assim, no decorrer desse período, esse campo de conhecimento estava:

*(...) plenamente instituído enquanto disciplina escolar no currículo brasileiro. Pode-se inferir, inclusive, que as décadas de 1930 a 1950 constituíram os anos de ouro dessa disciplina em nosso país, dada sua visibilidade em meio aos documentos educacionais oficiais. (MACHADO, 2012, p. 68).*

Entre o final da década de 1950 e o começo da década de 1960 inicia-se o *Movimento da Matemática Moderna* (MMM) que tinha por objetivo a renovação do ensino da Matemática (WIELEWSKI, 2008). Esse movimento visava aproximar os conteúdos matemáticos trabalhados na escola básica com o conhecimento matemático produzido pelos pesquisadores dessa área do conhecimento. Assim, esse movimento buscava preparar os alunos para trabalhar com a tecnologia utilizada naquela época por meio da aprendizagem de conteúdos matemáticos específicos que pudessem auxiliar o desenvolvimento tecnológico que emergia no Brasil.

Nessa perspectiva, foram incluídos no currículo da disciplina de Matemática, os conteúdos referentes a teoria de conjuntos, a topologia e as estruturas algébricas. Assim, esse movimento facilitou a redução e, em alguns casos, excluiu o ensino da Geometria Euclidiana em alguns países do mundo, incluindo o Brasil. Sendo assim, a ausência da geometria no currículo matemático também foi repercutida no ensino do Desenho Geométrico, pois por meio dessa disciplina podem-se estudar as aplicações dos conhecimentos geométricos de uma maneira gráfica (ZUIN, 2002).

Ressalta-se que em 1961, a *Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional - LDB 4.024/61* (BRASIL, 1961) determinou novos rumos para o ensino do Desenho Geométrico, tornando-o uma disciplina curricular optativa. Esse fato ampliou o desprestígio do Desenho Geométrico nos meios acadêmicos, pois nessa época os documentos oficiais elaborados pela academia desvalorizaram esse componente curricular.

É importante ressaltar que na década de 1960, o Desenho Geométrico tornou-se uma disciplina curricular complementar que compunha a parte diversificada do currículo escolar (ZUIN, 2001). Então, após a desconsideração do Desenho Geométrico como uma disciplina curricular obrigatória, o seu ensino foi excluído da matriz curricular da maioria das escolas brasileiras enquanto o seu conteúdo foi retirado da programação dos principais vestibulares do Brasil (ZUIN, 2001).

Similarmente, apesar das potencialidades apresentadas pelo estudo da disciplina de Desenho Geométrico, em 1971, com a promulgação da *Lei 5.692 de Diretrizes e Bases da Educação Nacional* (BRASIL, 1971), o ensino desse campo de estudo foi excluído do currículo escolar brasileiro. Esse fato associado à exclusão do Desenho Geométrico dos vestibulares de Arquitetura e Engenharia tornou essa disciplina praticamente abandonada na matriz curricular do Ensino Fundamental e Médio da maioria das escolas, que tinham autonomia para elaborar a parte diversificada do currículo. Nesse contexto, muitas escolas “excluíram o Desenho Geométrico, já que esse não era mais uma disciplina obrigatória” (ZUIN, 2002, p. 91).

Na década de 1980, apesar de não integrar o currículo da maioria das escolas, o ensino do Desenho Geométrico recebe um novo incentivo com a publicação de novas coleções de livros didáticos por editoras importantes como a Scipione, a Ática e a FTD. Porém, o resgate dessa disciplina no currículo escolar não se concretizou, pois o:

*(...) lançamento de novos livros não despertou os dirigentes da educação para que a disciplina retornasse ao ensino básico em âmbito nacional. Embora muitas escolas voltassem a incluir o Desenho Geométrico em*



*seus currículos, existiam instituições que continuaram não abordando as construções geométricas (ZUIN, 2002, p. 6).*

Diante dessa perspectiva, com a eliminação do Desenho Geométrico do currículo escolar e do vestibular, os:

*(...) professores do ramo começaram o movimento pelo seu retorno. Simpósios, reuniões e abaixo assinados resultaram inócuos. Pudera! Sequer foi estabelecida uma estratégia de ação. Para salvar as aparências, começou-se a discutir um novo currículo, na suposição de que uma vez elaborado, o Desenho voltaria à escola. Talvez pela ação de uma fada, com poderes maiores do que o ministro. Na pressa, ninguém cuidou de analisar os programas antigos, de discutir a ação pedagógica, de avaliar os resultados do ensino tradicional, muito menos de localizar suas deficiências e de aproveitar o que vinha dando certo (MONTENEGRO, 1991, p. 157).*

De acordo com essa asserção, existe a necessidade de enfatizar que muito antes de se retirada da matriz curricular brasileira, como disciplina obrigatória, o ensino do Desenho Geométrico “já havia sido transformado numa coleção de receitas memorizadas, onde muito mal se aproveitava o mérito da prática no manejo dos instrumentos do desenho, pois geralmente estes se reduziam à régua e compasso” (Costa, 1981, p. 89-90)

No final da década de 1990, a necessidade do estudo das construções geométricas ressurge nos Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática (PCN), que reforçaram a importância das construções geométricas no currículo matemático com o emprego de “régua e compasso e a utilização de outros instrumentos, como, por exemplo, esquadro e transferidor” (BRASIL, 1998, p. 68) para o desenvolvimento de conteúdos matemáticos desenvolvidos na escola básica. Contudo, ressalta-se que existem outros processos e instrumentos que podem ser utilizados para o trabalho com essas construções, como, por exemplo, régua graduada, régua T, transferidor, esquadros, compasso e a *curva francesa* (BONGIOVANNI, SAVIETTO e MOREIRA, 2007).

Atualmente, o Desenho Geométrico é considerado como uma disciplina independente, sendo que poucas escolas mantêm esse campo do conhecimento em sua matriz curricular dos dois últimos anos do Ensino Fundamental. No entanto, é importante destacar que existem escolas que:

*(...) mantêm a disciplina Desenho Geométrico; escolas que tratam das construções geométricas dentro da disciplina [de] Artes; escolas que não possuem a disciplina Desenho Geométrico em suas grades curriculares e não abordam as construções geométricas em nenhum momento, nem mesmo dentro do conteúdo de Geometria, desenvolvido em Matemática; e, uma outra classe de escolas que trazem a disciplina em questão em sua grade curricular, mas o conteúdo não é cumprido, sendo estas aulas preenchidas com o conteúdo de Matemática, sem nem sequer se mencionarem as construções geométricas (ZUIN, 2001, p. 99).*

Esse breve histórico do desenvolvimento do ensino do Desenho Geométrico no Brasil indica que existe a necessidade de que a aprendizagem das construções e demonstrações ensinadas nessa disciplina continue sendo um conhecimento disponibilizado nas matrizes curriculares da disciplina de Matemática e acessível a todos os alunos da educação básica.

## ENSINO DO DESENHO GEOMÉTRICO NOS DOCUMENTOS OFICIAIS BRASILEIROS

Apesar de poucas instituições educacionais oferecerem o ensino do Desenho Geométrico em suas matrizes curriculares, os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) de Matemática (BRASIL, 1998) ressaltam que os conceitos geométricos constituem uma parte importante do currículo de Matemática no Ensino Fundamental, pois utilizando as construções geométricas, os alunos desenvolvem um tipo especial de pensamento que lhes permitem compreender, descrever e representar, de maneira organizada, o mundo em que vivem. Esse documento também relata que o trabalho pedagógico com:

*(...) espaço e forma pressupõe que o professor de Matemática explore situações em que sejam necessárias algumas construções geométricas com régua e compasso, como visualização e aplicação de propriedades das figuras, além da construção de outras relações (BRASIL, 1998, p. 51).*

Com relação ao quarto ciclo do Ensino Fundamental da Educação Básica, os PCN (BRASIL, 1998) também apresentam a importância das construções geométricas com a utilização de régua, compasso, par de esquadros e transferidor, advertindo que existe a necessidade de que os professores desenvolvam o emprego das verificações empíricas com a utilização desse instrumental.

Para desenvolver essas verificações, com a utilização dos materiais de desenho, o PCN (BRASIL, 1998) também sugere a realização de um trabalho pedagógico com a representação decimal infinita e não periódica bem como a sua localização na reta numérica, a divisão de segmentos em partes proporcionais, a construção de retas paralelas e retas perpendiculares, a resolução de situações-problema que envolva a obtenção da mediatriz de um segmento, a bissetriz de um ângulo e de alguns ângulos notáveis.

Nesse sentido, destaca-se a importância da utilização do Desenho Geométrico para o ensino e aprendizagem em Matemática, pois quando os:

*(...) alunos têm de representar um objeto geométrico por meio de um desenho, buscam uma relação entre a representação do objeto e suas propriedades e organizam o conjunto do desenho de uma maneira compatível com a imagem mental global que têm do objeto (BRASIL, 1998, p. 125).*

Diante desse contexto, de acordo com o PCN (BRASIL, 1998) está previsto para os últimos anos do Ensino Fundamental, a utilização de:

*(...) instrumentos de desenho, com finalidade de ensinar procedimentos de construção com régua e compasso, e a utilização de outros instrumentos, como esquadro e transferidor, estabelecendo-se a relação entre tais procedimentos e as propriedades geométricas presentes (GIOVANNI, GIOVANNI JR., FERNANDES e GASSAWARA, 2010, p. 6).*

Contudo, é importante ressaltar a necessidade de que as atividades relacionadas com as construções geométricas mantenham conexões com o estudo de outros conteúdos, particularmente, com as atividades numéricas e métricas, e com a noção de proporcionalidade (GIOVANNI et al, 2010) de acordo com uma abordagem pedagógica interdisciplinar. Então, existe a necessidade de que os conteúdos da disciplina de Desenho Geométrico sejam oferecidos em um ambiente de aprendizagem que permita que os alunos tenham condições de perceber a sua importância e possam utilizar os conhecimentos sobre as construções geométricas para a resolução de problemas enfrentados no cotidiano (JORGE, 2008).

Atualmente, existem muitas editoras que lançam livros voltados ao ensino do Desenho Geométrico, visando as poucas escolas que fornecem esse saber na matriz curricular. Todavia, é importante relatar que esse material pedagógico, geralmente contém poucas atividades contextualizadas e, apresentam muitos exercícios mecânicos, como por exemplo, a construção de uma determinada figura e a divisão de uma circunferência em partes iguais (ZUIN, 2001). De acordo com esse ponto de vista, os livros de Desenho Geométrico têm como:

*(...) preocupação maior o domínio do processo construtivo das figuras geométricas planas, apresentam as construções isoladas entre si e de uma aplicação mais prática mesmo no Desenho Geométrico, não discutindo como as formas construídas poderiam ser aproveitadas para explorar tanto o espaço plano como o tridimensional (NASCIMENTO, 1999, p. 162).*

Em concordância com essa asserção, e em busca de apresentar a importância do retorno deste campo do conhecimento ao currículo brasileiro, é necessário que os livros didáticos disponíveis para o ensino e aprendizagem do Desenho Geométrico sejam utilizados como instrumentos auxiliares no trabalho pedagógico desenvolvido com a Matemática, pois esses livros apresentam poucas relações com essa disciplina. Similarmente, outra análise realizada com coleções de livros didáticos revela que:

*(...) o ensino desse saber, principalmente na primeira metade do século XX, seguiu sempre a mesma linha didática com poucas variações. De um modo geral, encontramos em alguns livros um maior ou menor número de definições e conceitos, a presença ou não de alguma teoria e justificativas das construções, a inclusão ou não de aplicações (ZUIN, 2001, p. 183).*

Assim, o ensino das construções geométricas está, na maioria das vezes, relacionado com a execução dos traçados por meio dos *passos de construção*, que se constituem em um roteiro a ser seguido pelos alunos em sala de aula. Com relação aos livros textos de Matemática, as atividades de Desenho Geométrico se mostram insuficientes e descontextualizadas para o ensino de conteúdos matemáticos e geométricos, apresentando apenas exemplos, que estão expostos no final de cada unidade, para serem reproduzidos pelos alunos (ZUIN, 2001).

Nesse ponto de vista, o ensino dessas construções segue a mesma didática dos livros utilizados há mais de quarenta anos, apresentando-o de maneira metódica, sem a utilização de um contexto histórico para o conteúdo abordado em sala de aula. Esse ensino continua vinculado à geometria desenvolvida pelos gregos na antiguidade, por volta do ano 300 a.C., que utilizavam apenas um compasso e uma régua não graduada nas construções geométricas (HEIN e VALCANAIA, 2009).

Na proposta pedagógica apresentada por esses livros, o ensino das construções geométricas é estático e repleto de traçados que devem ser memorizados e reproduzidos. No entanto, esse tipo de prática está desvinculada das propriedades da geometria e dos traçados geométricos, podendo ocasionar uma desmotivação dos alunos para estudar as construções geométricas necessárias para resolver as situações-problema apresentadas em sala de aula. Então, é importante elaborar:

*(...) uma nova relação de ensino e aprendizagem sobre outras bases cognitivas e afetivas é um desafio complexo e urgente, uma vez que educar não é repetir regras e memorizar técnicas, mas sim criar ideias e encantar (FAINGUELERNT e NUNES, 2006, p. 10).*

Assim, os conteúdos da disciplina Desenho Geométrico que são ensinados nesse contexto não contribuem para o aprendizado dos alunos, que apenas memorizam os traçados e reproduzem as técnicas operatórias necessárias para a resolução dos problemas (MONTENEGRO, 1991) propostos nos planos de ensino. Nessa perspectiva, os alunos também não conseguem interligar os traçados do Desenho com o estudo da Geometria, perdendo o prazer de estudar essa disciplina. Concordando com esse ponto de vista, existe a necessidade de que os professores disponibilizem:

*(...) material atraente e que alimente pensamentos, [pois] concentrar-se no aspecto superficial de traçados não leva a solucionar, a criar e nem a formular problemas. Vale muito mais interessar os estudantes em aprender do que a competência ou uma habilidade qualquer (MONTENEGRO, 1991, p. 163).*

Então, se as construções geométricas estudadas no ensino dos conteúdos da disciplina de Desenho Geométrico forem desencadeadas sem nenhuma justificativa, os alunos não terão um aprendizado contextualizado, pois os traçados somente serão apresentados como uma sequência de procedimentos mecânicos sem significados (ZUIN, 2001).

Historicamente, o ensino e a aprendizagem de conteúdos de Geometria e Desenho Geométrico apresentam uma série de lacunas conceituais, muitas vezes, por causa do despreparo da maioria dos professores para o ensino dessa disciplina, pois não detém os conhecimentos de geometria e de construções geométricas necessárias para o desenvolvimento da própria prática pedagógica. Então, os professores de matemática se:

*(...) distanciaram dos conhecimentos de construções geométricas. Suas formações, em tese, para a maioria deles, não comportaram conhecimentos de Geometria e de Desenho a ponto de pô-los em prática na atividade pedagógica. Com a perda desta competência, a Geometria é abordada com enfoque nas relações matemáticas entre os elementos, isto é, apenas com cálculo aritmético ou algébrico (SILVA, 2006, p. 44).*

Contudo, depois do surgimento dos PCN de Matemática (BRASIL, 1998), os livros didáticos de Matemática começaram a abordar as atividades de construções geométricas, porém, quase sempre no final dos capítulos de tópicos referentes aos conteúdos de geometria. Dessa maneira, muitos livros didáticos ainda trazem o conteúdo de Geometria e de Desenho Geométrico em seus últimos capítulos, dificultando o ensino e aprendizagem desses conteúdos, que geralmente ocorre no final do ano letivo (LORENZATO e VILA, 1993).

Além disso, muitos desses livros somente abordam a Geometria e o Desenho Geométrico por meio de definições, propriedades e fórmulas em situações que desvinculam esses conteúdos do cotidiano dos alunos. Similarmente, as construções geométricas abordadas nos livros didáticos estão restritas a conteúdos muito reduzidos:

*(...) fixando-se apenas a alguns tópicos, não possibilitando uma visão mais ampla da sua integração com a geometria euclidiana. Pelo fato de os conteúdos presentes nesses livros serem limitados, o ensino das construções geométricas nos mesmos ficará muito aquém dos programas das escolas que mantêm o Desenho Geométrico, com aulas semanais e um professor específico para ministrá-la (ZUIN, 2001, p. 191).*

Nesse direcionamento, essas construções são descontextualizadas e realizadas de maneira mecânica e sem conexão com o ensino da álgebra e da geometria (MONTENEGRO, 1991). Dessa maneira, a exposição dos conteúdos de Desenho

Geométrico nos livros didáticos de Matemática são apresentados em quantidade insuficiente, de maneira descontextualizada, sem conexão com o ensino da geometria e raramente aplicada a outras áreas do conhecimento, pois de uma maneira geral, existe um despreparo dos professores de Matemática com relação ao ensino dessas construções (ZUIN, 2001).

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

O Desenho Geométrico é uma linguagem gráfica que exerce um elo entre a geometria e a álgebra contribuindo com o aprendizado dos alunos em relação às propriedades e demonstrações desses saberes (COSTA, 2013). Nesse direcionamento, existe uma “relação perfeita entre o Desenho Geométrico e a geometria, pois ambas estudam as figuras geométricas com seus conceitos e suas propriedades. O desenho é a geometria gráfica” (MARMO e MARMO, 1994, p. 12). Nessa perspectiva, a Geometria e o Desenho Geométrico “são conceitos que estão relacionados diretamente à matemática numa relação de interdependência, por isso, é inquestionável a importância de uma abordagem articulada desses conhecimentos” (QUEIROZ, 2010, p. 9-10).

Dessa maneira, é interessante apresentar que existem prejuízos pedagógicos, pelo fato do Desenho Geométrico ser uma linguagem gráfica da Matemática, que afetam o aprendizado dos alunos quando privados dos conhecimentos proporcionados pelo ensino das construções geométricas. Esse prejuízo é bem notado, no aprendizado de conceitos e demonstrações realizadas no ensino da Geometria Plana, na Geometria Espacial, na Matemática do Ensino Fundamental ao superior e também nas “disciplinas que dependem da visão espacial e das demais competências aprimoradas pelo Desenho Geométrico” (RAYMUNDO, 2010, p. 108)

Atualmente, por meio de uma pesquisa das matrizes curriculares do Ensino Fundamental das escolas brasileiras, verifica-se um tímido retorno do ensino dos conteúdos do Desenho Geométrico. Contudo, é importante a conscientização de que o ensino dessa disciplina deve ser significativo para promover o entendimento e a compreensão dos traçados geométricos (COSTA, 2013). Por outro lado, o Desenho Geométrico não deve ser notado simplesmente como um auxiliar da Matemática e sim como um auxiliar das ciências, pois é um “instrumento artístico, científico e tecnológico, e assim, de desenvolvimento do próprio homem” (RAYMUNDO, 2010, p. 110).

O principal objetivo deste artigo teórico foi a promoção de uma discussão sobre o desenvolvimento histórico do Desenho Geométrico, bem como a necessidade de sua retomada como uma disciplina importante no currículo matemático da Educação Básica. Assim, a discussão relacionada com o desenvolvimento histórico do Desenho Geométrico mostra a sua importância como disciplina do currículo escolar, pois contribui para o processo de ensino e aprendizagem de conceitos matemáticos por estimular o desenvolvimento da criatividade, da organização, além de estimular a utilização de estratégias inovadoras para a resolução de problemas. Dessa maneira, é importante que a academia exerça o seu papel de propulsora do retorno desse *saber* ao currículo escolar.

## REFERÊNCIAS

BONGIOVANNI, V. SAVIETTO, E.; MOREIRA, L. **Desenho geométrico para o 2º grau**. São Paulo, SP: Ática, 2007.

BRASIL. Lei nº 5692. **Lei de Diretrizes e Bases de Educação Nacional**. Brasília, DF: Congresso Nacional, 1971.

BRASIL. LDB 9.394. **Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional**. Brasília, DF: Congresso Nacional, 1996.

BRASIL. **Parâmetros curriculares nacionais - terceiro e quarto ciclos do ensino fundamental: matemática**. Brasília, DF: MEC/SEF, 1998.

COSTA, Mário Duarte da. **O desenho básico na área tecnológica**. In: CONGRESSO NACIONAL DE DESENHO, 2, Florianópolis, 1981. **Anais...** Florianópolis: UFSC, 1982. p.89-93.

COSTA, E. A. S; Analisando **algumas potencialidades pedagógicas da história da matemática no ensino e aprendizagem da disciplina desenho geométrico por meio da teoria fundamentada**. (242 fls); Dissertação de Mestrado Profissional em Educação Matemática. Departamento de Matemática. Ouro Preto, MG: Universidade Federal de Ouro Preto, 2013.

FAINGUELERNT, E. K.; NUNES, K. R. A; **Fazendo arte com a matemática**. Porto Alegre, RS: Artmed, 2006.

GIOVANNI, J. R.; GIOVANNI JR, J. R; FERNANDES, T. M.; GASSAWARA; E. L. **Desenho geométrico**. São Paulo, SP: FTF; 2010.

HEIN, N.; VALCANAIA, E. **Escólios geométricos**. Rio de Janeiro, RJ: Ciência Moderna, 2009.

JORGE, S. **Desenho geométrico: Ideias e imagens**. São Paulo, SP: Saraiva, 1998.

JORGE, Sônia; **Desenho Geométrico – Ideias e Imagens**, Vol. 1, 4ª edição, manual do professor, São Paulo, Saraiva; 2008.

LORENZATO, S.; VILA, M. C. **Século XXI: qual matemática é recomendável?** *Zetetiké*, v. 1, n. 1, p. 41– 49, 1993.

MACHADO, R. B. **Entre vida e morte: cenas de um ensino de desenho**. (254 fls); Dissertação de Mestrado. Pós-graduação em Educação Científica e Tecnológica. Florianópolis, SC: Universidade Federal de Santa Catarina, 2012.

MARMO, C.; MARMO, N. **Desenho geométrico**. Rio de Janeiro, RJ: Scipione, 1994.

MONTENEGRO, G. A. **Geometria descritiva**. São Paulo, SP: Blucher Ltda, 1991.

NASCIMENTO, R. A. **A função do desenho na educação**. (216 fls); Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Filosofia e Ciências, Universidade de São Paulo, Marília, São Paulo, 1999.

QUEIROZ, J. C. S., **A Geometria e o Desenho Geométrico nas escolas do Brasil do século XX**. X Encontro Nacional de Educação Matemática Educação Matemática, Cultura e Diversidade, Salvador – BA, 2010.

RAYMUNDO, M. F. S. M. **Construção de conceitos geométricos: investigando a importância do ensino do desenho geométrico nos anos finais do ensino fundamental**; (120 fls); Dissertação de Mestrado em Educação Matemática. Vassouras, RJ: Universidade Severino Sombra, 2010.

SILVA, C. I. D. N. **Proposta de aprendizagem sobre a importância do desenho geométrico e da geometria descritiva**; (102 fls); Dissertação de Mestrado. Curitiba, PR: Pontifícia Universidade Católica do Paraná, 2006.

SILVA, C. P. . **A Matemática no Brasil. Uma história de seu desenvolvimento.** 2<sup>a</sup>. ed. Bogotá: Academia Colombiana de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales, 242p, 1998.

SILVA, Clovis Pereira da. **A Matemática no Brasil. Uma história de seu desenvolvimento.** Academia Colombiana de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales, 1998.

VALENTE; W. R; **Uma História da Matemática escolar no Brasil, 1730 – 1930;** 2<sup>a</sup> edição; São Paulo; FAFESP; 2007.

WIELEWSKI, G. D. **O Movimento da matemática moderna e a formação de grupos de professores de matemática no Brasil.** Lisboa, Portugal: Associação de Professores de Matemática, 2008.

ZUIN, E. S. L. **Da régua e do compasso: as construções geométricas como um saber escolar no Brasil.** (211 fls); Dissertação (Mestrado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2001.

ZUIN, E. S. L. **Da régua e do compasso: as construções geométricas como um saber escolar no Brasil.** Dissertação de Mestrado. Faculdade de Educação. Belo Horizonte, MG: Universidade Federal de Minas Gerais, 2001.

ZUIN, E. S. L. **Parâmetros curriculares nacionais de matemática para o 3º e 4º ciclos do ensino fundamental e o ensino das construções geométricas, entre outras considerações.** Associação Nacional de Pesquisa e Pós-Graduação em Educação. Caxambu, MG: ANPED, 2002.

# GEOMETRIA E DESENHO NA FORMAÇÃO DE PROFESSORES PRIMÁRIOS BRASILEIROS NO INÍCIO DA PRIMEIRA REPÚBLICA

Maria Cristina Araújo de Oliveira

Universidade Federal de Juiz de Fora/Departamento de Matemática, [mcrisoliveira6@gmail.com](mailto:mcrisoliveira6@gmail.com)

## Resumo

O artigo apresenta os resultados de um estudo sobre as disciplinas de geometria e de desenho presentes na formação de normalistas brasileiros nas primeiras décadas da Primeira República. A partir da difusão do modelo dos grupos escolares no Brasil, que colocou em evidência as Escolas Normais como espaços institucionais de formação dos professores primários, tomou-se a legislação oficial para os cursos normais em diferentes estados como fonte principal para a pesquisa. A *Revista do Ensino* de Minas Gerais também foi utilizada como fonte para a compreensão do papel dos saberes compreendidos por essas disciplinas na atuação dos futuros professores. Os resultados aqui discutidos mostram a estabilização da geometria plana e espacial, compreendendo o estudo das propriedades das figuras geométricas bi e tridimensionais. O desenho exerce função de destaque no âmbito da aplicação do método de ensino intuitivo, sendo utilizado como recurso didático. Mesmo com as mudanças ocorridas a partir da vaga *escolanovista*, o desenho permanece como disciplina chave na proposição dos novos métodos: recurso frequentemente mobilizado para a construção de centros de interesse é justificado também por sua importância no desenvolvimento dos órgãos sensoriais das crianças.

**Palavras-chave:** geometria, desenho, normalistas, método intuitivo.

## CONSIDERAÇÕES PRELIMINARES

O artigo apresenta um estudo sobre as disciplinas de Geometria e Desenho presentes na formação de professores primários nas Escolas Normais, responsáveis por tal formação e criadas com esta finalidade no Brasil em 1830. O presente texto centra-se no recorte temporal compreendido pela chamada República Velha ou ainda Primeira República, de 1889 a 1930. Com o objetivo de caracterizar esses saberes nessa formação, tomou-se como fonte principal a legislação relativa aos cursos normais em diferentes estados brasileiros. Contudo a compreensão do papel desses conhecimentos na formação de normalistas foi ampliada pelo exame da *Revista do Ensino* de Minas Gerais, na década de 1920. As fontes utilizadas – legislações oficiais e revistas foram obtidas no repositório digital<sup>1</sup> que reúne materiais recolhidos e digitalizados pelo esforço coletivo dos participantes do projeto “A constituição dos saberes elementares matemáticos: a Aritmética, a Geometria e o Desenho em perspectiva histórico-comparativa, 1890-1970”, financiado pelo CNPq, coordenado por Wagner Rodrigues Valente.

Nos primeiros anos da República, um dos principais problemas identificados por José Verissimo, “intelectual ativo no campo educacional” (SCHUELER & MAGALDI,

---

<sup>1</sup> Alocado na UFSC sob a coordenação de David Costa, disponível em <https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/1769>



2009, p. 41), foi a autonomia concedida aos estados pelo recém-criado regime federativo. Assim uma questão metodológica emerge sob esse recorte temporal: como analisar os textos oficiais dos diferentes estados brasileiros?

No processo de constituição da forma educacional *moderna*, seriada e graduada, que conferiu à escola o lugar institucionalizado e legítimo de educação no Brasil, tem destaque a reforma educacional paulista de 1893, que colocava em evidência a necessidade de preparação dos professores visando a implantação de novas propostas para o ensino primário. A Escola – Modelo, espaço de observação das práticas escolares que deveriam ser apropriadas pelos futuros professores e replicadas nas demais escolas primárias, juntamente com a Escola Normal, constituíam um conjunto arquitetônico onde a reforma iria se materializar. Esse modelo, que se espalhou pelo Brasil por meio dos grupos escolares, se apoiava no princípio da seriação e conferia destaque aos métodos pedagógicos, especialmente ao método intuitivo.

Segundo VIDAL (2006), os grupos escolares consolidaram no país a representação do ideal de escola pública elementar. O modelo paulista foi implantado em outros estados brasileiros em diferentes momentos da Primeira República: Rio de Janeiro, em 1897; Maranhão e Paraná, em 1903; Minas Gerais, em 1906; Bahia, Rio Grande do Norte, Espírito Santo e Santa Catarina, em 1908; Mato Grosso, em 1910; Sergipe, em 1911; Paraíba em 1916, Goiás, 1921 e Piauí, em 1922.

### **QUE GEOMETRIA E QUAL DESENHO FIGURARAM NA FORMAÇÃO DE NORMALISTAS BRASILEIROS?**

O modelo das Escolas Normais se fixou no Brasil a partir da década de 1890, tomando como referência em nível nacional a reforma da instrução pública proposta no Estado de São Paulo. Segundo Saviani,

*A reforma foi marcada por dois vetores: enriquecimento dos conteúdos curriculares anteriores e ênfase nos exercícios práticos de ensino, cuja marca característica foi a criação da escola-modelo anexa à Escola Normal – na verdade a principal inovação da reforma. (SAVIANI, 2009, p.145)*

O Decreto 218 de 1893, que apresenta o programa de ensino das Escolas Normais paulistas, introduziu novas matérias – Francês; Inglês; Latim; Astronomia elementar; Economia doméstica; Trabalhos manuais; História natural (visando suas principais aplicações à agricultura); Generalidades de Anatomia e Psicologia, e noções de higiene. Em lugar das rubricas de Aritmética, Álgebra e Geometria constava Matemática elementar, compreendendo elementos de mecânica e noções de agrimensura. (SÃO PAULO, 1893)

As matérias divididas em cadeiras explicitam os domínios da Matemática contemplados sob essa rubrica, e são duas: Aritmética e Álgebra; Geometria e Trigonometria (com aplicações à agrimensura). Desenho e Caligrafia era uma cadeira independente.

Os cursos secundários das escolas normais paulistas passam então a ter quatro anos de duração e os saberes de matemática continuam restritos aos dois primeiros anos: aritmética, álgebra, geometria, desenho e trabalhos manuais no primeiro ano; complemento de geometria, trigonometria, desenho no segundo.

A normatização que trará para o estado de Minas Gerais o modelo dos grupos escolares é de 1906. O Decreto nº 1.960 de 16 de dezembro regulamentou a instrução primária e normal no estado de Minas Gerais. As matérias que comporiam o currículo do

curso normal eram: português e francês; aritmética e geometria; geografia, história e educação moral e cívica; noções gerais de física, química, história natural e higiene; aritmética comercial e escrituração mercantil; desenho linear e a mão livre; música. (MINAS GERAIS, 1906, p. 30).

O curso de três anos previa: geometria no segundo ano e desenho nos três anos. Quanto ao método de ensino na escola normal a intuição era estimulada contrapondo-se à mecanização ou memorização

*[...] não será permitido processo que anime o trabalho machinal e substitua a reflexão por um esforço de memória. Assim o ensino deverá ser feito intuitivamente, por meio de cousas, em todas as matérias em que se puder aplicar este processo e principalmente no que diz respeito ao ensino pratico de que trata o artigo 114 (MINAS GERAIS, 1906, p.31).*

Em 1910, uma nova regulamentação ampliara o curso normal em Minas Gerais para 4 anos, estando a Matemática presente nos 3 primeiros. A geometria seria ministrada no segundo e no terceiro anos, enquanto o desenho linear, nos 3 primeiros.

No estado do Espírito Santo o Decreto nº 97 publicado no jornal Diário da Manhã, em 29 de março de 1908, dava novo regulamento à Escola Normal Espírito – Santense. O curso de 3 anos de duração deveria ter uma feição essencialmente prática, contemplando três grupos de disciplinas: línguas – português e francês; ciências – aritmética, geografia, história natural, física e química, história do Brasil e pedagogia; artes – desenho, trabalhos de agulhas e prendas. O desenho era ministrado nos dois primeiros anos do curso com 3 aulas semanais, a geometria não era contemplada.

Mas pelo Decreto nº 109 , publicado no Diário da Manhã em 08 de julho de 1908, que regulamentava a Escola Normal e Modelo anexa do Estado do Espírito Santo aos moldes da instituição paulista, a geometria reaparece. Para o curso, também com 3 anos de duração, previa-se mais uma língua, o inglês, e, em lugar da aritmética, simplesmente constava as matemáticas abrangendo a aritmética, a álgebra e a geometria. A cadeira de desenho e caligrafia integrava a parte das aulas complementares do curso.

Tanto para os rapazes quanto para as moças estavam previstas 3 aulas semanais de aritmética e álgebra, no primeiro ano, 3 aulas semanais de álgebra e geometria, no segundo ano, e 2 aulas semanais de desenho e caligrafia, nos dois primeiros anos do curso. Cabe destacar certa ênfase na álgebra, presente nos dois primeiros anos.

No mesmo ano o Decreto nº 114, de 08 de julho, dispunha sobre o programa de ensino do curso normal. Para a geometria previa-se um vasto conteúdo, que contemplava o estudo dos triângulos com propriedades, casos de igualdade, semelhança e construções; determinação de áreas de triângulos, retângulos, paralelogramos e polígonos; estudo da circunferência e dos ângulos central, inscrito e excêntrico; inscrição de polígonos na circunferência; volume de prismas; decomposição do cubo em 6 pirâmides iguais; volume de pirâmide; decomposição do prisma triangular em 3 pirâmides; estudo das retas e planos perpendiculares, dos planos paralelos e dos planos perpendiculares; ângulos diedros e triedros; área e volume da esfera; comparação da área da esfera com a do cilindro circunscrito; triângulos esféricos; noções de elipse, hipérbole, parábola e cicloide.

Pelos programas do estado do Espírito Santo começa a se delinear a geometria que será estabilizada na formação dos normalistas no Brasil, ao que tudo indica, a partir da implantação da reforma dos grupos escolares.

O programa paranaense de 1915, contido no Decreto n. 710 de 18 de outubro regulamentava o curso da Escola Normal em quatro anos. No que concerne a geometria e

ao desenho, contemplava desenho linear, no primeiro ano, desenho e geometria plana, no segundo, desenho e geometria no espaço, no terceiro.

Os programas de ensino a serem elaborados pelos professores deveriam observar as seguintes regras: o ensino de geometria atenderia à natureza especial do curso da Escola Normal, limitando a matéria às teorias essenciais, completadas com noções de trigonometria retilínea, tudo com exercícios práticos constantes.

O ensino do desenho linear no primeiro ano deveria consistir de exercícios para educar a vista e adestrar a mão, e da resolução de questões ou problemas de utilidade prática. No segundo ano seriam trabalhadas aplicações ornamentais e industriais do desenho linear, em ensaios topográficos, com aplicação da escala métrica, em ensaios cartográficos com aplicação das medidas e convenções geográficas. No terceiro ano se exercitaria o desenho objetivo e anatômico, copiado de modelos plásticos ou do natural.

Em Sergipe, no contexto da circulação do modelo dos grupos escolares, o Decreto 563, de 12 de agosto de 1911, instituiu que haveria um grupo escolar e uma escola isolada para a prática dos normalistas, anexos à Escola Normal. O curso normal passa a ser de 4 anos; a geometria consta como matéria e o desenho estava proposto em todos os anos do curso.

O Decreto 587, de 09 de janeiro de 1915, dispunha sobre as matérias do curso normal. O desenho, presente nos 4 anos do curso, abarcava o ensino de geometria no primeiro ano sob a rubrica – desenho linear, noções práticas de geometria plana. No segundo ano previa-se desenho linear prático e de perspectiva; no terceiro desenho de perspectiva e cartografia e no último ano desenho cartográfico.

Em 1916, pelos Decretos 630 e 633 ficava regulamentada a presença da geometria plana no terceiro ano do curso normal, e da geometria no espaço no 4º ano. Nas recomendações para a elaboração dos programas indica-se que as lições de matemáticas fossem exclusivamente práticas. A geometria não deveria ir além de conhecimentos de figuras planas e noções de figuras no espaço, e da medida de volume das figuras mais comuns na vida. O desenho estava previsto para os 4 anos de curso.

Em termos de síntese sobre a geometria e o desenho propostos pela legislação brasileira como resultado da estruturação do ensino nas escolas normais a partir do modelo dos grupos escolares, observa-se que a geometria que vai se estabilizar nos cursos normais brasileiros no período da Primeira República, em termos de conteúdos programáticos, é a geometria euclidiana plana e espacial: estudo do triângulo – áreas, construções; estudo de polígonos e circunferências – ângulos, áreas; estudo de sólidos e de volumes – prismas, pirâmides, cilindros, esferas.

O desenho linear parece ser o modelo que vai predominar, ocupando um papel de destaque na formação e participando como matéria de praticamente todos os anos do curso normal. O desenho desempenha uma função prática relevante de educar a vista e adestrar a mão - em muitos casos o desenho vem junto à caligrafia como disciplina.

É possível perceber que a preocupação com o cunho profissional da formação dos normalistas vai se intensificando a partir da década de 1910, quando vão começar a surgir disciplinas de metodologias específicas em diferentes estados.

De um modo geral, há sempre recomendações para que a matemática, e em particular a geometria, sejam tratadas de modo a respeitar a especificidade do curso de formação de professores primários. Tais indicações metodológicas podem ser vistas em prescrições como: estudo das figuras mais comuns na vida; lições de matemáticas exclusivamente práticas; limitar a matéria às teorias essenciais; exercícios práticos constantes. Quanto ao método para o ensino nas escolas normais, há indicação em todos os programas analisados para a utilização do *método intuitivo* e das *lições de coisas*.

## PESTALOZZI E A INTUIÇÃO

O método intuitivo marcou o processo de estruturação da instrução pública no Brasil de meados do século XIX às primeiras décadas do século XX. A adoção do método orientou as proposições oficiais e outros impressos que se ocuparam da educação nacional no período.

Uma referência fundamental do método intuitivo decorre dos trabalhos do pedagogo suíço Johann Pestalozzi (1746-1827). Segundo Trouvé (2008), a posteridade conferiu a Pestalozzi o papel de fundador da pedagogia moderna. Seus princípios, de cunho empirista, “afirmam a primazia da experiência sensível como ponto de partida para o conhecimento e para a representação do real.” (TROUVÉ 2008, p. 239, *tradução nossa*).

Sua proposta educativa apoia-se na concepção kantiana de que a humanização só é possível pela educação. (TROUVÉ, 2008, p. 240). Seu objetivo principal era formar o homem em sua totalidade e não somente fornecer os conhecimentos necessários e úteis para a sobrevivência; essa perspectiva sobrepõe a educação à instrução. A preocupação com a educação o levava a formular o conceito de cultura popular, não no sentido de ser restrita aos filhos da classe operária ou aos camponeses, mas como uma formação elementar, pela qual cada um é capaz de se desenvolver e de se orientar o mais adequadamente possível por sua natureza pessoal. (TROUVÉ, 2008, p. 243)

O saber-fazer assume o lugar do saber simplesmente, primeiro, por ser uma prioridade para as crianças mais desfavorecidas, e, sobretudo, porque um conhecimento dessa natureza deva participar na formação integral do homem. “Assim, em suas aprendizagens básicas (sentir, falar e contar), as crianças devem aprender a trabalhar com as mãos.” (TROUVÉ, 2008, p. 244, *tradução nossa*)

A educação elementar repousa sobre a tríade “cabeça, coração e mão”, que está associada a três formas de atividades fundamentais: conhecer, querer e poder. E os verdadeiros elementos que compõem a *elementaridade* para o processo educativo são as formas das coisas, as relações numéricas e as palavras, que “são essenciais, pois elas correspondem à nossa verdadeira natureza de seres sensíveis, racionais e falantes...”. (TROUVÉ, 2008, p. 252, *tradução nossa*). Para Pestalozzi, a intuição sensível era o fundamento absoluto de todo conhecimento e não mais que o fato que se produz quando os objetos exteriores são colocados diante de nossos sentidos; isso nos desperta a consciência sobre a impressão que estes nos causam. Mas o processo natural da intuição precisa ser completado por uma arte da intuição pela qual ele se prolongará e frutificará. A pedagogia seria então a ciência dessa arte. (TROUVÉ, 2008, p. 257)

O principal princípio da pedagogia de Pestalozzi que comanda o método elementar é: observar antes de descrever, e descrever antes de definir.

*Mas para definir uma coisa, é necessário já dispor de categorias intelectuais de gênero e de espécie. Segundo o pressuposto empirista, essas categorias, como todas as outras, são adquiridas por indução a partir dos dados sensíveis, por exercícios apropriados propostos pelo professor, que tenham por objetivo permitir a passagem do empírico para o racional. (TROUVÉ, 2008, p. 259, tradução nossa)*

Assim, a intuição no método elementar não se restringe à simples impressão sensível causada pelas coisas, carece de fazer agir uma arte da intuição pela qual participam os elementos fundamentais que permitem o conhecimento: a forma, o número e o nome.

Na França a introdução do método intuitivo é impulsionada a partir da derrota frente à Prússia na Guerra de 1870 – 1871. Segundo Ubrich (2014), para os republicanos da época foram os professores alemães que ganharam a guerra. Dizer isso significava assumir que um país não poderia figurar entre os primeiros do mundo se não se apoiasse em um sistema educativo sólido e eficaz. Além disso, no contexto do século XIX, caracterizado pelo desenvolvimento científico e técnico, a educação não poderia ficar à margem da lógica do progresso.

Ferdinand Buisson foi um dos principais responsáveis pela divulgação do método intuitivo na França a partir da década de 1870 (UBRICH, 2014). Criando sua própria versão para o método, ele expandia a noção de intuição sensível, incluindo a intuição intelectual e a moral. Suas propostas para a adoção do método intuitivo são disseminadas a partir da redação de seu relatório sobre a instrução primária publicado em 1875. Educador de destaque no período foi nomeado Inspetor Geral do Ensino Primário em 1878, e, um ano mais tarde, Diretor do Ensino Primário, cargo que ocupou por dezessete anos. Em 1882, inicia a publicação de seu *Dictionnaire de pédagogie et d'instruction primaire*.

## **O MÉTODO INTUITIVO E AS LIÇÕES DE COISAS NO BRASIL**

O método intuitivo e as lições de coisas vão referenciar o ensino primário no Brasil a partir do século XIX. A influência francesa na educação brasileira é bastante reconhecida. Bastos (2000) analisa particularmente a influência de Buisson nas obras e nas atividades de dois intelectuais brasileiros: Rui Barbosa (1849-1923) e Menezes Viera (1848-1897).

A pesquisadora discute os usos e as apropriações que Rui Barbosa fez das propostas de Buisson na tradução do manual de Norman Allison Calkins, na defesa pela implantação do método intuitivo por meio das lições de coisas, e ainda

*na redação, ..., dos Pareceres de Reforma do Ensino Primário, Secundário, Superior e de várias instituições complementares (1882-1883); na defesa do ensino leigo; na realização das exposições pedagógica (1883) e escolares; na implantação do Pedagogium (1890-1919), museu pedagógico brasileiro, segundo o modelo francês; na redação da Revista Pedagógica (1890-1896), editada segundo a organização da Revue Pédagogique.” (BASTOS, 2000, p. 84)*

Bastos (2000) conclui que as apropriações de Rui Barbosa contribuíram para naturalizar a necessidade de valorização da educação e da instrução pública num ambiente nacional de abolição da escravidão e instauração da República.

*[...] algumas destas ideias e práticas foram assimiladas no âmbito do discurso; outras concretizaram-se em medidas reais. Mas todas marcaram o debate por longo tempo, como tendências e propostas a serem concretizadas, mesmo que tardiamente. (BASTOS, 2000, p. 106)*

A publicação no Brasil da tradução do manual de Calkins, anteriormente mencionado, é considerada uma das mais importantes iniciativas na disseminação das propostas para a renovação do ensino com base no método intuitivo e nas lições de coisas. (SAVIANI, 2007; VALDEMARIN, 2004)

O manual contém lições sobre forma, cor, número, tamanho, desenho, escritura, tempo, som, leitura elementar, qualidade das coisas, qualidades, natureza e plano, do corpo humano e educação moral.

Leme da Silva & Frizzarini, analisando as relações das Formas como componente curricular nos programas de ensino do estado de São Paulo com os saberes geométricos, afirmam que

*[...] os conteúdos propostos pela matéria Formas no programa de 1925 são muito próximos dos propostos pelo manual “Primeiras Lições de Coisas”, e são recomendados como um trabalho simultâneo de formas lineares, planas e sólidas. Observa-se que o estudo das Formas aos poucos adentra aos planos de ensino paulista, inicialmente em 1894 de maneira discreta até finalmente constituir-se como matéria independente, com finalidade própria, trazendo inclusive o nome atribuído pelo Manual de Calkins. Esse estudo precede ao da matéria de geometria, cujo foco encontra-se nas noções de desenho geométrico e determinação prática das áreas e volumes, fazendo uma possível alusão à antiga taquimetria. (LEME DA SILVA & FRIZZARINI, no prelo, p.17)*

As autoras salientam que o estudo das Formas é um exemplo da expressão criativa na produção de saberes, matérias, práticas com a finalidade escolar a partir da conjugação da necessidade de ensinar os conteúdos e da pedagogia. Assim, concluem

*A lição de formas é fruto da pedagogia intuitiva que se mescla à vaga da escola ativa, subsidiando os primeiros temas de ensino dos programas. Sem ser geometria, revela-se como algo anterior a ela, algo ainda mais simples, mais inicial, mais elementar. (LEME DA SILVA & FRIZZARINI, no prelo, p.19)*

Embora a existência da matéria de Formas no ensino primário pareça uma exclusividade do estado de São Paulo, o estudo das formas foi certamente bastante disseminado por meio das revistas pedagógicas de diferentes estados brasileiros. As formas ao que parece são um saber que traduz de maneira eficiente o método intuitivo e as lições de coisas no aprendizado das crianças, não só do ponto de vista dos conhecimentos matemáticos, como também na perspectiva da formação geral do ser.

#### **A REVISTA DO ENSINO COMO FONTE PARA MELHOR COMPREENSÃO DOS PAPÉIS DA GEOMETRIA E DO DESENHO NA FORMAÇÃO DE NORMALISTAS**

A *Revista do Ensino* foi uma publicação oficial da Inspetoria Geral da Instrução do Estado de Minas Gerais. Foi criada em 1892, mas desativada após a publicação de apenas três números. Foi relançada em março de 1925, sendo interrompida entre os anos de 1940-1946 devido à Segunda Guerra Mundial, voltando a circular até 1971. (BICCAS, 2008)

Segundo Biccas (2008) a *Revista do Ensino* pode ser considerada “como um dispositivo de normatização pedagógica e de ampliação da cultura educacional dos professores” (BICCAS, 2008, p. 197). No início da década de 1930 a Revista foi um importante veículo de divulgação e discussão sobre as propostas e a implementação de novas práticas a partir da influência do movimento *escolanovista*.

Para Pierre Caspard (1981) a imprensa pedagógica constitui um elo indispensável no conhecimento do sistema de ensino, “já que ela representa, por vezes, o espaço onde se desdobra e o ponto no qual se concentra todo um conjunto de teorias e práticas educativas

de origem tanto oficial quanto privada.” (Caspard, *apud* CATANI & VILHENA, 1994, p. 178).

O estudo dos periódicos educacionais fornece farto material sobre as práticas escolares do ensino de disciplinas, criando-se assim “a possibilidade de se estabelecer um dos elos da história das práticas e das disciplinas escolares.” (CATANI & VILHENA, 1994, p. 178)

O exame de alguns exemplares da *Revista do Ensino* publicada entre as décadas de 1920 e 1930 permite melhor compreender os papéis da geometria plana e espacial e do desenho propostos às normalistas.

Mesmo sob a influência das propostas da *Escola Nova* que foram fortemente defendidas e veiculadas nessa publicação mineira, o método intuitivo e as lições de coisas mantiveram-se como modelos para o ensino ativo.

Na *Revista* número 26 de outubro de 1928, cujo artigo inicial apresenta as propostas para uma nova escola em Minas Gerais a partir do movimento *escolanovista*, um de seus artigos discute o que são os cadernos de preparação das lições. Trazendo a experiência francesa como referência há exemplos de como preparar a aula. Um dos exemplos é de uma aula de geometria para ensinar o que são os quadriláteros: quadrado, retângulo, paralelogramo, losango e trapézio.

A aula começa com a recomendação de que sejam mostrados aos alunos diferentes tipos de quadriláteros. Após a observação, recomenda-se ao professor escolher dois deles, por exemplo, um quadrado e um retângulo e “comparal-os, de modo que a definição de cada um seja dada por um dos alunos”. (*Revista do Ensino* Ano III no 26 – out., 1928, MG, p. 24) A seguir sob a forma de perguntas e respostas é exemplificado um roteiro onde as questões formuladas pelo professor são em seguida respondidas pelos alunos.

P. – (Mostrando o quadrado e o retângulo) – O que são estas duas figuras, Julia?

A. – Essas duas figuras são quadriláteros, porque têm quatro lados. (*Revista do Ensino* Ano III no 26 – out., MG, 1928, p. 24)

E o diálogo assim segue de modo a mostrar que seria possível dessa forma que os alunos definissem cada um dos quadriláteros segundo propriedades. Cabe salientar que não há preocupação no artigo de questionar se um quadrado é também um retângulo. A definição de retângulo desejada é de um quadrilátero com dois lados iguais e dois ângulos retos.

Nesse volume da *Revista* a experiência do Curso de Aperfeiçoamento para professores primários mineiros é apresentada por meio de três relatórios de participantes do curso.

A cientificidade da educação pode ser vista nas diferentes conferências que as professoras deveriam participar sobre assuntos relativos ao funcionamento do corpo humano como: sistema nervoso, aparelho auditivo, as práticas de ensino, as diferentes disciplinas, etc. O professor Firmino Costa proferia palestras sobre a Prática Escolar, explicando os meios como executar as diferentes disciplinas.

Um dos responsáveis pelas conferências de Matemática era o professor Alberto Alvares. Os relatórios tecem considerações sobre a sua conferência pedagógica sobre cálculo aritmético que tratou dos conteúdos: comparação das grandezas; exercícios sensoriais, visuais e auditivos; noção intuitiva dos números, métodos aplicados para a representação das quantidades.

O Curso de Aperfeiçoamento incluía a observação por parte das professoras/alunas do que foi chamado Classes Decroly<sup>2</sup>. Segundo Maciel 2000,

*A influência do pensamento decrolyano, entre os mineiros, pode ser comprovada no elevado número de artigos publicados na Revista do Ensino referenciando ao grande mestre. Entre os anos 20 e 40, a revista publicou intensivamente compilação de suas obras La funcion de globalizacion y la ensenanza e problemas de la psicologia e de pedagogia. Esses títulos traziam as concepções defendidas por Decroly, pois a criação do método decroly não pode ser atribuída ao autor. Os seus discípulos é que procuraram pôr em prática os ensinamentos do mestre. E assim, muitos artigos presentes na revista são de seus seguidores que por sua vez foram se multiplicando entre o professorado mineiro.” (MACIEL 2000, p.151)*

O relatório da professora Maria Clara Mendes descreve as atividades por ela realizadas dia por dia, os relatos se iniciam sempre pela realização de um desenho, ou por sua finalização, que será utilizado como centro de interesse<sup>3</sup> na classe Decroly. Muitos desses desenhos são de figuras geométricas como cubo ou pirâmides.

A professora descreve a lição de coisas e geometria que deu no grupo escolar Olegário Maciel. O centro de interesse da aula foi o giz. A professora relata os passos na condução da aula cujo aproveitamento dos alunos foi avaliado por *tests* coletivos e resultou em mediana 8. O roteiro proposto:

- a) Mostrar aos alunos o giz.
- b) Confrontar o giz branco ao de outras cores ressaltando a importância dele.
- c) Fazer com que os alunos descubram a forma geométrica do bastão de giz, bem como a da figura que lhe forma a base.
- d) Ensinar praticamente o que um corpo frível, dúctil e maleável e perguntar aos alunos se o giz tem ou não alguma dessas propriedades. Porque?
- e) Mostrar às crianças diversas rochas calcárias, argilosas salinas silicosas, explicando-lhes bem claramente os seus característicos exteriores e fazer que elas descubram a que grupo pertence o giz. Porque? (*Revista do Ensino* Ano III no 26 – out., MG, 1928, p. 69)

Na sequência a professora propõe a construção no quadro negro de linhas retas e curvas o que deveria ser repetido pelos alunos em seus cadernos. A composição dessas linhas deveria ser explorada para que se fizessem novos desenhos misturando-as.

Há várias Aulas Modelo na *Revista*, numa delas a professora Aracy Noronha considera a laranja como centro de interesse. Sugere que a aula fosse dada num pomar. O professor deveria a partir da exibição da laranja fazer com que as crianças distinguíssem sua forma e sua cor. Discutiria as utilidades do fruto como órgãos de reprodução dos vegetais e como alimentação dos animais. Seguindo a recomendação do programa de relacionar as diversas disciplinas o que ela propunha para o ensino de geometria era: a partir da observação das formas geométricas de cada fruta, o professor diria que a laranja tem mais ou menos a forma esférica; o figo a forma cônica; a banana a forma cilíndrica; o

---

<sup>2</sup> Ovide Decroly médico e educador belga criador de um novo método de ensino a partir de sua experiência na educação de crianças anormais, conforme denominação do início do século XX, tornou-se referência para o ensino não só na Bélgica como em vários países da Europa e da América Latina, entre eles o Brasil.

<sup>3</sup> Os centros de interesse, segundo Ovide Decroly constituem-se por temas ou conteúdos de interesse do educando, presentes no cotidiano entre outras características e que permitam um ensino multidisciplinar sem, contudo haver a compartimentalização em disciplinas, também conhecido como ensino globalizado.



abacaxi, a piramidal, e assim por diante. Para o desenho a proposta era que cada aluno desenhasse uma das frutas estudadas. (*Revista do Ensino* Ano IV, nº 35, julho, MG, 1929 )

A análise dos artigos da *Revista do Ensino* permite melhor compreender a importância dada ao desenho na formação das normalistas. Um longo artigo publicado em 1931 discute a função do desenho no desenvolvimento integral da criança, defendendo que “o desenho exercita todas as faculdades e educa integralmente a criança”. (*Revista do Ensino*, Ano VI, no 64, dez., MG, 1931, p. 22)

Além disso, o desenho é visto como um meio de intuição e na falta de outros materiais prestaria “grande socorro”. No jardim de infância o desenho desempenha um papel de destaque no desenvolvimento dos órgãos sensoriais. O desenho espontâneo será um momento de divertimento e os alunos deveriam ser sempre estimulados pela professora com uma observação: está bonito!

### CONSIDERAÇÕES FINAIS

O exame da legislação de diferentes estados do Brasil – São Paulo, Minas Gerais, Paraná, Espírito Santo e Sergipe a partir da disseminação do modelo dos grupos escolares irradiado pelo estado de São Paulo, possibilitou identificar a geometria plana com o estudo de figuras planas e áreas, a geometria espacial com o estudo dos sólidos redondos, prismas e pirâmides e seus volumes como referência de conteúdos do curso normal nas primeiras décadas do século XX. O desenho presente de forma mais constante, na maioria dos casos ao longo de todo o curso, mas com características mais diversas que vão do desenho linear, ou natural ao desenho geométrico, mas sobretudo aliado à caligrafia. A essas disciplinas propunha-se aplicar o método intuitivo como referência inclusive para a atuação futura dos normalistas como professores. Um dos modelos de formação de professores importante nesse período é o baseado na *imitação de boas práticas*. (CARVALHO, 2000)

A análise dos artigos veiculados pela *Revista do Ensino* em Minas Gerais permitiu avançar na compreensão do papel da geometria e do desenho na formação de normalistas brasileiros. Mesmo tratando-se de uma publicação local, do estado de Minas Gerais, a análise dos artigos que tratam do ensino de geometria e de desenho aqui apresentada possibilitou uma aproximação com as finalidades reais para o ensino desses saberes na escola primária, o que nos permitiu relacionar aos conteúdos prescritos pela legislação para a escola normal algumas funções para a geometria e desenho presentes nesta formação. Os artigos permitiram vislumbrar que o conhecimento das propriedades deveria ser transmitido aos alunos, já que muitas das Aulas Modelo ou mesmo das propostas de ensino, dos relatos de Curso indicam a existência de atividades dessa natureza com as crianças: identificar a forma, reconhecer propriedades.

Já para o desenho, tal análise leva a expandir a compreensão por evidenciar o papel central dessa disciplina na metodologia de ensino a ser aplicada pelos normalistas. O desenho é um saber imprescindível para o *bom funcionamento* do método intuitivo. Da mesma forma integra-se bem às propostas *escolanovistas* na medida em que permite desenvolver os órgãos sensoriais da criança, proporcionar momentos de lazer e de atividade.

### REFERÊNCIAS

BASTOS, M. H. C. Ferdinand Buisson no Brasil – Pistas, vestígios e sinais de suas ideias pedagógicas (1870-1900). **História da Educação**. Pelotas, v. 4 nº8, pp.79-109, 2000.

BICCAS, M. S. **O impresso como estratégia de formação: Revista do Ensino de Minas Gerais (1925-1940)**. Belo Horizonte: Argvmentvm, 2008. 216 p..

CARVALHO, M. M. C. . Modernidade pedagógica e modelos de formação docente. **São Paulo em Perspectiva**, São Paulo, v. 14, n.1, p. 111-120, 2000.

CATANI, D. B. ; VILHENA, C. P. S. . A Imprensa Periódica Educacional e as fontes para a História da Cultura Escolar Brasileira. **Revista do IEB** (Instituto de Estudos Brasileiros), São Paulo, v. 37, p. 177-183, 1994.

ESPÍRITO SANTO. Decreto n. 109 de 08 de julho de 1908. **Regulamenta as Escolas Normal e Modelo Anexa do Estado do Espírito Santo**. Disponível em: <http://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/122510>

ESPÍRITO SANTO. Decreto n. 114 de 08 de julho de 1908. **Aprova o programa das matérias do curso secundário da Escola Normal do Estado do ES**. Disponível em: <http://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/122513>

ESPÍRITO SANTO. Decreto n. 97 de 29 de março de 1908. **Regulamenta a Escola Normal Espírito-Santense**. Disponível em: <http://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/122509>

LEME DA SILVA, M. C.; FRIZZARINI, C. Os saberes geométricos de Calkins e sua apropriação nos programas de ensino dos grupos escolares paulistas. **Revista brasileira história educação**. Campinas, no prelo.

MACIEL, F. I. P.. Alfabetização em Minas Gerais: adesão e resistência ao método global. In: Luciano M. de Faria e Ana M. C. Peixoto. (Org.). **Lições de Minas: 70 anos da Secretaria da Educação**. Belo Horizonte: Secretaria da Educação de MG, 2000, v. , p. 144-161.

MINAS GERAIS. Decreto nº 1.960 de 16 de dezembro de 1906. **Regulamento da instrução pública primária de Minas Gerais**. Disponível em: <https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/121823>. Acesso 20 ago. 2014.

PARANÁ. Decreto n. 710 de 18 de outubro de 1915. **Organiza a Instrução Pública do Paraná nos diferentes segmentos de ensino**. Disponível em: <http://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/99744>

REVISTA DO ENSINO. Belo Horizonte: Inspetoria Geral da Instrução. Ano IV – n. 35, de julho, 1929.

REVISTA DO ENSINO. Belo Horizonte: Inspetoria Geral da Instrução. Ano III – n. 26, de outubro, 1928.

REVISTA DO ENSINO. Belo Horizonte: Inspetoria Geral da Instrução. Ano VI – n. 64, de dezembro, 1931.

SÃO PAULO. Decreto n. 218 de 27 de novembro de 1893. **Regulamenta os programas do ensino da Escola Secundaria e traz a divisão dos cursos das Escolas Normais de São Paulo**. Disponível em: <http://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/99730> Acesso 04 nov. 2014.

SAVIANI, D. Formação de professores: aspectos históricos e teóricos do problema no contexto brasileiro. **Revista Brasileira de Educação**, v. 14 n. 40 jan./abr, p. 143 – 155, 2009

SCHUELER, A. F. M. & MAGALDI, A. M. B. M. Educação escolar na Primeira República: memória, história e perspectivas de pesquisa. **Tempo** – Revista do Departamento de História da UFF, v. 26, p. 32-55, 2009.

SERGIPE. Decreto 587 de 09 de janeiro de 1915. **Expede regulamento para o serviço da Instrução Pública do Estado de Sergipe.** Disponível em: <http://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/104706>

SERGIPE. Decreto 630 de 24 de abril de 1916. **Regulamenta a Instrução Pública do Estado.** Disponível em: <http://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/104705>

SERGIPE. Decreto 633 de 17 de junho de 1916. **Dá regulamento ao Atheneu Sergipense - fins do instituto e classificação dos cursos.** Disponível em: <http://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/104703>

TROUVÉ, Alain. **La notion de savoir élémentaire à l'école.** Paris: L'Harmattan, 2008.

UBRICH, G. **La méthode intuitive de Ferdinand Buisson: histoire d'une méthode pédagogique oubliée.** Paris: L'Harmattan, 2014.

VALDEMARIN, V. T. **Estudando as lições de coisas: análise dos fundamentos filosóficos do método de ensino intuitivo.** Campinas: Autores Associados, 196p,2004.

VIDAL, D. **Grupos escolares: cultura escolar primária e escolarização da infância no Brasil (1893-1971),** Campinas, Mercado das Letras, 2006.

# HISTÓRIA DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA E GEOMETRIA DAS TRANSFORMAÇÕES: UM ESTUDO SOBRE AS PRODUÇÕES BRASILEIRAS ATUAIS

Pedro Silva  
Marger Viana

Universidade Federal de Ouro Preto/DEMAT, pedrohsufop@yahoo.com.br  
Universidade Federal de Ouro Preto/DEMAT, margerv@terra.com.br

**Resumo:** Este artigo tem como propósito apresentar um levantamento da produção científica desenvolvida por alunos de mestrado e doutorado sobre a temática da História da Educação Matemática ou Geometria das Transformações. Foram pesquisados os resumos e palavras-chave das dissertações e teses elaboradas no período entre 2011 e 2012 disponíveis no banco de teses da CAPES. Além dessas, como não estavam disponíveis as de 2012 em diante, foi feita uma busca pelos grupos de pesquisa cadastrados no diretório da CNPQ. Isto com a finalidade de identificar e descrever os estudos produzidos nesta área do conhecimento. Concluiu-se, com respeito à temática e às metodologias de pesquisa que as mais utilizadas foram as de natureza qualitativa. Também que há lacunas, pois foi encontrada apenas uma pesquisa que envolvesse História da Educação Matemática e Geometria das Transformações. Isto poderá ser levado em consideração na orientação de pesquisas futuras.

**Palavras-chave:** História da Educação Matemática, Geometria das Transformações, Produção científica discente.

## Introdução

A Educação Matemática, no Brasil, embora recente, já é um campo que concentra pesquisas com enfoques diversos, entre os quais a História da Educação Matemática, particularmente a História das Disciplinas Escolares e, de modo especial, a Matemática.

Eleger a disciplina Matemática como objeto de estudo, visando aos conteúdos escolares, está de acordo com Chervel (1990), que considera a história das disciplinas escolares relevante “não somente na história da educação, mas na história cultural”.

O estudo consistiu em levantar na literatura temáticas que implicassem na História da Educação Matemática e da Geometria das Transformações para a elaboração de uma dissertação de mestrado. Tudo isso, para reunir, identificar, avaliar e sintetizar resultados e obter uma ideia precisa sobre o estado atual, suas lacunas e a contribuição que a investigação pode oferecer ao desenvolvimento do conhecimento sobre este tema. Com isso, evita-se, também, a duplicação de esforços para a busca de respostas a uma questão já respondida.

Além disso, conforme Cardoso et al (2010, p.7) “cada investigador analisa minuciosamente os trabalhos dos investigadores que o precederam e, só então, compreendido o testemunho que lhe foi confiado, parte equipado para a sua própria aventura”.

Assim, este estudo se insere na História da Educação Matemática na direção da Geometria das Transformações.

Tudo isto levou-nos à questão de investigação: qual é produção científica brasileira produzida em cursos de mestrado e doutorado em História da Educação Matemática e Geometria das Transformações?

### Metodologia

O objetivo desse estudo consistiu em levantar na literatura temáticas que implicassem na História da Educação Matemática e da Geometria das Transformações.

Para isso, foi realizado um levantamento no Banco de teses da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES). Como estavam disponíveis dissertações e teses apenas dos anos de 2011 e 2012, o levantamento se estendeu para o Diretório dos Grupos de Pesquisa do CNPQ, realizado no período de 01 a 08 de Maio de 2015, buscando pesquisas realizadas de 2005 a 2015.

A pesquisa foi feita por meio de consulta parametrizada com os termos de busca: Geometria das transformações e História da Educação Matemática disponíveis no diretório. Foram encontrados 60 grupos de pesquisa relacionados a História da Educação Matemática, porém nenhum grupo sobre Geometria das Transformações.

Em seguida, a partir dos grupos encontrados foram procuradas as instituições de ensino relacionadas a cada um deles e os programas de pós-graduação nas áreas de: Educação Matemática, Educação e Ensino de Ciências. Dentro destes programas foram encontrados algumas produções (dissertações e teses) ou direcionamento para a busca na biblioteca digital da instituição. A partir desse levantamento, a busca foi realizada pelas seguintes palavras-chave: História da Educação Matemática, Geometria das Transformações e Transformações Geométricas. Foram localizadas 16 produções.

No banco de teses da Capes a pesquisa foi realizada pela busca da palavra-chave Geometria das Transformações, tendo sido encontrado um total de 19 trabalhos. Nesses focalizou-se nas instituições ainda não pesquisadas a partir dos grupos a PUC-SP e a UNIFRA. Então foi realizada a busca por produções nos programas de Pós-Graduação em Educação Matemática dessas instituições tendo sido encontrados 11 pesquisas relacionadas à História da Educação Matemática e Geometria das Transformações.

Somando as 16 dos grupos com essas 11 totalizaram 27 produções que foram analisadas. A Figura 1 apresenta a distribuição dessas vinte e sete pesquisas sobre a História da Educação Matemática ou Geometria das Transformações por ano em que foram defendidas.

Figura 1- Pesquisas sobre a História da Educação Matemática ou Geometria das Transformações por ano

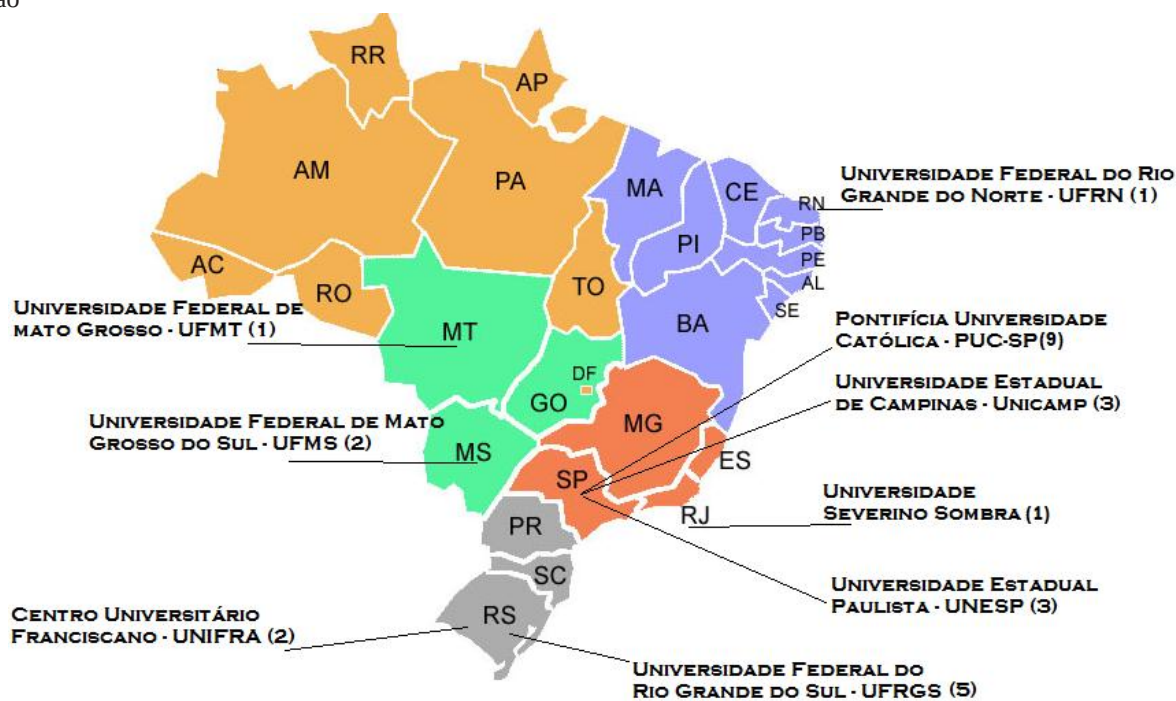


Fonte- Dados do pesquisador

Observa-se que entre 2010 e 2012 houve um crescimento das pesquisas nessa área, pois foi defendido um total de 14 produções, ou seja, mais de 50% do total levantado nos últimos 10 anos.

A figura 2, a seguir, apresenta a distribuição das produções por instituição.

Figura 2- Pesquisas sobre a História da Educação Matemática ou Geometria das Transformações por instituição



Fonte- Arquivo do pesquisador

A partir deste levantamento foi elaborada uma tabela contendo os seguintes dados: Autor, Título, Modalidade/nível, Instituição, ano de defesa, Orientador (a), Propósito/pergunta/tema, Referencial teórico, Metodologia, Resultados.

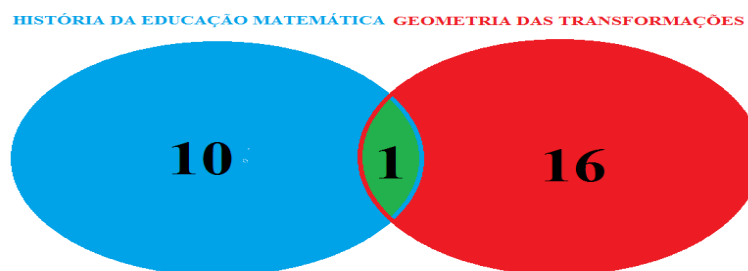
A seguir, os resultados dos referidos levantamentos serão apresentados.

## Resultados

Percebe-se que há uma grande concentração de produções na região sudeste, destacando-se a PUC-SP, com nove produções referentes às Transformações Geométricas.

Na sequência, as produções foram divididas em dois temas: História da Educação Matemática e Geometria das Transformações. A Figura 3 apresenta o número de produções em cada um dos referidos temas. E também a interseção destes apenas uma produção.

Figura 3- Número de produções por tema e a intersecção



Fonte- Arquivo do pesquisador

A partir da divisão realizada por temas, em primeiro lugar serão apresentados os trabalhos relativos à Geometria das Transformações finalizando com os dois temas na mesma pesquisa. Assim, será feita uma breve descrição de cada trabalho com base nos temas definidos.

### **História da Educação Matemática**

Como descrito na Figura 3, nesse tema há 10 produções. Cada uma será descrita seguindo a ordem cronológica.

1. Souza (2010). Seu tema de pesquisa foi o Ensino Primário no Amazonas no período de 1850 a 1910, objetivando identificar e analisar elementos históricos da Educação Matemática em diversas fontes, como: livros didáticos, relatórios elaborados por presidentes da Província, regulamentos de ensino da época e programas de ensino. A análise foi conduzida com base no referencial proposto por André Chervel para a história das disciplinas escolares.

2. Mauro (2005) investiga sobre a Matemática escolar desenvolvida por comunidades de origem alemã no Rio Grande do Sul no final do século XIX e início do século XX, tendo como objetivo descrever a trajetória de construção e organização do saber escolar em matemática nas escolas teuto-brasileiras, fundadas nessa época. Utilizando como referências: História das disciplinas escolares de CHERVEL (1990) e História da Educação Matemática – Valente (1999) concluiu que como naquela época os imigrantes utilizavam livros trazidos da Alemanha que não satisfaziam às necessidades brasileiras e nem aos objetivos daquelas escolas, os livros didáticos e os jornais editados pelos teuto-brasileiros assumiram papel de destaque no trabalho pedagógico das escolas.

3. Souza (2010). Seu trabalho versa sobre os debates do ensino da Matemática no começo do século XX, tendo por objetivo verificar as propostas do matemático alemão Felix Klein (1849 - 1925) e do professor brasileiro Euclides Roxo (1890 - 1950) para o ensino de matemática, mais especificamente o de geometria, fazendo uma análise de como os grandes temas sobre o ensino da matemática no período, a introdução das noções básicas de quantidades variáveis e dependência funcional, bem como a reorganização dos métodos de ensino com ênfase na intuição, nas aplicações e na geometria analítica, são recebidos, debatidos e apropriados no Brasil.

4. Gonzales (2010). Seu trabalho buscou elementos da História da Educação Matemática no contexto do Mato Grosso, com base nas práticas do professor Firno José Rodrigues nas décadas de 1920 e 1930. Tem por objetivo, analisar alguns elementos históricos e culturais do ensino da Álgebra no contexto do Liceu Cuiabano. Utilizou como referencia para análise, André Chervel no que diz respeito à História das disciplinas escolares.

5. Esperança (2011) realizou uma pesquisa sobre o ensino de Matemática no instituto Julio Castilhos, com o objetivo de analisar os cursos Complementares Pré-Médico e Pré-Técnico que funcionaram no período de vigência da reforma do ensino secundário que ficou conhecida como “Reforma Francisco Campos”. Seu trabalho baseia-se na análise das questões das provas de Matemática que foram aplicadas nesses cursos nos anos de 1936 e 1937 e investiga os conteúdos ensinados, as maneiras como eram avaliados e possíveis marcas deixadas pelos professores que faziam parte das bancas de prova. Sendo assim procurou buscar por relatórios da Escola de Engenharia de Porto Alegre, entrevistas e



depoimentos de ex-alunos e ex-professores e bibliografia relacionada ao tema. Teve como referencial teórico Chervel (1990) - História das Disciplinas escolares.

6. Salandim (2012). Sua pesquisa é sobre a interiorização dos cursos de Matemática no estado de São Paulo na década de 1960, período no qual uma expansão quantitativa começava a intensificar-se, com o objetivo de analisar o movimento de criação desses cursos. Teve por Referencial Teórico Garnica (2004) - História oral, além de fontes escritas – documentos e registros cartográficos, por exemplo – utilizou-se de quinze narrativas de professores envolvidos nesses cursos em seus primeiros anos (como alunos, professores e/ou gerenciadores). A criação das narrativas escritas a partir de entrevista com cada depoente deu-se segundo a Metodologia da História Oral.

7. Ferreira (2008) fez uma investigação sobre as orientações curriculares para o ensino de Geometria do período do Movimento da Matemática Moderna (MMM) ao momento atual, tendo como objetivo a análise dessas orientações curriculares e de algumas coleções de livros didáticos que as incorporam. Para a análise dos documentos e livros didáticos utilizou como referência Roger Chartier (1991). Como os livros didáticos tiveram como foco o conteúdo geometria apoiou-se em Josep Gáscon (2001 e 2003) que estuda o tema.

8. Santos (2013). Seu trabalho versa sobre a História da Educação Matemática no Estado do Mato Grosso no período de 1970 a 1990, com objetivo de estudar o MMM na Escola Estadual Oscar Soares, no município de Juara, buscando apreender as singularidades do processo de colonização da cidade e investigar as práticas pedagógicas presentes no ensino de matemática. Utilizou a concepção de história de Jacques Le Goff na perspectiva da história cultural.

9. Gonçalves (2015) faz uma análise da produção em História da Educação Matemática no Brasil no período de 1990 a 2010 com o objetivo de contribuir para as ações didáticas dos professores que ensinam matemática na Educação Básica. Utilizou como referencial teórico Sad (2005) e Mendes (2014) que estudam a identificação e classificação das dissertações e teses. Este autor construiu um quadro, como ilustrado na Figura 3 (Quadro3) que mostra as pesquisas por ele levantadas.

Figura 3 – Pesquisas em História da Educação Matemática investigadas por Gonçalves (2015)

| Quadro 3. Pesquisas em História da Matemática investigadas |                                                               |           |              |           |             |
|------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------|-----------|--------------|-----------|-------------|
| Categoria                                                  | Tendência da pesquisa                                         | Mestrado  |              | Doutorado | Total geral |
|                                                            |                                                               | Acadêmico | Profissional |           |             |
| A                                                          | Estudos e Pesquisas em História e Epistemologia da Matemática | 80        | 03           | 29        | 112         |
| B                                                          | Estudos e Pesquisas em História da Educação Matemática        | 64        | 02           | 44        | 110         |
| C                                                          | Estudos e Pesquisas em História e Pedagogia da Matemática     | 48        | 25           | 15        | 88          |
|                                                            | Total                                                         | 192       | 30           | 88        | 310         |

Fonte: www.capes.gov.br

Fonte - Gonçalves (2015, s.p.)

10. Balladares (2014) tem seu foco no grande autor e professor Matemático, Malba Tahan, apresentando sua trajetória e utilizando uma de suas obras como provocação à produção escrita discente. Utilizou como referencial teórico Histórias em quadrinhos - Fronza (2007)



e Educação Matemática – Fiorentini e Lorenzato (2009). A pesquisa foi realizada na Escola Municipal de Ensino Fundamental Almirante Raphael Brusque, em Pelotas, RS, ao longo de 20 encontros semanais e envolveu uma turma de oitava série do Ensino Fundamental, com um total de 13 alunos que residem na Colônia de Pescadores Z3.

## **Geometria das Transformações**

No levantamento relacionado à Geometria das transformações, foram encontrados 16 trabalhos que estão categorizados de acordo com o público alvo a que se dirigiram: Ensino Fundamental II, Ensino Médio, Ensino Superior, Formação continuada de professores e duas pesquisas que estão relacionadas à Análise Bibliográfica.

### *Ensino Fundamental II*

1. Rodrigues (2012) procurou examinar as possibilidades e potencialidades do ensino das Transformações Geométricas, no 6º ano, e fez-se um resgate histórico do ensino da Geometria, constatando que a introdução do tema Geometria das Transformações ocorreu na época do MMM.
2. Rossi (2009) procurou analisar as contribuições (no 7º ano) que a utilização dos frisos e dos ladrilhos das igrejas da Quarta Colônia de Imigração Italiana do Rio Grande do Sul, juntamente com a utilização de um programa computacional como o Cabri-Géomètre II, podem trazer para a construção de conceitos e exploração das propriedades geométricas dos polígonos, bem como das transformações geométricas no plano.
3. Bilac (2008) buscou apresentar uma sequência didática (no 8º ano) em que as atividades envolvendo a simetria axial e a simetria de rotação favorecesse ao aluno uma evolução no desenvolvimento das noções geométricas durante o processo de ensino-aprendizagem das transformações geométricas. Para isso, formulou como questão de pesquisa: em que medida os recursos e ferramentas do software Cabri-Géomètre favorecem a aprendizagem das transformações geométricas, em especial a simetria axial e a simetria de rotação.
4. Accioli (2005) trabalhou com os 2º e 3º anos e depois com o 6º e o 8º ano com a finalidade de investigar as funcionalidades e as potencialidades do ambiente robotizado ROBOLAB funcionar como um micromundo, no sentido de possibilitar a construção de novos significados para a Simetria. As metodologias e referenciais teóricos utilizados foram: Rodrigues (2012) – Pesquisa-ação, Transformações geométricas Ledergerber-Ruoff (1982); Rossi (2009) - Engenharia Didática, Ensino e aprendizagem de geometria GravinA (1996); Bilac (2008) - “Design Experiment”, desenvolvimento das noções geométricas - Piaget e Garcia (1983); Accioli (2005) – “Design Experiment”.

### *Ensino Médio*

1. Stormowski (2008) tem por objetivo a elaboração, implementação e reflexão sobre uma sequência didática para o estudo de matrizes a partir de transformações geométricas. Utilizou-se do referencial de Luz (2007) e Mabushi (2000) que discutem sobre a Geometria das Transformações e de Eves sobre a História da Matemática, a metodologia utilizada foi da Engenharia Didática. Conclui-se que o objetivo da pesquisa foi alcançado, uma abordagem referente as propriedades das operações com matrizes foi elaborada e implementada, propiciando uma obteção das definições como ocorrido na história da matemática.

2.Freitas (2010) busca discutir e avaliar a construção de uma THA (Trajetórias Hipotéticas de Aprendizagem) a respeito do tema Isometrias. O referencial que discute sobre a THA é Simon (1995). Trata-se de uma pesquisa qualitativa que envolve dois professores de Matemática de duas escolas públicas do Estado de São Paulo e sua atuação junto a 58 alunos da 2ª série do Ensino Médio. Pode-se concluir que a elaboração de uma THA é uma tarefa mais condizente aos pesquisadores que aos professores; (b) a utilização de pesquisas em Educação Matemática permite aos professores elaborar atividades que possibilitem aos alunos enfrentar suas dificuldades, porém é preciso pensar em maneiras para que os professores tenham acesso a elas; (c) a elaboração de atividades que tenham perspectivas construtivistas não é suficiente para que a aprendizagem ocorra segundo esse aspecto, pois a atuação do professor tem papel decisivo neste processo; (d) o uso de novas tecnologias potencializa a compreensão de conceitos, mas é, ainda, uma estratégia pouco utilizada pelos professores.

3.Miranda (2009) desenvolve na pesquisa uma ferramenta computacional, utilizando técnicas de PLN (Processamento de Línguas Naturais) e inserir nesta ferramenta sequências didáticas no campo da Geometria das Transformações. A pesquisa utiliza-se do referencial da Teoria das Situações Didáticas de Guy Brousseau e Registros de Representação Semiótica de Raymond Duval, além da utilização dos princípios da Engenharia Didática.

4.Salazar (2009) possui por propósito observar como estudantes do segundo ano do Ensino Médio apropriam-se das transformações geométricas no espaço, quando interagem com o ambiente de Geometria Dinâmica Cabri 3D. A pesquisa tem como referencial e metodologia a Engenharia Didática -Artigue (1988), Abordagem Instrumental - Rabardel (1995a), Teoria dos Registros de Representação Semiótica - Duval (1995).

5.Evangelista (2011) procura através de sua pesquisa possibilitar que alunos de Ensino Médio, de uma escola pública estadual da Região Metropolitana de São Paulo, aplicassem e desenvolvessem o conhecimento do objeto matemático Transformações Isométricas por meio da Rotação, Translação e Reflexão. Possui por referencial e metodologia respectivamente, Piaget e Garcia (1983) e Design Experiment. O desenvolvimento deste trabalho permitiu concluir, após as análises feitas dos protocolos das atividades propostas, que a Etnomatemática, com apoio do GeoGebra, favoreceu a aprendizagem das Transformações Isométricas.

#### *Ensino superior*

6.Ramos (2012) descreve um experimento que envolveu um grupo de sessenta alunos (Bacharelado em Design), em que procurou se compreender o impacto causado sobre sua capacidade cognitiva de rotação mental, a partir da administração de uma série de conceitos e exercícios relacionados ao tópico das Transformações Isométricas. A pesquisa tem caráter quantitativo, utilizando-se de dois testes para a análise a posteriori: O MRT (mental rotation test) e TS (teste de simetria), possui como referencial Bastos (2007, 2009) que estuda sobre a Geometria das transformações.

7.Refatti (2012) em turma de Licenciatura em Matemática, questionou se os ambientes de Geometria Dinâmica promovem o desenvolvimento das competências geométricas dos alunos; se a interação propiciada pelos softwares, auxiliaram no processo de construção do conhecimento relativo às transformações geométricas; e a maneira como os alunos se apropriam das ferramentas e/ou recursos do GeoGebra e do Cabri 3D na aprendizagem do conteúdo de transformações geométricas. O referencial e a metodologia respectivamente que auxiliaram esta pesquisa foram a Engenharia Didática - Artigue (1996) e as

contribuições da metodologia da Engenharia Didática juntamente com os softwares GeoGebra e Cabri 3D na compreensão do conceito de transformação geométrica.

#### *Público alvo os professores*

– Três pesquisas, que são Neves (2011), Medeiros (2012) e Medeiros (2011) - apesar de se enquadrarem nesta categoria, as aplicações são bastante distintas, pois, Neves (2011) utiliza-se Caleidoscópio para professores formados e em formação, Medeiros (2012) do software GeoGebra enquanto Medeiros (2011) faz sua pesquisa em curso de formação continuada a distância.

1.Neves (2011) realiza um estudo qualitativo segundo Bogdan & Biklen (1994) (Caleidoscópio com professores formados e em formação). Elaborou uma proposta de ensino baseada na metodologia de Resolução de Problemas, promovendo atividade a fim de fazer com que os alunos usassem o caleidoscópio para reproduzir ornamentos planos e, a partir de então, discutissem, com base em argumentos geométricos e algébricos, quais as possibilidades (e impossibilidades) que esse instrumento oferece para obtenção desses ornamentos e suas respectivas justificativa.

2.Medeiros (2012) teve por alvo a formação continuada a distância e teve por referencial teórica Construção do conhecimento – Vygotsky; pensamento matemático – Duval, tecnologia e aprendizagem da matemática – Balachef, Gravina possuindo como concepção, implementação e validação uma proposta para o ensino de transformações geométricas.

#### *Análise Bibliográfica*

4.Sousa (2008) busca respostas na História da Matemática com referências em Boyer (1993) ; Eves (2004), já Lino (2014) utiliza-se do referencial na noção de quadro evidenciado de Douady – Rogalski e Registros de Representação Semiótica - Duval , baseando-se em documentos de domínio científico tais como livros, artigos, dissertações e teses que tratavam do objeto de estudo.Concluiu que foi possível descobrir um lado da História da Matemática, inserida por Felix Klein, que sempre é muito atual, afinal a humanidade tem uma ligação muito grande com o assunto simetria, podemos ver isso claramente nas gravuras antigas como também nas atuais e nas grandes construções.

5.Lino (2014) realizou sua pesquisa a fim de propiciar um caminho para o ensino e aprendizagem da Geometria das Transformações. Concluiu que o estudo contribuiu para o alcance do objetivo uma vez que nos permitiu “olhar” as transformações geométricas e apresentá-las em um estudo desde as séries iniciais com dobraduras até o ensino superior abordando-as no quadro da Álgebra, no quadro da Geometria Analítica e no quadro da Geometria

### **História da Educação Matemática e Geometria das Transformações**

A interseção dos temas foi encontrada apenas no Trabalho de Luz (2007), no qual é abordado um estudo focado no ensino das Transformações Geométricas com base na análise de exercícios propostos em livros didáticos publicados, a partir dos anos 60, época na qual se iniciava o Movimento da Matemática Moderna, livros estes publicados no estado de São Paulo.

O estudo caminhou da seguinte maneira:

Inicialmente, procedemos a um estudo da organização matemática relativa a transformações geométricas, estudo no qual são examinadas as simetrias presentes em elementos da natureza e das artes, as definições das principais transformações que fazem parte do programa do Ensino Fundamental, além da identificação de elementos históricos relacionados ao desenvolvimento da geometria. Em seguida, passamos ao estudo da organização didática, no qual se averiguaram pesquisas sobre ensino e aprendizagem de isometrias, textos oficiais como Guias, Proposta e Parâmetros Curriculares, além de alguns aspectos do movimento de reforma da Matemática Moderna no Brasil, e sua relação com o mesmo movimento nos Estados Unidos e na França. A análise dos livros foi feita a partir do agrupamento dos exercícios em tipos de tarefas, qualificação essa utilizada tanto para a identificação da técnica de resolução, como para a distinção da tecnologia apropriada à justificação da primeira. Em seguida, efetuamos um estudo do conjunto dos exercícios propostos, no qual se encaminhou o cumprimento do acima exposto, como objetivos da análise desenvolvida (LUZ, 2007, p.10).

Para o desenvolvimento do referido estudo a autora apoiou-se na teoria Antropológica do didático, de Yves Chervallard, além da História da Disciplinas Escolares de Andre Chervel.

A autora concluiu que os problemas relacionados ao ensino das Transformações Geométricas no período estudado não foram resolvidos. Luz (2010) acredita que estes problemas, não foram solucionados devido a dois fatores relevantes: o primeiro corresponde à reforma da Matemática Moderna, no qual enfatizou essas estruturas matemáticas, porém verificou que nas obras referidas a Geometria das Transformações não teve visibilidade. O segundo fator se refere aos Parâmetros Curriculares Nacionais que determinaram a relação de isometrias e homotetias com níveis superiores de determinação matemática, que não vigoraram devido à ausência de aparatos tecnológicos.

## **A Geometria das Transformações**

A geometria das transformações teve seus primeiros passos no período do renascimento. Os arquitetos se interessaram pela representação plana de figuras espaciais a partir do ponto de vista constituído pelo próprio olho. Desenvolveram o estudo da projeção central, ainda chamada de projeção cônica, e, em particular, a noção de ponto de fuga (MABUSHI, 2000).

No século XV surgiram alguns elementos de perspectivas. A relação entre a arte e a Matemática também era forte na obra de Leonardo da Vinci (1452-1519), e a mesma combinação de interesses artísticos e matemáticos se encontra em Albrecht Durer (1471-1528), na Alemanha. As noções renascentistas sobre perspectiva matemática seriam expandidas mais tarde para um ramo da geometria. A preocupação dos pintores e artistas em representar objetos do espaço fez surgir a idéia de projeções centrais e paralelas e, Consequentemente, aparecerem as noções de geometria projetiva e de descritiva, importante na gênese do conceito de transformações. (MABUSHI, 2000).

Um personagem importante na história da Geometria das Transformações e, de certa forma, também do MMM foi o Matemático Alemão Felix Klein (1849-1925), que impressionado com as possibilidades unificadoras do conceito de grupo, dedicou-se a desenvolver, aplicar e popularizar tal conhecimento. Numa aula inaugural em 1872, quando se tornou professor na Universidade de Erlangen, mostrou como o conceito de grupo podia ser aplicado para caracterizar as diferentes geometrias elaboradas até o século XIX na conferência que ficou conhecida como Programa de Erlanger.

A época do MMM foi a primeira vez que se propôs o ensino da Geometria das Transformações no Brasil. Uma transformação geométrica no plano é uma aplicação bijetora do conjunto de pontos do plano sobre si mesmo. As principais transformações no plano euclidiano são reflexões em retas, translações, rotações, reflexões centrais e homotetia. A imagem de uma figura por uma transformação geométrica é o conjunto de pontos que são imagens de pontos de figuras pela transformação.

## Conclusões

Como o objetivo deste artigo foi fazer um levantamento das pesquisas científicas, sobre a História da Educação Matemática e Geometria das Transformações, foi possível observar que os temas praticamente não foram abordados em conjunto. Encontrou-se apenas uma pesquisa que se referia aos dois temas, um trabalho de análise documental, sem experiência alguma com a aprendizagem da Geometria das Transformações com estudantes.

Quanto aos trabalhos sobre História da Educação Matemática, foi possível observar que as produções são em sua maioria referentes à análise de documentos, livros didáticos e outras fontes, e que o referencial teórico mais utilizado é André Chervel, que discute sobre a História das disciplinas escolares além da História da Matemática e da História da Educação Matemática.

Sobre o outro tema pesquisado, Geometria das Transformações, os trabalhos possuem outro tipo de foco. Têm, em sua maioria, aplicações em sala de aula do ensino básico, superior e em cursos de extensão. A metodologia que se pode destacar é a de “Design Experiment” que aparece em vários trabalhos, além de muita utilização de softwares.

Analisando as regiões onde os estudos foram realizados, nota-se que a região norte foi a única que não apresentou pesquisa no período considerado, em contrapartida, a que mais se destacou foi a região sudeste.

Finalizando, percebe-se que de maneira geral, as pesquisas realizadas sobre História da Educação Matemática e Geometria das Transformações deixaram lacunas, pois aconteceram em pequena quantidade. Logo, investigações dessa natureza necessitam ter continuidade, permanecendo como objeto de estudos futuros.

## Referências

ACCIOLI, R. M. **Robótica e as transformações geométricas**: um estudo exploratório com alunos do ensino fundamental. 2005.224f. Mestrado em Educação Matemática Pontifícia Universidade Católica, São Paulo, 2005.

BALLADARES, B. L. **Malba Tahan, matemática e histórias em quadrinhos**: produção discente em hqs em uma colônia de pescadores.2014.185.f. Mestrado Profissional em Ensino de Matemática – Instituto de Matemática, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2014.

BILAC, C. U. **Possibilidades da aprendizagem de transformações geométricas com o uso do Cabri-Géomètre**. 2008.191f. Mestrado Profissional em Ensino Matemática, Pontifícia Universidade Católica, São Paulo, 2008.

CARDOSO, T., Alarcão, I., Celorico, J. Revisão da literatura e sistematização do conhecimento. Porto, Portugal: Porto Editora, 2010.

CHERVEL, A. História das disciplinas escolares: reflexões sobre um campo de pesquisa. *Teoria & Educação*, n. 2, p.177-229, 1990.

ESPERANÇA, A. C. S. **O ensino de matemática no instituto Júlio de Castilhos: um estudo sobre as provas do curso complementar.** 2011.155.f. Mestrado Profissionalizante em Ensino de Matemática – Instituto de Matemática, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2011.

EVANGELISTA, M. C. S. **As transformações isométricas no GeoGebra com a motivação etnomatemática.** 2011.157f Mestrado Profissional em Ensino de Matemática, Pontifícia Universidade Católica, São Paulo, 2011.

FERREIRA, R. C. **Orientações curriculares para o ensino de geometria: do período da Matemática Moderna ao momento atual.** 2008.316f. Mestrado Profissional em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica, São Paulo, 2008.

FREITAS, A. L. V. **Ensinar e aprender transformações isométricas no ensino médio.** 2010.232.f. Mestrado Profissional em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica, São Paulo, 2010.

GONÇALVES, F. D. S. **História da educação matemática no Brasil: Contribuições das pesquisas para professores da Educação Básica.** 2015. Mestrado em Educação, Universidade do Rio Grande do Norte, Natal, 2015.

GONZALES, K. G. **Elementos históricos da educação matemática no contexto do Mato Grosso: uma análise de práticas do professor Firmo José Rodrigues (1920-1930).** 2010.228.f. Mestrado em Educação Matemática – Centro de Ciências Exatas e Tecnológicas, Universidade Federal do Mato Grosso do Sul, Campo Grande, 2010.

LINO, E. P. **As transformações geométricas em um jogo interativo entre quadros: um estudo teórico.** 2014.114f. Doutorado em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica, São Paulo, 2014.

LUZ, V. A. **Um estudo sobre o Ensino de Transformações Geométricas: da reforma da Matemática Moderna aos dias atuais.** 2007.197f. Mestrado em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica, São Paulo, 2007.

MABUCHI, S. T. **Transformações Geométricas - A trajetória de um conteúdo ainda não incorporado às práticas escolares nem à formação de professores.** PUC – São Paulo, 2000  
Disponível em <[http://www.pucsp.br/pos/edmat/ma/dissertacao\\_setsuko\\_mabuchi.pdf](http://www.pucsp.br/pos/edmat/ma/dissertacao_setsuko_mabuchi.pdf)>. Acesso em 27/10/2005.

MAURO, S. **Uma história da matemática escolar desenvolvida por comunidades de origem alemã no Rio Grande do Sul no final do século XIX e início do século XX.** 2005.269.f. Doutorado em Educação Matemática – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2005.

MEDEIROS, L. G. F. **Dando movimento à forma: as transformações geométricas no plano na formação continuada a distância de professores de Matemática.** 2012.160. f. Mestrado em Educação Matemática, Universidade Severino Sombra, Vassouras, 2012.

MEDEIROS, M. F. **Geometria dinâmica no ensino de transformações no plano: uma experiência com professores da Educação Básica.** 2012.172.f. Mestrado Profissionalizante em Ensino de Matemática – Instituto de Matemática, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2012.

MIRANDA, G. M. H. **Um sistema baseado em conhecimento com interface em língua natural para o ensino de transformações geométricas.** 2009.1289 f. Mestrado em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica, São Paulo, 2009.

NEVES, P. R. V. **O uso de caleidoscópios no ensino de grupos de simetria e transformações geométricas**. 2011.147.f. Mestrado em Educação Matemática – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2011.

RAMOS, F. S. **Geometria e habilidade de rotação mental**: uma experiência de ensino com transformações isométricas no design. 2012. 328.f. Doutorado em Artes – Instituto de Artes, Universidade de Campinas, Campinas, 2012.

REFATTI, L. R. **Uma sequência didática para o estudo de transformações geométricas**. 2012.317f. Mestrado Profissional em Ensino de Matemática, Centro Universitário Franciscano, Santa Maria, 2012.

RODRIGUES, C. R. F. **Potencialidades e possibilidades no ensino das transformações geométricas no ensino fundamental**. 2012. 156 f. Mestrado Profissionalizante em Ensino de Matemática – Instituto de Matemática, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2012.

ROSSI, G. R. **O ensino e aprendizagem de polígonos e de transformações geométricas no plano**: relacionando arte e matemática por meio de frisos e dos ladrilhos. 2009. 317f. Mestrado Profissional em Ensino de Matemática, Centro Universitário Franciscano, Santa Maria, 2009.

SALANDIM, M. E. M.. **A interiorização dos cursos de matemática no estado de São Paulo**: um exame da década de 1960. 2012.374.f. Doutorado em Educação Matemática – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2012.

SALAZAR, J. V. F. **Gênese Instrumental na interação com Cabri 3D**: um estudo de Transformações Geométricas no Espaço. 2009.316 f. Doutorado em Educação Matemática –Pontifícia Universidade Católica, São Paulo, 2009.

SANTOS, R. J. **História da educação matemática no estado de mato grosso: o movimento da matemática moderna no município de Juara no período de 1970 a 1990, a partir da Escola Estadual Oscar Soares**. 2013.286.f. Mestrado em Educação – Instituto de Educação, Universidade Federal de Mato Grosso, Cuiabá, 2013.

SOUSA, A. P. **Isometrias e Similaridades**.2008.153.f. Mestrado Profissional em Matemática – Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2008.

SOUZA, G. M. **Felix Klein e Euclides Roxo**: debates sobre o ensino da matemática no começo do século XX. 2010.84.f. Mestrado em Matemática – Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2010.

SOUZA, T. L. L **Elementos históricos da educação matemática no Amazonas**: livros didáticos para o ensino primário no período de 1870 a 1910. 2010. 160 f. Mestrado em Educação Matemática – Centro de Ciências Exatas e Tecnológicas, Universidade Federal do Mato Grosso do Sul, Campo Grande, 2010.

STORMOWSKI, V. **Estudando matrizes a partir das transformações geométricas**. 2008. 157.f. Mestrado Profissionalizante em Ensino de Matemática – Instituto de Matemática, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2008.

# HISTÓRIA DA MATEMÁTICA NAS “LIÇÕES DE ÁLGEBRA ELEMENTAR” DE JOAQUIM IGNÁCIO DE ALMEIDA LISBOA

Elenice de Souza Lodron Zuin<sup>1</sup>

Célio Moacir dos Santos<sup>2</sup>

<sup>1</sup>PUC MINAS, Instituto de Ciências Exatas e Informática, elenicezuin@gmail.com

<sup>2</sup>Instituição/Departamento, moacircelio@yahoo.com.br

## Resumo

Neste artigo, que se insere na área da História da Educação Matemática, trazemos um recorte dos resultados de uma investigação que tem como um de seus objetivos averiguar as abordagens históricas em textos didáticos de Matemática da primeira metade do século XX. Destacamos aspectos da História da Matemática em um livro didático de um dos catedráticos do Colégio Pedro II, Joaquim Ignácio de Almeida Lisboa, que teve sua primeira edição no ano de 1911, na época da Primeira República. Foi analisada a segunda edição das “Lições de álgebra elementar: primeiro volume – introdução ao estudo da álgebra, as operações”, publicada em 1942.

**Palavras-chave:** Educação Matemática, História da Matemática, Livro didático

## INTRODUÇÃO

Os impressos com destinação escolar se constituem em fontes primárias relevantes, dentro da história das disciplinas escolares, por revelarem, além de outros aspectos, os conteúdos e as concepções do autor direcionados a um determinado nível de ensino. “A análise dos livros escolares permite inferências quanto aos objetivos e metodologia, subjacentes ou explícitos, que o autor transmite para o seu leitor.” (ZUIN, 2007, p.16). No presente artigo, fazemos um recorte dos nossos resultados e análises, evidenciando a presença da história da matemática no primeiro volume das *Lições de Álgebra* de Joaquim Ignácio de Almeida Lisboa. Esse é um livro que teve seu lançamento no início da segunda década do Novecentos, em uma época que ainda eram publicados separadamente os manuais de Aritmética, Álgebra e Geometria. As análises dos livros didáticos podem responder alguns questionamentos dentro da História da Educação Matemática, embora

*Todos os manuais ou quase todos dizem então a mesma coisa, ou quase isso. Os conceitos ensinados, a terminologia adotada, a coleção de rubricas e capítulos, a organização do corpus de conhecimentos, mesmo os exemplos utilizados ou os tipos de exercícios praticados são idênticos, com variações aproximadas. (CHERVEL, 1990, p.203)*

Para além da citação acima, destacamos que determinados aspectos presentes em um texto com destinação pedagógica podem revelar muito sobre as concepções do autor; quais conteúdos são inéditos, as modificações, rupturas e permanências; quer seja nos tópicos, sequenciação, quer seja na apresentação, quer seja na metodologia.

Em relação à história dos manuais didáticos, Alain Choppin defende que estes são reflexos de uma sociedade inserida em um contexto histórico e político a ser considerado, assumindo, conjuntamente ou não, várias funções: o estudo histórico evidencia “que os livros didáticos exercem quatro funções essenciais, que podem variar consideravelmente



segundo o ambiente sociocultural, a época, as disciplinas, os níveis de ensino, os métodos e as formas de utilização.” (CHOPPIN, 2004, p. 552 - 553).

Identificamos, no texto de Lisboa, em sua exposição e formalização, uma abordagem que tem suas raízes no positivismo, que já se arraigava no século XIX, período anterior à publicação da primeira edição do livro. Sua abordagem e concepções são tradicionais, visualizando a matemática como disciplinadora do espírito, posição marcada também em suas declarações nos jornais da década de trinta do século XX.

Sublinhamos que, nas décadas de 1960 e 1970, com o Movimento da Matemática Moderna, vimos a História da Matemática ser deixada de lado. Esta foi uma época de uma mudança no ensino de Matemática, no Brasil e em outros países. Um dos fatores que causaram este abandono dos aspectos históricos foi

*a adoção por parte dos diferentes grupos que se formaram visando à operacionalização do ideário desse movimento, de uma concepção estruturalista da matemática e de uma concepção quase sempre tecnicista do modo de organização do ensino. [...] Na década de 1980, com o refluxo desse movimento, assiste-se também a um reavivamento do interesse pela história e a tentativa de tornar explícita as suas potencialidades pedagógicas. (MIGUEL & BRITO, 1996, p. 48).*

Dentro deste contexto, nosso objetivo é evidenciar a ocorrência de abordagens históricas, que eram inseridas nos livros didáticos, quando elencamos manuais destinados ao ensino das matemáticas da primeira metade do século XX.

## **BRASIL, PRIMEIRAS DÉCADAS DO SÉCULO XX**

Faz-se necessário contextualizar, ainda que brevemente, as primeiras décadas do século XX no âmbito escolar da Primeira República que não tinham, efetivamente, uma política nacional de educação. As reformas eram destinadas, quase que exclusivamente, ao Distrito Federal, se constituindo em um “modelo” a ser seguido pelos demais estados da Federação, porém, sem a obrigatoriedade de sua implementação. (ROMANELLI, 1993).<sup>1</sup>

O mundo havia passado por uma revolução industrial; países europeus promoveram reformas educacionais de modo a atender a indústria emergente. Um novo modelo de educação era fundamental. Havia a necessidade da escola pública, laica, gratuita.

No Brasil, com a abolição da escravatura e a proclamação da República, novas demandas se estabeleceram. O país caminhava para um outro estágio socioeconômico e a expansão urbana seguia o seu curso; as cidades se redesenhavam. A educação também precisava acompanhar estes momentos de mudanças. O modelo antigo era

*destinado a dar cultura geral básica, sem a preocupação de qualificar para o trabalho, uniforme e neutra não podia, por isso mesmo, contribuir para as modificações estruturais na vida social e econômica do Brasil da época. Podia, portanto, servir tão-somente à ilustração de alguns espíritos ociosos (ROMANELLI, 1993, p. 34).*

---

<sup>1</sup> Não é nosso objetivo discorrer sobre as leis educacionais no Brasil. Pontuamos apenas as reformas que podem nos auxiliar a vislumbrar o panorama da educação para contextualizar o tempo e espaço nos quais a obra de Almeida Lisboa foi escrita. Porém, indicamos, aqui, as reformas que foram decretadas entre 1900 e 1930: Epitácio Pessoa (1901); Rivadávia Correia (1911), Carlos Maximiliano (1915) e Rocha Vaz (1925).

Benjamin Constant Botelho de Magalhães (1833-1891), o primeiro-ministro do Ministério da Instrução, Correios e Telégrafos, através do Decreto n. 981, de 8 de novembro de 1890, imprimiu uma reforma no Distrito Federal, procurando uma uniformização. Essa reforma se baseava na ideologia positivista do filósofo e sociólogo francês Isidore Auguste Marie François Xavier Comte (1798-1857), com a finalidade de dar uma formação científica aos estudantes, promovendo, assim, um rompimento com a formação clássica-humanista que prevalecia no ensino secundário.<sup>2</sup> Houve uma tentativa de se implantar o positivismo nas escolas através dos programas curriculares. Foi estabelecido o ensino laico; a liberdade de oferta do ensino primário e secundário aos particulares, no Distrito Federal e a gratuidade do ensino primário, com a indicação das disciplinas a serem ministradas nos diferentes níveis de instrução básica, inclusive no ensino normal.

No positivismo, havia um destaque para as ciências matemáticas e experimentais. Pilar da formação científica, a matemática era fundamental, pois, através dela, se chegaria a outros conhecimentos. Adota-se uma visão racionalista do ensino; o lema é “ordem e progresso”.<sup>3</sup> Essa corrente do pensamento adota a experiência e a observação como primordiais, vindo a enaltecer o método experimental-matemático. A causa dos fenômenos não é importante, a relevância está na descoberta das leis que regem o funcionamento dos fenômenos, através da observação e experimentação. Não há espaço para dúvidas, não se questiona quando a verdade é comprovada experimentalmente. Dentro deste contexto, o pensamento e a lógica formais são tomados como o nível mais evoluído do conhecimento. O positivismo vai negar o conhecimento metafísico, fixando-se no conhecimento positivo, aos dados imediatos da experiência. Como o próprio Comte afirma, o “verdadeiro espírito positivo consiste, sobretudo, em ver para prever, em estudar o que é, a fim de concluir disso o que será, segundo o dogma geral da invariabilidade das leis naturais”.<sup>4</sup> Com o pensamento positivo, decifrar-se-ia o mundo.

Os ideais positivistas se alastraram entre os intelectuais brasileiros, tendo difusão entre os professores de Matemática e também entre os engenheiros da Academia Militar do Rio de Janeiro. Em relação aos conteúdos matemáticos, o programa da escola secundária incluía o estudo completo da álgebra elementar.

Comte, em 1851, estabelece uma lista de obras denominada “Biblioteca Positivista do século XIX”, como uma referência a ser seguida, que se constituía num total de cento e cinquenta volumes. Manuais de álgebra, aritmética e geometria, produzidos no Brasil, com a influência do positivismo, vão procurar se pautar nos livros presentes nesta seleção de obras para o ensino de Matemática. No caso da álgebra e geometria, Comte indica os livros de Clairaut; para a Aritmética, Condorcet e, por último, a Trigonometria de Lacroix ou de Legendre. (COMTE, 1996, p.114).

---

<sup>2</sup> Através da Reforma Benjamin Constant, ocorre a inserção de disciplinas científicas, mantendo-se o Latim e o Grego e eliminando-se a Filosofia e a Retórica. Essas alterações vão sobrecarregar o currículo da escola secundária, tornando-o, ainda mais, enciclopédico. (MIORIM, 1998). É preciso reforçar que o positivismo tem suas raízes, na Antiguidade, com o empirismo. Porém, suas “bases concretas e sistematizadas” estarão “nos séculos XVI, XVII e XVIII, com Bacon, Hobbes e Hume, especialmente.” (TRIVIÑOS, 1987, p. 33).

<sup>3</sup> José Artur Giannotti, na introdução da coleção *Os Pensadores*, no volume que traz vida e obra de Comte, destaca que, para esse filósofo, “as ciências classificam-se de acordo com a maior ou menor simplicidade de seus objetos respectivos. A complexidade crescente permite estabelecer a seqüência: matemáticas, astronomia, física, química, biologia e sociologia. As matemáticas possuem o maior grau de generalidade e estudam a realidade mais simples e indeterminada.” (1996, p. 11). Além disso, a “ciência matemática deve, pois, constituir o verdadeiro ponto de partida de toda educação científica racional, seja geral, seja especial, o que explica o uso universal, que se estabeleceu desde há muito a esse propósito, duma maneira empírica, embora não tenha primitivamente outra causa que sua maior anciandade relativa.” (COMTE, 1996, p.68)

<sup>4</sup> In: COMTE, Auguste. Discurso sobre o espírito positivo. São Paulo: Abril Cultural, 1978.

A história das ciências é exaltada por Comte na segunda lição do seu *Curso de Filosofia Positivista*, ao estabelecer a hierarquia das ciências positivas:

*não se conhece a verdadeira história de cada ciência, isto é, a formação real das descobertas de que se compõe, a não ser estudando, de maneira geral e direta, a história da humanidade. Por isso todos os documentos recolhidos até agora sobre a **história da matemática**, da astronomia, da medicina, etc., embora preciosos, só podem ser tomados como materiais.*

*[...] Estamos por certo convencidos de que o conhecimento da história das ciências é da mais alta importância. Penso, ainda, que não conhecemos completamente uma ciência se não conhecemos sua história. Mas este estudo deve ser concebido inteiramente separado do estudo próprio e dogmático da ciência, sem o qual essa história não seria inteligível. (1996, p. 55)[grifo nosso]*

A relevância da história fica evidente no discurso de Comte e também vai ser assimilada por autores de livros didáticos no campo da matemática, da época, que incluem passagens ou notas históricas em seus textos.<sup>5</sup> É possível que Almeida Lisboa, seguindo esses preceitos, tenha incluído abordagens históricas nas “Lições de Álgebra elementar”.

Em relação à matemática escolar, Schubring (1999) assevera que, na virada do século XX, em um contexto mundial, a mesma estava inserida:

*dentro das estruturas tradicionais, costumava servir como um paradigma para o pensamento lógico, de modo que os conceitos eram usualmente bastante elementares e os métodos de ensino enfatizavam os aspectos formais; a Matemática escolar tinha um caráter estático e desligado das aplicações práticas. Por outro lado, a indústria e o comércio demandavam não apenas uma instrução matemática mais ampla, mas também conhecimentos mais modernos e avançados que servissem de base para aplicações teóricas. (p.30-31)*

As reformas urgiam em um mundo de plenas mudanças políticas e sociais.

Nas primeiras décadas do século XX, se estabelecem os ideais da Escola Nova, que já tinham germinado no século anterior. Esse movimento ganha um maior impulso a partir da década de 30 do Novecentos no Brasil. O cerne da Escola Nova, ou Escola Ativa, estava no fortalecimento e desenvolvimento da autonomia moral do educando.

O contexto político da época visava a constituição de um Estado propriamente capitalista. Verifica-se “a concentração dos vários níveis da administração pública nas mãos do Executivo federal, bem como o controle sobre as políticas econômica e social.” Será, também, nesse “quadro de centralização crescente que passaram a ser gestadas e postas em prática determinadas políticas públicas de caráter nacional, inclusive a política educacional.” (MORAES, 1992, p. 291-292).

Paralelamente, ao movimento da Escola Nova, referente ao ensino de matemática, temos Christian Felix Klein (1849-1925) como um personagem importante na proposição de alterações no âmbito escolar. No ano de 1908, em Roma, ocorreu o IV Congresso Internacional de Matemática. Foi instituído a IMUK – *Internationale Mathematische Unterrichtskommission* – com objetivos mais amplos de contribuir para a reforma no

---

<sup>5</sup> Gomes (2008) faz uma análise dos manuais de Aritmética, Álgebra Fundamental e Álgebra Complementar escritos por Aarão Reis e constata que esse autor se pauta no positivismo de Comte e traz, em seus livros, “informações e considerações históricas”. (p.91).

ensino de matemática. Essas idéias começam a ter aliados no Brasil no final da década de vinte do Novecentos.

As propostas vieram ao encontro das idealizações do antipositivista Euclides de Medeiros Guimarães Roxo (1890-1950), na época, professor e diretor do Externato do Colégio Pedro II. Roxo abraça, nos aspectos curriculares e metodológicos, as proposições de Felix Klein para a Matemática escolar, que foram realizadas na Alemanha, com uma reestruturação da sequência dos conteúdos e a unificação da Aritmética, Geometria e Álgebra que, até então, eram compartimentadas nos currículos. Esse novo modelo, que estava pautado no *Movimento Internacional para a Modernização do Ensino de Matemática*, foi incorporado, paulatinamente, no Colégio Pedro II, a partir de 1929, tendo como alvo o ensino secundário. Pode-se dizer que, era gerada, neste momento, uma nova matemática escolar, que vem ganhar materialidade com o livro “Curso de mathematica elementar”, de autoria de Euclides Roxo, que também sustentava “a idéia de que o ensino secundário deveria começar a ser dado intuitivamente, longe do rigor e, paulatinamente, caminhar para a abstração e formalismo matemático.” (VALENTE, 2003, p.161).

Pouco depois, ocorre a revolução de 1930. Francisco Luís da Silva Campos (1891-1968) assume o recém-criado Ministério da Educação e da Saúde Pública. Uma nova estrutura no âmbito escolar seria implementada, na qual Euclides Roxo é chamado a colaborar com as novas instruções para a reforma educacional no país, assumindo a presidência da comissão na área da Matemática. Roxo insere, no contexto nacional, suas propostas, que já haviam sido efetivadas no Colégio Pedro II, no ensino secundário, para a matemática escolar. Na proposta, constavam conteúdos e métodos, dentro de uma perspectiva de se integralizar o ensino da aritmética, álgebra e geometria; tendo o “conceito de função como fator de integração das partes da matemática, capacitando o aluno para um curso introdutório de cálculo diferencial no último ano, e a introdução do método heurístico como técnica de ensino.” (MARQUES, 2005, p. 29).

A reforma Francisco Campos marca o declínio da influência do positivismo no cenário escolar brasileiro. Esta seria a “primeira tentativa de estruturar todo o curso secundário nacional e de introduzir nele os princípios modernizadores da educação.” (MIORIM, 1998, p. 93).

Euclides Roxo continuou com um papel ativo para o ensino da matemática também na Reforma Capanema, em 1942, quando foram decretadas as Leis Orgânicas do Ensino, que sofreram complementações até o ano de 1946.

Essa breve digressão histórica nos permite vislumbrar o palco das mudanças políticas e educacionais nas quais estava inserido o livro do professor Almeida Lisboa.

## **ALMEIDA LISBOA, O AUTOR**

Joaquim Ignácio de Almeida Lisboa nasceu em 1889, filho de Clementino José Lisboa e Luiza Amazonas de Almeida Lisboa. Tinha formação inicial como engenheiro civil. De acordo com Martins (1984), Lisboa foi catedrático de Matemática do Colégio Pedro II<sup>6</sup>, no Rio de Janeiro, a partir do ano de 1902, tendo exercido o magistério por mais de 35 anos. Encontramos, no *Diário Oficial da União*, um decreto presidencial, datado de 29 de dezembro de 1902, o qual lhe concedia uma licença de dois anos do *Gymnasio Nacional* (Colégio Pedro II), a fim de aperfeiçoar-se no estudo da sua cadeira. No seu livro

---

<sup>6</sup> O Colégio Imperial Dom Pedro II, inaugurado em 2 de dezembro de 1837, uma instituição pública, destinada ao ensino secundário naquela época, tinha como público-alvo a elite brasileira.

de 1942, a editora, coloca, abaixo do seu nome como autor, “professor de Matemática e decano do Colégio Pedro II”.

Vale ressaltar os embates em torno do ensino de Matemática travados por Lisboa com Euclides Roxo, também catedrático da mesma instituição, como já assinalamos anteriormente. Cada um dos professores manifestava suas opiniões sobre o ensino da Matemática, sua finalidade e metodologia. O embate se tornou público através de artigos publicados no *Jornal do Commercio*, do Rio de Janeiro, de dezembro de 1930 a fevereiro de 1931.

Vimos que Euclides Roxo havia sido o mentor das propostas para reformulação do ensino das matemáticas no Colégio Pedro II, implementada a partir de 1929. Em relação a esse novo projeto curricular, Lisboa publica, no *Jornal do Commercio*, sua posição. Em seu primeiro artigo, em 21 de dezembro de 1930, Lisboa se manifesta contrário à reforma do ensino de Matemática no Colégio Pedro II, a qual é integrada na Reforma Francisco Campos (1931), como lei em âmbito nacional. Para alfinetar o seu opositor, Lisboa declara: “De decadência em decadência, de supressão em supressão, chegamos nos programas atuais do professor Euclides Roxo, meu jovem e ilustrado colega e, outrora, um dos meus mais brilhantes alunos. Não compreendo que tão mesquinha reforma tivesse tal patrono.” E, completamente inconformado, denuncia: “a reforma do professor Euclides Roxo não pode subsistir. Ela é um crime contra a mocidade e o Brasil”. (LISBOA *apud* VALENTE, 2005, p.82-83). Lisboa insiste em outras acusações, afirmando que Euclides Roxo “esqueceu qual a verdadeira finalidade da Matemática na escola secundária. Seu principal destino não é uma colheita mais ou menos abundante de conhecimentos práticos e isolados”. Lisboa faz questão de salientar que a “Matemática é uma disciplina de espírito, uma inimitável e insubstituível educadora do raciocínio a que a mocidade deve ser submetida.” (LISBOA *apud* VALENTE, 2004, p. 140). Anos depois, Lisboa escreve outros artigos, no *Diário de Notícias* e no *Jornal do Commercio*, em 1935 e 1936, fazendo novas críticas aos programas de matemática para o ensino secundário.

O Colégio Pedro II, com grande notoriedade desde os tempos imperiais, se tornou um modelo para os demais Liceus provinciais. Deste modo, os livros de autoria dos professores dessa instituição também teriam prestígio e seriam adotados, não só por outras escolas do Distrito Federal, bem como de outros estados brasileiros.

#### **LIÇÕES DE ÁLGEBRA ELEMENTAR, NOTAS DO PREFÁCIO**

O primeiro volume das “Lições de álgebra elementar”, com um total de 495 páginas, em sua estrutura, não difere muito de outros manuais, o texto se apresenta em uma sequência de capítulos divididos em tópicos numerados, sendo esta numeração contínua, do início ao fim do livro. Almeida Lisboa, em alguns tópicos, traz uma extensa explicação, teoremas, corolários, lemas e também acrescenta exemplos e exercícios propostos.

Na introdução, o autor informa que incluiu, em seu livro, exercícios que constam de obras clássicas ou de jornais especiais em matemática elementar. Revela que consultou vários autores, entre eles, Bertrand, Bourlet, Cahen, Carnoy, Catalan, Cesàro, Cirolde, Comberousse, Desboves, Klein, Lucas, Neuberg, Niewenglowski, Padé, Petersen, Salmom, Serret, Smith, Tannerry e Weber. Para as notas históricas, sua referência foi a *Enciclopédia de Ciências Matemáticas*. Entretanto, o livro não traz as referências bibliográficas, como também não as incluíam outros autores da época. A abordagem da Álgebra está distribuída em dois livros.

O conteúdo do primeiro livro trata da introdução ao estudo da Álgebra e se centra nos seguintes tópicos:

- Capítulo I : Os números positivos e negativos
- Capítulo II : Cálculo aritmético dos radicais
- Capítulo III : As expressões algébricas. Os polinômios. Definição de álgebra

O segundo livro enfoca as operações e, de acordo com o autor, é formado por seis capítulos:

- Capítulo I : Soma e subtração
- Capítulo II : Multiplicação
- Capítulo III : Divisão
- Capítulo IV : Funções algébricas
- Capítulo V : As expressões indeterminadas
- Capítulo VI : Máximo divisor comum algébrico

Lisboa, no prefácio da segunda edição do primeiro livro, nos conta que o mesmo veio a público em 1911, sendo impressos 5000 exemplares que já se encontravam há muito esgotados, sem que houvesse nenhuma propaganda ou que ele o recomendasse aos seus alunos do Colégio Pedro II. Ele ressalta que, a segunda edição pouco difere da primeira na sua exposição e que alterações foram realizadas, principalmente, nas “Notas e Exercícios”, sobre os quais fez “consideráveis aumentos”.

O autor explica que a ampliação ocorreu pelo seu entendimento de que

*é fazendo numerosos e variados exercícios que o estudante aprende a manejar o precioso instrumento algébrico, compreende o alcance das teorias e as suas subtilezas, vê a multiplicidade dos métodos, distingue as soluções elegantes das que são triviais, adquire a noção indefinível da beleza matemática. (LISBOA, 1942, p. 6-7).*

O autor continua num discurso acalorado e a sua defesa em favor de um grande número de exercícios se destaca:

*Não se estuda álgebra, nem ramo algum da matemática sem resolver exercícios; não apenas meia dúzia deles, mas centenas bem diversos uns dos outros, reclamando raciocínios diferentes e perfeitos. A matemática é prodiga em exercícios admiráveis. Sua aridez é pura lenda, que a ignorância e a preguiça inventaram. (LISBOA, 1942, p. 7).*

Lisboa marca sua posição e concepção sobre o ensino de matemática na época, ainda dando grande relevância à forma de se conduzir os exercícios em sala de aula:

*Entre nós, esses exercícios são quase sempre sacrificados. Por acaso, alguns são dados às pressas, sem prazer para o professor, nem atrativos para o aluno. A discussão não se faz; não sobressaem os métodos empregados; desprezam-se as generalizações, como os casos particulares. Dir-se-ia que tudo é automático material, desprovido de raciocínio, como se fôra feito pela máquina de calcular, que opera sem erro e sem inteligência. (LISBOA, 1942, p. 7).*

O autor continua defendendo que, se há alunos que desistem de um exercício sem, ao menos tentar, há outros que desejam ir além das “futilidades dadas em aula ou exigidas nos exames”; pela falta de um “guia seguro e firme que os conduza pelas estradas árduas da ciência, e, vencida a aspereza da subida, lhes mostre os deslumbrantes panoramas que a

matemática oferece em profusão”. (LISBOA, 1942, p. 7). Assim, conclui que é para esses estudantes os quais podem, inclusive, ser autodidatas que ele dedica as suas “Notas e Exercícios”. Deixa claro, também, que não se decora a matemática e que essa ciência não aperfeiçoa a memória, mas sim o raciocínio, sendo esse o seu “principal e nobre objetivo”.

Em relação às notas históricas, o autor afirma que estas são raras e resumidas. Porém, entendemos que, as abordagens históricas são importantes e revelam igualmente a concepção do autor de trazer elementos para o conhecimento dos alunos e professores, ainda que possam se pautar na filosofia positivista. Mais especificamente, essas notas compõem em três momentos de maneira objetiva, percorrendo historicamente sobre determinados aspectos; uma delas é bem mais longa que as demais, ocupando quatro páginas e meia.

O livro de Lisboa, de um modo geral, pode ser classificado como pertencendo à tendência Formalista Clássica, que vigorou no Brasil até fins da década de 50 do século XX, na maioria dos autores de livros-texto de matemática. Essa tendência, de acordo com Fiorentini (1995, p.5-6), “caracterizava-se pela ênfase às ideias e formas da Matemática clássica, sobretudo ao modelo euclidiano e à concepção platônica da Matemática”. Vamos encontrar no primeiro volume das “Lições de álgebra elementar” uma apresentação que se enquadra no modelo euclidiano, o qual pode ser tipificado “pela sistematização lógica do conhecimento matemático a partir de elementos primitivos (definições, axiomas, postulados). Essa sistematização é expressa através de teoremas e corolários que são deduzidos dos elementos primitivos”. Embora o livro não seja de Geometria, Lisboa expõe a teoria partindo dos elementos primitivos e definições e avança com teoremas e demonstrações, para depois, incluir exemplos e exercícios. Essa forma de apresentação está no cerne da tendência pedagógica Formalista Clássica, na qual existe uma “preocupação fundamentalista: tudo deveria ser justificado e argumentado, ou melhor, demonstrado logicamente.” (FIORENTINI, 1995, p.6). Já, a concepção platônica de Matemática traduz a concepção do autor de formar o pensamento lógico-dedutivo e a “disciplina mental” do estudante. Encontramos todas essas características no manual analisado.<sup>7</sup>

Como já explicitamos, o lançamento da segunda edição do livro de Lisboa se dá em um período que havia sido reformulado o currículo do Colégio Pedro II e já estava em vigor a Reforma Francisco Campos há mais de uma década. O autor foi terminantemente contra as reformas e era natural que mantivesse as suas “Lições de Álgebra” nos mesmos moldes anteriores. À parte das posições de Lisboa frente ao direcionamento dado ao ensino de Matemática no país, consideramos relevantes as abordagens históricas que ele insere na sua obra, as quais serão tratadas, a seguir, neste artigo.

#### **AS NOTAS HISTÓRICAS NAS LIÇÕES DE ÁLGEBRA ELEMENTAR: PRIMEIRO VOLUME**

Lisboa, como ele mesmo indica na introdução do seu livro, vai incluir abordagens históricas, colocando uma delas, durante a exposição teórica e, as demais, ao fim do capítulo dentro da denominação “Notas e Exercícios”.<sup>8</sup>

No índice geral, são mencionadas nove indicações das “notas e exercícios”, das quais três trazem informações históricas. Além dessas notas, localizamos menções históricas em outros momentos ao longo do texto, como é o caso de comentários que trazem personagens como Platão e Pitágoras (p.139) e Evarist Galois (p.335).

---

<sup>7</sup> Outros autores também utilizavam esse tipo de condução dos conteúdos em seus livros.

<sup>8</sup> Devido às limitações de extensão deste artigo, nos restringimos apenas a alguns aspectos históricos presentes nas “Lições de Álgebra: primeiro volume” de Almeida Lisboa.

A primeira nota histórica se concentra em apenas dois parágrafos, na segunda parte do livro, no capítulo “As operações”, entre os itens I e II. Essa passagem é importante porque desmistifica algo que era propagado. Lisboa anuncia que

*A introdução dos números positivos e negativos aos raciocínios matemáticos (ao contrário do que se lê em muitos autores) não é devida a Descartes (1596-1650), que nem dava a esses números a generalidade que hoje possuem, nem os aplicava de modo diferente do adoptado anteriormente por outros sábios. Nunca Descartes empregou os termos números positivos e números negativos; ele chamava os números negativos de números falsos e afirmava que cresciam quando os seu valores absolutos aumentavam.*

*Antes de Descartes, Diophante (século IV) conhecia a regra dos sinais e, em uma igualdade, passava os termos de um para outro membro; BramaGupta (século VII) enunciava algumas regras de soma e subtração de números relativos; Bháskara-Acârya (século XII) distinguia o duplo sinal de uma raiz quadrada; Chuquet (século XV) sabia interpretar os números negativos; Stifel dizia que os números negativos são menores do que zero; Stevin admitia as soluções negativas das equações numéricas; A. Girard adotava os números relativos na sua Teoria das equações.*

*A introdução sistemática dos números relativos no cálculo operatório é posterior a Descartes. (LISBOA, 1942, p. 69).*

Outro momento para “Notas e Exercícios” será ao fim do terceiro capítulo, intitulado “As expressões algébricas – os polinômios – definição de álgebra”, nas quais as abordagens históricas ocupam um maior espaço, estando distribuídas em quatro páginas e meia. Neste ponto, Lisboa faz uma síntese, focando dados relevantes, indicando a evolução da notação algébrica em uma linguagem simples e objetiva, dos quais destacaremos alguns.

Essa prática de fazer uso das letras já é antiga, Lisboa (1942) afirma que, “Os Gregos já empregavam letras para designar números e objetos” e se identifica, “os primeiros vestígios do cálculo aritmético efetuado sobre letras”. (p.114).

O habitual era que os gregos, com um pensamento geométrico, representassem as quantidades através de entes geométricos, como linhas, determinadas por uma ou duas letras. É com Diofanto de Alexandria (300 d.C.) que se inicia a utilização das letras como abreviação, porém, um simbolismo sistematizado para uma única quantidade, para as suas potências até a sexta ordem e para os seus inversos. Diofanto resolve inúmeros problemas algébricos. A despeito de a origem dessa prática ter se dado na Grécia, segundo Lisboa, esses cálculos com letras foram mais presentes e expressivos entre os povos Indús.

Os árabes aprimoram os conhecimentos, vindos dos gregos, usando técnicas avançadas nas mais diferentes áreas e uma delas, que se destacou, foi a Matemática. No século IX, com Alkhowarizmi [sic], entre os árabes do Oriente, surgem símbolos algébricos a partir da publicação da *Aljebr walmukâbala*. No século XII, uma contribuição dos árabes do Ocidente; a introdução de novos símbolos vem de Alkalsâdi no século XV.

Muito embora, François Viète (1540-1603) não utilizasse o termo Álgebra e, sim, Análise, é ele que contribui para o surgimento da Álgebra moderna, sem dependência da Aritmética – a álgebra simbólica se sobrepõe à álgebra numérica.

Os egípcios são lembrados por Lisboa, ao destacar que eles utilizavam o cálculo denominado *Hau* para resolver problemas que atualmente são expressos por equações lineares com uma incógnita.



Voltando a Índia, Lisboa menciona Vijaganita (cálculo com raízes), importante obra escrita por Bhaskara Acarya (1114-?).

*Na Idade Média, os Árabes são os grandes cultores da Matemática, e, até pouco tempo, se lhe atribuía a glória da criação da Álgebra. Mohamed ibn Mousa Alkhowarizmi, de cujo nome provem as denominações de algarismo e algoritmo, escreveu [...], uma obra sobre Aljebr (ou Aldschebr) e Almukâbala, talvez o mais antigo tratado de Álgebra conhecido. É de Aljebr que deriva o nome de Álgebra. (LISBOA, 1942, p.115).*

Lisboa afirma que Diophante de Alexandria (300 a.C.), conhecia as duas operações *Aljebr* e *Almukâbala*, com *jerbr* significando restituição e *mukâbala* remetendo a ideia de oposição. Para ilustrar, Lisboa (1942, p.155) traz o seguinte exemplo:

$$3x^2 - 5x + 8 = 2x^2 + 3x - 5$$

*transforma-se pela primeira operação (aljebr) em*

$$3x^2 + 13 = 2x^2 + 8x$$

Aqui, migram-se os termos negativos de um membro para o outro para que só se trabalhe com os termos positivos. E, pela segunda operação (*mukâbala*), subtraindo-se nos dois membros o menor dos termos semelhantes, ter-se-á:  $x^2 + 13 = 8x$

O autor não se esquece de Leonardo de Pisa (ou Fibonacci) considerado o maior matemático europeu da Idade Média, que será um dos precursores da Álgebra moderna. Lembra também o Papiro Rhind (ou Manual de Ahmes), no qual podem ser identificados “vestígios rudimentares de notações operatórias” – algo surpreendente para um documento escrito no Egito no século XIX antes de Cristo.

A primeira vez que aparecem os sinais para adição e subtração (+ e –) será na Aritmética de Widmann (1489), sendo disseminados pela Aritmética de Stifel (1544). Porém, a sua adoção foi lenta e até o século XVII não tinham uma utilização ampla.

*O sinal + parece provir da conjunção latina et que, em certos manuscritos, era representada abreviadamente por uma forma especial da letra t; na Idade Média (e mesmo atualmente) dizia-se, por exemplo, 3 e 5, em vez de 3 mais 5, para indicar a soma desses dois números. Nada se sabe, com segurança sobre a origem do sinal – : dizem uns que ele talvez seja um simples traço empregado pelos antigos comerciantes para diminuir o peso de uma mercadoria, o peso da tara, que era denominada minus; para outros, – deriva de um sinal dos gramáticos de Alexandria. (LISBOA, 1942, p.115).*

O autor informa que Diofanto e, posteriormente, Heron utilizavam um símbolo para a operação de subtração que pode ser representado por um traço vertical e, sobre ele, um curva, o qual, com o tempo, evoluiu para uma notação como um T até se transformar no sinal “–”. Também existiria a crença de que o sinal “–” seja uma cópia de um sinal egípcio da escrita hierática. A subtração denotada pelo símbolo “÷” ainda era comum no século XVII nos Países Baixos.

Lisboa ainda destaca que, na operação “a – b”, Viète só a utilizava quando o primeiro termo era maior que o segundo. Já “a = b” ele empregava para designar o valor absoluto dessa diferença. Oughtred (1631) adotou o símbolo “x” para a multiplicação. Escrever os fatores sem os separar por sinal algum é a forma mais antiga de todas e comparece no Papiro Rhind, nos escritos de Diofante, entre os hindus e também entre os árabes. Separar os fatores por um ponto foi uma prática de alguns copistas da Idade Média.

Os gregos utilizavam a preposição  $\epsilon\pi\iota$ . Em Viète, encontramos “a *in* b” para designar o produto e Stevin empregava a letra M.

Leibniz introduz o sinal “ : ” para indicar a divisão e “  $\div$  ” é responsabilidade de Rahn. Um símbolo, como um “d” maiúsculo, ao contrário, também significando *dividir por* vai ser empregado nos Oitocentos. Lisboa, na continuação dessa nota histórica, prossegue com outros aspectos do desenvolvimento da notação algébrica. Mais adiante, menciona novamente Fibonacci; faz referências a Platão, Pitágoras, Gauss e, no capítulo que aborda a divisão, reserva dois parágrafos para tratar brevemente da vida e obra de Evarist Galois.

## PALAVRAS FINAIS

Embora vigorasse, no país, a Reforma Francisco Campos, sancionada em 1931, a segunda edição das “Lições de Álgebra”, de Lisboa, lançada onze anos depois, contraria, de certa forma, o que era estabelecido na lei. O autor, declaradamente ostensivo ao *Movimento Internacional para a Modernização do Ensino de Matemática*, não faz modificações na sua obra, permanecendo abraçado às suas concepções anteriores, que se pautam em um ensino mais racional e rigoroso, com a formação de uma “disciplina mental”, dentro de um formalismo clássico. Lisboa defendia que o aluno deveria fazer um grande número de exercícios, valorizava o pensamento e a lógica formais, mantendo um modelo euclidiano na apresentação dos conteúdos. Podemos dizer que, esse modelo de ensino seria voltado para a classe dominante, quando nos debruçamos sobre uma perspectiva sociopolítica.

Verificamos, através da indicação do próprio Lisboa, que ele se fundamentou em vasta bibliografia referente a livros de álgebra de autores franceses, porém Clairaut, que consta na lista de Comte, não é mencionado. Valente (2000) concluiu que, em nosso país, não existiu “uma matemática escolar positivista, propriamente dita”. Constatamos, nas “Lições de Álgebra”, traços do positivismo.

No que concerne às notas históricas, o autor cumpriria os preceitos do positivismo *comtiano*, o qual preconizava que não se conhece totalmente uma ciência sem se apropriar da sua história. Esse é um ponto favorável no primeiro volume das “Lições de Álgebra”. Embora o autor declare que as notas históricas são reduzidas, é visível uma exceção na segunda parte do livro, onde se encontram quatro páginas e meia destinadas às abordagens históricas, ressaltando os principais aspectos relacionados à temática desenvolvida no texto. Mesmo que essas abordagens tenham um cunho mais informativo, retratando fatos, sem evidenciar as causas e/ou contexto das épocas em que as idéias matemáticas foram desenvolvidas, demonstram a preocupação do autor em salientar aspectos históricos.

Através da análise do livro, como já explicitamos anteriormente, concluímos que Lisboa é um autor que se enquadra na concepção Formalista Clássica, imbuído das idéias positivistas, embora, em relação à parte histórica, ele não se posicione; não apresentando claramente uma defesa da presença da história em seu texto pautada nos moldes comtianos. Inferimos que a história comparece cumprindo o papel de mostrar o progresso contínuo da humanidade no campo da Álgebra; a evolução do espírito humano presente em Comte.

## REFERÊNCIAS

BRASIL. Decreto n. 942, de 29 de dezembro de 1902. **Diário Oficial da União** – Seção 1 – 31/12/1902, p. 5624.

\_\_\_\_\_. **Decreto n. 981** – de 8 de novembro de 1890. Approva o Regulamento da Instrução Primária e Secundária do Districto Federal. Disponível em: <https://repositorio.ufsc.br>

- COMTE, vida e obra. São Paulo: Nova Cultural, 1996. (Os pensadores)
- CHERVEL, Alain. História das disciplinas escolares: reflexões sobre um campo de pesquisa. **Teoria & Educação**, n.2, p.177-229, 1990.
- CHOPPIN, A. História dos livros e das edições didáticas: sobre o estado da arte. **Educação e Pesquisa**, São Paulo, v.30, n.3, p. 549-566, set./dez. 2004.
- FIORENTINI, Dario. Alguns modos de se conceber o ensino de Matemática no Brasil. **Zetetiké**, ano 3, n.4, p. 1-37, 1995.
- GOMES, Maria Laura de Magalhães. História da Matemática e positivismo nos livros didáticos de Aarão Reis. **Revista Brasileira de História da Educação**, n. 18, p. 69-94, set./dez/ 2008.
- LISBOA, Joaquim Ignacio de Almeida. **Lições de álgebra elementar**: primeiro volume: introdução ao estudo da álgebra, as operações. 2. ed. São Paulo: Nacional, 1942. 495 p.
- MARQUES, Alex Sandro. **Tempos pré-modernos**: a matemática escolar dos anos 1950. 2005. 150 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo.
- MARTINS, Maria Antonieta Meneghini. **Estudo da evolução do Ensino Secundário no Brasil e no Estado do Paraná com ênfase na disciplina matemática**. 1984. 276 f. Dissertação (Pós-Graduação em Educação) – Universidade Federal do Paraná, Curitiba.
- MIGUEL, Antonio. BRITO, Arlete J. A história da matemática na formação do professor de matemática. **Caderno CEDES: História e Educação Matemática**. São Paulo: Papirus, p.47-61, 1996.
- MIORIM, Maria Ângela. **Introdução à História da Educação Matemática**. São Paulo: Atual, 19989.
- MORAES, Maria Célia M. Educação e política dos anos 30: a presença de Francisco Campos. **Revista Brasileira de Estudos Pedagógicos**, Brasília, v. 73, n. 174, p. 291-321, maio/ago. 1992.
- SCHUBRING, Gert. O primeiro Movimento Internacional de Reforma Curricular em Matemática e o papel da Alemanha: um estudo de caso na transmissão de conceitos. **Zetetiké**, Campinas: CEMPEM, n. 11, v. 7, p. 29-49, jan./jun. 1999.
- ROMANELLI, Otaíza Oliveira. **História da educação no Brasil**. 15. ed. Petrópolis: Vozes, 1993.
- TRIVIÑOS, Augusto Nivaldo Silva. **Introdução à pesquisa em ciências sociais**: a pesquisa qualitativa em educação. 3. ed. São Paulo: Atlas, 1992.
- VALENTE, Wagner Rodrigues. Do engenheiro ao licenciado: subsídios para a história da profissionalização do professor de Matemática no Brasil. **Diálogo Educacional**, v.5, n.16, p.75-94, set./dez. 2005.
- VALENTE, Wagner Rodrigues (org). **O nascimento da Matemática no ginásio**. São Paulo: Annablume/Fapesp, 2004.
- VALENTE, Wagner Rodrigues. Positivismo e matemática escolar dos livros didáticos no advento da República. **Cadernos de Pesquisa**, n.109, p. 201-212, mar./2000.
- ZUIN, Elenice de Souza Lodron. **Livros didáticos como fontes para a escrita da história da matemática escolar**. Guarapuava: SBHMat, 2007. (Coleção História da Matemática para Professores).

# INTEGRAÇÃO DAS TECNOLOGIAS COM O ENSINO DA MATEMÁTICA: TRANSFORMAÇÕES E PERSPECTIVAS NO PROCESSO DE ENSINO E APRENDIZAGEM

Esmênia Furtado Parreira Ferreira<sup>1</sup>

Liliane Guedes Baio Camponez<sup>2</sup>

Liamara Scortegagna<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Universidade Federal de Juiz de Fora/Mestrado Profissional em Educação Matemática-PPGEM, efparreira@gmail.com

<sup>2</sup>Universidade Federal de Juiz de Fora/Mestrado Profissional em Educação Matemática-PPGEM, lilianebaio@yahoo.com.br

<sup>3</sup>Universidade Federal de Juiz de Fora/Mestrado Profissional em Educação Matemática-PPGEM, liamara@ice.ufjf.br

## Resumo

O artigo apresenta o resultado parcial de uma pesquisa que faz parte de um Projeto de Pesquisa constituído por três fases, onde objetivamos pesquisar, analisar e propor tecnologias para o processo de ensino e aprendizagem de matemática no Ensino Fundamental II e Educação de Jovens e Adultos da Escola Municipal Fernão Dias Paes da Rede Municipal de Educação da cidade de Juiz de Fora – MG. Nesta primeira fase, tivemos como finalidade conhecer e analisar a realidade do uso das tecnologias no ensino da Matemática pelos professores e alunos da referida escola, para posterior, devidamente embasados teoricamente e com dados da realidade, podermos fazer propostas de tecnologias para o ensino da Matemática. Os resultados obtidos até o momento mostram que a maioria dos professores dessa escola concluiu a graduação em meados de 1990 e não receberam capacitação específica para a utilização de tecnologias digitais na educação. Porém, quase na totalidade buscaram se capacitar com cursos de aperfeiçoamentos e especialização. Quanto aos alunos, estes afirmam que os professores utilizam esporadicamente tecnologias como recursos nas aulas de matemática e, demonstraram interesse em usufruir de tais recursos no processo de aprendizagem. Observamos inicialmente com isso, a necessidade de investir na formação continuada, promover a alteração dos currículos dos cursos de licenciaturas em Matemática, bem como, incentivar a utilização destes recursos nas aulas de Matemática.

**Palavras-chave:** Novas Tecnologias de Informação e Comunicação; Educação Matemática, Processo de ensino e aprendizagem.

## INTRODUÇÃO

A matemática está presente na vida cotidiana das pessoas, em todos os níveis da educação escolar, e tem grande importância em outras áreas do conhecimento. Já foi observado que interagir, contextualizar e interligar esses conhecimentos – interdisciplinaridade – é uma estratégia de estímulo ao desenvolvimento individual e coletivo na construção do conhecimento. Portanto, há a necessidade de ampliar e consolidar um espaço para discussão de suas potencialidades e desafios, o que tem sido

promovido atualmente por muitos pesquisadores e educadores dentro de várias tendências em Educação Matemática.

A educação em geral enfrenta muitas dificuldades, em particular a Educação Matemática, que tem apresentado em índices estatísticos, grandes fracassos. Esse insucesso se deve a vários fatores. É grave a maneira deficiente de como se forma o professor, essas lacunas são observadas nos currículos dos cursos de licenciatura, nos conteúdos das disciplinas, na definição dos pressupostos pedagógicos, etc., e ainda observa-se a falta de incentivo para a formação continuada. As práticas utilizadas nos cursos de formação são transferidas para a escola, de certa forma reproduzida na prática profissional, acarretando a falta de estímulo por parte dos discentes, por serem instrumentos intelectuais obsoletos.

Autores como D'Ambrosio, afirmam de não haver dúvida quanto à importância do professor no processo educativo e ressalta que a modalidade de educação a distância e outras utilizações de tecnologias não objetivam substituir o professor. “Todos esses meios serão auxiliares para o professor. Mas este, incapaz de utilizar desses meios, não terá espaço na educação (2012, p. 73).

Estudos evidenciam que uma das alternativas é superar dentro de determinados limites os desafios e inserir os recursos digitais na escola, como mais uma ferramenta para o desenvolvimento do ensino e aprendizagem da matemática, pois de outra maneira estaremos nos distanciando ainda mais da realidade vivida pelos alunos. Para tanto, vale lembrar que é urgente a necessidade de investir na formação continuada do docente incrementando a discussão teórica.

O uso de recursos tecnológicos nas aulas de Matemática pode promover alterações na estrutura da sala de aula e também na maneira de ensinar e de aprender os conteúdos. Portanto, os professores precisam conhecer as possibilidades e também os limites das tecnologias, estando preparados para utilizá-las como apoio ao processo de ensino e aprendizagem.

Objetivamos com este artigo apresentar um panorama histórico e reflexões a respeito das Tecnologias de Informação e Comunicação (NTIC) usadas atualmente na educação, como se encontram integradas e qual a perspectiva dessas tecnologias na educação matemática. Ainda, pesquisar, analisar e propor o uso das NTIC para o processo de ensino e aprendizagem de matemática na Educação Básica, em específico no Ensino Fundamental II e Educação de Adultos (EJA), em uma escola do município de Juiz de Fora - MG. Articulamos alguns dos muitos pensamentos de investigadores que tratam do avanço da utilização dessas tecnologias, entretanto a pesquisa evidencia o desafio que tem sido fazer educação matemática mediada por elas.

O estudo apresentado neste artigo faz parte de um Projeto de Pesquisa composto por três fases e objetiva pesquisar, analisar e propor tecnologias para o processo de ensino e aprendizagem de Matemática. As fases da pesquisa são, Fase 1: Diagnóstico e análise da realidade da escola quanto ao perfil dos professores, tecnologias utilizadas e opinião dos alunos; Fase 2: Proposta de tecnologias e recursos educacionais digitais para o ensino da Matemática (planejamento, desenvolvimento e uso) e a Fase 3: Análise dos resultados do uso das tecnologias e recursos educacionais digitais (professores e alunos).

Neste artigo, apresentaremos a Fase 1 do projeto de pesquisa e para isso, utilizamos a metodologia de pesquisa bibliográfica para dar embasamento teórico e, a pesquisa de campo para verificar e analisar a realidade da escola para posterior dar continuidade à pesquisa. E, estruturamos o artigo da seguinte forma: iniciamos fazendo uma introdução ao tema central da pesquisa, apresentação dos objetivos e metodologia. Na sequência, buscamos em autores o embasamento teórico e na sequência apresentamos a pesquisa de campo com os dados, análise e finalizamos com algumas considerações finais.

## TRANSFORMAÇÕES E PERSPECTIVAS DAS NTIC QUE PERMEIAM A EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

Com o intuito de viabilizar a comunicação, o homem durante sua história e evolução produziu um tipo especial de tecnologia, chamada por alguns autores, como Kenski (2007) de “tecnologia de inteligência”. Baseada na existência, não como máquina, mas como linguagem e considerada imaterial. Para disseminar essa inteligência em diferentes tempos e espaços, foram sendo desenvolvidos aleatoriamente inúmeros processos e produtos.

O processo de produção industrial da informação trouxe uma nova realidade para o uso das tecnologias da inteligência. Surgiram profissões que têm como foco de ação a comunicação de informações e oferecimento de entretenimento. Novos meios de comunicação (mídias, derivado do inglês, ‘mass media’ ou, em português, meios de comunicação de massa) ampliam o acesso a notícias e informações para todas as pessoas. Jornais, revistas, rádio, cinema, vídeo etc. são suportes midiáticos populares, com enorme penetração social. Baseados no uso da linguagem, da escrita e da síntese entre som, imagem e movimento, o processo de produção e o uso desses meios compreendem tecnologias específicas de informação e comunicação, as TICs (KENSKI, 2007, p.27-28).

Na verdade, por meio da interação entre tecnologias e ser humano acontece a evolução e,

[...] as tecnologias invadem nossas vidas, ampliam a nossa memória, garantem novas possibilidades de bem-estar e fragilizam as capacidades naturais do ser humano. Somos muito diferentes dos nossos antepassados e nos acostumamos com alguns confortos tecnológicos- água encanada, luz elétrica, fogão, sapatos, telefone – que nem podemos imaginar como seria viver sem eles (KENSKI, 2007, p.19).

As novas tecnologias surgem da necessidade de sobrevivência do homem, para aproveitar os recursos da natureza de cada época. Foi assim, por exemplo, nas idades da pedra, do ferro e do ouro. Conforme a humanidade avança cientificamente, amplia seu conhecimento e busca tecnologias cada vez mais sofisticadas no suprimento de suas necessidades e, assim, cria permanentemente “novas tecnologias”. Essas criações e avanços acarretam mudanças comportamentais nos grupos sociais.

[...] Tentamos ver a tecnologia como uma marca do nosso tempo, que constrói e é construída pelo ser humano. A noção de seres-humanos-com-mídia tenta enfatizar que vivemos sempre em conjunto de humanos e que somos frutos de um momento histórico, que tem as tecnologias historicamente definidas como copartícipes dessa busca pela educação. As tecnologias digitais são parte do processo de educação do ser humano, e também partes constituintes da incompletude e da superação dessa incompletude ontológica do ser humano (BORBA; SCUCUGLIA; GADANIDIS, 2014, p. 133).

Na educação, a evolução tecnológica passa por diferentes transformações e inicialmente é dividida em duas gerações: a geração textual e a geração analógica. Na geração textual, surgem os livros, apostilas, revistas, artigos em anais e a carta – correio tradicional – e na geração analógica aparecem, as imagens, os jogos, a televisão, o vídeo, o rádio, o telefone, o fax, o áudio etc.

Com o passar do tempo, surgem as Novas Tecnologias de Informação e Comunicação (NTIC), consideradas como geração digital, onde estão inseridos a multimídia (imagem, texto e som), softwares, realidade virtual, armazenamento em nuvens etc.

Ubiratan D’Ambrósio diz que, o grande desafio da educação é por em prática hoje o que servirá para o amanhã e ressalta:

Estamos entrando na era do que se costuma chamar a “sociedade do conhecimento”. A escola não se justifica pela apresentação de conhecimento obsoleto e ultrapassado e muitas vezes morto. Sobretudo ao se falar em ciência e tecnologia. Será essencial para a escola estimar a aquisição, a organização, a geração e a difusão do conhecimento vivo, integrado nos valores e nas expectativas da sociedade. Isso será impossível de atingir sem ampla utilização de tecnologia na educação. Informática e comunicações dominarão a tecnologia educativa do futuro (D’AMBRÓSIO, 2012, p. 74).

Na educação matemática o uso das NTIC inicia-se em 1999 com o advento da internet e apresenta uma evolução, começando pelo computador que aparece como uma ferramenta marcante para o ensino e aprendizagem intensificando o uso de softwares matemáticos educacionais, jogos, planilhas e imagens; na sequência pela internet que traz a realidade virtual, a realidade aumentada, os blogs, os simuladores, os vídeos educacionais e continua com o smartphone que veio para facilitar o uso da calculadora, do gravador de áudio e vídeo e da internet.

Hoje, segundo Scortegana (2015) as principais NTIC utilizadas no processo de ensino e aprendizagem da matemática são os softwares educacionais como o *GeoGebra*, planilhas eletrônicas, vídeos, jogos online, simuladores, etc. Quanto às perspectivas do uso das NTIC na matemática, ela aponta tendências que possam surgir a curto, médio e longo prazo.

De acordo com a mesma, em curto prazo, previsto para um ou dois anos, teremos a educação híbrida, ou seja, a mistura de métodos de ensino presenciais e online, as redes, os Massive Open Online Couder (MOOC) e a utilização de dispositivos móveis. Em médio prazo, mais ou menos daqui a dois ou três anos, estão os games, simuladores, realidade aumentada e Big Data – coleta de dados e análise a fim de criar técnicas de Ensino Adaptativo. Finalmente, em longo prazo, mais ou menos de quatro a cinco anos, podemos esperar por impressoras 3D, salas de aulas invertidas - uso de dados das atividades online para planejar aulas. Devido ao ritmo acelerado dos avanços tecnológicos podemos ainda esperar, a prazo longo, mas não definido, por tecnologias trajáveis na educação.

## **NOVAS POSTURAS DOS PROFESSORES E ALUNOS COM A UTILIZAÇÃO DAS NTIC NA MATEMÁTICA**

Falar dos avanços e transformações oriundas das novas tecnologias requer também enfatizar o importante papel da escola nesse contexto e como acontece essa evolução na educação, em particular na educação matemática.

Para ser assumida e utilizada, a nova descoberta tecnológica precisa ser ensinada. A utilização das tecnologias digitais nas aulas de matemática promove mudanças na sala de aula, onde professor e aluno tornam-se atores cooperativos e colaborativos, desenvolvendo-se e construindo-se novos conhecimentos. Nesse novo cenário o professor passa por situações imprevisíveis que envolvem familiaridade com o software, e outras que podem estar relacionadas com o conteúdo matemático. Além de situações dessa natureza, o professor necessita de atualização constante, pois as novidades nesta área surgem num ritmo muito veloz.

Mediante a essa grande variedade de recursos tecnológicos, o professor precisa ter uma visão crítica, analisando e refletindo sobre a tecnologia que deseja usar em determinado momento e sua importância no ensino e aprendizagem do conteúdo a ser trabalhado. As tecnologias digitais, principalmente as redes sociais, podem contribuir ou não para o processo de ensino e aprendizagem, pois se os alunos se distraírem passeando pelas telas poderão perder o foco essencial facilmente, não atingindo os objetivos propostos.

A formação de professores, então deve ser pautada em aspectos que são característicos do uso das NTIC, como a imprevisibilidade, a insegurança e a iniciativa de formação contínua, que deve acontecer durante toda a carreira profissional, como explica Beline e Costa:

Se os professores são fundamentais para a mudança, a formação de professores deve ser concebida como um processo de desenvolvimento para a vida toda, com a licenciatura sendo apenas a fase inicial dessa formação, que deve continuar ao longo de toda a carreira profissional. O processo de formação não pode ser somente entendido como orientado para a preparação técnica, mas voltado para a mudança, de modo que se possa lidar com as incertezas, as instabilidades e as transformações que caracterizam os tempos atuais (BELINE; COSTA, 2010, p.88).

A razão central da presença das NTIC na escola deve ser a expansão de possibilidades de desenvolvimento da cidadania. Para Borba e Penteado (2012), “na escola, a alfabetização informática precisa ser considerada como algo tão importante quanto à alfabetização na língua materna e em matemática”.

É importante destacar que nas escolas públicas brasileiras, é comum encontrarmos alunos que nunca tiveram contato com a informática. Portanto, é fundamental que sejam implantados programas que facilitem o acesso à informática, mas não é o suficiente.

Não basta também usar uma determinada tecnologia ou levar o aluno ao laboratório de informática sem um objetivo educativo relacionado ao conteúdo. Isso parece ser uma maneira de depauperar o seu uso. Tal prática subestima a capacidade do aluno. Há a necessidade de uma proposta pedagógica, que através das tecnologias, oportunize ao aluno experimentar, visualizar, simular, comunicar eletronicamente e resolver problemas.

Como já foi dito anteriormente é urgente a necessidade de investir tanto na formação inicial quanto na formação continuada do docente. Para que o educador possa atender esse novo aluno, que nasceu na era tecnológica e vivencia em seu cotidiano os avanços tecnológicos tão velozes e mutáveis, ele precisa de aprimoramento profissional de forma satisfatória. Ao contrário, esses mesmos alunos que não estão se adaptando ao retardo da evolução tecnológica na escola e estão desmotivados, podem contribuir ainda mais, para o insucesso do processo de ensino e aprendizagem da matemática.

Cabe ao professor, nesse momento, estar preparado para lidar com tanta diversidade e, muitas vezes, com a escassez de recursos, como ressaltam os Parâmetros Curriculares Nacionais.



[...] Entendemos que a ênfase que se tem dado em documentos como PCNs, em interdisciplinaridade e problemas abertos, está em harmonia com a mídia informática, em particular se o acesso à internet for incrementado rapidamente (BORBA; PENTEADO, 2012, p.88).

Quanto aos alunos, estes precisam ser preparados e encorajados a usar todos esses recursos tecnológicos a favor da inteligência educacional e não somente para entretenimento e necessitam serem conscientizados dos perigos do mau uso destas, carecem ainda de uma visão crítica do papel dos recursos tecnológicos em suas vidas.

Segundo Moran (2006), os alunos estão acostumados a receber tudo pronto do professor, e esperam que ele continue “dando aula”, como sempre fez, utilizando a tradicional prática, na qual o professor fala e os alunos escutam, e alguns alunos não aceitam facilmente essa mudança na forma de ensinar e aprender.

O que corrobora a necessidade de serem levados a compreender que, ao contrário da informação, o conhecimento não se passa, cria-se, constrói-se e que aprender a aprender com o uso das NTIC é um compromisso urgente.

Nesse sentido, constitui-se numa importante ferramenta em suas mãos, podendo contribuir muito para sua formação intelectual e emocional, favorecendo a busca de uma sociedade mais justa e igualitária.

#### **FASE 1: DIAGNÓSTICO E ANÁLISE DA REALIDADE DA ESCOLA QUANTO AO PERFIL DOS PROFESSORES, TECNOLOGIAS UTILIZADAS E OPINIÃO DOS ALUNOS**

Para esta pesquisa, escolhemos a Escola Municipal Fernão Dias Paes da Rede Municipal de Educação da cidade de Juiz de Fora – MG. Todos os professores de matemática da escola aceitaram participar da pesquisa, ou seja, seis professores. Para a análise dos alunos, foram utilizadas três turmas da EJA – Educação de Jovens e Adultos e onze turmas do Ensino Fundamental II, que estes professores atuam, totalizando 237 alunos participantes. A pesquisa foi realizada no mês de maio de 2015. Para coletar os dados utilizamos a metodologia de questionários, tanto para os professores como para os alunos.

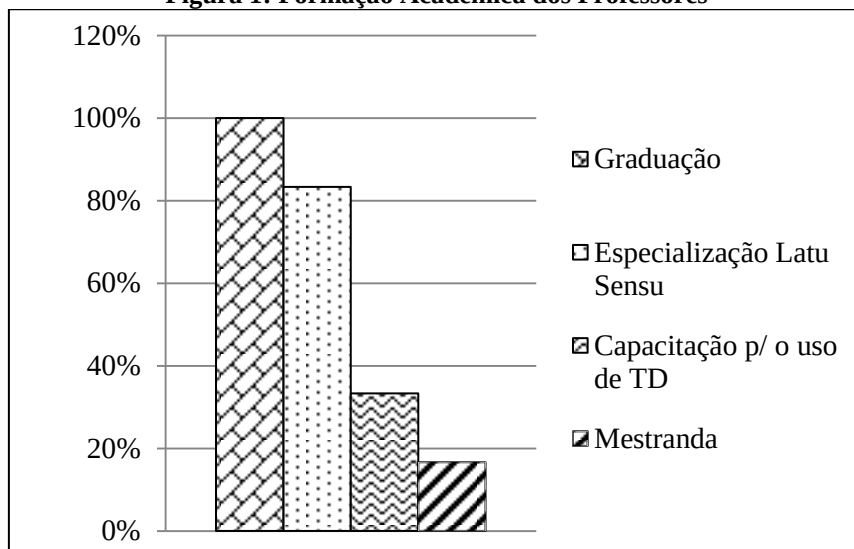
Para conhecermos os perfis dos professores, questionamos o nível de escolaridade (1ª questão); ano de conclusão da graduação (2ª questão); se estes receberam capacitação para a utilização de tecnologias na educação durante a graduação (3ª questão); se fizeram cursos de aperfeiçoamento/capacitação e/ou especialização após a graduação para utilizar recursos tecnológicos (4ª questão); se estes cursos foram financiados pela rede municipal de educação, rede estadual de educação ou com recursos próprios (5ª questão); se fizeram, qual foi o curso de formação feito (6ª questão); se a escola oferece em sua estrutura física, facilidade para o uso das TICs (7ª questão); se a escola está respaldada em seu Projeto Político Pedagógico - PPP - quanto ao uso das TICs (8ª questão).

A seguir com a finalidade de sabermos a realidade da atuação destes em sala de aula, questionamos sobre a utilização das TICs como recurso didático (9ª questão) e se estes conhecem algum software e/ou recurso digital matemático (10ª questão).

O gráfico da figura 1 mostra o resultado dos questionamentos quanto à formação profissional dos professores. Percebemos nas (questões 1 e 2), que todos os professores entrevistados são graduados em matemática, sendo quatro (66,66%) destes graduados antes de 2000, e os demais em 2004 e 2011. Cinco (83,33%) dos professores fizeram especialização *Latu Sensu* e um (16,67%) tem apenas graduação.

Quanto a formação continuada (questões 4, 5 e 6), dois (33,33%) professores afirmaram ter feito curso de aperfeiçoamento para a utilização de tecnologias na educação promovido pelo município. Um (16,67%) professor está fazendo Especialização Strito Sensu/mestrado – PPGEM – UFJF, na linha de pesquisa Tecnologia de Comunicação e Informação.

**Figura 1: Formação Acadêmica dos Professores**



Destacamos ainda na 3ª questão, que apenas um (16,67%) dos professores afirmou ter recebido algum tipo de formação quanto à utilização de tecnologias durante a graduação informações/capacitação para uso das tecnologias em sala de aula e afirma ter conhecido superficialmente o software *GeoGebra* na graduação. Foi observado que os currículos dos cursos de graduação de Licenciatura em Matemática têm evoluído aos poucos, em 2011, já é possível notar a inclusão do tema “Tecnologias” nas suas grades, o que antes era inexistente.

Os resultados acima relatados, explicam a razão pela qual os Educadores Matemáticos se preocupam tanto com a formação docente quanto ao uso das tecnologias, pois é muito nova e superficial a inclusão do tema na grade curricular de licenciatura em matemática. E poucos são contemplados com cursos de formação continuada.

Na sequência, os resultados relacionados aos recursos tecnológicos oferecidos pela escola (questões 7 e 8) , apontam que a escola possui alguns recursos como: laboratório de informática, mas com internet deficiente; projetor de imagem; TV; DVD e ainda possui um quadro interativo que não é utilizado por falta de espaço físico adequado. A escola está respaldada em seu PPP para o uso destes, porém os alunos são proibidos pela lei municipal nº 064/09 no Art. 1º, a usar o celular nas dependências da escola.

Essa proibição nos leva a alguns questionamentos: (a) por que não usar o celular, que é um bem de consumo democrático, a favor do ensino e aprendizagem? (b) Será que a proibição do celular aguça ainda mais o interesse dos alunos desviando a sua atenção durante as aulas? (c) Qual é o nosso papel enquanto educadores, na conscientização do uso do celular em prol da melhoria da aprendizagem?

Sobre o uso das tecnologias digitais para auxiliar seu trabalho, os resultados nos mostra que a maioria (66,67%) dos professores ao serem questionados disseram que usam

algum recurso tecnológico e 33,33% disseram não fazer uso de recursos tecnológicos em suas aulas.

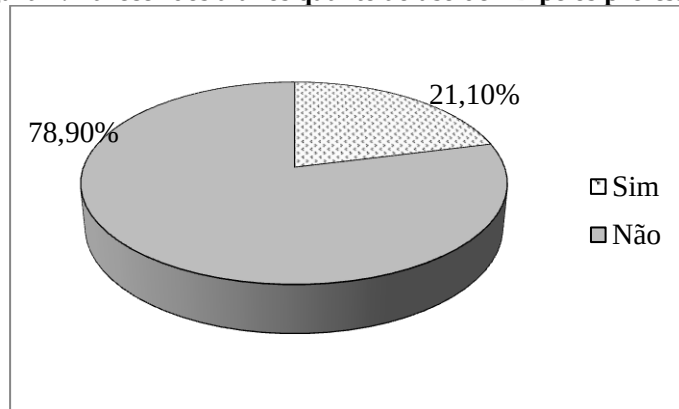
Em relação ao conhecimento de softwares matemáticos específicos para essa área (questão 10) destacamos que, cinco (83,33%) dos professores afirmam conhecer e um (16,67%) diz não conhecer softwares matemáticos. Porém ao especificar quais softwares conhecem, foi observado que as informações se contrariam, cabendo um estudo futuro mais detalhado, a fim de verificar as contradições dos resultados coletados. Na análise relacionada à especificação de software, percebemos que apenas três (50%) apontaram um software característico – *GeoGebra* -, dois (33,33%), disseram conhecer outros recursos tecnológicos relacionados à matemática e quatro (66,67%) afirmam não conhecer softwares matemáticos específicos. Apesar de 50% dos professores citar o software *GeoGebra*, estes afirmaram não conhecê-lo o suficiente para utilizá-lo com segurança e os outros 50% dizem saber apenas da existência deste software.

Para nos conscientizarmos da visão e opinião dos alunos, elaboramos para esta fase, quatro questões. Iniciamos pedindo que identificassem a série/ano que está cursando (1ª questão); se o professor utiliza algum tipo de tecnologia e/ou software matemático durante as aulas (2ª questão); em caso afirmativo na questão 2, com que frequência as TD são utilizadas (3ª questão); e, em caso negativo na questão 2, se estes gostariam que fossem utilizadas tecnologias durante as aulas de matemática, se gostariam de sugerir alguma TD – software, simulador, etc.) para uso nas aulas de matemática (4ª questão).

Na primeira pergunta feita aos alunos, identificamos que a maioria, ou seja, 210 (88,61%) dos 237 alunos entrevistados é do Ensino Fundamental II e 27 (11,39%) são alunos da EJA.

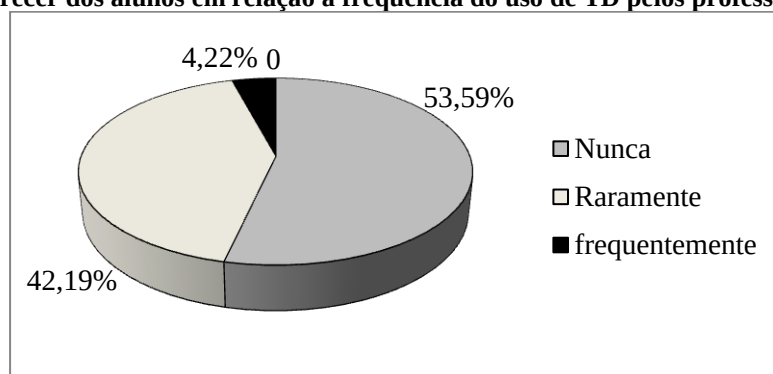
E, na sequência dos questionamentos, 21,10% dos alunos disseram que seus professores utilizam recursos tecnológicos e, em contrapartida 78,90% afirmaram a não utilização dos mesmos nas aulas de matemática, como mostra o gráfico da figura 2.

**Figura 2: Parecer dos alunos quanto ao uso de TD pelos professores**



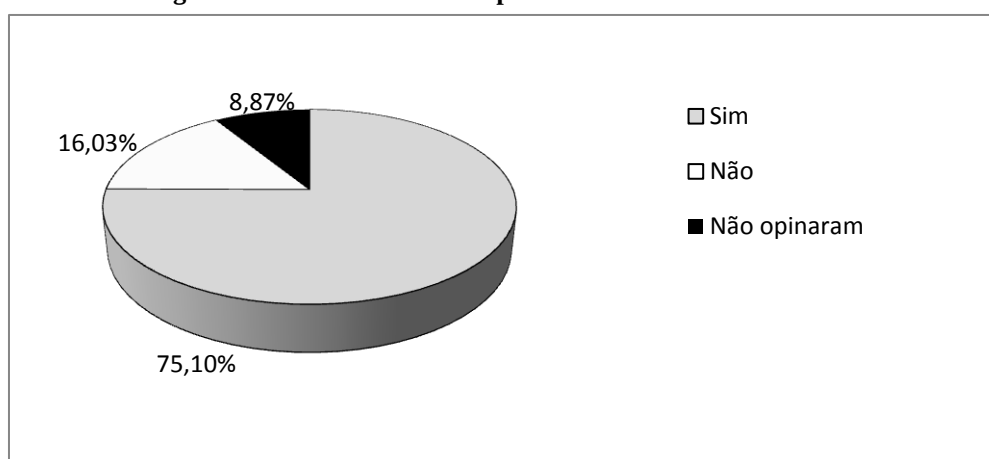
Mas ao serem perguntados sobre a frequência do uso de tais recursos pelo professor, podemos concluir que as informações coletadas se alteram, contradizendo a primeira informação mostrada na figura acima. Podemos observar no gráfico da figura 3 que, ao somarmos as porcentagens referentes às alternativas raramente e frequentemente, na visão do aluno, 46,41% dos professores usam ou já usaram esses recursos. Esta inconsistência será pesquisada com mais profundidade na próxima fase da pesquisa.

**Figura 3: Parecer dos alunos em relação à frequência do uso de TD pelos professores**



Ao serem questionados se gostariam que fosse utilizada alguma tecnologia digital durante as aulas de matemática, disseram sim 75,10%; disseram não 16,03% e não opinaram 8,87%. Quanto às sugestões de tecnologias a serem usadas, as mais sugeridas pelos alunos foram jogos, internet, tablete, celular, computador, incluindo ainda a calculadora.

**Figura 4: Interesse dos alunos por TD nas aulas de matemática**



A quarta questão permitia ao aluno, além de mostrar seu interesse com relação ao uso das tecnologias pelos professores, que fizesse sugestões referentes às mesmas. As sugestões foram muito variadas, mas evidenciam o não conhecimento de softwares matemáticos específicos, o que indica que os mesmos não são usados pelos professores. Percebe-se com estas respostas que, para o aluno é importante a utilização de tecnologia durante as aulas, visto que, para a maioria deles a tecnologia faz parte da vida cotidiana na sociedade onde vive.

## **CONSIDERAÇÕES FINAIS**

Os resultados da primeira fase do Projeto de Pesquisa apresentados neste artigo, nos apontam a realidade de uma mostra pequena, porém, significativa e harmônica com a realidade das escolas brasileiras. Assim, as primeiras considerações que apresentamos é a existência de deficiências no processo de formação dos professores na licenciatura e a falta de investimento na formação continuada. Sendo que essa formação continuada deve atender as expectativas dos professores quanto ao uso pedagógico de recursos tecnológicos.

Com base nas informações apresentadas, constata-se que, ainda é muito tímida e limitada a integração dos recursos tecnológicos digitais na educação, em especial na educação matemática, estando sua utilização condicionada a fatores de diferentes ordens. Destaca-se a escassez de recursos, a falta de incentivo para os professores utilizarem as tecnologias, a falta de equipamentos ou rede de internet, a proibição do uso de certas tecnologias em sala de aula e, principalmente a falta de investimento na formação continuada dos professores.

Para atingir seu objetivo, segundo Lins e Gimenez (1997), como perspectiva para o século XXI, a educação matemática deve encontrar o equilíbrio entre três frentes:

i) o desenvolvimento da capacidade de pôr em jogo nossas habilidades de resolver problemas e de investigar; ii) o desenvolvimento de diferentes modos de produzir significado (pensar), o que poderíamos chamar de atividades de inserção e tematização; e iii) o aprimoramento das habilidades técnicas, isto é, da capacidade de usar as ferramentas desenvolvidas com maior facilidade (LINS; GIMENEZ, 1997).

Não se trata de substituir os antigos modos de pensar e fazer matemática, mas sim, de modificá-los, de desenvolver novas maneiras que possibilitam ao discente uma prática escolar condizente com a sua realidade tecnológica, comparando-as e avaliando os pontos fortes e fracos de cada um, buscando adequação a esse mundo tecnológico.

Nesse contexto, é visível a necessidade de promover a inclusão de disciplinas que tratam da questão de Tecnologias na Educação no ensino da matemática na grade curricular dos cursos de graduação. Também, é pertinente o incentivo por parte dos órgãos públicos na formação continuada e especialização dos professores de matemática, visando o amplo conhecimento não só das tecnologias, mas das metodologias e formas de uso e inserção destas nas aulas de matemática, bem como cursos de capacitação no que tange o uso dos softwares matemáticos específicos, incentivando e intensificando a utilização dos mesmos.

Foi observado também nessa fase da pesquisa, através das respostas dos alunos, que a ausência do uso de recursos tecnológicos no espaço educacional, ocasionado pela falta de incentivo para que estes sejam utilizadas pelos professores, é um movimento contrário ao que é vivenciado pela maioria dos alunos fora da escola. E esse novo aluno que nasceu na era tecnológica e vivencia em seu cotidiano esses avanços tão velozes e mutáveis, afirma querer utilizar destas na sala de aula. Ao contrário estaremos reforçando um processo de ensino e aprendizagem da matemática desinteressante, repetitivo e monótono o que pode levar os discentes ao fracasso escolar.

Cabe nas próximas fases do projeto propor para os professores de matemática o uso de tecnologias digitais em suas aulas e oferecer cursos de capacitação relacionados especificamente ao uso de softwares matemáticos, como mais uma alternativa, visando despertar maior interesse dos alunos em aprender essa disciplina temida por muitos, tornando-a mais prazerosa, o que pode acarretar melhoria na qualidade do ensino e aprendizagem da mesma, bem como, avaliar o uso dessas tecnologias.

Apesar de todas as dificuldades e desafios que mencionamos nesta primeira fase da pesquisa, podemos concluir que a adequação de recursos tecnológicos digitais educacionais no processo de ensino e aprendizagem da matemática, é considerada importante e urgente, não como solução, mas sim, como mais um recurso para um processo educacional mais atrativo e harmônico com a atualidade.

## REFERÊNCIAS

- BELINE, Willian; COSTA, Nielce M. L. **Educação Matemática, Tecnologia e Formação de Professores**. Campo Mourão: Fecilcam, 2010.
- BORBA, M. de C.; PENTEADO, M. G. **Informática e Educação Matemática**. 5º edição. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2012.
- BORBA, M. de C; SCUCUGLIA, R. S.; GADANIDIS, G.. **Fases das tecnologias digitais em Educação Matemática: Sala de aula e internet em movimento**. 1º edição. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2014 (Coleção Tendências em Educação Matemática).
- CARNEIRO, R. F.; PASSOS, C. L. B. **A utilização das Tecnologias da Informação e Comunicação nas aulas de Matemática: Limites e possibilidades**. Revista Eletrônica de Educação, v. 8, n. 2, p. 101-119, 2014. Disponível em: <http://www.reveduc.ufscar.br>. Acesso em 10 jun. 2015.
- D'AMBRÓSIO, U. **Educação Matemática: Da teoria à prática**. 23ª edição. Campinas – SP: Papirus, 2012.
- KENSKI, V. M. **Educação e Tecnologias: O novo ritmo da informação**. 2ª edição. Campinas – SP: Papirus, 2007.
- LINS, R. C.; GIMENEZ, J. **Perspectivas em aritmética e álgebra para o século XXI**. 1ª edição.
- SCORTEGAGNA, L. **Informática na Educação**. Juiz de Fora: Universidade Federal de Juiz de Fora, 2015. Anotações de aula.
- MORAN, J. M; MASETTO, M. T; BEHRENS, M. A. **Novas tecnologias e mediação pedagógica**. 21ª edição. Campinas – SP: Papirus, 2013 (Coleção Papirus Educação).

# INTEGRAÇÃO DAS TECNOLOGIAS DIGITAIS NO ENSINO DE MATEMÁTICA: UMA ANÁLISE SOBRE POSSIBILIDADES E DESAFIOS

## Resumo

Este trabalho apresenta uma análise dos desafios e possibilidades de utilização das Tecnologias Digitais no Processo de Ensino e Aprendizagem da Matemática, buscando compreender como as tecnologias educacionais estão sendo integradas e utilizadas nas práticas docentes. Para tanto foi feito um levantamento bibliográfico no intuito de obter melhor compreensão sobre a temática, em seguida, foi realizada uma investigação sobre o uso didático das Tecnologias Digitais com 40 professores de matemática de escolas públicas da cidade de Itamaraju/BA e 50 professores de outras cidades do território nacional. Para coleta dos dados foi confeccionado um questionário composto de 10 questões objetivas, utilizando-se uma abordagem metodológica qualitativa para análise e interpretação dos dados. Os resultados mostraram que o despreparo de muitos professores, a falta de metodologias e a infraestrutura básica ruim de muitos laboratórios de informática, são fatores que dificultam uma boa utilização das Tecnologias Digitais como recursos didáticos por professores. Diante desses fatos, este trabalho apresenta também uma ferramenta de apoio ao processo de seleção de conteúdos digitais de matemática.

**Palavras Chave:** Tecnologias Digitais; Recursos Didáticos; Professores de matemática; metodologia.

## INTRODUÇÃO

Embora seja possível recuperar uma diversidade de recursos educacionais através do acesso à internet, grande parte dos professores não está preparada para utilizá-los, nem tampouco conhecem as potencialidades que estes recursos oferecem e as possibilidades de os adaptarem aos seus planos de ensino. Nesse sentido, a atual investigação apresenta uma proposta que visa ampliar o entendimento de como melhor aproveitar as potencialidades tecnológicas em sala de aula para apoio didático. Assim, a questão de investigação desta pesquisa se apresenta através da seguinte pergunta: Como selecionar um conteúdo digital, desenvolvido para o processo de ensino e aprendizagem de matemática, diante do vasto universo de materiais didáticos armazenados em meios digitais e dos desafios de utilização das TDIC para apoio didático nas práticas docentes?

A resposta para esta pergunta deve ser ancorada a luz da literatura através de um levantamento bibliográfico, de uma pesquisa com professores sobre a utilização das Tecnologias Digitais e do desenvolvimento de uma ferramenta de busca que visa facilitar o trabalho do professor na seleção de conteúdos digitais de matemática que atendam as necessidades de aprendizagem do aluno.

## OBJETIVOS

O objetivo geral deste trabalho é apresentar uma análise dos desafios e possibilidades de utilização das Tecnologias Digitais no Processo de Ensino e Aprendizagem da Matemática, bem como o desenvolvimento de uma metodologia que auxilie professores de matemática

no processo de seleção de recursos educacionais digitais para planejamento de suas aulas. Os objetivos específicos são:

- Discutir desafios e oportunidades de utilização das Tecnologias Digitais nas práticas didáticas pedagógicas desenvolvidas por professores.
- Apresentar uma metodologia capaz de contribuir para o refinamento de dados no processo de seleção de conteúdos digitais na Web

## **JUSTIFICATIVA**

A popularização da informática no Século XXI contribuiu para a integração dos recursos tecnológicos tanto na escola como na sociedade de modo geral, intensificando a inclusão digital e a informatização das escolas públicas por parte das políticas de governos. Porém, a utilização das novas tecnologias digitais por professores ainda apresenta desafios a serem vencidos.

Nesse sentido, este trabalho tem como principal objetivo, discutir e refletir sobre os desafios, possibilidades e oportunidades de utilização das novas Tecnologias Digitais, mais especificamente por professores de matemática. Nessa perspectiva, utilizou-se resultados de uma pesquisa realizada com 90 professores de matemática do ensino básico de escolas públicas da cidade de Itamaraju-BA e de outras regiões sobre o uso das TDICs, que teve como instrumento de coleta de dados um questionário composto por 10 questões objetivas.

Para contextualização e discussão da temática, buscou-se na literatura um entendimento sobre as características de alguns recursos educacionais digitais, como por exemplo, os Objetos de Aprendizagem (OA), que podem ser entendidos como recursos digitais desenvolvidos para uso no contexto educacional em diferentes disciplinas (WILEY, 2000). Uma das vantagens de sua utilização é que podem ser reutilizados, contribuindo para uso em escolas públicas, pois podem ser recuperados gratuitamente por meio da internet.

Vale ressaltar que durante a pesquisa foi necessário fazer uma análise nas bibliotecas digitais, pois a maioria dos objetos de aprendizagem está armazenada em bibliotecas digitais denominadas Repositórios Educacionais, cujo caminho para acesso é pouco divulgado entre os professores da educação básica. Considera-se como exemplos de grandes repositórios educacionais, o Banco Internacional de Objetos de Aprendizagem (BIOE), o Domínio Público, o Portal do Professor, a Rede Interativa Virtual de Educação (RIVED), entre os mais conhecidos e utilizados no Brasil.

Embora seja possível recuperar uma diversidade de recursos educacionais através do acesso à internet, grande parte dos professores não está preparada para utilizá-los, nem tampouco conhecem as potencialidades que estes oferecem e as possibilidades de os adaptarem aos seus planos de ensino.

Os estudos sobre a incorporação da informática na educação nas duas últimas décadas do século XX apresentam diferentes conflitos, sendo que alguns deles, ainda não foram solucionados, tais como: a falta de recursos financeiros para compra de equipamentos, a falta de infraestrutura física do espaço escolar, a falta de formação continuada docente, entre outros. Nesse sentido, Borba (2000) argumenta que em algumas escolas foi utilizado o dinheiro do caixa escolar para aquisição de computadores com a finalidade de participar do processo de informatização. Este autor argumenta também, que a falta de metodologia para utilizar os recursos tecnológicos era um desafio comum entre os professores, que buscavam vencer as dificuldades em detrimento das oportunidades que possibilitavam mudanças nas práticas pedagógicas tradicionais. Embora muitos professores tenham adquirido o computador para uso pessoal em suas residências, sua utilização



pedagógica restringia-se na maioria das vezes em redigirem provas e na utilização de algum programa educativo, sendo pouco utilizado no planejamento de aulas para uso com alunos. Enquanto que nos dias atuais, as TDICs (tablete, iped, iphone, ipod, celulares, etc.) se apresentam cada vez mais presentes na vida dos alunos e dos professores, invadindo o espaço escolar e interferindo consideravelmente na cultura e nas práticas educativas.

Vale lembrar também, que nas últimas décadas as políticas públicas tem intensificado o processo de inclusão digital no Ensino Público, porém, não basta ter equipamentos de informática no ambiente da escola, é necessário também que os professores estejam preparados para uma utilização adequada das tecnologias no processo de Ensino e Aprendizagem.

Na próxima sessão e subseção são apresentadas reflexões sobre as dificuldades mais comuns relacionadas ao uso das Tecnologias Digitais no Cotidiano Escolar.

### **UTILIZAÇÃO DOS LABORATÓRIOS DE INFORMÁTICA EM ESCOLAS PÚBLICAS**

Embora as políticas públicas tenham sido favoráveis a implementação de laboratórios de informática em escolas públicas no Brasil, ainda é possível encontrar algumas escolas que não possuem laboratórios de informática e quando possuem o mesmo não é utilizado adequadamente ou não oferece uma infraestrutura adequada para funcionamento. Constata-se nos estudos feitos por Silva e Campos (2010), que as escolas cujos laboratórios de informática não recebem manutenção convivem com o mau funcionamento dos equipamentos e a desmotivação dos professores em utilizar recursos tecnológicos no planejamento das aulas. As referidas autoras declaram que as deficiências em relação ao pleno funcionamento dos laboratórios de informática resultam no sucateamento dos equipamentos e contribui negativamente para inserção e utilização dos recursos tecnológicos na escola.

*Vale ressaltar que muito se tem realizado no tocante a disseminação dos recursos das TIC nas escolas. No entanto, ainda não foram evidenciadas alternativas para a questão da constante manutenção, necessária ao pleno funcionamento dos equipamentos disponibilizados no espaço do laboratório de informática. À medida que os computadores apresentam defeitos ficam à espera de consertos que muitas vezes não são realizados, resultando no sucateamento das máquinas, o que vem contribuindo para os resultados negativos da inserção das TIC (SILVA; CAMPOS, 2010, p.149).*

Estas autoras ressaltam que a manutenção feita pelo Programa Nacional de Tecnologia Educacional (ProInfo) é realizada apenas nos três primeiros anos de implementação dos laboratórios de informática, a partir daí as escolas devem ser responsáveis pela manutenção dos equipamentos. No entanto, muitas escolas não possuem um profissional responsável pelo suporte técnico do laboratório de informática e nem dispõem de recursos monetários para efetuar a manutenção, provocando o rápido desgaste dos equipamentos.

Durante a fase de coleta de dados na pesquisa realizada por Fonseca (2013) foram feitas visitas aos laboratórios de informática de 12 escolas públicas da rede estadual e municipal da cidade de Itamaraju – BA, sendo que em uma dessas escolas os computadores fornecidos pelo Proinfo estavam guardados na biblioteca por não possuir no espaço físico da escola uma sala disponível para implementação do laboratório. Em outras escolas, o número reduzido de computadores funcionando adequadamente dificulta a utilização do laboratório de informática pelos professores com seus alunos.

Constata-se através desses estudos, que a estrutura deficiente de muitos laboratórios de informática em escolas públicas é um empecilho para a utilização democrática e adequada dos recursos tecnológicos no ambiente escolar.

#### **FORMAÇÃO DOS PROFESSORES DE MATEMÁTICA**

Muitos professores que lecionam em escolas públicas conhecem os recursos tecnológicos, mas não os utilizam em sala de aula e nem fazem uso de metodologias que possibilitam a integração das novas tecnologias em seus planos de ensino (BITTENCOURT IBSEN; BITTENCOURT IVANICE, 2010). Este quadro de recusa em utilizar os recursos tecnológicos é apontado por Almeida (2007) em seus estudos como um distanciamento cultural entre o professor pertencente a uma geração que não tinha a presença dos atuais recursos tecnológicos e o mundo contemporâneo marcado essencialmente marcado pela presença das Tecnologias Digitais, denominada, “Era Digital” (PRENSKY, 2001).

Kawasaki (2007) também pesquisou sobre a questão da rejeição por parte de muitos professores de matemática em utilizar tecnologias educacionais e constatou que muitos dos professores que utilizaram a tecnologia pela primeira vez não voltaram a ter uma nova experiência de utilização, provavelmente por não se sentirem a vontade em deixar a zona de conforto do ensino tradicional e por não estarem familiarizados em lidar com tais recursos para planejamento das aulas.

Ressalta-se ainda que nas práticas pedagógicas do ensino tradicional, o professor é visto como o sujeito que transmite o conhecimento, desempenhando o papel de ensinar os conteúdos aos alunos por meio do livro didático e o quadro de giz. É uma prática comum em aulas de matemática, o professor deve fazer a explicação das definições de um determinado conteúdo e em seguida desenvolver alguns exemplos para compreensão do aluno (BOERI e SILVA, 2011). Enquanto que numa aula enriquecida pelo uso da tecnologia, o professor deve desempenhar o papel de motivador da inteligência coletiva, deve promover as interações, facilitando a aprendizagem (LÉVI, 1999). Desse modo, os alunos têm a oportunidade de aprender novos saberes e ao mesmo tempo compartilhar o que já sabem.

Neste sentido a tecnologia pode ser considerada como meio que possibilita interagir o conhecimento através da mediação feita pelo professor. Uma vantagem é que a maioria dos alunos manuseia com facilidade os recursos tecnológicos. Uma desvantagem é que grande parte dos professores apresenta dificuldades na utilização destes recursos, inviabilizando o melhor desempenho no desenvolvimento da aula. A falta de preparo para utilizar as novas tecnologias gera desconforto ao professor, cuja solução pode ser através da formação continuada.

*Pensar o desenvolvimento profissional dos professores em termos de competências, indo além dos saberes e conhecimentos necessários à prática pedagógica, é uma forma efetiva de responder à complexidade da instituição escolar e do trabalho pedagógico nos dias de hoje, incluindo-se ainda o impacto das novas tecnologias, motivo que deve levar à reflexão sobre o papel da tecnologia educacional na formação do professor e o próprio papel do professor em relação à tecnologia educacional (GREGIO, 2005, p.86).*

Nesse sentido, o papel do professor como agente participante das transformações sociais e mediador de conhecimentos deve ser exercido de forma democrática e consciente, considerando a formação continuada como parte do exercício da docência.

Grande parte dos professores prefere continuar na zona de conforto ao optar pela utilização de novas tecnologias no planejamento de suas aulas. Provavelmente, temem a exposição de uma aula em que seus alunos possam demonstrar maiores habilidades no manuseio dos recursos didáticos.

## SELEÇÃO DE UM RECURSO EDUCACIONAL DIGITAL

No Campo da Educação, os recursos educacionais digitais tem sido um potencial indispensável no sentido de auxiliar os professores no exercício de suas atividades. Nesta perspectiva, professores e alunos podem fazer uso de *softwares* educativos, tanto na escola como em casa, com a finalidade de dar suporte ao processo de ensino aprendizagem. Assim, é importante que os professores façam uma análise de cada *software* a ser utilizado para fins educacionais, pois cada um possui características diferentes, que podem influenciar na finalidade pedagógica do conteúdo abordado.

Conforme destacado por Almeida (1999), não basta o professor selecionar o *software* e propor atividades a serem exploradas pelo aluno. A autora sugere ao professor a escolha de um *software* que seja mais adequado aos objetivos pedagógicos e às necessidades, capacidades e interesses dos alunos.

*Os PCN (Parâmetros Curriculares Nacionais) recomendam que o livro didático não seja o único material utilizado pelo professor, propondo diretrizes e, a partir delas, boas situações de aprendizagem utilizando computadores. Entretanto, essas diretrizes não fazem menção a como os professores podem selecionar/avaliar material didático digital. Mais ainda, a rapidez da evolução das tecnologias desafia pesquisadores a estabelecer critérios que auxiliem o professor a escolher, classificar e avaliar materiais didáticos apresentados sob a forma digital (GODOI, 2009, p.446).*

Por outro lado, é importante considerar que nem todo *software* educacional atende às necessidades educacionais desejáveis pelo professor, ou ainda, pode não oferecer condições mínimas de utilização para um aprendizado satisfatório. Lima e Giraffa (2007) destaca que ao escolher um *software* educacional para planejamento de uma aula, é preciso observar um conjunto de requisitos e características para que seu funcionamento aconteça conforme se deseja. Nesse sentido, é importante avaliar características tais como: aplicabilidade, interface, gratuidade, dependência de hardware (desempenho do computador ou placas específicas), uso de redes. Num sentido mais amplo, a qualidade do *software* para fins educacionais pode contribuir e/ou interferir para uma aprendizagem significativa.

*As Tecnologias Digitais, integradas e disseminadas na rede Internet mudaram a forma como se percebe e selecionam os recursos computacionais. A discussão não é mais centrada na escolha do software tão somente e sim em utilizar e selecionar quais dos recursos oferecidos melhor se adaptam e adéquam aos objetivos pedagógicos que o docente possui (LIMA ; GIRAFFA, 2007).*

Vale lembrar ainda, que o ensino de matemática possui características diferenciadas, por ser uma ciência exata e pela complexidade histórica de compreensão dos alunos. Portanto, é importante que o professor busque adequar as potencialidades do recurso educacional digital aos objetivos pedagógicos da aula, que visam principalmente a aprendizagem dos alunos.

## UTILIZAÇÃO DOS OBJETOS DE APRENDIZAGEM

Os Objetos de Aprendizagem, também conhecidos como recursos educacionais digitais desenvolvidos para uso no processo de Ensino e Aprendizagem. Possuem características favoráveis a utilização em escolas públicas, principalmente pela possibilidade de serem recuperados gratuitamente na web e por apresentarem características de reuso.

*Com a mudança de paradigma da metodologia de orientação a objeto, os objetos de aprendizagem servem de apoio à construção do conhecimento e aprendizagem e podem ser usados em múltiplos contextos. Professores e projetistas de conteúdo podem construir objetos que podem ser utilizados e reutilizados inúmeras vezes e em diversos contextos de aprendizagem (GAMA, 2007, p. 80).*

Autores como Mazzola (2000) e Prates (2003) destacam os seguintes critérios de qualidade e aplicabilidade de um objeto digital de aprendizagem:

- **Usabilidade:** Além do professor saber como utilizar o recurso tecnológico é importante observar a viabilidade de utilização apresentada pelo recurso. Muitas vezes o recurso é de difícil utilização, dificultando o melhor aproveitamento de suas potencialidades, tanto pelo professor como pelos alunos.
- **Reusabilidade:** Busca-se por recursos tecnológicos que possibilitam a reusabilidade. A utilização por várias vezes é uma característica da maioria dos objetos de aprendizagem, que além de diminuir custos, propicia maiores interações.
- **Portabilidade:** É importante observar os quesitos relacionados à portabilidade de um recurso tecnológico escolhido para ser utilizado no processo de ensino e aprendizagem, pois existem diferentes arquiteturas de *softwares* e de *hardwares*, cada uma com suas especificidades, que muitas vezes apresentam incompatibilidade com o recurso tecnológico desejado.
- **Interface:** A interface propicia a comunicação direta do usuário com a máquina. Desse modo, é importante que sejam observados aspectos como: comunicabilidade e aplicabilidade. Nesta Perspectiva, o pesquisador Munhoz (2012), destaca que: a Interface Homem - Máquina (IHM) é um dos fatores que podem influenciar o rendimento dos usuários das tecnologias. Aspectos como navegabilidade, usabilidade e personalização devem fazer parte da cultura dos usuários. No caso de um recurso educacional digital é importante relacionar estes aspectos com os aspectos pedagógicos ligados a aprendizagem.
- **Dependência de Hardware:** É importante ressaltar que um recurso educacional digital depende de um sistema tecnológico para ser executado. Caso o professor não disponha de uma arquitetura de *hardware* (processador, sistema operacional e outros), que seja compatível com determinado objeto digital, terá problemas no desempenho e execução do recurso tecnológico. Conforme Yamaoka (2012), os sucessivos lançamentos de novas gerações e versões de conteúdos digitais afetam a gestão da dependência de *hardware*. Pois as novas versões recebem alterações e dificultam a utilização dos recursos mais antigos.
- **Dependência de rede:** O gerenciamento de redes não é uma tarefa muito fácil, demanda custos. Para tanto, alguns devem ser considerados aspectos como: se os computadores estão interligados em rede, se a internet está disponível durante todos os horários do dia e qual a velocidade de acesso à internet.

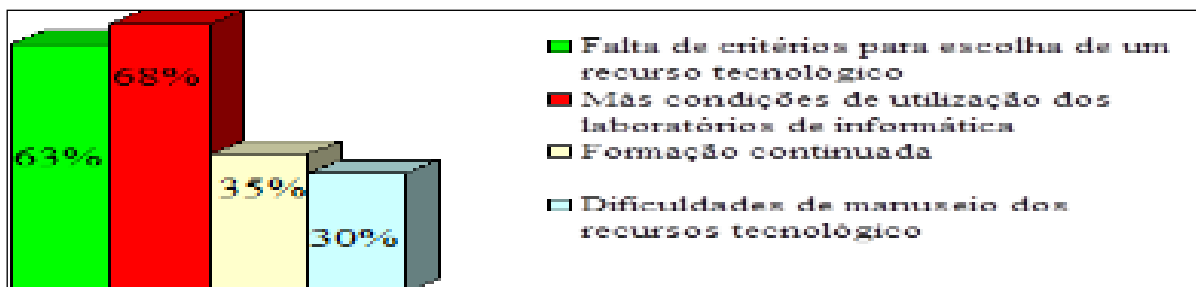
- **Dependência de Software:** Diversos recursos tecnológicos trazem consigo uma dependência de software que tem como condição básica para o seu funcionamento um determinado sistema operacional (*WindowsXP, Windows7, Linux, etc.*) e/ou um software específico (*Java, flash, Internet Explorer, etc.*). Esse critério, assim com a dependência de rede e de *hardware*, limitando o uso da TDIC previamente escolhida, independente de suas qualidades pedagógicas.

## INVESTIGAÇÃO COM PROFESSORES DE MATEMÁTICA

No intuito de compreender e saber quais as dificuldades para utilização das Tecnologias Digitais pelos professores de escolas públicas da cidade de Itamaraju – BA, local de aplicação da pesquisa, foi utilizado um questionário como instrumento de coleta de dados. Este é formado por dez questões de múltipla escolha. Na aplicação do questionário, colaboraram 40 professores de matemática da cidade de Itamaraju-BA, distribuídos por doze escolas públicas, sendo seis escolas da rede Municipal e seis da rede Estadual de ensino, correspondendo a 90% do total de professores de matemática do ensino fundamental II e ensino médio dessas escolas. No intuito de confrontar os resultados locais com outras realidades, participaram também da pesquisa, 50 professores de outras regiões do país. Desse modo, a coleta de dados possibilitou obter informações que podem contribuir para uma análise das dificuldades encontradas na utilização das Tecnologias Digitais no processo de ensino e aprendizagem pelos professores de matemática destas escolas. Dos 90 professores que responderam ao questionário, 22 (25%) deles, afirmaram que nunca fizeram uso destes recursos em suas aulas.

O gráfico da figura 1 apresenta as principais dificuldades encontradas pelos professores pesquisados quanto ao uso de TDICs, com destaque para as condições ruins dos equipamentos de muitos laboratórios de informática.

**Figura 1: Dificuldades de utilização das TDIC pelos professores de matemática**

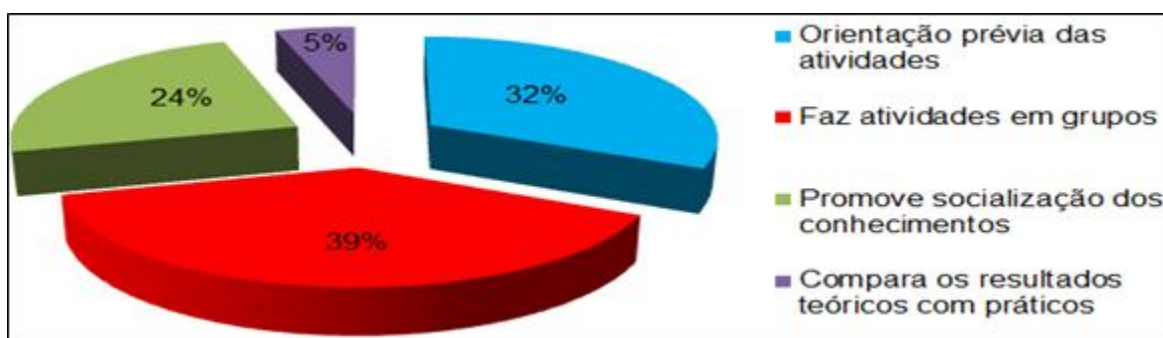


Fonte – Dados da pesquisa

Em seguida destaca a falta de critérios para escolha de um recurso tecnológico a ser utilizado. Diante destas dificuldades é relevante refletir sobre a necessidade de fortalecimento das políticas de implementação e melhorias na infraestrutura dos laboratórios de informática bem como a necessidade de maiores investimentos na formação continuada do professor por parte das políticas públicas.

Quanto às estratégias de utilização apontadas por estes professores, se destaca a realização das atividades em grupos, visto que os laboratórios nem sempre comportam a realização de atividades individuais e em seguida a orientação prévia que tem a finalidade de orientar o aluno sobre como desenvolver as atividades e utilizar os recursos tecnológicos disponíveis, conforme destacado no gráfico da Figura 2.

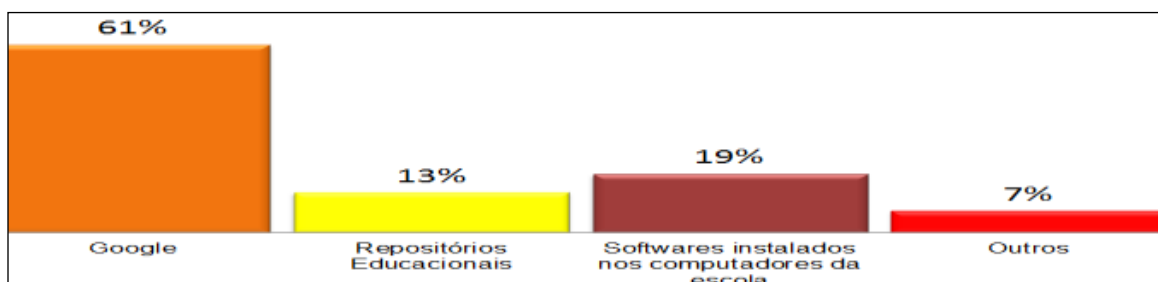
**Figura 2: Estratégias de utilização das TDIC em sala de aula**



Fonte – Dados da pesquisa

A etapa de seleção um recurso educacional na Web para planejar uma aula exige cuidados. Embora, a internet disponha de uma diversidade de recursos educacionais, nem todos são adequados às necessidades educacionais. Vale ressaltar, que a busca por um recurso educacional pode ser feita de várias maneiras, como por exemplo, em repositórios educacionais específicos. Nesse sentido, os professores das escolas pesquisadas, apontaram o Google, como o mais utilizado na busca por recursos educacionais na Web, como destacado no gráfico da figura 3.

**Figura 3: Seleção de um recurso educacional digital**



Fonte – Dados da pesquisa

Provavelmente, a escolha pelo Google se dá pela popularidade e facilidade de acesso. Além disso, muitos professores não conhecem as outras formas de buscas, por não serem muito difundidas no campo educacional. Por exemplo, os Repositórios Educacionais disponíveis na Web não são muito acessados por professores, por não serem muito conhecidos. No entanto, estas bibliotecas digitais armazenam recursos educacionais específicos, como por exemplo, os Objetos de Aprendizagem, que são desenvolvidos para o processo de ensino e aprendizagem em diversas áreas de conhecimento.

#### **METODOLOGIA DE APOIO A SELEÇÃO DE CONTEÚDOS DIGITAIS DE MATEMÁTICA NA WEB**

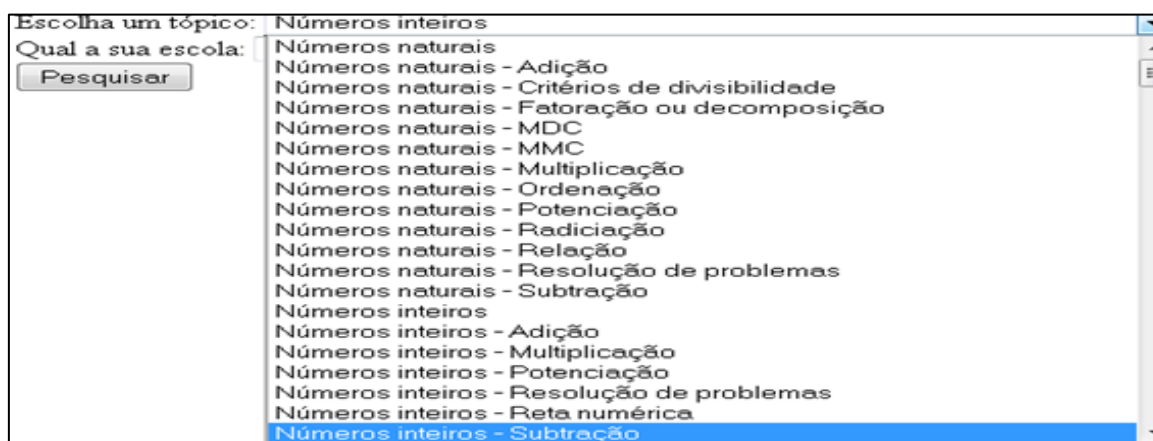
Considerando que o presente trabalho ajuda a comprovar que a falta de infraestrutura de muitos laboratórios de informática, a falta de metodologia e a pouca preparação de muitos professores, dificultam a utilização adequada das tecnologias digitais pelos professores no planejamento de suas aulas. Nesse sentido, propõem-se, aqui, uma metodologia capaz de auxiliar na seleção de softwares educacionais, conforme necessidades dos professores e limitações tecnológicas do laboratório de informática da escola, podendo auxiliar na diminuição das dificuldades apresentadas na pesquisa realizada com professores. Assim, tal metodologia foi desenvolvida com base nos seguintes critérios:

- Informações prévias sobre a condição de uso dos equipamentos do laboratório de informática da escola: envolvendo limitações de memória, acesso à internet e softwares existentes (sistema operacional, navegador de internet, etc.).
- Informações pedagógicas: conteúdo a ser abordado, série, tipo de feedback que pode ser fornecido pelo recurso tecnológico a ser utilizado;
- Tipo de Recurso Educacional Digital: jogo, simulador gráfico, aplicação multimídia com roteiro, etc.

Vejamos um exemplo simplificado: ao ser pesquisado no Google o tema “números inteiros” obtêm-se um conjunto de 560.000 resultados. Ao considerarmos as informações acima citadas, o sistema apresenta cerca de 298 resultados possíveis de softwares educacionais que atendem aos requisitos informados. Entre outros casos, a limitação de respostas possíveis chegou a algo em torno de 8 resultados possíveis. Desta forma, esse refinamento na busca por recursos educacionais digitais, além de permitir uma avaliação de cada solução resultante, pode contribuir para que as informações retornadas atendam aos interesses dos usuários, evitando o retorno de um imenso volume de informações desnecessárias.

Para desenvolver a metodologia proposta foi necessário realizar um estudo nos Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática do Ensino Fundamental II e utilizar conceitos e princípios de ontologias, tendo como produto, uma ferramenta de apoio ao processo de seleção de conteúdos educacionais de Matemática. A tela principal dessa ferramenta, vide Figura 1, permite selecionar conteúdos de Matemática de interesse do professor de Matemática de séries do ensino fundamental II, através de palavras-chaves (termos associados ao conteúdo de Matemática).

**Figura 1: Tela inicial do mecanismo de busca**



Fonte: Dados da pesquisa

Após a seleção da palavra chave o usuário clica no botão “pesquisar”, o mecanismo processa uma busca automática no Google, retornando resultados refinados, que se apresentam através de sites indexados no Google. Vide exemplo na figura 2. Desse modo, o professor poderá fazer uso das informações que melhor adequa aos seus interesses.

**Figura 2: Exemplo de busca realizada pelo mecanismo proposto**



Fonte: Dados da pesquisa

A tabela abaixo apresenta resultados de um comparativo de buscas realizadas no Google e na metodologia proposta (mecanismo de refinamento proposto), baseados em buscas semânticas.

**Tabela 1. Resultados de comparativo de buscas**

| Buscas no Google            |                   |            |                           | Buscas na Ferramenta criada pelo autor |                   |            |                           |
|-----------------------------|-------------------|------------|---------------------------|----------------------------------------|-------------------|------------|---------------------------|
| Total de buscas             | Total de palavras | Resultados | Resultado médio por termo | Total de buscas                        | Total de palavras | Resultados | Resultado médio por termo |
| 207                         | 2.633             | 177.506    | 986                       | 207                                    | 2.633             | 26.256     | 146                       |
| Uso de semântica nos termos |                   |            |                           | Refinamento dos dados                  |                   |            | -85%                      |

Fonte: Dados da pesquisa

Esta tabela comparativa mostra que a diferença percentual entre os mecanismos de buscas foi de aproximadamente 85%, indicando uma considerável vantagem no refinamento das buscas realizadas por meio da ferramenta de busca proposta na pesquisa.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este trabalho apresenta resultados de uma dissertação de mestrado. A pesquisa foi realizada com professores de matemática do ensino básico na cidade de Itamaraju – BA e cidades de outras regiões do país. A análise dos resultados possibilitou perceber que a realidade de utilização das Tecnologias Digitais pelos professores de Itamaraju não é muito diferente dos professores de outras cidades do Brasil. As condições ruins de funcionamento e suporte tecnológicos nos laboratórios de informática, e a falta de metodologias, são complicadores para o uso das tecnologias educacionais, tanto por professores como por alunos.

Outro aspecto que merece destaque é que mesmo com algumas ações das políticas públicas relacionadas com a formação continuada, muitos professores ainda não se sentem



preparados para utilizarem as Tecnologias Digitais em suas aulas. É preciso a implementação de mais ações por parte das políticas públicas que possibilitem que possibilitem uma melhor utilização das tecnologias educacionais pelos professores, não deixando somente pela iniciativa do próprio professor, devem existir também ações mais amplas da escola nesse sentido.

No âmbito desse trabalho, a metodologia proposta para uso das Tecnologias Digitais, que possibilitou a criação de uma ferramenta de busca e refinamento, tem como principal objetivo diminuir o impacto das dificuldades de utilização dos recursos tecnológicos por professores de matemática. Pois, sua utilização independe de algumas limitações tecnológicas apresentadas na pesquisa realizada com professores, possibilitando um refinamento das buscas realizadas no Google por conteúdos digitais educacionais de matemática.

Desse modo, espera-se que as reflexões aqui apresentadas possam contribuir para melhor uso dos recursos tecnológicos por professores de matemática do ensino básico, agregando valor de conhecimento e possibilitando melhor integração e interação na utilização dos recursos tecnológicos por professores no Ensino de Matemática.

## REFERÊNCIAS

ALMEIDA, M. E. B. **O aprender e a Informática: a arte do possível na formação do professor**. Brasília: Ministério da Educação, 1999. v. 1. 39p.

ALMEIDA, M. E. B. **Tecnologias Digitais na Educação: o futuro é hoje**. In: 5o Encontro de educação e tecnologias de informação e comunicação, 2007, Rio de Janeiro. V e-tic 5o Encontro de educação e tecnologias de informação e comunicação, 2007.

BITTENCOURT, I. M. ; BITTENCOURT, I. G. S. **Como professores concebem o uso das TIC em suas práticas pedagógicas**. In: V Encontro de Pesquisa em Educação em Alagoas - EPEAL, 2010, Maceió. Pesquisa em Educação: Desenvolvimento, Ética e Responsabilidade Social. Maceió: EDUFAL, 2010.

BORBA, M. C. GPIMEM e UNESP: Pesquisa, Extensão e Ensino em Informática e Educação Matemática. In: Miriam Godoy Penteado; Marcelo de Carvalho Borba. (Org.). **A informática em ação: formação de professores, pesquisa e extensão**. 1ed. Rio Claro: Olhos d'Água, 2000, v. 1, p. 47-66.

CAMILA, N. B; SIDNEI, L.S. **Novas tecnologias no ensino-aprendizagem da Matemática: o uso da informática**. In: XIII Conferência Interamericana de Educação Matemática, 2011, Recife. Anais XIII Conferência Interamericana de Educação Matemática, 2011.

GAMA, C. L. G. **Método de Construção de Objetos de Aprendizagem com Aplicação em Métodos Numéricos**. 2007. 210 f. Tese (Doutorado em Métodos Numéricos em Engenharia). Universidade Federal do Paraná-UFPR, Curitiba, 2007.

GREGIO, B.M.A. **O uso das Tics e a Formação Inicial e Continuada de Professores do Ensino Fundamental da Escola Pública Estadual de Campo Grande/MS: Uma Realidade a ser Construída**. 2005. 358 f. Dissertação (Mestrado em Educação). Universidade Católica Dom Bosco. Campo Grande, MT, 2005.

GODOI, K ; PADOVANI, S. **Avaliação de material didático digital centrada no usuário: uma investigação de instrumentos passíveis de utilização por professores**. Produção (São Paulo. Impresso), v. 19, p. 445-457, 2009.

KAWASAKI, T. F. **Tecnologias na sala de aula de matemática: resistência e mudanças na formação continuada de professores**. 2008.212 f. Tese de (Doutorado em Educação) – Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte. 2008.

LÉVY, P. **Cibercultura**. Rio de Janeiro: Ed. 34, 1999.

LIMA, J; GIRAFFA, L. M. M. **Preciso planejar um software para trabalhar conteúdos de matemática: como fazer?**. Colabor@ (Curitiba), v. 4, p. 2, 2007.

MARTINS, R. X. ; HORTA, A. A ; MATA, R. S. **Estruturação de Laboratórios de Informática em Escolas Públicas**. In: 2o. Congresso Brasileiro de Extensão Universitária, 2004, Belo Horizonte. Anais - 2o. Congresso Brasileiro de Extensão Universitária - ISBN:85-7041437, 2004. v. CD-ROM.

MAZZOLA, V. B. **INE 6603 Engenharia de Software 2000 (Suporte de Curso)**. Anexo-I. Disponível em: <http://www.apostilando.com/pagina.php?cod=1>, acessado em 27/02/2013.

MUNHOZ, A.S. **Objetos de Aprendizagem**. Curitiba: IBPEX, 2012.

PRATES, R. O.; BARBOSA, S.D.J. **Avaliação de Interfaces de Usuário - Conceitos e Métodos**. In: Juan Manuel Adán Coello; Sandra C. P. Ferraz Fabbri. (Org.). Jornada de Atualização em Informática do Congresso da Sociedade Brasileira de Computação. Campinas: SBC, 2003, v. 2, p. 245-293.

PRENSKY, M. **Digital Natives, Digital Immigrants**. MCB University Press, vol. 9 nº.5, 2001. Disponível em: <<http://www.marcprensky.com/writing/Prensky%20-%20Digital%20Natives,%20Digital%20Immigrants%20-%20Part1.pdf>>. Acesso em 02 de julho de 2013.

SILVA, S. C. ; CAMPOS, M.F.H. **A melhoria da qualidade da educação na escola pública: desafios ao uso das TIC**. Revista Estudos IAT, Salvador, p. 138 - 154, 13 dez. 2010.

WILEY, D. A. **Conecting learning objects to instructional design theory: A definition, a methaphor, and a taxonomy**.2000. Disponível em : < <http://reusability.org/read/>>. Acesso em 05 de fevereiro de 2013.

YAMAOKA, E. J. **Ontologia para mapeamento da dependência tecnológica de objetos digitais no contexto da curadoria e preservação digital**. AtoZ: novas práticas em informação e conhecimento, v. 1, p. 65, 2012.

# INTRODUZINDO O CONCEITO DE ÂNGULO NO ENSINO FUNDAMENTAL COM AUXÍLIO DO GEOGEBRA

Denise Aguiar de Oliveira Goulart<sup>1</sup>  
Révero Campos da Silva<sup>2</sup>

<sup>1</sup> PUC Minas/Departamento de Matemática e Estatística, dgoulartcomp@gmail.com

<sup>2</sup> PUC Minas/Departamento de Matemática e Estatística, revero@pucminas.br

## Resumo

O presente trabalho de investigação tem por objetivo estruturar uma sequência didática com o intuito de auxiliar professores de matemática do 7º ano do Ensino Fundamental a introduzirem o conceito de ângulo, por meio de um estudo dirigido, utilizando a ferramenta interativa GeoGebra como recurso didático. Os objetivos propostos para essa pesquisa foram alcançados por meio de levantamento bibliográfico acerca do tema investigado, onde se apresentou uma breve descrição do software GeoGebra e discutiu-se sobre o uso das Tecnologias de Informação e Comunicação (TIC) em sala de aula; além de um breve histórico sobre o papel da geometria na escola básica e as dificuldades dos estudantes em aprendê-la. O conceito de ângulo foi introduzido por meio de um estudo dirigido estruturado em uma sequência didática. Essa sequência foi elaborada no intuito de orientar o professor sobre como desenvolver o estudo dirigido no laboratório de informática; aponta os pré-requisitos que o estudante deve dominar para realizar a atividade com desenvoltura; apresenta as estratégias didáticas a serem utilizadas pelo professor durante a aula e, por fim, orienta esse profissional sobre como avaliar os efeitos pedagógicos da aula; além de se constituir em um importante material didático de apoio e orientação ao trabalho docente no ensino básico.

**Palavras-chave:** Conceito de ângulo; Software GeoGebra; Sequência didática.

## 1 – INTRODUÇÃO

O uso de computadores em sala de aula, assim como outras Tecnologias de Informação e Comunicação (TIC), já é uma realidade na educação brasileira. As novas gerações de estudantes têm cada dia mais contato e usabilidade com diversas tecnologias, que a cada ano se tornam diferentes e mais modernas. No entanto, os professores ainda encontram dificuldades em adotar tais estratégias para aprimorar o ensino, muitas vezes por falta de conhecimento nos softwares e outras ferramentas disponíveis.

Com o intuito de auxiliar professores de matemática do 7º ano do Ensino Fundamental a introduzirem o conceito de ângulo, pretendeu-se, com este trabalho de investigação, elaborar um estudo dirigido, no modelo de sequência didática, em que por meio da ferramenta interativa GeoGebra, fosse desenvolvida a temática em questão.

Para alcançar os objetivos delineados para esta pesquisa, foi realizado um levantamento bibliográfico acerca do tema investigado, onde se apresentou uma breve descrição do software GeoGebra e discutiu-se sobre o uso das Tecnologias de Informação e Comunicação (TIC) em sala de aula; além de um breve histórico sobre o papel da geometria na escola básica e as dificuldades dos estudantes em aprendê-la.

Espera-se que esta pesquisa contribua para uma melhor compreensão do uso das TIC em sala de aula, auxiliando docentes na utilização do software GeoGebra, ampliando,

assim, seu campo de ação no processo de ensino-aprendizagem. O produto deste trabalho de investigação se constitui em um importante material didático de apoio e orientação ao trabalho do professor de Matemática do ensino básico.

## **2 – DESENVOLVIMENTO**

### **2.1 – O PAPEL DA GEOMETRIA NA ESCOLA BÁSICA**

De acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN (BRASIL, 1998), a geometria é importante no Ensino Fundamental porque, por meio dela, os estudantes desenvolvem uma compreensão para descrever e representar organizadamente o mundo em que vivem.

O desenvolvimento da geometria se deu, ao longo da história, através de observações, comparações e generalizações. Somente mais tarde chegou-se à sistematização na geometria, a partir de conhecimentos construídos em um longo período (AMÂNCIO, 2013).

Diante deste contexto, a geometria contribui para desenvolver a capacidade de explorar, conjecturar e raciocinar logicamente, envolvendo três formas de processo cognitivo: visualização, construção de configurações e raciocínio. Estes três processos cognitivos estão entrelaçados e são de vital importância para o aprendizado de geometria (BENTO, 2010).

Situações-problema em geometria devem ser ricamente exploradas, contribuindo, inclusive, para o aprendizado de números e medidas, pois estimulam o aluno a observar, perceber semelhanças e diferenças, identificar irregularidades, etc. (BRASIL, 1998).

Assim, no Ensino Fundamental, a geometria se torna de extrema importância, pois oportuniza ao estudante uma vasta compreensão do mundo que o rodeia, desenvolve o raciocínio lógico e faz com que a Matemática se interligue com outras áreas do conhecimento.

### **2.2 – DIFICULDADES EM APRENDER GEOMETRIA**

Em geral, uma grande dificuldade vivenciada pelos estudantes no estudo da geometria é a compreensão dos conceitos formais. Na Matemática, os conceitos são usados na sua definição formal, mas também como representações mentais, que se diferem de pessoa para pessoa (AMÂNCIO, 2013).

Bento (2010) destaca a diferença entre um “saber cultural” e um “saber funcional”. O primeiro, muito utilizado pelos professores do Ensino Fundamental, reduz a aprendizagem de geometria ao conhecimento de uma coleção de objetos definidos. O aprendiz se torna um reproduzidor de definições e demonstrações, acumuladas na memória. Já o “saber funcional” dá ao estudante ferramentas para resolver problemas evitando que ele se limite a, tão somente, repetir “receitas prontas”. Este saber é o que nos faz enfrentar novas situações e nos capacita a adaptarmos a ela.

O ensino da geometria, na maioria das vezes, é reduzido ao reconhecimento de figuras e conceitos, quase sempre deixado para o fim do ano, quando se introduzem rapidamente uma série de conceitos e se fazem alguns exercícios de fixação (BENTO, 2010).

Esse tipo de ensino é um reflexo daquilo que os próprios professores tiveram de aprendizagem de geometria. Mas é necessário que o professor transponha seus limites e dificuldades, adequando o ensino a uma geometria dinâmica, em que os estudantes

consigam desenvolver o raciocínio, através das visualizações e construções pertinentes ao conteúdo estudado.

### **2.3 – O PAPEL DA INFORMÁTICA NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA**

O uso constante da informática em praticamente todas as áreas da vida humana trouxe um novo desafio para os educadores: o de como utilizar esses recursos em favor da construção do conhecimento, sem que sejam meios dispersivos da atenção. É necessário que o professor reelabore o seu pensamento no processo de ensino-aprendizagem, de forma a incluir recursos da informática em sua disciplina, a fim de potencializar nos alunos a aprendizagem de conteúdos com certo grau de complexidade.

No ensino de matemática, os recursos da informática podem ser utilizados como fonte de informação para alimentar o processo de ensino e aprendizagem; como recurso auxiliar no processo de construção do conhecimento; como meio para desenvolver autonomia pelo uso de softwares que possibilitem pensar, refletir e criar soluções; como ferramenta para realizar determinadas atividades.

De acordo com Almeida (2012), as possibilidades metodológicas que as tecnologias de informação e comunicação apresentam para trabalhar conteúdos diversos trazem benefícios por ser um meio criativo, em um processo de desenvolvimento consciente e reflexivo do conhecimento, com perspectiva transformadora da aprendizagem escolar.

Os PCN (1998) discorrem sobre o desafio da escola de incorporar, ao seu trabalho, novas formas de comunicar e conhecer, além da oralidade e escrita. Destacam a importância do uso de computadores, por estarem cada vez mais presentes nas diferentes atividades da população.

A primeira etapa para a utilização da informática em sala de aula é uma quebra de paradigmas: o docente deve vencer as barreiras impostas pelo medo da mudança e aceitar que deve se atualizar constantemente. Em especial, os docentes da Matemática devem entender como ela se constitui quando novos atores se fazem presentes em sua investigação (BORBA; PENTEADO, 2003).

De acordo com Bento (2010), o estudo sobre o uso do computador no ensino de matemática, sua relevância e seus benefícios tem se afirmado como uma das áreas mais ativas e relevantes da Educação Matemática. Os softwares educativos são utilizados como ferramenta de mediação entre o indivíduo e o conhecimento, pois permitem a exploração, visualização e experimentação com várias possibilidades.

A aplicabilidade da informática no ensino da matemática requer, portanto, profissionais capacitados, que tenham consciência de seu uso como recurso, e não como fim. Isso exige do professor uma reflexão sobre como, onde e porque utilizar os softwares educativos. O conteúdo a ser trabalhado deve ser adequado ao uso do software, com uma proposta pedagógica concreta que justifique sua aplicação.

### **2.4 – UMA BREVE DESCRIÇÃO DO SOFTWARE GEOGEBRA**

O software GeoGebra é um software livre, escrito em Java e multiplataforma, criado pelo Ph.D. Markus Hohenwarter, para ser utilizado em sala de aula. O nome GeoGebra reúne GEOMETRIA, álGEBRA e Cálculo Diferencial e Integral (BENTO, 2010). Este software possui inúmeros recursos, tanto de Geometria quanto de Álgebra e Cálculo Diferencial e Integral.

O GeoGebra é um software de características gráficas, com uma área de desenho que permite construções geométricas a partir de objetos-base, de forma interativa. O aluno

pode manipular as construções feitas de modo simples. O GeoGebra oferece uma variedade de comandos, incluindo diferenciação e integração.

No site oficial <http://www.geogebra.org>, em sua página inicial, tem-se uma frase de impacto que mostra as potencialidades desse software: “GeoGebra: é software de matemática multiplataforma que dá a todos a oportunidade de experimentar as percepções extraordinárias que a Matemática torna possível.”.

Essas “percepções extraordinárias” são possíveis pois o estudante consegue, através do software, a visualização de como se dão as propriedades matemáticas, de uma forma lúdica, podendo simulá-las e experimentá-las visualmente.

Por ser um programa amigável, os estudantes aprendem a dominá-lo rapidamente, possibilitando uma aprendizagem dinâmica da geometria, assim como a interação entre os usuários.

### **3 – METODOLOGIA**

#### **3.1 – CARACTERIZAÇÃO DA PESQUISA**

A pesquisa realizada neste trabalho foi do tipo *revisão bibliográfica*. De acordo com Fiorentini e Lorenzato (2006), uma pesquisa bibliográfica é aquela que “[...] se propõe a realizar análises históricas e/ou revisão de estudos ou processos tendo como material de análise documentos escritos e/ou produções culturais [...]” (p. 71). A coleta de informações ocorre através de fichamento das leituras realizadas.

Esse tipo de pesquisa, também conhecido como *o estado da arte*, é caracterizado por esses autores como sendo a sistematização, avaliação e inventariação de um tema ou área de conhecimento, “[...] buscando identificar tendências e descrever o estado do conhecimento de uma área ou de um tema de estudo.” (FIORENTINI; LORENZATO, 2006, p. 103).

As fontes bibliográficas foram escolhidas para este estudo com a mediação do orientador, quando do direcionamento de pesquisas que mostrassem a utilização de softwares educativos no ensino-aprendizagem da Matemática, particularmente sobre o ensino de geometria.

Para alcançar os objetivos propostos nesta investigação, foi realizado um levantamento bibliográfico acerca da importância da informática no ensino da Matemática, bem como da apresentação de uma breve descrição do software GeoGebra. Além disso, para embasar o estudo, foi realizada uma pesquisa sobre a importância do ensino da geometria e as dificuldades apresentadas pelos estudantes em aprendê-la.

O conceito de ângulo foi introduzido por meio de um estudo dirigido estruturado em uma sequência didática. Essa sequência foi elaborada no intuito de orientar o professor sobre como desenvolver o estudo dirigido no laboratório de informática, com o auxílio do software GeoGebra.

Tomando como base a importância da visualização e da construção matemática pelos estudantes, esta atividade valoriza a experiência prática da construção de um conceito matemático muitas vezes de difícil entendimento, quando a aula se limita aos recursos disponíveis na sala de aula. Busca-se uma maneira dinâmica e interativa de se construir o conhecimento, utilizando o raciocínio lógico e a fácil visualização proporcionada pela mídia utilizada: o computador.

### 3.2 – SOBRE A ATIVIDADE DE ENSINO

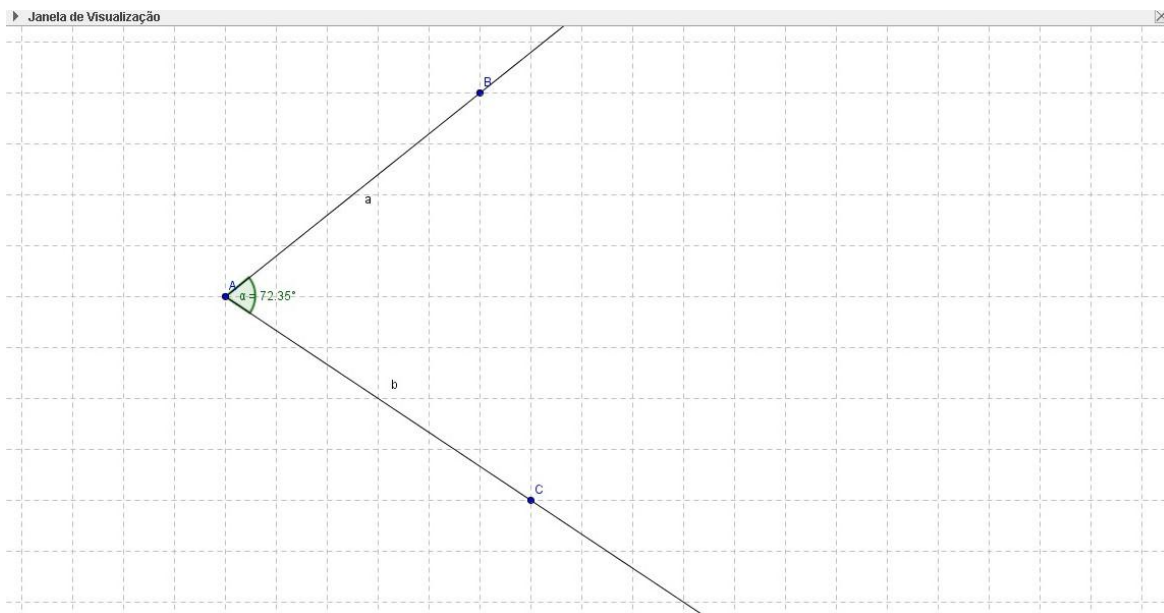
O estudo dirigido intitulado “Construindo Ângulos no GeoGebra”, elaborado pela pesquisadora, possibilita ao estudante do 7º ano do Ensino Fundamental construir o conceito de ângulo e determinar sua medida. Esse material didático está disponibilizado, de forma detalhada, na seção Apêndice deste trabalho. À medida que o estudante realiza a atividade, ele deve responder as perguntas que constam do estudo dirigido, bem como registrar, no espaço reservado, a construção geométrica que lhe foi proposta. Esse material didático serve não somente como um instrumento de avaliação da aprendizagem, mas deve ser utilizado em sala de aula, pelo docente, sempre que for necessário retomar o conceito de ângulo.

É importante que o estudante, ao final da atividade, saiba justificar alguns procedimentos:

- Quais elementos geométricos são necessários na construção de um ângulo?
- Identificar a ação necessária para que um ângulo tenha sua medida alterada;
- O conceito intuitivo de ângulo interno e ângulo externo;
- Em um polígono regular, a medida de seus ângulos internos é influenciada pela alteração na medida do comprimento de seus lados?

Para tanto, a atividade direciona o estudante a realizar tarefas no GeoGebra, a partir da proposição de três atividades de ensino. Na Atividade 1, a primeira tarefa é construir um ângulo, usando a ferramenta adequada. Ao final da atividade, o estudante deverá ter produzido uma construção como a da Figura 1.

**Figura 1: Construção de um ângulo**

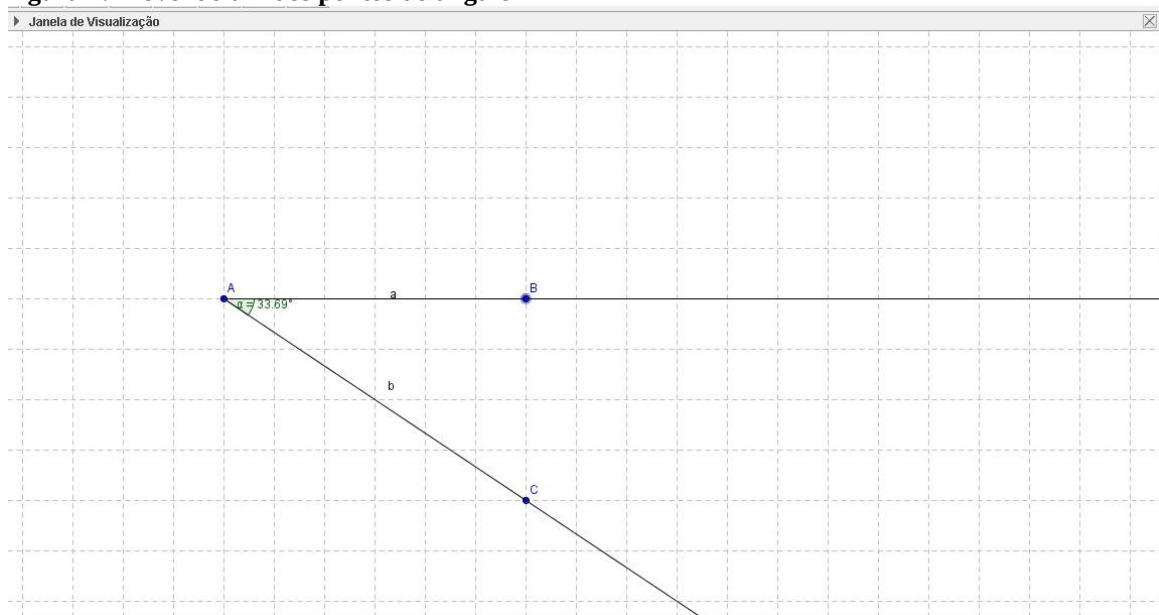


Fonte – Dados da pesquisa

O estudante deve, então, indicar no estudo dirigido a medida do ângulo construído. Neste momento, o professor pode fazer uma interferência realçando as características de um ângulo: abertura entre duas semirretas de mesma origem. Como variação dessa atividade, o professor poderá pedir que os alunos meçam o ângulo “de fora”, mostrando que sempre são determinados dois ângulos: o interno e o externo.

Em seguida, o estudante deverá movimentar o ponto B e verificar o efeito desse procedimento. Ao final da tarefa, deverá ser produzida uma construção como a da Figura 2.

**Figura 2: Movendo um dos pontos do ângulo**



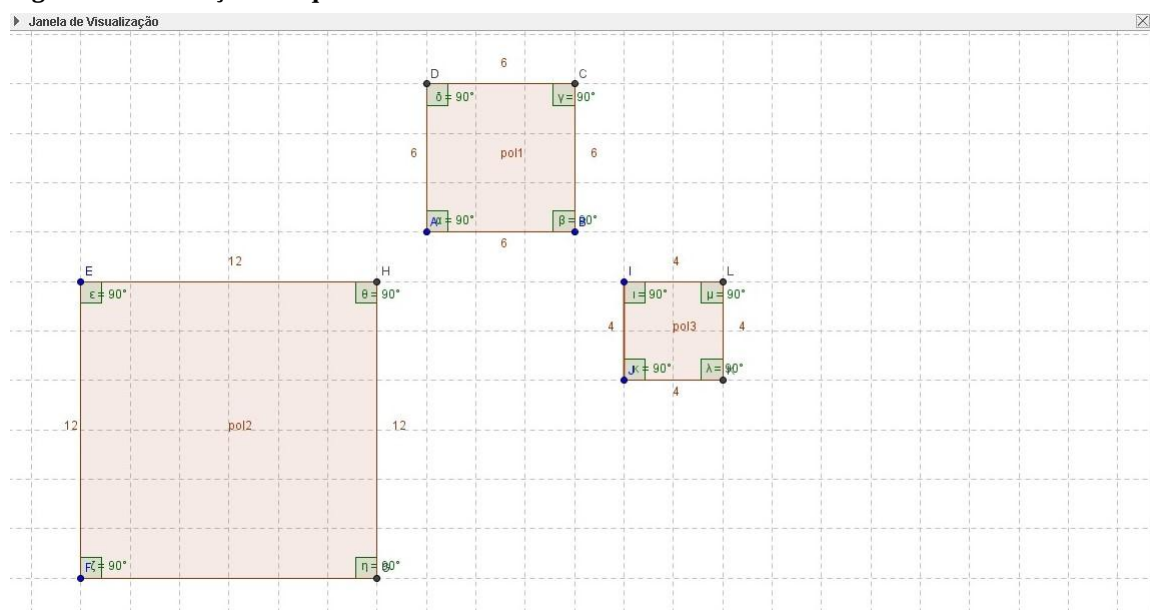
Fonte – Dados da pesquisa

É solicitado ao estudante que observe a mudança na medida do ângulo, registrando no espaço indicado a nova medida. Também é pedido ao aprendiz que registre, com suas palavras, o motivo da alteração da medida do ângulo. O objetivo da indagação é que o estudante perceba o ângulo como “a abertura entre duas semirretas de mesma origem”. Em seguida, é solicitado ao estudante que registre o que é necessário para determinar a medida de um ângulo. O professor pode ampliar essa questão lembrando os elementos geométricos necessários para a construção de um ângulo e motivar os alunos a observarem como as semirretas estão desenhadas em uma e outra construção, trazendo para a discussão o conceito de inclinação da reta, de uma maneira intuitiva.

Na Atividade 2, a primeira tarefa é construir um quadrado e medir seus ângulos internos e o comprimento de seus lados. É solicitado ao estudante que observe a medida dos ângulos internos do quadrado e que constate que são todos iguais a  $90^\circ$ . A tarefa seguinte é que se construa dois outros quadrados: o primeiro com a medida de lado maior e o outro com a medida de lado menor, em relação ao quadrado desenhado inicialmente. Pede-se, novamente, que o estudante meça os ângulos internos e o comprimento dos lados. A reflexão seguinte é se a medida dos ângulos internos muda quando se altera o comprimento dos lados do quadrado. O estudante deve chegar à conclusão de que os ângulos continuam iguais a  $90^\circ$ . O professor pode interferir neste momento, levando a turma a refletir sobre a medida dos lados de um ângulo qualquer: o que interfere na mudança da medida de um ângulo? Aumentar (ou diminuir) a distância entre o vértice e os pontos B e C assinalados, ou a distância entre os pontos que não são vértices do ângulo? A construção dos quadrados deve ser como a da Figura 3, indicada a seguir.



**Figura 3: Construção dos quadrados**



Fonte – Dados da pesquisa

A Atividade 3 foi proposta com o objetivo de avaliar os efeitos pedagógicos do trabalho docente proporcionado por um ambiente informatizado, além de fornecer dados para uma análise qualitativa sobre as relações estabelecidas entre professor e aluno, neste processo de ensino-aprendizagem.

O quadro-síntese apresentado abaixo – conhecido, também, como “Estruturação de uma Sequência Didática” – tem o objetivo de auxiliar o professor no desenvolvimento e na potencialização da atividade de ensino analisada.

**Quadro 1: Estruturação de uma Sequência Didática**

|                             |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |
|-----------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1. Identificação do docente | Nome completo do professor                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |
| 2. Público-alvo             | Estudantes do 7º ano do Ensino Fundamental                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |
| 3. Objetivo                 | Introduzir o conceito de ângulo.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |
| 4. Pré-requisito(s)         | Conceitos de ponto e semirreta; propriedades do quadrado.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |
| 5. Conteúdo(s) abordado(s)  | Conceito de ângulo (abertura e giro); determinação da medida de um ângulo.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |
| 6. Tempo estimado           | 2 (duas) horas-aula, num total de 100 minutos.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |
| 7. Recursos didáticos       | Laboratório de Informática; software GeoGebra; estudo dirigido.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |
| 8. Estratégias de ensino    | <ul style="list-style-type: none"> <li>- Organizar a turma em duplas de trabalho;</li> <li>- Orientações iniciais sobre como desenvolver o trabalho;</li> <li>- Monitorar as duplas de trabalho quanto ao desenvolvimento das atividades, sempre que necessário.</li> </ul> <p>O professor deve conhecer o software GeoGebra (conhecimentos básicos). O estudo dirigido mostra o passo a passo que os estudantes devem seguir, cabendo ao professor, ao final da atividade, fazer a sistematização entre o conteúdo</p> |

|                  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |
|------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|                  | estudado e a atividade proposta.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |
| 9. Avaliação     | <p>A avaliação deve conter elementos como:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- A experiência de trabalhar a Matemática por meio de um recurso tecnológico, no laboratório de informática;</li> <li>- O trabalho em dupla: empenho e responsabilidade de cada um no grupo;</li> <li>- Arquivo eletrônico contendo protocolo das atividades desenvolvidas pelos alunos (Atividade 1 e Atividade 2);</li> <li>- Relatório final.</li> </ul> <p>Deve-se atentar à forma de avaliação, não se atendo somente ao que os alunos registraram de “certo” e “errado”, mas a todo o desenvolvimento da atividade, considerando o trabalho em equipe, as dificuldades encontradas (por ser uma estratégia pouco utilizada) e o conhecimento adquirido ao final.</p>                                                                                                           |
| 10. Bibliografia | <p>CASTRUCCI, GIOVANNI E GIOVANNI JR. <b>A Conquista da Matemática – 7º Ano</b>. 2012</p> <p>IMENES; LELLIS. <b>Matemática – 7º Ano</b>. 2010</p> <p>KUSIAK, PRESTES, SCHMIDT, FRANZIN. <b>A utilização do software GeoGebra no ensino da geometria plana: uma experiência</b> PIBID. Disponível em: <a href="http://senid.upf.br/2012/anaais/96196.pdf">http://senid.upf.br/2012/anaais/96196.pdf</a></p> <p><b>Curso de GeoGebra – Apresentação do Programa</b>. Vídeo tutorial disponível em: <a href="https://www.youtube.com/watch?v=9-orPBR1TXo&amp;index=1&amp;list=PL8884F539CF7C4DE3">https://www.youtube.com/watch?v=9-orPBR1TXo&amp;index=1&amp;list=PL8884F539CF7C4DE3</a></p> <p><b>Como usar o GeoGebra – Parte 1</b>. Vídeo tutorial disponível em: <a href="https://www.youtube.com/watch?v=9grh4xL_T9">https://www.youtube.com/watch?v=9grh4xL_T9</a></p> |

Fonte – Dados da pesquisa

Ao término da aplicação dessa atividade, é sugerido ao professor que faça uma aula expositiva retomando todos os conceitos estudados, para que os alunos tenham esse registro no caderno. Para tanto, o professor pode envolver os próprios alunos solicitando que dêem ideias de como deveriam registrar os conceitos matemáticos estudados, tomando como base o que foi desenvolvido no laboratório de informática.

#### 4 – CONSIDERAÇÕES FINAIS

Através da pesquisa bibliográfica realizada, pretendeu-se estruturar uma sequência didática com o intuito de auxiliar professores de matemática do 7º ano do Ensino Fundamental a introduzirem o conceito de ângulo, por meio de um estudo dirigido, utilizando a ferramenta interativa GeoGebra como recurso didático. Para atingir esse objetivo, realizou-se levantamento bibliográfico acerca do tema investigado, onde se apresentou uma breve descrição do software GeoGebra e discutiu-se sobre o uso das Tecnologias de Informação e Comunicação (TIC) em sala de aula; além de um breve histórico sobre o papel da geometria na escola básica e as dificuldades dos estudantes em aprendê-la.

De acordo com o PCN (BRASIL, 1998) e em consonância com autores como

BENTO (2010) e AMÂNCIO (2013), a importância do estudo da geometria na escola básica diz respeito à vasta compreensão pelo estudante do mundo que o rodeia, fazendo com que o mesmo consiga representá-lo de maneira organizada e sistemática. Além disso, esta temática ajuda o aprendiz a desenvolver o raciocínio lógico e interliga a Matemática a outras áreas do conhecimento.

A partir dos estudos de Bento (2010) sobre as dificuldades dos estudantes na aprendizagem da geometria, principalmente no entendimento dos conceitos formais e na aplicação desses conceitos de maneira dinâmica (e não somente por repetições), constatou-se que o software GeoGebra pode contribuir para o entendimento da geometria, pois permite que o estudante visualize e experimente, através de simulações, os conceitos geométricos.

O estudo dirigido foi estruturado em uma sequência didática com o objetivo de orientar o professor sobre como desenvolver a atividade de ensino no laboratório de informática; aponta os pré-requisitos que o estudante deve dominar para realizar a atividade com desenvoltura; apresenta as estratégias didáticas a serem utilizadas pelo professor durante a aula e, por fim, orienta esse profissional sobre como avaliar os efeitos pedagógicos da aula; além de se constituir em um importante material didático de apoio e orientação ao trabalho docente no ensino básico.

As estratégias de ensino que são sugeridas na sequência didática (como consta do quadro-síntese), remetem a uma postura de professor orientador – aquele que deve auxiliar os alunos na construção do conhecimento. A proposta é que o estudante construa o conceito de ângulo e que o professor só interfira em momentos específicos, principalmente quando demonstram dificuldades na utilização do software. Para isso, é necessário que o professor tenha domínio sobre como explorar as ferramentas do GeoGebra.

A atividade final, dentro do roteiro elaborado, sugere uma avaliação diferenciada, pois o professor deve levar em consideração a postura do aluno, o trabalho em equipe, e não somente os acertos e erros registrados durante a execução do estudo dirigido, levando-se em consideração não somente os conhecimentos matemáticos, mas, também, valores como respeito, ajuda mútua e trabalho coletivo.

Sugere-se, numa investigação futura, analisar os efeitos pedagógicos da aplicação desse estudo dirigido na sala de aula de matemática. O docente poderá, ainda, montar um portfólio com todas as etapas vivenciadas pelos alunos ao longo do desenvolvimento da atividade.

O trabalho realizado fornece ao professor um modelo de estudo dirigido, estruturado em uma sequência didática, oportunizando, a esse profissional, autonomia para criar suas próprias atividades, apoiado na TIC como ferramenta em potencial no processo de ensino-aprendizagem da Matemática.

## **5 – REFERÊNCIAS**

ALMEIDA, Adilson de. **A exploração da tecnologia informática, como recurso pedagógico, em um curso de formação de professores de matemática para a educação básica.** 2012. (Dissertação de Mestrado).

AMÂNCIO, Roselene Alves. **O desenvolvimento do pensamento geométrico: Trabalhando polígonos, especialmente quadriláteros.** 2013. (Dissertação de Mestrado).

BENTO, Humberto Alves. **O desenvolvimento do pensamento geométrico com a construção de figuras geométricas planas utilizando o software: Geogebra.** 2010. (Dissertação de Mestrado).

BORBA, Marcelo de Carvalho. PENTEADO, Miriam. **Informática e educação matemática.** 3ª ed. rev. Belo Horizonte: Autêntica, 2003. 99 p. (Tendências em educação matemática 2). ISBN 8575360219.

BRASIL, Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais.** Brasília: MEC/SEF, 1998.

FIORENTINI, Dario. LORENZATO, Sergio. **Investigação em Educação Matemática:** percursos teóricos e metodológicos. Campinas, SP: Autores Associados, 2006. (Coleção Formação de Professores).

GIOVANNI, José Rui; CASTRUCCI, Benedicto; GIOVANNI JR., José Rui. **A Conquista da Matemática: 7º ano.** Ed. renovada. São Paulo: FTD, 2012.

IMENES, Luiz Márcio; LELLIS, Marcelo. **Matemática: 7º Ano.** São Paulo: Moderna, 2010.

KUSIAK, Rita Salete; PRESTES, Rosangela Ferreira; SCHIMIDT, Daniela; FRANZIN, Rozelaine de Fátima. **A utilização do software GeoGebra no ensino de geometria plana: uma experiência PIBID.** Artigo publicado nos Anais do 1º Seminário Nacional de Educação Digital, Passo Fundo, Brasil, abril de 2012. Disponível em: <<http://senid.upf.br/2012/anais/96196.pdf>>. Acesso em: 10 mar 2015.

**Site oficial do GeoGebra.** Disponível em: <<http://www.geogebra.org>>. Acesso realizado em: 10 mar 2015.

## APÊNDICE – Estudo Dirigido: Construindo ângulos no GeoGebra

|                               |                  |                     |
|-------------------------------|------------------|---------------------|
| <b>DISCIPLINA:</b> MATEMÁTICA | <b>ETAPA:</b> 1ª | <b>DATA:</b> /    / |
| <b>PROFESSOR(A):</b> _____    | <b>ANO:</b> 7º   | <b>TURMA:</b> _____ |
| <b>ALUNO(A):</b> _____        |                  | <b>Nº:</b> _____    |
| <b>ALUNO(A):</b> _____        |                  | <b>Nº:</b> _____    |

Caro estudante,

O objetivo desse estudo dirigido é trabalhar o conceito e a determinação da medida de ângulos, por meio de um tutorial, com auxílio do GeoGebra.

Para a organização do trabalho, crie uma pasta com o nome da dupla e salve todas as atividades de acordo com a sua numeração (Atividade 1 e Atividade 2). Ao término da aula, envie o material construído para o e-mail de vocês, pois ele comporá o trabalho final a ser entregue.

Em todas as atividades dessa apostila, você encontrará espaço suficiente para registrar as suas respostas. Esta apostila deverá ser entregue, com todas as atividades desenvolvidas, no dia \_\_\_\_/\_\_\_\_/\_\_\_\_. Há também um espaço reservado para a colagem das construções geométricas.

Como atividade final, cada aluno, individualmente, deverá produzir um texto dissertativo relatando sobre suas experiências vivenciadas nas aulas desenvolvidas no laboratório de informática. A elaboração dessa atividade será detalhada na Atividade 3.

O preenchimento dessa apostila se dará mediante as construções geométricas sugeridas em cada atividade. Em seguida, vocês deverão responder as perguntas enunciadas, encaminhando todas essas construções para o e-mail, e imprimindo cada uma delas para colarem no espaço destinado à “colagem da construção”.

Todas as perguntas deverão ser respondidas, em sequência, utilizando caneta da cor azul ou preta. Questões respondidas à lápis não serão consideradas.

Ao final de todas as aulas serão recolhidos os protocolos para avaliação. Portanto, faça o seu trabalho com dedicação e compromisso, pois vocês serão avaliados pelos registros produzidos e pela conduta no laboratório de informática.

Este estudo dirigido (tutorial) será desenvolvido pelas duplas, definidas previamente pelo professor. Cada dupla receberá apenas 1(uma) apostila.

Lembrem-se: o ambiente computacional é interativo e fascinante, mas conversas e brincadeiras poderão prejudicar sua aprendizagem e o andamento do trabalho.

Bom trabalho e se deixem levar pelo mundo maravilhoso da geometria!

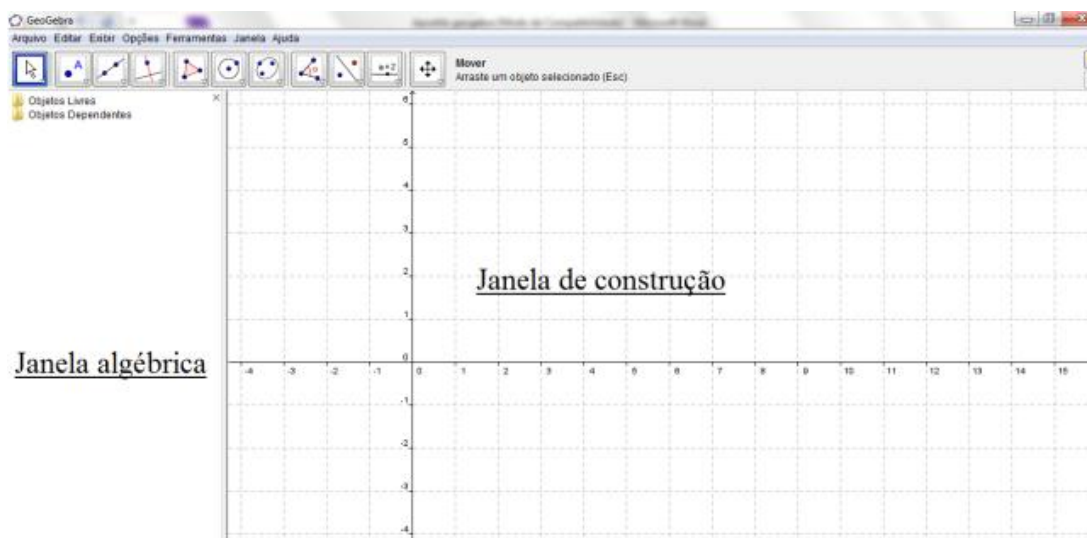
Nome do(a) professor(a).

O software GeoGebra é um programa disponível gratuitamente pela internet que trabalha a álgebra e a geometria simultaneamente. Você pode baixar o software através do link:

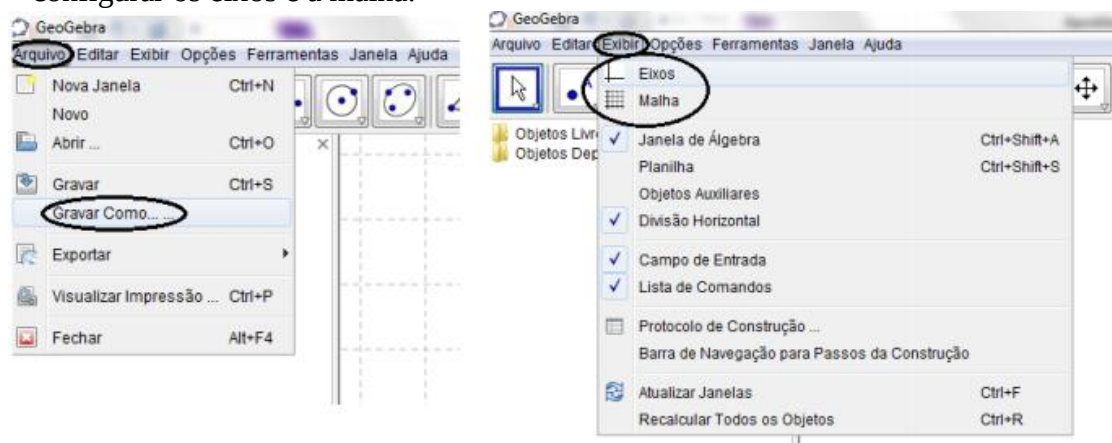
**[http://www.geogebra.org/cms/pt\\_BR](http://www.geogebra.org/cms/pt_BR)**

Para iniciarmos nosso trabalho precisamos conhecer um pouco mais sobre o programa.

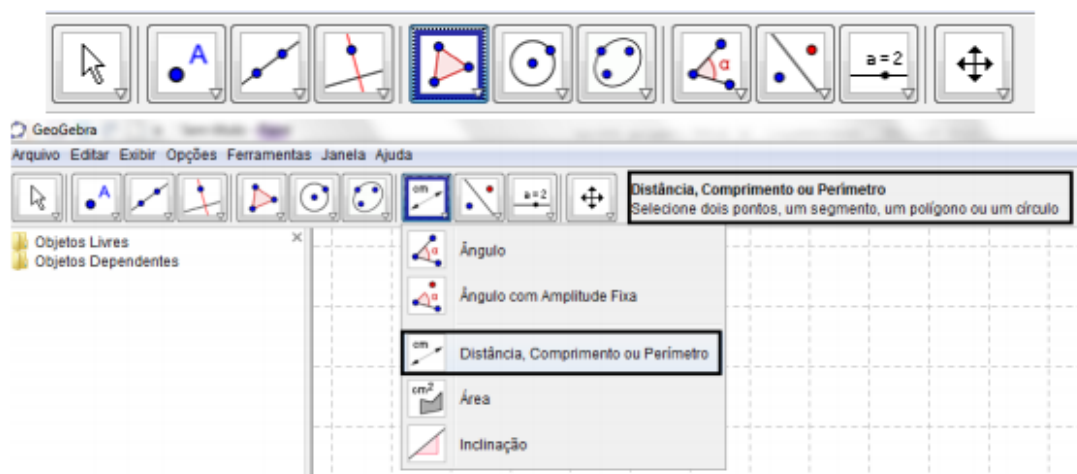
- **Janelas:** o software possui duas janelas: a **algébrica** e a de **visualização** (ou de construção).



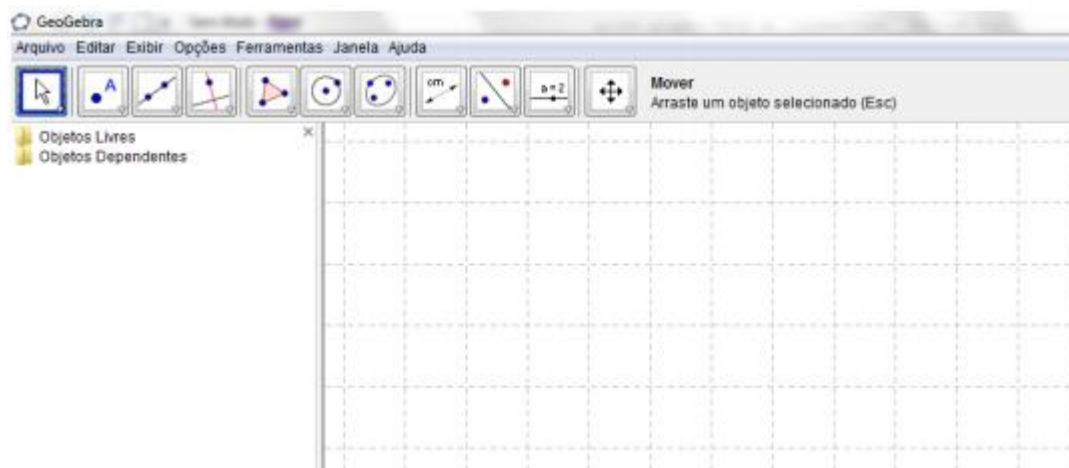
- **Barra de Ferramentas:** em nosso trabalho será útil para salvarmos as construções geométricas e para exibir/ocultar os eixos e a malha. Portanto, usaremos a ferramenta denominada “ARQUIVO” para salvar e a ferramenta “EXIBIR” para configurar os eixos e a malha.



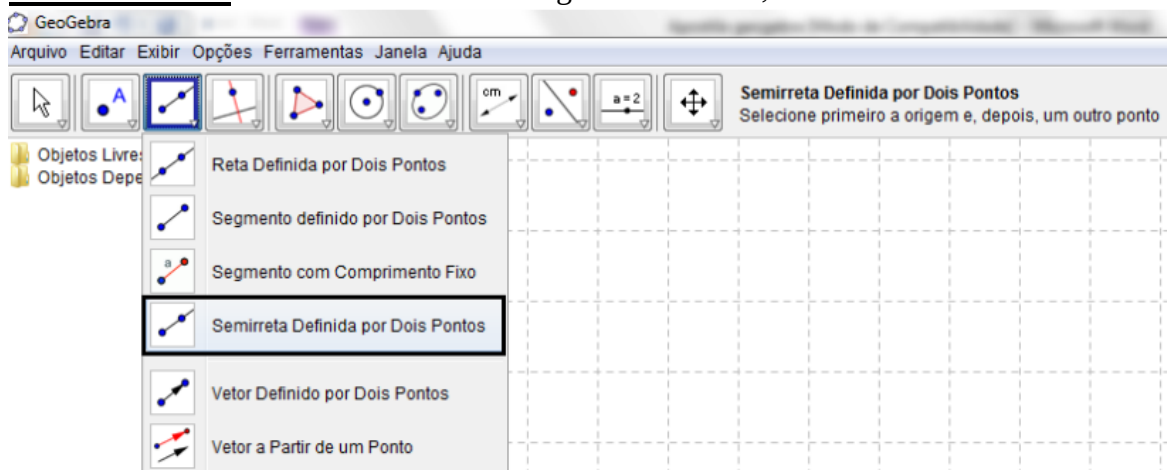
- **Barra de Comandos:** o programa possui onze ferramentas com opções diferenciadas de construção. Posicionando o mouse sobre cada ferramenta podemos ler seu nome e uma breve descrição da sua função. Cada ferramenta apresenta, em seu canto inferior direito, um pequeno triângulo invertido ▼. Ao clicar sobre ele, uma cascata com outras ferramentas ligadas àquela inicial surgirá.



Para darmos início ao nosso trabalho, devemos ocultar os eixos coordenados e exibir a malha quadriculada, que servirá de auxílio para as nossas construções. Portanto, clique no botão direito do mouse sobre a janela de visualização e selecione “EIXOS”. Da mesma forma, selecione a opção “MALHA”. Após esses procedimentos, a tela deverá ficar conforme a imagem abaixo.



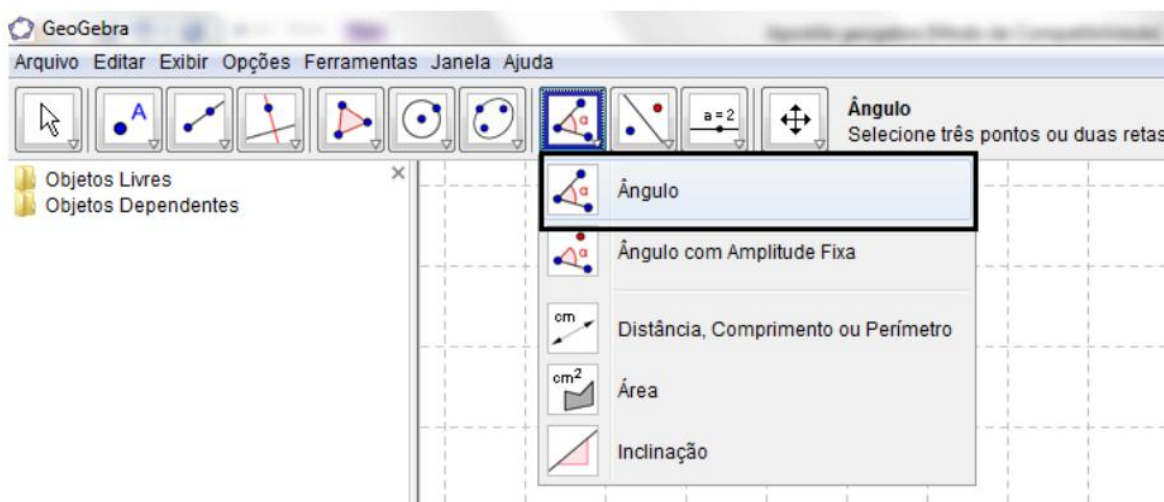
**ATIVIDADE 1:** Vamos construir um ângulo? Para isso, utilize a terceira ferramenta e



selecione a opção “SEMIRRETA DEFINIDA POR DOIS PONTOS”.

Clique em dois pontos distintos quaisquer, na janela de visualização. Aparecerá uma semirreta com os pontos A e B. O ponto A é chamado de ponto de origem do ângulo ou, ainda, vértice do ângulo. Utilizando a mesma opção “SEMIRRETA DEFINIDA POR DOIS PONTOS”, clique sobre o ponto A. Em seguida, clique em outro ponto qualquer na janela de construção, distinto do ponto B. Surgirá, então, outra semirreta que contém o ponto de origem A e o ponto C. Pronto! Vocês acabaram de construir um ângulo. Vamos, então determinar a medida desse ângulo (interno)? Para isso, selecione no oitavo ícone a ferramenta “ÂNGULO”.

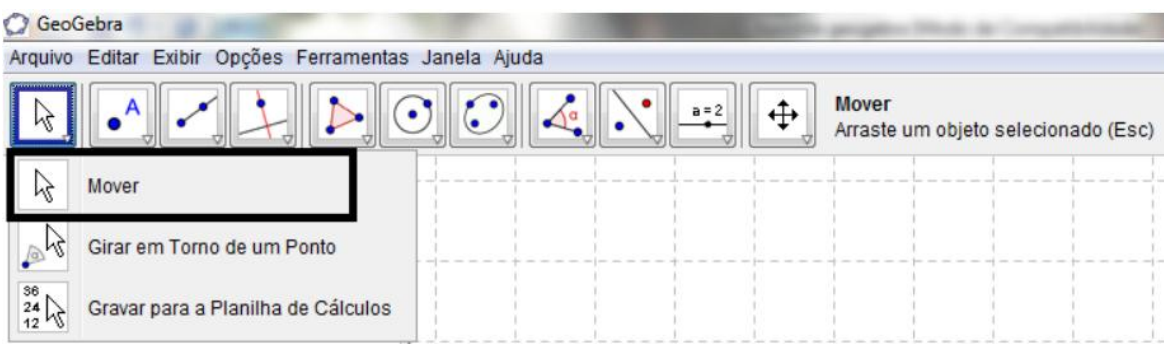




Clique nos três pontos determinados (B, A e C), nessa ordem. Cuide para que o ponto de origem A seja o segundo ponto a ser selecionado, no sentido anti-horário.

## COLAGEM DA CONSTRUÇÃO

Indique a medida do ângulo determinado pelos pontos A, B e C: \_\_\_\_\_





## COLAGEM DA CONSTRUÇÃO

Observe que a medida do ângulo  $B\hat{A}C$  alterou. Qual é a sua nova medida? Como vocês explicam a alteração na medida do ângulo?

---

---

---

---

Com base na construção realizada, reflita sobre a seguinte questão: o que é necessário para determinar a medida de um ângulo? Registre suas ideias.

---

---

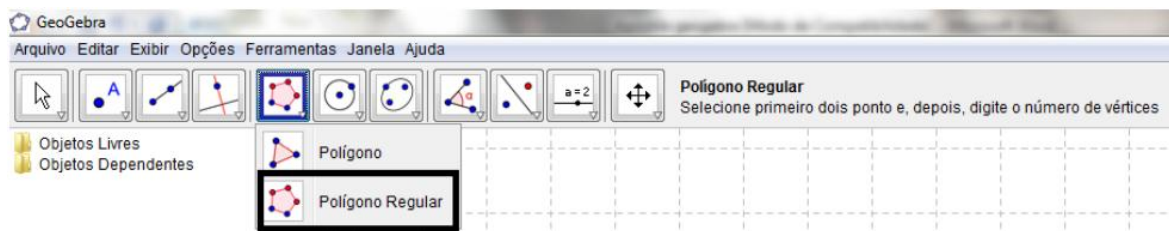
---

---

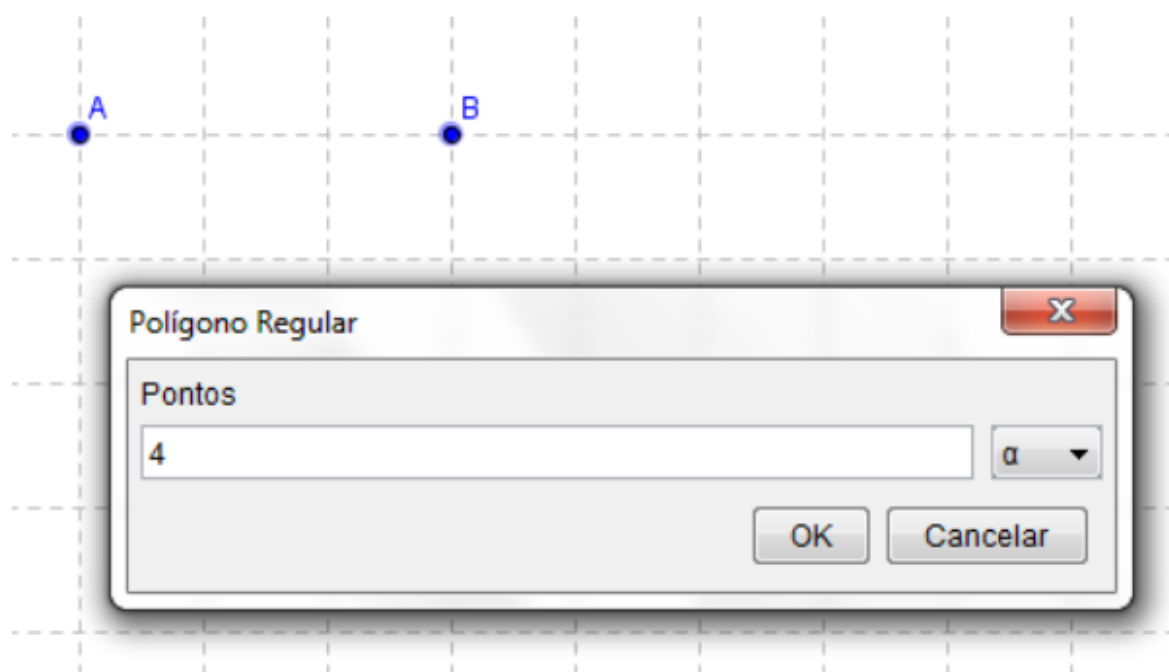
Na barra de ferramenta “ARQUIVO”, acesse a opção “GRAVAR COMO...” e salve a sua construção como **Atividade 1**.

Ainda na barra de ferramentas, após salvar a construção, utilize a ferramenta “ARQUIVO” e acesse a opção “NOVO” para iniciar a Atividade 2.

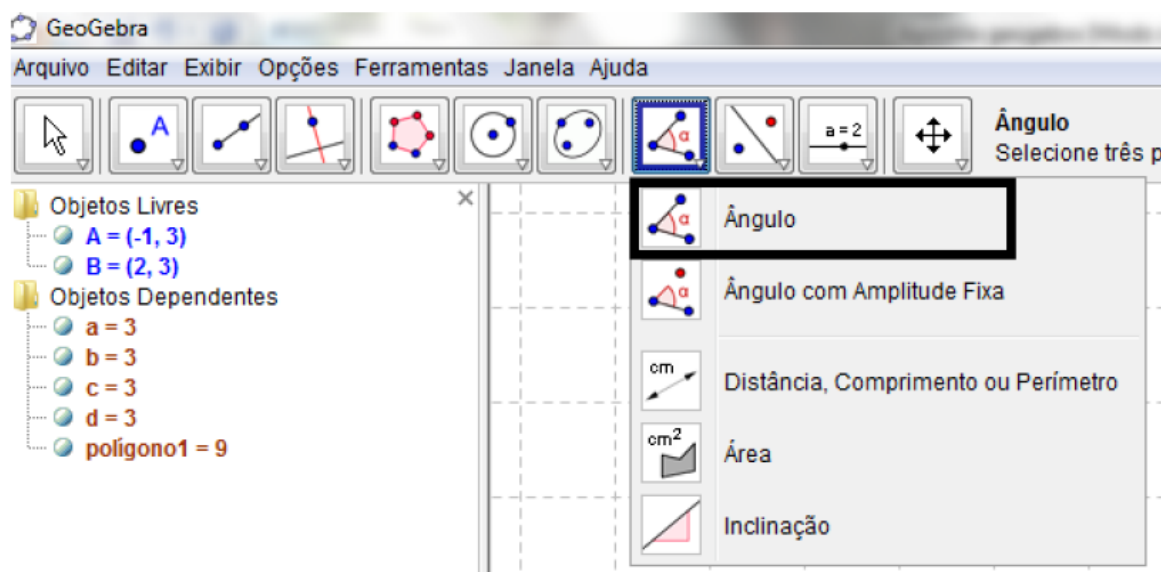
**ATIVIDADE 2:** Nesta atividade, vamos trabalhar o **quadrado**. Esse polígono vai nos ajudar a entender quais elementos interferem na medida de um ângulo. Inicialmente, selecione no quinto ícone a opção “POLÍGONO REGULAR”.



Clique em dois pontos distintos sobre a malha quadriculada, garantindo entre esses dois pontos (A e B) uma distância de 3 “quadrinhos”. Ao determinarmos esses dois pontos aparecerá na janela de construção uma outra janela, para indicarmos quantos vértices terá esse polígono. Como vamos construir um quadrado, devemos digitar o algarismo 4, por se tratar de um polígono formado por quatro vértices.

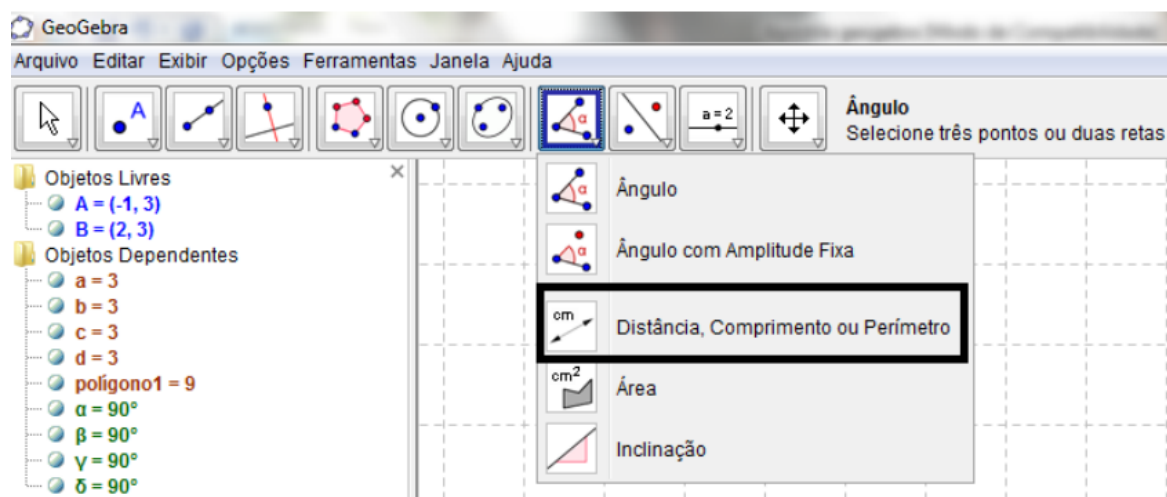


Acesse no oitavo ícone a opção “ÂNGULO” e clique no interior do quadrado para que sejam calculadas as medidas dos ângulos internos desse polígono.



O que vocês constataram em relação à medida dos quatro ângulos internos do quadrado?

Utilizando o oitavo ícone, acesse a opção “DISTÂNCIA, COMPRIMENTO OU PERÍMETRO” e, em seguida, clique sobre cada um dos lados do quadrado.



Utilizando as mesmas opções de construções construa, ao lado do quadrado já desenhado, dois outros quadrados: o primeiro com a medida de lado maior e o outro com a medida de lado menor, em relação ao quadrado desenhado inicialmente. Indique a medida dos ângulos internos e dos lados dos dois novos quadrados construídos.

## COLAGEM DA CONSTRUÇÃO

Compare as medidas dos lados dos três quadrados construídos. Em seguida, compare as medidas dos seus ângulos. A partir de suas observações, responda: a medida de um ângulo é influenciada pela medida de seus lados? Registre suas ideias.

---

A partir da construção sugerido na **Atividade 1** e dos quadrados desenhados na **Atividade 2**, responda a seguinte questão: na sua opinião, o que interfere na medida de um ângulo?

---

---

Grave as construções realizadas como **Atividade 2**.

This image shows a blank sheet of white paper with horizontal ruling lines. The lines are evenly spaced and run across the width of the page. There are no margins, text, or other markings on the paper.

- 
- This image shows a blank sheet of white paper with horizontal ruling lines. The lines are evenly spaced and run across the width of the page. There are no margins, text, or other markings on the paper.

# INVENTEM UM CALENDÁRIO: CERTEZAS E DESCONFIANÇAS OPERANDO COMO FLUXO INVENTIVO DE UM VIVER

Fernanda de Oliveira Azevedo<sup>1</sup>  
Margareth Ap. Sacramento Rotondo<sup>2</sup>

<sup>1</sup>UFJF - FacEd/PPGE, azevedof.oliveira@gmail.com

<sup>2</sup>UFJF - FacEd/PPGE, margarethrotondo@gmail.com

## Resumo

Uma proposição de aula com unidades de medida e dispositivos de organização de tempo. Uma turma do sexto ano de uma escola pública. Certezas abaladas. Desconfianças em composição. Estabelecido abalado. Invenção em processualidade. Como nos constituímos com e em embate com o estabelecido? Como, fugindo com ele, inventamos modos de viver e mundo? Crianças implicadas com o fazer com uma atividade de elaboração de e com calendários produzindo viver. Respirando, submergindo, emergindo, escapando por frestas, arranhando um muro prévio. Fluxos compondo uma aula de Matemática. Compondo formação. Inventando escola. Produzindo Educação.

**Palavras-chave:** calendário; invenção; mundo; produção; viver.

## UMA AULA DE MATEMÁTICA E UM CALENDÁRIO TORNANDO-SE MUITOS

Inventem um calendário. Vocês podem inventar tudo: nomes, quantidades de dias e feriados.

Uma aula de matemática com uma turma de sexto ano do ensino fundamental de uma escola estadual. Abertura com uma atividade com unidades de medida e um dispositivo de organização de tempo proporcionando invenção (KASTRUP, 1999)? O mínimo de critérios prévios para que se dê o máximo de produção? Algum critério como garantia? Invenção de um critério – abertura. Garantia de alguma produção?

*“Onde ontem, hoje e amanhã são a mesma coisa  
Sem a ideia ilusória de que o dia, a noite e a madrugada são coisas  
distintas.*

*Separadas pelo canto de um galo velho”*

(Trecho do texto “De ontem em diante” - O TEATRO MÁGICO)

**Figura 1: Gravura rupestre indígena localizada no município de Central (BA)**



Acredita-se que a gravura acima seja um calendário solar, com 183 divisões, que representam os dias do ano (a serem contados duas vezes, no sentido horário e anti-horário, totalizando 366).Disponível em: <http://gruposputnik.com/blog/?tag=constelacoes>. Acesso em: 12 de ago. 2015

## **PRODUÇÃO DE MODOS DE PENSAR E UM GRITO PELA NORMALIDADE**

As fazeções seguiam animadas. As crianças envolvidas e concentradas não afastavam os lápis das folhas de caderno por mais do que alguns instantes. Junto a isso, diziam dos nomes e motivos de comemoração rabiscados em seus calendários. Compartilhavam suas produções. Gargalhavam. Remexiam-se. Agitavam-se.

Todo aquele entusiasmo estava à conta de um transbordamento. Inventar um calendário acionava mais que criatividade e escapes pontuais aos discursos sobre trabalho ou disciplina, por exemplo, que lhe eram dirigidos pelas instituições que compunham: família, escola e estado, sendo algumas delas. A atividade não consistia em um momento de recreação em que se destituíam do compromisso escolar com a aprendizagem e apropriação de saberes como alunas e alunos. Constituía-se como uma prática que solicitava implicação. E implicação prolonga-se aos modos de viver.

Espera aí! Esses calendários não são normais!

Assim diziam as mãos em sinalização de *pare!* e os braços frenéticos posicionados à frente do tronco. Assim exclamava o compositor de uma folha repleta de palavras e riscos tabelados. Um calendário andava sendo composto no papel sobre a mesa, emergindo com um incômodo incessante gritado do meio da sala.

Muitos rostinhos se viraram atentos ao que o colega exclamava. Outras mãozinhas se mantinham no fazer. Do canto abaixo da janela, os olhos vidrados no papel que também vinha sendo preenchido com ficções acompanhavam um dedo indicador em riste se manifestando:

Normais não! Esses calendários não são iguais ao nosso.

Embrulho na garganta. *Normais?* Como assim? *Normais e iguais ao nosso* são expressões equivalentes? Não são? Como assim?

Pouco a pouco, as faces voltavam a estar direcionadas para as mesas e as escritas e os traços retornavam em movimentos compenetrados. E o transbordar contaminando.

Uma menina faceira se empolga a inventar:

Então nós podemos organizar os dias de outras maneiras, por outras categorias, e podemos ter um mês de dez dias e outro de cinquenta, dependendo do tema do mês.

Um menino de postura rígida sobre a cadeira e material organizado sobre a mesa é perturbado:

Mas por que um grupo de pessoas usaria um calendário assim?

E um colega não hesita:

Porque eles nunca foram à escola!

Risos com a resposta emergem ressoando pelos corredores do prédio. Na escola e em casa eles ensinaram o calendário. O certo. O único. O que devemos aprender para nos orientar a conviver em sociedade, a con-viver em sociedade. Que calendário? O único? Que aprender? Que viver? Que sociedade? As crianças mergulhadas seguiam produzindo suas ficções.

Que outro pretexto teriam algumas pessoas para se orientarem de outras maneiras senão a ausência de um sistema instituído, que naquela tarde se caracterizava na voz de um menino com *escola*? *A escola normatiza* traduziria a resposta. Naquele dia, naquela escola, decompunham-se e produziam-se certezas e desconfianças. Que se fazia na, da e com aquela aula de matemática?

## **PRIMEIRO CALENDÁRIO OU UMA TORÇÃO DE JULHO JUNTO AO VIVER**

*“Fecha-se os olhos para a preeminência fundamental das forças de uma ordem espontânea, agressiva, conquistadora, usurpadora,*



*transformadora e que dão incessantemente novas direções; a adaptação está, de início, submetida à influência delas [...]*”

(NIETZSCHE, 2009, p. 12)

Uma fazção com a produção de calendários com o viver e com um calendário se tornando acontecimento.

Calendário: um único mês, Julho. Há necessidade de produzir um mês para um calendário anual que só possuirá um? Essa organização não seria a de um ano, então? Reconhece-se um calendário em que os anos são organizados em meses. Uma aproximação ao estabelecido? Apego? Como desapegar-se do estabelecido?

A quantidade de dias do único mês em função da quantidade e distribuição dos feriados, afinal,

nem todo dia pode ser feriado!

Há outras ocupações relevantes ao viver. Algumas dessas ocupações se dão nos feriados. Outras, nos dias determinados às funções de manutenção da vida. Alguma dose de manutenção da vida insinua-se necessária. Que dose? Um calendário organizado em um mês de trinta e seis dias em que há nove feriados. Como se dá uma manutenção da vida junto ao viver? Manutenção estabelecida previamente ao vívido? Facultativa? Manutenção que se dá junto aos acontecimentos do vívido? Inventada junto aos acontecimentos? Manutenção estabelecida? Manutenção provisória? Manutenção como norma? Há dias estabelecidos como feriados. Um calendário. Para todos? Ou cada um inventando seu calendário?

Rouba-se um nome de um mês de um calendário: Julho. Um mês de Julho mais extenso do que o de um certo calendário que também possui um mês com esse nome. No Julho sendo inventado, cinco semanas completas. Os nomes dados aos dias das semanas também são roubados de um calendário estabelecido previamente à invenção deste que vai sendo conhecido e reconhecido antes da escola e na escola. Escoa-se por frestas produzidas pelo vento e pela chuva no muro. Roubo como apropriações. Um mês sendo inventado, feito seu. Semanas sendo inventadas, feitas suas. Como inventamos nossas semanas, nossos meses e anos? Como modos de viver são inventados junto ao estabelecido?

## **SEGUNDO CALENDÁRIO OU ENSAIOS COM ESCAPES DO ESTABELECIDO**

Risco produz insegurança.

Que modos de vida se inventam lançados à insegurança? Ao conceber que o estabelecido que se sustenta em submeter o viver é uma produção, modos constituídos junto a ele são empoderados a produzirem-se como singularidades. Viver potente e inventivo.

Que modos de vida se inventam com uma resistência à insegurança? Abrigam-se na verdade. Produção e reprodução de padronizações como dispositivos de controle que escapam à insegurança, abrigando-se no que se pode reconhecer. Viver submetido.

A quantidade de meses e de dias por mês é o quanto cabe na sua folha de papel. Um único feriado:

vinte e três de março é meu dia!

Apoderar-se do estabelecido: tomando posse de dias, de meses e de suas organizações, inventando outros modos de operar com eles. Tornam-se seus.

Outra ordem anual: Março, o primeiro mês, seguido de Junho, Julho, Outubro, Dezembro e Fevereiro. E recomeça um ciclo. Tempo em ciclos? Tempo não estaria constantemente em um emaranhado? Como constituir uma vida concebendo-se que se está constantemente compondo um emaranhado? Emaranhado: instável, misturado, confuso, complicado. Possibilitando mover-se em diversas direções e sentidos, sem uma pré-ocupação com um trajeto, estando ainda no entre. Como organizar uma vida? Uma vida solicita organização? E um viver, como ação, solicita organização?

Um calendário composto por seis meses, todos eles com vinte e cinco dias enumerados. Um viver vai sendo produzido com a rotina pré-estabelecida dos dias da vida. Como o viver se dá com o estabelecido? Operar com o estabelecido ao seu modo.

Um calendário que se constitui como apropriação e produção junto a um calendário reconhecido: quantidades padronizadas de dias organizados em meses nomeados da mesma maneira e um dia destacado como um aniversário. Como uma resistência em nos desprendermos do estabelecido vai sendo produzida? Como produzimos com o estabelecido? Como lidamos com o risco do desprendimento?

### **TERCEIRO CALENDÁRIO OU INVENÇÕES PROVISÓRIAS DE SI**

*“[...] estaríamos mais próximos, sem dúvida, de um tempo da alucinação do que de uma consciência do tempo.”*

(PELBART, 2004, XXI).

Seis meses em desordem: Fevereiro, Janeiro, Abril, Março, Setembro e Dezembro.

É assim que eu sou: desorganizado.

Desordem remete à negação da ordem. A ordem? A desordem? Pensar *uma certa ordem* produz uma abertura à produção de modos de variação do tempo. Um calendário em invenção proporcionando a produção de variações, distintos da habitual de um calendário reconhecido e utilizado na rotina da vida. Pensar a rotina e a vida como invenções permite pensar a si como invenção.

Estou inventando outras coisas: não é uma ordem.

E inventando-se com coisas outras.

Um descuido com os quadros riscados no papel? Justapostos e divididos em quatro colunas e seis linhas, cada célula dos quadros contendo um número de um a vinte e quatro em ordem crescente. Depois da célula enumerada como vinte e três, no quadro denominado Abril, uma célula enumerada como vinte e um. Ao lado deste quadro, outro denominado Março. Nele, na sequência da célula vinte, uma enumerada vinte e dois. E seguem, da vinte e três à vinte e cinco. Uma leitura considerando uma separação entre os quadros. Tempo como linearidade e divisibilidade.

Um mês de Abril de vinte e três dias. Ao lado dele, um mês de Março contendo vinte e cinco. E uma sexta feira de Março acontecendo em Abril, dia vinte e um. Outra leitura com um embrenhar-se dos meses, um no outro. Um acidente faz Março invadir Abril.

Como inventar-se com o tempo? Que efeitos certa divisão do tempo produz? Vida com fragmentação e viver que a invade. Um viver é como carro sem freio, como cavalo sem rédeas. Não se podem dominá-los. Viver dá-se em continuidade e em rupturas através de processualidades. Como produzir outros sentidos com o tempo? Um modo: viver – tempo como duração (KASTRUP, 2005). Indivisível. Infragmentável. Potência. Transformação (ROCHA, 2006).

Um mês começa e termina. Um viver começa? Termina? Como processualidades se dão com um calendário? Submete-se um viver à repetição de um começo e um fim? Como operar com uma organização e uma ordem, ambas prévias junto ao viver? Previsibilidade comunga com viver?

#### **QUARTO CALENDÁRIO OU UMA MENINA QUE TORCE VERDADES**

*“ao estável não se fará jamais algo que dure”*

(KASTRUP, 2005, p. 154).

Um calendário reconhecido institucionaliza datas específicas para especificidades, singularidades, multiplicidades. Funciona como dispositivo de atribuição de formas às forças. Estabilização às resistências e aos movimentos.

Convergindo com um modelo, uma menina determina: dezoito de Abril – Dia dos Pobres – e dezoito de Março – Dia dos Doidos. Institui datas específicas

para valorizar alguém que é reprimido na rotina.

Divergindo de um modelo, uma menina ensaia um respiro: incomoda-se com o instituído e com o normativo.

Compartimentaliza singularidades? Problematiza multiplicidades. Institui diferenças? Resiste e se movimenta com diferenças. Uma invenção de anormalidades produz uma menina que concebe mundo e viver como multiplicidades. Que se constitui desse modo e constitui um mundo assim. Percebendo discursos prévios produzindo ilusórios e vulneráveis padrões, arrisca-se e lança-se à contramão deste fluxo. Experimenta produzir respiros frente ao que se constitui como restos ou excessos inapropriados a serem corrigidos e eliminados. Torce e rompe discursos. Produz respiradouros e afirmação de vida, de viver.

#### **QUINTO CALENDÁRIO OU O MÍNIMO DE CRITÉRIOS POSSÍVEIS POSSIBILITANDO ALGUMA INVENÇÃO**

*É que a criança é inocência e esquecimento, um novo começar, um brinquedo, uma roda que gira por si própria, primeiro móbil, afirmação santa. Na verdade, irmãos, para jogar o jogo dos criadores é preciso ser uma santa afirmação; o espírito quer agora a sua própria vontade; tendo perdido o mundo, conquista o seu próprio mundo.*

(NIETZSCHE, 2011, p. 28).

Em outro canto da sala, uma criança colore alguns traçados em uma folha de caderno. O primeiro dia, em vermelho, estabelece um feriado.

Não tem do que ser. Vai ser dia do que inventarem a cada ano.

Em outro mês, ao lado, dias representados por 5, 6, 7 e 8. Dia 8 também marcado como feriado indeterminado. Um calendário solicitando invenções. Provisoriedade. Solicitando um estar sensível ao momentâneo e presente e, com isso, inventar sentidos e valores. Sem institucionalizações que resistam a mais que acontecimentos locais e singulares. Uma criança compõe, com uma proposição de uma aula, uma metodologia: um único critério – escolher dias para serem feriados – possibilitando invenção – feriados sendo inventados local e momentaneamente. Modo de produção de um calendário: abertura. Inventa um modo que flui em aberturas e potencializa presença e composição. Apodera-se de um modo. Empodera-se em operar com ele.

## **SEXTO CALENDÁRIO OU UM VIVER INVENTANDO-SE**

Um ano composto por três meses: quarenta e três dias, no total. Seis dias do ano para destruir a escola. Um menino de boletim azul. Um nome ausente do livro de advertências escolares.

Dia de destruir a escola.

E você faria o que ao destruir a escola? - uma pausa, os olhinhos virados pra cima.

Teria outras coisas no lugar destas. Teria uma piscina e quadras para vários esportes. Aula de música e de dança. Camas e sofás. E várias refeições no dia.

E sala de aula?

Não teria.

E turmas, provas, notas, aprovação?

Não, não.

E aprendizagem?

Ah, isso teria. Um largo sorriso estica as bochechas redondas. E teria professoras também. E mais crianças. E sem relógios. Passaríamos o dia quase todo aqui. E seria tudo diferente.

Formas: uma criança bem sucedida no sistema escolar. Efeitos de forças: uma criança inventa dias de destruir a escola, seu principal feriado. Dá conta do sistema e inventa outros modos? Dá conta de um modo de lidar com o sistema, abafando-se? Produz com o sistema um romper. Destruir o sistema para respirar? Elabora modos de dar conta de solicitações estabelecidas e modos de romper com verdades prévias. Inventar escola. Inventar vacúolos de respiração. Respirar para viver.

Como lidar com o sistema, junto dele, de modo potente e inventivo? Como respirar junto do sistema, produzindo vacúolos no sistema? Como inventar modos de viver esgarçando a vida, escapando com a vida?

## INVENÇÃO DE CALENDÁRIOS E DE DESCONFIANÇAS

Uma proposta de produção de calendários ensaiando abertura. Evitando estipular mais critério do que um “mínimo” intencionando potencializar invenções. Escapando aos direcionamentos excessivos. Produzem-se alguns critérios que atendam a este *mínimo necessário*: nomes, dias e feriados.

Fazção: calendários. Outros critérios vão sendo inventados. Tomar um, dois, seis meses e torná-los outros, produzindo quantidades de dias e datas comemorativas, mudando suas ordenações estabelecidas ou negando uma produção de ordenações.

Uma aula de matemática de uma escola pública baseada em alguns pressupostos: tempo organizado em dias e anos. Escapando a uma reapresentação de um calendário instituído e aos exercícios de fixação e aplicação, propondo pensar processos de invenção com o tempo que constituem modos de vida junto ao viver. Aula de Matemática como espaço-tempo de produção de modos de viver e de pensar um mundo. Ou mundo como invenção. Propondo-se a um embate com uma representação de uma forma estabelecida, problematizando formas prévias e dadas e efeitos de jogos de forças que fortalecem suas estagnações. Abertura à experiência (LARROSA, 2002) com invenções junto a uma ação de organização e ordenação, neste caso, do tempo. Como invenção se dá como acontecimento junto a uma ação de produção de um modo de operar com o tempo? Organizar o tempo coopera com a manutenção da vida e das formas normatizadas de viver? Que efeitos vão sendo produzidos com problematizações dessa ação?

Aulas de matemática sobre unidades de medida de tempo. Quanto é necessário dar conta do sistema? Como dar conta do sistema? Que modos de vida são produzidos com o sistema? Como produzir um viver potente sem negar uma sistematização a favor da manutenção da vida?

Normais não, esses calendários não são iguais ao nosso.

Invenção acontecendo na escola, junto ao estabelecido, produzindo modos de viver e pensar.

Meses com quatro, quarenta e um, doze, vinte, dois mil e quatorze dias. Dias de doze horas. Anos de um, dois, quatro meses. Meses com e sem uma organização em semanas. Junto a uma organização estabelecida: horas em dias, dias em meses, meses em anos – se dão invenções de calendários e de modos de viver. Junto à produção de calendários vão sendo inventados problemas com o normativo e com a produção de sentidos. Junto com problematizações com o instituído e invenção de sentidos, vão sendo produzidos apoderamentos de modos de organizar o tempo cronológico. E empoderamentos com a invenção de modos de operar com ele. De modos de viver junto ao cronológico. De modos de inventá-lo como seu. De insistências e resistências a modelos prévios. De ação junto à vida. De invenção do viver. De um viver potente.

Uma aula de matemática decompondo verdades e certezas tatuadas por discursos e práticas apresentados e representados por um modo de vida. Disparando pensar no pensamento.

*Há tão somente máquinas em toda parte, e sem qualquer metáfora: máquinas de máquinas, com seus acoplamentos, suas conexões. Uma máquina-órgão é conectada a uma máquina-fonte: essa emite um fluxo que a outra corta. (...) Algo se produz: efeitos de máquina e não metáforas.*

(DELEUZE & GUATTARI, 2004, p. 15).

Como assim normal? Como assim normal ter o mesmo sentido de igual ao nosso? Como assim normal não ter o mesmo sentido de igual ao nosso? O que não reconheço em meu modo de vida não é normal. O que não reconheço em meu modo de vida não é normal? Que é normal? Como a invenção de uma normalidade produz efeitos como modos de viver? Normalidade, normatividade, padronização. Escapes. Abafamentos. Respiradouros. Viver.

A fazeção, por vezes, se compunha em decompor certo calendário. Decompor como apodrecimento que deteriora a matéria produzindo vida. E algumas marcas disparando outros modos de operar com o tempo cronológico. Escapando ao estabelecido sem negação: fugindo à vida com a vida. Que isso implica?

Estar no limite do abismo, no mais limiar. Sem saltar. Um salto produziria morte.

Cada um inventando seu calendário: apoderamento de um modo de operar com o tempo cronológico, empoderamento de um modo de viver. Produção de uma aposta: inventando seu calendário torna-se mais potente inventar práticas e pensar junto ao instituído, também uma produção, sem submeter-se a ele.

Efeitos com uma aula: estremecimento de verdades impostas, de normas instituídas. Respiradouro para modos de viver que escapam à normalidade. Aula como disparador da invenção de modos de viver que não se enquadram, que esgarçam a realidade.

Efeito de instituir o que escapa a certa normalidade? Efeito de pôr em movimento o que se instituiu provisoriamente como certa normalidade? Pensar como provisoriamente uma produção de sentidos e de valores. Uma aula de matemática como ensaios com o viver. Esburacando certos sistemas.

## REFERÊNCIAS:

DELEUZE, G.; GUATTARI, F. **O anti-Édipo: capitalismo e esquizofrenia** 1. 403ª edição. Lisboa: Arrírio & Alvim, 2004.

KASTRUP, V. **Políticas cognitivas na formação do professor e o problema do devir-mestre**. Disponível em: <http://www.scielo.br/pdf/es/v26n93/27279.pdf>. Acesso em: 12 de ago. 2005.

LARROSA, J. **Notas sobre a experiência e o saber de experiência**. Disponível em: <http://www.scielo.br/pdf/rbedu/n19/n19a02.pdf> . Acesso em: 12 de ago. 2002.

NIETZSCHE, F. **Assim falou Zaratustra: um livro para todos e para ninguém**. 6ª edição. São Paulo: Companhia das Letras, 2011.

\_\_\_\_\_. **Genealogia da Moral: uma polêmica**. 1ª edição. São Paulo: Companhia das letras, 2009.

PELBART, P. **O Tempo Não-Reconciliado: Imagens do Tempo em Deleuze**. 1ª edição. São Paulo: Perspectiva, 2004.

O TEATRO MÁGICO. **De ontem em diante** (poesia/música). Disponível em: <http://www.vagalume.com.br/o-teatro-magico/de-ontem-em-diante.html>. Acesso em: 12 de ago. 2010.

# INVESTIGANDO A RELAÇÃO ENTRE PÃES MOFADOS E FUNÇÃO EXPONENCIAL<sup>1</sup>

**Daniela Mendes Vieira da Silva-Mestranda**

*PPGeduCIMAT-UFRRJ-danielamvds@ufrrj.br*

**RESUMO:** Este trabalho apresenta a análise qualitativa da aplicação de uma sequência pedagógica criada para o aprendizado de funções exponenciais. Sequência essa vivenciada em três momentos distintos em um processo que teve a duração de aproximadamente um mês. Primeira etapa: exposição de exemplos cotidianos. A utilização destes exemplos, serviu como gatilho disparador da discussão da temática e da construção da generalização do assunto abordado. Segunda etapa: Constituiu-se de práticas laboratoriais com materiais concretos realizadas com exemplos específicos, e, portanto, partindo de definições informais do tema visando compreender o comportamento de algumas funções exponenciais, além de jogos educacionais com o mesmo objetivo, sendo estes acrescidos da natural ludicidade que a competição propicia. Terceira etapa: modelagem matemática e análise do crescimento de uma colônia de fungos. Em cada uma destas vivências, os alunos foram estimulados a alcançar raciocínios cada vez mais complexos até atingirem a etapa mais alta de cognição, que podemos denominar como criação, onde eles puderam formalizar as funções exponenciais. Esta atividade foi vivenciada em uma escola estadual do Rio de Janeiro com resultados muito satisfatórios, comprovados também por avaliações internas e externas, além de ter apresentado baixíssimo custo de implantação, podendo ser replicada com muita facilidade por outros docentes que assim desejarem.

**PALAVRAS CHAVE:** Didática, Modelagem Matemática, Aprendizagem Significativa.

## TEMA E PROBLEMA

No Projeto Laboratório Sustentável de Matemática (LSM), desenvolvido e sediado no Colégio Estadual Hebe Camargo, estou sempre buscando abordagens pedagógicas significativas que facilitem o aprendizado dos alunos. Nesta busca surgiu um desafio: criar uma abordagem pedagógica que os auxiliasse a compreender o abstrato tema, Função Exponencial (MATHIAS, 2008).

Optei por este caminho metodológico, uma vez que baseada em pesquisas anteriores observei que a abordagem tradicional do tema não tem tido sucesso na promoção da compreensão e construção de temas abstratos, para mais detalhes ver (SILVA, 2014).

Buscando solucionar esta problemática, encontrei na taxonomia de Bloom (2001) o referencial teórico que nortearia a sequência pedagógica que seria nosso guia para que alcançássemos nosso objetivo. Segundo esta abordagem pedagógica, o aprendizado se dá em níveis cognitivos que crescem em complexidade, iniciando no conhecimento (nível 1) e alcançando a criação (nível 6), sendo este último degrau o mais elevado de todos, vide quadro 1.

---

<sup>1</sup> Versão Revisada de trabalho apresentado em 2015 no V SHIAM (Seminário Nacional de. Histórias e Investigações de/em Aulas de Matemática).



**Quadro 1: Estruturação da Taxonomia de Bloom no domínio cognitivo**

|              |          |                                                                                                                                           |
|--------------|----------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Conhecimento | lembrar  | • Diz respeito ao aprendiz trazer à consciência informações e conteúdos já armazenados.                                                   |
| Compreensão  | entender | • Relaciona-se à capacidade de o aprendiz em entender o significado de uma informação ou de um fato.                                      |
| Aplicação    | aplicar  | • Envolve a habilidade de o aprendiz usar informações em uma situação nova.                                                               |
| Análise      | analisar | • Envolve a habilidade de o aprendiz em separar as partes relevantes e irrelevantes e inter-relacioná-las em busca de compreender o todo. |
| Avaliação    | avaliar  | • Diz respeito ao aprendiz julgar a relevância e a organização de um dado material.                                                       |
| Criação      | criar    | • Relaciona-se à capacidade de o aprendiz juntar os elementos apreendidos em busca de uma nova ideia.                                     |

Fonte: Bridon & Neitzel, 2014, p. (437-462)

Portanto preparei e investiguei uma sequência pedagógica tendo estes degraus cognitivos como norteadores das práticas vivenciadas.

## **METODOLOGIA**

## **APORTE TEÓRICO**

Para esta investigação, optei pelo estudo de caso, no qual, como professora pesquisadora, tive papel ativo em todo o processo (D'AMBRÓSIO, B & D'AMBRÓSIO, U, 2006). Estudo esse que objetivou aprofundar o entendimento em uma situação muito específica: o uso de modelagem matemática subsidiada por material concreto e softwares matemáticos no processo de ensino aprendizagem de funções exponenciais. (MATHIAS, 2008)

Para tanto escolhi algumas ferramentas etnográficas para a coleta dos dados, tais como diário de campo e registros fotográficos das atividades, que foram analisados qualitativamente com o objetivo de compreender o processo vivenciado (ANDRÉ, 2008).

Este estudo foi realizado com setenta alunos pertencentes a duas turmas de primeiro ano de ensino médio em uma escola estadual situada no bairro de Pedra de Guaratiba localizada na capital do estado do Rio de Janeiro.

## **CONHECIMENTO: O INÍCIO DA CAMINHADA**

Segundo a taxonomia consultada, no primeiro degrau é esperado do aprendiz que se lembre/memorize o que lhe for apresentado. Este degrau se apresentou como um bom ponto de partida para nossas práticas, esta constatação se apoiou em David Ausubel(1982), onde encontrei o esclarecimento de que o aluno só aprende a partir do que já sabe, portanto, para o sucesso desta abordagem pedagógica seria essencial que o trabalho se

iniciasse pela ancoragem dos conhecimentos que deveriam ser aprofundados através da apresentação dos mesmos aos estudantes em uma perspectiva memorativa. Isto não deve ser confundido com educação Bancária, árida, mecânica, descontextualizada, tão duramente combatida pelo mestre Paulo Freire (2011).

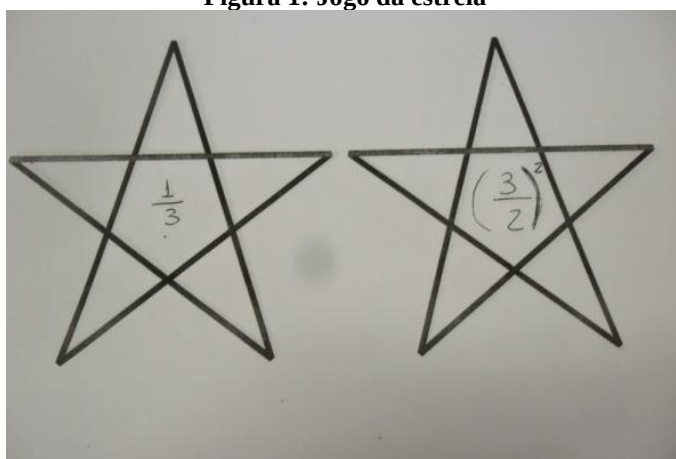
Meu objetivo aqui foi o de preparar terreno para a escalada dos demais degraus cognitivos, buscando o desenvolvimento do educando caminhando na direção oposta da educação mecânica que inicia e termina no primeiro degrau, o mais baixo de toda a escala. Utilizei duas aulas.

## DO CONHECIMENTO À COMPREENSÃO

Neste estágio, espera-se do educando que dê sentido ao conteúdo. Visando levar os nossos alunos a galgarem este degrau, preparei uma oficina onde eles trabalharam, divididos em grupos, as definições estudadas na aula anterior, utilizando jogos e materiais concretos como subsídios.

A primeira parte das práticas do dia foi vivenciada com o Jogo da estrela, adaptado do jogo elaborado pelo GEMat-UERJ/Lúdica, onde os alunos receberam 4 estrelas como as retratadas abaixo, com um número qualquer representado em seu centro:

**Figura 1: Jogo da estrela**



Fonte: Dados de pesquisa

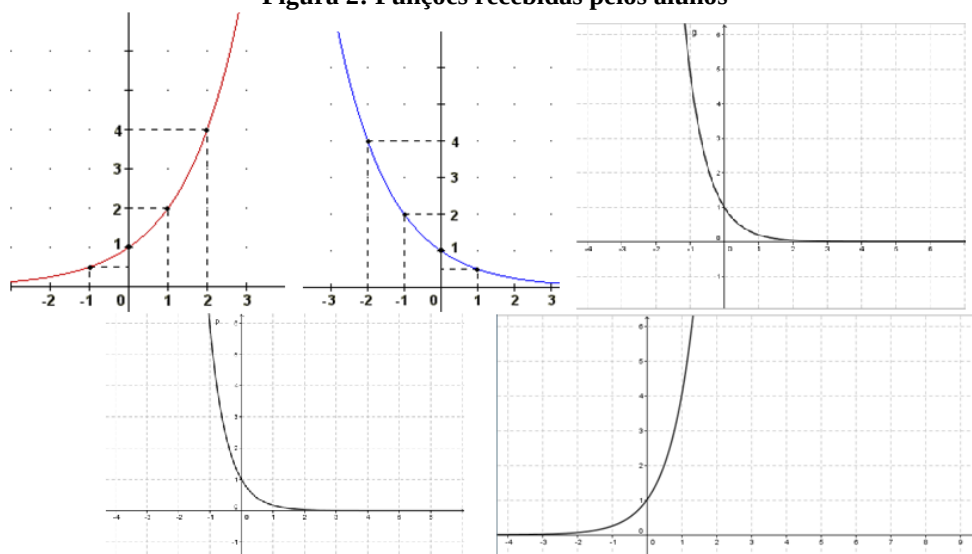
O objetivo do jogo foi o de completar as pontas de cada estrela escrevendo nas mesmas, 5 representações diferentes em forma de potência, calculadas com estratégias diferentes para cada ponta.

Este jogo propiciou uma revisão deste fundamento, essencial à compreensão do tema função exponencial, a ser trabalhado. Para vivenciá-lo, distribuí duas folhas, totalizando quatro estrelas desenhadas, cada uma com um número diferente em seu centro, e com as pontas em branco para cada grupo. A equipe vencedora foi aquela que completou suas quatro estrelas primeiro de acordo com as regras supracitadas. Aqui estamos trabalhando no primeiro degrau, tal qual a aula anterior.

Após o jogo, iniciei o segundo momento da nossa oficina: trabalhando com material concreto para explorar as funções exponenciais. Inicialmente, as equipes receberam uma série de funções exponenciais para que descobrissem suas leis de

formação. Também esta atividade remonta ao primeiro degrau, e o meu objetivo aqui foi o de fazer a transição entre os estágios de forma natural e intuitiva para o educando.

**Figura 2: Funções recebidas pelos alunos**



Fonte: Dados de pesquisa

Na sequência, os grupos receberam as funções exponenciais:  $f(x)=3^x$ ,  $f(x)=(1/3)^x$ ,  $f(x)=3^{-x}$ ,  $f(x)=(1/3)^{-x}$  e  $f(x)=(1)^x$ . E também um plano cartesiano milimetrado feito com sucata, onde eles construíram e analisaram em conjunto as funções recebidas de forma concreta fazendo a transição para o segundo degrau (compreensão).

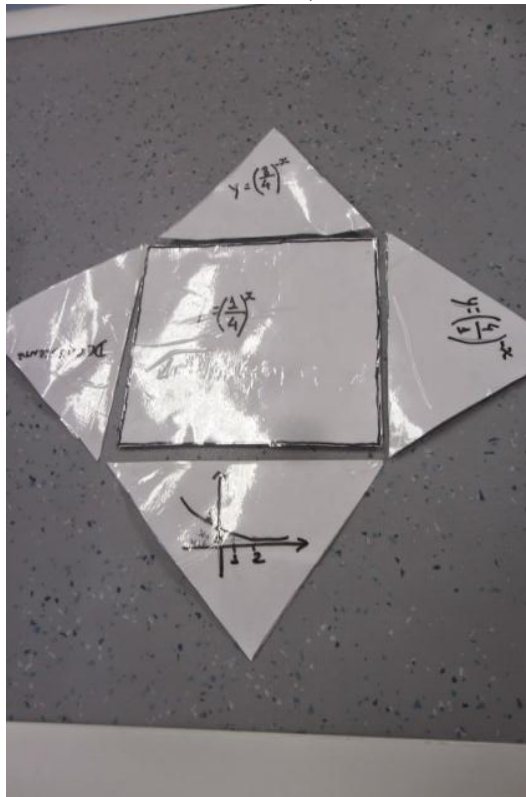
**Figura 3: Alunos analisando as funções recebidas com o apoio do plano cartesiano milimetrado.**



Fonte: Dados de pesquisa

Após a vivência com o material concreto, chegou o 3º momento da atividade do dia, que buscou consolidar o aprendizado de todos os envolvidos. Neste momento, os alunos foram convidados a montar quatro pirâmides planificadas (jogo adaptado a partir do jogo da estrela supracitado), cada qual, em cuja base estava grafada uma função exponencial, e cada lado da respectiva pirâmide deveria corresponder à função em sua base.

**Figura 4: Pirâmide montada corretamente, com lados relacionados à sua base.**



Fonte: Dados de pesquisa

Neste jogo que encerrou a oficina, assim como no que a abriu, ganhou a equipe que montou suas figuras primeiro.

Nesta atividade foi fácil perceber que os alunos haviam construído o aprendizado, pois completaram a atividade muito rapidamente e com muita satisfação, mostrando que esta foi uma atividade agradável e instrutiva para todos.

### **DA APLICAÇÃO À AVALIAÇÃO**

No experimento que fechou a sequência pedagógica, baseado nas pesquisas sobre modelagem matemática de Maria Salete Bienbegut (1999), que afirma que a modelagem matemática procura traduzir de forma simplificada um determinado fenômeno da realidade com o objetivo de compreender este fenômeno, galgamos os 3º, 4º e 5º degraus:

- **Aplicação** no qual espera-se que o educando utilize os conceitos compreendidos em situações novas;
- **Análise** onde ele deve comparar, medir, contrastar o conhecimento construído;
- **Avaliação**, onde ele pode julgar com conhecimento de causa o que aprendeu, respectivamente.

### **APLICAÇÃO**

Para tanto, levei para a sala de aula a proposta de acompanharmos o crescimento de uma colônia de fungos (*Aspergillus* sp., bolor de pão) microorganismo que se desenvolve bem em temperatura ambiente. Para o sucesso do experimento é imprescindível que o experimento aconteça em uma época quente do ano, em ambiente não refrigerado e que os pães sejam mantidos úmido. Para a realização desta investigação, que ocorreu em 5 dias seguidos, contamos com a colaboração dos professores da escola para liberar a aluna Lorena, sempre às 11h, para que ela acompanhasse o experimento.

Iniciamos o experimento em uma sexta feira às 11h, data que foi marcada como dia 0 (zero). Convidamos uma aluna a contaminar uma fatia nova de pão de forma com bolor encontrado em um pacote de pão de forma velho. A área inicialmente infectada foi de (valor aproximado)  $1\text{cm}^2$  (área calculada de forma aproximada, considerando as manchas de crescimento das colônias como retângulos).

**Figura 5: Momento da contaminação**



Fonte: Dados de pesquisa

Nos dias seguintes, a aluna Lorena, no horário determinado (11h) umedeceu os pães, fotografou e anotou o crescimento da colônia, exceto sábado e domingo, pois não há aulas nestes dias.

**Figura 6: Aparência da colônia de fungos na segunda feira. Dia 3 do experimento. Contaminação aproximada de  $6\text{cm}^2$ .**



Fonte: Dados de pesquisa

**Figura 7: Aparência da colônia de fungos na terça feira. Dia 4 do experimento. Contaminação aproximada de 18cm².**



Fonte: Dados de pesquisa

**Figura 8: Aparência da colônia de fungos na segunda feira. Dia 5 do experimento. Contaminação aproximada de 38cm².**



Fonte: Dados de pesquisa

## ANÁLISE



Com os dados reunidos pela aluna, na aula seguinte ao fim do experimento, montamos a seguinte tabela:

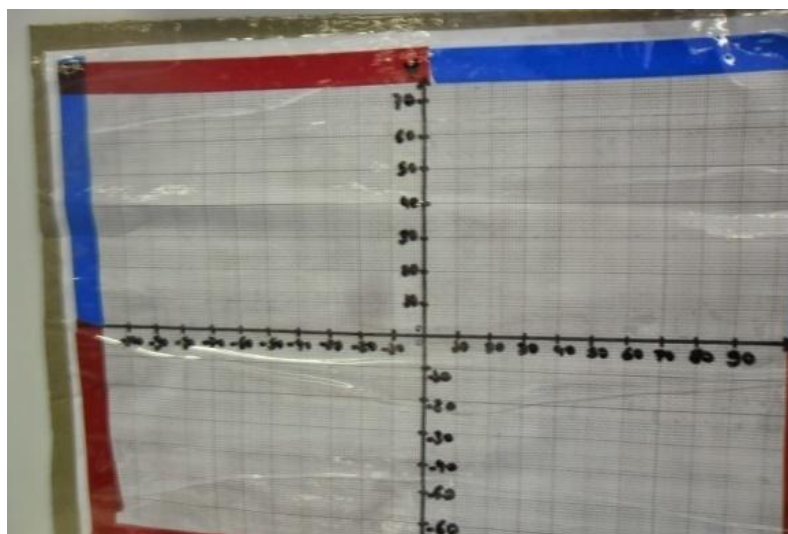
| <b>Tabela 1: Dados coletados</b> |                              |
|----------------------------------|------------------------------|
| <b>Dia</b>                       | <b>Contaminação</b>          |
| 0                                | 1 cm <sup>2</sup>            |
| 1                                | sábado (não houve registro)  |
| 2                                | domingo (não houve registro) |
| 3                                | 6 cm <sup>2</sup>            |
| 4                                | 18cm <sup>2</sup>            |
| 5                                | 38cm <sup>2</sup>            |
| Fonte: Dados de pesquisa         |                              |

A partir destas informações, marcamos estes pontos, no plano cartesiano concreto disponível no LSM. Os pontos A, B, C, D representando os dados coletados a cada dia, estando nas abcissas o dia como variável independente(x) e nas ordenadas a área contaminada como variável dependente (y).

Assim, obtivemos: A=(0,1); B=(3,6); C=(4, 18); D=(5,38) e ao unirmos estes pontos com barbante, obtivemos um gráfico compatível com uma função exponencial. Na sequência, substituímos um dos pares ordenados (x, y) observados acima, na lei geral  $y=a^x$  e calculamos o valor de “a” obtendo assim a lei de formação desta função  $y=2,06^x$ .

Com os dados reunidos e a lei de formação da função determinada foi o momento de modelar matematicamente o crescimento da colônia com o programa GeoGebra a fim de compararmos os dados obtidos e a lei de formação.

**Figura 9: Plano cartesiano milimetrado**

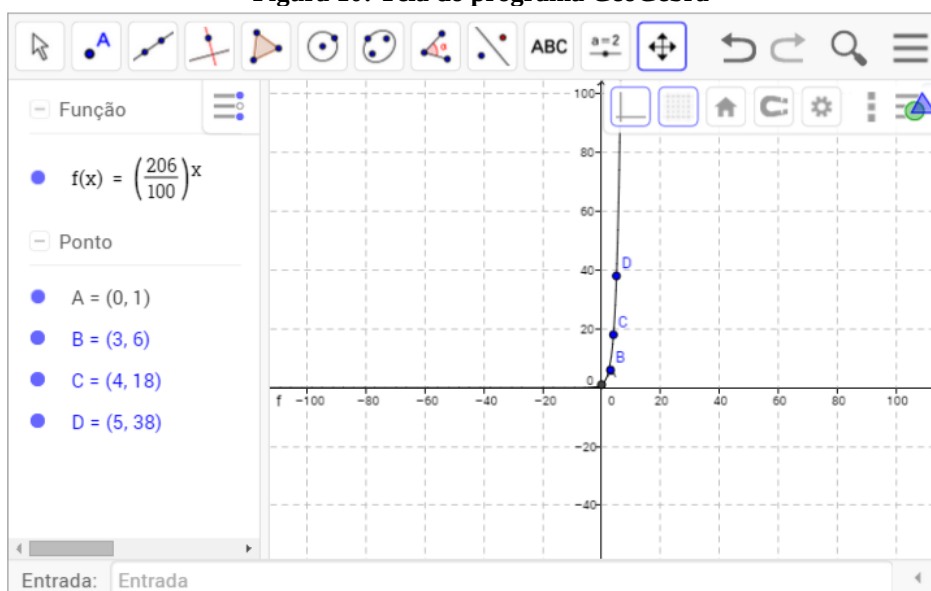


Fonte: Dados de pesquisa

Para tanto, marcamos estes pontos no programa GeoGebra (programa que possibilita o desenho de pontos, vetores, segmentos, linhas e funções, e, ainda, a alteração dinâmica deles, ele auxilia no trabalho de aritmética, álgebra, geometria e cálculo), e, como este programa não aceita números decimais no campo de entrada, inserimos a fração decimal  $y=(206/100)^x$ .

## AVALIAÇÃO

Figura 10: Tela do programa GeoGebra



Fonte: Dados de pesquisa

Observamos que os pontos A, C e D coincidiram com a função plotada, e o ponto B ficou um pouquinho distante da mesma, o que é perfeitamente normal pois, como se trata de Matemática Experimental, uma margem de erro é esperada.



Neste experimento trabalhamos progressivamente com os degraus cognitivos de 3 a 6 da taxonomia de Bloom Revisada. O terceiro degrau (aplicação) foi galgado com uma atividade nova, acompanhamento do crescimento de uma colônia de fungos, que necessitava dos conhecimentos adquiridos nos degraus anteriores para a sua execução e entendimento. O quarto degrau (análise) foi galgado com a análise dos dados coletados e inferência das leis que regiam o fenômeno analisado. O quinto degrau (síntese) foi alcançado com a compreensão do crescimento da colônia através da categorização do mesmo em uma função exponencial calculada como  $y=2,06^x$ , que se provou muito próxima da realidade do crescimento do microorganismo assexuado (Um organismo assexuado se reproduz através da duplicação em um processo chamado meiose, ou seja se duplica) cuja reprodução pode ser apresentada como  $y=2^x$ .

## **CRIAÇÃO**

O sexto degrau foi alcançado quando o aluno participante desta sequência significativa pode a partir desta vivência julgar toda a atividade feita e criar novos experimentos a partir desta, o que de fato ocorreu, pois ao findarmos a investigação os alunos conseguiram transpor o conceito para outras situações cotidianas, tais como o crescimento do montante de lixo em aterros sanitários, o crescimento exponencial da população humana, o crescimento de dívidas calculadas à juros compostos, e que tais, e também apresentaram uma visão amadurecida de todo o processo vivido.

## **RESULTADOS E DISCUSSÃO**

A taxonomia de Bloom revisada se mostrou um excelente recurso pedagógico. Com seu apoio foi possível planejar e aplicar uma sequência pedagógica que, em um mês, facilitou a mediação do processo de ensino aprendizagem facilitando a caminhada dos alunos ao mais alto patamar de desenvolvimento cognitivo. Esse desenvolvimento foi evidenciado pela análise dos dados coletados que indicaram o amadurecimento e crescente entendimento do tema pelos participantes e também pelo excelente desempenho nas avaliações internas e externas das quais estes alunos participaram no bimestre de realização desta sequência pedagógica.

Para finalizar, deixo aqui os meus agradecimentos especiais, aos meus companheiros de grupo de pesquisa GEMAT-UERJ, especialmente à Barbara Marinho, Darling Domingos, Bruno Penedo, Karina Costa e Nazareno Passos e ao professor de biologia do colégio onde este estudo foi feito, Anderson Dias Cezar, que atuou como consultor do experimento com o bolor de pão.

## **REFERÊNCIAS E BIBLIOGRAFIA CONSULTADA**

ANDRÉ, M. E. D. A. de. Etnografia da prática escolar. Campinas: Papirus, 2008.

AUSUBEL, D. P. *A aprendizagem significativa: a teoria de David Ausubel*. São Paulo: Moraes, 1982.

BIEMBENGUT, Maria Salett, Modelagem Matemática & Implicações no Ensino-Aprendizagem de Matemática, Editora FURB, 1999.

BELHOT, R.V. FERRAZ, A.P.C.M. Taxonomia de Bloom: revisão teórica e apresentação das adequações do instrumento para definição de objetivos instrucionais. Disponível em <[http://www.scielo.br/scielo.php?pid=S0104-530X2010000200015&script=sci\\_arttext](http://www.scielo.br/scielo.php?pid=S0104-530X2010000200015&script=sci_arttext)>. Consultado em 21 mar. 2015.

BRIDON, Janete; NEITZEL, Adair de Aguiar. Competências leitoras no Saeb: qualidade da leitura na educação básica. **Educ. Real.**, Porto Alegre , v. 39, n. 2, p. 437-462, Jun 2014 . Available from <[http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci\\_arttext&pid=S2175-62362014000200006&lng=en&nrm=iso](http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S2175-62362014000200006&lng=en&nrm=iso)>. access on 30 May 2015. <http://dx.doi.org/10.1590/S2175-62362014000200006>.

D'AMBRÓSIO, B. S; D'AMBRÓSIO, U. Formação de professores de matemática: professor-pesquisador. Atos de pesquisa em educação – PPGE/ME FURB, Blumenau, v. 1, n. 1, p. 75-85, jan./abr. 2006. Disponível em: [http://gustavo.pucsp.sites.uol.com.br/Textos/ubi\\_beatriz\\_formacao.pdf](http://gustavo.pucsp.sites.uol.com.br/Textos/ubi_beatriz_formacao.pdf)

FREIRE, Paulo. Pedagogia da autonomia: saberes necessários à prática educativa. 43. ed. São Paulo: Paz e Terra, 2011.

\_\_\_\_\_, Pedagogia do oprimido. 12ª ed. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1983.

MATHIAS, C. E. M. Informática no Ensino da Matemática: repensando práticas. Volume 5 - UFF/UAB/MEC, 2008. Disponível em <[www.lanteuff.org/moodle](http://www.lanteuff.org/moodle)>. Acesso em 24 jun. 2008.

SILVA. D.M.V. Matemática é ciência. *Revista do professor*. Belo Horizonte. Nº 120, 2014.

# INVESTIGANDO O MOVIMENTO DAS PESQUISAS EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA RELATIVA À EDUCAÇÃO FINANCEIRA ESCOLAR

Rodrigo Martins de Almeida<sup>1</sup>  
Marco Aurélio Kistemann Júnior<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Universidade Federal de Juiz de Fora, e-mail: [rodrigomartinsdealmeida@yahoo.com.br](mailto:rodrigomartinsdealmeida@yahoo.com.br)

<sup>2</sup> Universidade Federal de Juiz de Fora, e-mail: [marco.kistemann@ufjf.edu.br](mailto:marco.kistemann@ufjf.edu.br)

## Resumo:

O presente trabalho possui como objetivo identificar, evidenciar, compreender e categorizar, identificando em quais tendências as pesquisas foram inseridas e desenvolvidas nos últimos dezesseis anos sobre Educação Financeira. A pesquisa é de cunho qualitativo, cuja modalidade pode ser denominada de *Estado do Conhecimento da Pesquisa*, em que serão desenvolvidos um mapeamento da produção acadêmica sobre o tema referido. Como objetos de investigação serão selecionados Teses, Dissertações, TCC e Artigos em Educação Matemática, produzidas e defendidas nos Programas de Pós-Graduação, no período de 1999 a 2015. Após a seleção das pesquisas, serão elaboradas *fichas de leitura* de cada uma delas, identificando e evidenciando a Questão/Problema de Investigação, os Objetivos, o Referencial Teórico, os Procedimentos Metodológicos de Constituição, Análise de Dados, os Principais Resultados, nível de ensino e endereço eletrônico. Após esse procedimento, fundamentando-nos no Paradigma Indiciário, iniciamos o processo de categorização e sistematização dessas *fichas* e identificando as tendências temáticas e teórico-metodológicas encontradas nos trabalhos analisados.

**Palavras-chave:** Paradigma Indiciário. Educação Financeira. Estado do Conhecimento da Pesquisa.

## 1. Introdução

Esta investigação está inserida no grupo de pesquisa GRIFE (Grupo de Investigação Financeiro-Econômica da UFJF), liderado pelo Prof. Dr. Marco Aurélio Kistemann Jr.

Diante de algumas constatações já cristalizadas em nossas conversas e participações em eventos, relativas à incipiência de uma Educação Financeira Escolar. Enquanto pesquisadores em Educação Matemática pretendemos questionar e investigar como estão sendo conduzidas as pesquisas que investigam aspectos relacionados à Educação Financeira no contexto escolar.

Compete-nos também explicitar quais são os principais temas de pesquisas investigados, e por consequência, quais os principais resultados que essas pesquisas têm apresentado. A busca por delineamentos para esses questionamentos, nesta investigação,

---

nos trará subsídios teórico-metodológicos para compreender os caminhos trilhados pela pesquisa em Educação Matemática que traz a interface de uma Educação Financeira Escolar.

Assim, explicitaremos e descreveremos como e sob quais abordagens estão sendo desenvolvidas as pesquisas acadêmicas em diferentes Programas de Pós-Graduação, no Brasil, no período de 1999 a 2015. Para a constituição deste movimento, nos guiamos de acordo com a seguinte questão diretriz: “O que nos revelam as pesquisas acadêmicas sobre Educação Financeira Escolar inseridas e desenvolvidas nos últimos dezesseis anos?”.

Num primeiro momento, apresentaremos a *Metodologia da pesquisa*, enfatizando os aspectos teórico-metodológicos da pesquisa qualitativa na modalidade de *Estado do Conhecimento da Pesquisa*, que se caracteriza como um estudo exploratório investigativo e bibliográfico, no caso desta investigação, tomando como objeto de análise Teses, Dissertações, TCC's e artigos sobre uma determinada temática. Abordaremos, ainda, o paradigma de pesquisa que permeia o processo de constituição e análise dos dados, o *Paradigma Indiciário* (GINZBURG, 1989). Serão tratados, ainda, os caminhos percorridos para a constituição dos dados, explicitando o processo de seleção dos Programas de Pós-Graduação, das Teses e Dissertações e do recorte espacial e temporal. Por fim, abordaremos o processo de Análise dos Dados, apresentando o processo de categorização dos trabalhos analisados.

Nos Anexos serão apresentadas *fichas de leitura* elaboradas na ocasião das leituras dos trabalhos analisados, além da referência das mesmas.

## 2. Educação Matemática Financeira

Comungamos com Kistemann Jr. (2011) que numa época pós-crise econômica mundial, com seus reflexos repercutindo até os dias atuais nas economias avançadas e emergentes, em que milhões de cidadãos se encontram em situação financeira desregulada, em muitos casos devido a pouca familiaridade com as facilidades das ofertas de crédito financeiro e com a matemática implícita nas transações financeiras. Temos a necessidade de firmarmos um viés que descortine essa transformação na sociedade de consumidores, e que em si já destaca a relevância de nossa investigação para a área da Educação Matemática.

No livro *Vida para Consumo* de Bauman (2008), ele revela a característica mais proeminente da sociedade de consumo, que é a “transformação” das pessoas em mercadorias. O autor analisa de um modo bastante sutil como a sociedade moderna de produtores foi se transformando em uma sociedade de consumidores: sociedade pós-moderna. Percebemos que esta transformação se inicia com o progresso industrial, quando o trabalho humano passa a ser substituído pelo trabalho da máquina e posteriormente, a mente humana é substituída pelo computador, assim inicia-se o caminho da produção ilimitada, e conseqüentemente o consumo ilimitado. Segundo Bauman (1999 b, p. 88):

*[...] A velha sociedade moderna engajava seus membros primordialmente como produtores e soldados [...] A norma que aquela sociedade colocava para seus membros era a capacidade e a vontade de desempenhá-los. Mas o atual estágio, pós-moderno, a sociedade moderna tem pouca necessidade de mão de obra industrial em massa e de exércitos recrutados; em vez disso precisa engajar seus membros pela condição de consumidores.*

Compartilhamos da concepção de Skovsmose (2005) quando este diz que a educação matemática crítica pode ser entendida em vistas de diferentes preocupações. A noção de reflexão desempenha papel crucial na educação matemática crítica.

Alrø e Skovsmose (2010) referem-se que para os autores de livros didáticos, o professor assume o papel de um burocrata que age conforme regras e normas sobre as quais não pode interferir. Pois está engessado a um currículo imposto pelo sistema e à autoridade do livro texto. Nesse contexto educacional, entendemos que não há muito espaço para reflexões na direção das preocupações da educação matemática crítica.

### **3. Metodologia e estratégias de ação**

Buscaremos referenciar a consonância entre os objetivos, o referencial teórico e os métodos que nos guiam. De acordo com Garnica (2006), não é possível “apartar uma metodologia de uma concepção de mundo e dos fundamentos teórico-filosóficos do pesquisador” (p.86). Assim, fundamentando-nos nesta abordagem, temos por objetivo, delinear as opções metodológicas que permeiam o processo de constituição desta pesquisa. Trata-se de uma pesquisa qualitativa, cuja modalidade pode ser denominada: *Estado do Conhecimento da Pesquisa* (FERREIRA, 2002; FIORENTINI; LORENZATO, 2007). Apresentaremos, também, os procedimentos metodológicos de constituição e análise dos dados pautados no *Paradigma Indiciário* (GINZBURG, 1989), explicitando as relações existentes entre essas opções teórico-metodológicas.

#### **3.1 Metodologia de Pesquisa Qualitativa**

O ato de pesquisar, para Bicudo (1993), “configura-se como buscar compreensões e interpretações significativas do ponto de vista da interrogação formulada. Configura-se, também, como buscar explicações cada vez mais convincentes e claras sobre a pergunta feita” (p.18). Essa mesma autora refere-se à interrogação como uma “pergunta dirigida a algo que sequer saber”, ou seja, a interrogação “é fruto de uma dúvida, de uma incerteza em relação ao que se conhece ou ao que é tido como dado, como certo” (BICUDO, 2005, p.9).

Esse movimento de busca por compreensões acerca do objeto de investigação presume que o pesquisador coloque em evidência a interrogação que impulsiona sua investigação. Para Bicudo (2005), este exercício do pesquisador é crucial na realização de uma pesquisa, sendo que este deve proceder atenta e lucidamente a fim de “buscar pelo que pergunta - pelo que quer saber, pelo que interroga - é um movimento que o auxilia a antever o caminho a ser trilhado na investigação” (p.9).

A definição de pesquisa qualitativa abordada por Alves-Mazzotti (1998), que se fundamenta em Patton, tem como principal característica:

*[...] a tradição ‘compreensiva’ ou interpretativa. Isto significa que estas pesquisas partem do pressuposto de que as pessoas agem em função de suas crenças, percepções, sentimentos e valores e que seu comportamento tem sempre um sentido, um significado que não se dá a conhecer de modo imediato, precisando ser desvelada [...]. Entre as implicações dessas características para a pesquisa podemos destacar o fato de se considerar o pesquisador como o principal instrumento de investigação e a necessidade de contato direto e prolongado com o campo, para poder captar os significados dos comportamentos observados (ALVES-MAZZOTTI, 1998, p.131-132).*

Constataremos assim, que a realização de uma pesquisa de cunho qualitativo prevê, além de uma abordagem teórico-metodológica fundamentada no objeto de estudo, o esclarecimento dos métodos para constituição e análise dos dados, que respaldarão a constituição dos possíveis resultados da pesquisa, uma vez que:

*A confiabilidade e aplicabilidade dos conhecimentos produzidos nas ciências sociais e na educação dependem da seleção adequada de procedimentos e instrumentos, da interpretação cuidadosa do material empírico (ou dos “dados”), de sua organização em padrões significativos, da comunicação precisa dos resultados e conclusões e da validação destes através do diálogo com a comunidade científica (ALVES-MAZZOTTI, 1998, p.146).*

Portanto, o ato de pesquisar, de buscar compreensões e interpretações acerca do fenômeno de estudo prevê a elaboração de um projeto de pesquisa concernente com aquilo que se quer pesquisar, bem como uma metodologia e procedimentos metodológicos apropriados para que sejam alcançados os objetivos da pesquisa e se chegue a possíveis delineamentos à interrogação que impulsiona o pesquisador.

Desenvolvemos esta investigação segundo a abordagem de pesquisa qualitativa, tendo por *objetivo, identificar, evidenciar e compreender as principais tendências temáticas e teórico-metodológicas das inter-relações* com Educação financeira, no contexto com Educação Matemática. Consideramos que a compreensão das tendências temáticas e teóricas metodológicas pode ser enfocada sob várias perspectivas, porém em nossa pesquisa esta compreensão significa, entre outros aspectos, a explicitação das possíveis inter-relações da Educação Financeira com a Educação Matemática, destacando-se de que modo e sob quais condições essas inter-relações estão sendo abordadas por diferentes pesquisadores, de diferentes Programas de Pós-Graduação no Brasil.

Segundo Fiorentini e Lorenzato (2007), a natureza do objeto de estudo é que define a melhor abordagem metodológica a ser seguida ou construída pelo pesquisador. Visando nesta pesquisa investigar as principais tendências temáticas e teórico-metodológicas por meio de Teses e Dissertações em Educação Matemática, realizamos uma pesquisa qualitativa do tipo *Estado do Conhecimento da Pesquisa*. Assim sendo, apresentamos a questão investigativa que nos direciona: “O que nos revelam as pesquisas acadêmicas sobre Educação Financeira Escolar inseridas e desenvolvidas nos últimos quinze anos?”.

Ao buscarmos a compreensão das tendências temáticas e teóricas metodológicas, nossa intencionalidade direciona-se às Teses e Dissertações produzidas e defendidas em Programas de Pós-Graduação no Brasil, ou seja, não estamos fundamentados em teorias prévias que descrevam aspectos e/ou dimensões da temática estudada, mas, sim, na leitura analítica e crítica das pesquisas, buscando identificar o que estas nos revelam em um período de tempo determinado. Este revelar articula-se por meio da busca de indícios que apontem para o modo como a Educação Financeira nas pesquisas que têm como objetos de investigação aspectos inerentes a Educação Matemática Crítica.

Descrevemos, a seguir, os aportes teórico-metodológicos que nos guiam, bem como a maneira pela qual se realizaram os processos de constituição e análise dos dados.

### 3.2 Estado do Conhecimento da Pesquisa

Por que denominamos a modalidade desta pesquisa de *Estado do Conhecimento da Pesquisa*? Recorrendo à literatura acerca das diferentes modalidades de pesquisa qualitativa, encontramos que pesquisas do tipo *Estado da Arte* ou *Estado do Conhecimento* “[...] procuram inventariar, sistematizar e avaliar a produção científica numa determinada área de conhecimento” (FIORENTINI, 1994, p.32), “buscando identificar tendências e descrever o estado do conhecimento de uma área ou de um tema de estudo” (FIORENTINI; LORENZATO, 2007, p.103). As pesquisas do *Estado do Conhecimento* são caracterizadas, de acordo com o processo de constituição e análise dos dados, de caráter histórico-bibliográfico (FIORENTINI; LORENZATO, 2007, p.103), exploratório-investigativo (MELO, 2006, p.93), inventariante e descritivo (FERREIRA, 2002, p.258). O caráter *histórico-bibliográfico* relaciona-se à utilização de documentos escritos como fonte preferencial de dados, sendo a pesquisa desenvolvida com vista à realização de análises históricas a partir da revisão e análise desses materiais. O caráter *exploratório-investigativo* deve-se à realização do levantamento, além da coleta de material e informações acerca da área ou tema, para então definir-se o foco do estudo. E, por fim, o caráter *inventariante e descritivo* dessas pesquisas refere-se à investigação “[...] à luz de categorias e facetas que se caracterizam enquanto tais em cada trabalho e no conjunto deles, sob os quais o fenômeno passa a ser analisado” (FERREIRA, 2002, p.258). Assim, ao falarmos em *Estado do Conhecimento*, remetemo-nos às pesquisas em que se busca, por meio de um recorte de tempo definido, a sistematização de um determinado campo do conhecimento, objetivando reconhecer e identificar os principais resultados das investigações realizadas na área investigada, as principais tendências temáticas, assim como as abordagens dominantes e emergentes. Além disso, nas pesquisas do *Estado do Conhecimento* também se podem investigar as lacunas deixadas pelas pesquisas analisadas, evidenciando campos inexplorados, que poderão servir de temática para futuras pesquisas.

Segundo Ferreira (2002), nas pesquisas do *Estado da Arte* ou *Estado do Conhecimento* busca-se responder, por meio do mapeamento da produção científica da área investigada,

. [...] que aspectos e dimensões vêm sendo destacados e privilegiados em diferentes épocas e lugares, de que forma e em que condições têm sido produzidas certas dissertações de mestrado, teses de doutorado, publicações em periódicos e comunicações em anais de congressos e de seminários (p.258)

Fundamentando-nos em Ferreira (2002), podemos entender a justificativa dos pesquisadores ao realizarem uma pesquisa que se enquadre como *Estado da Arte* ou *Estado do Conhecimento*: A sensação que parece invadir esses pesquisadores é a do não conhecimento:

A sensação que parece invadir esses pesquisadores é a do não conhecimento acerca da totalidade de estudos e pesquisas em determinada área de conhecimento que apresenta crescimento tanto quanto quantitativo quanto qualitativo, principalmente reflexões desenvolvidas em nível de pós-graduação, produção esta distribuída por inúmeros programas de pós e pouco divulgada. [...] sustentados e movidos pelo desafio de conhecer o já construído e produzido para depois buscar o que ainda não foi feito (p.259).

Segundo Melo (2006), o motivo da utilização do termo *Estado do Conhecimento* relaciona-se aos trabalhos

*[...] que realizam mapeamento da produção científica numa determinada área, buscando realizar uma “síntese integrativa do conhecimento” sobre um determinado tema, ou seja, aprofundar questões específicas. [...] esse tipo de pesquisa não é apenas uma revisão de estudos anteriores, mas busca, sobretudo, identificar as convergências e divergências, as relações e arbitrariedades, as aproximações e contrariedades existentes nas pesquisas e apresentam indícios e compreensões do conhecimento a partir de estudos acadêmicos, como Teses e Dissertações (p.62).*

A exploração de pesquisas do *Estado do Conhecimento* em Educação e em Educação Matemática permitiu-nos identificar que essa modalidade de pesquisa qualitativa é abordada de distintas maneiras, com diferentes nomenclaturas por diferentes autores: *Estado da Arte* (FIORENTINI, 1994), *Estado do Conhecimento* (FIORENTINI et al., 2002; BARRETO ET al., 2006), *Síntese Integrativa* (ANDRÉ et al., 1999) e *Meta-análise* (PASSOS et al., 2006). Porém, é necessário salientar que as pesquisas de abordagem metodológica da *Meta-análise* diferenciam-se das pesquisas do *Estado do Conhecimento*,

*[...], pois não pretendem descrever aspectos ou tendências gerais da pesquisa num determinado campo do conhecimento, mas, tão-somente, realizar uma análise crítica de um conjunto de estudos realizados, tentando extrair deles informações adicionais que permitam produzir novos resultados, transcendendo aqueles anteriormente obtidos” (FIORENTINI; LORENZATO, 2007, p.71).*

Portanto, com a exploração de pesquisas do *Estado do Conhecimento*, visamos abordar alguns estudos inerentes à Educação e à Educação Matemática, e posteriormente, situar nossa investigação como parte de um contexto mais amplo de pesquisa. Assim, Fiorentini (1994), em sua Tese de Doutorado, descreveu o *Estado da Arte* da Educação Matemática brasileira, enquanto campo de investigação ou de produção de saberes, focalizando as tendências temáticas e teórico-metodológicas, as principais perguntas ou problemas que foram objeto de pesquisa, os pesquisadores, os orientadores e os principais centros em que as pesquisas foram produzidas.

As pesquisas analisadas por Fiorentini (1994) foram desenvolvidas na década de 50 até a década de 90, sendo que os resultados obtidos em seu estudo puderam dividir a Educação Matemática em quatro fases distintas e assim denominadas: *Fase da Geração da Educação Matemática enquanto campo profissional*; *Nascimento da Educação Matemática enquanto campo profissional*, não só de ensino, mas também de pesquisa; *Surgimento de uma Comunidade de Educadores Matemáticos*, que representa o período em que se ampliou a região de inquérito da Educação Matemática e do aparecimento de algumas linhas de pesquisa; e *Emergência de uma Comunidade Científica de Pesquisadores em Educação Matemática*. No entanto, Fiorentini (1994) afirma que há a possibilidade da realização de um estudo que explore os resultados das pesquisas, o que não foi muito abordado no estudo realizado por ele.



No contexto das descrições e abordagens de pesquisas do *Estado do Conhecimento* delineadas, podemos considerar esta investigação dentro de uma abordagem metodológica de pesquisa qualitativa, cuja modalidade é denominada de *Estado do Conhecimento da Pesquisa*, e é caracterizada pelo caráter *bibliográfico* e *exploratório-investigativo*. Adotamos a denominação “*Estado do Conhecimento da Pesquisa*”, uma vez que não pretendemos inventariar e descrever toda a área de conhecimento da Educação Matemática, mas, sim, as pesquisas nesta área do conhecimento que investigaram as inter-relações presentes entre a Educação Financeira com a Educação Matemática.

Referindo-nos ao caráter metodológico desta investigação, definimo-lo como *exploratório*, devido ao processo de coleta de informações e busca pelos Programas de Pós-Graduação, para posterior levantamento das Teses e Dissertações acerca da temática investigada. O caráter *Investigativo* refere-se ao processo de análise das informações obtidas, ou seja, a análise e busca por indícios<sup>9</sup> que apontam para os aspectos e/ou dimensões temáticos e teórico-metodológicos, que caracterizam o movimento das pesquisas analisadas à luz da teoria que inter-relaciona a Educação Financeira com a Educação Matemática. Já o caráter *bibliográfico* relaciona-se ao processo de constituição dos dados da pesquisa, visto que este se dar por meio da elaboração de *fichas de leitura*, baseadas na *leitura na íntegra* das Teses e Dissertações selecionadas.

Assim, lançaremos mão do Paradigma Indiciário, que pode nos revelar elementos/aspectos/dimensões importantes para compreendermos o movimento das pesquisas em Educação Matemática. No que segue, descreveremos metodologicamente o Paradigma Indiciário, método utilizado principalmente por historiadores, trazendo alguns aspectos históricos de seu surgimento e a descrição de sua utilização em campos diversificados do conhecimento, bem como sua aplicação nesta pesquisa.

### 3.3 Paradigma Indiciário

A presente pesquisa está fundamentada no modelo epistemológico denominado *Paradigma Indiciário*, desenvolvido pelo historiador italiano Carlo Ginzburg quando publicou o artigo: “*Sinais: raízes de um paradigma indiciário*” (GINZBURG, 1989). Trata-se de um método interpretativo de pesquisa, fundamentado na observação atenta de dados marginais, detalhes secundários, particularidades insignificantes, sinais e indícios, aparentemente negligenciáveis e imperceptíveis para a grande maioria, mas que não escapam aos olhos de um atento observador.

Para Ginzburg (1989), o Paradigma Indiciário consiste na atividade de “farejar, registrar, interpretar e classificar pistas infinitesimais” (p.151), destacando “a capacidade de, a partir de dados aparentemente negligenciáveis, remontar a uma realidade complexa não experimentável diretamente” (p.152), ou seja, ele está se fundamentando em um saber que pressupõe “o minucioso reconhecimento de uma realidade talvez ínfima, para descobrir pistas de eventos não diretamente experimentáveis pelo observador” (p.152-153). Além disso, para o autor, o saber indiciário envolve operações intelectuais de análise, comparações e classificações dos dados que se têm.

Além disso, conforme destacado pelo autor, o método do Paradigma Indiciário é composto por regras que não comportam formalização, visto que “ninguém aprende o ofício de conhecedor ou de diagnosticador limitando-se a pôr em prática regras preexistentes. Nesse tipo de conhecimento entram em jogo (diz-se normalmente) elementos imponderáveis: faro, golpe de vista, intuição” (GINZBURG, 1989, p.179).

Identificamos a aplicação do Paradigma Indiciário em diferentes áreas do conhecimento - Artes, Psicanálise, investigações policiais - em que a busca e interpretação

de indícios, pistas, sinais aparentemente insignificantes podem revelar a natureza de fenômenos profundos que são subjacentes a determinados acontecimentos e os influenciam.

Neste processo de investigação indiciária, pautamo-nos pela identificação, análise, comparação, classificação e interpretação dos signos, pistas e indícios, considerados por nós reveladores, presentes nos dados constituídos por esta investigação. Assim, destacamos que aspectos inerentes ao referencial teórico-metodológico presentes nas pesquisas podem apresentar indícios do modo como a Educação Financeira se relaciona com a Educação Matemática.

#### **4. Considerações finais**

Durante nossa investigação, o leitor vai perceber, com a descrição de situações de pesquisas sistematizadas, seus objetos de investigação, principais elementos teóricos metodológicos e principais resultados de Teses e Dissertações selecionadas para o *corpus* desta pesquisa, na busca por uma possível compreensão do movimento temático e teórico metodológico das inter-relações sobre educação Financeira e a Educação Matemática.

Assim, nesta investigação, procuraremos explicitar e descrever quais são as abordagens que vêm sendo tratadas por diferentes pesquisas oriundas de diferentes Programas de Pós-Graduação do Brasil, no período de 2003 a 2013.

Durante todo o processo teórico-metodológico de desenvolvimento da pesquisa, de cunho qualitativo e fundamentado no *Estado do Conhecimento da Pesquisa* (FIORENTINI, 1994; FERREIRA, 2002; MELO, 2006) buscaremos possíveis considerações para a questão diretriz, explicitada como: “O que nos revelam as pesquisas acadêmicas sobre Educação Financeira Escolar inseridas e desenvolvidas nos últimos quinze anos?”.

Para encontrar possíveis delineamentos para esta questão, passaremos a elaborar fichas de leitura das Teses e Dissertações selecionadas. Essas fichas de leitura (em anexo) serão elaboradas com base na leitura integral de cada uma das pesquisas, destacando-se os seguintes elementos: título, autor, orientador, ano da defesa, instituição, palavras-chave, *objetivos*, problema de pesquisa/questionamento de investigação, metodologia e procedimento metodológicos para a constituição e análise dos dados, principais elementos da análise dos dados e principais resultados e contribuições da pesquisa.

Tendo elaborado cada uma das fichas de leitura, passaremos à categorização e análise destas, que resultará na divisão das pesquisas sobre Educação Financeira nas tendências da Educação Matemática.

#### **5. Referências**

ALRØ, H. SKOVSMOSE, O. **Diálogo e Aprendizagem em Educação Matemática**. Autêntica Editora, Belo Horizonte, 2010.

ALVES-MAZZOTTI, A.J. Parte II – **O Método nas Ciências Sociais**. In: ALVES-MAZZOTTI, A.J.; GEWANDSZNAJDER, F. **O Método nas Ciências Naturais e Sociais: pesquisa quantitativa e qualitativa**. São Paulo: Pioneira, 2004, p. 109-188.

ANDRÉ, M.; et al. **Estado da Arte da Formação de Professor no Brasil**. Educação & Sociedade. Campinas, ano 20, n.68, dez.1998

- BAUMAN, Z. (a) **Vida para consumo**: a transformação das pessoas em mercadorias; tradução Carlos Alberto Medeiros. Rio de Janeiro: Zahar, 2008.
- BAUMAN, Z. (b) **Globalização** – As consequências humanas; tradução: Marcus Penchel. Rio de Janeiro: Zahar, 1999.
- BICUDO, M.A.V. **Revista Pesquisa Qualitativa: significados e a razão que a sustenta**. Pesquisa Qualitativa, São Paulo, v.1, n.1, p.7-26, 2005.
- FERREIRA, N.S.A. **As pesquisas denominadas ‘estado da arte’**. Educação & Sociedade, Campinas, ano 23, n. 79, p. 257-272, ago. 2002.
- FIORENTINI, D.; LORENZATO, S. **Investigação em educação matemática: percursos teóricos e metodológicos**. 2 ed. Campinas: Autores Associados, 2007.
- GARNICA, A.V.M. **Historia Oral e Educação Matemática**. In: ARAÚJO, J.L.; BORBA, M.C.(orgs.). **Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2006, p.79-100.
- GINZBURG, C. **A micro história e outros ensaios**. Rio de Janeiro: Bertrand Brasil, 1991. 244p.
- KISTEMANN JR, M. A. **Sobre a Produção de Significados e a Tomada de Decisão de Indivíduos-Consumidores**. (Tese de Doutorado), Rio Claro, Brasil: UNESP, 2011.
- MELO, M.V. **Três décadas de Pesquisa em Educação Matemática na Unicamp: um estudo histórico a partir de teses e dissertações**. 2006, 230 p. Dissertação (Mestrado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas. Campinas, 2006.
- PASSOS, C.L.B; et al. **Desenvolvimento Profissional do Professor que Ensina Matemática: Uma Meta-Análise de Estudos Brasileiros**. Quadrante, v. 25, n. 1 e 2, p.193-219, 2006.

6. Anexos

Proposta de Trabalho

Tabela 1: Pesquisas selecionadas nos programas de pós-graduação em Educação Matemática:

| Instituição | Título | Autor | Nível | Orientador |
|-------------|--------|-------|-------|------------|
|             |        |       |       |            |
|             |        |       |       |            |
|             |        |       |       |            |
|             |        |       |       |            |
|             |        |       |       |            |
|             |        |       |       |            |

Tabela 2: Distribuição das Teses, dissertações, TCC e artigos dos respectivos programas selecionados de Pós-graduação em Educação Matemática no Brasil:

| Programas de Pós-graduação | Teses | Dissertações | TCC | Artigos | Total |
|----------------------------|-------|--------------|-----|---------|-------|
|                            |       |              |     |         |       |
|                            |       |              |     |         |       |
|                            |       |              |     |         |       |
|                            |       |              |     |         |       |
|                            |       |              |     |         |       |
|                            |       |              |     |         |       |

Tabela 3: Mapeamento das pesquisas no Brasil detectando suas tendências indicando o que elas nos revelam:

| Foco/objeto de estudo | Autor(a) |
|-----------------------|----------|
|                       |          |
|                       |          |
|                       |          |
|                       |          |

## **Proposta de Trabalho (cont):**

. Ficha de leitura para Teses, dissertações, TCC e artigos.

Identificação.

Título:

Autor:

Orientador

Tipo:

Ano:

Observações:

Palavras-chave:

Objetivos:

Questão de investigação:

Metodologias:

Sujeitos:

Análise dos dados:

Referencial Teórico:

Nível de Ensino:

Endereço Eletrônico:

Comentários:

Interessa?

Justificativa:

# JOGOS DIGITAIS NA APRENDIZAGEM DAS REPRESENTAÇÕES GRÁFICAS

**Patricia Aparecida Boletini – Mestrando em Ensino de Ciências e Matemática <sup>1</sup>**

**Ismar Frango Silveira – Doutor em Engenharia Elétrica (Orientador)<sup>2</sup>**

<sup>1</sup>Universidade Cruzeiro do Sul / Pós-Graduação, pboletini@yahoo.com.br

<sup>2</sup>Universidade Cruzeiro do Sul / Pós Graduação Mestrado e Doutorado, ismarfrango@gmail.com

## Resumo

O presente artigo traz o desenvolvimento de um experimento aplicado a alunos do Ensino Técnico de Administração de Empresa, na disciplina de Cálculos Estatísticos, sobre o tópico Representações Gráficas. O tópico foi escolhido devido ao fato de que a área que o Técnico em Administração de Empresas requer que os alunos se apropriem adequadamente dos conceitos associados a este tópico, uma vez que precisam manipular diversos Gráficos e suas Representações. O objetivo do experimento foi analisar os possíveis ganhos de aprendizagem dos alunos quanto a estes conceitos utilizando objetos de aprendizagem, mais especificamente, um jogo digital educativo. Para fundamentar tal experimento, apresenta-se um referencial teórico sobre objetos de aprendizagem; em seguida, descreve-se a metodologia, os métodos utilizados e o experimento em si, culminando com uma análise e apontamentos sobre as observações verificadas em todo o desenvolvimento do experimento. Conclui-se, a partir dos *feedbacks* positivos recebidos dos alunos quanto à percepção da aprendizagem, que a metodologia empregada permitiu que os alunos se envolvessem na atividade proposta de modo a estabelecer relações dos conceitos com a disciplina e com a própria formação.

**Palavras-Chave:** Aprendizagem, Objetos de Aprendizagem, Jogos Digitais Educativos, Representações Gráficas, Cálculos Estatísticos.

## INTRODUÇÃO

Este artigo apresenta uma análise e reflexões efetuadas a partir da realização de uma atividade investigativa por meio de um experimento prático no Ensino de Matemática, cujo objeto de estudo são as Representações Gráficas no contexto de um curso técnico em Administração de Empresas. O experimento foi conduzido com alunos cursando o segundo módulo do curso, na disciplina de Cálculos Estatístico. O tópico escolhido, estudo das Representações Gráficas, que faz parte das Bases Tecnológicas da Matriz Curricular do curso, sendo fundamental para o desenvolvimento de estudo no Segundo e Terceiro Módulo do Curso bem como da formação Técnica e Profissional dos alunos. Das questões de pesquisa levantadas a partir do objetivo da investigação, tem-se: De que modo um objeto de aprendizagem, no caso um jogo digital educativo, pode contribuir com a aprendizagem do estudo das Representações Gráficas aplicado para desenvolvimento e formação do Técnico em Administração de Empresa? Como os

---

<sup>1</sup>Aluna Pós-Graduação da Universidade Cruzeiro do Sul, Defesa em 2015.

<sup>2</sup> Orientador dos Programas de Doutorado e Mestrado da Pós-Graduação da Universidade Cruzeiro do Sul.

alunos estabelecem relação do curso em estudo com a disciplina e com os tópicos relacionados as Representações Gráficas? O que pode ser desenvolvido nesta disciplina e nas demais a partir da aprendizagem sobre Representações Gráficas e os elementos envolvidos no seu aprendizado, com o auxílio de um jogo educativo?

## FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

A criação de novos ambientes de aprendizagem e de novas dinâmicas sociais a partir do uso dessas novas ferramentas é fundamental (Moraes, 1997). Como indica Valente (2005, p.28): “[...] o computador passa a ser uma ferramenta educacional, uma ferramenta de complementação, de aperfeiçoamento e de possível mudança na qualidade do ensino...”.

Dentro dos diversos recursos proporcionados pelas TICs, encontram-se os Objetos de Aprendizagem (OA). Pimenta e Batista (2004) os definem como unidades de pequena dimensão, projetadas e desenvolvidas de forma a fomentar a sua reutilização, eventualmente em mais do que em um curso ou em contextos diferentes, e passíveis de combinação e/ou articulação e com outros OAs, de modo a formar unidades mais complexas e extensas. A definição clássica, entretanto, vem de Wiley (2000), que afirma que um OA é qualquer recurso digital que possa ser utilizado para o suporte do ensino. Dentre os objetos de aprendizagem, encontram-se os Jogos Digitais Educativos, uma categoria dentre os jogos digitais conhecidos como *Serious Games*, ou Jogos Sérios.

Os Jogos Educativos apresentam um conjunto de características muito interessantes, por terem o potencial de possuir elementos como: colaboração, simulação de comportamento, movimento, atuação, som, imagens bidimensional e tridimensional, entre outros. Entretanto o sucesso do emprego deste tipo de objeto de aprendizagem depende claramente de como será usado pelo professor e da metodologia utilizada. Com relação à interação e a cooperação para realização das atividades, segue breve texto de Leontiev para fundamentar algumas questões centrais:

*“[...] os processos mentais humanos (as funções psicológicas superiores) adquirem uma estrutura necessariamente ligada aos meios e métodos sócio-historicamente formados e transmitidos no processo de trabalho cooperativo e de interação social. [...] As atividades mentais internas emergem da atividade prática desenvolvida na sociedade humana com base no trabalho, e são formadas no curso da ontogênese de cada pessoa em cada nova geração” (LEONTIEV, 1978, p.56 apud OLIVEIRA, 2004, p.97).*

Nesse sentido, OAs apresentam-se como ferramentas que potencialmente permitem a interação e a troca de experiências, e vivências, através de processos interativos de cooperação e colaboração conjunta em sala de aula. Isso se contrapõe ao cenário que mais frequentemente se encontra na sala de aula, que é o da adoção de metodologias tradicionais, quase sempre fundamentadas em aulas expositivas, centradas na figura docente. Ainda, é perceptível a baixa adoção de recursos tecnológicos pelos docentes, em especial o uso sistemático de objetos de aprendizagem, motivada possivelmente por dúvidas, receios e dificuldades técnicas encontradas pelos docentes. Há ainda relatos de um certo preconceito em se aplicar tal tipo de recurso em sala de aula. Assim, cabe ao professor estudar a viabilidade de uso de jogos digitais e verificar se sua aplicação atende às suas necessidades e ao objetivo proposto.

Segundo Barboza (2009), o uso dos Objetos de Aprendizagem permite ao aluno construir seu conhecimento enquanto interage com os OAs, potencializando a aprendizagem. A opção por um tipo específico de OA parte do pressuposto de que os alunos em geral são muito interessados em jogos digitais, que fazem parte da rotina diária do arquétipo do adolescente desta década. Acredita-se que trazer esse recurso para a sala de aula pode potencializar o aprendizado por meio de atividades que lancem mão da interatividade, e da colaboração, que são características marcantes deste tipo de OA.

## **METODOLOGIA E MÉTODOS UTILIZADOS**

Para realizar o experimento, foi necessário uso de um Laboratório de Informática com aproximadamente 20 equipamentos, todos com acesso a Internet. Foi aplicado um questionário sobre a percepção de aprendizagem dos alunos, e ao final a construção de Gráficos de forma manual e também um questionário Pós Atividade com OA disponibilizado pelo Site do Projeto Condigital que recebe o nome de Guia de Atividade e é disponibilizado para acompanhamento junto ao Formulário para avaliação do OA, e também a produção escrita através de um questionário sobre a vivência da experiência deste experimento. O método para analisar e redigir este experimento foi baseado em análise qualitativa, permitindo o modo a analisar e descrever todo o procedimento. Foram também realizadas fotos e gravações do momento da prática do experimento, o que forneceu registros e trouxe elementos para a elaboração deste artigo.

Quanto à execução do experimento, segue sequência desenvolvida, primeiro foi aplicado um questionário pré-atividade de campo, com o objetivo de identificar o conhecimento dos alunos sobre os as Representações Gráficas, como os tipos de gráficos mais utilizados sendo eles; Gráfico em Colunas, em Barras, Setores e Linhas, inseridos de modo contextualizado, para análise e interpretação, em seguida uma aula expositiva (tradicional) foi ministrada apresentando a aplicação dos tipos de gráficos bem como o uso de tabelas, incluindo o contexto para análise e interpretação. No próximo passo, os alunos acessaram um repositório de OAs e iniciaram a prática através de um jogo digital educativo. Após esta atividade, foram aplicados um questionário e um formulário com objetivo de avaliar o recurso tecnológico em si e demais questões relativas à tecnologia utilizadas.

Por fim, propôs-se a prática manual de construção de Representações Gráficas e um questionário ao final desta atividade, para que o aluno redigisse sua experiência, partindo das questões apresentadas, e das respostas elaboradas pelos alunos, de modo que estes alunos recordaram o que foi vivenciado no experimento com o OA e relacionaram com esta atividade da prática manual de construção dos gráficos. A coleta de informações foi feita através de um *smartphone*: enquanto os alunos executavam a atividade, as informações eram coletadas e registradas para posterior análise.

## **OBJETO DE APRENDIZAGEM UTILIZADO**

Os objetos de aprendizagem trazem para os educandos possibilidades de desenvolver habilidades na sua formação, estimulando a interatividade e a criação de inteligências coletivas, que têm como objetivo o reconhecimento e o enriquecimento intelectual mútuo das pessoas, conforme considera Lévy (1999). Nesse sentido, para o desenvolvimento do experimento, foi utilizado o seguinte jogo educativo:



- Representações Gráficas, do Projeto Condigital desenvolvido por uma equipe da Universidade Cruzeiro do Sul. O objeto de aprendizagem selecionado traz uma abordagem geral sobre conceitos, exemplos e prática do estudo das Representações Gráficas e sua aplicação no cotidiano.

O objeto de aprendizagem cujo nome é Representações Gráficas, foi desenvolvido com a finalidade de ajudar as pessoas a estudar e compreender melhor as representações gráficas, este OA conta com acesso aos seguintes itens “links interessantes” e ao “saiba mais”, que irão colaborar com estudo e aprendizagem dos usuários (indivíduos) que praticarem. Este jogo digital ajuda na compreensão dos conceitos importantes para cotidiano das pessoas, o indivíduo (ou aluno) desenvolve a aprendizagem enquanto jogam, além da diversão podem e se apropriar de conhecimentos que serão mobilizados enquanto manipulam o objeto de aprendizagem.

**Figura 01 - Objeto de Aprendizagem Representações Gráficas do Projeto Condigital**



Fonte: Disponível em: < <http://condigital.unicsulvirtual.com.br/> > Acesso em: 10 ago 2015.

Este Objeto de Aprendizagem Representações Gráficas, conta com o estudo dos três gráficos mais comuns no cotidiano das pessoas são eles; Gráfico de Barras, de Linhas e de Setores (ou Pizza), ao escolher o tipo de gráfico o indivíduo irá se deparar com um escrito contextualizado, onde será necessário à leitura e interpretação para montar adequadamente o gráfico, de forma interativa, o OA apresenta devolutivas ao jogador informando se acertou ou errou, após o mesmo confirmar a conclusão da atividade proposta no jogo. Este objeto de aprendizagem não retorna com a resposta correta ao final, mesmo que o aluno erre ao concluir a etapa final do jogo, entretanto esse fator não desfavorece ou deixa a desejar, pois instiga ao indivíduo a novas tentativas, mobilizando a experiência adquirida com a prática.

A Figura 1 acima apresenta a página Simulação com o objeto de aprendizagem Representações Gráficas, para ter acesso basta ao indivíduo, clicar no botão “ver”, passando a manipular o OA. Já figura 02, exibe a tela inicial com os botões de ação como o “Saiba mais” que trás informações sobre o estudo dos gráficos, o botão “Links Interessantes”, com estas funções o jogo digital educativo, vem apresentar curiosidades sobre os gráficos e suas aplicações complementando o conhecimento, o botão “Guia do Professor” apresenta um manual com o passo a passo, comentado do objeto e manipulação do mesmo, por fim o botão “Guia de Acompanhamento”, apresenta um breve questionário que ajuda ao Tutor ou Professor que realiza a atividade junto aos alunos sobre aspectos do OA, como pode ser observado na figura 04.

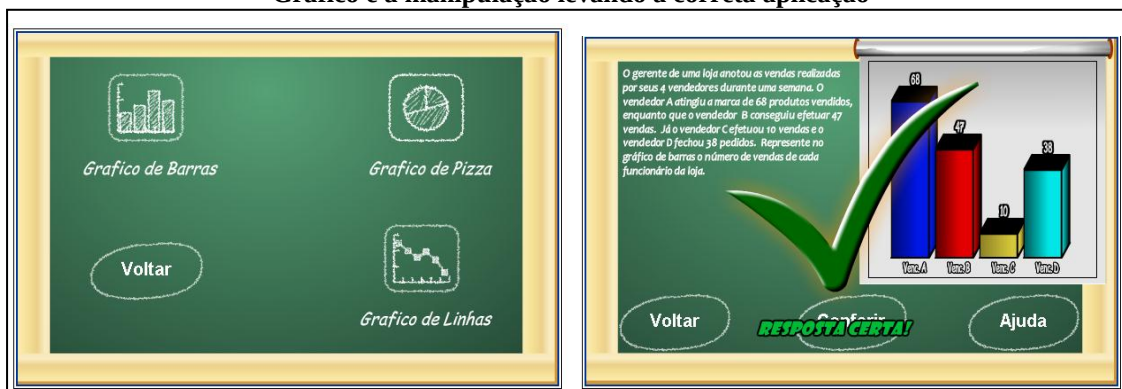
**Figura 02 - Tela Inicial do Objeto de Aprendizagem Representações Gráficas do Projeto Condigital**



Fonte: Disponível em: < <http://condigital.unicsulvirtual.com.br/> > Acesso em: 10 ago 2015.

A figura 03 mostra duas telas uma com a escolha que o jogador fará entre os três tipos de gráficos apresentados, e ao lado o exemplo de uma simulação resolvida. Pode se verificar que conta com um texto ao lado o gráfico, e o botão de “conferir”, que ao ser acionado indica se o jogador acertou ou errou na construção do gráfico.

**Figura 03 - Tela Objeto de Aprendizagem Representações Gráficas com a Escolha do tipo de Gráfico e a manipulação levando a correta aplicação**



Fonte: Disponível em: < <http://condigital.unicsulvirtual.com.br/> > Acesso em: 10 ago 2015.

A Figura 04 abaixo apresenta o Guia de Atividade, se trata de um acompanhamento que o Professor ou Tutor da Atividade Prática pode aplicar ao final do experimento em Laboratório, este guia resume de modo geral o aprendizado que o individuo ou aluno pode relatar ao responder as questões elaboradas, o que permite ao Responsável pela realização do experimento identificar possíveis dificuldades enfrentadas pelos alunos.

**Figura 04 - Guia de Atividade que acompanha o Jogo Digital Representações Gráficas**

| REPRESENTAÇÕES GRÁFICAS                                                                                                                     | GUIA DE ACOMPANHAMENTO DE ATIVIDADE |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------|
| <b>Guia de Acompanhamento de Atividade</b>                                                                                                  |                                     |
| Aluno(a): _____ Turma _____                                                                                                                 |                                     |
| Professor(a): _____                                                                                                                         |                                     |
| Você teve alguma dificuldade em jogar? Qual?                                                                                                |                                     |
| Para responder as questões, você recorreu ao tutorial de ajuda da matéria? Se sim, o que achou do texto? Conseguiu esclarecer suas dúvidas? |                                     |
| Teve algum desafio que você não conseguiu acertar a resposta? Qual?                                                                         |                                     |
| Você identificou alguma característica e principais diferenças entre os gráficos de barras, linhas e setores? Quais?                        |                                     |
| Em relação aos recursos da simulação, que outra(s) função(ões) você gostaria que estivesse entre os desafios e não está?                    |                                     |
| _____                                                                                                                                       |                                     |
| GUIA DE ACOMPANHAMENTO DE ATIVIDADE                                                                                                         |                                     |

Fonte: Disponível em: < <http://condigital.unicsulvirtual.com.br/> >

Acesso em: 10 ago 2015.

A Figura 05 apresenta dois exemplos de textos com abordagem contextualizada que é apresentado ao jogador. Para estes exemplos abaixo, a escolha foi pelo Gráfico de Colunas, como está apresentado na figura 05 a seguir.

**Figura 05 - Texto apresentado ao Jogador para montar o gráfico**

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p>O gerente de uma loja anotou as vendas realizadas por seus 4 vendedores durante uma semana. O vendedor A atingiu a marca de 68 produtos vendidos, enquanto que o vendedor B conseguiu efetuar 47 vendas. Já o vendedor C efetuou 10 vendas e o vendedor D fechou 38 pedidos. Represente no gráfico de barras o número de vendas de cada funcionário da loja.</p> <p><b>Exemplo - 1</b></p> | <p>Uma empresa oferece serviço de suporte à internet. O supervisor dos atendentes elaborou um relatório com o tempo médio de atendimento em relação aos principais problemas citados pelos usuários. O tempo médio para atendimento cuja reclamação era de queda de conexão foi de 12 minutos. Já para a reclamação de conexão lenta o tempo médio de atendimento foi de 8 minutos. A reclamação em relação a não carregar determinadas páginas teve 3 minutos em tempo médio de atendimento. Represente no gráfico o tempo médio de atendimento por tipo de reclamação.</p> <p><b>Exemplo - 2</b></p> |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

Fonte: Disponível em: < <http://condigital.unicsulvirtual.com.br/> > Acesso em: 10 ago 2015.

O objeto de aprendizagem utilizado escolhido, é de fácil manipulação e compreensão levando o jogador (ou aluno/indivíduo), a fazer a leitura do texto com um contexto e dados que levam a construção do gráfico, conforme o jogador acerta passa

para uma nova tela com um nível de dificuldade maior que o anterior, o que estimula o aluno a se recordar de algumas operações para resolver determinadas questões propostas pelo OA, como no caso de cálculos utilizando porcentagem ou regra de três. O aluno é motivado a avançar a medida que se sente instigado enquanto manipula o objeto de aprendizagem.

## **INSTRUMENTOS PARA ANÁLISE APLICADOS**

Primeiramente foi aplicado um questionário para verificar a percepção de aprendizagem dos alunos em relação as representações gráficas, vale ressaltar que tal conhecimento faz parte e compõe a grade de conteúdos que compõe a Matriz curricular do curso Técnico em Administração de Empresas. Identificando a necessidade de intervenção, o que foi constatado, visto que o nível de dificuldade de escolha apropriada do tipo de gráfico a ser aplicada, a forma como se dá a construção, e os elementos que fazem parte, como título, fonte, legenda e recursos aplicados para a elaboração, como por exemplo, o uso do *software Excel*.

No primeiro questionário foi identificado as dificuldades dos alunos, o próximo passo a escolha de uma abordagem mais efetiva, além da aula expositiva que foi aplicada logo após a Pré-atividade, para o caso desta turma II módulo do curso Técnico em Administração de Empresa, foi verificado a possibilidade de uso de recursos das TICs (Tecnologia da Informação e Comunicação), uma vez que esta articula com outras disciplinas destes alunos, então o uso de um Objeto de Aprendizagem foi para abordagem das dificuldades levantadas, sendo apropriado para esta situação.

Uma aula foi preparada para aplicação do experimento com os alunos, onde um laboratório foi disponibilizado com acesso a Internet, onde os alunos puderam explorar todos os recursos disponíveis do Objeto de Aprendizagem Representações Gráficas como no caso do *link* do botão “Saiba Mais”, ou “*Links Interessantes*”, colaboram com apropriação dos conhecimentos vistos, o que permite contribuir com a aprendizagem favorecendo os alunos neste tópico estudado.

O próximo momento foi levar os alunos para construir manualmente os gráficos, vistos no Experimento, que são os principais, os Gráficos de Colunas, Setores (Pizza) e o de Linhas utilizando o mesmo texto de cada um deles, retirado do próprio objeto de aprendizagem, contendo a contextualização do cotidiano, o que permite ao aluno se identificar em uma situação de sua vivência. Para a construção dos Gráficos a partir dos textos, os alunos utilizaram instrumentos como régua, esquadros, compasso e transferidor. Essa atividade foi importante pois a maioria dos alunos não sabiam como utilizar os instrumentos, nem como construir um gráfico a partir de um texto.

Um questionário foi elaborado como atividade Pós-experimento, entregue aos alunos junto com o material da aula manual prática dos gráficos, para que os alunos aproveitassem o momento e responder identificando, as informações consideradas quesitos básicos da apropriação do conhecimento, como o tipo de gráfico, se este está adequado, se contempla as informações complementares dos gráficos, como título, fonte, legenda. Essas informações permitiram gerar uma redação por parte dos alunos apresentando também suas considerações, pontos de vistas.

E ao concluir estas etapas todas, fazer a análise considerando tudo o que os alunos puderam aprender durante este desenvolvimento, e levar a aprendizagem consigo

para as demais disciplinas do curso que estão fazendo e quando for necessário mobilizar estes conhecimentos, bem como para o cotidiano e vida profissional do mesmo.

## **RESULTADOS E DISCUSSÕES SOBRE O EXPERIMENTO**

No experimento, verificou-se uma alta heterogeneidade da turma, visto que os alunos apresentavam graus de dificuldade diferenciados, variando desde alunos que desconheciam os conceitos básicos sobre o tema até aqueles com bons conhecimentos sobre o assunto em pauta. Muitos alunos, entretanto, não faziam relação direta entre o estudo das Representações Gráficas e sua aplicação no dia a dia, bem como nas diversas disciplinas em estudo e que serão estudadas pelos alunos, e também o trabalho de conclusão de curso, além dos alunos levaram consigo o conhecimento para o campo profissional.

Durante a execução do experimento, foram efetuadas observações e análises de alguns comportamentos, dentre os quais estão a troca de experiências e a necessidade de alguns alunos se agruparem, quando um colega com mais habilidade em jogos ajudava a outro que tinha pouca habilidade. Outro comportamento verificado foi o de estabelecer relações entre o conceito matemático das Representações Gráficas, com os tópicos estudados no curso Técnico em Administração de Empresas e com o jogo digital utilizado.

Outra observação foi que alguns alunos não percebiam a importância do estudo das Representações Gráficas, como base fundamental para o desenvolvimento dos elementos de estudo para as tomadas de decisões, e contextos já utilizados por esses alunos em outras disciplinas do curso que envolveram o uso e aplicação deste conceito, inclusive em seu cotidiano e vida profissional bem como a aplicar os conhecimentos adquiridos na elaboração do trabalho de conclusão do curso técnico em Administração de Empresas. A necessidade de se estabelecer esta relação entre o conceito, a prática e o curso em si é importante, pois esclarece para o aluno a relevância desses conceitos propostos na base tecnológica do curso, ou seja, na Matriz Curricular, e também na vida profissional e no dia a dia.

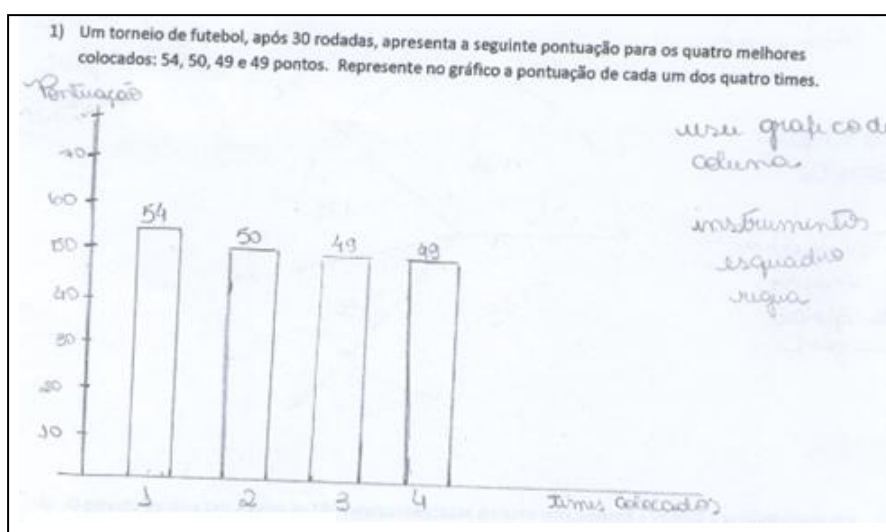
Os alunos do II módulo do curso técnico de Administração de Empresas, envolvidos neste experimento, tiveram acesso ao jogo digital educativo, praticaram e aprenderam sobre o estudo dos gráficos, enquanto jogavam. O objeto de aprendizagem aplicado no experimento mobilizou conhecimentos já vivenciados pelos alunos em outros momentos de sua vivência escolar, tais como o uso de cálculos como porcentagem, regra de três, as operações básicas. Estes mesmos alunos no I módulo deste curso tiveram a aula de Aplicativos Informatizados onde puderam praticar a construção de gráficos a partir do *Software Excel*, segundo os alunos o desenvolvimento era automático ou seja, ele apenas selecionava a tabela ou os elementos dispostos, para que o *software* gerasse automaticamente o gráfico. Questões como qual o tipo adequado de gráfico aplicar, ou a construção deste a partir de um texto contextualizado do cotidiano da vida do aluno, e este era mobilizado a construir uma tabela com o resumo dos dados contidos no texto para que o *software Excel* gerasse o gráfico.

A análise dos questionários pré-experimento, indicaram a necessidade de intervenção para melhorar a aprendizagem dos alunos, além da aula expositiva, foi identificado a premência de abordagem com uso das TICs, voltando essa prática para o emprego de um Objeto de Aprendizagem, que neste caso foi um Jogo Digital Educativo desenvolvido para o estudo das Representações Gráficas, permitindo aos alunos

avançarem em conhecimentos, agregando informações diferentes que ainda não conheciam e que contribuíram com a aprendizagem destes alunos.

O emprego de uma atividade manual prática, como exercício para os alunos foi muito interessante, pois a maioria havia construído gráficos a partir do *software Excel*, e neste momento então construiriam os gráficos com o uso de instrumentos como régua, compasso, esquadro, transferidor, os alunos aprenderam a manipular estes instrumentos para a construção dos gráficos, identificando o tipo adequado e complementando com informações necessárias como título, fonte e legenda.

**Figura 06 - Texto apresentado ao Jogador para montar o gráfico**



Fonte: Imagem retirada da Atividade Manual Prática sobre Construção de Gráficos dados da Pesquisa.

A figura 06 foi retirada dos dados da pesquisa, onde um aluno efetuou a construção de um gráfico do tipo Colunas, informou os instrumentos que utilizou para a construção de gráfico, pode se observar que o mesmo indicou todos os elementos do texto aplicado no exercício.

Os alunos relataram que alguns dos instrumentos como transferidor e compasso não conseguiam manipular, mas a todo o momento foram assistidos e orientados no uso correto de tais instrumentos. A análise e interpretação do texto contextualizado retirado do objeto de aprendizagem e aplicado neste exercício levou os alunos a tomar cuidado com a escolha do gráfico e também o cuidado do tratamento da informação para a partir dela construir um gráfico. Pode ser observado na figura 07 abaixo, onde o aluno realizou o cálculo para encontrar o ângulo correspondente e a esta a respectiva porcentagem. Neste exercício os alunos puderam manipular além do compasso o transferidor para indicar corretamente o posicionamento que determinado setor deveria estar.

4) O gerente de uma loja analisa as 180 vendas realizadas durante uma semana e verifica a produtividade dos vendedores. O vendedor A atingiu a marca de 90 produtos vendidos, enquanto que o vendedor B conseguiu efetuar 9 vendas. Já o vendedor C efetuou 45 vendas e o vendedor D fechou 36 pedidos. Para uma melhor análise, o gerente representa em um gráfico de setores, no qual as vendas de cada vendedor estão representadas em porcentagem. O gráfico correto é:

*calculos regra de 3 soma*

*Total 180 produtos*  
*Porcentagem 100%*  
*grau 360°*

*grafico de setores*  
*instrumentos*  
*compasso*  
*transferidor*  
*régua*

$A = 90 \rightarrow 50\%$

*Percent. grau*  
 $50\% \quad 360^\circ$   
 $100\% = 18000$   
 $x = \frac{18000}{100} \cdot 50$   
 $x = 9000$

$B = 9 \rightarrow 5\%$   
 $5\% = x$   
 $100 \rightarrow 360$

$C = 45 \rightarrow 25\%$   
 $25\% = x$   
 $100 \rightarrow 360$

$D = 36 \rightarrow 20\%$   
 $20\% = x$   
 $100 \rightarrow 360$

*calculos*  
 $100\% = 18000$   
 $x = \frac{18000}{100} \cdot 45$   
 $x = 8100$   
 $36^\circ$

$45 \rightarrow 25\%$   
 $25\% = x$   
 $100 \rightarrow 360$   
 $100\% = 3600$   
 $x = 900$

2

A figura acima de número 07, possui os cálculos e as informações que o aluno deixou escrito, contando com as operações para transformação de ângulo e porcentagens bem como os instrumentos utilizados, o Gráfico contempla as informações contidas no texto acima de onde o aluno partiu para a construção deste Gráfico de Setores.

O resultado da análise dos questionários e da atividade prática e do questionário final, foi em geral positivo. Os alunos relataram que, além de praticarem, visualizarem e manipularem os jogos perceberam-se também descobrindo de modo prático suas habilidades e também confrontando seus conhecimentos, pré e pós-experimento. Ainda, o OA utilizado se tornou um meio de inspiração para os alunos na elaboração do seu trabalho de conclusão de curso a partir desse experimento.

A figura 08 na próxima página apresenta as respostas do questionário citado acima, com informações da experiência prática de um aluno desde o início do experimento, isto pode ser observado no texto contido nesta figura. Neste questionário o aluno pode articular os conhecimentos prévios e pós-experimento, ou seja o conhecimento agregado após a realização do Experimento, incluindo todas as informações obtidas, descrita pelo aluno de modo resumido.



**Figura 08 - Texto apresentado ao Jogador para montar o gráfico**

gráfico:

a) Atividade 1  
gráfico de coluna, porque melhor representa os dados para fácil entendimento

b) Atividade 2  
gráfico de barra porque estava pedindo no exercício

c) Atividade 3  
gráfico de setores porque é mais fácil para a representação

d) Atividade 4  
gráfico de setores porque é mais fácil para a representação dos dados

e) Atividade 5  
gráfico em linhas porque é mais fácil para entendimento

f) Atividade 6  
gráfico em linhas porque é mais fácil para entendimento

2) Dos instrumentos de medição utilizados, em quais você teve mais dificuldade em utilizar  
Compasso

3) Você utilizou algum tipo de cálculo para resolver as situações problemas apresentadas, para elaborar o gráfico?  
Sim. regra de 3, multiplicação, adição

4) Qual foi sua maior dificuldade para realizar esta atividade?  
interpretar os dados para fazer os cálculos.

5) Qual software você utilizaria para fazer os gráficos no computador?  
Excel

6) Qual sua opinião em relação a construção de gráficos manuais utilizando instrumentos como recurso?  
não é fácil, por tem que ter habilidade com a régua, compasso, transferidor e interpretação de texto

7) Você precisou utilizar conceitos de proporção de medidas e grandezas para elaborar os gráficos? Caso positivo comente em quais Atividades.  
Sim. No exercício 5 a proporção não ficou boa para visualização, já no exercício 6 a proporção ficou melhor para visualização.

8) Qual diferença você pode observar em relação à atividade desenvolvida utilizando jogos digitais educativos para aprendizagem de representações gráficas?  
Nos jogos digitais apenas é necessário a resolução do exercício na representação é necessário fazer os cálculos e desenhar os gráficos.

Fonte: Imagem retirada da Atividade Manual Prática sobre Construção de Gráficos dados da Pesquisa.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

O presente trabalho propôs trazer um olhar sobre Objetos de Aprendizagem, especificamente sobre jogos digitais educativos e sua contribuição no processo de aprendizagem de um conceito matemático aplicado em um contexto de um curso técnico de Administração de Empresas. Os alunos envolvidos no experimento trazem consigo vivência com jogos digitais em sua rotina, mas antes deste experimento reportaram não ter a dimensão de que poderia se desenvolver a aprendizagem através dos jogos. O impacto do experimento para o desenvolvimento destes alunos foi muito significativo, levando à elaboração e contribuições nos Trabalhos de Conclusão de Curso por parte dos alunos.



Acredita-se que perceber a relação de um conceito matemático aprendido com o auxílio de um jogo digital, e sua relação com o próprio objetivo final do curso, contribuiu não somente para o aprendizado dos alunos, mas também lhes mostrou outras possibilidades enquanto profissionais da área de Administração de Empresas.

A leitura e interpretação correta das Representações Gráficas, no tratamento da informação, permite a estes alunos melhor articulação destes conhecimentos aplicando em outras disciplinas de sua formação, bem como no trabalho de conclusão de curso, e na vida Profissional e também no cotidiano. Os gráficos fazem parte da vida, saber emprega-los, interpretá-los contribui na formação deste aluno enquanto cidadão também. Este trabalho demonstrou isso nos relatos feitos pelos alunos, em outras atividades desenvolvidas por estes em outras disciplinas. E no caso do trabalho de conclusão de Curso, foi fundamental pois os alunos precisam apresentar os dados, tratar as informações, tabular-las e depois apresentá-las em forma gráfica para melhor compreensão, e isso foi atingido com sucesso. Muitos alunos ao final desta disciplina agradeceram por estarem preparados para desempenhar da melhor forma possível seus conhecimentos adquiridos neste experimento.

## REFERÊNCIAS

BARBOZA JR., A. T. **Ambientes virtuais de aprendizagem**: estudo de caso no ensino fundamental e médio. 2009. 111 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática). Universidade Cruzeiro do Sul, São Paulo, 2009

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. **Guia de tecnologias educacionais**. Organizado por Jeanete Beauchamp e Jane Cristina da Silva. Brasília: Ministério da Educação, 2008b.

LÉVY, Pierre - **A inteligência Coletiva - por uma antropologia do ciberespaço** – Edições Loyola, São Paulo , 1999

LEONTIEV, Alexei N. **Atividade, consciência e personalidade**. In: Arquivo Marxista na Internet, 2000. Disponível em < [http://www.marxistsfr.org/portugues/leontiev/1978/activ\\_person/index.htm](http://www.marxistsfr.org/portugues/leontiev/1978/activ_person/index.htm)>. Acesso em: 18 set. 2011.

MORAES, M. C. **Subsídios para fundamentação do programa nacional de informática na educação**. [S.l]: Secretaria de Educação à Distância, Ministério de Educação e Cultura, 1997. Disponível em: < [http://www.pucrs.br/famat/viali/tic\\_literatura/tecnicos/proinfo.pdf](http://www.pucrs.br/famat/viali/tic_literatura/tecnicos/proinfo.pdf)> Acesso em: 20 de set. 2014.

PIMENTA, P; BAPTISTA, A. A. **Das plataformas de E-learning aos objetos de aprendizagem**. In: DIAS, Ana Augusta Silva e GOMES, Maria João. E-Learning para e-formadores. Minho, TecMinho, 2004, p. 97-109.

VALENTE, J. A. Pesquisa, comunicação e aprendizagem com o computador. O papel do computador no processo ensino-aprendizagem. In: Almeida, M. E. B.; MORAN, J. M. (Org.). **Integração das Tecnologias na Educação**. Brasília: Ministério da Educação, Seed, 2005.

WILEY, D. A. **Learning object design and sequencing theory** . Doctoral dissertation, Brigham Young University. 2000.

CONDIGITAL, Unicsul Virtual, **Projeto Condigital**. Disponível em: <<http://condigital.unicsulvirtual.com.br/>> Acesso em: 10 ago 2015

# **JOGOS UMA METODOLOGIA PARA O ENSINO E APRENDIZAGEM DE MATEMÁTICA NO ENSINO FUNDAMENTAL**

**Luiz Otavio Rodrigues Mendes<sup>1</sup>**

**Isabelle Alves Trobia<sup>2</sup>**

<sup>1</sup>Universidade Estadual de Ponta Grossa/Matemática, mendesluizotavio@r7.com

<sup>2</sup>Universidade Estadual de Ponta Grossa/Matemática, isatrobia@gmail.com

## **Resumo**

Os jogos como metodologia para ensino e aprendizagem de matemática, atualmente, vêm ganhando espaço dentro de nossas escolas, numa tentativa de trazer o lúdico para dentro da sala de aula. Busca-se através dessa pesquisa, perceber quando e com que finalidade os professores utilizam os jogos nas aulas de matemática. Realizou-se esta pesquisa, que tem como objetivo principal investigar de que forma os jogos podem ser utilizados nas aulas de Matemática, qual o paradigma dos professores em relação aos mesmos e como se dá o ensino e aprendizagem dos alunos com o uso de jogos. A metodologia utilizada é de cunho qualitativo por meio de estudo de caso. Com o levantamento realizado chega-se ao seguinte resultado: os professores utilizam jogos de matemática como fixação nas aulas de matemática. O trabalho docente com o uso de jogos quando bem orientado, auxilia o desenvolvimento de habilidades tais como: observação, análise, levantamento de hipóteses, busca de suposição, reflexão, tomada de decisão, organização e argumentação; os alunos trabalhando com os erros enxergando apenas como um obstáculo a ser superado para a realização dos jogos. O uso de jogos, nas aulas de matemática, traz benefícios tanto para os professores quanto aos alunos.

**Palavras-chave:** Jogos. Ludicidade. Educação Matemática. Metodologia de ensino.

## **INTRODUÇÃO**

Atualmente os alunos vêm mais e mais demonstrando uma mudança de perfil em relação há alguns anos atrás, devido às novas tecnologias que se encontram a disposição de todos, da grande quantidade de informações que essas crianças recebem diariamente e também dos problemas sociais que as crianças visualizam no seu dia-a-dia. As crianças já não brincam mais nas calçadas, amarelinha, pique – esconde entre outras brincadeiras que antes eram tão comuns. Consequentemente, o espaço das mesmas está reduzido ao de seus apartamentos, condomínios ou o seu próprio quarto. As brincadeiras de hoje acontecem na frente do computador ou do vídeo game, e as interações mais comuns entre os adolescentes se dá através da internet.

É voltado a esse novo perfil de aluno, precocemente maduro quanto à realidade da vida, que precisamos desenvolver novos métodos de ensino, visando adequar a construção do conhecimento ao contexto no qual os alunos estão

inseridos. A realidade é que hoje temos que trabalhar com alunos que estão indiferentes aos conteúdos trabalhados, desmotivados e desinteressados pelas atividades propostas pelos professores.

A prática pedagógica presente nas aulas de matemática reserva ao aluno um papel passivo: cabe a ele ouvir e registrar o que o professor expõe; efetuar exercícios semelhantes ao resolvido na lousa; memorizar regras, das quais nem sempre entende o significado, para resolução de questões que não despertam seu interesse e que em geral admite uma única solução. A formação de indivíduos críticos e criativos exige a transformação das concepções, consciente ou não, que orientem a prática do professor em questões como: o que é aprender, como se adquire conhecimento, como se desenvolve a inteligência, quais os procedimentos e qual o papel do professor reservado nesse processo. Para isso novas tendências metodológicas surgiram entre elas encontra-se os jogos.

A ideia de trabalhar com jogos vem de um projeto de extensão realizado por professores e acadêmicos de licenciatura matemática da Universidade Estadual de Ponta Grossa –PR. A forma de trabalho nos permitiu analisar o resultado de nossa própria prática, bem como a aprendizagem dos alunos o que nos leva a acreditar que os jogos podem ser uma metodologia excelente para o ensino e aprofundamento da matemática nos anos finais do Ensino Fundamental.

O presente trabalho investigou sobre o que pensam os professores de matemática em relação à utilização de jogos nas aulas de matemáticas no ensino fundamental e tem como objetivo investigar de que forma os jogos podem ser utilizados nas aulas de Matemática e qual o paradigma dos professores em relação aos mesmos. Mas algumas questões devem ser pensadas quando se trata do uso de jogos em aulas de matemática: Qual a maneira mais adequada e eficiente para fazer uso de jogos? O que os professores pensam sobre a utilização de jogos nas aulas? Como os professores utilizam esses?

Para a realização desse trabalho partiu-se da seguinte hipótese: a maioria dos professores do ensino fundamental utilizam jogos no ensino e aprendizagem de matemática como fixador dos conteúdos. Para atingir os objetivos proposto realiza-se uma pesquisa de campo com professores e depois uma análise desses dados. A partir desses objetivos, as seguintes questões norteadoras foram estruturadas:

- O que são jogos?
- Que tipos de jogos existem e quais suas classificações?
- De que maneira os jogos podem auxiliar no ensino e na aprendizagem da Matemática?
- De que forma é possível fazer do jogo uma estratégia didática para o ensino da Matemática?
- O que os professores consideram como jogos e quais os problemas que enfrentam o fazer uso dessa ferramenta?

Dessa forma pretende-se nesse projeto relatar qual a importância do uso de jogos nas aulas de matemática, como esses devem ser realizados e qual a visão dos professores sobre esses. Mostrando que o jogo quando bem orientado, auxilia o desenvolvimento de habilidades tais como: observação, análise, levantamento de hipóteses, busca de suposição, reflexão, tomada de decisão, organização e argumentação.

## FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICO METODOLÓGICO

Gerando muitas discussões em metodizar o seu aproveitamento, Smole (2007), Friedmann (1966) e Vygotsky (1994), expressam em suas autorias a importância do lúdico. Intensificam os pontos positivos, ao tê-lo como aliado em sala de aula, abrindo novos caminhos para melhorar o ensino de matemática. A palavra lúdico vem do latim, *ludus* e significa brincar. Para a criança, o interesse em brincar é muito grande, pois acaba descobrindo, testando e aprendendo. Claramente uma brincadeira, com segurança e acompanhada, não traz riscos a sua saúde mental e física. E tem-se a concepção de regras dando origens a uma percepção de como se desenvolve a sociedade.

Contudo, é necessário que os educadores percebam a presença desses interesses e dessas capacidades e transformem a Educação Matemática em algo alegre, interessante e prazeroso. Ao educador cabe o papel de conhecer bem a realidade onde atua e capacitar-se para a utilização correta dos recursos tecnológicos, que estão presentes não só na escola, mas no dia a dia dos alunos. Caso os recursos não sejam bem explorados, o professor apenas estará utilizando uma nova roupagem para o ensino mecanizado e já superado pelo desinteresse dos alunos. Segundo Borin:

*Essa metodologia representa, em sua essência, uma mudança de postura em relação ao que é ensinar matemática, ou seja, ao adotá-la, o professor será um espectador do processo de construção do saber pelo seu aluno, e só irá interferir ao final do mesmo, quando isso se fizer necessário através de questionamentos, por exemplo que levem os alunos a mudanças de hipóteses, apresentando situações que forcem a reflexão ou para a socialização das descobertas dos grupos, mas nunca para dar a resposta certa. Ao aluno de acordo com essa visão, caberá o papel daquele que busca e constrói o seu saber através da análise das situações que se apresentam no decorrer do processo (BORIN, 1998, p. 10-11).*

O jogo quando inserido nas aulas de matemática podem trazer excelentes benefícios. Friedmann (1966), afirma que “o jogo é a atividade essencial das crianças e seria interessante que contribuísse um dos enfoques básicos para o desenvolvimento dos programas pré-escolares.” Focando nos conteúdos matemáticos e apropriando-o a idade correta, torna-se positivo a sua atuação, tornando as aulas de matemática muito mais prazerosas.

Ressalta Friedmann:

*Os jogos lúdicos permitem uma situação educativa cooperacional e interacional, ou seja, quando alguém está jogando está executando regras do jogo e ao mesmo tempo, desenvolvendo ações de cooperação e interação que estimulam a convivência em grupo. (FRIEDMANN, 1996, p.41)*

Com o lúdico algumas habilidades são desenvolvidas como: a observação, diferenciação de cores, figuras e formas, autonomia, aceitação do erro e regras. A criança, ao analisar o que faz, cria o seu ponto crítico, levanta hipóteses, descobre e compartilha ideias com seus colegas. Trabalha suas reflexões, argumentação e nas atividades práticas melhora seu condicionamento físico. Opina no decorrer do jogo e toma decisão. Estimula a curiosidade, concretizando e ampliando seu conhecimento. Desenvolve a organização nos alunos e aprimora-se o trabalho em equipe.

Ao brincar preparam-se para a vida quando adultos, passando por momentos, que acaba servindo de treinamento para sua vida. O propósito de se trabalhar com jogos está em superar as dificuldades encontradas e focar no ensino e aprendizado do conteúdo. Nos jogos obtemos o aprendizado e seu uso nas aulas de matemática cresce a cada dia mais. Rego coloca que:

*Mesmo havendo uma significativa distância entre o comportamento na vida real e o comportamento no brinquedo, a atuação no mundo imaginário e o estabelecimento de regras a serem seguidas criam uma zona de desenvolvimento proximal, na medida em que impulsionam conceitos e processos em desenvolvimento (REGO, 1994, p 83).*

Ao despertar a imaginação, cria-se maiores chances de entender o exercício, dando “asas à imaginação”. O aluno, desenvolve seus próprios métodos de resolução, supervisionados pelo professor, partindo de conhecimentos já assimilados. Observa-se nas escolas a presença de alunos desinteressados, desmotivados e professores que não se dedicam o quanto deveriam para trazer esses alunos para uma participação efetiva nas aulas. A utilização do lúdico nas aulas de matemática não é muito comum. Os jogos vêm ganhando espaço dentro de nossas escolas, numa tentativa de trazer o lúdico para dentro da sala de aula. Contudo, muitas vezes ele é concebido apenas como um passatempo ou uma brincadeira e não como uma atividade que pretende auxiliar o aluno a pensar com clareza, desenvolvendo sua criatividade e seu raciocínio lógico. Para Emerique:

*[...] se os professores considerassem o lúdico como um recurso associado à motivação, talvez o exercício ou a tarefa se tornassem mais desafiantes, provocadoras de curiosidade, [...] permitindo maior envolvimento e compromisso com o desafio do conhecimento da realidade, de si mesmo e do outro, facilitando o aprender a aprender. (EMERIQUE, IN BICUDO, 1999, p. 190).*

O ato de desafiar, contrasta em várias formas a resposta que os alunos podem trazer. Dotado de uma enorme curiosidade, e explorando os sentimentos em seu crescimento, desafiar o aluno, pode lhe aflorar uma grande vontade em conseguir vencer, a criança com sua inocência, mesmo assim sabe que é bom vencer. Possibilitando então procurar maneiras de vencer, ao se introduzir o lúdico na sala de aula, ele se confronta em três frentes, ser desafiado pelo jogo, que por si só já traz suas regras e metodiza quem pode vencer, o professor que mostra o caminho, já utilizando a matemática como forma a facilitar a busca da vitória, e os colegas de classes, com as mesmas intenções, acirrando a

competição, acelerando de certa forma essa conquista e ganhando como bônus e intenção de toda essa prática, a aprendizagem matemática.

O jogo é um fenômeno cultural com múltiplas manifestações e significados, que variam conforme a época, a cultura e o contexto. Um bom jogo deve ser interessante e desafiador, deve permitir que a criança avalie seu desempenho, o resultado deve ser claro para que ela consiga se avaliar e criar novas tentativas, além de proporcionar a participação do grupo todo durante todo o jogo. O jogo deve proporcionar um contexto estimulador da atividade mental da criança com sua capacidade de cooperação, sendo esse jogado de acordo com as regras pré-estabelecidas.

Proposto nos Parâmetros Curriculares Nacionais:

*Os jogos podem contribuir para um trabalho de formação de atitudes – enfrentar desafios, lançar-se à busca de soluções, desenvolvimento de crítica, da intuição, da criação de estratégias e da possibilidade de alterá-las quando o resultado não é satisfatório. (PCN, BRASIL, 1998,p.47)*

O jogo para ensinar matemática deve cumprir o papel de auxiliar no ensino do conteúdo, propiciar a aquisição de habilidades, permitir o desenvolvimento operatório do sujeito e, levar o aluno do conhecimento inicial ao conhecimento mais elaborado. Segundo estudos, abrindo os olhos das crianças, a escola que deve preparar para a vida, ensinando diversas situações, que poderá passar, e conhecimento suficiente para conseguir completá-las, os jogos ressaltam algumas dessas situações.

Com os jogos deve-se abranger todos os tipos de situações e envolver todos os alunos, cuidando para não os descriminalizar. Ao ser cauteloso na escolha dos jogos deve-se levar em conta que as turmas são heterogêneas. Cada aluno tem seu próprio limite e o seu tempo para o aprendizado e isso deve ser levado em conta na escolha do jogo. Antes de ser aplicado o jogo deve ser testado para que eventuais imprevistos não ocorram e para que o ensino e aprendizado sejam concretizados.

Novas ideias podem ser concebidas no jogo, em eventuais acontecimentos em sala de aula. Tendo grande valor a participação dos alunos, adicionando e melhorando o jogo a ser trabalhado. Ao se trabalhar com o lúdico não se deve esquecer o objetivo principal de ensinar a matemática. A grande abrangência de ideias que se pode colocar em um jogo, faz que ele possa destinar o caminho que o aluno tomará. O jogo é “ uma forma de socialização que prepara a criança para ocupar um lugar na sociedade adulta” (BROUGERE apud KISHIMOTO, 1998, p. 147). Muitas medidas que são tomadas, interferem na vida das crianças. Por se trabalhar em função de um grupo de aluno, tentando agradar a todos e desempenhar o seu trabalho. Afirma Henriot:

*Pode-se chamar de jogo todo processo metafórico resultante da decisão tomada e mantida como um conjunto coordenado de esquemas conscientemente percebidos como aleatórios para a realização de um tema deliberadamente colocado como arbitrário. (HENRIOT, 1989, p.7)*

Nos mais variados temas, que se pode trabalhar tem-se que eles devem ter uma certa coordenação, ao qual o aluno esteja consciente do porque está fazendo aquilo, e não que seja apenas mais uma brincadeira em seu dia a dia. As decisões que ele for tomar, deverão ter um sentido e um objetivo. Procurando assim fazê-lo pensar de que maneira irá conseguir ultrapassar, certas barreiras presentes no desafio proposto pelo jogo.

O jogo é um fenômeno cultural com múltiplas manifestações e significados, que variam conforme a época, a cultura e o contexto. Um bom jogo deve ser interessante e desafiador, deve permitir que a criança avalie seu desempenho, o resultado deve ser claro para que ela consiga se avaliar e criar novas tentativas, além de proporcionar a participação do grupo todo durante todo o jogo. O jogo deve proporcionar um contexto estimulador da atividade mental da criança com sua capacidade de cooperação, sendo esse jogado de acordo com as regras pré-estabelecidas.

Após selecionar o conteúdo a ser trabalhado o jogo pode ser escolhido por permitir que os alunos comecem a pensar sobre um novo assunto, ou para que eles tenham um tempo maior para desenvolver a compreensão sobre um conceito, para que eles desenvolvam estratégias de resolução de problemas ou para que conquistem determinadas habilidades que naquele momento você vê como importantes para o processo de ensino e aprendizagem. Atuando em vários seguimentos, da educação, ele reforça a aprendizagem e transforma a sala de aula. As aulas passam de desmotivadoras à prazerosas tanto para os professores quanto para os alunos.

Os jogos em seus vários formatos para ser trabalhado, separa-se em certos grupos ao qual se aperfeiçoa melhor a sua utilização. Lara (2005) coloca que os jogos se dividem em quatro tipos:

- Jogos de construção: no qual a criança não teve contato com aquele conteúdo, ou seja, o conteúdo é desconhecido.
- Jogos de treinamento: os jogos são usados para uma fixação de conteúdo.
- Jogos de aprofundamento: após o assunto já ter sofrido uma acomodação o professor proporciona jogos com situações com que ele o aplique.
- Jogos estratégicos: jogos com que as crianças tenham com que criar estratégias de ação para uma melhor atuação.

Evidencia-se uma grande construção na busca de inserir mais e mais vezes a utilização do jogo na matemática. A sua concepção é vista positiva e enaltece o ato de aprender a aprender. O jogo para ensinar matemática deve cumprir o papel de auxiliar no ensino do conteúdo, propiciar a aquisição de habilidades, permitir o desenvolvimento operatório do sujeito e, levar o aluno do conhecimento inicial ao conhecimento mais elaborado.

Friedman coloca:

*[...] acredito no jogo como uma atividade dinâmica, que se transforma de um contexto para o outro, de um grupo para outro: daí a sua riqueza. Essa qualidade de transformação dos contextos das brincadeiras não pode ser ignorada. (FRIEDMAN, 1996, p.20)*

Temos então a importância de se trabalhar e introduzir o lúdico em sala de aula, visando a educação em nosso presente e buscando com o jogo uma tentativa para melhorá-la. Empenhando papel fundamental para o crescimento da criança, e agilizando o processo de ensino – aprendizagem.

## **METODOLOGIA E ANÁLISE DE RESULTADOS**

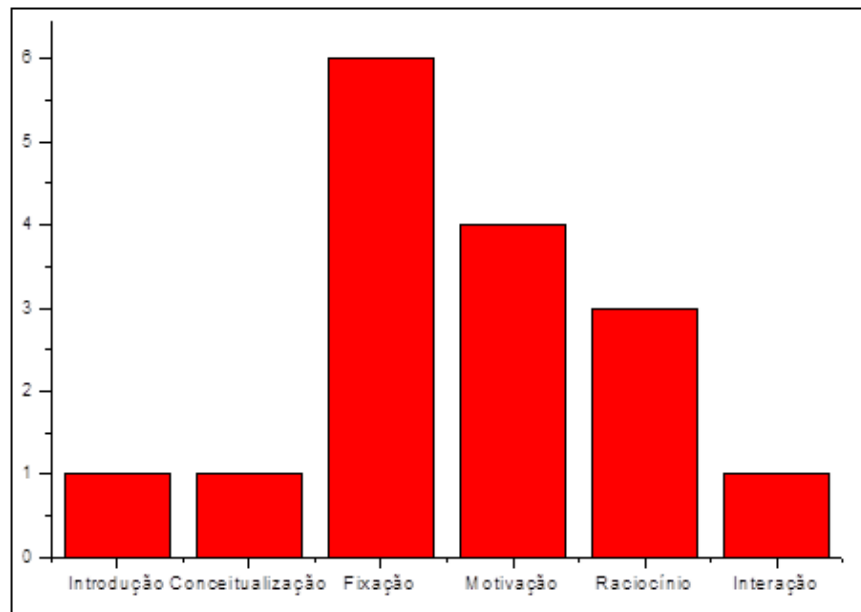
Participaram desta pesquisa professores de matemáticas do Ensino Fundamental. Estes professores trabalham em Escolas Estaduais da cidade de Ponta Grossa do estado do Paraná. As Escolas Estaduais possuem turmas desde o ensino fundamental até ensino médio e são frequentadas por alunos residentes da macrorregião onde as instituições estão localizadas. Foi realizada uma entrevista com os professores em horário previamente estabelecido, utilizando-se um questionário com perguntas escolhidas pelo grupo onde o professor respondeu e a partir das anotações do mesmo fez-se uma análise sobre o texto a ser apresentado.

O questionário aplicado compõe de nove perguntas, sendo quatro de assinalar e as demais perguntas abertas. As perguntas tratam da experiência, da importância, dificuldades e expectativas dos professores em trabalhar com jogos na disciplina de matemática. Alguns resultados e inferências se evidenciam no levantamento de dados realizado. Percebe-se, ao fazer o levantamento das respostas, que estes pensam que o jogo é muito importante para o ensino e aprendizagem de matemática. Segundo uma professora entrevistada temos: “Os alunos aprendem brincando” outra ainda relata “O mais gostoso em trabalhar com jogos e ver a alegria no rosto dos nossos alunos, é ver que a matemática está sendo vista de maneira gostosa por eles”.

O mesmo levantamento de dados revelou que os professores utilizam o jogo muito mais como fixação do que para a construção do conhecimento pelos alunos, uma das professoras relatou que “Ao invés de trabalhar com listas de exercícios eu trabalho com jogos tipo bingo ou cartas” outra ainda nos relatou que “A maior dificuldade que encontro com jogos é trabalhar de outras maneiras que não seja fixação nas minhas aulas”. O gráfico abaixo nos mostra como os professores da rede Estadual de Ponta Grossa utilizam os jogos durante as aulas de matemática (Figura 1)

**Figura 1: Utilização de Jogos**

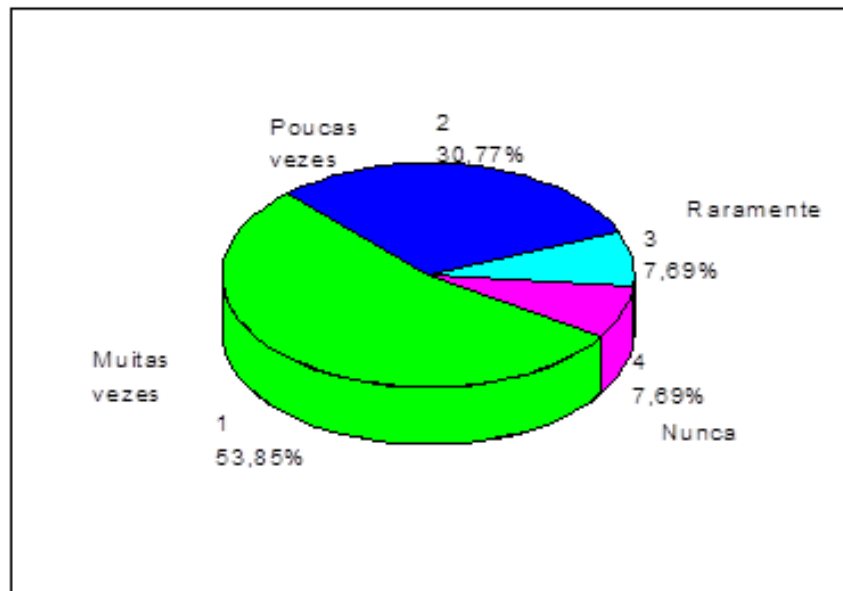




Fonte – Dados da Pesquisa

Observa-se como mostra o gráfico abaixo (Figura 2) que pouco menos da metade dos entrevistados, embora considerem o trabalho com jogos relevante para o ensino de matemática, não utilizam jogos em suas salas de aula ou utilizam pouco, e uma das razões é porque tem receio de perder o controle da turma e/ou falta de tempo.

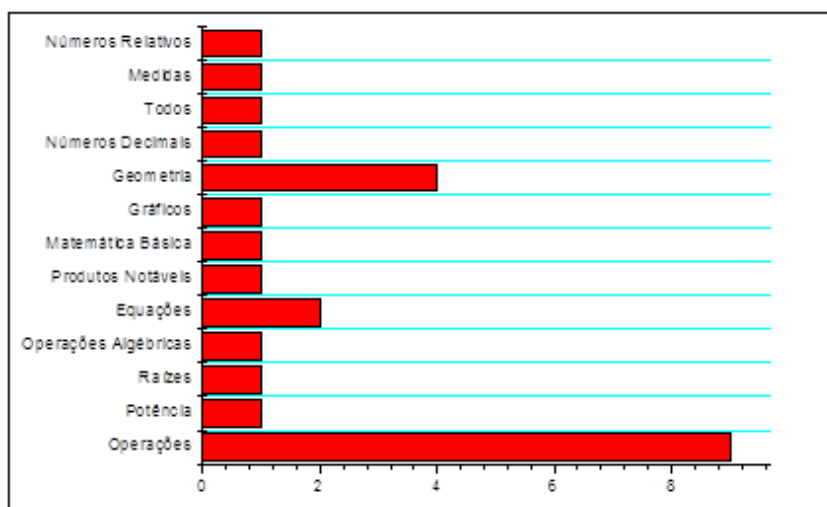
**Figura 2: Uso de jogos nas aulas de matemática**



Fonte – Dados da Pesquisa

Em relação ao conteúdo matemático mais trabalhado nas aulas de matemática encontra-se operações, como mostra o gráfico abaixo (Figura 3). Observa-se que a maioria dos jogos são aplicados nas turmas de 6º e 7º ano onde a aceitação é bem maior por partes dos alunos, facilitando de certa forma o trabalho dos professores. Isso ocorre pelo fato de que esses alunos acabaram de sair do Ensino Fundamental I, onde a presença de trabalho com jogos é muito maior. Nota-se que os alunos se sentem muito mais motivados a aprender quando brincam e com o passar, por medo ou falta de tempo, os professores acabam deixando de utilizar essa metodologia em suas aulas e alguns conteúdos deixam de ser trabalhados de forma diferenciadas, principalmente os do 9º ano.

**Figura 3: Uso de jogos nas aulas de matemática**



Fonte – Dados da Pesquisa

A pesquisa realizada com os professores nos aponta para algumas reflexões importantes, tais como:

- O trabalho docente com o uso de jogos quando bem orientado, auxilia o desenvolvimento de habilidades tais como: observação, análise, levantamento de hipóteses, busca de suposição, reflexão, tomada de decisão, organização e argumentação.
- Os alunos nos jogos, encaram os erros como um desafio enxergando-os apenas como um obstáculo a ser superado para a realização dos jogos e não como algo que os oprime.
- O uso de jogos, nas aulas de matemática, traz benefícios tanto para os professores ao ensinar quanto aos alunos para aprender.
- Quando o jogo é bem elaborado o ensino e aprendizagem de matemática ocorrem de forma natural.
- Os professores de matemática utilizam jogos matemáticos mais durante os primeiros anos do Ensino Fundamental II.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

Com a análise realizada e as presentes dificuldades expostas, tem-se a importância da utilização de jogos em sala de aula, mostrando sua eficiência na resolução de problemas para o ensino. O ápice no ensino ocorre quando o professor, estando bem orientado, demonstrando conhecimento total sobre o jogo e trabalhando de forma organizada, buscando concretizar seus objetivos.

Observamos durante a pesquisa que os docentes aprovam a utilização de jogos nas aulas de matemática e que normalmente são utilizados como substituição das listas de exercício. Os jogos são vistos principalmente para fixação dos conteúdos matemáticos.

Destaca-se que um jogo quando bem orientado, realmente auxilia o desenvolvimento de habilidades tais como: observação, análise, levantamento de hipóteses, busca de suposição, reflexão, tomada de decisão, organização e argumentação, criação de estratégias e autonomia. No processo de intervenção por meio de jogos, o sujeito tem oportunidades de constatar os erros ou lacunas, favorecendo a tomada de consciência que é necessária para a construção de novas estratégias.

Observou-se também a possibilidade de conseguir manipular os jogos e trabalhar praticamente, todos os assuntos matemáticos presentes no ano letivo. A grande maneabilidade que se encontra nos jogos, ajudando a incrementar na sua aula uma chance de completar as lacunas deixadas pelo assunto teórico, obtendo com a motivação na brincadeira, fazer o aluno persistir no aprendizado.

## REFERÊNCIAS

BRASIL. Ministério da Educação. **Parâmetros curriculares nacionais: ensino fundamental – Ciências da natureza, Matemática e suas tecnologias**. Brasília: MEC, 1998.

BORIN, J. **Jogos e resolução de problemas: uma estratégia para as aulas de matemática**. 3.ed. São Paulo: IME/USP, 1998.

EMERIQUE, P. S. **Isto e aquilo: jogo e ‘ensinagem’ matemática**. In: BICUDO, M. A. V. (org). **Pesquisas em Educação Matemática: concepções & perspectivas**. São Paulo: Editora UNESP, 1999

FRIEDMANN, A. **Brincar: crescer e aprender: o resgate do jogo infantil**. São Paulo. Moderna, 1996

HENRIOT, Jacques. **Sous couleur de jouer: la methapore ludique**. Paris: José Corti, 1989.

LARA, Isabel Cristina Machado. **Jogando com a matemática**. São Paulo: Rêspel, 2005. p. 13-30. cap. 1-2.

REGO, Cristina Tereza. **VYGOTSKY**. Petrópoles: Vozes, 1994.

KISHIMOTO, Tizuko Morchida. **Jogos Infantis: o jogo, a criança e a educação**. 6ª edição. Petrópolis, RJ: Editora Vozes, 1993.

# LOGARITMOS EM UM LIVRO DIDÁTICO DE MATEMÁTICA DO SÉCULO XIX NO BRASIL

Rogéria Teixeira Urzêdo Queiroz<sup>1</sup>

Elenice de Souza Lodron Zuin<sup>2</sup>

<sup>1</sup>COLÉGIO PROVIDÊNCIA, rogeriatuq@gmail.com

<sup>2</sup>PUC MINAS, Instituto de Ciências Exatas e Informática, elenicezuin@gmail.com

## Resumo

Nesta comunicação científica, apresentamos um recorte de uma pesquisa que tem como objetivo analisar o conteúdo logaritmos nos livros didáticos de Matemática a partir do final dos Oitocentos. Focalizamos o referido tópico presente na obra dos irmãos Aarão Reis e Lucano Reis, *Curso Elementar de Matemática – Arithmetica*, em sua segunda edição, publicada em 1892, identificando a concepção dos autores e o enfoque didático. Foi possível, através dessa análise, verificar como esse conteúdo era abordado pelos autores no final do século XIX, que coincide com o auge do positivismo no Brasil e, também, logo no início da implantação da Reforma de Instrução Pública de Benjamin Constant. A definição de logaritmo, dada pelos autores, parte das progressões aritmética e geométrica, dentro de uma concepção aritmética. A forma didática do texto é clássica, havendo uma maior atenção para a parte teórica, porém, as abordagens históricas se destacam. O livro pode ser classificado como uma obra que se ancora no positivismo de Comte. Os logaritmos são inseridos nos programas escolares pela reforma educacional de 1890 e certificamos que os irmãos Reis contemplam os conteúdos propostos oficialmente em seu manual de Aritmética. O programa proposto pela legislação, para o ensino de Aritmética, legitima conteúdos que já estariam estabelecidos no Brasil, pelo menos, em livros-texto de autores estrangeiros e nacionais.

**Palavras-chave:** História da Educação Matemática, Logaritmo, Século XIX

## INTRODUÇÃO

Vem crescendo, em nosso país, os estudos que tratam da História da Educação Matemática, tendo como principais fontes os livros didáticos.<sup>1</sup> Estes nos permitem verificar as semelhanças e diferenças dos conteúdos propostos em cada época; quais tópicos foram incluídos, excluídos ou tiveram sua permanência nos textos didáticos, por intenção do autor ou por força dos programas escolares, estabelecidos oficialmente pelo governo, os quais determinam os currículos a serem seguidos nas instituições escolares (ZUIN, 2007).

Desenvolvemos um projeto de pesquisa com o objetivo de investigar quando o conteúdo logaritmo aparece nas reformas curriculares do Brasil e quais foram as propostas dos autores de textos didáticos para o referido tópico.

---

<sup>1</sup> Destacamos, aqui, entre outras, as produções do GHEMAT – Grupo de Pesquisa de História da Educação Matemática no Brasil – criado em 2000, sob a coordenação do Prof. Dr. Wagner Rodrigues Valente.

Para a presente comunicação científica, nos concentramos apenas em uma obra; apresentamos nossa análise sobre a parte dedicada aos logaritmos na segunda edição do livro *Curso Elementar de Matemática – Arithmetica*, dos irmãos Aarão Reis e Lucano Reis, publicada em 1892.

Um dos nossos referenciais é André Chevel (1990), um dos principais teóricos no campo das disciplinas escolares, que declara que as mesmas “são o preço que a sociedade deve pagar à sua cultura para poder transmiti-la no contexto da escola ou do colégio.” (p. 222). Os livros didáticos são fontes relevantes para que possamos verificar quais caminhos uma determinada disciplina seguiu. A legislação escolar, igualmente, é uma fonte primária que nos aponta ou ela mesma determina os rumos que uma disciplina deve tomar. Em nosso caso, especificamente para essa comunicação, tomamos o livro dos irmãos Reis e a legislação como fontes, para fazermos algumas inferências relativas à presença dos logaritmos no currículo escolar brasileiro.

Para Chervel (1990, p. 188), os conteúdos sofrem transformações e a função das disciplinas escolares “consiste em cada caso em colocar um conteúdo de instrução a serviço de uma finalidade educativa.” Na sua concepção, existem duas finalidades: as finalidades de objetivo e as finalidades reais. As primeiras são estabelecidas pela legislação, enquanto, as últimas, são as escolares, aquelas pelas quais a escola ensina. Dentro deste contexto, Chervel assevera:

*A distinção entre finalidades reais e finalidades de objetivo é uma necessidade imperiosa para o historiador das disciplinas. Ele deve aprender distingui-las, mesmo que os textos oficiais tenham tendência a misturar umas e outras. Deve sobretudo tomar consciência de que uma estipulação oficial, num decreto ou numa circular, visa mais frequentemente, mesmo se ela é expressada em termos positivos, corrigir um estado de coisas, modificar ou suprimir certas práticas, do que sancionar oficialmente uma realidade. (1990, p.190)*

Sabemos que, atualmente, os livros didáticos de Matemática para o Ensino Médio trazem uma abordagem do estudo dos logaritmos pautados em termos algébricos, tendo em vista a ideia de potência e o estudo das funções. No entanto, a definição de logaritmo no livro dos irmãos Reis parte de progressões aritmética e geométrica, dentro de uma concepção aritmética, tal como foi concebida no século XVII, se nos pautarmos nos eventos históricos que envolveram o desenvolvimento desse tópico que se tornou um saber escolar.

Em fins do século XIX, período pós proclamação da República, sob o governo provisório do Marechal Manoel Deodoro Fonseca, ocorre uma reforma educacional importante no Distrito Federal, a Reforma que ficou conhecida por Reforma Benjamin Constant – o *Regulamento da Instrução Primaria e Secundaria do Districto Federal*. Seu autor, Benjamin Constant Botelho de Magalhães (1833-1891), o primeiro-ministro do Ministério da Instrução, Correios e Telégrafos. Em 8 de novembro de 1890, é sancionado o Decreto n. 891. Nesta reforma, ocorre a inserção de disciplinas científicas, preservando-se o Latim e o Grego, com a exclusão da Retórica e da Filosofia. Uma outra novidade: constam, pela primeira vez, no programa escolar, as progressões e logaritmos, para a 1ª classe da escola primária de 2º grau.

O decreto prescreve, para o estudo da Aritmética, entre outros conteúdos: “noções das progressões por deferência e por quociente. Theoria elementar dos logarithmos e uso das taboas. Arithmetica social: juros simples e compostos; capitalisação, amortizações, etc. Exercicios variados.” (BRASIL, 1890).

O livro dos irmãos Reis é escrito, ao que parece, logo após ser sancionado o Decreto 891, incluindo progressão aritmética, progressão geométrica e logaritmos, exatamente nesta sequência.

## OS AUTORES

Temos no *Curso Elementar de Matemática – Arithmetica*, uma obra com uma característica singular, porque foi escrita por dois irmãos da área de Exatas, filhos de Anna Rosa Leal de Carvalho Reis e Fábio Alexandrino de Carvalho Reis.

Aarão Leal de Carvalho Reis nasceu, em 6 de maio de 1856, em Belém (Santíssima Trindade), na Província do Pará e faleceu em 1933 no Rio de Janeiro. Inicialmente, graduou-se como bacharel em Ciências Físicas e Matemáticas na Escola Central<sup>2</sup>, antiga Escola Militar do Rio de Janeiro, (Escola Politécnica, a partir de 1874). Um ano depois, formou-se em Engenharia Civil na mesma instituição. (SALGUEIRO, 1997). Ele ainda teve outras ocupações, também atuando como engenheiro geógrafo, professor, político e urbanista.

Como professor, Aarão Reis exerceu a docência em estabelecimentos particulares e na Inspeção-Geral de Instrução Pública do Rio de Janeiro. Veio a lecionar na mesma instituição que estudou, na Escola Politécnica do Rio de Janeiro, assumindo as cadeiras Economia Política, Estatística, Direito Administrativo e Princípios de Contabilidade e Administração. Na área da Engenharia, ocupou muitos cargos públicos, atuou como chefe da comissão responsável por construir a atual capital de Minas Gerais. Trabalhou no plano urbanístico e realizou, entre os anos de 1894 e 1897, o planejamento de planimetria, arquitetura e construção de Belo Horizonte.

Lucano Leal de Carvalho Reis, professor de Matemática Elementar e oficial da Contadoria Geral da Guerra, é mencionado como um dos vultos da Estatística no Brasil, em um dos números da Revista Brasileira de Estatística publicada em 1942.

No preâmbulo do livro *Elementos de matemática*, denominado “Advertência”, é Lucano Reis quem escreve que o objetivo da obra é atingir simultaneamente os candidatos à matrícula nos diversos estabelecimentos de ensino superior, os alunos das Escolas Naval e Normal e, também, aqueles que “desejarem seguir a carreira commercial, ou a nobre profissão de engenheiros agrimensores, que tão importante é, de presente, no Brasil” (REIS & REIS, 1892, p. XVIII)

Os irmãos Lucano e Aarão compartilham a tarefa de escrever o *Curso Elementos de matemática*, dividido em quatro volumes independentes, segundo a ordem: aritmética, álgebra elementar, geometria preliminar e trigonometria retilínea e esférica. Na mesma “Advertência”, Lucano destaca que acrescentaria outros três complementos que tratariam

---

<sup>2</sup> A Escola Central era a antiga Academia Real Militar que passou a ser assim denominada a partir de 1858. O ensino nessa Escola abrangia três cursos distintos: um curso teórico de Ciências Matemáticas, Físicas e Naturais, um curso de Engenharia e Ciências Militares, e um curso de Engenharia Civil voltado para as técnicas de construção de estradas, pontes, canais e edifícios, ministrado aos não-militares, ou seja, aos civis que freqüentavam as aulas. O nome civil ainda não tinha sido empregado, nem fora mencionado na Carta Régia que instituiu a Academia. Em 1874, a Escola Central transferiu-se do Ministério do Exército para o Ministério do Império, com o nome de Escola Politécnica ([http://www.poli.ufrj.br/politecnica\\_historia.php](http://www.poli.ufrj.br/politecnica_historia.php))

de noções gerais de Astronomia, Física e Mecânica. Essa proposta de ter as disciplinas separadas – Aritmética, Álgebra, Geometria e Trigonometria – sendo lecionadas, muitas vezes, por professores distintos, seguia exatamente um modelo que era instituído no ensino secundário no Brasil e em outros países. O ensino secundário habilitava os estudantes para chamados “exames preparatórios” para a admissão ao Ensino Superior.

### O “CURSO ELEMENTAR DE MATEMÁTICA – ARITHMETICA”

Antes de apresentarmos uma descrição do livro dos irmãos Reis, é importante fazermos uma menção a algumas ideias positivistas que circulavam na época da proclamação da república no Brasil, as quais vão comparecer na reforma educacional realizada em 1890.

O francês Auguste Comte<sup>3</sup> elaborou uma hierarquia dos conhecimentos para o estudo da filosofia positiva. “As seis ciências fundamentais”, classificadas por ele, eram a Matemática, a Astronomia, a Física, a Química, a Fisiologia e a Física Social. Afirmou que tais conhecimentos representavam “a fórmula enciclopédica que, dentre o grande número de classificações que comportam as seis ciências fundamentais, é a única logicamente conforme à hierarquia natural e invariável dos fenômenos” (COMTE, 1996., p.68). O destaque fica com as ciências matemáticas e experimentais.

O que Comte denomina *estado positivo* se caracteriza pela submissão tanto da argumentação como da imaginação à observação. Em relação à Matemática, Comte assegurava que ela tem um maior grau de generalidade e “que deve constituir-se o ponto de partida de toda educação científica racional” (1996, p. 68).

Comte (1996, p. 53) ressalta que “toda ciência pode ser exposta mediante dois caminhos essencialmente distintos: o *caminho histórico* e o *caminho dogmático*. Qualquer outro modo de exposição não será mais do que sua combinação”. Em relação ao primeiro, acredita que “expomos sucessivamente os conhecimentos na mesma ordem efetiva, segundo a qual o espírito humano os obteve realmente, adotando, tanto quanto possível, as mesmas vias”. Além disso, o caminho histórico seria “aquele pelo qual começa, com toda necessidade, o estudo de cada ciência nascente, pois apresenta a propriedade de não exigir, para a exposição dos conhecimentos, nenhum novo trabalho distinto daquele de sua formação.”

O livro dos irmãos Reis pode ser classificado como uma obra que se ancora no positivismo de Comte, tão propagado no século XIX por Benjamin Constant. Apesar de não ser nosso foco tratar deste aspecto em particular, consideramos pertinente trazer as análises de Gomes (2008) avaliando que

*Aarão Reis foi um adepto do positivismo em todos os campos que atuou, e suas obras para o ensino de matemática pertencem a um conjunto de publicações claramente inspiradas nas idéias de Comte, as quais se multiplicaram no Brasil desde a década de 1870. (p.86)*

O título completo do livro, que consta na folha de rosto, é “Curso Elementar de Matemática – theorico, pratico e applicado”, sendo este o primeiro volume “Arithmetica (calculo dos valores)”, com a informação adicional de que foi organizado de acordo com os

---

<sup>3</sup> Isidore Auguste Marie François Xavier Comte (1798-1857) foi um filósofo francês, fundador da Sociologia e do Positivismo, trabalhou intensamente na criação de uma filosofia positiva.

melhores autores. Não há nenhuma referência aos programas estabelecidos pela Reforma Benjamin Constant.

O manual, com um total de setecentas e dez páginas, está dividido em cinco seções, sendo estas subdivididas em partes denominadas “Livros”, os quais, por sua vez, estão desmembrados em capítulos. Temos a Introdução Geral seguida de cinco seções a saber: Números Inteiros, Números Fracionários (frações ordinárias, decimais, contínuas), Números Incomensuráveis, Comparação dos Números (razão, proporção, progressões e logaritmos) e Aplicações Sociais (metrologia, regra de três, juros e descontos). A obra, em sua segunda edição, foi impressa no Rio de Janeiro pela editora Francisco Alves & Cia.

Na apresentação do livro, Lucano Reis afirma que o “Curso Elementar de Matemática – Arithmetica” foi escrito com o objetivo de ser útil aos estudantes, pois, no Brasil, eram inúmeros os manuais estrangeiros, sobretudo, os franceses. Reforça que o livro de Ottoni<sup>4</sup> era o único compêndio nacional e o mesmo, considerado excelente quando foi organizado e publicado, já estava “um tanto insuficiente para os estudos” daquela época. (p. XIX). Para Valente (2000), essa posição de Lucano Reis “estaria ligada, sobretudo, ao desenvolvimento dado ao tema *Números Incomensuráveis* não encontrado em Ottoni.” (p.207).

O manual dos irmãos Reis se apresenta, na sua composição, com um texto dividido em tópicos numerados, em ordem sequencial; algo muito comum nos livros editados naquela época. As páginas iniciais, que formam a introdução geral, incluem as principais definições e ideias gerais, padrão também seguido por outros autores.

Em relação à História da Matemática, verificamos que os autores incluem diversas abordagens históricas no livro – um ponto valorizado por Comte. Essas abordagens, de uma forma geral, são dispostas durante a exposição dos conteúdos; em notas de rodapé, sendo algumas delas bem detalhadas e, também, aparecem em alguns problemas, nos quais os enunciados remetem a personagens ou a situações históricas.

Logo no início do capítulo sobre Logaritmos, há, em notas de rodapé, descrições rápidas e objetivas da vida de John Neper, a quem os autores aportuguesaram os nomes, denominam “*Neper (João)*” e de Henry Briggs, a quem denominam “*Briggs (Henrique)*”. Da mesma maneira, encontram-se inúmeras notas de rodapé de teor biográfico. O conteúdo consiste, em geral, em datas e locais de nascimento e morte do personagem relevante em relação ao conhecimento que é focalizado, de suas contribuições para o seu desenvolvimento e, eventualmente, de referências a curiosidades de sua vida ou a trabalhos por ele publicados. A respeito de Neper, os autores escreveram:

*Neper (João) – Barão de Merchiston, nascido em 1550 na Escócia e falecido em 1617. Parece ter sido o primeiro matemático que substituiu o cálculo das fracções ordinárias pelas das decimaes, mas a sua descoberta dos logarithmos é o facto mais importante da sua vida e que o torna digno da veneração universal (REIS & REIS, 1892, p. 610).*

Valorizando a grande contribuição de Briggs, destacam também em outra nota de rodapé:

*Briggs (Henrique) – nascido em Yorkshire em 1556 e falecido em Oxford em 1630, em cuja universidade ensinava geometria. Notável*

---

<sup>4</sup> Trata-se do mineiro Christiano Benedito Ottoni (1811-1896) que escreveu manuais de Aritmética, Álgebra, Geometria e Trigonometria se referendando em autores franceses, adotados no Ginásio Nacional (Colégio Pedro II) e na Academia da Marinha.



*aperfeiçoador da grande descoberta de Neper, foi quem propoz a base usual dos logaritmos, apresentando ao mesmo tempo um trabalho completo a esse respeito (REIS & REIS, 1892, p. 610).*

Os aspectos históricos são muito valorizados ao longo de todo o livro. Os autores demonstram sua concepção, recorrendo da História, com muitas indicações, incluindo informações de vários matemáticos da Antiguidade até o século XIX, juntamente com dados biográficos em uma ou mais notas de rodapé.

Na página 611 do livro, há uma recomendação dos autores para que seja realizada uma leitura do livro “Elementos de Álgebra – excellent trabalho philosophico assaz recomendavel ao estudo dos que possuam já noções claras de cálculo algébrico.” (REIS & REIS, 1892, p.611).

Como não citam o autor dos “Elementos de Álgebra”, ao qual se referem, julgamos que poderia ser a compilação de Cristiano Benedito Ottoni do livro de Bourdon. Essa obra e outras de Ottoni foram adotadas no Colégio Pedro II, desde o decreto de 24 de janeiro de 1856 até os programas de 1870, de acordo com Valente (2002). A recomendação dos irmãos Reis revelaria a importância da obra de Ottoni e o respeito que os autores teriam por ele, apesar de que, na apresentação do *Curso de Matemática*, Lucano Reis considera que a obra de Ottoni estava ultrapassada, como já nos referimos anteriormente.<sup>5</sup>

Seja a obra de Ottoni ou outro autor, a citação acima sugere que os autores, em suas notas de rodapé, vão além de incluir apenas notas históricas.

## **LOGARITMOS NO “CURSO ELEMENTAR DE MATEMÁTICA – ARITHMETICA”**

Reis & Reis (1892) concentram, em quatorze páginas, o capítulo I composto pela teoria das progressões aritméticas e geométricas. Nesta parte, esclarecem:

*No domínio da Arithmetica cabe, em rigor, sómente o estudo das progressões por diferença, também chamadas arithmeticas, que são aquellas em que um termo qualquer deduz-se do precedente adicionando-lhe, ou subtrahindo-lhe, um numero constante denominado RAZÃO.*

*Entretanto, como complemento usualmente consagrado pelos auctores, estudaremos também as progressões geometricas, ou por quociente, isto é, aquellas em que um termo qualquer deduz-se do precedente, multiplicando-o, ou dividido-o, por um numero constante, denominado ainda RAZÃO.*

*As progressões – quer arithmeticas, quer geométricas – podem ser CRESCENTES ou DECRESCENTES, conforme os seus termos vam successivamente augmentando, ou diminuindo, sempre segundo uma mesma lei, que é a LEI DA SÉRIE. (REIS & REIS, 1892, p. 593).*

---

<sup>5</sup> Ottoni compila autores franceses e torna-se a primeira referência nacional, escrevendo manuais de Aritmética, Álgebra, Geometria e Trigonometria, que são adotados no Colégio Pedro II e, consequentemente, em outras instituições escolares. Para a Aritmética e Álgebra, baseia-se em Bourdon e, para a Geometria, Vincent, (VALENTE, 2000).

É necessário mencionar que, as progressões aritmética e geométrica são os pré-requisitos fundamentais para que os autores possam se apoiar na definição aritmética de logaritmo.

O capítulo II, num total de vinte e sete páginas, é dedicado aos Logaritmos, sendo iniciado com informações históricas. Seguidamente ao título, os autores informam, em três linhas, o sumário, dispondo, em ordem de apresentação, os assuntos a serem abordados no capítulo como parágrafos; denota-se, dessa forma, uma preocupação em apresentar ao leitor uma informação do que será abordado no capítulo e, ao mesmo tempo, possibilitar uma leitura geral dos principais itens necessários ao conhecimento do conteúdo.

O desenvolvimento de cada um dos parágrafos é colocado em tópicos numerados, que, nesse capítulo, já principia em 674.

Os autores iniciam o capítulo através de um parágrafo intitulado “Preliminares”, ressaltando as origens dos logaritmos: uma aritmética, que resulta da comparação das duas progressões existentes (aritmética e geométrica) e outra algébrica, onde são considerados como expoentes.

Nesse mesmo parágrafo, os autores reforçam a importância dos logaritmos para o progresso de outras áreas do saber, tendo como objetivo, provavelmente, mostrar ao leitor a relevância do conhecimento. Não deixam de destacar os idealizadores dos logaritmos, Neper e Briggs:

*Os progressos da Astronomia, a necessidade de uma navegação mais exacta, determinada pelas exigências de uma sociabilidade mais desenvolvida, exigindo cálculos muito laboriosos, - levaram o espirito humano a indagar de um meio como que os pudesse simplificar e d'ahi a descoberta dos logarithmos.*

*Essa descoberta foi feita por Neper no século XVII e, mais tarde, definitivamente completada por Briggs. (REIS & REIS, 1892, p. 600)*

Salientamos que, na parte final da introdução deste capítulo, há uma comparação oportuna, feita por Neper, entre logaritmos, progressão aritmética e geométrica e uma suposição do movimento de dois pontos.

*Neper deduziu a noção de logarithmo da comparação de uma progressão geometrica com uma progressão arithmetica, as quaes elle obtinha pela suposição do movimento de dois pontos, um com uma velocidade proporcional á sua distancia a uma origem determinada, e o outro com uma velocidade uniforme, sendo esta igual á do 1º, de modo que o 1º percorria espaços em progressão geométrica enquanto o 2º percorria-os em progressão arithmetica. (REIS & REIS, 1892, p. 611).*

Os autores, lembrando essa suposição, provavelmente, pretendiam reforçar a associação entre matemática e a mecânica clássica que, no final do século XIX, era a base de todo o desenvolvimento tecnológico.

Nos dois tópicos que se seguem, 675 e 676, os autores associam os logaritmos aos termos das progressões aritmética e geométrica. Quando tratam de logaritmo de um

número e da base de um logaritmo, nessas definições, utilizam o termo *progressão por diferença* e *progressão por quociente*, respectivamente, para progressão aritmética e geométrica.

Os irmãos Reis expõem as propriedades operatórias dos logaritmos, denominando-as de 1<sup>a</sup>, 2<sup>a</sup>, 3<sup>a</sup> e 4<sup>a</sup> propriedades, que são relativas, respectivamente, ao logaritmo de um produto, ao logaritmo de um quociente, ao logaritmo de uma potência e ao logaritmo de uma raiz, apresentando a demonstração de cada uma delas. Apresentam quatro propriedades denominadas de “peculiares”, que norteiam os tópicos seguintes, quando irão expor o parágrafo referente às tábuas de logaritmos. Nesse parágrafo, os autores adotam uma linguagem de caráter mais científico de difícil acesso àqueles que não têm domínio dos fundamentos de álgebra elementar.

Sobre as taboas de logaritmos há a seguinte informação:

*Toda a importância pratica dos logarithmos deixaria de ser aproveitada si não existissem as tabellas onde procurar-se os logarithmos dos números dados, ou os números correspondentes aos logarithmos dados, pois que evidentemente conviria effectuar, pelo processo respectivo, a mais complicada potenciação e applicar-lhe a simplificação que permitem os logarithmos, si a destruíssemos pela necessidade, em todos os casos, de calcular os logarithmos necessários.*

*D’ahi a importância das tabellas referidas, que se denominam TABOAS DE LOGARITHMOS das quaes a mais usual entre tantas que existem é a de CALLET<sup>6</sup>. (REIS & REIS, 1892, p. 617-618)*

Na sequência da apresentação do capítulo, observa-se que, nem todos os tópicos são seguidos de exemplos numéricos. Em alguns casos, há uma demonstração matemática, utilizando-se recursos algébricos, de alguma propriedade, como apresentada no tópico 693, onde os autores afirmam que:

*Desse modo facilmente verifica-se a possibilidade de co-existência de duas progressões – uma aritmética começando por 0 e outra geométrica começando por 1 – ambas crescentes, e em cada uma das quaes a diferença entre dois termos consecutivos pôde ser tão pequena quanto se queira, e sendo os termos da progressão arithmetica os logarithmos dos correspondentes da geométrica (REIS & REIS, 1892, p. 619).*

Uma outra característica que se evidencia da análise é o fato de que os autores não propõem exercícios ao final do capítulo, mostrando a preocupação em apresentar apenas o conteúdo; sendo que o fornecimento dos exemplos numéricos, bem como a proposição de exercícios, ficaria a cargo do professor. A obra não denota qualquer preocupação dos autores em objetivar estas atividades. No entanto, essa não seria uma característica dessa

---

<sup>6</sup> Em uma nota de rodapé há informações sobre “Callet (João Francisco) – nascido em Versailles em 1744 e falecido em 1798. Celebre mathematico, professor de hydrographia em Dunkerque, publicou em 1773 as suas *Taboas de logarithmos*, com excepcional correcção typographica, pelo processo de stereotypia de Firmin Didot. Além desse, deixou outros trabalhos igualmente recommendaveis, taes como, por exemplo, o Suplemento á trigonometria espherica de Bezout.” (REIS & REIS, 1892, p.618),

obra, pois a forma de condução de um conteúdo, sem preocupação com exercícios resolvidos ou propostos, era comum em outros autores naquela época, quer seja no Brasil ou no exterior.

Depois da apresentação das situações-problema, referentes às tábuas de logaritmos, os autores definem os *cologaritmos* e finalizam o capítulo sem propor nenhum exemplo de aplicabilidade. Chamam a atenção para a observação deixada ao final do capítulo:

*Na Álgebra estudaremos esta theoria com o desenvolvimento que a sua importância requer, e serão elucidados pontos que, aqui, nos limitamos a esboçar ligeiramente e em traços por demais geraes (REIS & REIS, 1892, p.626).*

Fica claro que, os autores tem ciência da complexidade do tópico apresentado e de que esse conteúdo requer um aprofundamento maior do que o explicitado no capítulo II.

Diante do que foi exposto, podemos concluir que o capítulo de logaritmos, apresentado nesse manual, não é denso, contudo, apresenta alguns itens de maior complexidade, conforme relatado no antepenúltimo parágrafo. Como já evidenciamos, o capítulo possui poucos exemplos numéricos e não fornece exercícios de fixação do conteúdo e nem tópicos de aplicabilidade do que foi discorrido.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

Como bem aponta Bittencourt (2008), no século XIX, no Brasil, há um estímulo para que os intelectuais e personagens do mundo político se dedicassem à escrita de manuais escolares. Os autores, Aarão Reis e Lucano Reis foram professores consagrados e pessoas de destaque na sociedade, na época da edição do livro. Eles se enquadram entre o grupo de docentes e intelectuais que se tornaram autores de livros-texto nos Novecentos.

É evidente a adesão dos autores às idéias positivistas, incluindo citações de Comte, – a primeira já se encontra no início do livro – e menções ao positivismo. Outros pontos a serem destacados são a utilização da história e o capítulo *Idéias e definição de Lógica*, incluído no manual. Fazem menção também a Condorcet, um dos autores indicados por Comte.

Os irmãos Reis escrevem o seu “*Curso Elementar de Matemática – Arithmetica*” tendo, entre os conteúdos do livro, as progressões aritmética e geométrica, que são dispostos exatamente antes do capítulo sobre logaritmos, de modo a dar subsídios para o leitor acompanhar o desenvolvimento do tópico subsequente.

Entendemos que, a definição e construção da ideia de logaritmo, partindo de uma análise do comportamento de séries de progressão geométrica e aritmética, tal como foi pensada inicialmente, fazendo uma associação dos termos dessas progressões, está em conexão com uma tradição histórica. E é se valendo de várias abordagens históricas que os autores enriquecem sua obra, dentro do espírito comtiano de valorização da História das Ciências.

Sobre o *Curso de Mathematica*, Valente (2000, p. 207) ressalta que “a estruturação do livro procura ser algo original, organizada a partir do fio condutor *números*”, contudo, pondera, “do ponto de vista do desenvolvimento do texto”, trata-se “de uma Aritmética

como a de Ottoni”.<sup>7</sup> Neste ponto, gostaríamos de reforçar que os irmãos Reis não são os primeiros autores a incluírem as progressões e os logaritmos em um texto destinado ao ensino secundário.

Podemos verificar, na análise que Wagner Valente (2002) faz de vários manuais de matemática, que esses mesmos tópicos estavam presentes em outros compêndios. Entre os autores franceses, temos *Éléments d'Arithmétique*, de Louis Pierre Marie Bourdon, reimpresso, entre 1824 e 1872, vinte vezes. Esse é um dos autores que Ottoni compila, trazendo a público sua primeira edição em 1852, que se torna referência no país. De outros autores brasileiros, encontramos as *Apostillas de Álgebra*, de Luiz Pedro Drago, publicadas em 1868 e o *Tratado de Arithmetica*, de João Antonio Coqueiro, publicado em 1890. Esses poucos exemplos já são suficientes para comprovar que os irmãos Reis, apesar de serem positivistas como Benjamin Constant, muito provavelmente, quando se tratava de elencar um rol de conteúdos e o seu encadeamento no livro, estariam mais comprometidos com o que já estava fixado por outros autores. Então, muito mais do que atender à uma legislação, estavam fazendo uma seleção de saberes já estabelecidos dentro da Aritmética.

Se assim o for, dentro do referencial ditado por André Chervel (1990), para este caso específico, teríamos as *finalidades reais* transformadas em *finalidades de objetivo*. Tópicos que eram normalmente incluídos em livros estrangeiros, faziam parte dos livros nacionais e já eram ensinados pelos professores no Brasil, passavam a ser oficialmente incluídos nos programas escolares.

Queremos reforçar que progressões aritméticas, geométricas e logaritmos foram tópicos incluídos na Reforma Benjamin Constant, sendo a primeira vez que aparecem efetivamente em uma legislação escolar no ano de 1890.

Constatamos um direcionamento para o currículo da Aritmética, que se torna oficial através da legislação; esta só legitima conteúdos que já estariam estabelecidos, pelo menos em algumas instituições escolares e incluídas em textos didáticos. Neste contexto, essa proposta é seguida por outros autores e, a partir desta reforma, os novos conteúdos são incorporados, oficialmente e definitivamente, aos programas escolares.

Atualmente, em relação aos logaritmos, nos livros didáticos de Matemática, os autores partem de uma definição algébrica apoiada na ideia de potência e do estudo das funções. Embora a definição aritmética, baseada nas progressões aritmética e geométrica tenha sido abandonada, segue-se a tradição imposta, primeiramente pelos manuais e, posteriormente, em termos da legislação, no século XIX, para a ordem desses conteúdos. Os livros didáticos continuam apresentando as progressões aritméticas e as geométricas antes dos logaritmos, em uma tradição que se perpetua há mais de um século.

## REFERÊNCIAS

BELTRAME, J. **Os Programas de Ensino de Matemática do Colégio Pedro II: 1827-1932**. 2000. 259f. Dissertação (Mestrado em Matemática). Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2000.

---

<sup>7</sup> “Durante grande parte da segunda metade do século XIX, a Matemática escolar orientou-se pelas obras compiladas por Cristiano Benedito Ottoni. Senador do Império e professor de matemática na Academia Real dos Guardas-Marinha, Ottoni compilou para Aritmética e Álgebra, os livros de Bourdon e, para Geometria, o livro de Vincent, autores franceses que escreveram didáticos para escolas militares. Ottoni foi o primeiro autor de livros didáticos de aceitação e adoção nacional.” (VALENTE, 2000, p. 205).

BITTENCOURT, Circe Maria Fernandes. **Livro didático e saber escolar (1810 – 1910)**. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2008.

BLAKE, Augusto Victorino Alves Sacramento. **Diccionario bibliographico brasileiro**. Rio de Janeiro: Typographia Nacional, 1883.

BRASIL. Decreto 981 de 8/11/1890. In: **Coleção de Leis do Brasil**. Rio de Janeiro: Imprensa Nacional, 1890. Vol. Fasc. XI. p. 3474.

CHERVEL, André. História das disciplinas escolares: reflexões sobre um campo de pesquisa. In: **Teoria & Educação**. n. 2, p. 177-229, 1990.

COMTE, vida e obra. São Paulo: Nova Cultural, 1996. (Os pensadores)

ENCICLOPÉDIA ITAÚ CULTURAL.

Disponível em: <<http://enciclopedia.itaucultural.org.br/pessoa4987/aarao-reis>>. Acesso em: 5 abr. 2015.

GOMES, Maria Laura de Magalhães. História da matemática e positivismo nos livros didáticos de Aarão Reis. **Revista Brasileira de História da Educação**, n. 18. p. 69-94, set./dez. 2008.

REIS, Aarão; REIS, Lucano. **Curso elementar de matemática: aritmética**. Rio de Janeiro: Francisco Alves, 1892.

REVISTA Brasileira de Estatística, ano III, n. 12, p. 700, out./dez. 1942.

SALGUEIRO, Heliana Angotti. **Engenheiro Aarão Reis: o progresso como missão**. Belo Horizonte: Fundação João Pinheiro/Centro de Estudos Históricos e Culturais, 1997.

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO. **Escola Politecnica – História**. ([http://www.poli.ufrj.br/politecnica\\_historia.php](http://www.poli.ufrj.br/politecnica_historia.php)). Consultado em 30 jul. 2015.

VALENTE, Wagner Rodrigues. **Uma história da matemática escolar no Brasil (1730-1930)**. São Paulo: Annablume/Fapesp, 2002.

VALENTE, Wagner Rodrigues. Positivismo e matemática escolar dos livros didáticos no advento da república. **Cadernos de Pesquisa**, n. 109, p. 201-212, mar./2000

ZUIN, Elenice de Souza Lodron. **Livros didáticos como fontes para a escrita da história da matemática escolar**. Guarapuava: SBHMat, 2007. (Coleção História da Matemática para Professores).

# MATEMÁTICA E MEIO AMBIENTE: QUEBRANDO PARADIGMAS METODOLÓGICOS NA EJA

**Maurílio Antônio Valentim<sup>1</sup>**

<sup>1</sup> Prefeitura de Juiz de Fora (PJF)

## **Resumo**

A preocupação com o consumo de água no Brasil não é assunto novo. As questões ambientais estão sempre em foco. Diante dessa problemática o presente trabalho objetivou relatar a experiência docente que deu início a um trabalho que vem sendo efetuado desde 2010 e que tem como objetivo utilizar a Matemática como instrumento de conscientização cidadã. O tema inicial, à época, foi o uso da água e do consumo de energia elétrica. A estratégia pedagógica aplicada buscou, por meio de suas contas de consumo de água e energia elétrica, a conscientização das atitudes cotidianas dos alunos da EJA de uma escola da cidade de Juiz de Fora – MG. Foram utilizadas as respectivas contas de consumo de água e de energia elétrica dos alunos como base para atividades matemáticas. Várias atividades extraclasse foram utilizadas como apoio. As atividades abordadas nesse projeto ambiental proporcionaram aos alunos uma visão mais crítica dos hábitos cotidianos familiares e os procedimentos adotados uma postura diferenciada nas aulas. O método de ensino adotado, em forma de projeto, possibilitou uma participação mais ativa, dos alunos, no processo de aprendizagem e conscientização do papel deles na sociedade além de reconhecerem a importância do conhecimento matemático em situações que, no início, para eles, não havia ligações.

**Palavras-chave:** Educação Matemática, EJA, Meio ambiente.

## **INTRODUÇÃO**

Em 2010, alguns fatores foram preponderantes para a opção de trabalhar com um projeto que envolvesse todas as fases da Educação de Jovens e Adultos da Escola Municipal Santa Cândida: a bisseriação, ocorrida na escola, devido à diminuição do número de matrícula e o início da implantação de uma nova proposta pedagógica, específica para a E.J.A. pela Secretaria de Educação de Juiz de Fora - MG.

Neste momento, vi a oportunidade de aplicar, junto aos meus alunos, uma nova metodologia que pudesse possibilitar uma mudança de postura nas aulas. O portfólio foi utilizado como forma de registro das atividades que seriam desenvolvidas. Além disso, a apresentação das atividades e o modelo adotado poderiam tornar possíveis que eu soubesse em que nível de conhecimento, naquele conteúdo, meu aluno se encontrava, pois optara em adaptar o currículo ao projeto.

Na EJA, em uma realidade totalmente diferente daquela vivida no ensino regular, com atores diversificados, que de acordo com Marta Kohl de Oliveira (1999) possuem ações e reflexões educativas que não devem ser as mesmas dirigidas a qualquer jovem ou adulto, já que estes estão delimitados em um grupo de pessoas relativamente homogêneo dentro de um grupo cultural, as ações propostas no projeto seriam adequadas.

Diante destas considerações e o fato de termos salas bisseriadas propus, dentro de um contrato didático (CHEVALLARD, 2001), considerando as instruções da coordenação

sobre uma didática voltada para a turma como um todo, mas diversificando na intensidade de aprofundamento, o trabalho seria com atividades alternativas, mas com um tema em comum. Lancei algumas ideias e ouvi opiniões e, juntos, decidimos trabalhar analisando as contas de consumo de água, no primeiro bimestre, e de consumo de energia elétrica, no segundo bimestre. As ideias de Paulo Freire (1998) sobre dialogicidade ajudaram a subsidiar esse momento. De acordo com Valentim a dialogicidade

*[...] está em permitir aos alunos uma ação e, conseqüentemente, uma reflexão sobre a ação pedagógica realizada. Nesse sentido, a reflexão sobre a ação pedagógica não fica a cargo somente do professor. [...] Ao estabelecer uma relação dialógica, o aluno deixar de ser apenas um receptor, uma conta bancária<sup>1</sup> que recebe depósitos, ele passa a ter condições de interpretar as informações, fazendo parte do processo de aprendizagem. (2015, p.55 e 57),*

Com isso procurei ater-me às atividades que estivessem de acordo com o que propõe a Educação Matemática e que são mencionadas por Fonseca (2007):

*Naturalmente, embora já seja lugar-comum, nunca é demais insistir na importância da Matemática para a solução de problemas reais, urgentes e vitais nas atividades profissionais ou em outras circunstâncias do exercício da cidadania vivenciadas pelos alunos da EJA. [...], contemplando-se problemas significativos para os alunos, ao invés de situações hipotéticas, artificiais e enfadonhamente repetitivas, forçadas tão-somente para o treinamento de destrezas matemáticas específicas e desconectadas umas das outras e, inclusive, de papel na malha do raciocínio matemático. ( 2007, p. 50)*

Com alunos de realidades diferentes, o tempo e o espaço deveriam atender a todos. As tarefas de pesquisas extraclasse já eram definidas pela metodologia implantada pela Secretaria de Educação, dentro do projeto pedagógico que deveria ser adotado como já mencionado acima.

O projeto pedagógico consiste de atividades semanais, individuais ou em equipe, realizadas no extraclasse e que serviriam de complementação curricular e da carga horária, visto que a quantidade de aulas semanais (quatro aulas diárias) não atenderia à LDB, que estipula uma carga anual de no mínimo 800 horas distribuídas em 200 dias letivos. Como as atividades tinham um caráter interdisciplinar, as tarefas de Matemática as permeavam de acordo com as necessidades. Mesmo não sendo possível ter como atender a todas, decidimos por realizar as restantes em sala de aula.

As atividades propostas tinham uma base em comum para todas as fases, com atividades diferenciadas para cada uma delas. Os conteúdos trabalhados foram disponibilizados de forma que os alunos que estavam em séries mais avançadas pudessem trabalhar em dupla, à escolha deles, e que levassem em considerações suas afinidades anteriores, já que a maioria se conhecia por serem da mesma localidade ou mesmo por aquelas criadas na escola.

---

<sup>1</sup> Conta bancária como referência a concepção bancária de ensino criticada por Freire (2002). Ele também utilizou outros termos como concepção digestiva e concepção nutricionista.



## DESENVOLVIMENTO

Com os temas definidos, era hora de idealizar as tarefas que deveriam permear todas as fases, procurando ater-se aos conteúdos específicos em cada uma delas além de elaborar atividades extraclasse diferenciadas. Como recursos didáticos utilizamos atividades na sala de informática, filme, palestras, passeio e atividades específicas, tudo registrado no portfólio.

Na sala de informática introduzimos os alunos ao mundo digital. Apesar de alguns alunos estarem bem letrados, seus conhecimentos eram direcionados, na maioria dos casos, para a rede social. Estes alunos, em trabalho coletivo, auxiliaram os colegas que nunca tiveram acesso. Juntos criaram seus e-mails, e tiveram noções básicas de informática. Realizaram pesquisa sobre os problemas causados pela poluição provocada pelo homem e os impactos nas reservas de água potável. Acessaram o site da empresa responsável pelo tratamento conhecendo os serviços prestados. Com o auxílio das contas de consumo de água de suas residências, já arquivadas no portfólio, tiraram segunda via de pagamento.

O filme escolhido para o trabalho foi “Water World, o segredo das águas”, com Kevin Costner. Ele descreve a Terra em meados do terceiro milênio, que em razão do derretimento das calotas polares se tornou um lugar sem terra sólida e a população vive em barcos ou em ilhas artificiais.

As tarefas envolvendo o filme abrangeram questões ecológicas, envolvendo as atitudes humanas em relação ao meio ambiente, e questões sociais. Fizemos questão de assistir ao filme legendado e assim auxiliar ao professor de inglês. Em relação aos conteúdos matemáticos, trabalhamos com transformação de unidades temporais.

A palestra foi realizada por um engenheiro da companhia de saneamento e esgoto-CESAMA- do município de Juiz de Fora. Ela já realiza este trabalho a algum tempo, visitando escolas e ou entidades que desejam ter este momento de reflexão sobre o tema. Durante a palestra, o engenheiro destacou o desperdício de água pelos consumidores, através de uso indiscriminado, a adoção de gatos e as consequências com o aumento do valor das contas para todos. Ele também elaborou um mapa da região do bairro explicando como são descobertos os gatos e também mostrando uma média do consumo. Expôs como os funcionários fazem a apuração do consumo com o maquinário próprio ampliando uma conta e destacando e explicando cada ponto dela.

**Figura 1: – Turma EJA assistindo palestra**



**Fonte: Autor (2010)**

**Figua2: Engenheiro da CESAMA explicando como se faz o cálculo de consumo de água.**



**Fonte: Autor (2010)**

O passeio planejado foi à reserva Biológica Municipal do Poço D'Anta que é uma área de conservação permanente, com 277 hectares, preservando um dos últimos remanescentes de Mata Atlântica da região. Ela abriga uma grande biodiversidade de espécies da nossa fauna e flora locais, além de servir de refúgio para mais de 50 mil espécies de animais vertebrados ou não. Esta atividade, de culminância, foi realizada dentre aquelas que devem ocorrer em horário extraclasse ao final do bimestre onde são apresentados os resultados e os projetos em andamento, instituída pela S.E.

**Figura 3: Foto aérea da reserva florestal Poço D'Antas**



**Fonte:** BRASIL TURISMO. Poço D'Antas. Disponível em: <http://www.brasilturismo.com/mg/juizdefora/lazer.php>. Acesso em: 23 de dez. 2010.

As atividades foram elaboradas tendo um tema central, mas de acordo com as fases de cada aluno. O trabalho foi desenvolvido de forma contínua. O aluno que por algum motivo faltava, ao retornar, continuava de onde havia parado. Os colegas de mesma fase ou de fases diferentes podiam auxiliar uns aos outros. Apesar de conteúdos matemáticos diferentes, procuramos utilizar um mesmo raciocínio para que houvesse a possibilidade de ocorrer os fatos citados acima. Além de utilizar atividades básicas para todos. Exemplificando temos:

Questão em comum: - Após verificar sua conta de consumo de água escreva 5 informações que você acha relevante nela. – Cite 3 informações numéricas que você não sabe o que representa.

Questão por fase: Fase V (sexto ano) – Escreva por extenso o valor da conta de consumo de água. Qual o algarismo de maior valor absoluto no número que representa o valor a ser pago pelo consumo na sua conta de água? Fase VI (sétimo ano) – Escreva os valores dos indicadores de qualidade de fornecimento de sua conta de energia elétrica subtraindo o valor mensal de cada um pelo seu respectivo valor trimestral. Dê a razão do valor de consumo de sua conta elétrica em relação ao valor de sua conta de consumo de água. Fase VII (oitavo ano) – Prove, através de cálculos matemáticos, o valor do ICMS cobrado na conta de consumo de energia elétrica. Faça uma média do consumo de energia elétrica de sua residência nos últimos 13 meses. Fase VIII (nono ano) – Considerando o símbolo (X) como o valor da sua conta de energia elétrica e o símbolo (Y) para o valor de sua conta de água calcule  $(\sqrt{x} + \sqrt{y})$ . Escolha 3 valores do quadro de “histórico de consumo”, arredonde o valor e calcule a raiz quadrada aproximada.

No decorrer das aulas, quando havia falta de conhecimento específico ou dúvidas de determinados conteúdos necessários à realização das tarefas, estes eram explicados em aulas expositivas com anotações nos cadernos e exercícios complementares.

Quanto à avaliação, no projeto, baseamos em muitas pesquisas que tratam do assunto nas aulas de Matemática, (LOPES, C. E., MUNIZ, M. S, 2010, ROMÃO, 1998).

Nosso processo avaliativo foi feito de forma participativa, durante e após as realizações das tarefas e com uma autoavaliação.

## CONCLUSÃO

Ao final das atividades, no fechamento do ano letivo de 2010, os alunos estavam tranquilos, sem aquele nervosismo tradicional. Foi difícil o processo de implantação do projeto como a quebra do paradigma do processo de avaliação por parte dos alunos. Por várias vezes, eles me indagavam sobre quando seria a avaliação ou qual seria a pontuação mesmo após o pacto firmado no início do período. Considero que esta metodologia contribuiu para a diminuição no índice de evasão e reprovação que acontece na escola. A mudança de postura dos alunos provocou uma mudança da minha postura nas concepções quanto à coparticipação dos mesmos na elaboração do planejamento das aulas. O tempo foi um grande empecilho, a adaptação dos alunos foi demorada e, além disso, na E.J.A. o período é semestral, com 4 aulas diárias. Porém, com a continuação do projeto, somente os alunos ingressos passariam pelo processo. Não foi possível cumprir o programa de acordo com o PCN (BRASIL, 1997) determinado em algumas fases, o que me provocou uma inquietação, mesmo concordando com Fonseca (2007) que considera isso um mito, “a linearidade do conhecimento matemático, traduzido na rigidez que se imprime à organização e ao sequenciamento dos conteúdos de ensino” (p.67). Ao final, podemos acreditar no envolvimento dos alunos, com processos de escrita, e na construção do saber.

## REFERÊNCIAS

BRASIL TURISMO. Poço D’Antas.

<http://www.brasilturismo.com/mg/juizdefora/lazer.php>. Acesso em: 23 de dez. 2010.

BRASIL, Ministério da Educação e do Desporto. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**, v. 3. Brasília: MEC/SEF, 1997.

CHEVALLARD, Y.; BOSCH, M. e GÁSCÓN, J. **Estudar matemáticas: o elo perdido entre o ensino e a aprendizagem**. Porto Alegre: Artes Médicas, 2001.

FONSECA, Maria da Conceição F. R. **Educação matemática de jovens e adultos**. 2 ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2007.

FREIRE, Paulo. **Pedagogia da autonomia: saberes necessários à prática educativa**. 7 ed. São Paulo: Paz e Terra, 1998.

LOPES, C. E., MUNIZ, M. S. **O processo de avaliação nas aulas de matemática**. Campinas, SP: Mercado das letras, 2010.

ROMÃO, José Eustáquio. **Avaliação dialógica: desafios e perspectivas**. São Paulo: Cortez, 1998.

VALENTIM, M. A. **Pensamento narrativo na aprendizagem matemática: estudos com alunos de ensino fundamental na resolução de atividade de álgebra**. 2015. 222p. Tese (Doutorado em Educação Matemática, Área de concentração: Ensino e Aprendizagem Matemática e suas Inovações) – Coordenadoria de Pós-graduação - Universidade Anhanguera de São Paulo, São Paulo, 2015.

# MODELAGEM MATEMÁTICA E GEOMETRIA ESPACIAL: O QUE TEM SIDO PRODUZIDO NO BRASIL?

Luciano David Pereira  
[lucianodavidp@gmail.com](mailto:lucianodavidp@gmail.com)

## Resumo:

A abordagem da Geometria a partir das concepções de Modelagem Matemática tem ganhado espaço nas últimas décadas nas discussões acerca da melhoria da aprendizagem da Matemática, e vem sendo abordada por vários estudiosos. Nesse artigo, pretendemos mostrar o que tem sido produzido sobre o estudo da Geometria no Brasil e como a Modelagem Matemática na perspectiva da Educação Matemática tem contribuído para melhorar a aprendizagem de seus conteúdos, a partir da página da relação de Cursos reconhecidos e recomendados na área de ensino da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES). Para tal, utilizamos os títulos e resumos e, na medida do possível, os textos completos das pesquisas. A análise dos dados nos mostra que há um pequeno número de teses e dissertações abordando essa temática. Boa parte das produções direcionou-se no estudo da geometria puramente, poucas envolviam o estudo da Geometria e a Modelagem Matemática.

**Palavras-chave:** Modelagem Matemática, Geometria, Geometria Espacial.

## 1. Introdução

A Modelagem Matemática foi introduzida no Brasil por um grupo de professores, especialmente, Ubiratan D’Ambrósio e Rodney Carlos Bassanezi, ambos do Instituto de Matemática, Estatística e Ciências da Computação (IMECC), da Universidade Estadual de Campinas, que difundiram, inicialmente na forma de cursos de especialização, essa alternativa para o ensino da Matemática. Outro nome muito importante neste trabalho com a Modelagem Matemática é Dionísio Burak, que desenvolveu seu Mestrado e seu Doutorado trabalhando com professores, alunos de licenciatura em Matemática e alunos de escolas básicas, tendo como foco principal o ensino de Matemática através da Modelagem Matemática. Trabalhando a modelagem em sala de aula, Burak (2005, P. 6) parte do seguinte princípio: “O interesse do grupo ou dos grupos [...] A ênfase no interesse é ponto de partida para o desenvolvimento de qualquer atividade humana”.

“Embora a Matemática seja, cada vez mais, imprescindível às atividades humanas, seu ensino, no entanto, apresenta-se como um dos principais problemas na escola [...]” (Pavanello, 1989, p. 8), e mais, “Quanto ao ensino da Geometria, o problema torna-se ainda mais grave: constata-se que ele vem gradualmente desaparecendo do currículo real das escolas” (Pavanello, 1989, p. 8). Nosso interesse é pesquisar e trabalhar a Geometria na sala de aula do Ensino Fundamental II e Ensino Médio tendo a Modelagem Matemática como suporte ao processo de ensino e aprendizagem, diante disso é que desenvolvemos este trabalho. Percebem-se lacunas consideráveis em relação aos trabalhos de Modelagem Matemática com os conteúdos de Geometria.

## 2. Metodologia

Realizamos o levantamento a partir da página de cursos reconhecidos e recomendados na área de ensino da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), entre os dias 21 e 24 de abril de 2015, utilizando três grupos de palavras-chave: modelagem matemática geometria: modelagem matemática geometria



espacial: geometria espacial. A partir das informações contidas nos resumos, localizamos vinte e três pesquisas que tinham como foco o ensino da Geometria, da Geometria Espacial e a Modelagem Matemática. Dessa forma observamos um número reduzido de trabalhos com foco no ensino da Geometria aliado à Modelagem Matemática.

Em seguida, procuramos localizar os textos completos das pesquisas, porém em alguns casos isso não foi possível. Os dados foram organizados em uma tabela contendo: autor, título, ano, orientador, instituição, propósito da pesquisa, referencial teórico utilizado, metodologia adotada, resultados e conclusões.

A seguir, apresentamos brevemente cada estudo e tecemos algumas considerações sobre os mesmos.

### 3. Resultados

Das vinte e três pesquisas encontradas, todas de mestrado, a pesquisa mais antiga que localizamos foi de 2004, o que evidencia que trabalhos que envolvam a Geometria e a Modelagem Matemática é algo recente em nosso país.

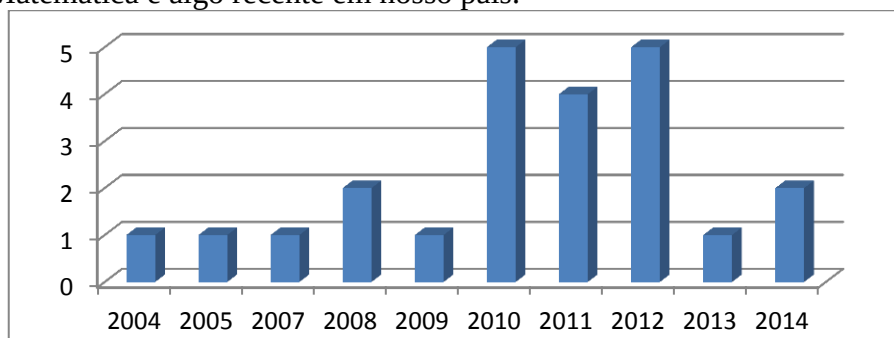


Figura 1. Número de produções por ano

Desses trabalhos, dezesseis foram produzidos em instituições públicas e sete em instituições particulares: Universidade Estadual da Paraíba (2), Universidade Federal de Goiás (1), Universidade Federal de Juiz de Fora (1), Universidade Federal de Ouro Preto (4), Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais (1), Pontifícia universidade Católica de São Paulo (1), Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho” (4), Universidade Cruzeiro do Sul - SP (2), Universidade Estadual do Paraná (1), Universidade Federal do Paraná (1), Universidade Estadual de Londrina (1), Fundação Universidade Regional de Blumenau (1), Universidade Luterana do Brasil - RS (1), Universidade Vale do Taquari de Ensino Superior - RS (1) e Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul (2).

A seguir, passamos a apresentação dos estudos cronologicamente.

Malheiros (2004) pesquisou sobre a produção matemática dos alunos em um ambiente de Modelagem, pois em sua revisão bibliográfica constatou que a maioria dos estudos realizados focava a figura do professor, ou seja, abordavam como estes lidavam com a Modelagem na sala de aula. ”(Malheiros, 2004, p. 23)., tendo como objetivo principal investigar como os alunos estão utilizando conteúdos matemáticos ao desenvolverem seus trabalhos em uma disciplina de Matemática, em um ambiente onde a Modelagem é usada como estratégia pedagógica. A autora argumenta que apesar de muitos pesquisadores usarem a Modelagem como uma alternativa ao ensino tradicional numa tentativa de relacionar os conteúdos matemáticos com questões que estão fora da Matemática. Exceção a isso é Araújo (2002), porém ela enfatiza o trabalho de um grupo.

Malheiros faz opção por investigar a Modelagem como estratégia de ensino por acreditar que com ela é possível aprender, realizar conexões, questionar, abstrair e aplicar conceitos matemáticos; que existe uma interação com outras áreas do conhecimento e o aluno tem a possibilidade de trabalhar com tema de seu interesse. O estudo se fundamenta nos trabalhos de Skovsmose (educação crítica) e de Borba (Modelagem Matemática como estratégia de ensino), porém a pesquisadora difere na questão de estar interessada não apenas nas questões relacionadas à Tecnologia da Informação e Comunicação, mas também na utilização da Matemática para investigar e resolver questões sobre temas escolhidos pelos alunos. Os participantes da pesquisa foram aluno da disciplina “Matemática Aplicada”, do período noturno ao longo do 1º semestre de 2002. Adotou-se uma abordagem qualitativa com procedimentos de análise documental, observação e análise de vídeo. A autora verificou que a aplicação do conceito de interdisciplinaridade através do trabalho com projetos desenvolve a criticidade dos alunos tendo apoio nas tecnologias de informação e comunicação. A pesquisadora considera que essa pesquisa não está concluída no aspecto geral da Educação Matemática e que é preciso estudar, investigar e pesquisar muito ainda para que o ensino e a aprendizagem da Matemática se torne algo prazeroso e significativo para os alunos.

Silva (2005) desenvolveu sua pesquisa em Modelagem Matemática numa perspectiva voltada para a Educação Matemática Crítica como alternativa para o ensino da Matemática objetivando investigar algumas contribuições para a formação cidadã dos estudantes. Apoiou-se na ideia de Skovsmose (2001) e (Freire, 1993). A pesquisa teve uma abordagem qualitativa e sendo seus atores alunos do segundo ano de Ensino Médio de um internato misto. A coleta das informações foi feita a partir de observação direta, questionários, análise de trabalhos escritos e conversas informais. A análise dos dados aponta para o grande potencial que existe no uso da Modelagem Matemática como meio de aproximar o conteúdo matemático das questões sociais e a realidade dos estudantes, estabelecendo conexões que garantem a criação de um espaço de reflexão, para o desenvolvimento do senso crítico e favorecendo o aprendizado.

Chiele (2007) estudou sobre o desenvolvimento dos conceitos de comprimento, área e volume no Ensino Médio. Teve como objetivo “Investigar, junto a um grupo de alunos do 1º ano do Ensino Médio, o estágio de domínio de conhecimentos elementares em Geometria e o desenvolvimento dos conceitos de comprimento, área e volume, a partir de uma sequência didática elaborada”.

Ele argumenta que uma das razões fundamentais que ensejou a investigação é a constatação de que o ensino da Geometria, na Escola Básica, parece não estar atendendo aos pressupostos e objetivos estabelecidos e tem levado os alunos a não desenvolverem satisfatoriamente noções elementares, sem a compreensão dos conceitos. Utilizou a teoria do modelo do desenvolvimento do pensamento geométrico de Van Hiele, as pesquisas atuais sobre os processos de ensino e aprendizagem da Geometria e também as diretrizes dos Parâmetros Curriculares Nacionais. A metodologia é de uma pesquisa na perspectiva qualitativa, seguindo os pressupostos da engenharia didática. A análise mostrou que é possível o desenvolvimento de um trabalho específico que resgate noções e conceitos que não foram adequadamente construídos e internalizados ao longo dos anos escolares.

Ferreira (2008) estudou em sua pesquisa, as orientações curriculares produzidas desde o Movimento da Matemática Moderna até os dias atuais e analisou como algumas coleções de livros didáticos incorporaram essas orientações. Para isso, consultou documentos oficiais como os Guias Curriculares do Estado de São Paulo (1975), a Proposta Curricular para o Ensino de Matemática do Estado de São Paulo (1992) e os Parâmetros Curriculares Nacionais (1998) no que se refere ao atual Ensino Fundamental II (6º ao 9º

ano). Ainda, estudou as coleções didáticas: Matemática – Curso Moderno, de Oswaldo Sangiorgi (1968 e 1971), A Conquista da Matemática de Giovanni, Castrucci e Giovanni Jr.(1992) e Matemática para Todos de Luiz Márcio Imenes e Marcelo Lellis (2002). A análise dos documentos e livros didáticos se fundamentou nas teorias de Roger Chartier (1991) e quanto ao estudo da Geometria, se apoiou nos estudos de Josep Gascón (2001 e 2003). Em sua análise, o pesquisador observou interferência do modelo Euclidianista tanto nos Guias Curriculares como na coleção Matemática – Curso Moderno, do modelo Quase-empirista no Proposta Curricular e na Coleção “A Conquista da Matemática” e uma perspectiva construtivista nos Parâmetros Curriculares Nacionais para a Matemática e também na coleção “Matemática para Todos”, embora preservando o modelo Quase-empirista. Esta análise permitiu entender o avanço vivido pela Matemática nesse período, em particular, a Geometria. Ainda foi possível perceber que os conteúdos matemáticos apareciam em diversos níveis e intensidades.

Andrade (2008) desenvolveu sua pesquisa sobre o ensino e aprendizagem de Estatística por meio da Modelagem Matemática. Tendo como objetivo “investigar quais as implicações que o ambiente de Modelagem Matemática pode oferecer para o processo de ensino e aprendizagem da Estatística no âmbito do Ensino Médio”. A autora fundamentou a investigação quanto à Educação Estatística e a concepção de Modelagem Matemática se baseou em Skovsmose (2000), no qual, “ao adotar a Modelagem em sala de aula transformamos um ambiente de aprendizagem que tínhamos (conhecido) em um novo cenário, um ambiente de aprendizagem fundamentado na Modelagem”. A metodologia da pesquisa foi qualitativa e os instrumentos utilizados foram observações, as atividades dos alunos, as entrevistas com os estudantes participantes e as impressões da professora-pesquisadora. Os sujeitos da pesquisa foram alunos de uma turma do terceiro ano do Ensino Médio do período noturno da rede pública do Estado de São Paulo, cuja pesquisadora era também docente da turma. A análise dos dados mostrou que o processo de ensino e aprendizagem da Estatística, no âmbito do Ensino Médio, por meio de um ambiente de aprendizagem da Modelagem Matemática, trata-se de um “caminho” viável e possível para a ação didático-pedagógica do professor em sala de aula e que este ambiente promove a Educação Crítica entre os indivíduos.

A pesquisa de Bomtempo (2009) investiga quais as possibilidades da construção de miniaturas de casas serem cenários de investigação para o estudo de geometria a partir de projeto “Pequenos Construtores”. Esse trabalho com a Geometria foi feito por intermédio da experimentação, que é uma indicação defendida por vários pesquisadores em Educação Matemática (ANDRADE; NACARATO, 2008; FAINGUELERNT, 1999; PAULO, 2001; PAVANELLO, 2007). A pesquisadora parte das considerações desses autores e caminha para uma proposta de trabalho por meio de Cenários de Investigação Matemática na perspectiva da participação investigativa do aluno de forma lúdica e por intermédio do ato de brincar. Foi desenvolvido com vinte e sete crianças entre dez e doze anos de uma escola municipal de Goiânia, onde os alunos edificaram mini casas, para que no processo fossem estudados conceitos geométricos. Os dados obtidos foram analisados seguindo as orientações da pesquisa qualitativa de abordagem fenomenológica. Foram analisados os modos de compreensão expressos por alunos e a intervenção dos professores envolvidos. Dessa análise, concluiu-se que o projeto “Pequeno Construtor” tem a possibilidade de se constituir como cenário de investigação, ao possibilitar o estudo de geometria e ir além dela.

Machado (2010) desenvolveu seu trabalho de pesquisa em relação à formação continuada de sete educadoras dos anos iniciais (3ª e 4ª séries) e a inserção da Modelagem Matemática em suas práticas docentes. Com o objetivo de identificar as percepções da



Modelagem Matemática das educadoras envolvidas, desenvolveu quatro oficinas que buscaram propiciar uma discussão crítica e embasamento teórico para desenvolver as atividades de Modelagem. A pesquisadora assumiu como referencial teórico BICUDO (1999), CALDEIRA (2009) E FREIRE (2005). A partir das oficinas foi elaborada, em conjunto com as educadoras uma sequência didática que posteriormente foi aplicada às crianças em sala de aula. As análises foram realizadas por meio de um questionário, do diário de campo que acompanhou as oficinas e das impressões das educadoras sobre Modelagem Matemática, após a aplicação da sequência didática em sala de aula. Concluiu-se que a inserção da Modelagem Matemática nos anos iniciais é possível, mesmo que seja no contexto da formação continuada.

Scarpim (2010) desenvolveu um trabalho teórico com o objetivo de explorar a potencialidade do modelo da *atividade de estudo* articulado com a teoria do conhecimento e constituir uma Modelagem inicial para o Ensino de Geometria Euclidiana Plana. Fundamenta-se na Teoria do Conhecimento Marxista, na Psicologia Sócio Histórica e no Experimento Formativo que ocorreu na União Soviética, sob a coordenação de Daniíl B. Elkonin e Vasili V. Davídov . A pesquisadora aborda a teoria da atividade no seu sentido mais geral. Apresenta um estudo da teoria da atividade, nos seus aspectos gerais segundo Leontiev e da teoria da *atividade de estudo* formulada no experimento formativo. A metodologia utilizada foi a *reflexão* sobre o modelo de *atividade de estudo* subordinado o modelo lógico-dedutivo da Geometria Euclidiana Plana, de forma a obter-se uma Modelagem inicial desse conteúdo segundo a *atividade de estudo*.

Perez (2010) pesquisou como os alunos do Ensino Médio compreendem o trabalho com pesquisa em sala de aula subsidia as atividades de Modelagem Matemática. A pesquisa é de caráter qualitativo com abordagem fenomenológica. O trabalho foi desenvolvido em duas classes de terceiro ano do Ensino Médio de uma escola da Rede Estadual de Ensino localizada na cidade de São Bernardo do Campo (SP) e durou três bimestres. O referencial teórico traz o desenvolvimento do pensamento reflexivo segundo Skovsmose (2001) e a perspectiva sócio crítica da Modelagem Matemática segundo Barbosa (2001) e Kaiser e Sriraman (2006). O pesquisador observou no desenvolvimento das atividades que há uma forte tendência dos alunos usarem gráficos e tabelas como modelos para as situações investigadas, ao mesmo tempo, constatou que as atividades de Modelagem Matemática podem ser um meio para que os conteúdos de Matemática possam ser aprendidos.

Silva (2010) procurou compreender as dificuldades manifestadas pelos alunos do Ensino Médio ao lidar com conteúdos de geometria espacial. Para isso, a pesquisadora fez uma revisão de literatura em que mostra o contexto histórico do tema, passando pelo desenvolvimento do pensamento geométrico segundo Van Hiele e ainda as concepções de Moraco (200), Lorenzato (1995) e apoiando-se nos Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio (PCNEM, 1999). O trabalho foi desenvolvido junto a alunos de uma escola pública do Estado de São Paulo, tendo a pesquisa qualitativa descrita por Bogdan e Biklen (1999). Optou-se por uma abordagem fenomenológica na qual “o investigador se remete diretamente ao fenômeno que está sendo vivenciado pelo sujeito buscando compreender o que lhe faz sentido” (Silva, 2010, p. 53). Os dados foram coletados por meio de filmagens, fotos, gravações de áudio e anotações da pesquisadora para ter o máximo de informações necessárias para a análise dos dados. Nessa análise, ela constatou que as dificuldades encontradas pelos alunos em trabalhar com a Geometria Espacial está diretamente relacionada com a *caracterização dos objetos geométricos*, com o modo como os alunos falam e entendem o que se está investigando e tem a ver com a leitura de suas realidades e não com o conhecimento escolarizado.

Sousa (2010) desenvolveu sua pesquisa tendo como objetivo investigar, aplicar e analisar uma intervenção didática no ensino da Geometria utilizando a Modelagem Matemática como ambiente de aprendizagem. Para isso, apoiou-se nos procedimentos de modelação de Biembengut e na concepção de Modelagem Matemática como ambiente de aprendizagem segundo Barbosa possibilitando a intermediação entre o conhecimento novo e o dominado pelo aluno, conforme teoria sócio construtivista de Vigostky. A pesquisa se classifica como um estudo de caso, com a coleta de dados por meio de questionário, pré e pós-testes, atividades e observações *in loco*, realizadas em uma turma de sétimo ano de uma escola municipal da cidade de Lagoa seca na Paraíba.

Como resultados, a pesquisa explicitou os conhecimentos prévios e explorados pelos alunos bem como mostrou a adequação da proposta didática.

Reinheimer (2011) desenvolveu sua pesquisa com o objetivo de apresentar uma alternativa utilizando a Modelagem Matemática como metodologia de ensino para estudar conteúdos de Geometria. Para isso, apoiou-se na perspectiva da aprendizagem significativa de Ausubel e Moreira, e na Modelagem Matemática como metodologia de ensino apoiando-se em Biembengut e Bassanezi. O trabalho foi um Estudo de Caso desenvolvido com alunos do terceiro ano de Ensino Médio da Educação de Jovens e Adultos (EJA). A coleta de dados deu-se por meio dos seguintes instrumentos: observações efetuadas na realização das atividades, material desenvolvido pelos alunos, questionário, áudios gravados, fotos e vídeo gravado no dia da apresentação do trabalho, cartazes e maquetes. O pesquisador afirma que os resultados da análise dos dados coletados e com base no referencial teórico adotado mostraram que os alunos conseguiram, a partir do modelo matemático, relacionar com os conteúdos de Geometria abordados.

Em sua pesquisa, Mellilo (2011), teve como objetivo, proporcionar aos alunos a chance de associar o conteúdo escolar a assuntos e acontecimentos que os rodeiam no cotidiano. Para isso, utilizou a Modelagem Matemática concebida como criação de modelos, que se fundamenta na adoção de premissas e na formulação de pressupostos, concepção defendida por Dewey e Bean. Foi feito um Estudo de Caso, onde os estudantes/modeladores foram de uma turma de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal de Ouro Preto e tinham a tarefa de construir modelos que atribuíssem probabilidades aos resultados dos jogos do campeonato brasileiro de futebol de 2010. A coleta de dados feita por meio de gravações de áudio, trabalhos escritos e caderno de campo foram analisados pelo método de análise de conteúdo forneceram elementos que o pesquisador acredita que foi criada uma oportunidade para que os alunos, em sala de aula, construíssem um conhecimento baseado na experiência, associado a situações vividas e debatidas no cotidiano. Ele conclui que o uso do Método de Caso para conduzir a atividade de Modelagem foi bem sucedido ao criar um ambiente, em sala de aula, em consonância com a educação progressiva concebida por Dewey.

Bueno (2011) realizou sua pesquisa mais de cunho teórico com o objetivo de articular aspectos metodológicos e teóricos que fundamentam concepções de Modelagem Matemática existentes na comunidade brasileira de educadores matemáticos e, com base nestes aspectos, delinear as possíveis contribuições educacionais das mesmas. Utilizando uma abordagem qualitativa, traz uma revisão bibliográfica sobre o tema, fazendo um estudo sobre conceituações e concepções de pesquisadores em relação à Modelagem Matemática e seus subsídios para a Educação Matemática. Essa pesquisa teve sua coleta de dados por meio de questionários abertos respondidos por quatro estudiosos que integram a comunidade brasileira de educadores matemáticos e discursam sobre a Modelagem na sala de aula, são eles: Maria Salett Biembengut, Dionísio Burak, Jonei Cerqueira Barbosa e Dale Willian Bean. De posse das respostas dos questionários, a pesquisadora fez uma

revisão das apreciações e a consolidação de um relatório final com vistas a caracterizar as concepções de Modelagem Matemática dos quatro estudiosos e que subsidiem essas concepções ofereçam para o ensino e a aprendizagem, tendo como público alvo professores de Matemática, em especial aqueles que atuam nos ensinos Fundamenta e Médio.

Fassio (2011) se propôs a analisar, em sua pesquisa, o envolvimento de alunos do ensino fundamental em uma proposta de estudo da Geometria contando com diferentes recursos materiais como: a cartolina, o computador, passando pelo lápis, régua, caleidoscópio, esquadro, compasso, software entre outros. Abordando o tema “Construções Básicas”, optou-se por uma pesquisa qualitativa de cunho investigativo, com a coleta de dados feita de forma extracurricular, por considerar que com um grupo menor de alunos é possível observar com maior profundidade o desempenho dos mesmos. A análise dos dados apoiado em Nacarato e Passos (2003), Penteado (1999), mostrou que os conceitos de Geometria foram apreendidos e as atividades desenvolvidas por meio de vários instrumentos proporcionou um aumento das habilidades dos alunos.

Zakauskas (2012) pesquisou a Modelação Matemática no Ensino Fundamental com o objetivo de analisar a motivação dos alunos em aprender conteúdos de Geometria a partir da atividade da construção de embalagens. Os dados foram obtidos em uma atividade extraclasse realizada com quinze alunos do sexto ano do Ensino Fundamental que participaram como voluntários. Foi uma pesquisa de abordagem qualitativa caracterizada pelo Estudo de Caso, cujos instrumentos de coleta de dados foram as avaliações, o diário de campo e duas entrevistas. Para fundamentar sua pesquisa, Zakauskas usou Biembengut (conceitos de Modelação e mapa teórico), Tapia e Fita, Bock, Bzuneck (motivação para aprender). Assim, a pesquisadora destaca “que foi possível identificar os momentos motivacionais desses estudantes ao construírem suas embalagens, ao mesmo tempo em que foram se apropriando de outros conhecimentos que não eram específicos da Matemática” (Zakauskas, 2012, p. 136).

Barbosa (2012) pesquisou a Modelagem Matemática do ponto de vista de alguns professores de Matemática, atuantes em escolas estaduais da cidade de Curitiba, que participaram do Programa de Desenvolvimento Educacional (PDE) e que a tomaram como tema de seus trabalhos. A pesquisadora fez uma síntese dos trabalhos sobre Modelagem Matemática no Brasil até 2005. Essa síntese lhe deu a fundamentação teórica de acordo com os pensamentos de Bean, Barbosa (2001), Araújo, D’Ambrósio, Bassanezi, Hein, Biembengut entre outros, contribuindo com as várias perspectivas da Modelagem Matemática. Usou a metodologia da História Oral e entrevistas com professoras no âmbito de um processo institucional de formação continuada que produziram materiais usando a Modelagem Matemática. A análise dos dados permitiu concluir que a utilização da Modelagem Matemática tem aumentado muito, porém, pelo relato dos professores, há muito ainda para evoluir. Nesses relatos, percebeu-se também que a utilização da Modelagem Matemática cabe que qualquer nível de ensino e que suas diferentes visões contribuem para formar alunos mais reflexivos, principalmente quando há um envolvimento forte deles com o processo de ensino e aprendizagem.

Heil (2012) analisou em sua pesquisa, os procedimentos e os processos de aprendizagem de alunos da Educação Básica frente a situações-problema como estratégia de ensino. Para isso, utilizou do tema “estudo de sólidos geométricos “com alunos de uma turma de 3º ano do Ensino Médio na cidade Brusque e uma turma de licenciatura em Matemática, em um curso de formação””. Partindo do pressuposto que pesquisas empíricas envolvendo situações-problema permitem diagnosticar prováveis dificuldades e facilidades no processo de ensino e aprendizagem. Fundamentou a discussão em CHASSOT (2006) e

FOUREZ (1997), que tomam a situação-problema no ensino, como forma de promover a alfabetização científica. E ainda HUETE e BRAVO (2006), em que o estudo amplia a discussão sobre o uso de situação-problema enquanto estratégia de ensino e de aprendizagem da Matemática escolar. A análise dos dados permitiram concluir que os graduandos em formação ainda apresentam uma postura de desconfiança, já os estudantes do Ensino Médio desenvolveram a autonomia, o trabalho em equipe, a responsabilidade e a possibilidade de aprendizagem com os próprios erros. Foram capazes de aprender os conceitos de sólidos geométricos através do raciocínio lógico, das visualizações e da discussão em grupo.

Oliveira (2012) estudou a ressignificação dos conceitos de Geometria a partir do estudo dos sólidos geométricos. Elaborou a pesquisa em uma perspectiva qualitativa com o objetivo de elucidar as razões pela quais a relação ensino-aprendizagem de sólidos geométricos, na 2ª série do Ensino Médio se dá de forma pouco produtiva. Propõe o desenvolvimento de práticas pedagógicas para ressignificar esses conceitos e criar oportunidades reais para uma aprendizagem com compreensão a serem conduzidas com um grupo de alunos das 2ª e 3ª séries do Ensino Médio de uma escola particular. Com o suporte da Teoria de Van Hiele, buscou-se avaliar o nível de raciocínio dos sujeitos e desenvolver uma proposta de ressignificação de conceitos básico de geometria plana tendo o estudo dos sólidos geométricos como ponto de partida. Esse trabalho gerou como produto uma cartilha dirigida ao professor, composta de módulos instrucionais e atividades elaboradas para tratar de conceitos geométricos, com a indicação dos níveis de Van Hiele.

Paraizo (2012) buscou investigar as possibilidades e limitações emergentes da utilização de vídeos didáticos e da manipulação de materiais concretos para o estudo de Geometria. Essa pesquisa, “... de caráter qualitativo, foi conduzida pelos critérios da Grounded Theory (Corbin, 2008). A coleta de dados aconteceu na sala de vídeos e na biblioteca da escola e contou com atividades desenvolvidas a partir dos vídeos utilizados e de entrevistas com os alunos do 3º ano do Ensino Médio de uma escola pública de Minas Gerais. Também utilizou como aportes teóricos, Martirani (2001) sobre o uso de vídeos em sala de aula, Ferres (1996) sobre a seleção de uma imagem e a justificativa da escolha e avaliação de um vídeo educativo, Vidaletti (2009) sobre a manipulação e material concreto e Machado (1995) sobre a compreensão conceitual. Os resultados obtidos pela análise dos dados apontam que a utilização de vídeos como recurso didático contribuiu para dar significado ao conteúdo estudado, possibilitando ganhos em sua aprendizagem.

Vidigal (2013) procurou desenvolver a criticidade e a criatividade de estudantes de Geografia por meio da Modelagem, tendo como objetivos compreender Modelagem como construção de modelos por meio da adoção de premissas e formulação de pressupostos (BEAN, 2009, 2012a, 2012b), desenvolver criticidade e criatividade e ainda desenvolver a capacidade de argumentação dos estudantes. A pesquisa de campo foi realizada com alunos de um curso de Licenciatura em Geografia com o desenvolvimento de cinco atividades envolvendo Modelagem com ou sem o uso da Matemática e uma atividade final de construção de um mapa do *campus* onde os alunos estudam. A pesquisa, de abordagem qualitativa, está fundamentada no tripé: a) Modelagem, com aporte principal em Bean (2009, 2012a, 2012b), criticidade que é ancorado na geografia crítica (GIRARDI, 2008, 2011; MORAES, 2007; HARLEY, 1989) e criatividade conforme Ostrower (2010) e Vigotsky (2010). O pesquisador utilizou os métodos de análise de conteúdo (CHARMAZ, 2009) para analisar os dados coletados na pesquisa e concluiu que durante o trabalho “os estudantes desenvolveram uma compreensão sobre modelagem como a construção de modelos por meio da adoção de premissas e formulação de pressupostos. Também, houve desenvolvimento de criticidade e criatividade” (Vidigal, 2013, p.11).

Nogueira (2014) desenvolveu uma pesquisa que aborda a prática de Modelagem Matemática numa perspectiva de Educação Matemática sócio-construtivista-interacionista. Tendo em Burak, seu principal referencial teórico- bibliográfico, realizou uma pesquisa metodologicamente qualitativa com a elaboração e o desenvolvimento de atividades de Modelagem Matemática relacionados a temas escolhidos por alunos do 9º ano do Ensino Fundamental de uma escola pública no interior de Minas Gerais. A coleta de dados se deu pelos trabalhos desenvolvidos em sala de aula com anotação em caderno de campo do pesquisador e através de instrumentos como gravações em áudio e vídeo e ainda de material escrito pelos alunos no desenvolvimento das atividades e discussões das mesmas. A análise dos dados mostrou que a valorização, pelo professor, da participação dos estudantes e suas opiniões contribui diretamente para um ensino e aprendizagem mais efetiva, que a Modelagem Matemática, tomando como ponto de partida o interesse dos alunos torna o trabalho mais atrativo e contribui para o comprometimento maior deles com as atividades propostas.

A pesquisa de Sousa (2014) teve o objetivo de analisar a contribuição do processo formativo realizado em um curso sobre Modelagem Matemática voltada para professores. O pesquisador analisou especificamente como as fases da Modelagem foram mobilizadas em sala de aula após a realização do curso. Tratou-se de uma observação participante feita com um professor de uma escola pública abordando conteúdos de Geometria. As atividades de elaboração do curso, os encontros com os professores e a utilização dos seus conhecimentos em sala de aula do Ensino Fundamental foram realizados de forma colaborativa envolvendo pesquisadores, professores e alunos do Ensino Fundamental utilizando o *desing* experimental de Lesh e do aporte teórico de Bassanezi, Biembengut e Barbosa de forma presencial e a distância, abordando questões de Modelagem envolvendo contextos locais. Analisando a atuação do professor e a forma como os alunos trabalharam, o pesquisador concluiu que há uma predominância de um ensino voltado para obtenção de uma solução, não trabalhando a adequação da solução obtida. Mesmo assim, ele considera que a Modelagem Matemática é uma excelente opção para tornar o ensino mais prazeroso para o aluno, pois inter-relaciona conteúdos do mundo real com os conteúdos matemáticos colocando em prática suas habilidades e conhecimentos.

#### **4. Considerações sobre a produção descrita**

Das vinte e três pesquisas, apenas cinco tratam da Modelagem Matemática e a Geometria, SCARPIM (2010), SOUSA (2010), REINHEIMAR (2011), ZAKAUSKAS (2012) e SOUSA (2014).

Porém julgamos importante agregar pesquisas que envolvem a Modelagem Matemática aplicada a outros conteúdos matemáticos que nos ajudarão a compreender melhor as várias perspectivas utilizadas nessas pesquisas. Dessa forma, destacamos MALHEIROS (2004), ao pesquisar como a Modelagem é utilizada como estratégia pedagógica e quais as contribuições deste fato na discussão e interpretação dos trabalhos desenvolvidos, SILVA (2005), ao abordar a Modelagem Matemática na perspectiva da Educação Matemática Crítica como alternativa de ensino e suas contribuições para formação cidadã dos estudantes, ANDRADE (2008), que investigou as implicações que o ambiente de Modelagem Matemática pode oferecer par o estudo de Estatística no âmbito do Ensino Médio, MACHADO (2010) que pesquisou a Modelagem com professoras do Ensino Fundamental I, PEREZ (2010), que pesquisou como os alunos do Ensino Médio compreendem o trabalho de pesquisa em sala de aula subsidia as atividades de Modelagem Matemática, MELLILO (2011), que abordou a Modelagem Matemática na perspectiva das

premissas e pressupostos em uma atividade de crítica e criação, BARBOSA (2012), que analisou o relato de professores de Matemática do Ensino Fundamental que trabalharam a Modelagem Matemática dentro do Programa de Desenvolvimento Educacional (PDE), VIDIGAL (2013), que procurou desenvolver a criatividade e a criticidade dos alunos por meio da Modelagem, BUENO (2011), que fez um estudo em que procura articular aspectos metodológicos e teóricos que fundamentam concepções de Modelagem Matemática existentes na comunidade brasileira de educadores matemáticos e, com base nestes aspectos, delinear possíveis contribuições educacionais dessas concepções, NOGUEIRA (2014), ao trabalhar a Modelagem Matemática numa perspectiva de Educação Matemática sócio-constructivista-interacionista com alunos de 9º ano do Ensino Fundamental.

Como iremos abordar o conteúdo matemático Geometria, destacamos as seguintes pesquisas que tem importantes contribuições para o nosso trabalho. São elas: CHIELE (2007) pesquisou como um grupo de alunos do 1º ano do Ensino Médio dominam conhecimentos elementares de Geometria e desenvolvem os conceitos de comprimento, área e volume, FERREIRA (2008), realizou uma pesquisa documental, na qual, estudou as orientações curriculares produzidas desde o Movimento da Matemática Moderna até os dias atuais e analisou como algumas coleções de livros didáticos incorporaram essas orientações, BOMTEMPO (2009), que investigou as possibilidades da construção de miniaturas de casas serem cenários para investigação para o estudo da geometria com crianças com idade entre 10 e 12 anos, SILVA (2010), que desenvolveu sua pesquisa em um estudo sobre Geometria Espacial, observando os conhecimentos e as dificuldades expressas por alunos do Ensino Médio, FASSIO (2011), que analisou o envolvimento de alunos do ensino fundamental, em uma proposta de estudo da geometria que conta com o uso de diferentes recursos materiais, PARAÍZO (2012), que desenvolveu, uma investigação das possibilidades e das limitações emergentes da utilização integrada de vídeos didáticos e da manipulação de materiais concretos no ensino de Geometria no Ensino Médio, OLIVEIRA (2012), que buscou elucidar as razões pelas quais a relação ensino-aprendizagem dos sólidos geométricos, na 2ª série do Ensino Médio se dá de maneira pouco produtiva e HEIL (2012), que fez seu estudo sobre sólidos geométricos no Ensino Médio usando situações problema.

## **5. Conclusão**

Com esse trabalho, buscamos descrever sucintamente sobre a produção brasileira sobre Geometria e Modelagem Matemática a partir da página de curso reconhecidos e recomendados na área de ensino da CAPES. Observamos que a temática é pouco explorada dado que encontramos a maioria dos trabalhos voltados para o estudo da Geometria puramente.

Os referenciais teóricos utilizados foram diversos, tendo destaque no que tange a Modelagem Matemática, nomes como Borba, Burak, Biembengut, Bean, Barbosa, entre outros. Quanto à Geometria, destaca-se a teoria do pensamento geométrico de Van-Hiele que aparece em vários trabalhos. Vários trabalhos se fundamentam nos cenários de investigação de Skovsmose. A maioria das produções teve a sala de aula como ambiente de investigação e a aprendizagem do aluno como foco, outros porém, fizeram um trabalho mais teórico, buscando trazer subsídios para proporcionar aos professores e futuros professores condições de realizar seu trabalho com os alunos à luz da teoria e assim, poder contribuir de maneira significativa para a melhoria da aprendizagem dos alunos.

Em virtude desse trabalho, julgamos ser necessário investirmos em mais estudos sobre o ensino da Geometria, na preparação dos futuros professores e na capacitação dos

atuais tendo a Modelagem Matemática na perspectiva da Educação Matemática um instrumento muito importante para auxiliar significativamente a melhoria da aprendizagem.

## 6. Referências

- ANDRADE, M. M. **Ensino e Aprendizagem de Estatística por meio da Modelagem Matemática: Uma Investigação no Ensino Médio**. 2008, 193 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2008.
- BARBOSA, A. A. S. **Modelagem Matemática: Relato de professores**. 2012, 378 f. Dissertação (Mestrado em Educação em Ensino de Ciências e Matemática). Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2012.
- BOMTEMPO, K. **Pequeno Construtor: Cenário para Investigação no Estudo da Geometria**. 2009, 152 f. Dissertação (Mestrado em Educação em Educação em Ciências e Matemática). Universidade Federal de Goiás, Goiânia, 2009.
- BUENO, V. C. **Concepções de Modelagem Matemática e Subsídios para a Educação Matemática: Quatro Maneiras de Compreendê-la no Cenário Brasileiro**. 2011, 131 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática). Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, 2011.
- CHIELE, J. N. **A Geometria no Ensino Médio: Um Estudo sobre o Desenvolvimento dos Conceitos de Comprimento, Área e volume**. 2007, 134 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática). Universidade Luterana do Brasil, Canoas, 2007.
- FASSIO, S. A. O. **Da Cartolina ao Computador: Uma proposta para estudo de Geometria**. 2011, 149 p. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2008.
- FERREIRA, R. C. **Orientações Curriculares para o Ensino de Geometria: do período da Matemática Moderna ao momento atual**. 2008, 316 p. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2008.
- HEIL, A. **O Uso de situações Problema em Matemática: Um Estudo Sobre Sólidos Geométricos no Ensino Médio**. 2012, 99 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática) – Universidade Regional de Blumenau, Blumenau, 2012.
- MACHADO, S. R. C. **Percepções de Modelagem Matemática nos Anos Iniciais**. 2010, 150 p. Dissertação (Mestrado em Educação Científica e Tecnológica). Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2010.
- MALHEIROS, A. P. S. **A produção matemática dos alunos em um ambiente de modelagem**. 2004, 180 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2004.
- MELLILO, C. R. **Modelagem Matemática no Futebol: Uma Atividade de Crítica e Criação Encaminhada pelo Método de Caso**. 2011, 218 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática). Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, 2011.
- NOGUEIRA, L. C. P. **Utilizando a Modelagem Matemática no processo de ensino para a aprendizagem no 9º ano do Ensino Fundamental sob uma perspectiva de Educação**

**Matemática sócio-construtivista-interacionista.** 2014, 213 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática). Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, 2014.

OLIVEIRA, M. C. **Ressignificando os Conceitos de Geometria Plana a partir do Estudo de Sólidos Geométricos.** 2012, 279 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática). Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2012.

PARÁIZO, R. F. **Ensino de Geometria Espacial com Utilização de Vídeos e Manipulação de Materiais Concretos - Um Estudo no Ensino Médio.** 2012. . Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática). Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora, 2012.

PEREZ, J. F. **O Trabalho com Modelagem Matemática na Sala de Aula: O Significado da Pesquisa na Perspectiva do Aluno.** 2010, 122 p. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática). Universidade Cruzeiro do Sul, São Paulo, 2010.

REINHEIMER, J. R. **O Uso da Modelagem Matemática no Ensino da Geometria, Estudo de Caso: EJA.** 2011, 110 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências Exatas). Centro Universitário UNIVATES, Lajeado, 2011.

SCARPIN, S. **Modelagem Inicial para o Estudo de Geometria Euclidiana Plana Segundo a Teoria da Atividade de Estudo.** 2010, 115 f. Dissertação (Mestrado em Educação para a Ciência). Universidade Estadual Paulista, Bauru, 2010.

SILVA, A. G. O. **Modelagem Matemática: Uma Perspectiva voltada para a Educação Matemática Crítica.** 2005, 150 f. Dissertação (Mestrado em Educação em Ensino de Ciências e Matemática). Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2005.

SILVA, B.A. T. **Um estudo Sobre Geometria Espacial: Conhecimentos e Dificuldades Expressos por Alunos do Ensino Médio.** 2010, 161 p. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática). Universidade Cruzeiro do Sul, São Paulo, 2010.

SOUSA, D. B. **Modelagem Matemática como Ambiente de Aprendizagem de Conteúdos Geométricos no 7º Ano do Ensino Fundamental.** 2010, 292 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática). Universidade Estadual da Paraíba, Campina Grande, 2010.

SOUSA, M. E. A. **A Modelagem Matemática no Ensino Fundamental: Um Estudo dos Conceitos Mobilizados por Professores em uma Atividade de Geometria.** 2014, 235 p. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática). Universidade Estadual da Paraíba, Campina Grande, 2010.

VIDIGAL, C. L. **Desenvolvendo Criticidade e criatividade em Estudantes de Geografia por Meio de Modelagem.** 2013, 148 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática). Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, 2013.

ZAKAUSKAS, N. S. T. **Modelação Matemática no Ensino Fundamental: motivação dos estudantes em aprender Geometria.** 2012, 189 f. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática). Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2012.



# MODELAGEM MATEMÁTICA: REFLEXÕES TEÓRICAS E APLICAÇÕES

**Leonardo Brito da Silva<sup>1</sup>**  
**Luanne Lima Ferreira<sup>2</sup>**,  
**Francis Miller Barbosa Moreira<sup>3</sup>**

<sup>1</sup>UNEB/Departamento de Educação/Campus X, leobstx@hotmail.com

<sup>2</sup>UNEB/Departamento de Educação/Campus X, luanne.math@gmail.com

<sup>3</sup>UNEB/Departamento de Educação/Campus X, fmillermoreira@gmail.com

## Resumo

Acreditamos na ideia de que métodos de ensino e aprendizagem na esfera da Educação Matemática tornam-se expressivamente significativos no instante em que o educando vê as possíveis aplicabilidades de determinado conteúdo em sua vida secular, podendo trazer para o seu dia a dia o que foi aprendido em ambiente escolar. Assim sendo, cremos que investir em metodologias que estreitem as relações entre conteúdo e aplicação cria um processo mais significativo, tanto para o educador quanto para o educando. Apresentaremos como sugestão a Modelagem Matemática, onde nosso artigo aborda bibliograficamente esta metodologia para o ensino que tem por objetivo trazer para o ambiente Matemático o estudo e análise de situações-problema que sejam possivelmente vistos na vida dos alunos. Numa ótica sócio-crítica, a Modelagem Matemática assume um papel que auxilia na construção da consciência social dos alunos. Baseamos nossa visão sobre esta teoria/metodologia a partir da análise de resultados de outros artigos onde o trabalho com a mesma foi bem sucedido. Além do mais, diversos autores conceituados defendem a Modelagem, dentre os quais estão Biembengut, D'Ambrósio, Bassanezi, entre outros, de forma que argumentam sobre suas contribuições, desde que seja precedida de um satisfatório planejamento e preparo do docente. Pensamos que suas contribuições para o processo de ensino-aprendizagem tendem a corroborar para formação do discente, na busca de auxiliar na formação de um cidadão apto, questionador e reflexivo para lidar com as mais diversas situações que possam surgir diante de si.

**Palavras-chave:** Modelagem Matemática, Matemática, Metodologia de Ensino-aprendizagem na Matemática, Educação Matemática.

## CONSIDERAÇÕES INICIAIS

Nossa experiência, enquanto estudantes da Licenciatura e bolsistas de projetos de incentivo à docência, tem nos mostrado que a Matemática tem passado, recentemente, por momentos difíceis. Professores que saem mal preparados do Ensino Superior, alunos que são mal orientados no decorrer das séries de base e um ciclo fomentado na construção de paradigmas e mitificações sobre a disciplina criando uma errônea faceta sobre sua “inatingibilidade”.

Contudo, muitos alunos, ainda no decorrer de seus estudos, têm encontrado bons profissionais que são comprometidos com sua função e com o crucial papel na formação de seus discentes. Mas o que difere estes professores daqueles que pouco estimulam e muito criam uma imagem deturpada da Matemática?

Segundo Suely Druck (2003), presidente da Sociedade Brasileira de Matemática no período 2001-2005:

*A enorme demanda por professores de matemática estimulou a proliferação de licenciaturas. Nas faculdades, há muita vaga e pouca qualidade, o que transforma as licenciaturas em cursos atraentes para os que desejam um diploma qualquer. Produz-se, assim, um grande contingente de docentes mal formados ou desmotivados. Esse grupo atua também no ensino superior, sobretudo nas licenciaturas, criando um perverso círculo vicioso. (DRUCK,2003).*

Ainda, segundo Druck, outros motivos levaram ao surgimento desses ineficientes educadores, como por exemplo, o fato de que nos últimos anos, no Brasil, implementou-se a supervalorização de métodos pedagógicos, que teve como consequência o detrimento do conteúdo matemático nos cursos para formação de professores. Por conta disso, sem compreender com refino o que lecionam, procuram facilitar as aulas utilizando técnicas pedagógicas de mérito questionável e/ou inviabilizam a co-relação desses conteúdos com metodologias de ensino, incorrendo no tradicionalismo, que é pouco atrativo aos alunos.

O desenvolvimento das capacidades intelectuais está fortemente firmado na construção das competências que tangem a Matemática. Uma má formação poderá acarretar diversas deficiências no desenvolvimento da capacidade de comunicação, resolução de problemas, na tomada de decisões na vida secular dos alunos que requeiram uma análise mais detalhada e criteriosa, e em problemas de interação com o ambiente social que o mesmo pertença.

Segundo Geraldo Ávila (1996), “o ensino da Matemática é justificado pela riqueza dos diferentes processos de criatividade que ele exhibe, proporcionando ao aluno oportunidades de exercitar e desenvolver suas faculdades intelectuais”. Como o próprio autor defende, a Matemática pode estimular a capacidade cognitiva do aluno, o que acreditamos contribuir para o desenvolvimento em diversas áreas do conhecimento.

Na educação básica, diversas dificuldades se levantam para afastar o brilhantismo desta disciplina dos alunos. Em certos casos, o problema parte da falta de atração entre a disciplina e os alunos, o que pode ser ocasionada por uma aula enfadonha e metódica que não desperte o interesse dos participantes.

Segundo pesquisa realizada em 2003 pelo Saeb (Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica) apenas 6% dos alunos que realizaram a prova possuíam o nível esperado de conhecimento para sua escolaridade. Em nível internacional isso revela um quadro crítico. Em 2001, em pesquisa realizada pelo Pisa (Program for International Student Assessment) entre 43 países, que teve por objetivo avaliar o grau de conhecimento adquirido no final da educação obrigatória por meio de exames, o Brasil ficou em último lugar. Em 2003, dentre 41 países avaliados, ficou em 40º, percebemos que houve uma inexpressiva melhora.

Diante desse quadro, acreditamos que alunos e professores podem estar desestimulados. Um ente que contribui para o desestímulo do professor são as diversas dificuldades enfrentadas pelo mesmo, dentre elas, deficiências na sua formação, o baixo salário, e falta de credibilidade da disciplina.

Druck (2003) destaca que:

*Os professores que estão sendo formados para ministrar matemática, e isto já ocorre há mais de vinte anos, freqüentam, em sua maioria, faculdades privadas onde são aprovados embora qualificados, não conseguem fazer seus trabalhos corretamente..., e por isto que o Provão e os concursos apresentam resultados baixos, mesmo sendo exigido matemática apenas de segundo grau e quase nada do terceiro.(DRUCK,2003.).*

Por outro lado, a maioria dos professores trabalham muitas horas por dia e são mal remunerados por isso, o que dificulta a compra de materiais de estudo ou em realizarem cursos de aperfeiçoamento profissional.

O problema não se restringe apenas a escolas públicas. Algumas instituições de ensino básico particular também possuem profissionais mal preparados que são impessoais com seus alunos, distanciando-os do processo de construção do conhecimento matemático de modo prazeroso.

Diante deste quadro, não temos dúvidas que medidas para reverter este processo devem ser tomadas. A busca por estratégias metodológicas no intuito de aperfeiçoar as condições favoráveis ao processo de ensino-aprendizagem-avaliação do aluno são assuntos constantes em pautas de discussão sobre a educação. É fator comum a ideia de despertar a curiosidade e interesse do aluno.

Até meados do século XX, analfabeto era aquele que não sabia ler e nem escrever. Atualmente existem diversos tipos de analfabetismo. O analfabetismo numérico é o que tem despertado o nosso interesse de trabalho e nossa preocupação para ser sanado.

Para Bassanezi (2002), “A matemática não deve ser considerada importante simplesmente por alguma definição arbitrária ou porque mais tarde ela poderá ser aplicada. Sua importância deve residir no fato de poder ser tão agradável quanto interessante.”,

Com base nessa afirmação, e em busca de tratar destes problemas apresentados e na tentativa de restaurar o interesse e vislumbramento dos alunos pela matemática refletimos na seguinte questão: *Problemas contextualizados com situações reais podem contribuir para a melhoria do ensino de Matemática, despertando a curiosidade dos alunos para o conteúdo por meio de uma utilidade prática dos conceitos matemáticos?*

De acordo com as reflexões feitas até o momento, acreditamos que a metodologia de ensino Modelagem Matemática seria a mais pertinente para a tentativa de amenizar alguns problemas de compreensão dos alunos em certos conteúdos matemáticos.

De nada vale uma gama de conhecimentos específicos metodologia ou de conteúdos matemáticos sem que haja um espaço para elaborar, discutir e transformar as ideias que poderão ser aplicadas.

Partindo destes princípios, este artigo tem por finalidade apresentar a Modelagem Matemática a futuros professores ou a professores já atuantes na busca de contribuir com o desenvolvimento da Educação Matemática, buscando despertar curiosidades e estreitar os laços entre conteúdo matemático e realidade.

## CONCEITOS ACERCA DA **M**ODELAGEM MATEMÁTICA

As contribuições que o aprendizado matemático traz e suas competências de desenvolvimento pessoal são assuntos abordados por diferentes perspectivas no âmbito da Educação Matemática. Optamos por utilizar a Modelagem Matemática, pois acreditamos na sua eficiência no cenário educacional devido suas relações com os conteúdos estudados e o cotidiano são constantes. Ela ainda colabora como uma alternativa metodológica ao tradicionalismo em que em geral o professor “[...] apresenta o conteúdo oralmente, parte de definições e exemplos, segue com exercícios de fixação, e imagina-se que o aluno aprendeu pela reprodução” (SANTOS e BISOGNIN, 2007, p. 101).

Este tradicionalismo não é o modo que pretendemos trabalhar em sala, e confiamos que a Modelagem Matemática dará subsídio para a elaboração de atividades e como fundamentação teórica deste artigo.

Na perspectiva apresentada por D'Ambrósio (1986) “Modelagem é um processo muito rico de encarar situações e culmina com a solução efetiva do problema real e não com a simples resolução formal de um problema artificial” (p. 11).

Fica evidente que D'Ambrósio visa promover o ensino da Matemática de modo que problemas fictícios são deixados de lado, já que muitas vezes estão desvinculados com problemas do dia a dia, e passem a trabalhar com modelos reais que fariam mais sentido de serem vistos em sala de aula.

Outros autores defendem a Modelagem no âmbito da educação. Almeida e Dias (2004), por exemplo, defendem a metodologia como uma boa alternativa de tirar o aluno da zona de conforto e despertar a atenção do mesmo proporcionando a criação de um conhecimento mais crítico em relação aos conteúdos matemáticos; Burak (1992, p. 62) diz que Modelagem constitui-se de um “conjunto de procedimentos cujo objetivo é construir um paralelo para tentar explicar matematicamente, os fenômenos presentes no cotidiano do ser humano, ajudando-o a fazer previsões e tomar decisões”

De acordo com Biembengut e Hein (2003, p. 16) “A Modelagem Matemática consiste na arte de transformar problemas da realidade em problemas matemáticos e resolvê-los interpretando suas soluções na linguagem do mundo real”. A Matemática e a realidade são conjuntos disjuntos que podem ser levadas à interação através da Modelagem. Segundo os mesmos autores o processo de Modelagem pode ser dividido em três etapas principais, apresentadas a seguir:

1. Etapa – Interação com o problema. Nesta etapa é realizado o primeiro contato entre o aluno e a situação problema e, caso haja necessidade, a busca de mais informações para uma melhor compreensão e familiarização do tema em questão;
2. Etapa - Matematização. Identificar e formular o problema a partir da identificação de um modelo que pode ser, segundo Biembengut e Hein (2003), como “um conjunto de expressões aritméticas ou fórmulas, ou equações algébrica, ou gráfico, ou representação, ou programa computacional, que levem à solução ou permitam a dedução de uma solução” (p. 14).
3. Etapa – O Modelo Matemático - Nesta etapa verificamos a validação do Modelo que obtivemos na etapa anterior e analisaremos sua confiabilidade de sua utilização na situação modelo e, caso não seja confiável, alunos e professores deverão retornar a segunda etapa na busca de uma melhor adequação do mesmo.

Como podemos observar, as etapas são totalmente interligadas, podendo ser retomadas sempre que preciso.

Essa forma de abordar o Ensino da Matemática tenta desmistificar a Matemática como uma disciplina inflexível e engessada, o que, conseqüentemente, poderia permitir aos educandos a potencialização desta ciência e a compreensão da mesma no seu dia a dia. Desta forma, podemos destacar outros pontos positivos ao se trabalhar a Modelagem:

- i) Maior interesse nos grupos: Os estudantes, ao escolher aquilo que gostaria de estudar, tendem a apresentar um maior interesse pelas aulas, favorecendo o processo de ensino-aprendizagem-avaliação.
- ii) Maior interação no processo de ensino e aprendizagem: A Modelagem quando trabalhada a partir do interesse do grupo, resulta em uma aprendizagem significativa, tornando o aluno o sujeito corresponsável

pelo seu aprendizado. Pois, quando os alunos trabalham aquilo que gosta, torna a construção de conhecimento mais intensa, eficiente e eficaz.

iii) Demonstração de uma forma diferenciada de conceber a educação, o ensino e a aprendizagem de uma nova postura do professor: Na Modelagem Matemática aplicada a educação básica, o professor deve assumir uma postura de mediador entre o conhecimento matemático elaborado e o conhecimento do aluno ou grupo. Surge em sala o educador-educando e os educandos-educadores, ou seja, o aprendizado é compartilhado.

iv) A ruptura com o currículo vigente: No ensino tradicional, aplica-se o conteúdo da grade curricular, o que determina o problema a ser trabalhado. Ao utilizar a Modelagem Matemática, o conteúdo a ser trabalhado é consequência das pesquisas em campo. Logo, essa forma diferenciada de trabalho por meio da Modelagem pode preocupar os professores, já que na maioria das escolas é necessário cumprir o conteúdo estabelecido no currículo. Utilizar a Modelagem representa um grande desafio a ser enfrentado, pois há uma ruptura na concepção de educação, ensino e aprendizagem.

v) As diretrizes curriculares e a Modelagem Matemática: De acordo os Parâmetros Curriculares Nacionais, a interdisciplinaridade tem por objetivo utilizar o conhecimento de várias disciplinas para resolver um único problema concreto ou compreender um determinado fenômeno sob diferentes pontos de vista. Sendo assim, a Modelagem aplicada ao ensino da Matemática na Educação Básica favorece o enfoque interdisciplinar e transdisciplinar no desenvolvimento de um tema, possibilitando aos alunos a assimilação de conteúdos de forma bem clara e o desenvolvimento de competências como: observar, explorar, investigar, argumentar, tomar decisões e criticar, utilizar a imaginação e criatividade.

vi) A indissociabilidade entre ensino e pesquisa na Modelagem matemática: Por se trabalhar temas diversos, a Modelagem possibilita a ação investigativa como forma de conhecer, compreender e atuar naquela realidade. Por meio da pesquisa de campo, é possível coletar dados e informações para análises qualitativas, o que consequentemente geram necessidade de ações investigativas. O ato investigativo por sua vez, é assumido como princípio científico e educativo (Demo, 1991).

vii) A Modelagem Matemática e a contextualização: Por trabalhar de forma contextualizada, retirando o aluno da condição de espectador passivo, a Modelagem encontra respaldo nas Diretrizes Curriculares. A Modelagem provoca a aprendizagem significativa, pois quando o aluno vê sentido naquilo que estuda, satisfazendo suas necessidades e interesses, realiza o trabalho com entusiasmo e perseverança.

Corroborando com isto, Bassanezi (2002, p. 33-34) destaca outros pontos positivos ao se trabalhar com a Modelagem:

- *Pode estimular novas ideias e técnicas experimentais;*
- *Pode dar informações em diferentes aspectos dos inicialmente previstos;*
- *Pode ser um método para se fazer interpolações, extrapolações e previsões;*

- *Pode sugerir prioridades de aplicações de recursos e pesquisas e eventuais tomadas de decisão;*
- *Pode preencher lacunas onde existe falta de dados experimentais;*
- *Pode servir como recurso para melhor entendimento da realidade;*

E por fim, ainda nesta perspectiva de fundamentos benéficos para se trabalhar Modelagem Matemática, Blum (1989) apresenta seis argumentos favoráveis na utilização da Modelagem no ensino da Matemática:

- Argumento formativo: Torna os estudantes explorativos, criativos e habilidosos na resolução de problemas por meio das aplicações matemáticas através da modelagem.
- Argumento de competência crítica: Preparação dos estudantes para a vida real como cidadãos atuantes na sociedade;
- Argumento de utilidades: Preparação dos estudantes para utilizar a Matemática como ferramenta para resolver problemas distintos;
- Argumento intrínseco: Fornece ao estudante a possibilidade de entender e interpretar a Matemática em todos seus ângulos;
- Argumento de aprendizagem: Fornece ao estudante a possibilidade de compreender melhor os argumentos, conceitos e resultados matemáticos.
- Argumento de alternativa epistemológica: A modelagem adquire a característica Etnomatemática, pois parte da realidade e chega de forma natural ao rigor e formalismo matemático.

Dessa forma, sentimos que ao lançar mão da Modelagem Matemática, o professor está possibilitando ao aluno o contato com um ambiente investigativo, permitindo a interpretação e compressão de conceitos matemáticos visualizados no seu dia a dia. Além disso, esta metodologia tira tanto o aluno quanto o professor da zona de conforto, visto que os alunos tornam-se sujeitos responsáveis pelo seu próprio aprendizado, e o professor o mediador de todo o processo ocorrido em sala.

Entretanto, Bassanezi (2006) chama atenção para três obstáculos que o mediador (professor) pode se deparar ao utilizar a Modelagem Matemática:

- Obstáculos Instrucionais- Nos cursos que apresentam currículos que devem ser rigorosamente cumprido, é possível não conseguir cumpri-los visto que a modelagem pode se desencadear lentamente.
- Obstáculos aos estudantes- O uso da Modelagem permite os alunos a saírem da zona de conforto, o que pode levar os mesmos a se tornarem apáticos as aulas, se perdendo no processo educacional;
- Obstáculos para os professores- Muitos professor se sentem despreparados ao lidar com esta metodologia, ou por falta de conhecimento da mesma ou por medo de se deparar com situações difíceis ao aplicar a matemática em áreas desconhecidas.

Diante de todos esses argumentos, fica imprescindível o planejamento do professor ao se trabalhar Modelagem Matemática. Pois, objetiva-se que o mesmo alcance o máximo do corpo discente, sem perder a linha de pesquisa e posteriormente os modelos criados pelos alunos. Por isso, o professor deve obter um básico conhecimento sobre a realidade

dos alunos, para escolher temas envolventes e interessantes, objetivando despertar o interesse dos educandos para o estudo da Matemática.

### **ALGUNS ESTUDOS ENVOLVENDO A MODELAGEM MATEMÁTICA**

Com o desenvolvimento da Modelagem na Educação, diversas pesquisas vêm sendo realizadas, a fim de mostrar que esta metodologia é uma alternativa que pode proporcionar resultados positivos no processo de ensino-aprendizagem. O êxito desta metodologia tem incentivado o uso da mesma como uma estratégia de tornar as aulas de Matemática mais dinâmicas e voltadas ao cotidiano dos alunos.

A Modelagem Matemática aplicada à educação surge como uma alternativa metodológica, que tem por objetivo levar o aluno a assimilar novos conceitos matemáticos e/ou relembrar, fixar e aplicar conceitos já aprendidos. Ao utilizar a Modelagem, o professor estará apresentando aos alunos um ambiente diferenciado, onde se pode explorar tanto a criatividade quanto o senso crítico dos mesmos. Além disso, esta metodologia proporciona claramente a compreensão da realidade e consequentemente a interferência na mesma. Logo, pode observar que a Modelagem torna o processo de ensino-aprendizado rico, pois o aluno compreende e entende o que ocorre ao seu redor detalhadamente. D'Ambrosio (1986, p. 11), enfatiza que a Modelagem “é um processo muito rico de encarar situações e culmina com a solução efetiva do problema real e não com a simples resolução formal de um problema artificial”.

Com isso, abordaremos três pesquisas onde a Modelagem Matemática surgiu como uma alternativa metodológica, tirando tanto os professores quanto os alunos da zona de conforto. A primeira pesquisa que faz parte dessa revisão fora realizada por Tortola e Rezende (2011), a segunda por Magina e Pires (2011), e a última por Resende, Ferreira e Barbosa (2015).

Torlota e Rezende (2011) realizaram sua pesquisa com uma turma de alunos de 1º ano do Ensino Médio do turno matutino de uma escola pública da rede estadual de ensino do município de Terra Boa, estado do Paraná. Este trabalho teve por objetivo verificar se uma sequência de atividades didáticas elaborada segundo os preceitos da Engenharia Didática e embasada nos princípios da Modelagem Matemática poderia contribuir para o ensino e aprendizagem do conteúdo.

Como metodologia, Torlota e Rezende (2011) utilizaram a Engenharia Didática. Esta metodologia propõe a criação de uma sequência didática com atividades que visam colaborar no estudo do conteúdo proposto. Para Artigue (1996) a Engenharia Didática como uma metodologia de investigação se caracteriza “por um esquema experimental baseado em *realizações didáticas* na sala de aula, isto é, na concepção, na realização, na observação e na análise de sequências de ensino” (grifo da autora) (p. 196).

Além da sequência didática, os autores aplicaram um pré-teste e um pós-teste, que tinham o objetivo de possibilitar a comparação dos resultados e analisar se os alunos obtiveram avanços no conhecimento referente ao conteúdo estudado, a saber, função afim.

*A realização do estudo do conteúdo Função Afim por meio da sequência de atividades durou doze aulas, incluindo a realização do pré e pós-testes, sendo estas aulas cedidas pela professora regente da disciplina de Matemática da turma escolhida, com a autorização da Direção da Escola. Durante a realização dos estudos, os alunos se organizaram em oito equipes com 4 ou 5 alunos, mais uma dupla, o que contribuiu na discussão e estudo do conteúdo. (TORLOTA e REZENDE, 2011, p. 6)*

Nesta sequência didática os autores propuseram sete atividades de modo que cada uma contribuísse na construção do conceito da função afim. A quarta atividade, realizada em uma única aula, tinha o objetivo de estimular a representação da situação por meio de uma expressão e institucionalizar a ideia de função.

*A atividade inicia-se questionando se os alunos já pensaram como são feitos os cálculos dos valores pagos na fatura de energia elétrica pelas Companhias de Energia elétrica, para que se interem com o tema da atividade. [...] Nesta atividade foi solicitado aos alunos calcular o valor a ser pago pelo consumo de kWh de cada aparelho elétrico de sua casa que já haviam citado na Atividade 2, podendo descobrir qual o valor pago total pelo consumo mensal de kWh dos aparelhos. No entanto, a atividade deixou claro que este preço poderia não ser o valor total cobrado na fatura, pois nela podem aparecer outras cobranças como, por exemplo, a iluminação pública do município, que deveria ser desconsiderada neste momento para a comparação dos cálculos realizados. A atividade foi encerrada com um comentário que formaliza a ideia de função, trocando o termo dependência, pelo termo função. Este foi um momento oportuno para realizar uma intervenção, pois foi neste momento que os estudantes tiveram a primeira ideia formal do que é uma função. (TORLOTA e REZENDE, 2011, p.7)*

Os autores relatam que os alunos ficaram inteirados com as atividades. O tema despertou curiosidade e consequentemente o interesse a aula de Matemática. Nesta quarta atividade, dos nove grupos, apenas o primeiro, sétimo e oitavo, chegaram à expressão matemática que representava o real modelo da situação. Os demais grupos não conseguiram modelar a função, entretanto, explicaram os procedimentos utilizados. Torlota e Rezende (2011) ainda afirmam que a todo o momento os alunos receberam suas orientações e que houve grandes discussões, reflexões e análises críticas acerca da Energia Elétrica. E por fim, os autores concluem a pesquisa afirmando que:

*Consideramos esta pesquisa satisfatória devido aos resultados obtidos, e deixamos a sugestão aos interessados pelo ensino e aprendizagem do conteúdo Função Afim, o uso das atividades elaboradas para esta sequência de ensino, mas alertamos que o papel do professor na realização de atividades como esta é fundamental para que o aluno não pense que é apenas mais uma atividade, o professor deve se sentir motivado e mostrar isso aos alunos para que eles também possam se motivar e apresentarem maior sucesso no processo de ensino e aprendizagem do conteúdo proposto. (TORLOTA e REZENDE, 2011, p. 11)*

Magina e Pires (2011) realizaram sua pesquisa com 53 discentes do sétimo ano do Ensino Fundamental de uma escola pública localizada no interior do estado de São Paulo. Os alunos foram distribuídos em dois grupos: Grupo Experimental (GE) e o Grupo Controle (GC). O primeiro grupo era constituído por 29 alunos que passaram por uma intervenção de ensino construída no paradigma da Modelagem, e o segundo grupo por 24 alunos que não receberam instruções sobre o conteúdo. O objetivo do estudo era investigar as reais possibilidades de se introduzir o conceito de função afim no 7º ano do Ensino Fundamental, por meio da resolução de problemas, tendo como quadro teórico a Modelagem Matemática.

Segundo os autores ambos grupos responderam um pré-teste e um pós-teste. O primeiro tinha por objetivo detectar os conhecimentos prévios dos alunos sobre função



Afim, e o segundo tinha o intuito de diagnosticar o que fora aprendido com a intervenção. Tanto o pré-teste quanto o pós teste eram constituídos por 10 questões.

Magina e Pires (2011), afirmam que na busca de escolher um tema que despertasse o interesse dos alunos e gerasse situações-problema na própria sala de aula, lançaram mão do tema que estava sendo trabalhado na aula de Artes, a saber, Aquários. Nas aulas de Artes, os discentes confeccionaram aquários, criando bombas d'água para jorrar água, e com isso os pesquisadores utilizaram esses experimentos para intervir no ensino da Matemática.

Os autores utilizaram a abordagem qualitativa, e verificaram que em todas as questões trabalhadas o GE sempre sobressaiu sobre o GC. Em alguns momentos o GE obteve um extraordinário crescimento em seu desempenho, e isso mostra que a intervenção de ensino foi eficiente para melhorar o desempenho dos alunos. E ainda afirmam que:

*A partir da análise dos resultados apresentados pelos estudantes nos testes, sentimo-nos confortáveis para inferir que a intervenção de ensino contribuiu para a aprendizagem desses alunos. Dessa forma, concordamos com Bassanezi (2006), quando este afirma que tanto o trabalho com modelagem, como a resolução de problemas ajudam o estudante compreender melhor os argumentos matemáticos, guardar os conceitos e os resultados e valorizar a própria Matemática. Consideramos ainda, sempre limitando-nos a nossa amostra, que a introdução do conceito de função afim no 7º ano do Ensino Fundamental, por meio da resolução de problemas e tendo em mente que a modelação matemática é uma estratégia viável e de grande valia para o processo de ensino-aprendizagem. De fato, a opção por tal estratégia de ensino nos permitiu trabalhar com sucesso vários aspectos primordiais na introdução do conceito de função.(MAGINA e PIRES , 2011, p. 10)*

E por fim, Resende, Ferreira e Barbosa (2015) realizaram seu trabalho com alunos do 2º ano integrado do curso Técnico em Floretas do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Baiano, campus Teixeira de Freitas, junto com os alunos do Programa de Iniciação a Docência do Curso de Matemática da Universidade do Estado da Bahia, campus X. A pesquisa tinha por objetivo mostrar que

*através da Modelagem Matemática, os alunos despertem e desenvolvam a capacidade e o interesse de aprender a aprender, valorizando sempre o conhecimento vigente, possibilitando a correlação dos conteúdos já estudados com as necessidades do dia a dia.( Resende, Ferreira e Barbosa, 2015, p. 2),*

Os autores relatam que os alunos escolheram o tema que gostariam de trabalhar, desde que o tema estivesse relacionado ao curso de Floresta e que utilizassem a Modelagem Matemática como metodologia. Os discentes escolheram trabalhar com o minhocário, e posteriormente realizaram diversas leituras, tanto sobre Modelagem quanto sobre o minhocário.

Ao escolher o minhocário como objeto da pesquisa, os alunos tinham por objetivo analisar a reprodução e o crescimento das minhocas, durante um intervalo de tempo de 35 dias. Os estudantes montaram o minhocário, faziam as medições, e depois de todos os dados coletados tentaram criar um modelo matemático que validasse estes dados. Essa pesquisa não tinha o objetivo de introduzir algum conceito matemático, mas o de assimilar e compreender conceitos estudados naquele ano e nos anteriores.

Resende, Ferreira e Barbosa (2015), mencionam que os alunos não conseguiram modelar os dados coletados, entretanto, afirmam que a pesquisa surgiu de modo desafiador aos alunos, pois o tiraram da zona de conforto. Os alunos tornaram-se os principais responsáveis pela construção do seu próprio aprendizado. A sala de aula tornou-se um espaço dinâmico que proporcionou aos alunos a investigação, indagação e reflexão. Os autores finalizam o artigo afirmando que:

*Nossa pesquisa surgiu de modo desafiador, entretanto nos proporcionou a construção do conhecimento de forma natural e instantânea. Houve a solidificação e consolidação do conhecimento matemático e técnico. Matemático por que lançamos mão de conteúdos já trabalhados, para tentarmos construir nossa função. As tentativas de erro nos remeteram a fixação de conteúdos. E técnico, por que acompanharmos de perto o desenvolvimento do minhocário.*

*Existiu eficácia em nossa pesquisa, mesmo não atingindo o nosso objetivo central: Modelagem Matemática. Entretanto, o principal objetivo foi atingido: os alunos assumiram o papel de protagonistas e tornaram-se sujeitos responsáveis pelo seu próprio aprendizado, criando um ininterrupto processo intelectual e social emancipador. RESENDE, FERREIRA e BARBOSA, 2015, p. 11),*

Com base nesses e outros estudos, percebemos, de fato, o potencial que a Modelagem Matemática tem sobre o processo de ensino aprendizagem da Matemática. A partir dos bons resultados alcançados por outros pesquisadores nos sentimos mais encorajados e motivados a utilizar a Modelagem Matemática como ferramenta pedagógica de ensino-aprendizagem devido a sua pluralidade de resultados possíveis a serem alcançados,

## **CONSIDERAÇÕES FINAIS**

Após as diversas pesquisas e leituras realizadas, chegamos à conclusão de que a Modelagem é uma rica ferramenta para auxiliar o processo de ensino-aprendizagem na sala de aula. Diversos autores, como D'Ambrósio, Biembengut, Bassanezi, Barbosa, dentre outros, foram de extrema importância para que tivéssemos tal embasamento.

Enxergamos também que a Modelagem, além de correlacionar a Matemática com o cotidiano, tira o aluno da posição de conforto e o leva a ser protagonista da construção do seu próprio conhecimento, criando um ambiente questionador e colaborador para a construção da consciência critico-reflexiva, contribuindo na relação entre Matemática e sociedade.

Este processo requer disciplina por parte do professor, pois exige sensibilidade do mesmo para respeitar as etapas exigidas pela metodologia.

Para isto, apresentamos este artigo como ferramenta que objetiva contribuir para a prática docente, buscando apresentar, por meio de experiências citadas acima, o real potencial que a Modelagem tem para que essa conexão entre professor e aluno, e Matemática e realidade seja efetivada. Como é um modelo consolidado no campo da Educação Matemática, podemos chamá-la de metodologia. cremos que estreitar os laços entre professor e aluno, promovendo um ambiente de investigação Matemática seja uma solução viável e capaz. Pensamos que essa promoção possa ser feita mediante utilização desta rica metodologia.

## REFERÊNCIAS

- ALMEIDA, L. M. W. & DIAS, M. R. **Um estudo sobre o uso da modelagem matemática como estratégia de ensino e aprendizagem.** *Bolema*. Rio Claro. 2004.
- ARTIGUE, M. Engenharia Didática. Brun, J. **Didáctica das Matemáticas**. Lisboa: Piaget, 1996.
- ÁVILA, Geraldo. Objetivos do Ensino da Matemática. **Revista do Professor de Matemática** 27. 1995.
- BASSANEZI, R. C. **Ensino-aprendizagem com Modelagem Matemática**. São Paulo: Contexto, 2002.
- BASSANEZI, R. C. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática**, 3ª ed. São Paulo. Contexto, 2006.
- BIEMBENGUT, M. S. & Hein, N. **Modelagem Matemática no ensino**. São Paulo: Contexto, 2003.
- BURAK, D. **Modelagem Matemática: Ações e interações no processo de ensino-aprendizagem.** (Tese de Doutorado). Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de Educação. 1992.
- D'AMBRÓSIO, U. **Da realidade à ação: reflexos sobre educação e matemática**. São Paulo: Summus, 1986.
- DRUCK, Suely: Artigo: **O drama do ensino da matemática**. Universidade Federal Fluminense, do Rio de Janeiro. Folha de São Paulo, Edição Especial: 2003. <http://www1.folha.uol.com.br/folha/sinapse/ult1063u343.shtml> Acesso 08/7/2015
- MAGINA, S. e PIRES, R. F. **O uso da modelação matemática na construção do conceito de função**. In: Conferência Interamericana de Educação Matemática, XIII, 2011. Recife, Brasil. (cd-rom)
- RESENDE, A. C., FERREIRA, L.L. & BARBOSA, R. A. **A modelagem matemática aplicada no acompanhamento do crescimento de um minhocário: Um estudo de caso na disciplina de matemática no 2º ano do Ensino Médio do curso técnico em florestas do IFBAIANO- Campus Teixeira de Freitas**. In: Encontro Baiano de Educação Matemática, XVI, 2015, Salvador, Brasil. (pen-drive)
- SANTOS, L. M. M. & Bisognin, V. Experiências de ensino por meio da modelagem matemática na educação fundamental. Barbosa, J. C.; Caldeira, A. D. & Araújo, J. L. **Modelagem Matemática na Educação Matemática Brasileira: pesquisas e práticas educacionais**, 2007. Recife: SBEM.
- TORLOTA, E. & REZENDE, V. **O estudo de função afim na fatura de energia elétrica por meio da Modelagem Matemática e da Engenharia Didática**. In: Conferência Interamericana de Educação Matemática, XIII, 2011. Recife, Brasil. (cd-rom)

# **“NÃO JOGA FORA NO LIXO!”: PRODUZINDO MATERIAIS DIDÁTICOS PARA O ENSINO DE MATEMÁTICA COM RECURSOS ALTERNATIVOS**

**Ariane Maurício Martins<sup>1</sup>**  
**Silvana Claudia dos Santos<sup>2</sup>**

<sup>1</sup>Universidade Federal de Viçosa/Departamento de Educação, [ariane.martins@ufv.br](mailto:ariane.martins@ufv.br)

<sup>2</sup> Universidade Federal de Viçosa/Departamento de Educação, [silvana.santos@ufv.br](mailto:silvana.santos@ufv.br)

## **Resumo**

Esse trabalho possui como objetivo discutir as possibilidades de produção de materiais didáticos utilizando recursos alternativos e de baixo custo, tendo como inspiração os materiais que foram produzidos no projeto de extensão “Laboratório multidisciplinar de ensino: produzindo materiais didáticos com recursos alternativos e promovendo vivências pedagógicas”, com apoio do Programa Institucional de Bolsas de Extensão Universitária – (PIBEX/2014 e 2015), da Universidade Federal de Viçosa (UFV). No projeto PIBEX/2014 o foco era desenvolver materiais didáticos com recursos alternativos para serem alocados no Laboratório de Ensino do Departamento de Educação-DPE. Já no projeto PIBEX/2015 a intenção é proporcionar aos alunos e professores de uma escola pública, dos anos iniciais do Ensino Fundamental, a experiência de produzirem seus próprios materiais didáticos. Sabemos que existem dificuldades em auxiliar os alunos no processo de ensino e aprendizagem, principalmente, quando os discentes necessitam apreender alguns conceitos abstratos. Além disso, nem sempre a escola dispõe de recursos didáticos que possibilitem essa prática. Nesse sentido, acreditamos que os materiais manipulativos produzidos, podem desempenhar um importante papel na ligação entre o experimental e o conceitual, subsidiando o exercício dos futuros docentes. Com base nos resultados obtidos, concluímos que as práticas pedagógicas devem fazer parte do cotidiano do educador e dos alunos dialogando a todo o momento com os conteúdos básicos. Desta forma, foi possível ampliar os olhares para além do conhecimento, proporcionando a formação humana, de modo que professores em formação e em serviço, bem como os alunos puderam pensar em questões ambientais e exercer a cidadania de modo criativo.

**Palavras-chave:** Educação, materiais didáticos, recursos alternativos, ensino e aprendizagem.

## **1. A PRODUÇÃO DE MATERIAIS DIDÁTICOS UTILIZANDO RECURSOS ALTERNATIVOS**

A diversificação de metodologias didáticas é imprescindível no ensino, principalmente em uma época em que o avanço tecnológico é eminente. Assim, é necessário repensar o trabalho dos professores dentro da sala de aula, pois o educador de hoje precisa estar atento às realidades e ser capaz de identificar as exigências educacionais

em constante mutação. Como defende os Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN (BRASIL, 1997, p.33)

*[...] cabe à escola formar cidadãos capazes de atuar com competência e dignidade na sociedade exercendo seus direitos e deveres, para isso é necessário que a instituição escolar garanta um conjunto de práticas planejadas com o propósito de contribuir para que os alunos se apropriem dos conteúdos de maneira crítica e construtiva, capazes de compreender a realidade em que vivem preparados para participar ativamente da vida científica, cultural, social e política do País e do mundo, e aptos a contribuir para a construção de uma sociedade democrática e não excludente.*

No que diz respeito aos conteúdos, a metodologia proposta pelos professores e as práticas desenvolvidas dentro da sala de aula, é parte fundamental desse processo, principalmente, os materiais didáticos utilizados. Considerando que há um número significativo de alunos que realizam cursos de licenciatura, e que ainda não são professores e possuem pouca experiência em sala de aula, percebemos o quão importante são as vivências pedagógicas que articulam a teoria e a prática nas diversas áreas do conhecimento. Assim, o presente trabalho discute as possibilidades de produção de material didático utilizando recursos alternativos e de baixo custo, tendo como inspiração os materiais que foram produzidos no projeto de extensão “Laboratório multidisciplinar de ensino: produzindo materiais didáticos com recursos alternativos e promovendo vivências pedagógicas”, com apoio do Programa Institucional de Bolsas de Extensão Universitária – (PIBEX/2014 e 2015), da Universidade Federal de Viçosa (UFV).

Como professora de Matemática para o curso de Pedagogia da UFV, desde 2011, a coordenadora do projeto de extensão e segunda autora desse texto, sempre buscou inserir oficinas pedagógicas em suas aulas, nas disciplinas de Matemática I e Matemática II do curso de Pedagogia da UFV, com o intuito de propiciar vivências e práticas pedagógicas que fossem significativas para a formação dos futuros professores. Nesse sentido, obstáculos de natureza técnica pareciam tornar o trabalho mais difícil: salas lotadas, poucos materiais didáticos, espaços inadequados, dentre outros. Diante disso, a professora passou a experimentar algumas alternativas, como solicitar auxílio de estudantes mais experientes e que tivessem disponibilidade de colaborar voluntariamente, produzindo o próprio material didático. Embora esse trabalho não seja fácil, pois interfere na dinâmica das aulas e na mobilização de espaços e pessoas, podemos dizer que essas vivências foram significativas para estudantes e professora, despertando o interesse pela proposição do referido projeto.

Um dos impactos sociais que o projeto de extensão culminou, em suas duas edições, consiste na conscientização das pessoas envolvidas no projeto, direta ou indiretamente, em relação ao aproveitamento de recursos alternativos. Algumas cidades não possuem um eficiente serviço de coleta seletiva do lixo e, nesse aspecto, o projeto teve a preocupação de evidenciar como é possível produzir materiais úteis com aquilo que, na maior parte das vezes, é considerado descartável. Os materiais didáticos produzidos com recursos reutilizáveis podem proporcionar aos alunos uma série de benefícios, como diversão, criatividade, conhecimento, aprendizagem e desenvolvimento cognitivo.

No projeto PIBEX/2014 o foco era desenvolver materiais didáticos com recursos alternativos para serem alocados no Laboratório de Ensino do Departamento de Educação-DPE. Assim, foram desenvolvidas as seguintes ações: pesquisa sobre diferentes materiais didáticos e as possibilidades de produção com uso de recursos alternativos; produção de diversos materiais, em áreas variadas; elaboração da descrição e sugestão de atividades de cada um dos materiais produzidos, no formato de “manual instrucional”; oficinas com os

alunos do curso de Pedagogia para a produção de alguns materiais didáticos; mostras dos materiais produzidos ao longo do projeto. Já no projeto PIBEX/2015 a intenção é proporcionar aos alunos e professores de uma escola pública, dos anos iniciais do ensino fundamental, essa experiência de produzirem seus próprios materiais. Na atual edição do projeto, até o momento, foram desenvolvidas as seguintes ações: reuniões com as professoras da escola para apresentar o projeto e avaliar a aderência ao mesmo; discussão, individualmente, com as professoras sobre quais materiais seriam produzidos com os seus alunos; produção dos materiais junto aos estudantes do primeiro ao quinto ano do ensino fundamental I; desenvolvimento das atividades com alunos utilizando os materiais produzidos; e entrevista com as professoras sobre a experiência vivenciada.

Sabemos que existem dificuldades em auxiliar os alunos no processo de ensino e aprendizagem, principalmente, quando os discentes necessitam apreender alguns conceitos abstratos e/ou aspectos conceituais mais complexos. Além disso, nem sempre a escola dispõe de recursos didáticos que possibilitem essa prática. Acreditamos que material concreto, definido por Passos (2006), é tudo aquilo que o aluno pode tocar, manipular e movimentar, materiais que podem explorar a percepção tátil e visual, além de ser um material de baixo custo, podem desempenhar um importante papel na ligação entre teoria e prática, entre o experimental e o conceitual, subsidiando o exercício dos futuros docentes.

## **2. O LABORATÓRIO DE ENSINO**

O Laboratório de Ensino, que idealizamos em nosso projeto de extensão, tem como objetivo promover interações, se propondo a oportunizar aos estudantes de Pedagogia da UFV outras possibilidades de ampliação de conhecimentos interdisciplinares, articulando teoria e prática, promovendo a formação superior de qualidade por meio do desenvolvimento de diversificadas propostas didático-metodológicas. Assim, o conceito que temos por Laboratório de Ensino está consoante à definição que Barroso e Franco (2010, p. 206) fazem sobre Laboratório de Ensino de Matemática

*O Laboratório de Ensino de Matemática é caracterizado como um local para aulas regulares de matemática, para os professores planejarem suas aulas, para criarem e desenvolverem atividades experimentais, ou ainda para produção de materiais instrucionais que facilitem a aprendizagem.*

Muitos são os estudos que discutem o papel do Laboratório de Ensino e de materiais manipulativos na formação de professores, bem como nos processos de ensino e aprendizagem (LORENZATO, 2006; NACARATO, 2005; MEDEIROS; SOUZA; PAIVA, 2011; OLIVEIRA, 2009; SILVA; XAVIER; FERREIRA, 2013; TURRIONI, 2004; PASSOS, 2006; entre outros). Esses estudos refletem a importância de buscar utilizar metodologias que viabilizem dinâmicas significativas favorecedoras da aprendizagem e, é nesse sentido que se encaixam os materiais didáticos produzidos com recursos alternativos, uma vez que eles oferecem múltiplas possibilidades.

Como nos dizia Freire (1996, p.21) “[...] ensinar não é transferir conhecimento, mas criar as possibilidades para a sua produção ou a sua construção”, ou seja, ao propor trabalhar determinado conteúdo por meio de algum material didático, podendo este ser produzido pelos próprios alunos, o professor estará estimulando-o para que exercite seu raciocínio, sua imaginação, tenha indagações, seja crítico e reflexivo. Assim, o professor estaria presente como um mediador de aprendizagem, criando as possibilidades para que os próprios alunos desenvolvam seus conhecimentos e sua autonomia.

Produções bibliográficas publicadas por professores, ainda em formação, evidenciam o quão significativo são as vivências pedagógicas que priorizam um trabalho articulando a teoria e a prática. Um exemplo desse tipo de trabalho é relatado por Silva, Xavier e Ferreira (2013). Para os autores, uma proposta de trabalho baseada na produção de materiais didáticos no contexto do Laboratório de Ensino, pode favorecer, entre outros aspectos, o trabalho em grupo, processos de ensino e aprendizagem reflexivos e diversificadas estratégias pedagógicas.

Os PCN nos apontam claramente a função da escola, que deve ser comprometida em pensar uma prática voltada para os interesses dos alunos, motivando-os e, assim, formar cidadãos responsáveis para atuarem em sociedade:

*O ensino de qualidade que a sociedade demanda atualmente expressa-se aqui como a possibilidade de o sistema educacional vir a propor uma prática educativa adequada às necessidades sociais, políticas, econômicas e culturais da realidade brasileira, que considere os interesses e as motivações dos alunos e garanta as aprendizagens essenciais para a formação de cidadãos autônomos, críticos e participativos, capazes de atuar com competência, dignidade e responsabilidade na sociedade em que vivem (BRASIL, 1997, p.27).*

Para que isso ocorra de forma satisfatória não basta o professor ensinar apenas o conteúdo, a teoria, pois é importante que essa venha unificada a prática. Infelizmente, como nos aponta Melo (2002, p. 151) “[...] o que se vê muitas vezes é uma total separação entre essas que parecem duas realidades. Como se a prática nunca correspondesse às teorias, e como se essas nunca pudessem ajudar na prática”. Com isso, percebemos a importância deste trabalho que discute as possibilidades de produção de material didático estimulando os professores a fazerem essa ligação entre teoria e prática.

No entanto, há críticas no meio acadêmico sobre a produção de materiais didáticos com recursos alternativos e de baixo custo. Um exemplo é a tese de que a produção de materiais didáticos com material reutilizável perpetua ou até acentua a desigualdade social, que no ambiente escolar implica materiais industrializados e novos para os alunos da escola particular, e materiais de segunda qualidade para alunos da rede pública. Mas, quem garante que os materiais industrializados são melhores que os produzidos pelos próprios alunos? Como nos aponta Lourenço (2011, p. 1):

*Com o advento da revolução industrial, o brinquedo sofreu grandes modificações tecnológicas. Diminuiu a demanda artesanal e a sociedade passou a consumir os brinquedos industrializados, com novas formas e roupagens que fugiram da realidade social das crianças de classe média e baixa. Mas apesar do avanço tecnológico e da mídia, principalmente da televisão e da Internet, o brinquedo artesanal continua com sua identidade cultural peculiar, que encanta crianças de todas as gerações e classes sociais, ricas e pobres, sendo alvo de maior atenção devido suas múltiplas possibilidades.*

Assim, a utilização de materiais didáticos produzidos com recursos alternativos, podem promover um ambiente propício aos alunos, instigando sua imaginação, sua sensibilidade afetiva e estética, seu raciocínio, sua percepção visual, espacial, entre outros aspectos.

### 3. METODOLOGIA

Como dito anteriormente, esse trabalho possui como objetivo discutir as possibilidades de produção de materiais didáticos utilizando recursos alternativos e de baixo custo, tendo como inspiração os materiais que foram produzidos em nosso projeto de extensão que já contou com duas edições, o PIBEX/2014, que tinha como finalidade desenvolver materiais para o Laboratório de Ensino do DPE, e o PIBEX/2015, que tinha como foco desenvolver tais materiais, porém, agora, na escola junto com professores e alunos, promovendo vivências pedagógicas. Entretanto, iremos focalizar aqui nos materiais que foram produzidos para a área de matemática.

A bolsista, sob a coordenação da docente responsável pelo Projeto no PIBEX 2014, realizou uma pesquisa sobre diferentes materiais didáticos, e estudou a viabilidade de sua produção utilizando recursos alternativos. Depois de realizada essa pesquisa exploratória e definido os materiais que seriam confeccionados, a estudante, em parceria com outros voluntários do Grupo de Atenção às Tecnologias na Educação – GATE, do qual ambas fazem parte, iniciou a confecção dos materiais. Para tanto, foram providenciados os recursos necessários: materiais de papelaria e, principalmente, materiais considerados recicláveis. Esses materiais foram viabilizados por meio de um esforço coletivo de separação e coleta de recursos alternativos.

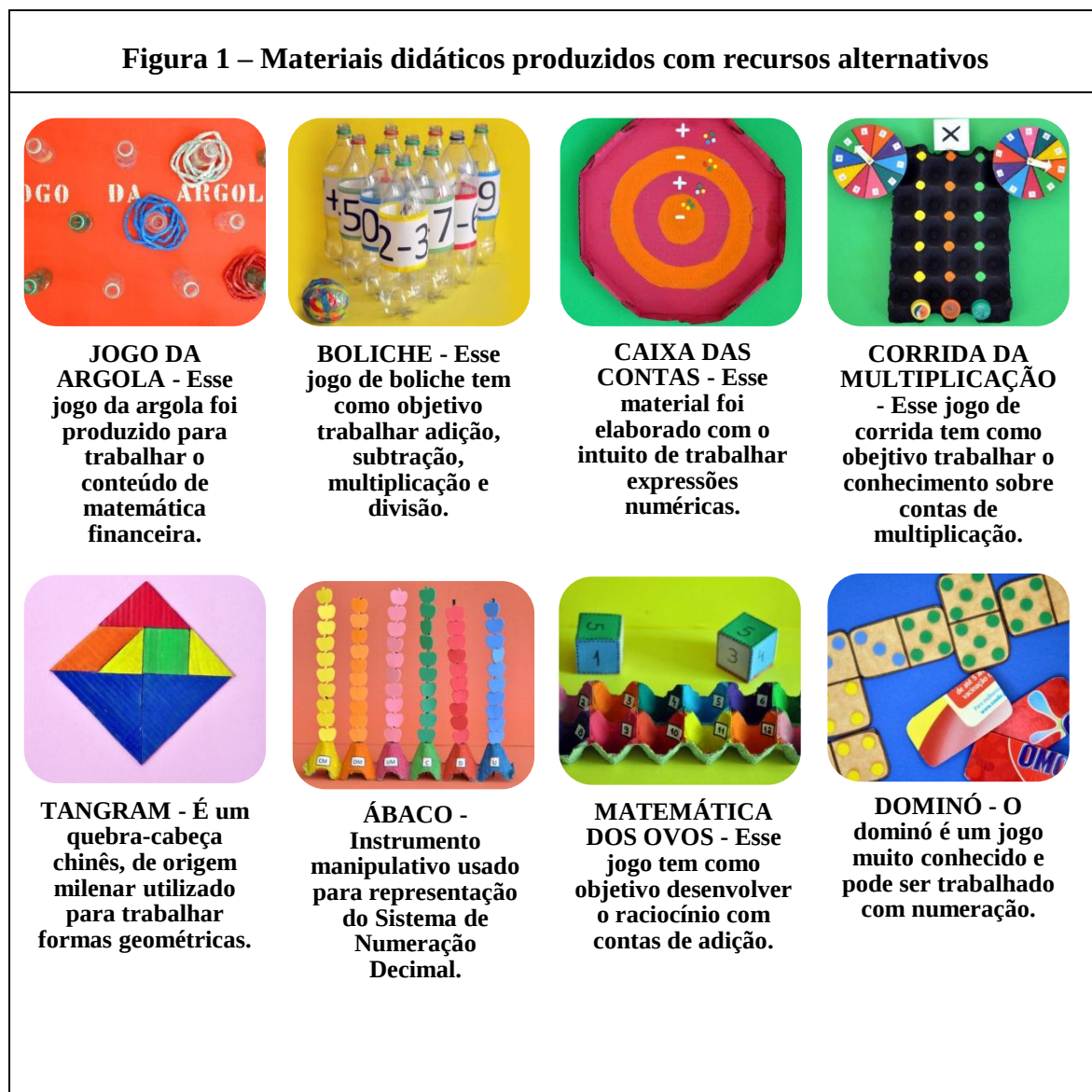
Após a confecção de variedade significativa de materiais didáticos, começou-se a produção de um manual visando à instrução acerca da confecção e do uso desses materiais. Além disso, foi elaborada pelo menos uma atividade para cada material, para subsidiar o uso dos mesmos em sala de aula. Realizada a produção dos materiais em escala passível de uso na sala de aula, foram realizadas oficinas pedagógicas com estudantes do curso de Pedagogia, principalmente nas disciplinas de Matemática I e Matemática II do curso de Pedagogia, nas quais já tem sido desenvolvida a prática de oficinas voltadas para o ensino de Matemática. Essas oficinas tinham como intuito propiciar a produção de material por futuros professores e discutir as possibilidades pedagógicas do seu uso em sala de aula da Educação Básica. Todo o material didático produzido ao longo do Projeto fica à disposição para uso de docentes e discentes, seja para colaborar com a “montagem” do laboratório de ensino do DPE, seja para apoiar o trabalho dos professores na escola parceira.

No projeto PIBEX 2015 o trabalho desenvolvido busca a colaboração mútua entre os proponentes do Projeto e atores escolares (gestores, professores e alunos). Como menciona Fiorentini (2006, p. 52), “Na colaboração todos trabalham conjuntamente (colaboram) e se apoiam mutuamente, visando atingir objetivos comuns negociados pelo coletivo do grupo”. Para a execução foi realizada uma primeira reunião com os professores no início do ano letivo, visando à apresentação do Projeto. Depois de formalizada essa parceria, apresentamos o manual, produzido no Projeto anterior, com algumas opções de materiais que poderiam ser produzidos e trabalhados com os alunos em sala de aula. Desse modo, fizemos a escolha pelos materiais que seriam produzidos com cada turma dos anos iniciais do Ensino Fundamental da escola. Uma vez definido tais materiais, iniciamos um processo de mobilização dos estudantes para que os recursos alternativos necessários fossem coletados. Feito o material com cada turma, foram elaboradas atividades para serem desenvolvidas pelos alunos utilizando os materiais produzidos por eles. Por fim, foi produzido um vídeo com as professoras para que elas falassem sobre a experiência vivenciada.

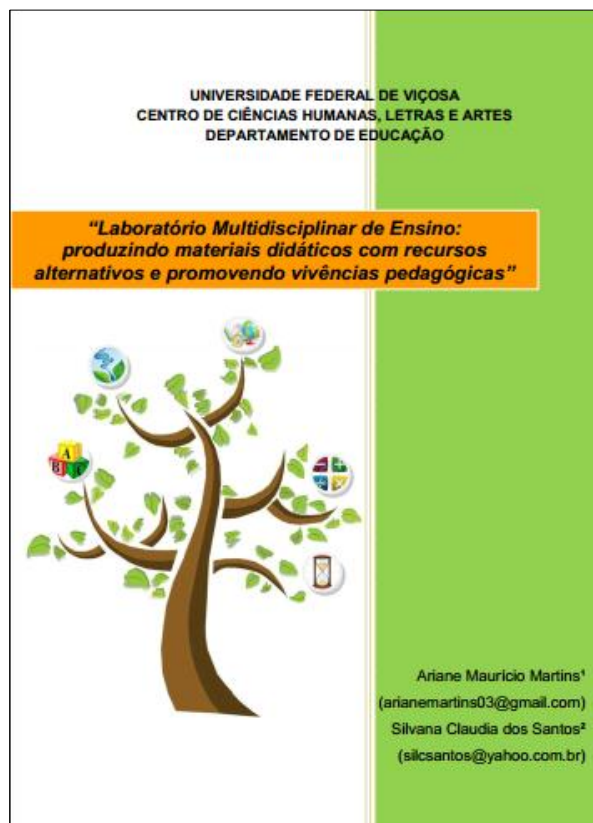


#### 4. RESULTADOS

O projeto de extensão supracitado possui como objetivo utilizar recursos alternativos para produzir materiais didáticos. Devido as suas múltiplas possibilidades, os materiais permitem ao professor ser criativo utilizando-os em diferentes disciplinas, e o ensino pode ser feito a partir dessa perspectiva. Portanto, o interesse aqui não é criar modelos ou impor soluções, não se trata de dar-lhes a “receita do bolo”, mas, oportunizar conexões novas e criativas. A figura 1 apresenta a relação dos materiais, conjuntamente com uma breve descrição de cada um.



Também foi elaborado um manual com descrição e propostas de atividades utilizando os materiais produzidos (Figura 2). Pretendemos fazer uma compilação desse produto, com o intuito de divulgar as atividades desenvolvidas para professores em exercício e em formação.



**Figura 2 – Manual de descrição dos materiais produzidos**

Outras ações desenvolvidas foram as mostras e oficinas com professores formados e alunos do curso de Pedagogia da UFV, conforme ilustrado nas Figuras 3 e 4. E, em seguida, nas Figuras 5, 6 e 7, os materiais produzidos no segundo ano do projeto com os alunos de uma escola pública.



**Figura 3 - Oficina de produção do Ábaco**



**Figura 4 – Oficina de Artes Manuais no XVI Ciclo de estudos Pedagógicos**



**Figura 5 - Alunos do 1º ano produzindo o Dominó**



**Figura 6 - Alunos do 2º e 3º anos produzindo a Caixa das Contas Financeiras**



**Figura 7 - Alunos do 4º ano produzindo o Ábaco**

Assim, nos depoimentos das professoras e nas observações em sala de aula, foi possível notar um envolvimento e interesse por parte dos estudantes, bem como a potencialidade pedagógica dos materiais para a aprendizagem dos conteúdos abordados. Porém, houveram algumas dificuldades ao longo da execução dos projetos, como a falta de recursos básicos (materiais de papelaria) para a produção dos materiais didáticos, embora o principal recurso para a produção seja proveniente de produtos recicláveis e/ou de baixo custo. Além disso, o laboratório, por vezes, estava sendo usado para aulas ou reuniões inviabilizando a produção dos materiais nesse espaço. Algumas professoras não acompanharam, integralmente, o andamento das atividades de produção e utilização dos materiais didáticos dentro da sala de aula junto com a bolsista. Nem sempre as atividades do projeto, mesmo sendo planejadas previamente com as professoras, eram priorizadas, de modo que, às vezes, era reservado pouco tempo para a realização das mesmas. Essa mudança no que estava previsto, de certo modo prejudicava o desenvolvimento do trabalho. E pouco envolvimento de alguns participantes voluntários.

## **5. CONSIDERAÇÕES FINAIS**

Ao longo do desenvolvimento dessas ações foi possível percebermos a reação positiva das pessoas que frequentaram o Laboratório de Ensino do DPE e observaram os materiais produzidos, e também dos professores que participaram do segundo ano do projeto. Notamos a emergente necessidade de indicar aos futuros docentes o quão importante pode vir a ser algo que era considerado lixo, mas que se aproveitado com criatividade pode proporcionar vivências pedagógicas significativas. Com isso, entendemos que a proposta também possui um papel social na medida em que parte do uso de recursos alternativos que, ao invés de serem descartados, muitas vezes indevidamente, poderão ser utilizados em ambientes educacionais. Portanto, os materiais produzidos também poderão contribuir com a conscientização acerca do melhor uso dos recursos e de questões ambientais.

Os materiais produzidos servem de inspiração para a sua replicação e dão subsídio para que os professores e futuros professores aprendam a criar seu próprio instrumento de trabalho. Porém, as sugestões apresentadas são apenas algumas possibilidades, outras devem ser refletidas e concebidas.

Os resultados positivos obtidos com o trabalho no ano de 2014 fez com decidíssemos dar continuidade na mesma direção por meio do PIBEX/2015, porém, o interesse, agora, é levar a produção desses materiais para dentro das salas de aula, proporcionando vivências significativas para a aprendizagem dos alunos e subsidiar o

trabalho do professor, ou seja, promover experiências de ensino e aprendizagem utilizando materiais didáticos produzidos por alunos dos anos iniciais do Ensino Fundamental. O trabalho a ser desenvolvido buscou a colaboração mútua entre os proponentes do projeto e atores escolares.

A produção dos materiais pelos alunos, bem como sua utilização no desenvolvimento das atividades, foi registrada pela bolsista em um diário de campo e em fotografias dos diversos momentos e vivências, de modo que ela atuou, ao longo das ações implementadas na escola, como observadora participante. Como culminância das atividades, promoveremos uma mostra, na escola, dos materiais produzidos por todas as turmas ao longo do ano, para que os próprios alunos possam socializar com os colegas e outros atores escolares o trabalho realizado.

Enfim, o PIBEX/2014 vislumbrou a constituição efetiva do Laboratório de Ensino do Departamento de Educação da UFV. Para tanto, a primeira etapa que abriu as possibilidades para que esse espaço se concretizasse foi a produção de materiais didáticos. Já o PIBEX/2015 proporcionou aos professores e alunos uma prática diversificada de trabalhar os conteúdos dentro da sala de aula. Acreditamos que as práticas pedagógicas devem fazer parte do cotidiano do educador e dos alunos dialogando a todo o momento com os conteúdos básicos. Desta forma, foi possível ampliar os olhares para além do conhecimento, proporcionando a formação humana, de modo que professores em formação e em serviço, bem como alunos dos anos iniciais puderam pensar em questões ambientais e exercer a cidadania de modo criativo. Assim, o projeto contribuiu muito para a formação da bolsista e demais participantes, abrindo horizontes para refletirmos sobre outras possibilidades metodológicas enquanto futuros professores.

## 6. REFERÊNCIAS

BARROSO, M. M.; FRANCO, V. S. **O laboratório de ensino de matemática e a identificação de obstáculos no conhecimento de professores de matemática.**

Zetetiké, Campinas, v.18,n.34, p.205-234, jul/dez-2010.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais: introdução aos parâmetros curriculares nacionais** / Secretaria de Educação Fundamental. – Brasília: MEC/SEF, 1997. 126p.

FIORENTINI, D. Pesquisar práticas colaborativas ou pesquisar colaborativamente?. In: BORBA, M. C.; ARAÚJO, J. L. (Orgs.) . **Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática**. 2. Ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2006. p. 49-78.

FREIRE, P. **Pedagogia da autonomia: saberes necessários à prática educativa**. São Paulo: Paz e Terra, 1996.

LORENZATO, S. (Org.). **O Laboratório de Ensino de Matemática na Formação de Professores**. Campinas, SP: Autores Associados, 2006.

LOURENÇO Jr. A. **Construindo brinquedos com materiais recicláveis: sugestões de atividades**. s/d. Acesso em: 26 out. 2014.

MEDEIROS, J. E.; SOUZA, C. F.; PAIVA, J. P. A. A. **Vivências no Laboratório de Ensino de Matemática na formação do professor de Matemática**. In.: XIII

Conferência Interamericana de Educação Matemática – CIAEM. Recife, 2011.

Disponível em:

<[http://www.google.com.br/url?sa=t&rct=j&q=&esrc=s&source=web&cd=1&cad=rja&ved=0CCsQFjAA&url=http%3A%2F%2Fwww.cimm.ucr.ac.cr%2Focs%2Findex.php%2Fxiix\\_ciaem%2Fxiix\\_ciaem%2Fpaper%2Fdownload%2F2256%2F469&ei=69mYUvb4CcHmoASEhOCwBQ&usg=AFQjCNFVyeMnnF5fka98DsopESGhbFP9Jg&bvm=bv.57155469,d.cGU](http://www.google.com.br/url?sa=t&rct=j&q=&esrc=s&source=web&cd=1&cad=rja&ved=0CCsQFjAA&url=http%3A%2F%2Fwww.cimm.ucr.ac.cr%2Focs%2Findex.php%2Fxiix_ciaem%2Fxiix_ciaem%2Fpaper%2Fdownload%2F2256%2F469&ei=69mYUvb4CcHmoASEhOCwBQ&usg=AFQjCNFVyeMnnF5fka98DsopESGhbFP9Jg&bvm=bv.57155469,d.cGU)>. Acesso em 25 nov. 2013.

MELO, T. M. M. **A conjugação teoria/prática na sala de aula comunicativa de ILE:** uma experiência de pesquisa-ação. *Linguagem & Ensino*, Vol. 5, No. 1, 2002, p.149-169. Disponível em: <<http://www.rle.ucpel.tche.br/index.php/rle/article/view/250>>. Acesso em: 08 nov. 2014.

MENEZES, E. T.; SANTOS, T. H. "Multidisciplinaridade" (verbete). **Dicionário Interativo da Educação Brasileira** - EducaBrasil. São Paulo: Midiamix Editora, 2002. Disponível em: <<http://www.educabrasil.com.br/eb/dic/dicionario.asp?id=90>>. Acesso em: 26 out. 2014.

NACARATO, A. M. **Eu Trabalho Primeiro no Concreto**. *Revista de Educação Matemática*, v. 09, 2005. Disponível em: <<http://flautas.files.wordpress.com/2010/10/eu-trabalho-primeiro-no-concreto.pdf>>. Acesso em 21 nov. 2013.

OLIVEIRA, A. L. **Proposta de Elaboração do Laboratório de Produção de Material Didático Voltado para Educação Inclusiva**. In: VII Encontro Nacional de Pesquisas em Educação em Ciências – ENPEC. Florianópolis, 2009. Disponível em: <<http://posgrad.fae.ufmg.br/posgrad/viiienpec/pdfs/343.pdf>>. Acesso em 25 nov. 2013.

PASSOS, C. L. B. Materiais Manipuláveis como Recursos Didáticos na Formação de Professores de Matemática. In: LORENZATO, S. (Org.) **O Laboratório de Ensino de Matemática na Formação de Professores**. Campinas: Autores Associados, 2006.

SILVA, R. A.; XAVIER, C. F. S.; FERREIRA, A. J. B. **O Laboratório de Ensino de Matemática na Formação Inicial do Professor de Matemática**. XI Encontro Nacional de Educação Matemática – ENEM. Curitiba, 2013. Disponível em: <[http://sbem.bruc.com.br/XIENEM/pdf/663\\_1809\\_ID.pdf](http://sbem.bruc.com.br/XIENEM/pdf/663_1809_ID.pdf)>. Acesso em 25 nov. 2013.

TURRIONI, A. M. S. **O Laboratório de Educação Matemática na Formação Inicial de Professores**. 2004. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2004.

# NÚMEROS MUDADOS: UMA POÉTICA DOS NÚMEROS.

## INVENTAR NÚMEROS EM UMA AULA DE MATEMÁTICA INVENTA CURRÍCULO?

Lucas Esteves Dore<sup>1</sup>  
Sônia Maria Clareto<sup>2</sup>

Universidade Federal de Juiz de Fora (UFJF) / Faculdade de Educação, [lucasdore@gmail.com](mailto:lucasdore@gmail.com)

Universidade Federal de Juiz de Fora (UFJF) / Faculdade de Educação, [sclareto@yahoo.com.br](mailto:sclareto@yahoo.com.br)

**RESUMO:** O presente artigo nasce junto a uma pesquisa em andamento em uma escola municipal de Juiz de Fora e foca sua discussão em uma atividade realizada na sala de aula de matemática da turma de 6º ano do ensino fundamental. Nesta atividade foram dadas tabelas numeradas de 0 a 99 e esperava-se que os alunos colorissem números conhecidos, encontrassem padrões e marcassem na tabela algo que chamasse a atenção. Foi nesse contexto, que Ana e sua colega marcaram os números mudados. Com isso, marcaram um currículo, uma matemática, uma escola. Inventaram um currículo, uma matemática, uma escola, uma vida. Um currículo nômade? Que matemática é possível num currículo nômade? É possível ensinar matemática assim? Arrombamentos de uma atividade.

**PALAVRAS-CHAVE:** Números mudados. Sala de aula. Currículo.

### UMA SALA DE AULA, UM ENCONTRO...

*Uso a palavra para compor meus silêncios.  
Não gosto das palavras  
fatigadas de informar.  
Dou mais respeito  
às que vivem de barriga no chão  
tipo água pedra sapo.  
Manoel de Barros*

É dada uma tabela de números organizados em dez linhas e dez colunas, começando do número 0 e seguindo sucessivamente até o número 99<sup>3</sup>. Um modo de olhar para a tabela é

---

<sup>1</sup> Graduando do curso de Licenciatura em Matemática (oitavo período) pela Universidade Federal de Juiz de Fora / UFJF.

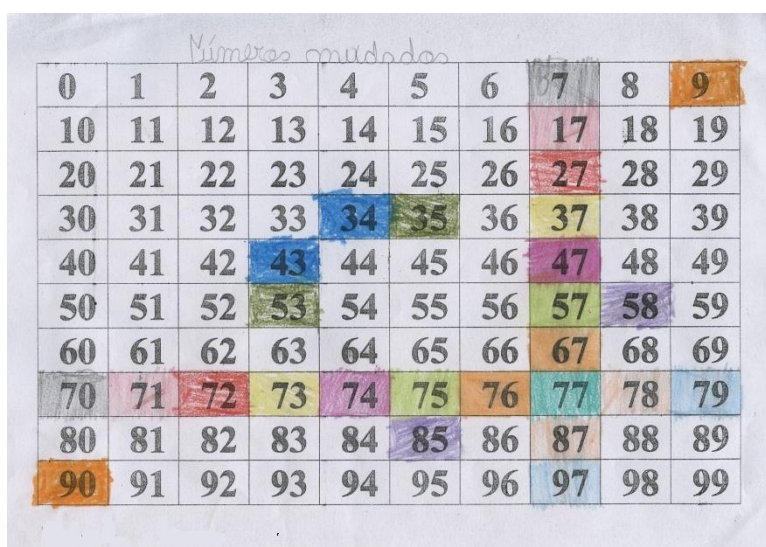
<sup>2</sup> Professora da Universidade Federal de Juiz de Fora (FACED), orientadora e coordenadora da pesquisa referenciada.

<sup>3</sup> Esta atividade foi desenvolvida junto a alunos do sexto e do sétimo anos de uma escola pública do município de Juiz de Fora (MG). Nesta escola vem sendo desenvolvida, desde setembro de 2013, a pesquisa: *Por uma educação matemática menor: currículo e formação de professores junto à sala de aula de matemática* (Acordo CAPES/FAPEMIG, Processo nº APQ 03480-12, coordenado por Sônia Maria Clareto). O autor deste artigo é bolsista IC/Capes neste projeto desde seu início. A atividade aqui em questão foi



proposto: procurar padrões matemáticos. Em meio a números pares, ímpares, primos, quadrados perfeitos, múltiplos de 2, 3, 5, 10, alguns números são coloridos: 27, 72, 34, 43, 28, 82... *Quais números são esses?* Um sorriso: *não sei*. Ana<sup>4</sup> continua pintando alguns números. Pinta o 27 e o 72 de vermelho, o 34 e 43 de azul, continua pintando. Uns minutos depois: *professor, são números mudados. Números mudados? Sim. E como funciona? O que está aqui* (aponta para o algarismo da unidade) *agora está aqui* (aponta para o algarismo da dezena do outro número). Assim, o algarismo que estava na unidade, passa a compor o outro número, situando-se na dezena e, do mesmo modo, o que estava na dezena, agora está na unidade. Ana continua pintando e, assim, inventando os números mudados.

**Figura 1: Tabela de números mudados**



| 0  | 1  | 2  | 3  | 4  | 5  | 6  | 7  | 8  | 9  |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 |
| 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 | 29 |
| 30 | 31 | 32 | 33 | 34 | 35 | 36 | 37 | 38 | 39 |
| 40 | 41 | 42 | 43 | 44 | 45 | 46 | 47 | 48 | 49 |
| 50 | 51 | 52 | 53 | 54 | 55 | 56 | 57 | 58 | 59 |
| 60 | 61 | 62 | 63 | 64 | 65 | 66 | 67 | 68 | 69 |
| 70 | 71 | 72 | 73 | 74 | 75 | 76 | 77 | 78 | 79 |
| 80 | 81 | 82 | 83 | 84 | 85 | 86 | 87 | 88 | 89 |
| 90 | 91 | 92 | 93 | 94 | 95 | 96 | 97 | 98 | 99 |

Material do acervo da equipe executora da investigação.

Encontrava-me parado em um corredor em frente a prateleiras gigantes de ferro na biblioteca central de minha cidade. As pontas dos dedos corriam a lateral das capas já envelhecidas de livros cobertos de poeira e com páginas já amareladas. Os olhos percorriam os títulos em busca de algo que me fizesse passar o tempo que tinha naquela tarde. Saquei um livro em meio a tantos outros que me despertou interesse. Um livro de capa branca, já encardida, logotipo azul, páginas amareladas como tantos outros que estavam naquela prateleira. Sentei-me na grande mesa de madeira localizada na parte central do salão. Em meio às páginas do livro, um pedaço de papel marcava a página que abria o quarto capítulo.

preparada pela equipe executora do projeto que conta com três bolsistas de Iniciação Científica, uma mestrande, o professor da escola e a professora coordenadora da pesquisa. A atividade foi nomeada “Intimidade com os Números” e objetivou oferecer possibilidades de encontros dos alunos com os números, incentivando um estreitamento nas relações, produzindo uma “intimidade” dos alunos com os números. Os estudantes foram organizados em pequenos grupos para a realização da atividade.

<sup>4</sup> Ana é o nome dado a uma aluna do sexto ano que, juntamente com uma colega da mesma sala, realizou a atividade proposta e inventou os números mudados.

*No século VI a.C., Pitágoras de Samos foi uma das figuras mais influentes e, no entanto, misteriosas da matemática. O que parece certo é que Pitágoras desenvolveu a ideia da lógica numérica e foi responsável pela primeira idade de ouro da matemática. Graças ao seu gênio, os números deixaram de ser apenas coisas usadas meramente para contar e calcular e passaram a ser apreciados por suas próprias características. (SINGH, 2002, p. 28)*

Pitágoras percebeu que poderia estudar os números sem sua utilidade no mundo real e, assim, analisar suas propriedades mais genuínas.

O que está aqui (aponta para o algarismo da unidade) agora está aqui (aponta para o algarismo da dezena do outro número) e, da mesma forma, o que estava na dezena, agora está na unidade. Ana continua pintando e, assim, inventando os números mudados.

O livro da biblioteca não me permitia fazer anotações, marcações. Por dentro, uma angústia: queria saber mais sobre os números inventados por matemáticos do passado. Lembrei-me, então, do caderno que levo em minha mochila. O caderno de campo que uso em minhas pesquisas em salas de aula de matemática. Se rasgasse uma ou duas folhas do final daquele caderno, não atrapalharia as minhas anotações futuras. Quando puxei o caderno de minha mochila, uma folha solta caiu no chão. Uma poesia.

#### **A POÉTICA DOS NÚMEROS.**

*Setenta e dois  
Com vinte e dois.  
Quarenta e três  
Com trinta e três.  
São números parecidos  
Mas não são iguais!  
Quarenta e dois  
Com vinte e quatro  
Zero nove  
Com noventa  
Noventa e sete  
Com setenta e nove.*



### *São os números mudados.<sup>5</sup>*

Buscava então, entusiasmado com a poesia, encontrar mais invenções com aqueles números que os matemáticos haviam estudado.

*A fascinação peculiar que os números, individualmente, exerceram sobre a mente do homem desde os tempos imemoriais foi o principal obstáculo para o desenvolvimento de uma teoria coletiva do número, i. e., uma Aritmética; da mesma forma, o interesse concreto nas estrelas em separado atrasou a criação de uma Astronomia Científica (DANTZIG, 1970, p. 60).*

Na bíblia, várias passagens apresentam, constantemente, números que se repetem: Quarenta dias e quarenta noites durou a chuva que provocou o grande dilúvio. Por quarenta dias e quarenta noites Moisés consultou Jeová no Monte Sinai. Por quarenta anos os filhos de Israel vagaram no deserto. Por sete dias sete sacerdotes com sete trombetas investiram sobre Jericó, e no sétimo dia cercaram a cidade sete vezes. Os sete pecados capitais, as sete virtudes, os sete espíritos de Deus, sete alegorias da Virgem Maria, sete demônios expulsos de Madalena (DANTZIG, 1970).

Os babilônios preferiam o sessenta e seus múltiplos: Xerxes puniu o Helesponto com trezentas chicotadas, e Dario ordenou que os gindas fossem enterrados em trezentas e sessenta covas, porque um de seus cavalos sagrados foi afogado no rio (DANTZIG, 1970).

Outros exemplos podem ser encontrados na mitologia grega, na teologia cristã etc.

Encontra-se nos pitagóricos uma verdadeira adoração aos números. Na filosofia pitagórica os números pares eram efêmeros, femininos, pertencentes à Terra, os ímpares eram masculinos, celestiais. O número um era a fonte de todos os números.

*Cada número era identificado com algum atributo humano. Um era a razão, porque era imutável; dois era a opinião; quatro era a justiça, porque era o primeiro quadrado perfeito, o produto de iguais; cinco era o casamento por que era a união do primeiro número masculino com o primeiro feminino. (DANTZIG, 1970, p.46).*

Então, os números passaram a ganhar suas propriedades mais genuínas. Os números triangulares 1, 3, 6, 10, 15, 21... E os quadrados 1, 4, 9, 16, 25...

O que está aqui (aponta para o algarismo da unidade) agora está aqui (aponta para o algarismo da dezena do outro número) e, da mesma forma, o que estava na dezena, agora está na unidade. Ana continua pintando e, assim, inventando os números mudados.

*Pitágoras, quando lhe perguntaram o que era um amigo, respondia: 'É um que é outro Eu, como 220 e 284' (DANTZIG, 1970, p. 50).*

*Mas, o que são os números amigos? Números mudados? Sim. E como funciona? São os números que a soma de seus divisores, dá o outro. O que está aqui (aponta para o algarismo da unidade) agora está aqui (aponta para o algarismo da dezena do outro*

---

<sup>5</sup> Poesia produzida pela dupla de alunas que inventou os números mudados.

número) e, da mesma forma, o que estava na dezena, agora está na unidade. Ana continua pintando e, assim, inventando os números mudados.

Números mudados, números amigáveis. Onde estão estes números? Por que só depois de abrir este livro me deparei com eles?

E tem mais, continua o autor: “Existiam também os números perfeitos”.

**Números perfeitos?** *Mas, o que são os números amigos?* Números mudados? Sim. E como funciona? *São os números em que a soma de seus divisores, dá o outro.* O que está aqui (aponta para o algarismo da unidade) agora está aqui (aponta para o algarismo da dezena do outro número) e, da mesma forma, o que estava na dezena, agora está na unidade. Ana continua pintando e, assim, inventando os números mudados. **São os números em que a soma de seus divisores dá ele mesmo.**

E os números primos? Diferentemente dos números amigos, perfeitos, triangulares, quadrados, os números primos estão na escola. Por que os números primos estão tão presentes no currículo das escolas? Os primos têm utilidade no funcionamento na sequência didática no ensino de matemática nas escolas?

Deixei um pouco o livro de lado. Doía-me a testa suas páginas amareladas. Uma pasta guardada na mochila me ajudaria a gastar um pouco de tempo. Ao abri-la, um maço de folhas coloridas pintava a velha mesa de madeira na qual eu dedicara meus estudos naquela tarde. Ao manuseá-las encontrei a tabela colorida de números mudados que Ana e sua amiga haviam feito meses atrás. Queria concentrar minhas energias a observar a linha de pensamento que Ana praticara anteriormente. Na tabela dos números mudados, algo me chamou a atenção. Uma diagonal que cortava a tabela do canto superior esquerdo ao canto inferior direito onde os números 0, 11, 22, 33,..., 99 moravam, não estava pintada. Claro! Seriam estes, então, os números imutáveis? Aqueles que não têm um par mudado? Como Ana os classificaria?

*O acaso do encontro é que garante a necessidade daquilo que é pensado.  
(DELEUZE, 2010, p. 15)*

Ana produzia com a tabela, com a matemática, com poesia, com...

Um encontro: uma tabela de 0 a 99 é entregue a uma dupla numa sala de sexto ano do ensino fundamental de uma escola municipal numa terça-feira à tarde. Um que diz: “procurem padrões matemáticos”. Um que arromba: “professor, são os números mudados.”. Um encontro: Encontrava-me parado em um corredor em frente a prateleiras gigantes de ferro na biblioteca central de minha cidade. Um que diz: “É um que é outro Eu, como 220 e 284.”

Inquietações: o fascínio pela aritmética em nosso currículo escolar esconde a fascinação peculiar que os números, individualmente, exerceram sobre a

mente do homem? Onde estão estes números? Por que só depois de abrir aquele livro me deparei com eles? Ana inventou os números mudados que estavam escondidos naquela tabela. Escondidos como? Escondidos por múltiplos de dois, de três, de cinco, de dez. Escondidos por números primos. Escondidos por pares, ímpares. Por m.m.c, por frações, por logaritmos, por polinômios, por x, por y, por z, por f(x), por fatorações, por testes, provas, trabalhos. Por reunião de pais, por boletim, por salas de aula superlotadas de alunos, por quadro e giz, por cadeiras, mesas. Por cadernos e borrachas e lápis e canetas e livros didáticos e lista de exercícios e e e...

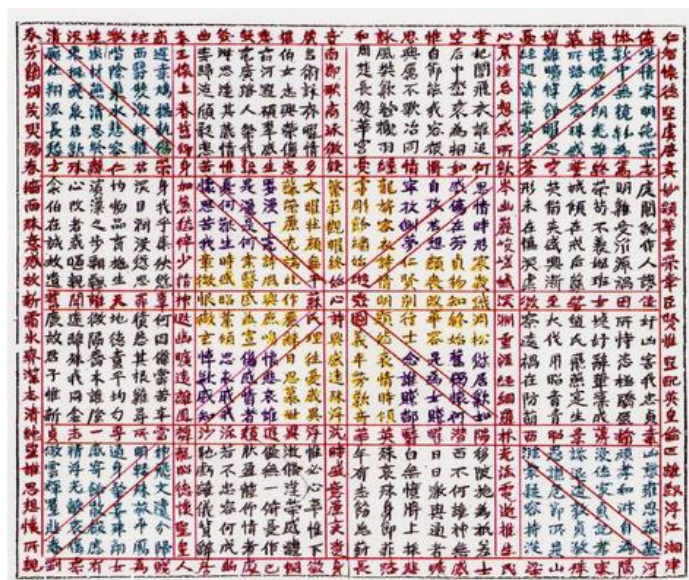
Onde estão estes números? Por que só depois de abrir aquele livro me deparei com eles?

### Números mudados

A tarde chegava ao fim. Subia a rua principal do centro da cidade a fim de tomar um ônibus rumo a minha casa. Fui para o computador pesquisar os tais números mudados. Será que encontraria alguma coisa que ajudaria a compor com aquele trabalho de Ana?

### NÚMEROS PALÍNDROMOS.

Figura 2: Poema chinês de Su Hui só com palíndromos



Disponível em: <http://www.recantodasletras.com.br/teorialiteraria/2376372>; Acessado em: 02/05/15

A figura acima retrata um poema feito por Su Hui no século IV. O poema é um enigma que só faz sentido lendo-se a partir da palavra “marido” na primeira linha e continuando pela diagonal descendente para a direita. Depois o leitor desce um caractere para a direita e sobe

pela diagonal esquerda. Depois de tentar decifrar o poema, um homem do século XVIII alegou haver descoberto mais de nove mil poemas.

### **Uma conjectura:**

Há uma questão matemática interessante, envolvendo esses números, chamada conjectura palíndroma. Essa conjectura consiste em escolhermos qualquer número, escrevê-lo em ordem inversa e somarmos os dois números obtidos. Com a soma obtida, repete-se o procedimento até a obtenção de um número palíndromo.

Por exemplo:

Seja 68 o número escolhido.

Primeiro passo:

$$68 + 86 = 154$$

Segundo passo:

$$154 + 451 = 605$$

Terceiro passo:

$$605 + 506 = 1111 \text{ (deu um palíndromo!).}$$

A conjectura palíndroma afirma que: qualquer que seja o número inicial escolhido se chega sempre a um palíndromo, após um número finito de passos. Ninguém sabe se essa conjectura é falsa ou verdadeira.

O menor número inteiro que pode ser um contra exemplo dessa conjectura é o 196. Através de computadores, já se efetuou centenas de milhares de passos, conforme foi feito no exemplo com o número 68, sem se obter um palíndromo.

Ah, os números mudados, inventados por Ana, são números usados na conjectura palíndroma. O que faz com que um conteúdo matemático seja digno que ocupar lugar em um currículo? Sua utilidade? Sua importância para a própria matemática?

### **NÚMEROS EM SALA DE AULA DE MATEMÁTICA: A QUE SERÁ QUE SE DESTINA?**

Como um conteúdo matemático se torna digno de entrar no currículo escolar? Como isso ocorre? Seria pela sua utilidade? Seria pelo seu valor histórico ou pela força de uma tradição? Seria pelo seu uso dentro da própria matemática? Que conteúdo matemático é digno de ocupar lugar em um currículo?

E se um currículo fosse uma composição: com?

*Em geral, um currículo é definido por um conjunto de saberes. [...] E se o currículo, em vez disso, fosse concebido como um encontro, uma composição? Isso não mudaria tudo? Poderíamos começar por imaginar que corpos, os mais heterogêneos, os mais disparatados, os mais improváveis ("sorvete flambado com suspiro"), se encontram e se combinam no currículo, para compor um agenciamento-curriculo particular. Imaginar o currículo desse modo aparentemente contraria a experiência ordinária. Mas é exatamente o contrário: é a concepção*

*canônica que contraria a experiência ordinária que temos do currículo (TADEU, 2002, p. 55, destaque nosso).*

Um currículo como composição em que o fascínio pelos números toma lugar em modo invenção... O que faz com que a invenção seja digna de ocupar lugar no currículo? Inventar números em uma aula de matemática inventa currículo? A *experiência ordinária* na escola, dentro da sala de aula, traz o currículo como lugar mesmo da invenção e a sala de aula como lugar no qual cotidiana, intensa e sutilmente, a matemática vai acontecendo e compondo currículos outros.

Ana inventa os números mudados e inventa um currículo. Compõe, com uma tabela de números, um currículo. Exige um currículo outro. Um currículo de múltiplas entradas, no qual há espaço para a invenção: sem metas prévias, a invenção se dá no entre dos caminhos, no ato mesmo de inventar(-se). Que currículo suporta uma tal invenção? Que currículo suporta a manipulação de uma tabela com números e os imprevisíveis encontros que lá se abrem? Que currículo sustenta uma invenção?

*É preciso partir de um currículo sem imagem, um currículo caracterizado como nômade: não lhe interessa os pontos de chegada ou de partida, mas sim os trajetos que percorre. É neste sentido que podemos falar de uma desterritorialização incessante do currículo não sobre as essências, mas sobre uma multiplicidade de acontecimentos que saltam do estado de coisas. Em uma sentença, o currículo nômade é aquele que surge do encontro com o impensável, com o imprevisível, sem que esteja remetido a uma experiência vivida ou representada, mas é conduzido apenas pela criação, pelo advento do novo. (CUNHA, 2014, p. 59)<sup>6</sup>.*

Um currículo nômade? Um currículo que se afina com o pensamento nômade e, em seu nomadismo, constitui-se como possibilidade de ruptura e, ao mesmo tempo, de invenção de modos outros de pensar, conhecer, aprender... Um conhecimento nômade, uma *matemática nômade*<sup>7</sup>. “É assim que para a *matemática* nômade a matéria nunca é uma matéria preparada, portanto homogeneizada, mas é essencialmente portadora de singularidades (que constituem uma forma de conteúdo)” (DELEUZE; GUATTARI, 1997, p. 37).

Mas, que matemática é possível num currículo nômade? Uma matemática sem formas prévias, sem objetivos prévios? É possível *ensinar* matemática assim? Uma tabela de números. Números pares, ímpares, primos, múltiplos de 2, 3, ..., números mudados... É possível *ensinar* uma matemática assim?

É possível *aprender* uma matemática assim?

---

<sup>6</sup> Trata-se de uma paráfrase: “É preciso partir de um pensamento sem imagem, um pensamento caracterizado como nômade: não lhe interessa os pontos de chegada ou de partida, mas sim os trajetos que percorre. É neste sentido que podemos falar de uma desterritorialização incessante do pensamento não sobre as essências, mas sobre uma multiplicidade de acontecimentos que saltam do estado de coisas. Em uma sentença, o pensamento nômade é aquele que surge do encontro com o impensável, com o imprevisível, sem que esteja remetido a uma experiência vivida ou representada, mas é conduzido apenas pela criação, pelo advento do novo”. (CUNHA, 2014, p. 59).

<sup>7</sup> Gilles Deleuze e Félix Guattari, em Mil Platôs (1997) pensam a *ciência nômade* como extrínseca ao aparelho de Estado, irmanada à máquina de guerra nômade. A matemática nômade ou matemática menor vem sendo estudada no âmbito do projeto no qual este artigo se constitui (CLARETO, 2013; CLARETO; SILVA; CLEMENTE, 2013; CLARETO; SANTOS, no prelo). Este conceito encontra lastro nas discussões acerca da Educação Menor (GALLO, 2003).

*[...] a aprendizagem não é entendida como passagem do não-saber ao saber, não fornece apenas as condições empíricas do saber, nem é uma transição ou uma preparação que desaparece com a solução ou resultado. A aprendizagem, é sobretudo, invenção de problemas, é experiência de problematização. (KASTRUP, 2001, p. 17).*

Aprendizagem como invenção dupla, como dupla abertura: invenção de si e do mundo<sup>8</sup>. Aprendizagem como formação, como processo de produção de subjetividade. Aprendizagem como invenção de matemática, invenção de modos outros de produzir matemática: uma matemática sem objetivo previamente traçado, uma matemática que se constitui na imanência mesmo da experiência na e com a matemática...

Como acolher a invenção? Como acolher as anas e seus números mudados e seus números poetados? Como acolher as anas que não param de colocar à prova as expectativas do professor em suas atividades? Como acolher as anas e suas imprevisibilidades? Como acolher currículos que atravessam o currículo programado? Com quantas anas se faz um currículo? Com quantas anas se produz uma matemática?

#### REFERÊNCIAS:

CLARETO, Sônia M.. Matemática como acontecimento na sala de aula. In: *36ª REUNIÃO ANUAL DA ANPED*, 2013, Goiânia. Sistema Nacional de Educação e Participação Popular: Desafios para as Políticas Educacionais. Rio de Janeiro: Anped, 2013. v. 01. p. 01-15.  
[http://36reuniao.anped.org.br/pdfs\\_trabalhos\\_aprovados/gt19\\_trabalhos\\_pdfs/gt19\\_3248\\_texto.pdf](http://36reuniao.anped.org.br/pdfs_trabalhos_aprovados/gt19_trabalhos_pdfs/gt19_3248_texto.pdf).

CLARETO, Sônia M.; SILVA, Aline A.; CLEMENTE, João C.. De Triângulo a bola: uma matemática menor e a sala de aula. In: *XI ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA*, 2013, Curitiba. Educação Matemática: retrospectivas e perspectivas. Rio de Janeiro: Sociedade Brasileira de Educação Matemática, 2013. v. 01. p. 01-12.  
[http://sbem.esquiro.kinghost.net/anais/XIENEM/pdf/3251\\_1448\\_ID.pdf](http://sbem.esquiro.kinghost.net/anais/XIENEM/pdf/3251_1448_ID.pdf).

CLARETO, Sônia M.; SANTOS, Filipe F. Os infinitos e seus tamanhos: nos becos da sala de aula, que matemática acontece?. In MONTEIRO, Alexandrina; VILELA, Denise (orgs). *Os Paradoxos do Infinito*. São Paulo: Livraria da Física. **No prelo**.

CUNHA, Carlos Fernando Carrer da. "Gilles Deleuze e o Pensamento Nômade: A Máquina De Guerra Primitiva", p. 58-65 . In: *Anais da VIII Semana de Orientação Filosófica e Acadêmica [= Blucher Philosophy Proceedings, n.1, v.1]*. São Paulo: Blucher, 2014.

DELEUZE, Gilles. *Proust e os Signos*. 2ª ed. Rio de Janeiro: Forense Universitária, 2010.

---

<sup>8</sup> A pesquisadora Virgínia Kastrup problematiza a noção de aprendizagem a partir da filosofia de Gilles Deleuze (KASTRUP, 1999).

DELEUZE, Gilles; GUATTARI, Félix. *Mil platôs: capitalismo e esquizofrenia*. Tradução de Peter Pál Pelbart e Janice Caiafa. Rio de Janeiro: Ed. 34, 1997. v. 5.

DANTZIG, Tobias. *Número: A linguagem da Ciência*. 4ª ed. Rio de Janeiro: Zahar Editores, 1970.

GALLO, Sílvio Donizete. *Deleuze e Educação*. Belo Horizonte: Ed. Autêntica, 2003.

KASTRUP, Virgínia. *A invenção de si e do mundo: uma introdução do tempo e do coletivo no estudo da cognição*. Campinas, São Paulo: Papyrus, 1999.

KASTRUP, Virgínia. *Aprendizagem, Arte e Invenção*. In *Psicologia em Estudo*, Maringá, v. 6, n. 1, p. 17-27, jan./jun. 2001.

Números Palíndromos: <http://www.testonline.com.br/palin.htm> acessado em 14/06/2015. Autor desconhecido.

SINGH, Simon. *O Último Teorema de Fermat*. 9ª ed. Rio de Janeiro: Record, 2002.

# **O ENSINO DA MATEMÁTICA ATRAVÉS DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS NO CURSO DE ENGENHARIA CIVIL**

**Luanne Lima Ferreira<sup>1</sup>,  
Leonardo Brito da Silva<sup>2</sup>,  
Célia Barros Nunes<sup>3</sup>**

<sup>1</sup>UNEB/Departamento de Educação/Campus X, luanne.math@gmail.com

<sup>2</sup>UNEB/Departamento de Educação/Campus X, leobstx@hotmail.com

<sup>3</sup>UNEB/Departamento de Educação/Campus X, celiabns@gmail.com

## **Resumo**

A partir de leituras, acreditamos que o ensino de Cálculo tem sido foco de discussões e investigações, tanto sobre questões curriculares quanto sobre questões metodológicas. Aumenta-se cada vez mais o índice de reprovação e evasão na disciplina de Cálculo, o que, conseqüentemente, prejudica os discentes e atrasa o curso universitário. Nesse sentido, a presente comunicação relata parte de uma pesquisa de conclusão de curso em Licenciatura em Matemática, realizada na Universidade do Estado da Bahia (UNEB)- Campus X, que teve como objetivo principal investigar se, num curso de Engenharia Civil, a Metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, pode auxiliar futuros engenheiros à compreensão da Matemática, especificamente da disciplina de Calculo Diferencial e Integral. A abordagem metodológica foi qualitativa, com orientações metodológicas de Thomas A. Romberg. A coleta de dados se deu por meio de quatro encontros através de aulas por nós ministradas, observações e registros dos alunos. A pesquisa ainda está em processo de análise, no entanto, para essa comunicação vamos tecer breves considerações sobre o ensino da disciplina Cálculo no Ensino Superior e sobre a Resolução de problemas, seguida de resultados preliminares desse trabalho. Com base nos resultados apresentados podemos concluir que, de fato, a Resolução de Problemas quando trabalhada em um ambiente de motivação, do prazer pela descoberta, do favorecimento aos alunos da autonomia e da criatividade ao coloca-la no centro das atividades de sala de aula, representa uma forma de se fazer e aprender matemática.

**Palavras-chave:** Resolução de Problemas, Otimização, Calculo Diferencial, Engenharia Civil, Ensino-aprendizagem do Calculo.

## **CONSIDERAÇÕES INICIAIS**

A Educação Matemática no Brasil e no mundo tem defendido constantemente a necessidade de mudança na forma de se conceber o ensino da Matemática nos mais diversos níveis, seja ele o fundamental, médio ou superior, já que num mundo cada vez mais globalizado não faz sentido o ensino “enciclopédico” em que o aluno apenas recebe o conhecimento e não se posiciona criticamente frente a ele.

Ciente das dificuldades com as quais deparam os estudantes de Cálculo e do baixo índice de aprovação desta disciplina, educadores e matemáticos buscam encontrar métodos que visem facilitar o entendimento do Cálculo por parte dos estudantes. Muito tem se conseguido, mas é importante dizer que nenhuma fórmula mágica foi encontrada até hoje.

Em nossa convivência no meio acadêmico, percebemos que estamos situados em altos índices de reprovação na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral, ou simplesmente Cálculo, o que prejudica o rendimento dos alunos, atrasando seus respectivos cursos universitários.



As dificuldades apresentadas dificilmente são espontâneas e imediatas ao início dos estudos do Cálculo. Estes impasses, em geral, têm seu início no ensino mal concretizado das aprendizagens anteriores. Ao se depararem com o Cálculo, por terem um fraco conhecimento matemático naquilo que parte desde as séries iniciais até o ensino médio, os alunos tem por dificuldade a compreensão de conceitos e formalizações mais elaboradas desta nova vertente matemática.

Nos últimos anos, o ensino no curso de Engenharia está fortemente embasado em fatores intuitivos, verbais, dedutivos e sequenciais (Felder, 1966, apud NASSER, 2009, p. e 45). Porém, a minoria dos estudantes deste curso se encaixa em todas essas especificações. Desta forma, a dificuldade enfrentada por muitos se torna potencializada. Felder, (1966, apud NASSER, 2009, p. 44 e 45) afirma que o ensino deve ser de forma que todos sejam favorecidos em seus pessoais estilos. Para que a aprendizagem se torne mais compreensível, o autor ainda sugere que o professor

*Faça uso extensivo de esboços, gráficos, esquemas, diagramas vetoriais, ilustrações computacionais e demonstrações físicas (visual), além das explicações e derivações orais e escritas (verbal), nas aulas e apostilas. (Ibid., p;11)*

Em um curso de Cálculo, a dificuldade de compreensão, devida a grande abstração necessária para tal, somado com a forma mecanizada que o mesmo é aplicado, podem levar alguns alunos a desistirem do curso. No que se refere ao estudo da derivada, por exemplo, diversos fatores influenciam de forma negativa para as possíveis evasões nos cursos superiores, dentre os quais: aplicação de conteúdos complexos; a forma mecanizada que não garante o real aprendizado do conteúdo; a dificuldade da aplicação dos conteúdos aprendidos em sala nos problemas reais; a falta de metodologia que envolva o aluno, o conteúdo e as possíveis aplicações no mundo real. Acarretando com isso, para o aluno, um salto na fase do conhecimento teórico partindo para a aplicação, o que não garante um conhecimento gerador de aplicações dos mesmos.

Desse modo, acreditamos que um trabalho por parte do professor com a Resolução de Problemas, neste caso, especificamente no ensino de Cálculo no que tange a Otimização, poderá despertar e desencadear nos alunos a capacidade e o interesse de aprender a aprender, valorizando sempre o conhecimento vigente, possibilitando a correlação dos conteúdos estudados com as necessidades do dia-a-dia, pois

*[...] Resolução de Problemas é um método eficaz para desenvolver o raciocínio e para motivar os alunos para o estudo da Matemática. O processo ensino e aprendizagem podem ser desenvolvidos através de desafios, problemas interessantes que possam ser explorados e não apenas resolvidos (Lupinacci e Botin, 2004, p. 1).*

## **ENSINAR MATEMÁTICA ATRAVÉS DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS**

Atualmente faz-se necessário que o professor busque, cada vez, elementos motivadores que proporcionem maior entusiasmo nos alunos, para as aprendizagens seja em qual área ou disciplina, mas no caso específico da Matemática essa necessidade parece ainda maior, visto que há certa dificuldade, para o aluno, de assimilar determinados conceitos nessa área do conhecimento. Nesse aspecto podemos apontar os trabalhos em equipe, as atividades em grupo e o uso dos meios tecnológicos, como recursos usados pelo professor, que podem funcionar como elementos motivadores para que o aluno sinta-se mais entusiasmo para novas

aprendizagens. Tudo isso é possível ao se trabalhar em um ambiente de resolução de problemas.

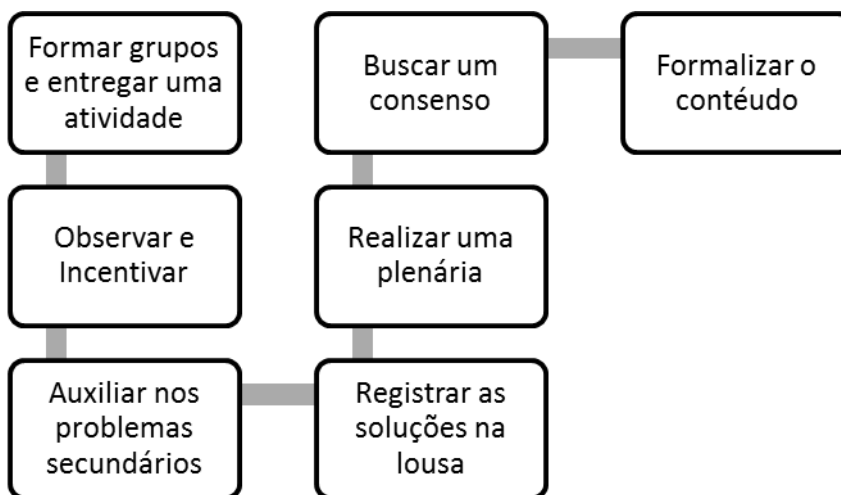
A Resolução de Problemas, enquanto metodologia de trabalho em sala de aula, favorece um ambiente de motivação e de desafio necessário para envolver o aluno em processos elaborados de pensamento. Nessa perspectiva, estamos considerando aqui a Resolução de Problemas que objetiva ensinar, aprender e avaliar o conhecimento matemático desenvolvido pelos alunos, sob a orientação e coordenação do professor através da Resolução de Problemas.

Ensinar Matemática “através de” é uma forma de se ensinar e aprender de modo contínuo, ou seja, está presente durante todo o processo, pois, em meio ao problema, o aluno deve apresentar-se como responsável pela construção do seu próprio conhecimento. Sua base tem por objetivo apresentar ao aluno problemas que irão introduzir e construir novos conteúdos e conceitos.

Utilizar com competência esta metodologia não é uma tarefa simples. Requer do professor planejamento, dedicação, organização, dentre outros aspectos fundamentais para o sucesso do processo de ensino-aprendizagem. Ele deve se por como um condutor de conhecimento e não um transmissor, impedindo o desenvolvimento do aluno. Assim sendo, criar um ambiente propício para que o conhecimento aflore é fundamental. No nosso trabalho, estaremos utilizando esta metodologia.

Onuchic, junto ao Departamento de metodologia de Ensino da UFSCAR (Universidade Federal de São Carlos- São Carlos, SP) propõe em 1998, um roteiro de aula que tem por objetivo o ensino-aprendizagem acompanhado de compreensão e significado, através da Resolução de Problemas. É válido ressaltar que existe um modelo mais recente, entretanto, para essa pesquisa utilizamos o de 2009. Segue o roteiro de atividades.

Onuchic (2009) explicita cada uma dessas atividades, que o compõe



Ao *formar grupos- entregar a atividades*, os estudantes tem a oportunidade de experimentar o processo cooperativo. O professor ao *observar e incentivar*, deixa de ser o detentor do conhecimento e passa a ser o observador, organizador, consultor, mediador, interventor, controlador e incentivador do processo da aprendizagem. Quando o professor *auxilia nos problemas secundários*, ele incentiva os seus alunos a utilizarem conhecimentos prévios ou técnicas já conhecidas para resolver o problema. Após *registrar na lousa* todos os resultados obtidos pelos diferentes grupo, o professor *realiza a plenária*, afim de discutir todos os resultados encontrados, e a partir das análises feita e após todas as duvidas sanadas, o professor orienta a sala para a *busca de um consenso* sobre o resultado pretendido. E por fim, após todo este trabalho realizado em conjunto, o professor *formalizar o conteúdo*,

fazendo uma síntese do que se objetivava aprender a partir do problema trabalhado e apresentando o conteúdo formalmente: definição, propriedades e demonstrações.

Após leituras realizadas, Onuchic (1999), Onuchic e Allevato (2005), Pollya (1994), entendemos que a Resolução de Problemas, objetiva potencializar a compreensão e a dedução de forma coerente e não mecanizada das atividades matemáticas, tornando o aluno o sujeito responsável pelo seu próprio aprendizado, visando respeitar, valorizar e utilizar os seus conhecimentos já adquiridos.

## **METODOLOGIA DA PESQUISA**

A pesquisa monográfica segue a abordagem das pesquisas qualitativas, orientada pela metodologia de Thomas A. Romberg (1992), trata-se de orientações metodológicas por meio de um fluxograma com 10 atividades para execução de uma pesquisa. O fluxograma é dividido em 3 blocos de modo que o 1ª bloco, constituído de 4 atividades, é considerado por Romberg, como o bloco da identificação do problema de pesquisa. Como orienta a quarta atividade do 1º bloco de Romberg, nossa pergunta foi definida assim:

*Quais contribuições que um curso sobre Derivada, com foco na Otimização, utilizando-se da Metodologia de Ensino-aprendizagem-avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas pode trazer aos alunos da Engenharia Civil?*

Dessa forma, de modo amplo, objetivamos investigar se num curso de Engenharia Civil, a Metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, pode auxiliar futuros engenheiros à compreensão da Matemática, especificamente da disciplina de Calculo Diferencial e Integral.

A fim de explicitar cada detalhe do objetivo geral, delimitamos as seguintes metas específicas:

- Detectar através de um teste diagnóstico problemas vigentes no ensino do Calculo Diferencial e Integral;
- Através dos Encontros, buscar sanar as dificuldades detectadas no teste diagnóstico;
- Mostrar aos alunos do curso de Engenharia as aplicações contextualizadas do estudo da Derivada, especificamente a Otimização;
- Apresentar uma nova abordagem metodológica de resolução de problemas;
- Verificar a eficácia da metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas no Ensino Superior.

Em busca de resposta à questão de pesquisa, partimos para o segundo bloco de Romberg. Tal bloco nos remete a uma estratégia e procedimentos da pesquisa a fim de verificar se, de fato, a Resolução de Problemas, potencializa uma aprendizagem com compreensão e significado.

Neste caso, a nossa estratégia geral foi à criação de um projeto utilizando a Metodologia de Resolução de Problemas, defendida por Onuchic, para trabalhar a Otimização numa turma de Engenharia Civil. O projeto intitulado: “Um sonho diferenciado e otimizado” surgiu através de um trabalho realizado no componente curricular Cálculo III. Este material didático apresenta situações-problemas que abordam o estudo da derivada através de problemas de otimização matemática, de modo a estabelecer a função que deve ser maximizada ou minimizada. Vale ressaltar que o material didático, o qual estamos chamando de livro, de nossa autoria, foi elaborado com inspiração nas ideias apresentadas pelo livro de James Stewart (2013), volume 1. Em seu conteúdo, apresentamos problemas de otimização abordando conceitos importantes como perímetro, área e volume, utilizando uma metodologia de Resolução de Problemas proposta por Onuchic (2009). Vale ressaltar que os problemas apresentados visavam a (re)construção de um dos conceitos mais importantes na Matemática- as funções, como por exemplo, a função quadrática

No livro, elaborado para o projeto, é válido ressaltar que o nível das questões aumenta de acordo com o avançar dos capítulos, podendo revelar, na íntegra, o progresso do aluno.

A aplicação do projeto ocorreu em quatro encontros, nos sábados à tarde, tendo a duração de 4 horas/aula.

Diz Dante (1996) que trabalhar a matemática por meio de situações problemas própria da vivência do aluno que façam o aluno pensar, refletir, analisar, julgar e decidir pela melhor solução irá propiciar um trabalho do conteúdo com significado.

Diante dessa constatação por Dante, apresentaremos aqui, alguns resultados do primeiro encontro. O primeiro encontro fora aplicado um teste diagnóstico individual, que tinha por objetivo detectar o conhecimento sobre a ideia de limite e derivada. Em seguida, explicitamos o conteúdo de Limite e Derivada, visto que são conceitos indispensáveis para o estudo de Otimização.

## DESCRIÇÃO E ANÁLISE DE DADOS

Trataremos aqui da descrição e análise dos dados obtidos na aplicação do projeto proposto.

Como dito anteriormente, a cada encontro propusemos um problema o qual, para orientação, baseamo-nos na Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas. É válido ressaltar que a cada encontro, os alunos foram avaliados individualmente, através de um minucioso acompanhamento nosso, mediadores dos encontros. Entretanto, o desenvolvimento das atividades propostas e a busca pela aprendizagem ocorreram em grupo, pois como afirma Onuchic (1999, p. 217):

*Lembrar que, no mundo real, aprender é muitas vezes um processo compartilhado e que o progresso em direção a um objetivo vem através de esforços combinados de muita gente. É preciso que os estudantes experimentem este processo cooperativo e que se lhes dê a oportunidade de aprender uns com os outros.(..) (ONCHIC, 1999, p. 217)*

Á medida em que os alunos se concentravam para a resolução dos problemas observávamos o modo que eles interagiam entre si, analisavam e compreendiam cada problema. E também, a forma com que eles lidavam com a ideia dos demais colegas na interação de grupo.

A todo momento, incentivávamos e auxiliávamos os participantes da pesquisa nos problemas secundários, que, segundo a metodologia, era necessário para dar continuidade no processo de resolução, conforme ressalta Onuchic (1999) : “o professor faz a intermediação, leva os alunos a pensar, espera que eles pensem, dá tempo para isso, acompanha suas explorações e resolve, quando necessário, problemas secundários”

A princípio, os alunos apresentaram insegurança naquilo que estavam fazendo. Por isso, vimos à necessidade que os participantes tinham de receber uma aprovação de nossa parte para continuar o processo. Essa insegurança mostrou-se proveniente da falta de intimidade dos alunos em serem, naquele momento, protagonistas e autônomos do processo de ensino-aprendizagem. No entanto, no decorrer de todo o processo, observamos que eles se adaptaram bem a essa nova forma de aprendizagem, pois, ao término do último encontro foi visível a evolução dos alunos que participaram com afinco do minicurso, por se mostrarem mais seguros. Além disso, a boa relação entre os mediadores e os alunos combinada com a paciência e com esta metodologia foram cruciais para o bom desenvolvimento deste trabalho.

Cabe, aqui, agora descrever e analisar como se desenvolveu o primeiro encontro.

## PRIMEIRO ENCONTRO

No primeiro momento, após as devidas apresentações entre os pares, foi enunciado o que objetivávamos em cada encontro, seguida de uma breve explanação do que seria a metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas. Após isso, com a chegada de alguns alunos atrasados, demos início ao teste de diagnóstico, que foi aplicado a 15 alunos do curso de Engenharia Civil. Segue o teste diagnóstico que foi aplicado:

Figura 1: Teste Diagnóstico

| TESTE DIAGNÓSTICO                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |                                    |  |  |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------|--|--|
| <p>1- Considere a função <math>f</math> cujo gráfico está representado abaixo. Encontre os limites que se pede.</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |                                    |  |  |
| a) $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                | b) $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$ |  |  |
| c) $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  | d) $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$   |  |  |
| e) $\lim_{x \rightarrow 4^-} f(x)$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                | f) $\lim_{x \rightarrow 4^+} f(x)$ |  |  |
| g) $\lim_{x \rightarrow 4} f(x)$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  | h) $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x)$ |  |  |
| i) $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                | j) $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$   |  |  |
| k) $\lim_{x \rightarrow 5^-} f(x)$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                | l) $\lim_{x \rightarrow 5^+} f(x)$ |  |  |
| m) $\lim_{x \rightarrow 5} f(x)$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  | n) $\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x)$ |  |  |
|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | o) $\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x)$ |  |  |
| <p>2- Seja a função <math>f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}</math> dada por <math>f(x) = x^2 + 2</math></p> <p>a) Esboce o gráfico dessa função</p> <p>b) Calcule <math>f(1)</math></p> <p>c) Se <math>x</math> está próximo de 1, pela direita (<math>x \rightarrow 1^+</math>) então <math>f(x)</math> está próximo de .....</p> <p>d) Se <math>x</math> está próximo de 1, pela esquerda (<math>x \rightarrow 1^-</math>) então <math>f(x)</math> está próximo de .....</p> |                                    |  |  |
| <p>3- Derive a função:</p> <p>a) <math>f(x) = 186,5</math></p> <p>b) <math>f(x) = 5x - 1</math></p> <p>c) <math>f(x) = x^3 - 4x + 6</math></p> <p>d) <math>f(x) = (x - 2)(2x + 3)</math></p> <p>e) <math>f(x) = \sqrt[3]{x}</math></p>                                                                                                                                                                                                                                            |                                    |  |  |
| <p>4- Um fazendeiro tem 1200m de cerca e quer cercar um campo retangular que está na margem de um rio reto. Ele não precisa de cercar ao longo do rio. Quais são as dimensões do campo que tem maior área?</p>                                                                                                                                                                                                                                                                    |                                    |  |  |

Fonte- Dados da Pesquisa

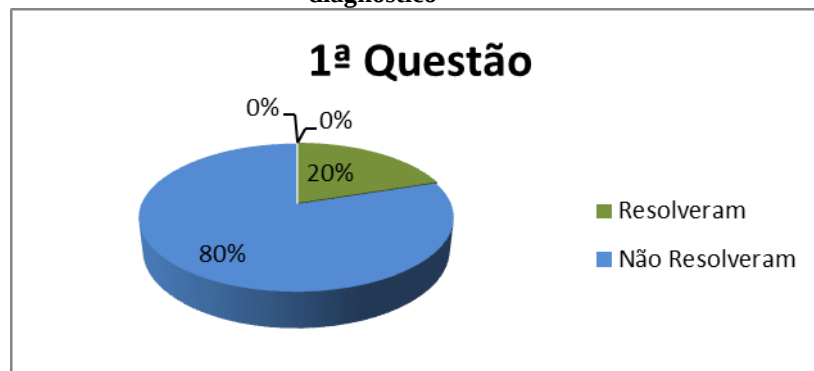
Ao aplicar este teste, orientamos os alunos para não se identificarem, pois nosso objetivo era diagnosticar de forma coletiva os conhecimentos e as dificuldades da turma sobre Limite e Derivada.

Durante a aplicação notamos dificuldades por parte deles. Utilizaram algumas propriedades de Derivada dentro de Integral e vice-versa. Ou seja, eles possuíam as ferramentas corretas, mas faltava-lhes orientação para utiliza-las.

Em seguida apresentaremos os gráficos que mostram a quantidade de alunos que responderam ou não às questões 1 e 2, além das questões que mais se aproximaram dos resultados esperados.

Na primeira questão uma pequena parte tentou resolvê-la, e, por agravante, nenhum destes a acertaram por completo.

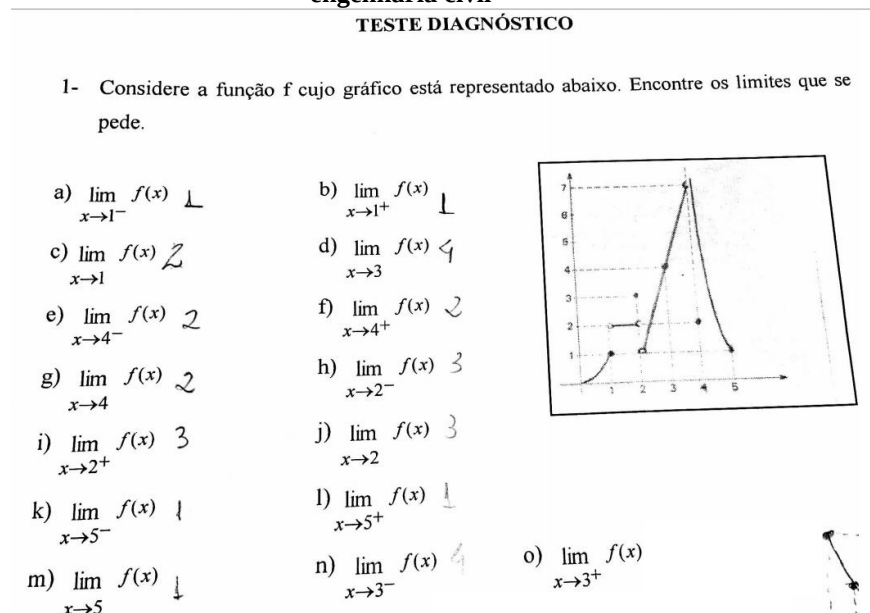
**Figura 2: Gráfico da quantidade de alunos que responderam ou não a primeira questão do teste diagnóstico**



Fonte- Dados da Pesquisa

Segue uma das resoluções dos alunos:

**Figura 3: Resolução da primeira questão do teste diagnóstico realizado por um aluno do curso de engenharia civil**

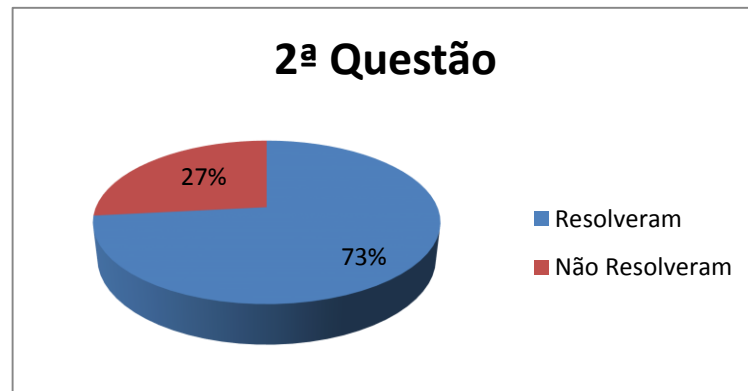


Fonte- Dados da Pesquisa

Nota-se pela quantidade de erros e pela quantidade de testes não resolvidos, a falta de habilidade dos alunos sobre Limite.

Na segunda questão observa-se que a maioria dos alunos tentou resolvê-la. Das questões resolvidas, analisa-se a falta de conhecimento sobre função, em especial do segundo grau. Os alunos apenas atribuíram valores para  $x$ , jogaram os pontos obtidos no plano cartesiano e os ligaram, formando um esboço de uma parábola, e em um caso, o esboço de uma reta. Nenhum dos alunos tentou encontrar os vértices da função e nem as raízes da função, mesmo esta função não apresentando raízes reais. Apenas um aluno respondeu de forma coerente toda a questão, os demais alunos esboçaram o gráfico de modo correto (exceto um que esboçou uma reta), e consequentemente, erraram ao estudar o limite da função.

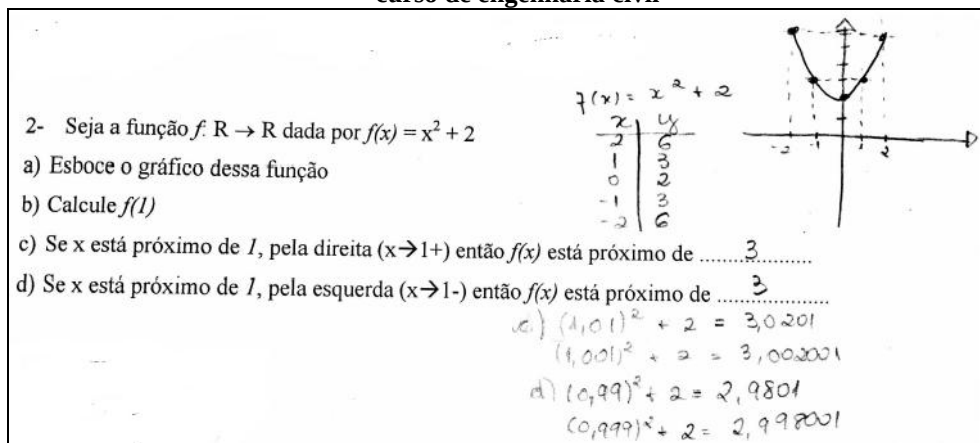
**Figura 4: Gráfico da quantidade de alunos que responderam ou não a segunda questão do teste diagnóstico**



Fonte- Dados da Pesquisa

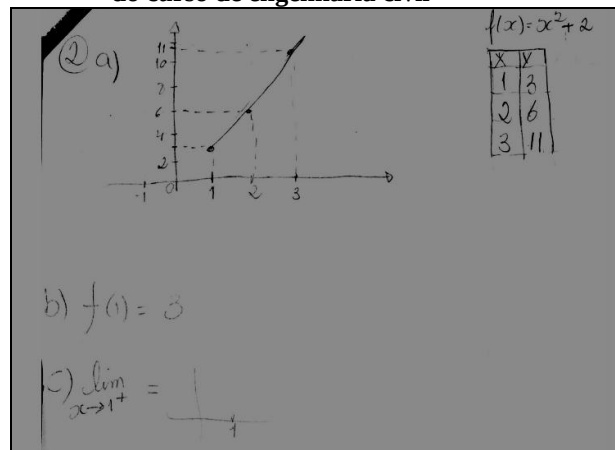
Segue duas das resoluções dos alunos

**Figura 5: Resolução correta da segunda questão do teste diagnóstico realizado por um aluno do curso de engenharia civil**



Fonte- Dados da Pesquisa

**Figura 6: Resolução incompleta da segunda questão do teste diagnóstico realizado por um aluno do curso de engenharia civil**



Fonte- Dados da Pesquisa

Como mostrado acima, a primeira imagem refere-se à resolução correta e a segunda imagem é um exemplo de uma resolução incompleta, incoerente e incorreta, que evidencia o despreparo e o baixo nível de conhecimento do aluno sobre este conteúdo específico.

Na terceira questão todos responderam. Entretanto, nenhum aluno conseguiu resolver com êxito a questão por completo. Segue duas das resoluções dos alunos

**Figura 7: Resolução da terceira questão do teste diagnóstico realizado por um aluno do curso de engenharia civil**

Handwritten student work for Figure 7:

- 3- a)  $f(x) = 186,5$   
 $= 0$
- b)  $f(x) = 5x - 1$   
 $= 5$
- c)  $f(x) = x^3 - 4x + 6$   
 $= 3x^2 - 4$
- d)  $f(x) = (x-2)(2x+3)$   
 $3x^2 + 3x - 4x - 6$   
 $3x^2 - x - 6$   
 $6x + 3 - 4$
- e)  $f(x) = \sqrt[3]{x}$   
 $= x^{\frac{1}{3}}$   
 $= \frac{1}{3} x^{-\frac{2}{3}}$
- f)  $f(x) = \frac{1}{3} x^{-\frac{2}{3}}$   
 $\frac{1-3}{3} = -\frac{2}{3}$

Fonte- Dados da Pesquisa

**Figura 8: Outro exemplo da resolução da terceira questão do teste diagnóstico realizado por um aluno do curso de engenharia civil**

Handwritten student work for Figure 8:

- a)  $f(x) = 186,5$   
 $f'(x) = 0$
- b)  $f(x) = 5$   
 $f'(x) = 0$
- c)  $f(x) = 3x^2 - 4$   
 $f'(x) = 6x$
- d)  $f(x) = (x-2)(2x+3)$   
 $2x^2 + 3x - 4x - 6$   
 $2x^2 - x - 6$   
 $f'(x) = 4x$
- e)  $f(x) = \sqrt[3]{x}$   
 $f'(x) = x^{\frac{1}{3}-1}$   
 $f'(x) = \frac{1}{3} x^{-\frac{2}{3}}$   
 $f'(x) = \frac{1}{3} x^{-\frac{2}{3}}$

Fonte- Dados da Pesquisa

Nota-se que os alunos entendem a Regra da Potencia comumente utilizada no estudo de derivada, porém, possuem dificuldade nos conteúdos básicos como radiciação e as propriedades da multiplicação.

A quarta questão não foi resolvida por nenhum aluno, o qual revela que os alunos não possuem conhecimentos necessários para a resolução do problema que tratava de uma aplicação da derivada, neste caso o problema referia-se a Otimização. Nos mostra a falta de sensibilidade para lidar com questões aplicadas que envolvam Derivada.

O teste diagnóstico revelou grande dificuldade dos alunos em trabalhar assuntos básicos da matemática escolar e do Ensino Superior. A simples mecanização de certos processos matemáticos não garantiu o êxito na resolução das questões, o que revela a necessidade de uma metodologia emancipadora no Ensino Superior. Corroborando com isto, Reis, (2009, p. 81) diz que

*[...]a pratica pedagógica do professor de Cálculo deve se pautar, primeiramente na reflexão e compreensão sobre que papel o Cálculo Diferencial e Integral representa na formação matemática dos estudantes. Somente estabelecendo elementos que esclareçam a real função do Cálculo*



*na formação matemática do estudante é que o professor terá condições de refletir sobre que objetivos traçar, que conteúdos estabelecer, que metodologias desenhar; enfim, que práticas pedagógicas desenvolver no ensino de tal conteúdo(Reis, 2009,p.81)*

Após o término do teste e como havia tempo disponível, buscamos dinamizar este encontro, dividindo a turma em grupo de três pessoas e pedimos que fizessem o gráfico da função  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ , definida por  $f(x) = x^2 + x - 6$ , e analisassem o seu comportamento quando  $x$  se aproximasse de 3 tanto pela direita, quanto pela esquerda. Assim como no teste, os alunos apresentaram dificuldade na resolução, mesmo sendo resolvido em grupo.

Fizemos isso, porque percebemos, ao observar a realização do teste feita por eles individualmente, que a maioria não tinha um conhecimento bem estruturado sobre função do segundo grau. Nenhum deles resolveu o gráfico usando conhecimento de vértice da parábola, eixo de simetria, raízes da função, etc. O que fizeram foi atribuir valores a  $x$  para encontrar o  $y$  da função e o mais interessante é que boa parte dos alunos sempre toma valores para  $x$  de números naturais. O que, de fato, comumente se vê.

Após alguns minutos, fomos resolver a questão de forma socializada e participativa. Fizemos o gráfico no quadro, pois os alunos não tinham familiaridade em fazer gráficos de funções. Neste momento aproveitamos para retomada de propriedades utilizadas para a construção de gráficos. Notamos que o pouco que eles haviam escrito estava bastante distante da nossa resolução, não porque o conteúdo era complexo, mas porque eles não utilizaram de modo eficaz o conhecimento que tinham.

Em seguida, de acordo com a Metodologia de Resolução de Problemas, proposta por Onuchic, foi formalizado o conceito de Limite, com suas propriedades básicas. Analisamos novamente a questão anteriormente passada em grupo e obtivemos maior êxito após a clareza dos fatos.

Faltando uma hora para o término do encontro passamos novamente a primeira e segunda questão utilizada no teste de diagnostico, mas agora com outro caráter. Não tinha apenas por objetivo avaliar o conhecimento deles, mas também “fixar” o que fora visto durante o encontro que, segundo ONUCHIC et al (2014) o novo problema proposto ao aluno possibilita analisar se foi compreendido os elementos essenciais do conteúdo matemático introduzido naquela aula.

Com a explanação feita por nós sobre limite (definição, propriedades, etc), de modo a orienta-los para a resolução das questões do teste diagnostico, percebemos que os alunos conseguiram ver e dar sentido ao que faziam na resolução das questões, o que nos deixou satisfeitos e mais motivados a dar continuidade ao nosso trabalho. Nos encontros que se sucederam foram visíveis os bons frutos deste primeiro encontro.

## **CONSIDERAÇÕES FINAIS**

Deste modo desafiador e problematizador, construir o conhecimento torna-se natural e praticamente instantâneo, pois a solidificação do conhecimento será nada mais do que uma consequência deste delicado processo, caso este seja trabalhado de forma eficaz. É valido ressaltar que esta comunicação faz parte de um trabalho de conclusão de curso que esta em processo de finalização, no entanto, como pode ser visto, obtivemos resultados positivos em nossas aplicações. Naquilo que buscávamos, que era a utilização da Resolução de Problemas como possível metodologia no Ensino Superior, logramos êxito. A Metodologia foi aplicada de forma eficaz; os alunos conseguiram resolver as atividades em tempo hábil; confirmamos nossa ideia de que a criação de um ambiente que desperte o interesse do aluno e que o respeite pode potencializar o seu aprendizado. Mas, é importante aqui levantarmos algumas reflexões:

A Resolução de problemas coloca o foco da atenção dos alunos sobre “ideias” e sobre o “dar sentido”. Ao resolver problemas, os alunos necessitam refletir sobre ideias que são inerentes ou estão ligadas ao problema; A formalização de toda teoria matemática pertinente a cada tópico trabalhado, dentro do programa assumido, feita pelo professor no final da atividade, passa a fazer mais sentido para os alunos. Assim sendo, fica evidente o quanto que um ambiente propício para o aprendizado pode estimular e modificar a história do aluno, despertando até, quem sabe, gostos então ocultos por não terem sido estimulados de modo envolvente.

Com base nos resultados apresentados podemos concluir que, de fato, a Resolução de Problemas quando trabalhada em um ambiente de motivação, do prazer pela descoberta, do favorecimento aos alunos da autonomia e da criatividade ao coloca-la no centro das atividades de sala de aula, representa uma forma de se fazer e aprender matemática (NUNES, 2015).

## REFERÊNCIAS

DANTE, Luiz Roberto. **Didática da Resolução de Problemas da Matemática**. São Paulo: Ática, 1996.

IGLIORI, Sonia Barbosa Camargo. Considerações sobre o ensino do cálculo e um estudo sobre os números reais. In: FROTA, Maria Clara Rezende e NASSER, Lilian. **Educação Matemática no Ensino Superior: pesquisa e Debates**. Recife: SBEM, 2009, pg. 11-25.

LUPINACCI, M. L. V. e BOTIN, M. L. M. Resolução de problemas no ensino de matemática. VIII Encontro Nacional de Educação Matemática. Recife, 2001, p. 1–5.

NASSER, Lilian. Uma pesquisa do desempenho de alunos de calculo no traçado de gráficos. In: FROTA, Maria Clara Rezende e NASSER, Lilian. **Educação Matemática no Ensino Superior: pesquisa e Debates**. Recife:SBEM, 2009, pg. 43-58.

NUNES, C.B. Resolução de Problemas e Investigação Matemática: caminhos para fazer e aprender matemática. In: XVI Encontro Baiano de Educação Matemática. Salvador: IFBA, 2015, p. 1-3 (pen drive)

NUNES, C.B. **O Processo Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Geometria através da Resolução de Problemas: perspectivas didático matemáticas na formação inicial de professores de matemática**. 430f. Tese de Doutorado –Universidade Estadual Paulista, Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Rio claro, 2010.

ONUCHIC, L.R. e ALLEVATO, N.S. G. Formação de professores- Mudanças urgentes na licenciatura em Matemática. In: FROTA, Maria Clara Rezende e NASSER, Lilian. **Educação Matemática no Ensino Superior: pesquisa e Debates**. Recife:SBEM, 2009, pg. 169-187.

ONUCHIC, Lourdes de la Rosa. Ensino-aprendizagem de Matemática através da Resolução de Problemas. In: BICUDO, Maria Aparecida Viggiani. **Pesquisa em Educação Matemática: concepções e perspectivas**. São Paulo: Editora UNESP, 1999, pg. 199-218.

ONUCHIC, L.R.; ALLEVATO, N.S.G. Novas reflexões sobre o ensino- aprendizagem da matemática através da resolução de problemas. In: BICUDO, M.A.V.; BORBA, M.C. (Org).

**Educação Matemática: pesquisa em movimento.** 2ed. São Paulo: Cortez, 2005, pg. 213-231.

ONUCHIC, L.R et al. **Resolução de Problemas: teoria e prática.** Jundiaí, Paco Editorial, 2014.

POLYA, G. **A arte de resolver problemas.** Rio de Janeiro: Interciência, 2. ed, 1994.

ROMBERG, T.A. Perspectivas sobre o Conhecimento e Métodos de Pesquisa. Tradução de ONUCHIC, L.; BOERO, M.L. In: **Boletim de Educação Matemática (BOLEMA).** Rio Claro: UNESP, n. 27, 93-139, 2007.

REIS, Frederico da Silva. Rigor e intuição no ensino de cálculo e análise. Racque. Pesquisa sobre própria prática no ensino superior de matemática In: FROTA, Maria Clara Rezende e NASSER, Lilian. **Educação Matemática no Ensino Superior: pesquisa e debates.** Recife: SBEM, 2009, pg. 81-97.

STEWART, James. **Cálculo, volume I.** São Paulo: Cengage Learning, 2013.

# **O ENSINO DE MATEMÁTICA NAS CIÊNCIAS AGRÁRIAS: POSSÍVEIS APROXIMAÇÕES INTERDISCIPLINARES**

**Luciana Boemer Cesar Pereira<sup>1</sup>**  
**Guataçara dos Santos Junior<sup>2</sup>**

<sup>1</sup>UTFPR – Câmpus Dois Vizinhos/Educação do Campo, lucianapereira@utfpr.edu.br

<sup>2</sup>UTFPR – Câmpus Ponta Grossa/PPGCT, guata@utfpr.edu.br

## **Resumo**

Este artigo tem por objetivo apresentar as possíveis aproximações entre o ensino de Matemática e o contexto das ciências agrárias com aporte à interdisciplinaridade. Para isso, está sendo realizado um levantamento interdisciplinar, afim de identificar possíveis contextos à serem integrados. O estudo se caracteriza como qualitativo e descritivo. Os sujeitos da pesquisa nessa etapa do estudo são os professores do ensino superior do curso de Agronomia da Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Câmpus Dois Vizinhos. Os dados coletados até o presente momento apontam para uma rica e ampla integração interdisciplinar entre o Ensino de Matemática e o ensino em outras disciplinas. Desse modo, esse trabalho traz ao professor pesquisador um patamar dos inúmeros contextos que podem ser utilizados, adaptados e transpostos didaticamente de maneira a dar significados aos fenômenos naturais das ciências agrárias.

**Palavras-chave:** Ensino de Matemática. Interdisciplinaridade. Ciências Agrárias. Contextualização.

## **INTRODUÇÃO**

A Matemática está inserida nas mais diversas áreas do conhecimento humano, com isso, percebe-se que seu desenvolvimento nos revela um verdadeiro celeiro de aplicações práticas, inclusive nas ciências agrárias com suas variadas aplicações em atividades básicas do cotidiano e no desenvolvimento de pesquisas.

Ao que cerne o ensino de Matemática no Ensino Superior, um dos focos são os apelo por integração das disciplinas básicas com as disciplinas específicas de cada curso. Pallis (2008, p.01) ressalta que “um número crescente de professores está começando a refletir mais sistematicamente sobre a qualidade da aprendizagem que pode estar ocorrendo em suas aulas [...] situam-se em diversos contextos (inter)disciplinares e usam distintos métodos de pesquisa”.

Ainda, ao que tange o contexto das ciências agrárias inúmeras dificuldade, com relação à aprendizagem na disciplina de Matemática, são encontradas pelos alunos. Malta (2004), ressalta que as preocupações convergem para as disciplinas iniciais dos cursos devido ao número crescente de reprovações. Os alunos chegam com muita retração às disciplinas de Matemática. Com isso, acabam refazendo várias vezes as disciplinas e ainda ficam retidos em períodos iniciais, pois, nos currículos dos cursos de ciências agrárias as disciplinas da área de Matemática são pré-requisitos para outras disciplinas.

Ensinar Matemática nos curso de ciências agrárias é algo mágico, tendo em vista, que disciplinas dessa área sempre fizeram parte de todos os currículos de cursos dessa área. Utilizar exemplos agrônômicos, zootécnicos e floresteiros para explicar Matemática é de

um modo objetivo e claro a demonstração do quanto a Matemática é útil e fundamental na agricultura, pecuária e nas florestas.

No âmbito das ciências agrárias a contextualização acontece quando há uma articulação entre as disciplinas básicas e as disciplinas específicas (técnicas) dos cursos. O professor deve manter um diálogo com os professores de disciplinas técnicas e usar dados, experimentos, exemplos contextualizados que possam dar sentido a Matemática e assim promover mais motivação às aulas.

Sendo assim, a contextualização se torna fundamental para que o profissional de ciências agrárias articule conceitos e assim possa raciocinar criticamente sobre os fatos.

Diante do exposto, este artigo tem por objetivo apresentar as possíveis aproximações entre o ensino de Matemática e o contexto das ciências agrárias com aporte à interdisciplinaridade.

## **O ENSINO DE MATEMÁTICA E A INTERDISCIPLINARIDADE NAS CIÊNCIAS AGRÁRIAS**

O ensino de Matemática no Ensino Superior, possui algumas questões prementes, entre elas se destaca o número crescente de alunos que enfrentam problemas com a transição do Ensino Médio para o Superior. PALIS (2008, p.02) aponta que:

*Há muitas outras preocupações, relativas a mudanças pedagógicas e curriculares que vêm ocorrendo, ou que precisam ocorrer, devido a fatores vários: o rápido desenvolvimento das tecnologias computacionais; os apelos por integração com outras disciplinas, por iniciativas de inclusão e diversidade, por mais eficiência nos cursos de serviço, pelo emprego de múltiplas formas de avaliação, pelo trabalho em grupo, pelo desenvolvimento de habilidades de apresentação e comunicação etc.*

Diante disso, também elencamos as dificuldades que os alunos enfrentam na aprendizagem de Matemática Vitti (1999 p.19) afirma: O fracasso do ensino de matemática e as dificuldades que os alunos apresentam em relação a essa disciplina não é um fato novo, pois vários educadores já elencaram elementos que contribuem para que o ensino da matemática seja assinalado mais por fracassos do que por sucesso.

Uma possível solução para amenizar tal fracasso e ainda motivar os alunos à aprender é a contextualização dos conceitos matemáticos com a área de sua formação.

Contextualizar no ensino de Matemática é a “possibilidade de assegurar aos alunos interpretações suficientemente abrangentes para os conhecimentos matemáticos que construíram” (SPINELLI, 2011, p.12). Dessa maneira “o conhecimento exige ser construído com base nas relações estimuladas por múltiplos contextos, com diferentes características” (p.13). Pois, há uma concepção epistemológica de que o sujeito constrói seu conhecimento quando relaciona diversos significados conceituais uns com os outros, compondo desse forma uma rede de significados” (p.13).

Machado (2004) aponta que contextualizar é uma estratégia fundamental para a construção de significados, uma vez, que à medida que a contextualização incorpora relações tacitamente percebidas, ela enriquece os canais de comunicação entre a bagagem cultural trazida pelo aluno e as formas explícitas de manifestação do conhecimento. E não somente o cotidiano do presente, mas também contextos futuros que serão disponibilizados por disciplinas da área técnica de formação.

No contexto das ciências agrárias a contextualização acontece quando o há uma articulação entre as áreas básicas e as específicas dos cursos. O professor deve manter um diálogo com os professores de disciplinas técnicas e usar dados, experimentos, exemplos contextualizados que possam dar sentido a Matemática e assim dar mais motivação às aulas. Nesse sentido cabe ao professor:

*[...] incentivar seus alunos a lerem e vivenciarem aplicações da Matemática por profissionais da área em que estão estudando, discutir com eles o que foi feito e, quando perceber interesse, propor que façam pesquisas (bibliográficas, na Internet, com outros profissionais) para aprofundar o tema envolvido no estudo. (RODRIGUES, 2006, p.75)*

Diante disso, contextualização é algo fundamental para que o profissional de ciências agrárias tenha uma formação dos conceitos articulados, proporcionando um raciocínio crítico sobre os fatos. Pois,

*[...] ensinar matemática é, antes de mais nada, ensinar a “pensar matematicamente”, a fazer uma leitura matemática do mundo e de si mesmo. É uma forma de ampliar a possibilidade de comunicação e expressão, contribuindo para a interação social, se pensada interdisciplinarmente. (FAZENDA, 2003, p.62)*

Sendo assim, a contextualização é o ponto de partida para a interdisciplinaridade. E é visualizada com uma atitude de ousadia que impulsiona ao diálogo, e revela construção.

Segundo Ivani Fazenda (2002, p.180) essa “é uma nova atitude diante da questão do conhecimento, de abertura à compreensão de aspectos ocultos do ato de aprender e dos aparentemente expressos”. A autora ainda coloca que a “lógica que a interdisciplinaridade imprime é a da invenção, da descoberta, da pesquisa, da produção científica, porém gestada num ato de vontade, num desejo planejado e construído em liberdade (p.19).”

Nesse sentido, a interdisciplinaridade assume um papel de grande importância. Para o desenvolvimento de novos saberes, promovendo uma aproximação da realidade na comunidade social (FAZENDA 2002). Ainda, destaca-se que precisamos “acreditar que a interdisciplinaridade se aprende praticando ou vivendo” (FAZENDA, 2002, p.14).

É nessa perspectiva que toma-se por base epistemológica as relações interdisciplinares citadas por Piaget (1972), nas quais ele apresenta três níveis de relação segundo um grau de interação, como segue:

- 1- Multidisciplinaridade: interação que ocorre quando a solução de um dado problema requer a colaboração mútua de duas ou mais ciências, ou setores do conhecimento, mas sem que para isso as disciplinas sejam modificadas ou enriquecidas.
- 2- Interdisciplinaridade: interação que ocorre quando requer colaboração de disciplinas diversas, e que há uma certa reciprocidade dentro das trocas, de maneira que haja um enriquecimento mútuo.
- 3- Transdisciplinaridade: interações recíprocas entre pesquisas especializadas, ligações no interior de um sistema total. (PIAGET, 1972)

Dessa maneira pode-se realçar que a multidisciplinaridade se concretiza quando não há relação entre as disciplinas propostas simultaneamente. Já no entorno da interdisciplinaridade têm-se um conjunto de disciplinas conexas sob um nível de hierarquia que juntas comungam uma finalidade. No âmbito da transdisciplinaridade, têm-se a coordenação de todas as disciplinas e interdisciplinas em busca de um conhecimento novo e inovador.

Diante disso, no alicerce da estrutura educacional a maneira mais sólida e premente de quebrar as correntes da disciplinaridade desconexa é a interdisciplinaridade. Pois,

*É no âmbito da interdisciplinaridade que grandes desafios epistemológicos – teóricos e metodológicos – se colocam. Daí seu papel estratégico de estabelecer a relação entre saberes, propor o encontro entre o teórico e o prático, entre o filosófico e o científico, entre ciência e tecnologia, apresentando-se, assim, como um saber que responde aos desafios do saber complexo. (CAPES, 2008, p,2)*

Sendo assim, por meio do ensino de Matemática novas fontes de conhecimento são geradas no diálogo com contextos de suas aplicações criando assim uma rede de significados para os conceitos ditos abstratos e sem utilidade. Mas, para que ocorra esse entrelace “nas questões da interdisciplinaridade é tão necessário e possível planejar quanto imaginar, o que impede a previsão do que será produzido, em quantidade ou intensidade. O processo de interação permite gerar entidades novas e mais fortes, poderes novos, energias diferentes” (FAZENDA, 2002, p.18)

## **METODOLOGIA**

O estudo quanto à natureza se classifica como descritivo, a abordagem metodológica é a qualitativa de natureza interpretativa. Os sujeitos da pesquisa nesse primeiro momento da pesquisa são os professores das áreas técnicas dos cursos de Agronomia da Universidade Tecnológica Federal do Paraná.

Para a coleta de dados está sendo utilizado um questionário com 6 (seis) questões. As primeiras 3 (três) questões buscam informações sobre as disciplinas que cada professor trabalha nos cursos, o uso de conceitos matemáticos, quais são esses conceitos matemáticos e em quais temas (assuntos) da disciplina se aplicam. Na sequência, as 3 (três) últimas questões são dissertativas e buscam opiniões sobre as dificuldades com relação aos conceitos matemáticos observados na disciplina, a função da matemática nas ciências agrárias e por fim sobre a importância da contextualização dos conteúdos da área de ciências agrárias na disciplina de Matemática.

Neste artigo será abordado algumas relações entre os assuntos nas disciplinas técnicas do curso de Agronomia e os conceitos/conteúdos matemáticos.

## **ALGUMAS APROXIMAÇÕES INTERDISCIPLINARES**

Ao realizar as aproximações interdisciplinares, citamos as ricas aplicações dos conceitos matemáticos nas áreas de ciências agrárias.

Trabalhar interdisciplinarmente significa “atuar entre forças, dimensões que tenham uma relação essencial e simultaneamente no mesmo processo, atuar de forma que se interajam e se completem, como faces de uma mesma moeda. Trata-se de aproximação em que as dimensões não perdem sua integridade, o que possibilita manter a relação todo/parte e parte/todo” (FAZENDA, 2002, p. 44)

Dessa forma, os questionários já aplicados foram analisados para este texto, na questão que tratava dos conceitos matemáticos e sua aplicação com professores das disciplinas das áreas de técnicas do curso de Agronomia. Pode-se citar aqui algumas informações já coletadas de cada questionário.

O quadro 1, apresenta um comparativo dos assuntos e conceitos matemáticos que foram citados por professores das disciplinas de Construções Rurais, Sociologia Rural, Extensão Rural e Cooperativismo Agrícola, Forragicultura, Nutrição Animal, Irrigação e Hidráulica, Agroclimatologia, Física do solo, Sistema de cultivo e criação e Melhoramento Genético.

| <b>Assunto nas disciplinas técnicas</b>                                                                                                                                     | <b>Conceito/ conteúdos Matemático</b>                                                                                                   |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• Dimensionamento de instalações rurais</li> <li>• Sistemas de climatização</li> <li>• Conforto térmico</li> </ul>                   | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Operações básicas</li> <li>• Medidas de comprimento</li> <li>• Volume e temperatura</li> </ul> |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• Cálculo de trabalho vivo</li> <li>• Trabalho acumulado</li> <li>• Trabalho total</li> <li>• Produtividade do trabalho.</li> </ul>  | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Operações básicas</li> <li>• Porcentagem</li> <li>• Regra de três</li> </ul>                   |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• Produção de silagem</li> <li>• Determinação de dimensão</li> <li>• Volume de silo.</li> </ul>                                      | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Grandezas e medidas</li> <li>• Regra de três</li> </ul>                                        |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• Formulação de dietas (nutrição animal).</li> </ul>                                                                                 | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Expressões algébricas</li> <li>• Regra de três</li> <li>• Porcentagem.</li> </ul>              |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• Interpretação de gráficos com resultados de regressão de perda de massa x dose adubo, ph amoniacal x tempo.</li> </ul>             | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Equações de 1º e 2º grau.</li> </ul>                                                           |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• Taxa de aplicação de água no solo</li> </ul>                                                                                       | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Operações básicas</li> </ul>                                                                   |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• Fórmulas de irrigação</li> <li>• Volume de reservatório</li> <li>• Determinação de vazão</li> </ul>                                | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Grandezas e medidas</li> </ul>                                                                 |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• Custo de sistema de irrigação</li> </ul>                                                                                           | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Sistema monetário</li> <li>• Matemática financeira</li> </ul>                                  |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• Medidas de distância</li> </ul>                                                                                                    | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Geometria analítica.</li> </ul>                                                                |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• Previsão de eventos extremos – hidrologia</li> </ul>                                                                               | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Probabilidades</li> </ul>                                                                      |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• Cálculo de precipitação</li> </ul>                                                                                                 | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Média aritmética</li> </ul>                                                                    |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• Equação de perda de carga</li> </ul>                                                                                               | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Equação exponencial</li> </ul>                                                                 |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• Infiltração de água no solo</li> </ul>                                                                                             | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Equação logarítmica</li> </ul>                                                                 |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• Crescimento vegetal</li> </ul>                                                                                                     | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Dependência e independência linear</li> </ul>                                                  |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• Cálculo de umidade</li> <li>• Radiação</li> <li>• Evapotranspiração</li> <li>• Balanço hídrico</li> <li>• Chuva e vento</li> </ul> | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Potenciação</li> <li>• Radiciação</li> <li>• Grandezas e medidas</li> </ul>                    |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• Fotoperíodo</li> </ul>                                                                                                             | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Trigonometria da circunferência</li> </ul>                                                     |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• Índices de conforto térmico</li> </ul>                                                                                             | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Equação de 1º e 2º grau</li> </ul>                                                             |



|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |                                                                                                        |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <ul style="list-style-type: none"> <li>Balanço hídrico</li> </ul>                                                                                                                                                                                                                                                  | <ul style="list-style-type: none"> <li>Equações exponenciais</li> <li>Equações logarítmicas</li> </ul> |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>Constituição genética da população; decomposição da variância genotípica; índice de seleção animal;</li> </ul>                                                                                                                                                              | <ul style="list-style-type: none"> <li>Operações com matrizes</li> <li>Matriz Inversa</li> </ul>       |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>Taxa de vazão de um canal de irrigação</li> <li>Taxa de produção vegetal como função da quantidade de sementes colocada na cova</li> </ul>                                                                                                                                  | <ul style="list-style-type: none"> <li>Derivadas da função polinomial</li> </ul>                       |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>Relação entre fertilidade e temperatura do dossel</li> </ul>                                                                                                                                                                                                                | <ul style="list-style-type: none"> <li>Derivadas da função logarítmica</li> </ul>                      |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>A produção anual de matéria seca de certa variedade de trigo</li> <li>Taxa de variação do tempo de depreciação de uma máquina agrícola</li> </ul>                                                                                                                           | <ul style="list-style-type: none"> <li>Derivadas da função exponencial</li> </ul>                      |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>Produção de matéria seca de uma planta</li> <li>A produção de grãos de trigo (mg/há) em função linear da evapotranspiração sazonal</li> </ul>                                                                                                                               | <ul style="list-style-type: none"> <li>Função Linear</li> </ul>                                        |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>Concentração de alumínio <math>y=f(x)</math> (mg/kg) em uma espécie de arroz em função do acúmulo de fósforo no solo</li> <li>Avaliação dos efeitos da adubação nitrogenada em cobertura e via foliar, em diferentes doses sobre os componentes de produtividade</li> </ul> | <ul style="list-style-type: none"> <li>Função quadrática</li> </ul>                                    |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>Densidade volumétrica do solo <math>y=f(x)</math> (mg/kg) em diferentes alturas no perfil do solo</li> </ul>                                                                                                                                                                | <ul style="list-style-type: none"> <li>Função cúbica</li> </ul>                                        |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>Temperatura mínima da superfície do solo <math>f</math> (°C), em determinada época do ano</li> </ul>                                                                                                                                                                        | <ul style="list-style-type: none"> <li>Integral Indefinida</li> </ul>                                  |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>Aumento na quantidade de matéria seca de uma espécie de milho em função dos dias depois de plantado</li> </ul>                                                                                                                                                              | <ul style="list-style-type: none"> <li>Integral definida</li> </ul>                                    |

**Quadro 1 - Relação dos assuntos nas disciplinas técnicas do curso de Agronomia com os conceitos/conteúdos matemáticos**

Fonte: Dados da pesquisa

O quadro descrito, permite dizer que a Matemática no contexto das ciências agrárias é rica de aplicações interdisciplinares. Essa ação interdisciplinar, “é uma questão de abertura, de percepção frente à complexidade existente na construção de conhecimento, numa perspectiva de inclusão, assumindo as alternativas num processo interativo que se complementam (FAZENDA, 2002, p. 44).

Nesse sentido, Rodrigues (2006) ao descrever sobre recursos e estratégias propostas para aulas de matemática em cursos de ciências agrárias aponta que:

[...] um bom exemplo para ilustrar a importância de conhecimento mais fundamentado de Matemática é a Modelagem Matemática. Os fenômenos ligados ao escoamento de fluidos, transferência de calor, massa e espécies químicas são a base para inúmeros processos naturais. A formulação matemática das leis de conservação consiste em um sistema acoplado de equações diferenciais parciais não lineares que deve ser resolvido geralmente em um domínio regular sujeito a diversos tipos de condições iniciais e de contorno. Soluções analíticas se restringem aos problemas extremamente simples, por isso a opção por soluções numéricas. (RODRIGUES, 2006, p.75)

Em outras palavras, diversos problemas clássicos de Ciências Agrárias não possuem soluções analíticas. O profissional desta área precisa ter consciência deste fato, por isso deve dominar bases sólidas de conteúdos da Matemática.

Quanto mais avançam os conhecimentos sobre a importância da agricultura, da pecuária e do reflorestamento, há uma estreita relação entre a produção agrícola e os complexos processos biofísicos e bioquímicos que necessitam de fundamentação Matemática para a análise e quantificação de impactos socioambientais, bem como para modelização de alternativas economicamente viáveis.

Crises, redução de custos, aumentos de eficiência de sistemas agrícolas, avanços tecnológicos, modelos de agricultura sustentável, são alguns problemas que um profissional das ciências agrárias deve refletir e traçar cenários a fim de simular soluções possíveis a serem adotadas pelos produtores agrícolas que são peça fundamental na economia brasileira. A Matemática tem um papel de grande importância na tomada de decisões comprovadas a fim de solucionar tais situações (FERREIRA, 1999).

É diante desses fatos que fica explícita a importância da interdisciplinaridade no contexto do ensino de Matemática. Conhecer pontos de conexão entre as disciplinas nas áreas de ciências agrárias é “aprender a intervir sem destruir o construído” (FAZENDA, 2002, p.18), serve-se de uma forma de investigação com o intuito de compreender que isso “é uma das formas que nos permite investigar as atitudes subjacentes às inquietações e incertezas dos diferentes aspectos do conhecimento (p.23).

## **ALGUMAS CONSIDERAÇÕES**

As aproximações interdisciplinares aqui apresentadas podem mostrar como o saber matemático pode contribuir para o ensino nas áreas técnicas das ciências agrárias. A percepção da ampla aplicação que a Matemática possui, se constitui em uma nova metodologia para despertar o interesse dos estudantes.

A pesquisa em andamento pretende levantar vários contextos interdisciplinares de maneira a otimizar uma melhor aplicação dos conceitos matemáticos. O próximo passo, será desvendar outros contextos nas disciplinas do curso de Agronomia e avançar para os cursos de Zootecnia e Engenharia Florestal.

Diante disso, no ensino de Matemática novas fontes de conhecimento são geradas no diálogo com contextos de suas aplicações criando assim uma rede de significados para os conceitos ditos abstratos e sem utilidade.

Contudo, espera-se contribuir para o ensino de Matemática no Ensino Superior em especial nos cursos de ciências agrárias, a fim de promover uma aprendizagem para além dos conceitos matemáticos de forma interdisciplinar.

## REFERÊNCIAS

- CAPES. "Interdisciplinaridade como desafio para o avanço da ciência e tecnologia. In: PHILIPPI JUNIOR, A. et al. (Orgs.) **Coordenação de área interdisciplinar**: catálogo de programas de pós-graduação – mestrado e doutorado. Brasília: CA Inter/Capes, 2008.
- FAZENDA, I. **Dicionário em Construção**: Interdisciplinaridade. 2ª ed. São Paulo: Cortez, 2002.
- FAZENDA, I. **Interdisciplinaridade: qual o sentido?** São Paulo: Paulus, 2003.
- FERREIRA, R. S. **Matemática Aplicada a Ciências Agrárias**. Viçosa:UFV, 1999.
- MACHADO, N. J. (2004). **Educação: projeto e valores** (2a ed). São Paulo: Escritura Editora. Minas Gerais MG, Editora Dimensão, 2005.
- MALTA, I. Linguagem, leitura e matemática in CURY, H. N. **Disciplinas matemáticas em cursos superiores**: reflexões, relatos, propostas. Porto Alegre: EDIPUCRS, 2004. p.41-62.
- PALIS, Gilda. L. R. A Pesquisa sobre a Própria Prática no Ensino Superior de Matemática. In: IV Colóquio de História e tecnologia no Ensino de Matemática, 2008, Rio de Janeiro. **Anais do VI HTEM**, 2008. Disponível em: <<http://limc.ufrj.br/htem4/papers/40.pdf>>. Acesso em: 10 out. 2014.
- PIAGET, J. L'épistémologie des relations interdisciplinaires. In: Apostel L. et al. **L'interdisciplinarité** : problemes d'enseignement et de recherche dans les universités. Paris: Ceri; OCDE; 1972, p. 131-44.
- RODRIGUES, W. M. Recursos e estratégias propostas para aulas de matemática em cursos de ciências agrárias. **Revista Educação Agrícola Superior**. Publicação da Associação Brasileira de Educação Agrícola Superior- ABEAS .Vol. 21 N° 01 – 2006.
- SPINELLI, W. **A construção do conhecimento entre o abstrair e o contextualizar: o caso do ensino da Matemática**. 2001. Tese de doutorado – Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2011.
- VITTI, C. M. **Matemática com prazer, a partir da história e da geometria**. 2ª Ed. Piracicaba – São Paulo. Editora UNIMEP. 1999.

# **O ENSINO-APRENDIZAGEM DE MULTIPLICAÇÃO ATRAVÉS DO MATERIAL DOURADO – UMA ABORDAGEM NO ÂMBITO DO PIBID**

**Nathalia Luiza Soares Peixoto<sup>1</sup>, Hamilton Avelino Andrade<sup>2</sup>, Natalia Cristina Cardoso Sousa<sup>3</sup>, Silvania Cordeiro de Oliveira<sup>4</sup>**

<sup>1</sup>IFMG – São João Evangelista/Licenciatura em Matemática, nathaliaisp@gmail.com

<sup>2</sup>IFMG – São João Evangelista/Licenciatura em Matemática, hamiltonandrade6@yahoo.com.br

<sup>3</sup>IFMG – São João Evangelista/Licenciatura em Matemática, nataliacristina\_13@hotmail.com

<sup>4</sup>IFMG – São João Evangelista/Licenciatura em Matemática, silvania.silva@ifmg.edu.br

**RESUMO:** O ensino e aprendizagem de matemática vêm sendo considerado um processo difícil a ser trabalhado nos dias atuais. Desenvolver metodologias e ferramentas eficazes para sanar esta dificuldade e atingir a diversidade encontrada em sala de aula, normalmente se apresenta como um desafio a ser enfrentado pelo educador. Este trabalho apresenta observações realizadas a partir do ensino da multiplicação com uso de material concreto e sua associação à soma de parcelas iguais, e suas relações com um aprendizado mais significativo de matemática.

**PALAVRAS-CHAVE:** Ensino-Aprendizagem da multiplicação; material dourado; escrita em matemática.

## **INTRODUÇÃO**

Este estudo ocorreu no contexto de uma escola estadual, localizada no Vale do Rio Doce, denominada como Escola Estadual Senador Francisco Nunes Coelho, localizada na cidade de Guanhães, Minas Gerais. Esta escola fez uma parceria com o Instituto Federal de Minas Gerais, campus São João Evangelista onde ambos criaram um vínculo através da CAPES (Centro de Aperfeiçoamento de Pessoal do Ensino Superior), por meio de um programa denominado como PIBID (Programa Institucional de Iniciação a Docência). O Pibid é uma iniciativa do Governo Federal que visa o desenvolvimento, aperfeiçoamento e a valorização da formação de educadores para esfera da educação básica.

O programa visa à concessão de bolsas a educandos de licenciaturas, para participar de projetos de iniciação à docência desenvolvida por instituições de Educação Superior em sociedade com instituições que atuam na educação básica e pública de ensino. De toda essa realidade nasceu a possibilidade de se desenvolver esse projeto. Os autores deste estudo são acadêmicos e bolsistas do PIBID, na área de matemática. O local de atuação dos bolsistas foi a Escola Estadual Senador Francisco Nunes Coelho. Nesta escola os bolsistas, atuaram na esfera do ensino fundamental.

No início das atividades para o primeiro semestre de 2015, o professor titular das turmas do 9º ano (anos finais do fundamental), se deparou com alguns estudantes que não tinham domínio da multiplicação. Segundo, o mesmo a percepção foi possível, por que os estudantes não conseguiam se desenvolver e assimilar a matéria de potenciação por que tinham dificuldade em resolver as operações de multiplicação. São 4 turmas de 9º ano e mais da metade dos alunos de cada sala não tem o domínio de multiplicação.

O educador titular da turma propôs aos bolsistas do PIBID para que desenvolvessem um projeto que possibilitasse o nivelamento dos estudantes, uma vez que a multiplicação seria um requisito exigido em grande parte dos conteúdos futuros da vida escolar daqueles alunos.

Com base nas expectativas da escola e nas demandas educacionais dos estudantes, este trabalho teve como objetivo, criar uma situação didático-pedagógica que propiciasse a consolidação e aprendizagem dos estudantes no que diz respeito à multiplicação.

O intuito deste projeto foi ensinar a multiplicação para os estudantes terem condições de dar sequência no acompanhamento da matéria proposta para aquele ano e nos anos futuros de sua vida escolar. O ensino-aprendizagem proposto pelos bolsistas, foi criar uma situação de investigação, que possibilitasse os estudantes a serem descobridores dos resultados e não que o bolsista passasse a informação pronta e os estudantes somente decorassem. Pois tal prática se configura em uma educação bancária como coloca Paulo Freire (1983), onde os alunos só recebem as informações prontas e são obrigados a depositá-las em seus intelectos sem ter a oportunidade de descobrir o conhecimento através da mediação do educador.

Diante da proposta, os bolsistas fundamentaram suas práticas de ensino da matemática tendo como base abordagens de ensino-aprendizagem que envolvesse a utilização de material concreto. Nessa perspectiva o estudante iria voltar e construir as operações de multiplicação e resolver as mesmas com auxílio do “material dourado” (material concreto escolhido para subsidiar as intervenções) e só depois dessas investigações se passaria para a esfera da aprendizagem e resolução do campo abstrato.

## REFERÊNCAL TEÓRICO

No âmbito escolar temos diferentes realidades no que diz respeito ao processo de ensino e aprendizagem. Temos alunos que apresentam defasagens de conteúdo referentes a séries anteriores. De acordo com CARMO (1997), muitos professores se queixam que os estudantes das séries mais adiantadas do ensino fundamental, não têm domínio dos conceitos elementares estudados nos anos iniciais.

De acordo com a atual situação o professor tende a desenvolver suas práticas teóricas e educacionais de forma que promova a superação dos déficits de conhecimento que seus estudantes apresentam das séries anteriores. Caso o educador ignore esse quadro de defasagem por parte dos estudantes, o resultado provavelmente não será satisfatório.

No meio educacional temos diferentes formas de ensinar e aprender. Existem vários recursos didáticos que oferecem subsídios para o educador e educandos. Logo o educador deve saber qual recurso didático é favorável para tal grupo de estudantes. Antes de ser estudante, o indivíduo é um ser biológico que percorre fases de amadurecimento cognitivo ao longo de sua vida. O professor precisa conhecer e respeitar as fases de desenvolvimento cognitivo que seus estudantes se encontram e propor exercícios que vão se encaixar na fase de desenvolvimento dos mesmos.

Piaget (1995), afirma que o desenvolvimento cognitivo humano compreende quatro estágios: **Estágio sensório-motor** (0-2 anos) – Fase das ações concretas; diferenciação entre o próprio corpo e os objetos. **Estágio pré-operatório** (2-6/7 anos) – Fase da reprodução de imagens mentais e egocentrismo. **Estágio operatório concreto** (6/7-11/12 anos) – Fase da capacidade de compreensão, análise da situação num todo; noções de classificação, reversibilidade, agrupamento; realização de atividades concretas, deixando de lado a abstração. **Estágio das operações formais** (11/12-vida adulta) - Fase em que

começam a compreender situações abstratas; desenvolvimento da linguagem e expressar seus pensamentos.

Segundo Piaget (1995) posteriormente aos onze e doze anos, a maneira de pensar formalmente se torna possível, quer dizer, as situações lógicas começam a ser migradas do plano da manipulação para as ideias. Neste sentido tal atitude exposta preliminarmente, explica a mudança do pensamento concreto para o formal. Na disciplina de matemática, temos início do entendimento da linguagem matemática e consequente o manuseio dos seus símbolos, como maneira de entender a ciência.

Neste artigo utilizou-se o material dourado como ferramenta para fomentar o ensino e aprendizagem de multiplicação. O material dourado foi criado por Maria Montessori<sup>1</sup> com fins de facilitar a representação de conceitos matemáticos.

Ao longo do tempo o modelo do material dourado sofreu alterações transformando-se para a estrutura e aparência que conhecemos nos dias de hoje. O produto atualmente é confeccionado em madeiras e/ou com material de borracha que o deixa mais leve e fácil de manusear, onde todas as peças estão em formato de quadrado.

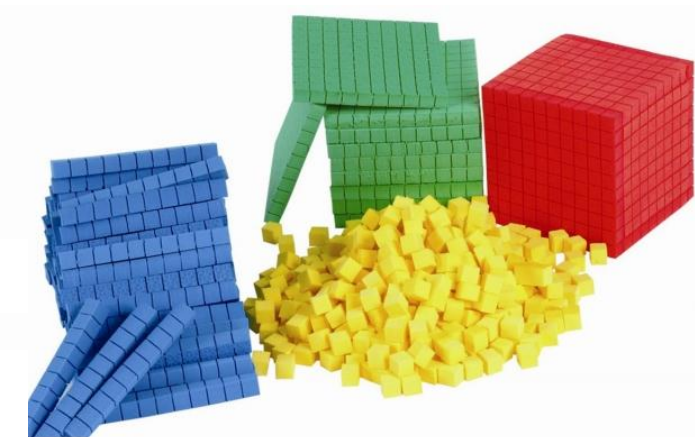
O material dourado é composto da seguinte forma:

- 1 cubo representa a unidade;
- 1 barra representa a dezena;
- 1 placa representa a centena;
- 1 bloco representa o milhar.

Desmembrando cada componente do material, podemos observar que:

- 10 cubos da unidade representam 1 barra da dezena;
- 10 barras da dezena representam 1 placa da centena;
- 10 placas da centena representam 1 bloco do milhar.

**Figura 1: Material Dourado**



Fonte: <https://www.google.com.br/search?q=imagem+material+dourado&biw=1280&bih=679>, acesso em jun.

---

<sup>1</sup>Em 1896, é a primeira mulher italiana a concluir medicina, com um estudo sobre neuropatologia. Inspirada pela experiência que tinha adquirido na clínica em contato com as crianças, decidiu se dedicar aos problemas educativos e pedagógicos.

Montessori (1965), afirma que o material dourado serve como ferramenta de entrada para a aprendizagem das operações matemáticas básicas: multiplicação, divisão, adição e subtração.

Para que uma aprendizagem significativa possa acontecer, é necessária a disponibilidade para o envolvimento do aluno na aprendizagem, o empenho em estabelecer relações entre o que já sabe e o que está aprendendo, em usar os instrumentos adequados que conhece e dispõe para alcançar a maior compreensão possível.

## **METODOLOGIA**

Este trabalho foi realizado com 17 estudantes do 9º ano do Ensino Fundamental da referida escola. Estes apresentavam uma dificuldade em resolver operações de multiplicação entre os números de 1 a 9. O educador titular da turma constatou essa defasagem, quando ministrava o conteúdo de “potenciação”. Segundo este os estudantes não sabiam resolver situações matemáticas das suas aulas por que não sabiam multiplicar. Este indicou o grupo de alunos de diferentes salas para que fosse realizada intervenção com a multiplicação. O objetivo desta intervenção pedagógica foi ensinar a multiplicação para o grupo de alunos. Os responsáveis por ministrar as intervenções são 3 acadêmicos do 5º período de Licenciatura em Matemática.

A intervenção foi realizada dentro da sala dos professores que funciona também como biblioteca. Como o local é pequeno, as intervenções aconteciam sempre com grupo de 3 alunos, devido ao tamanho do espaço disponibilizado para realização da mesma. Este trabalho foi desenvolvido nos meses de março, abril, maio e junho. As intervenções ocorreram 3 vezes por semana.

A metodologia deste trabalho seguiu as orientações e recomendações dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), terceiro e quarto ciclos do ensino fundamental, temática multiplicação e divisão e seus significados. O PCN (1998) estabelece que a abordagem frequente no trabalho com a multiplicação é o vínculo de uma relação entre ela e a adição. Desta forma, a multiplicação é relacionada à adição de parcelas iguais. Um exemplo que podemos definir dessa relação de adição e multiplicação é o seguinte:

Digamos que é necessário ingerir 4 iogurtes ao dia durante 9 dias seguidos. Quantos iogurtes serão ingeridos?

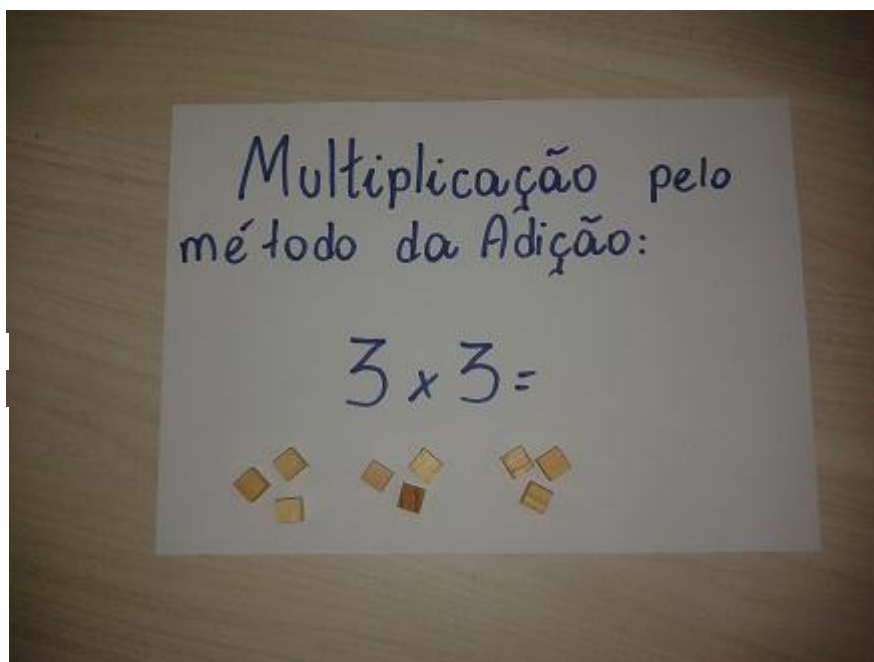
Desta forma, associa-se a escrita  $9 * 4$ , onde definimos papéis diferenciados para o 9 (número repetições) e para o 4 (número que se repete)

Vale ressaltar que na da forma e no contexto onde o problema se apresenta, tal apresentação gera uma ambiguidade. Logo,  $4*9 = 9*4$  apenas a escrita  $9*4$  traduz o problema, pois a outra escrita indicaria que teria de ingerir 9 iogurtes em 4 dias.

Antes de iniciar a intervenção com o material dourado o educador adotou a orientação de introdução e iniciação do mesmo em sala de aula proposto por Montessori (1965). De acordo com a mesma, no primeiro contato com o material dourado é importante que o estudante o faça de maneira lúdica, manuseando de forma livre, reconhecendo e fazendo relações com seu contexto.

Neste caso, através de indicação e observação do professor titular da turma foi constatado que esta amostra de estudantes não possui um conhecimento sólido de multiplicação. A partir disso, para auxiliar o processo de ensino e aprendizagem optamos em apresentar inicialmente a multiplicação relacionada à adição de parcelas iguais utilizando o material dourado, pois desta forma, pretendíamos que os estudantes encontrassem o resultado através de uma heurística e não somente decorassem o resultado. A figura abaixo reforça demonstra claramente nossa intenção para com estudantes.

**Figura 2: Atividade realizada pelo educando**



Fonte: Autor

Na imagem disposta acima temos a seguinte situação: multiplicar os números  $3 \times 3$ . Neste caso, o estudante desenvolveu raciocínio de acordo com as diretrizes do PCN, onde o mesmo vincula a multiplicação à adição. Para resolver o exercício citado acima na figura 2, o estudante com auxílio do material dourado organizou 3 arranjos com 3 unidades cada, após criar os arranjos o estudante somou a quantidade de unidades presente em cada arranjo e obteve a resolução da multiplicação proposta que é 9 unidades.

No segundo momento, solicitamos que os estudantes registrassem esse método de realizar a multiplicação no papel, onde tinham que fazer algumas multiplicações. Assim, observamos que quando eles foram fazer os cálculos, associaram a multiplicação à soma, de maneira análoga a que foi feita com o material dourado. Os estudantes agruparam as parcelas duas a duas, como podemos observar na figura 3:

**Figura 3: Atividade realizada pelo educando, fazendo uma analogia à maneira de resolver uma multiplicação associada à adição.**



a)  $7 \times 8 = 56$       b)  $9 \times 7 = 63$       c)  $8 \times 6 = 48$

Handwritten student work showing three multiplication problems solved by repeated addition:

- a)  $7 \times 8 = 56$ : The student wrote 7 groups of 8, each group containing the number 8, and then added them together to get 56.
- b)  $9 \times 7 = 63$ : The student wrote 9 groups of 7, each group containing the number 7, and then added them together to get 63.
- c)  $8 \times 6 = 48$ : The student wrote 8 groups of 6, each group containing the number 6, and then added them together to get 48.

Para resolver a multiplicação  $8 \times 6$  eu dividi o 8 pela metade e peguei como  $8 + 8$  que deu 16, comecei  $8 + 8$  que deu 16 depois comecei  $8 + 8$  que deu 16 e peguei comecei  $16 + 16$  que deu 32 e comecei  $32 + 16$  que deu 48. Então o resultado da multiplicação  $8 \times 6$  é 48.

Fonte: Autor

No decorrer das intervenções, propomos aos estudantes que descrevessem o processo utilizado para realizar a multiplicação. Podemos perceber na figura acima que o estudante para resolver a situação apresentada, o mesmo transformou a multiplicação em uma adição. Na descrição da resolução apresentada pelo estudante, percebemos que este não resolveu a operação mentalmente e nem decorou o resultado pronto da operação. O processo de multiplicação vinculando esta com adição foi desenvolvimento no decorrer das intervenções. Na imagem 3, para realizar a operação de multiplicação  $9 \times 7$ , o estudante pegou o 9 e somou o mesmo 7 vezes, obtendo como resposta 63.

## APRESENTAÇÃO E ANÁLISE DE RESULTADOS

Dentro do processo de ensino e aprendizagem temos várias dificuldades, que estão vinculadas nos estudantes e educadores. Por um ângulo, os estudantes não acompanham e nem entendem a matemática que a instituição escolar ministra e muitas vezes têm desempenho insatisfatório nesta disciplina, acarretando uma reprovação, ou então, mesmo com desempenho satisfatório, o estudante tem dificuldades em utilizar o conhecimento "construído", em seu contexto de vida. De certa forma, aprendendo ou não a matéria lecionada, o discente não vê significado do conhecimento "adquirido" no seu cotidiano.

Diante deste cenário o educador leciona de forma que supere diferença enquanto profissional. Continuar educando estudantes, da mesma forma que se foi educado a dez ou quinze anos pode não ser uma boa escolha, pois o cenário e o contexto onde os estudantes estão inseridos são outros completamente diferentes dos quais o mesmo foi educado.

De frente desta realidade o educador se vê na necessidade de refletir sobre sua atuação. Pois precisa mediar suas aulas de forma que atinja os seus objetivos para com os estudantes. E o que fazer? Quais recursos e métodos escolher para tanta diversidade na sala de aula? Temos estudantes que adquiriram as competências exigidas nas séries anteriores e alunos que não adquiriram e todos estão na mesma sala.

Dentre as formas de atuar diante destes eventos percebemos que há interesse por parte dos educadores pelos materiais didáticos e pelos jogos. De acordo com Azevedo (1979) não devemos ministrar no campo da matemática, sem antes apresentar uma situação concreta que leve o educando a agir, a pensar, a experimentar, a encontrar e a partir daí

adentrar na abstração. Lecionar sem antes ter uma fundamentação teórica e científica sobre a prática utilizada, é lecionar em vão. Neste projeto, a maneira encontrada para a solução das exigências e demandas do dia-a-dia das intervenções foi recorrer aos materiais concretos, especificamente ao material dourado.

O objetivo das intervenções deste projeto foi propiciar um nivelamento dos estudantes e fazer com que os mesmos adquirissem o aprendizado da multiplicação, pois este é pré-requisito para acompanhar conteúdo de potenciação iniciado do primeiro bimestre. De acordo com o professor titular da turma, era impossível ministrar o conteúdo de potenciação para os estudantes e os mesmos assimilarem o processo, tendo em vista que o domínio da multiplicação é fundamental para realizar as “passagens” matemáticas utilizadas na potenciação.

No decorrer dos dias podemos perceber que o resultado esperado das intervenções foi alcançado. Pretendíamos que os alunos adquirissem o conhecimento da multiplicação, mas que não decorassem o resultado e sim desenvolvessem uma heurística para chegar naquele resultado. Para construção e desenvolvimento da heurística, o “material dourado” criado pela médica e professora Maria Montessori foi o nosso recurso didático escolhido. Este é um recurso onde o tato e o visual são inseridos e explorados no processo. Com essa perspectiva as intervenções saíram da zona de atuação onde a utilização da fala e demonstrações com caneta e papel são os meios de intervir e alcançar a expectativa dos estudantes.

Os próprios estudantes tiveram a oportunidade de construir suas heurísticas para chegar ao resultado com o material concreto antes de partir para o abstrato. Após os estudantes construírem os resultados das operações com auxílio do “material dourado” os mesmos repetiam o raciocínio fazendo as representações no caderno. Desta forma percebemos que o processo de ensino e aprendizagem era desenvolvido em duas etapas fundamentais: o concreto e abstrato. A figura 4 apresentada abaixo demonstra o aluno aplicando o conhecimento adquirido na esfera do concreto, na esfera do abstrato e bem como a heurística utilizada pelo mesmo para resolver a situação problema.

**Figura 4: Atividade realizada pelo educando, explicando o caminho que ele percorreu para realizar a multiplicação.**

The image shows a student's handwritten work on a piece of paper. On the left, there are three multiplication problems written vertically:  $d) 8 \times 6 = 48$ ,  $8) 16$ ,  $8) 16$ , and  $8) 16$  with  $48$  written below it. To the right of these problems is a handwritten explanation in Portuguese: "Multiplicação é uma forma de pensar a multiplicar as contas com  $8 \times 6 = 48$  com sabemos  $8 \times 6 = 48$  a gente multiplica os números pegamos o 8 e soma ele 6 vezes ou soma o 6 8 vezes até achamos o resultado da operação." Below this explanation are two more multiplication problems:  $e) 5 \times 7 = 35$  and  $f) 9 \times 7 = 63$ .

Fonte: Autor

Na figura apresentada acima podemos notar que além de resolver a situação partindo do concreto para o abstrato, o estudante descreveu o seu raciocínio utilizado para chegar ao resultado. Tal prática foi solicitada pelos responsáveis em conduzir a

intervenção, por que para os mesmos descrever o processo seria uma forma de consolidar o conteúdo ministrado. Para Smole (2011), escrever em matemática ajuda na aprendizagem dos estudantes, de várias formas, encorajando a reflexão, clareando as ideias e agindo como uma espécie de catalisador para discussões em grupo. Ajuda o estudante aprender o que está sendo estudado.

Sendo assim, escrever nas aulas de matemática é uma maneira de aperfeiçoar o ensino-aprendizagem. Desta forma a escrita colabora com a organização das ideias, favorece análise de procedimentos e caminhos a serem realizados para resolver uma situação problema. E através da escrita podemos analisar quais situações da atividade apresentam mais dificuldades pelos estudantes, quais pontos estão satisfatórios e quais precisam melhorar e se os pontos principais da intervenção foram compreendidos.

## **CONSIDERAÇÕES FINAIS**

Os responsáveis pelo projeto de intervenção não aplicaram nenhum exame escrito e/ou prova escrita para saber se os estudantes melhoraram o desempenho em relação às operações de multiplicação. Tal pesquisa teve como caráter avaliativo o aspecto qualitativo, os resultados foram feitos com base nas relações de observador-observado. Para Borba (2013) a pesquisa qualitativa e ou naturalística, tem como foco entender e interpretar dados e discursos, mesmo quando envolve grupo de participantes. Neste caso, levam-se em consideração a participação e manifestações comportamentais dos envolvidos durante a execução do projeto.

Nas intervenções podemos perceber que todos os alunos participaram das aulas, e realizaram as atividades propostas pelos interventores. Tal atitude dos estudantes é um ponto positivo, já que se envolveram nas atividades pré-estabelecidas. Contudo, acreditamos que para uma consolidação e significação do conteúdo aprendido pelos estudantes, se faz necessário o uso material dourado e recursos concretos não só na intervenção, mas sim em todos os momentos que envolvam a construção do conhecimento que a escola propor para os estudantes.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AZEVEDO EDM. **Apresentação do trabalho Montessoriano**. In: Ver. Educação & Matemática no.3, 1979 (p.26 - 27)

BORBA, Marcelo de Carvalho, ARAÚJO, Jussara de Loiola (Orgs.). **Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática** – 5ªed.-Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2013.

CARMO, J. S. **Aquisição do conceito de número em crianças pré-escolares através do ensino de relações condicionais e generalização**. Dissertação de mestrado não-publicada, Universidade Federal do Pará. Belém - 1997.

FREIRE, Paulo. A Pedagogia do Oprimido. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1981.

MONTESSORI, Maria. Dr. Montessori Own Handobok. New York: Schocken Books, 1965. (Tradução em inglês do original de 1914)

PIAGET, Jean. **Seis estudos de psicologia**. Tradução. Maria Alice Magalhães D'Amorim e Paulo Sergio Lima Silva. 21. Edição. Rio de Janeiro: Forense Universitária, 1995.

ROHRS, Hermann. **Maria Montessori**. – Recife: Fundação Joaquim Nabuco, Editora Massangana, 2010.

Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais: Ciências Naturais / Secretaria de Educação Fundamental**. Brasília: MEC / SEF, 1998.

SMOLE, Kátia Stocco. **Ler, escrever e resolver problemas: habilidades básicas para aprender matemática**. Porto alegre: Artmed, editora, 2001.

Figura 1:

<https://www.google.com.br/search?q=imagem+material+dourado&biw=1280&bih=679>  
(acesso em 29/06/2015)

# **O ESTUDO DE SISTEMAS LINEARES NA EDUCAÇÃO BÁSICA: UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA COM RECURSO COMPUTACIONAL APLICADA**

**Daniela Alves da Silveira Moura<sup>1</sup>**

**Leandro Teles Antunes dos Santos<sup>2</sup>**

<sup>1</sup>Faculdade de Pará de Minas (FAPAM), Colégio Cenecista Educare de Itaúna, [danisilmoura@yahoo.com.br](mailto:danisilmoura@yahoo.com.br)

<sup>2</sup> Universidade de Itaúna, Colégio Cenecista Educare de Itaúna, [leandrotelesprof@yahoo.com.br](mailto:leandrotelesprof@yahoo.com.br)

## **Resumo**

Este trabalho trata de uma forma introdutória a noção de Sistemas Lineares na Educação Básica, fase essa necessária e fundamental para alicerçar os conhecimentos futuros da Matemática. Trata ainda de uma análise de sequência didática aplicada em uma cidade do interior de Minas Gerais, utilizando recurso computacional do software Geogebra. Almeja-se com este trabalho alavancar iniciativas de modo que as aulas de Matemática tornem-se mais interessantes e acima de tudo mais produtivas na questão de significados entre teoria educacional e prática matemática. Desse modo vincula-se ao aluno a compreensão e abstração de conceitos muitas vezes não solidificados na Educação Básica, porém necessários ao prosseguimento dos estudos.

**Palavras-chave:** Sistemas Lineares; Sequência Didática; Avaliação; Aprendizagem

## **INTRODUÇÃO**

A Matemática ao longo dos anos tem sido mitificada com relação ao conhecimento. Acreditava-se que somente pessoas bem dotadas intelectualmente eram capazes de compreender tal disciplina. Desse modo, grande parte dos alunos passa pelo sistema educacional sem aprender, verdadeiramente, o sentido da Matemática. A vida escolar de muitos alunos restringe-se a emaranhados de fórmulas que muitas vezes são vazios de sentido para eles.

A dificuldade apresentada por muitos estudantes no estrito sentido de aprender esta disciplina não se deve, necessariamente, a uma incapacidade por parte deles. O problema da não aprendizagem pode estar ligado aos professores, à escola, ao biofísico e psicológico dos estudantes, ou aos métodos e recursos utilizados pelos professores, que, muitas vezes tornam-se obsoletos e dissociados da realidade, não despertando, assim, o interesse dos alunos ao ato de “aprender”.

No momento atual, discutem-se muito as metodologias e didáticas aplicadas ao ensino da Matemática. Quando é pensado este tema, surgem diversas questões que permeiam o imaginário e a realidade escolar, tais como mitos e estereótipos da Matemática. O professor como ser mediador do conhecimento deve refletir sobre estas questões de modo a executar um trabalho significativo ao longo de sua carreira docente.

A conceituação e aplicação dos conteúdos de Sistemas Lineares tornam-se importantes em demasia ao longo da caminhada escolar de cada estudante da Educação Básica. Desde os fundamentos para o estudo dos Sistemas Lineares, o aluno é impulsionado a abstrair conceitos que muitas vezes tornam-se vazios de significado e sem nenhuma vinculação aos conteúdos futuros.

A ideia de Sistemas Lineares começa a ser construída ainda nos anos iniciais, onde os alunos exercitam através de atividades lúdicas localizações de objetos em malhas quadriculadas. Tal ideia remete à conceituação de ponto ordenado, mas de uma forma bem lúdica e acima de tudo bem didática.

À medida em que os estudos avançam, infelizmente, a parte lúdica fica relegada à memorizações e mecanizações através de fixação de exercícios muitas vezes repetitivos e tabulados através de avaliações tradicionalistas em que ainda ocorrem discussões em relação ao fracasso escolar. Atualmente, o sistema avaliativo educacional torna-se um grande desencadeador das práticas educacionais. O fracasso escolar origina-se no momento que se utiliza a avaliação sem preocupação com as proporções que irá tomar ou sem critérios que a bem definam, sem considerar os objetivos de promover no educador uma visão geral da aprendizagem dos alunos, e nos alunos uma reflexão dos seus avanços na sua aprendizagem.

Analisando a forma como muitos alunos chegam ao Ensino Médio e apresentam dificuldades em retomar os estudos de Sistemas Lineares, esse artigo surge como uma prática de modo a mediar junto aos alunos conceitos fundamentais para a melhor compreensão de Sistemas Lineares. Fazendo uma avaliação que difere da tradicional, uma vez que os alunos foram instruídos em grupos a trocar e socializar informações, gerando assim uma aprendizagem significativa e duradoura.

O ato avaliativo tem se tornado mito e desafio (HOFFMANN, 1997). Pode-se anunciar que é mito por causa do medo que desenvolve nos sujeitos inseridos neste processo, o pavor de vivenciarem as formas avaliativas. É considerado também desafio, porque devem ser buscadas novas alternativas para modificar o ensino, tornando-o um recurso auxiliador da aprendizagem.

Os processos educacionais vivem em constantes mudanças nos tempos atuais. Com relação às últimas décadas, nota-se uma crescente preocupação com a educação. A todo instante surgem filosofias educacionais, novas metodologias e propostas para um novo pensar da educação.

A crescente procura pela formação continuada dos professores e o interesse em conhecer as novas propostas educacionais, demonstra a preocupação vigente com a transformação da educação. Nota-se, entretanto, que mesmo com uma intenção primordial de se reestruturar a educação, a prática avaliativa não obteve o mesmo êxito que outras questões educacionais.

O ser humano é dotado da capacidade de analisar. Analisa o momento que se vive, o alimento a ser ingerido, o sono no decorrer da noite, enfim, um emaranhado de momentos que geram o sentido avaliativo. Nos meios educacionais, esta prática é mais utilizada com nomeações que diferem da prática cotidiana.

As abordagens tradicionais têm como pressuposto que a Matemática é uma matéria que deve ser interiorizada pelos “alunos, que *abstração* é a mesma coisa que *simbolização*, e que a interiorização deste conhecimento é melhor empreendida através de exercícios individuais e informações vindas do professor e dos objetos em si.”(KAMII; DECLARK, 2001, p.15, *grifo dos autores*).

Desse modo, o presente trabalho surge como uma forma de propiciar ao aluno do Ensino Fundamental II uma nova abordagem e avaliação do conteúdo de Sistemas Lineares. Esse conteúdo muitas vezes é estigmatizado com duas variáveis e algumas aplicações restritas, dificultando a visualização do aluno de modo a compreender bem tanto que figuras geométricas serão representadas, quanto à significação do que a resolução denota.

## **SISTEMAS LINEARES NA EDUCAÇÃO BÁSICA**

O conteúdo de Sistemas Lineares enfatiza a solução de sistemas de “n” variáveis por meio do escalonamento. Consoante com as ideias de Boyer (2012), a regra de Cramer foi popularizada pelo matemático Gabriel Cramer (1704-1752) na sua publicação de 1750 intitulada *Introduction à l'analyse des lignes courbes algébriques*, o que culminou na associação do método ao seu nome. Introduz-se também neste conteúdo a metodologia da eliminação Gaussiana. Ao contrário do que muitos pensam, a eliminação gaussiana não aconteceu inicialmente com Carl Friedrich Gauss (1777-1855). No livro chinês *Nove Capítulos de Arte Matemática*, com data aproximada de 200 a.C. aparece uma versão desta eliminação de forma rudimentar, porém bem assemelhada ao método desenvolvido por Gauss. O princípio para que Friedrich desenvolvesse a eliminação foi a ideia de calcular as possíveis posições celestiais para que o planeta Ceres pudesse aparecer. Através de dados limitados e utilizando mínimos quadrados e a eliminação, Gauss conseguiu prever e comprovar com pequenos erros a posição de Ceres. Com o passar dos anos o engenheiro alemão Wilhelm Jordan (1842-1899) popularizou esse método e o divulgou em seu livro *Handbuch der Vermessungskunde* datado de 1888. Apesar de estes conteúdos serem tópicos básicos do Ensino Médio, com a defasagem que muitos alunos chegam às universidades, torna-se necessário uma explicação dos mesmos; o que demanda tempo e muitas vezes consomem boa parte da carga horária da disciplina.

O professor, para gerar a motivação em seus alunos de modo que o aprendizado neles ocorra de uma forma importante, pode lançar mão de uma série de recursos para fazer tal prática. Cita-se como exemplo o fato de demonstrar as importantes aplicações que o conteúdo lecionado apresenta em consonância com a disciplina lecionada.

O aluno ao visualizar utilidade em sua profissão com o conteúdo ministrado pelo professor em sala de aula tem um interesse maior e prontifica-se a participar ativamente da aula, objetivando maior aprendizado. Desse modo prática e teoria se esmeram em caminho único proporcionando uma real significação dos conteúdos.

Proporcionar uma educação mais embasada, refletindo os conhecimentos adquiridos em sala de aula na aplicação prática da vida do indivíduo, talvez seja uma das metas que os educadores matemáticos devam almejar. Sabe-se, porém, que esta meta não é fácil, no entanto, não deve ser deixada de lado sem um estudo e estruturação mais apurada dos fatos.

Os recursos tecnológicos na educação, também adquirem uma prática maior e uma contínua busca em inovações. O conhecimento que outrora era difundido de forma tradicional através de aulas expositivas e exercícios em livros didáticos, hoje encontra nos instrumentos tecnológicos o canal para inserção do conhecimento dos alunos na inclusão digital. Desse modo, nestas laudas trabalha-se com uma sequência didática com recurso computacional, onde exploramos o software livre Geogebra.

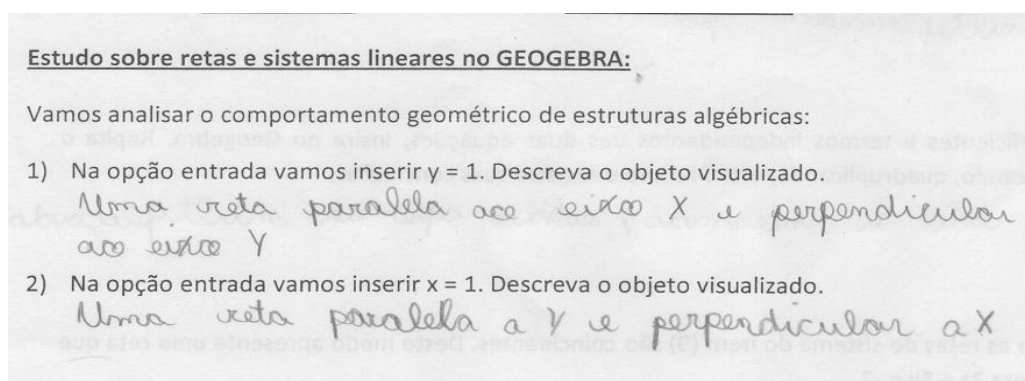
## DESENVOLVIMENTO E ANÁLISE DA ATIVIDADE

Elaboramos uma sequência de atividades com tarefas com o apoio do software Geogebra, que instigam a participação dos alunos e a análise de parâmetros, no estudo de plano cartesiano, retas e sistemas lineares. As atividades foram aplicadas à 25 alunos de 8º ano da rede particular de ensino da cidade de Itaúna-MG. Aplicamos tais tarefas no laboratório de informática desta escola em horário regular como parte integrante do currículo deste ano de escolaridade.

Dentre as tarefas proposta iremos elencar algumas para apresentar neste estudo, bem como o desenvolvimento dos alunos e análise das mesmas. Inicialmente descrevemos algumas ferramentas do software e realizamos um debate referente aos pontos no plano cartesiano, com sucesso.

**Atividade 1:** *Vamos analisar o comportamento geométrico de estruturas algébricas. Na opção entrada vamos inserir  $y = 1$ . Descreva o objeto visualizado. Na opção entrada vamos inserir  $x = 1$ . Descreva o objeto visualizado. Vamos criar um controle deslizante  $a$ ,  $b$  e em seguida na entrada inserir  $y = a$  e  $x = b$ . Mova os parâmetros  $a$  e  $b$ . Observe o comportamento das construções na janela de visualização e o comportamento na janela de álgebra. Registre suas conclusões.*

**Fig. 1 - Primeira atividade**



Fonte: arquivo dos autores

No primeiro momento, os alunos eram instruídos a executarem pontos no Geogebra de modo a ambientá-los ao programa. Nessa instrução os alunos eram questionados em como deveriam fazer os pontos em cada quadrante e qual a forma que eles poderiam assumir. Essa etapa foi importante para que os alunos pudessem vislumbrar e concluir que

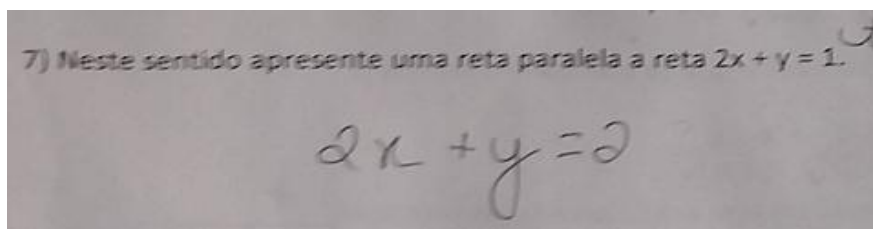


nos quadrantes ímpares as coordenadas possuem o mesmo sinal e que em quadrantes pares possuem sinais contrários.

Na atividade seguinte, deveriam traçar no software retas paralelas ao eixo das abscissas e ordenadas. Em seguida, deveriam manipular e traçar retas utilizando a parametrização do Geogebra. Sempre era cobrado dos alunos a conclusão a que chegavam ao traçar os objetos, pois a produção de significado tornava-se fundamental para que a aprendizagem dos alunos fosse instigada.

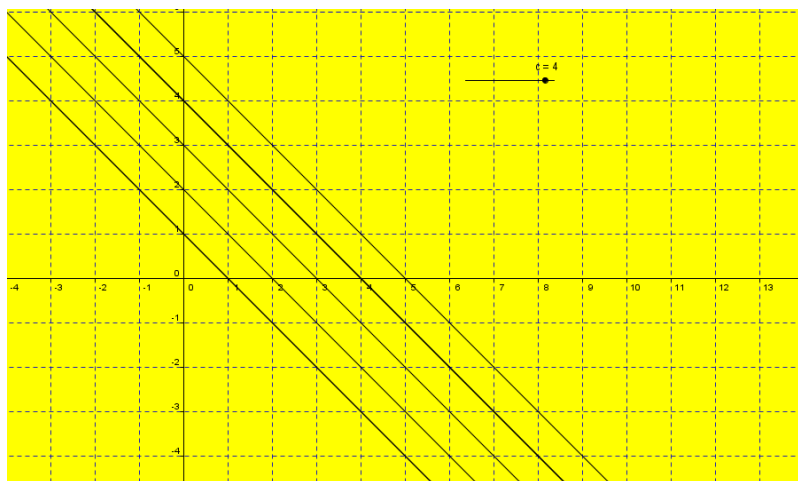
**Atividade 2:** (i) Na opção entrada vamos inserir  $y + x = 1$ ;  $y + x = -1$ ;  $y + x = 2$  e  $y + x = -5$ , etc. Descreva o objeto visualizado. Quais são as relações existentes entre estes objetos, justifique. (ii) Vamos criar um controle deslizante  $c$ . Na opção entrada vamos inserir  $y + x = c$ . Mova o parâmetro  $c$ . Observe o comportamento das construções na janela de visualização e o comportamento na janela de álgebra. Registre suas conclusões. (iii) Neste sentido apresente uma reta paralela a reta  $2x + y = 1$ .

Fig. 2 – Produção de significado da atividade



Fonte: arquivo dos autores

Fig. 3 – Criação das retas



Fonte: arquivo dos autores

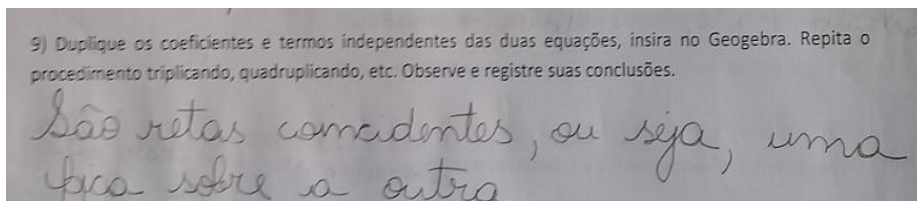
Nesta tarefa os alunos perceberam que as retas não se cruzaram e, que não haviam pontos em comum. Usaram termos como retas inclinadas, ou retas na diagonal. Conjecturaram a inexistência da solução, perceberam que não havia pontos em comum. Vale ressaltar que faz parte do currículo desta escola o estudo de sistemas lineares no 7º ano, porém sem aprofundamento e com pouco trabalho no plano cartesiano.

Embora, alguns tenham ficado em dúvida se o ponto de intersecção apareceria no campo fora da visão da interface de visualização e deste modo decidiram mover a janela,

expandiram a imagem e perguntaram se aquelas retas seriam paralelas infinitamente. Nesse momento abrimos um debate e a partir das contribuições e colaboração dos colegas puderam concluir que os sistemas não tinham solução. Encorajados em interagir com o Geogebra percebemos que os alunos a partir dos recursos tecnológicos podem perceber a matemática em movimento, sair de sua zona de conforto e reelaborar conceitos.

**Atividade 3:** Na entrada insira as equações  $\begin{cases} x + y = 10 \\ -x - y = 10 \end{cases}$ . Quais objetos você visualizar? Quais as relações entre estes objetos?

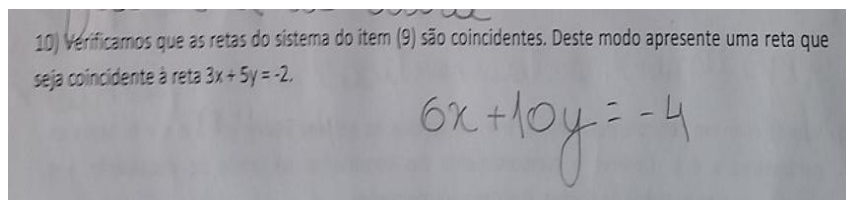
**Fig. 4 – Conclusão a respeito dos sistemas lineares**



Fonte: arquivo dos autores

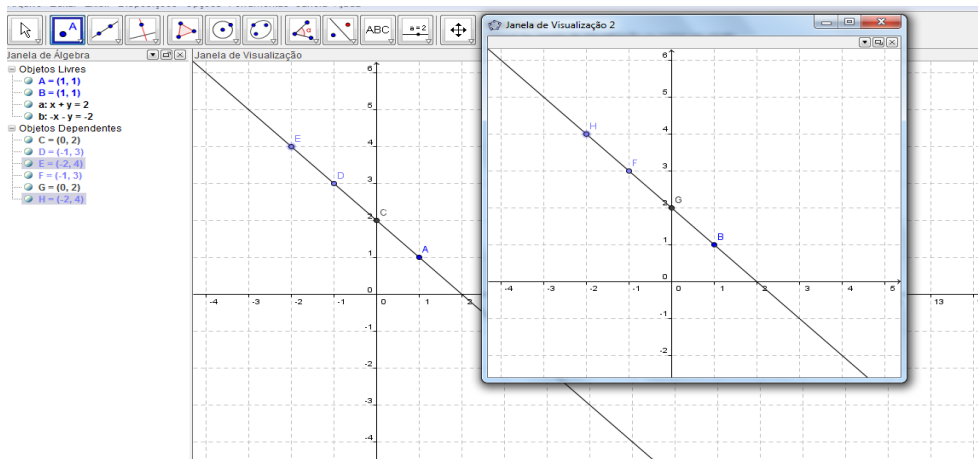
**Atividade 4: (i)** Dado o sistema  $\begin{cases} x + y = 2 \\ -x - y = -2 \end{cases}$ , insira-o na entrada do Geogebra. Em seguida duplique os coeficientes e termos independentes das duas equações, insira no Geogebra. Repita o procedimento triplicando, quadruplicando, etc. Observe e registre suas conclusões. **(ii)** Verificamos que as retas do sistema do item (9) são coincidentes. Deste modo apresente uma reta que seja coincidente à reta  $3x + 5y = -2$ .

**Fig. 5 – Conclusão a respeito dos sistemas lineares**



Fonte: arquivo dos autores

**Fig. 6 – Conclusão a respeito dos sistemas lineares**

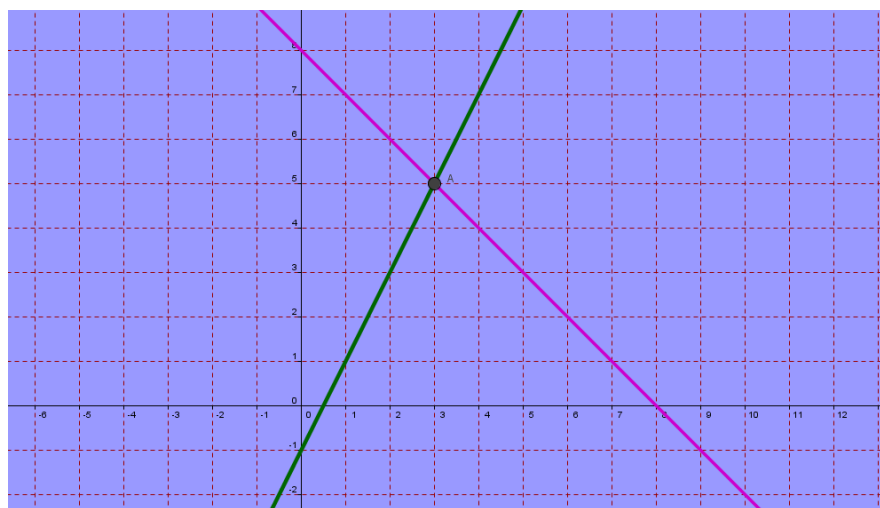


Fonte: arquivo dos autores

No desenvolvimento desta atividade, perceberam que as retas ficaram sobrepostas. E concluíra que o sistema não tinha solução. Então, decidimos que deveríamos fazer uma intervenção. Foi pedido aos alunos exibir a janela de visualização 2, inserir uma reta em cada janela e posteriormente os pontos A(1,1), B(1,1), C(0,2), D(-1,3), F(-1,3). Neste momento os alunos surpreendidos pela imagem argumentaram sobre a possibilidade de vários pontos em comum. Assim, claramente tentaram inserir outros pontos em comum, e nesta manipulação introduzimos a linguagem infinitas soluções.

**Atividade 5:** (i) Na entrada insira as equações  $\begin{cases} x + y = 8 \\ 2x - y = 1 \end{cases}$ . Quais objetos você visualizar? Quais as relações entre estes objetos?(ii) Verificamos que neste último item não ocorre as relações apresentadas nos casos: (2) retas paralelas e (3) retas coincidentes. Deste modo apresente uma reta que seja concorrente à reta  $x - 2y = 4$ . Comprove suas constatações no Geogebra.

**Fig. 7 – Conclusão a respeito dos sistemas lineares**

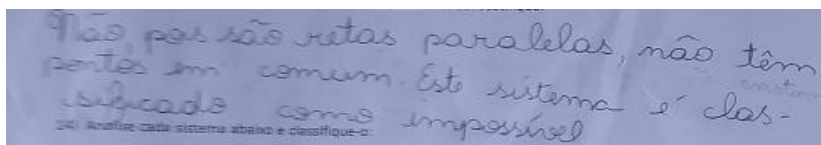


Fonte: arquivo dos autores

No Geogebra, os alunos inseriram as equações e observaram que as retas eram concorrentes. Usando a ferramenta interseção entre objetos, os alunos criaram tal ponto e determinaram um valor para x e outro para y e sem qualquer dificuldade concluíram que o sistema havia solução. Generalizando, argumentaram que quando as retas apresentam o formato do 1º caso, os mesmos coeficientes para x e y e somente termos independentes diferentes, o sistema terá retas paralelas, ou quando os coeficientes e os termos independentes de uma reta são múltiplos da outra, neste caso um múltiplo comum a todos, são retas coincidentes e quando não houver nenhuma desta situação teremos retas concorrentes.

**Atividade 7:** Ao inserir o último sistema no Geogebra, obtemos duas retas concorrentes. A interseção destas retas é a solução do sistema. Então no item (11) temos um Sistema Possível e Determinado. Nos itens (4) e (8) é possível determinar a solução? Como poderíamos classificá-los? Justifique.

Fig. 8 – Conclusão da atividade

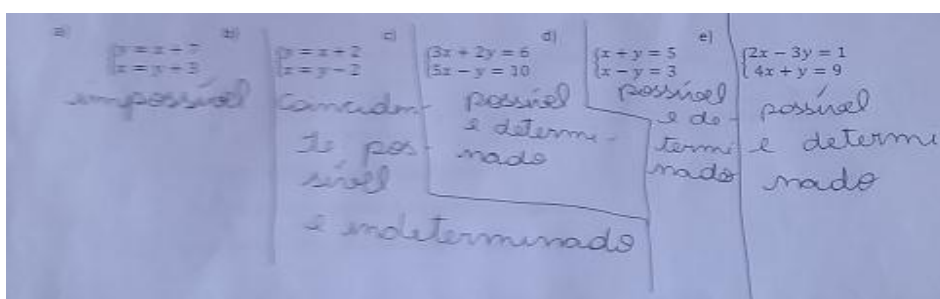


Fonte: arquivo dos autores

**Atividade 8:** Analise cada sistema abaixo e classifique-o:

|                                                    |                                                    |                                                        |                                                    |                                                       |
|----------------------------------------------------|----------------------------------------------------|--------------------------------------------------------|----------------------------------------------------|-------------------------------------------------------|
| a)                                                 | b)                                                 | c)                                                     | d)                                                 | e)                                                    |
| $\begin{cases} y = x + 7 \\ x = y + 3 \end{cases}$ | $\begin{cases} y = x + 2 \\ x = y - 2 \end{cases}$ | $\begin{cases} 3x + 2y = 6 \\ 5x - y = 10 \end{cases}$ | $\begin{cases} x + y = 5 \\ x - y = 3 \end{cases}$ | $\begin{cases} 2x - 3y = 1 \\ 4x + y = 9 \end{cases}$ |

Fig. 9 – Conclusão da atividade



Fonte: arquivo dos autores

Com o desenvolvimento da atividade, os alunos foram conciliando os conceitos de sistemas lineares e desse modo produziram significado, resultando em uma aprendizagem significativa e realmente duradoura. Tais ações são necessárias para que os alunos avancem nos estudos de forma autônoma e acima de tudo como protagonistas do processo educacional e não mais como meros coadjuvantes, relegados a absorver apenas o que o professor demandar.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

A postura do educador em sala de aula é muito importante porque através da forma como este conduz o aprendizado os alunos poderão adquirir o conhecimento com maior ou menor facilidade.

O ensino e a aprendizagem são processos tão antigos quanto à própria humanidade. Com o passar do tempo, o ensino e a aprendizagem adquiriram cada vez mais importância. Com isso, necessário se faz em sala de aula, que o educador proporcione situações significativas de aprendizagem e promotoras de conhecimento.

*O aluno deve ser estimulado a realizar um trabalho voltado para uma iniciação à “investigação científica”. (...) Assim, aprender a valorizar o raciocínio lógico e argumentativo torna-se um dos objetivos da educação matemática, ou seja, despertar no aluno o hábito de fazer uso de seu raciocínio e de cultivar o gosto pela resolução de problemas. Não se trata de problemas que exigem o simples exercício da repetição e do*

*automatismo. É preciso buscar problemas que permitam mais de uma solução, que valorizem a criatividade e admitam estratégias pessoais de pesquisa. (PAIS, 2001, p.35)*

Os recursos tecnológicos não podem se ausentar do ensino da Matemática. Computadores, softwares, vídeos, enfim toda uma série de recursos tecnológicos são muito importantes para que a educação não se restrinja apenas ao quadro e giz, mas que avance para ações melhores e mais significativas em sala de aula.

Os recursos tecnológicos são pouco utilizados porque muitas vezes são tidos como preconceitos, uma vez que muitos educadores ainda não os dominam, ou desconhecem sua funcionalidade a serviço do processo de ensino e aprendizagem. O professor é o responsável pelos processos que desencadeia para produzir e promover a construção de conhecimentos e, nesse sentido é insubstituível como sempre foi em diferentes épocas e com diferentes papéis.

O uso de tecnologias no ensino não se reduz à aplicação de técnicas por meio de máquinas, ou o “apertar teclas” e digitar textos, embora possa limitar-se a isso, se não houver reflexão sobre a finalidade de se utilizar recursos tecnológicos nas atividades de ensino.

A tecnologia é um instrumento capaz de aumentar a motivação dos alunos, se a sua utilização de planejamento das atividades de ensino e orientador ou mediador das atividades planejadas, além do gerenciador e avaliador do alcance dos objetivos propostos. Para tanto o educador deverá planejar e organizar bem as atividades a serem empregadas na sala de aula.

A avaliação dos alunos com relação ao ensino Matemático, não pode ser apenas um momento de quantificar as notas, mas para verificar como e o que os alunos estão aprendendo nas aulas de Matemática.

Dentro da proposta de ensino matemático, inúmeras vezes os alunos estão envolvidos em situação de discussão e de participação em atividades de grupo. Assim, os professores devem criar mecanismos para estimulá-los e avaliá-los. Os educadores que estão em busca de um ensino significativo devem estar atentos para valorizar atitudes que claramente contribuam para o crescimento do trabalho do grupo.

Trabalhar com sequências didáticas com produção de significado aliada à softwares pontencializa ainda mais a aprendizagem, fazendo com que os alunos possam compreender bem o que estão fazendo e acima de tudo abstrair e compreender bem os conceitos matemáticos. Esse trabalho que é relatado propicia aos docentes uma análise para desenvolver futuras atividades relacionadas a sistemas lineares de modo que os alunos possam utilizar futuramente o conceito aprendido em séries anteriores.

O ensino de Matemática, em especial neste trabalho o Sistemas Lineares, não pode ser encarado apenas como mecanismos tradicionais e cansativos de aprendizagem, mas devem de sobremaneira motivar o aluno e cativá-lo para que possa compreender melhor o conteúdo Matemático.

Sempre será uma pedra de tropeço a mudança no ensino, mas também será sempre necessária tal mudança para aprendizagens significativas e não apenas mecanização do processo de aprendizagem. Para que os educadores possam modificar suas práticas faz-se necessário que conheçam bem o conteúdo, assim como sua história e percalços ao longo do seu desenvolvimento e o abordem da maneira mais simples possível; mas com produção de significado e uma aprendizagem real e duradoura.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BOYER, C. B.; MERZBACH, C. U., **História da Matemática**. 3. ed. São Paulo: Blücher, 3ª, São Paulo, 2012.

HOFFMANN, J. **Avaliação: mito e desafio**. 22 ed. São Paulo: Mediação, 1997.

KAMII, C. & D., Gerorgia. **Reiventando a aritmética: implicações da teoria de Piaget**. 16 ed. Campinas, SP: Papirus, 2001.

PAIS, Luiz Carlos. **Didática da Matemática: uma análise da influência francesa**. Belo Horizonte, MG: Autêntica, 2001.

.

# O PROFESSOR HÉLIO SIQUEIRA SILVEIRA E O USO DA APOSTILA NA DISCIPLINA GEOMETRIA ANALÍTICA

Susana Ribeiro Soares<sup>1</sup>

<sup>1</sup>IFET/Professora do Instituto Federal Sudeste Minas Gerais – Campus Barbacena  
susana.ribeiro@ifsudestemg.edu.br

## Resumo

O presente artigo é parte de um projeto de pesquisa intitulado Um estudo histórico do ensino de geometria analítica no curso de matemática da UFJF<sup>1</sup> nas décadas de 1960 e 1970. As fontes orais e documentais como depoimentos e consultas a arquivos trouxeram a veracidade dos fatos, permitindo compreender o processo de estruturação da disciplina Geometria Analítica no âmbito da UFJF. O professor Hélio Siqueira Silveira assume um lugar de destaque nesta história. Vestígios apontam que a disciplina inicialmente se apóia em um material de ensino (apostila) produzido por ele, onde se identifica uma abordagem de conteúdo de forma didática e detalhada extremamente útil a professores e alunos. A importância da apostila é claramente verificada, pois por muito tempo continuou a ser referência nos cursos de Geometria Analítica. Também é citada a apostila de um professor da UFMG, onde se percebe similaridades de natureza teórica, no tratamento dos conceitos que de alguma forma lembram as apostilas do professor Hélio. Outros aspectos comuns também foram destacados como a formação do professor e a área de atuação. O estudo histórico além de permitir identificar uma cultura de ensino de Geometria Analítica mostra que as apostilas do professor Hélio Siqueira Silveira tiveram um papel na estabilização da disciplina além da influência e relevância no processo de ensino e aprendizagem da disciplina naquele momento.

**Palavras-chave:** Geometria Analítica, história do ensino de Geometria Analítica, material de ensino, professor.

## INTRODUÇÃO

A palavra disciplina já foi citada com vários significados, mas não com o conceito de conteúdos de ensino, ou seja, essa não era a visão até pelo menos o início do século XIX. Estudos mais recentes mostram que o interesse em se discutir historicamente determinadas disciplinas vem aumentando e vários são os questionamentos sobre o papel de cada uma delas na concepção de um curso.

Ao buscar particularidades de uma disciplina acadêmica, foi possível perceber que os estudos de Chervel quanto ao ensino secundário também se estendem as universidades. Sobre a história das disciplinas escolares temos a seguinte observação:

*A história das disciplinas escolares não é então obrigada a cobrir a totalidade dos ensinamentos. Pois sua especificidade, ela a encontra nos ensinamentos da “idade escolar”. A história dos conteúdos é evidentemente seu componente central, o pivô ao redor do qual ela se constitui. Mas seu papel é mais amplo. Ela se impõe colocar esses ensinamentos em relação com as finalidades às quais eles estão designados e com os resultados*

---

<sup>1</sup> Universidade Federal de Juiz de Fora

*concretos que eles produzem. Trata-se então para ela de fazer aparecer a estrutura interna da disciplina, à configuração original a qual as finalidades deram origem, cada disciplina, dispondo sobre esse plano, de uma autonomia completa, mesmo se analogias possam se manifestar de uma para outra. (CHERVEL, 1990, p. 186-7).*

Existem alguns vestígios que nos permitem fazer uso do termo disciplina escolar procurando adaptá-los ao ambiente de ensino superior, tais como: cadernos dos alunos, materiais utilizados pelo professor, métodos avaliativos, exercícios e a didática do professor.

Segundo Oliveira,

*A observação de algumas evidências sobre a dinâmica de funcionamento das disciplinas investigadas nesta pesquisa permite considerá-las efetivamente como disciplinas, e não como conteúdos: a existência de materiais de apoio, como apostilas e cadernos, utilizados por professores e por alunos; a função dos exercícios nas práticas docentes de ensino e motivação; os métodos e abordagens usados pelos professores; as formas de avaliação; são ingredientes que têm revelado a existência de uma pedagogia própria para as disciplinas acadêmicas ministradas no ensino superior. (OLIVEIRA, 2013, p. 148-9)*

O tema abordado nesse artigo é parte integrante de uma pesquisa de mestrado realizada na Universidade Federal de Juiz de Fora (UFJF) – MG. A disciplina Geometria Analítica na época de sua criação teve como referência alguns professores. Em especial, verificou-se a importância e o papel do professor Hélio Siqueira Silveira na estabilização dessa disciplina.

Para entender como se deu o surgimento da Geometria Analítica na UFJF, é necessário que se faça uma pequena apresentação de como foi a criação da Universidade Federal de Juiz de Fora.

Sabe-se que ela passou a existir em 23 de dezembro no ano de 1960 no governo do presidente Juscelino Kubitschek. A construção do seu projeto arquitetônico iniciou em 1965 com término em 1970.

*Em Juiz de Fora, antes da criação da UFJF, funcionavam as seguintes Instituições de Ensino Superior: a Escola de Engenharia, fundada em 1914, a Faculdade de Direito fundada em 1934, a Faculdade de Ciências Econômicas fundada em 1947, a Faculdade de Medicina fundada em 1952 e a Faculdade de Farmácia e Odontologia fundada em 1955. Estas Instituições, segundo Yasbeck<sup>2</sup> (2002) se juntaram, em 1960, formando um condomínio que deu origem à Universidade de Juiz de Fora (FRAGOSO, 2011, p. 50).*

A antiga faculdade de filosofia e letras – FAFILE existente na cidade de Juiz de Fora, fundada em 1945, passa mais tarde a ser incorporada a UFJF. De acordo com Yasbeck (2002) citada por Fragoso (2011), em 1966, além dos cursos já existentes na faculdade, ela passa a oferecer também Matemática, Ciências Físicas e Biológicas e o de Filosofia, cursos esses que foram reconhecidos em 1968. Em 1969, os alunos que tiveram aprovação nos vestibulares realizados pelas faculdades foram matriculados nos Institutos

---

<sup>2</sup>Yasbeck Dalva Carolina (LOLA) de Menezes. O Perfil e a trajetória dos professores do Ensino Superior de Juiz de Fora (1914-1960). In: Educação em foco, v. 7, set./fev, n.2, pp 173-189. Minas Gerais: UFJF, 2002.



Básicos: Instituto de Ciências Humanas e Letras (ICHL), Instituto de Ciências Biológicas e Geociências (ICBG) e Instituto de Ciências Exatas (ICE). Com o término da Cidade Universitária em 1970, os cursos oferecidos pela FAFILE foram distribuídos pelas várias unidades do Campus Universitário e foram incorporados aos Institutos básicos. Entre eles, temos o de Matemática que também recebeu a referência de curso de Licenciatura.

Segundo informações obtidas na página eletrônica da UFJF, o curso de licenciatura em Matemática foi criado em 1975, decreto nº 75512 de 19/03/1975. Já o curso de bacharelado em Matemática e a modalidade de Informática dentro deste curso, foram criados em 1987.

## **EMBASAMENTO TEÓRICO-METODOLÓGICO**

Para a fundamentação desse trabalho foram essenciais as leituras de Viñao (2008) e Chervel (1990) sobre a produção de história das disciplinas escolares que estendemos ao ensino superior. Faz todo sentido a esta pesquisa as afirmações de Viñao que diz:

*A história, a análise dos livros de texto e do material de ensino como produtos pedagógicos e culturais, somente adquirem um sentido histórico pleno quando se inclui no âmbito mais amplo da história das disciplinas, especialmente quando se refere aos níveis secundário e superior de ensino (VIÑAO, 2008, p. 192).*

E, por se tratar de uma pesquisa histórica buscamos de maneira mais ampla embasamento nos estudos do francês Marc Bloch. Como ele mesmo destaca:

*Reunir os documentos que estima necessários é uma das tarefas mais difíceis do historiador. De fato, ele não conseguiria realizá-la sem a ajuda de guias diversos: inventários de arquivos ou de bibliotecas, catálogos de museus, repertórios bibliográficos de toda sorte (BLOCH, 2002, p. 82).*

De fato, a procura por materiais diversos ou seja, a busca pelas fontes necessárias demanda inúmeros esforços por parte do historiador.

Mesmo em se tratando de uma disciplina acadêmica esse trabalho apóia-se nesses autores, por existir uma dinâmica que nos permite traçar um paralelo entre esses ambientes de ensino, respeitando as peculiaridades que são próprias de cada nível de aprendizado.

## **A GEOMETRIA ANALÍTICA E O PROFESSOR HÉLIO SIQUEIRA SILVEIRA**

E sobre o aparecimento da disciplina Geometria Analítica? O que podemos dizer?

No decorrer da investigação foram surgindo respostas para muitos dos questionamentos. A introdução da disciplina Geometria Analítica no curso de Matemática da UFJF se deu em 1969. As especificidades da disciplina ficam evidenciadas primeiramente nas conversas informais com determinados professores do departamento de Matemática da UFJF possibilitando assim chegar ao professor Hélio Siqueira Silveira. O professor Hélio lecionou Geometria Analítica logo no início da criação do curso de Matemática e assim permaneceu por um bom tempo. Seu material de apoio, as apostilas, foram se configurando em importantes fontes para a introdução dessa disciplina no curso.

Hélio Siqueira Silveira foi professor da UFJF e da Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. O professor e renomado autor de livros didáticos Roberto Peixoto, no prefácio de uma destas apostilas aponta a dedicação do professor Hélio Siqueira a boa

parte dos seus estudos em Matemática Pura. No magistério, o professor Hélio especializou-se em Geometria Analítica e Cálculo Vetorial. A sua excelente qualidade didática, competência, dedicação, compromisso e seriedade também são consideráveis aspectos levantados pelos seus ex-alunos, professores e colegas de trabalho.

O processo de estabilização da disciplina Geometria Analítica ao que tudo indica se iniciou pelas apostilas do professor Hélio. Em alguns depoimentos, essa percepção fica ainda mais clara:

*[...] Com relação ao Dr. Hélio Siqueira, havia uma apostila de sua autoria com a qual trabalhávamos. Devemos ter complementado também com outros livros para exercícios, mas o Prof. Hélio adotava como texto básico, essa apostila (MACIEL, 2012).*

Sonia Eunice Freitas Maciel, além de aluna do professor Hélio na disciplina Geometria Analítica, tornou-se sua colega de trabalho ao ingressar para o departamento de Matemática, em 1974. Para ela, as apostilas foram empregadas por um bom tempo e muitos professores as usavam pelo menos como um material complementar.

Segundo Maciel, o professor Hélio adotava suas apostilas como livro texto:

*Quando eu ingressei na universidade, as apostilas do Dr. Hélio já eram adotadas dentro do Curso de Engenharia e passou a ser adotada também para o Curso de Matemática, a partir de 1969. O Prof. Hélio Siqueira já era professor da Faculdade de Engenharia e a Geometria Analítica, naquela época, era lecionada para os alunos do Curso de Engenharia e esse material produzido por ele já era adotado. Em 1969, com a inclusão da Geometria Analítica, a partir do primeiro período da nova grade curricular do curso de Matemática, nós passamos a cursá-la junto com os alunos da Engenharia. Praticamente todas as disciplinas dos dois primeiros anos do Curso de Engenharia também eram cursadas pelos alunos da Matemática (MACIEL, 2012).*

Os professores tendem a colocar em suas aulas características muito próprias, muito pessoais. Os conteúdos ministrados são elaborados detalhadamente de forma a atender as necessidades dos alunos. É o caso do ex-professor da UFJF, Lorival de Souza Lima, que com sua experiência em Geometria Analítica, elaborou um caderno que traz todo o conteúdo que considerava necessário para o aprendizado dos discentes tanto que ainda é lembrado por alguns de seus ex-alunos.

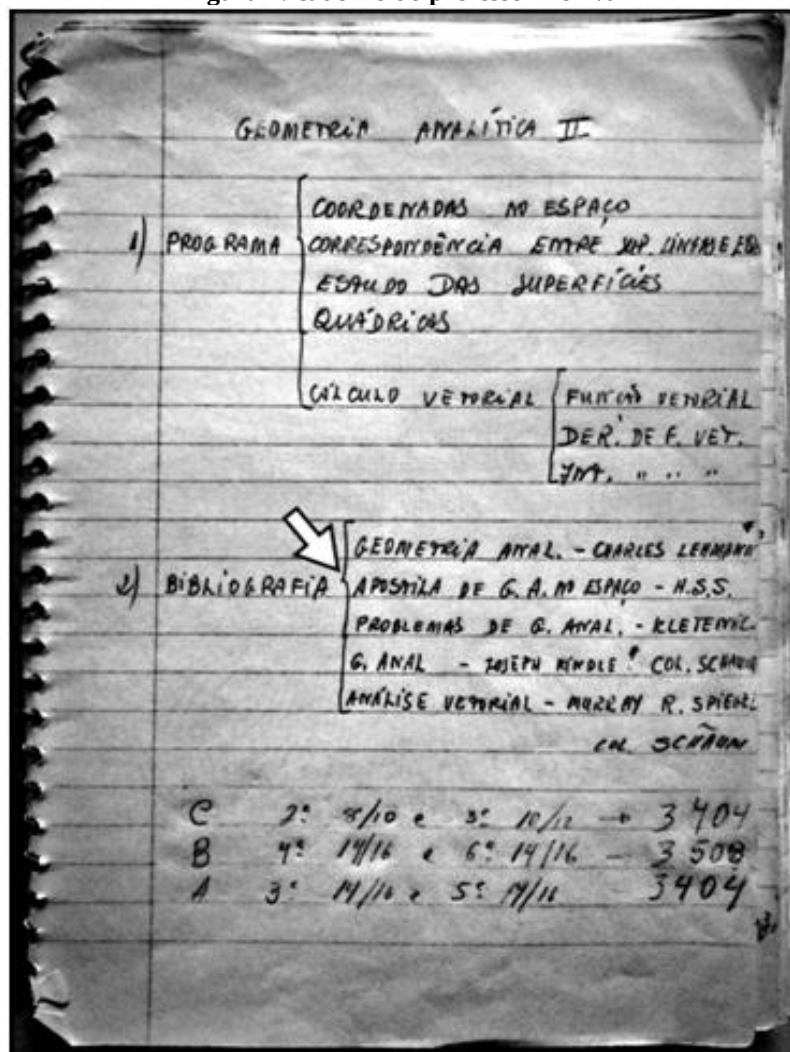
Sobre este caderno afirma:

*Eu acho que a gente preparando a aula num caderno... Cada um tem um jeito de dar aula, eu respeito, mas o meu esquema, eu preparo a aula no caderno, aí a gente enxuga as coisas, você faz aquilo com objetividade, vê se o exemplo tá bom ou não. Você dá um curso e no segundo curso, você pode acertar algumas arestas, melhorar aquilo entendeu? Eu gosto de dar aula assim, acostumei a dar aula assim e os alunos gostam também (LIMA, 2012).*

O acesso ao caderno de Geometria Analítica II e a entrevista concedida pelo professor Lorival ajudam a esclarecer vários questionamentos com relação à disciplina Geometria Analítica. De imediato comprova-se por meio do seu material de ensino (caderno), que a apostila do professor Hélio Siqueira Silveira era uma das referências bibliográficas. Esta sugestão de bibliografia revela a influência das apostilas nos cursos de

Geometria Analítica ministrados na UFJF. Esse é um dado importantíssimo, pois por muitos anos o professor Lorival foi responsável por ministrar essa disciplina no departamento de Matemática.

Figura 1: caderno do professor Lorival

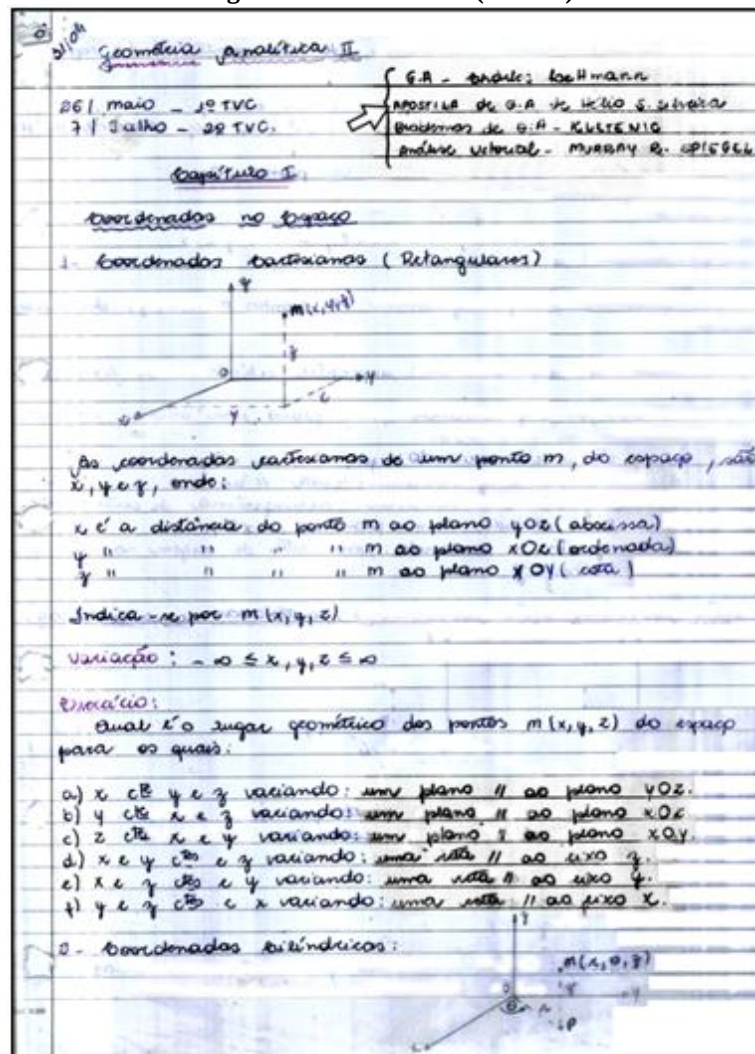


Fonte - Dissertação de Susana Ribeiro Soares, 2013, p. (50)

A admiração pelas aulas do professor Lorival ficam na lembrança e o quanto ele era querido pela turma. Sua organização e preocupação em transmitir o conteúdo de forma clara e precisa são traços marcantes deste professor.

A figura abaixo é parte das minhas anotações de um curso de Geometria Analítica e Cálculo Vetorial II, ministrado pelo professor Lorival de Souza Lima, em 1997. Novamente a apostila do professor Hélio é repassada como referência aos alunos o que reforça a sua importância no processo de ensino e aprendizagem da disciplina.

Figura 2: Notas de aula (Susana)



Fonte - Dissertação de Susana Ribeiro Soares, 2013, p. (52)

A conversa com o professor Ricardo Bevilaqua Procópio, também revela indícios de que as apostilas mostravam o caminho certo, ou seja, o da direção que teve inicialmente a disciplina Geometria Analítica e o da sua estabilização. Formado em Matemática pela UFJF em 1974 e, desde 1977 atuando como professor do departamento de Matemática, Ricardo, apesar de não se lembrar de quem foi seu professor de Geometria Analítica tem a certeza de que fez uso da apostila do professor Hélio Siqueira a qual mais tarde acabou se transformando em um livro.

*A referência na época pelo menos na Analítica Plana era um texto... uma apostila do Hélio Siqueira. Que era uma referência aqui na universidade. Eram notas de aula e que virou um livro, era muito completo. Me recordo desse texto na Analítica Plana, já na parte da Analítica Espacial eu não consegui me recordar como é que trabalhávamos não. Se foi também o Hélio Siqueira ou se foi um outro texto. Não consigo me lembrar (PROCÓPIO, 2011)*





Figura 4: planilha de empréstimo de livros

|      | D                      | E                         | F                        | H                   | I        | J                  |
|------|------------------------|---------------------------|--------------------------|---------------------|----------|--------------------|
| 1    | DATAHORA<br>EMPRESTIMO | TITULO                    | AUTOR                    | LOCAL<br>PUBLICACAO | EDITORIA | DATA<br>PUBLICACAO |
| 2    | 08/09/2011 15:07:00    | Geometria analitica plana | Silveira, Helio Siqueira | Juiz de Fora        | UFJF     | 1968               |
| 7    | 22/08/2011 11:12:00    | Geometria analitica plana | Silveira, Helio Siqueira | Juiz de Fora        | UFJF     | 1968               |
| 76   | 22/06/2011 10:00:00    | Geometria analitica plana | Silveira, Helio Siqueira | Juiz de Fora        | UFJF     | 1968               |
| 93   | 18/06/2011 08:12:00    | Geometria analitica plana | Silveira, Helio Siqueira | Juiz de Fora        | UFJF     | 1968               |
| 124  | 07/06/2011 09:05:00    | Geometria analitica plana | Silveira, Helio Siqueira | Juiz de Fora        | UFJF     | 1968               |
| 127  | 05/06/2011 15:33:00    | Geometria analitica plana | Silveira, Helio Siqueira | Juiz de Fora        | UFJF     | 1968               |
| 143  | 31/05/2011 15:31:00    | Geometria analitica plana | Silveira, Helio Siqueira | Juiz de Fora        | UFJF     | 1968               |
| 156  | 30/05/2011 10:14:00    | Geometria analitica plana | Silveira, Helio Siqueira | Juiz de Fora        | UFJF     | 1968               |
| 157  | 30/05/2011 10:13:00    | Geometria analitica plana | Silveira, Helio Siqueira | Juiz de Fora        | UFJF     | 1968               |
| 184  | 23/05/2011 09:59:00    | Geometria analitica plana | Silveira, Helio Siqueira | Juiz de Fora        | UFJF     | 1968               |
| 220  | 10/05/2011 11:15:00    | Geometria analitica plana | Silveira, Helio Siqueira | Juiz de Fora        | UFJF     | 1968               |
| 223  | 09/05/2011 15:27:00    | Geometria analitica plana | Silveira, Helio Siqueira | Juiz de Fora        | UFJF     | 1968               |
| 224  | 09/05/2011 15:26:00    | Geometria analitica plana | Silveira, Helio Siqueira | Juiz de Fora        | UFJF     | 1968               |
| 416  | 26/10/2010 16:49:00    | Geometria analitica plana | Silveira, Helio Siqueira | Juiz de Fora        | UFJF     | 1968               |
| 417  | 26/10/2010 16:29:00    | Geometria analitica plana | Silveira, Helio Siqueira | Juiz de Fora        | UFJF     | 1968               |
| 419  | 26/10/2010 16:25:00    | Geometria analitica plana | Silveira, Helio Siqueira | Juiz de Fora        | UFJF     | 1968               |
| 420  | 26/10/2010 16:25:00    | Geometria analitica plana | Silveira, Helio Siqueira | Juiz de Fora        | UFJF     | 1968               |
| 437  | 20/10/2010 11:24:00    | Geometria analitica plana | Silveira, Helio Siqueira | Juiz de Fora        | UFJF     | 1968               |
| 442  | 18/10/2010 12:59:00    | Geometria analitica plana | Silveira, Helio Siqueira | Juiz de Fora        | UFJF     | 1968               |
| 630  | 01/06/2010 17:43:00    | Geometria analitica plana | Silveira, Helio Siqueira | Juiz de Fora        | UFJF     | 1968               |
| 671  | 24/05/2010 17:31:00    | Geometria analitica plana | Silveira, Helio Siqueira | Juiz de Fora        | UFJF     | 1968               |
| 853  | 30/10/2009 16:32:00    | Geometria analitica plana | Silveira, Helio Siqueira | Juiz de Fora        | UFJF     | 1968               |
| 951  | 28/06/2009 16:32:00    | Geometria analitica plana | Silveira, Helio Siqueira | Juiz de Fora        | UFJF     | 1968               |
| 984  | 15/06/2009 12:15:00    | Geometria analitica plana | Silveira, Helio Siqueira | Juiz de Fora        | UFJF     | 1968               |
| 996  | 04/06/2009 15:28:00    | Geometria analitica plana | Silveira, Helio Siqueira | Juiz de Fora        | UFJF     | 1968               |
| 1008 | 02/06/2009 09:28:00    | Geometria analitica plana | Silveira, Helio Siqueira | Juiz de Fora        | UFJF     | 1968               |

Fonte - Dissertação de Susana Ribeiro Soares, 2013, p. (54)

Um contato com o ex-aluno<sup>3</sup> do professor Hélio, formado em engenharia, trouxe novas informações à pesquisa. Para ele, os conteúdos das apostilas eram muito bem transmitidos, com uma boa didática e estudados em sua totalidade durante todo o curso. Considera que apostila era um auxílio muito grande, principalmente para aqueles estudantes que desejavam estudar com antecedência os assuntos que seriam abordados na aula seguinte.

*[...] E às vezes a gente poderia até pela apostila, estudar antecipadamente a próxima aula. Já tinha o material, era só estudar. Naturalmente que com o professor falando sobre o assunto é mais fácil, porque qualquer dúvida ele explana aquela dúvida, explica aquela dúvida imediatamente, sem você perder tempo. Então quando você fosse estudar após a aula era muito mais fácil o entendimento, porque ele já tem todas as dúvidas eventuais que pudessem ocorrer, ele já teria explanado sobre aquele assunto na aula, mesmo porque os alunos perguntavam. Essa liberdade da gente interferir, fazer uma pergunta na aula, sempre existiu. Mas é uma recordação muito boa. Ele tinha um conceito muito elevado diante de todos os alunos, pelo menos da minha turma. Era considerado um mestre de alta competência (ex-aluno, 2012).*

Os depoimentos e as apostilas são importantes fontes que revelam como se deu a estruturação de um curso, o lugar ocupado por uma disciplina, ou seja, a importância de um material de apoio. A disciplina Geometria Analítica na universidade revela uma identidade e uma intenção própria de criação.

Ou nas palavras de Viñao, adaptadas ao ensino superior:

<sup>3</sup> Por motivo de doença o entrevistado não pode autorizar a divulgação de sua identidade nessa entrevista. Por esse motivo, iremos nos referir a ele simplesmente como ex-aluno.

*[...] A instituição escolar não se limita, pois, a reproduzir o que está fora dela, mas sim, o adapta, o transforma e cria um saber e uma cultura próprias. Uma dessas produções ou criações próprias, resultado da mediação pedagógica em um campo de conhecimento, são as disciplinas escolares. (VIÑAO, 2008, p.189)*

É interessante perceber como essas palavras ainda ficam bem colocadas e podem ser perfeitamente ajustadas ao ensino superior, apesar do tempo em que se deram tais afirmações.

## **A GEOMETRIA ANALÍTICA EM OUTRO CONTEXTO**

A disciplina Geometria Analítica embora tenha adquirido diversos formatos e isso possivelmente acontece com quaisquer outras disciplinas dentro de um curso, devido muito provavelmente ao professor que é o principal responsável pela condução e elaboração do material a ser ministrado em suas aulas. Existem pontos comuns que são próprios da disciplina e são muito similares de um texto para outro.

Na apostila da UMG<sup>4</sup> que consta no acervo Benedito Castrucci da biblioteca do IME, foram percebidas algumas semelhanças com as apostilas do professor Hélio Siqueira: o autor desta apostila, Christovam Colombo dos Santos, era engenheiro e lecionava na escola de engenharia. A apostila foi também publicada pelo diretório dos estudantes de engenharia. O programa da Escola de Engenharia da UFMG<sup>5</sup> é dividido em duas partes: Geometria Analítica e Geometria Projetiva. Quanto ao conteúdo da apostila de Geometria Analítica, este é tratado de forma bem detalhada, ao que remete à apostila de Geometria Analítica Plana do professor Hélio Siqueira Silveira. A maioria dos itens do programa é semelhante aos abordados na apostila do professor Hélio.

---

<sup>4</sup> Universidade de Minas Gerais, atual UFMG

<sup>5</sup> Universidade Federal de Minas Gerais

Figura 5: contra-capa da apostila (UMG)



Fonte - Dissertação de Susana Ribeiro Soares, 2013, p. (102)

Contudo cabe salientar que esta apostila datada de 1956 é anterior às do professor Hélio e, no entanto, apresenta um tratamento que pode ser considerado atual uma vez que incorpora as estruturas algébricas por exemplo, na utilização das matrizes para a resolução de sistemas lineares e ainda pela exposição dos conceitos de dependência e independência linear, fundamentais para o estudo da álgebra linear.

## CONCLUSÃO

Foram descobertos traços sutis de uma cultura de ensino de Geometria Analítica que foram revelados com ajuda de importantes depoimentos e materiais diversos de ensino e de aprendizagem da disciplina.

As apostilas produzidas pelo professor da UFJF, Hélio Siqueira Silveira, tiveram um considerável papel na estabilização da disciplina Geometria Analítica.

A organização da apostila fruto de muita dedicação e esforço, resulta em um material de excelente qualidade. Torna-se extremamente útil para muitos professores conduzirem suas aulas e para muitos alunos direcionarem seus estudos.



Os depoimentos são fontes valiosas que reforçam e realçam a influência dos textos do professor Hélio, principalmente no início do curso, o que contribui para a estruturação da disciplina Geometria Analítica na UFJF.

Observa-se que a apostila da UFMG apresenta algumas semelhanças com relação a apostila do professor Hélio. Tanto o conteúdo apresentado, a produção e o papel que elas exercem no ensino de Geometria Analítica, localmente mostram algumas aproximações.

## REFERÊNCIAS

BLOCH, M. **Apologia da História ou o ofício de historiador**. São Paulo: Jorge Zahar, 2001.

CHERVEL, A. **A História das disciplinas escolares: reflexões sobre um campo de pesquisa**. In: Teoria e Educação. Porto Alegre: Pannonica, 1990. n2, p.117-229.

CHOPPIN, A. **História dos livros e das edições didáticas: sobre o estado da arte**. Educação e Pesquisa, São Paulo, v.30, n.3, p. 549-566, set./dez. 2004

OLIVEIRA, M. C. A. **O que pesquisas históricas sobre disciplinas de cursos de licenciatura em Matemática brasileiros revelam sobre essa formação?** Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática, v. 6, p. 144-165, 2013.

SOARES, S. R. **Um estudo histórico do ensino de geometria analítica no curso de matemática da UFJF nas décadas de 1960 e 1970**. Dissertação (Mestrado), UFJF, Juiz de Fora, 2013.

# O TEODOLITO COMO FERRAMENTA DE ENSINO NA APRENDIZAGEM DOS CONCEITOS BÁSICOS DE TRIGONOMETRIA

Flávia Timboiba do Nascimento<sup>1</sup>  
Beatriz Oliveira dos Santos<sup>2</sup>, Patrícia Corrêa Santos<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Universidade do Estado da Bahia/Campus X, timboiba.flavia@gmail.com

<sup>2</sup>Universidade do Estado da Bahia/ Campus X, belindasalles@hotmail.com

<sup>3</sup>Instituto Federal Baiano/ Teixeira de Freitas, pro.patricia@hotmail.com

## Resumo

O presente artigo constituiu-se da análise do desenvolvimento de uma atividade realizada em sala de aula, a partir do Programa Institucional de Bolsistas de Iniciação à Docência - PIBID, com o subprojeto “Matemática e suas conexões: uma intervenção a partir da inserção de discentes pibidiano em ambiente escolar” da Universidade do Estado da Bahia - UNEB/*Campus X*, em parceria com o Instituto Federal Baiano – IF BAIANO, *Campus* de Teixeira de Freitas. O estudo dessa experiência vem a proporcionar fatos relevantes às discussões a cerca de metodologias para o ensino de Matemática na área da Educação Matemática. Para tanto, é apresentada além da metodologia utilizada, experiências vivenciadas durante o processo de ensino-aprendizagem de conceitos básicos de Trigonometria, desde a confecção da ferramenta pedagógica adotada, o Teodolito, até o momento de sua aplicação. O trabalho foi desenvolvido em caráter de oficina com alunos do 2º ano do curso técnico em Agropecuária que concluíram as atividades em duas etapas. A primeira etapa consistiu-se em discutir aspectos relevantes da trigonometria e a segunda, direcionou as atenções para um viés prático e experimental a partir da construção e utilização do Teodolito. Nas leituras dos Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio de Matemática (PCN's), os bolsistas encontraram motivação necessária para o desenvolvimento dessa estratégia de ensino, uma vez que, tal estratégia, segundo estudiosos, pode ajudar o aluno a compreender melhor os conceitos Matemáticos envolvidos, além de instigar o discente na realização de possíveis conexões com outras áreas do saber e com seu cotidiano.

**Palavras-chave:** Matemática; Metodologia de ensino; Ferramenta Pedagógica; Teodolito.

## INTRODUÇÃO

O Programa Institucional de Bolsistas de Iniciação à Docência - PIBID, proporciona aos Bolsistas Discentes (IDs) envolvidos com o programa, vivenciar diversas situações presentes no ambiente escolar: a prática em sala de aula, interação professor-aluno, planejamento e participação em projetos propostos pela escola, as quais somam com suas experiências como docente. O estágio proporcionado pelo currículo do curso de licenciatura dispõe de um curto período disposto entre momentos de observação, regência no ensino fundamental, regência ensino médio e intervenção. Durante esse período, segundo discentes do curso, não há como acompanhar as aulas durante o ano letivo nem os diversos conteúdos abordados pelo professor regente por ser estágio semestral. Sobre essa questão, Lüdke e Cruz opinam,

*Nossos cursos de formação de professores têm sofrido as consequências de um defeito congênito de sua constituição: a separação entre teoria e prática no esforço de formação, colocando, em geral, em posição precedente a teoria, vindo a prática sempre depois, por meio de estágios de duração insuficiente e, sobretudo, de concepção precária. (LUDKE, CRUZ, 2005, p. 85)*

No início do subprojeto investigado, os IDs foram inseridos no ambiente escolar ao serem convidados a participar da semana pedagógica anual, dos eventos da escola, a contribuir com a formação prática do aluno da instituição (curso técnico) e desenvolver projetos para o ensino de Matemática. Segundo os IDs envolvidos, esses fatores tornam essenciais para a formação deste, pois possibilita o primeiro contato com a docência, muitas vezes antecipando ações previstas no estágio supervisionado, desafiando a refletir sobre paradigmas à partir da experimentação de diversas metodologias trabalhadas nos projetos de intervenção, seja nas aulas com o acompanhamento do professor, seja nas aulas de apoio ministradas pelos próprios IDs.

Durante atuação como monitores no Instituto Federal Baiano em Teixeira de Freitas, os IDs identificaram a existência de certa dificuldade apresentada pelos alunos do 2º ano do curso Técnico em Agropecuária, ao terem que abstrair demonstrações e definições de trigonometria durante as aulas de Matemática. Esse fato evidenciou que entre os alunos e o conteúdo trabalhado existia uma distância preocupante. A partir dessa problemática, os IDs procuram trabalhar com auxílio do concreto, o mesmo conteúdo durante os momentos de apoio ao aluno, o que possibilitou abordar o assunto a partir de realidade desse aluno, facilitando assim a compreensão dos conceitos básicos da trigonometria.

Buscando explicar e entender a Matemática no contexto cultural próprio do aluno, utilizou-se o Teodolito como ferramenta principal de ensino da trigonometria, essa ferramenta de ensino proporcionou aos alunos a compreensão da trigonometria no triângulo retângulo através do Teorema de Pitágoras e outros teoremas.

Os conceitos matemáticos podem ser explicados em diversas áreas, sendo uma delas a Agropecuária. Na grade do curso Técnico em Agropecuária, é contemplada a disciplina Topografia - ciência que estuda a representação detalhada de um trecho de terra, considerada plana – durante o estudo dessa disciplina, os alunos utilizam os conhecimentos Trigonométricos. A aplicação de trigonometria se estende a outros campos da Matemática, como Análise, campos da atividade humana como a Eletricidade, a Mecânica, a Acústica, a Música, a Topografia, a Engenharia Civil, etc. Esse fato torna o Teodolito uma ferramenta essencial para execução de atividades técnicas, por ser um instrumento óptico de medição de ângulos vertical e horizontal que proporciona a compreensão da trigonometria com o auxílio do triângulo retângulo, o que possibilita criar um elo entre o ensino da trigonometria e a realidade do aluno.

Uma das indagações dos alunos das escolas é exatamente onde pode ser aplicada a Matemática vista em sala de aula. Fazer com que esses alunos compreendam a disciplina e contextualizem essa matemática abstrata, é constituído como um desafio para o professor de Matemática. Considerando a hipotética, é traçado como objetivo deste estudo, apresentar considerações que possam auxiliar discussões da área de Educação Matemática a cerca da utilização de ferramentas pedagógicas como facilitadoras do ensino e aprendizagem de Matemática.

A fim de investigar como a ferramenta de ensino escolhida auxilia o ensino-aprendizagem de Matemática, foi feita uma análise qualitativa de forma descritiva, onde se observou como essa ferramenta contribui com o processo de aprendizagem do aluno.

O mecanismo utilizado para essa análise foi o diário de campo, Ludke e André (1986) indicam que ao começar um registro seja indicado o dia, a hora, o local da observação e o tempo de duração, e, após anotações, seja deixado um espaço para posteriores comentários e reflexões. Esse método facilitou a constituição do que foi inicialmente proposto, através das anotações, concluímos que o uso do concreto durante as aulas de Matemática, interfere de forma positiva no processo ensino-aprendizagem da mesma.

## **O CONCRETO E A APRENDIZAGEM DE MATEMÁTICA**

Após a explanação do conteúdo referente à Trigonometria no triângulo retângulo, os IDs sugeriram ao professor regente, que fosse utilizado por eles, o Teodolito durante as aulas de apoio ao aluno. A justificativa desse momento é dada ao traçar como objetivo, oportunizar ao aluno interpretar e associar os conceitos matemáticos vistos durante as aulas, com a realidade do seu curso.

*Ao abordar conteúdos matemáticos, é importante que os alunos os compreendam não apenas de forma abstrata, mas também de forma que possam associar ao mundo em que está inserido. Possibilitando aprender de forma significativa e construindo uma base sólida nesse momento de aprendizagem, o qual utilizará por toda sua vida escolar. Nesse sentido é ressaltada a importância da contextualização da matemática com o cotidiano do aluno. O caráter abstrato dos estudos matemáticos surpreende os principiantes nos primeiros contatos com o mundo de ideias e representações, desprovidas das particularidades das coisas materiais. Apesar de a matemática ser utilizada e estar presente na vida diária, exceto para quem já compartilha desse saber, as ideias e os procedimentos matemáticos parecem muito diferentes dos utilizados na experiência prática ou na vida diária. (MICOTTI, 1999, p.162)*

Desse modo, é percebido o quanto a Matemática da sala de aula está distante da realidade do aluno, mesmo que esteja ligada ao seu cotidiano, para ele, parece haver uma grande diferença entre a matemática do dia-a-dia e a escolar. Esse fato destaca a importância da matemática escolar está próxima da realidade do aluno. Os PCN's de Matemática evidenciam a necessidade de trabalhar com situação-cotidiana no ensino.

*Aprender Matemática de uma forma contextualizada, integrada e relacionada a outros conhecimentos traz em si o desenvolvimento de competências e habilidades que são essencialmente formadoras, à medida que instrumentalizam e estruturam o pensamento do aluno, capacitando-o para compreender e interpretar situações para se apropriar de linguagens específicas, argumentar, analisar e avaliar, tirar conclusões próprias, tomar decisões, generalizar e para muitas outras ações necessárias à sua formação. (BRASIL, 2000, p. 111)*

De acordo com Freire, “ensinar não é transferir conhecimento, mas criar as possibilidades para a sua produção ou a sua construção” (FREIRE, 1996, p. 25). Nesse sentido, o ensino deve ter um caráter problematizador, buscando estimular questionamentos, hipóteses, curiosidade opinião. Assim o aluno desenvolve relações de reflexão por meio de experiências concretas.

O professor deve transmitir o conhecimento buscando proporcionar ao discente compreensão do que foi exposto e para que o mesmo tenha um novo olhar, abrir

oportunidades dos alunos construir seu conhecimento de forma prazerosa, respeitando os conhecimentos prévios. Lorenzato afirma que:

*Em termos de prática pedagógica, as crianças devem realizar inúmeras experiências ora com o próprio corpo, ora com objetos e ora com imagens; para favorecer o desenvolvimento do senso espacial das crianças é preciso oferecer situações onde elas visualizem, comparem e desenhem formas: é o momento do dobrar, recortar, moldar, deformar, montar, fazer sombras, decompor, esticar... Para, em seguida, relatar e desenhar, é uma etapa que pode parecer mero passatempo, porém é de fundamental importância. (1995, p. 8)*

Para a aplicação de recursos metodológicos, é necessário conhecimento para o manuseio do instrumento assim como conhecimento metodológico e específico do professor, ou seja, necessitam de planejamento para que o projeto tenha êxito na sua aplicação, pois se não há planejamento a aula se torna inerte, sem nenhuma evolução. Lorenzato nos alerta nesse sentido, da utilização didático-metodológico:

*[...] mais importante do que ter acesso aos materiais é saber utilizá-los corretamente [...] Afinal, o material deve estar, sempre que necessário presente no estudo didático-metodológico de cada assunto do programa de metodologia ou didática do ensino de matemática, pois conteúdo e seu ensino devem ser planejados e ensinados de modo simultâneo e integrado. (2006, p. 10)*

O planejamento para utilização de materiais concretos deve ser acompanhado de ensino teórico, possibilitando aos alunos, relacionarem a teoria com a prática. "A realização em si de atividades manipuláveis ou visuais não garantem a aprendizagem" (LORENZATO, 2006, p. 21). Para que esta efetivamente aconteça, faz-se necessário também de atividades mentais, por parte do aluno. Segundo os PCN's, o que deve ser assegurado são as aplicações da trigonometria na resolução de problemas que envolvem medições, em especial o cálculo de distâncias inacessíveis e para construir modelos que correspondem a fenômenos periódicos.

Sendo assim, a utilização de situações-problema durante o processo ensino-aprendizagem, é essencial, pois estimula o aluno a pensar, analisar, argumentar e desenvolver de diversos meios para resolução do problema proposto.

*A Resolução de Problemas é um método eficaz para desenvolver o raciocínio e para motivar os alunos para o estudo da Matemática. O processo ensino e aprendizagem pode ser desenvolvido através de desafios, problemas interessantes que possam ser explorados e não apenas resolvidos" (LUPINACCI; BOTIN, 2004 p. 1).*

Nessa perspectiva, vale ressaltar que a resolução de problemas possui características fundamentais para o ensino, sendo relevante, a importância da utilização dessa metodologia nesse processo.

*É, pois, fundamental que o estudo da Matemática seja calcado em situações problema que possibilitem a participação ativa na construção do conhecimento matemático. O aluno desenvolve seu raciocínio participando de atividades, agindo e refletindo sobre a realidade que o cerca, fazendo uso das informações de que dispõe. Se quisermos melhorar o presente estado de conhecimento, devemos nos questionar sobre como pode, de fato o nosso aluno desenvolver o pensamento crítico ou raciocínio lógico' (SMOLE e CENTURIÓN, 1992, p.9).*

O material não deve ser um instrumento apenas visual e palpável, como um mero exemplo, mas se faz necessário que seja uma ferramenta onde o aluno seja capaz de explorar e de resolver situações problemas e promover melhor interação da turma, bem como, desenvolver a iniciativa, interesse, curiosidade, capacidade de análise e reflexão dos conceitos.

## **METODOLOGIA DA ATIVIDADE**

O projeto idealizado utilizou uma metodologia qualitativa e exploratória, baseada no cenário pedagógico, proporcionando um trabalho diferenciado, saindo do tradicional. Para a execução, foram utilizados materiais visuais e manipuláveis que envolviam o teórico e o prático. Nesse sentido, a metodologia adotada se dispôs da seguinte forma: aulas teóricas e aula expositiva com o instrumento Teodolito. Os materiais foram confeccionados pelos monitores para que assim, fosse estudado e planejado a abordagem do material antes da sua utilização junto ao aluno. Para a confecção do Teodolito, utilizaram:

- uma tampa de madeira;
- um transferidor de 360°;
- cópia da imagem de um transferido 360°;
- um parafuso ;
- dois bico de caneta ;
- um canudo;
- cola;
- um círculo de papelão;

No primeiro encontro, sondaram quais dificuldades em relação à trigonometria no triângulo retângulo, os alunos apresentavam. Através de situações-problema e exercícios dos livros adotados pelo professor regente, os alunos tiveram auxílio para a resolução dos problemas propostos. Na segunda etapa, os alunos foram divididos em grupos compostos por quatro pessoas. Inicialmente os IDs explicaram como usar o Teodolito e depois apresentaram o roteiro das atividades. Após instruções, os alunos foram orientados a irem ao campo onde pudessem escolher qualquer objeto de estudo, porém, devido a chuva foram encaminhados para o galpão onde a atividade se resumiu em encontrar a altura da coluna de concreto da estrutura do mesmo.

Com isso, a atividade decorreu das seguintes etapas: medir o comprimento do segmento que iniciava no pé e finalizava nos olhos do observador e medir a distância entre o observador e o objeto adotado para estudo. Em seguida, posicionaram o teodolito de maneira que pudessem encontrar o topo do objeto pelo orifício do canudo do teodolito. Enquanto isso, outro componente do grupo anotava as medidas obtidas, e por fim utilizaram uma das relações trigonométrica para encontrar a altura do objeto proposto. Após atividades, responderam a um questionário de avaliação do projeto. Essa experiência se caracterizou como uma atividade de campo em que proporcionou aos alunos, colocar em prática os conhecimentos adquiridos durante as aulas de Matemática.

**Figura 1: Instruções do manuseio do Teodolito**



Fonte – Dados da pesquisa (09/07/2014)

**Figura 3: Divisão de tarefas**



Fonte – Dados da pesquisa (09/07/2014)

**Figura 3: Medindo a distância do observador ao objeto**



Fonte – Dados da pesquisa (09/07/2014)

**Figura 4: Altura do abservador**



Fonte – Dados da pesquisa (09/07/2014)

**Figura 5: Posicionando o Teodolito**



Fonte – Dados da pesquisa (09/07/2014)

**Figura 2: Discursão resolução do problema**





## CONSIDERAÇÕES FINAIS

Quanto ao que foi proposto pelos IDs, os alunos apresentaram bastante interesse pelo método utilizado, o entusiasmo que faltava durante as aulas tradicionais, foi destacado a cada tarefa realizada. Sobre o conteúdo explorado, os alunos tiveram um bom desempenho nas avaliações propostas pelo professor de Matemática, comprovando que a utilização de ferramentas metodológicas de matemática durante o seu ensino, auxilia a inserção da matemática no mundo real, ultrapassando limites impostos pelo o livro didático e alcançando conceitos através de situações cotidianas.

Ao analisar o desenvolvimento da atividade proposta pelos IDs, notou-se que o uso do concreto durante o processo de ensino-aprendizagem de Matemática é de fato um ambiente de aprendizagem que contribui para interações com o cotidiano. Além disso, propicia a ampliação do repertório dos alunos em relação aos conhecimentos técnicos do curso e conhecimentos matemáticos.

Por fim, esta investigação permitiu compreender como alunos de um curso técnico em Agropecuária relacionam conhecimentos matemáticos com situações que envolvem materiais de uso técnico do curso e que essa é uma maneira válida para que os alunos compreendam a Matemática de forma contextualizada e prática.

## REFERÊNCIAS

BRASIL, Ministério da Educação. Parâmetros Curriculares Nacionais: Ensino Médio. Brasília: Secretaria de Educação Média e Tecnológica, p. 44, 2000.

FREIRE, Paulo. Pedagogia da Autonomia: Saberes Necessários à Prática educativa. São Paulo: Paz e Terra, p.12, 1996.

LORENZATO, Sergio. (org). O laboratório de ensino de matemática na formação de professores. Campinas, SP: Autores Associados, p. 10, 2006.

LORENZATO, S. Por que não ensinar Geometria. Revista da Sociedade Brasileira de Educação Matemática, Blumenau, n. 4, p. 8 , jan./jun. 1995.

LÜDKE, Menga & CRUZ, G. B. Aproximando universidade e escola de educação básica pela pesquisa. Cadernos de Pesquisa, vol.35, n.125, p.85, maio/ago, 2005.

LUDKE, H. A.; ANDRÉ, M. E. D. Pesquisa em educação: abordagens qualitativas. São Paulo: EPU, 1986.

LUPINACCI, M. L. V. e BOTIN, M. L. M. Resolução de problemas no ensino de matemática. Anais do VIII Encontro Nacional de Educação Matemática, Recife, p. 1–5.

MICOTTI, M. C. O. O ensino e as propostas pedagógicas. In: BICUDO, Maria Aparecida Viggiani. Pesquisa em educação matemática: concepções e perspectivas. São Paulo: UNESP, 1999, p.153-167.

SMOLE, Kátia C.S. e CENTURIÓN, Marilia. A matemática de jornais e revistas. RPM n.º 20, 1.º p. 09 quadrimestre de 1992.

## ANEXOS



**MATEMÁTICA**  
Licenciatura



**Instituto Federal Baiano – IF Baiano**  
**PIBID/UNEB – Matemática**

**Componentes:** \_\_\_\_\_

## ORIENTAÇÕES

- 1) Divide-se em grupos
- 2) Medir a altura do observador
- 3) Medir a distância entre o observador e o objeto
- 4) Posicionar o instrumento (Teodolito caseiro) na direção do objeto, no qual possa haver a possibilidade de encontrar o topo do objeto pelo orifício do canudo.
- 5) O outro componente do grupo deve anotar o ângulo obtido.
- 6) Utilizar uma das relações trigonométricas para encontrar a altura do objeto.

| VALORES                              | DADOS |
|--------------------------------------|-------|
| Altura do observador ( $a$ )         |       |
| Ângulo medido ( $\theta$ )           |       |
| Ângulo obtido ( $\beta$ )            |       |
| Distância do observador até o objeto |       |
| Tg ( $\beta$ )                       |       |

- 1) Calcule a altura do objeto proposto utilizando as relações trigonométricas.

- 2) Qual a medida da altura?

3) A atividade proposta ajudou na melhor compreensão das relações trigonométricas?

---

---

---

---

---

---

---

---

### RASCUNHO



# TÁBUA TRIGONOMÉTRICA

|     | seno    | coseno  | tangente |
|-----|---------|---------|----------|
| 1°  | 0.01745 | 0.99985 | 0.01746  |
| 2°  | 0.0349  | 0.99939 | 0.03492  |
| 3°  | 0.05234 | 0.99863 | 0.05241  |
| 4°  | 0.06976 | 0.99756 | 0.06993  |
| 5°  | 0.08716 | 0.9962  | 0.08749  |
| 6°  | 0.10453 | 0.99452 | 0.1051   |
| 7°  | 0.12187 | 0.99255 | 0.12279  |
| 8°  | 0.13917 | 0.99027 | 0.14054  |
| 9°  | 0.15643 | 0.98769 | 0.15838  |
| 10° | 0.17365 | 0.98481 | 0.17633  |
| 11° | 0.19081 | 0.98163 | 0.19438  |
| 12° | 0.20791 | 0.97815 | 0.21256  |
| 13° | 0.22495 | 0.97437 | 0.23087  |
| 14° | 0.24192 | 0.9703  | 0.24933  |
| 15° | 0.25882 | 0.96593 | 0.26795  |
| 16° | 0.27564 | 0.96126 | 0.28675  |
| 17° | 0.29237 | 0.95631 | 0.30573  |
| 18° | 0.30902 | 0.95106 | 0.32492  |
| 19° | 0.32557 | 0.94552 | 0.34433  |
| 20° | 0.34202 | 0.93969 | 0.36397  |
| 21° | 0.35837 | 0.93358 | 0.38386  |
| 22° | 0.37461 | 0.92718 | 0.40403  |
| 23° | 0.39073 | 0.92051 | 0.42448  |
| 24° | 0.40674 | 0.91355 | 0.44523  |
| 25° | 0.42262 | 0.90631 | 0.46631  |
| 26° | 0.43837 | 0.89879 | 0.48773  |
| 27° | 0.45399 | 0.89101 | 0.50953  |
| 28° | 0.46947 | 0.88295 | 0.53171  |
| 29° | 0.48481 | 0.87462 | 0.55431  |

|     | seno    | coseno  | tangente |
|-----|---------|---------|----------|
| 30° | 0.5     | 0.86603 | 0.57735  |
| 31° | 0.51504 | 0.85717 | 0.60086  |
| 32° | 0.52992 | 0.84805 | 0.62487  |
| 33° | 0.54464 | 0.83867 | 0.64941  |
| 34° | 0.55919 | 0.82904 | 0.67451  |
| 35° | 0.57358 | 0.81915 | 0.70021  |
| 36° | 0.58779 | 0.80902 | 0.72654  |
| 37° | 0.60182 | 0.79864 | 0.75355  |
| 38° | 0.61566 | 0.78801 | 0.78129  |
| 39° | 0.62932 | 0.77715 | 0.80978  |
| 40° | 0.64279 | 0.76604 | 0.8391   |
| 41° | 0.65606 | 0.75471 | 0.86929  |
| 42° | 0.66913 | 0.74315 | 0.9004   |
| 43° | 0.682   | 0.73135 | 0.93252  |
| 44° | 0.69466 | 0.71934 | 0.96569  |
| 45° | 0.70711 | 0.70711 | 1        |
| 46° | 0.71934 | 0.69466 | 1.03553  |
| 47° | 0.73135 | 0.682   | 1.07237  |
| 48° | 0.74315 | 0.66913 | 1.11061  |
| 49° | 0.75471 | 0.65606 | 1.15037  |
| 50° | 0.76604 | 0.64279 | 1.19173  |
| 51° | 0.77715 | 0.62932 | 1.2349   |
| 52° | 0.78801 | 0.61566 | 1.27994  |
| 53° | 0.79864 | 0.60182 | 1.32705  |
| 54° | 0.80902 | 0.58779 | 1.37638  |
| 55° | 0.81915 | 0.57358 | 1.42815  |
| 56° | 0.82904 | 0.55919 | 1.48256  |
| 57° | 0.83867 | 0.54464 | 1.53987  |
| 58° | 0.84805 | 0.52992 | 1.60034  |
| 59° | 0.85717 | 0.51504 | 1.66428  |

|     | seno    | coseno  | tangente |
|-----|---------|---------|----------|
| 60° | 0.86603 | 0.5     | 1.73205  |
| 61° | 0.87462 | 0.48481 | 1.80405  |
| 62° | 0.88295 | 0.46947 | 1.88073  |
| 63° | 0.89101 | 0.45399 | 1.96261  |
| 64° | 0.89879 | 0.43837 | 2.0503   |
| 65° | 0.90631 | 0.42262 | 2.14451  |
| 66° | 0.91355 | 0.40674 | 2.24604  |
| 67° | 0.92051 | 0.39073 | 2.35585  |
| 68° | 0.92718 | 0.37461 | 2.47509  |
| 69° | 0.93358 | 0.35837 | 2.60509  |
| 70° | 0.93969 | 0.34202 | 2.74748  |
| 71° | 0.94552 | 0.32557 | 2.90421  |
| 72° | 0.95106 | 0.30902 | 3.07768  |
| 73° | 0.95631 | 0.29237 | 3.27085  |
| 74° | 0.96126 | 0.27564 | 3.48741  |
| 75° | 0.96593 | 0.25882 | 3.73205  |
| 76° | 0.9703  | 0.24192 | 4.01078  |
| 77° | 0.97437 | 0.22495 | 4.33148  |
| 78° | 0.97815 | 0.20791 | 4.70463  |
| 79° | 0.98163 | 0.19081 | 5.14455  |
| 80° | 0.98481 | 0.17365 | 5.67128  |
| 81° | 0.98769 | 0.15643 | 6.31375  |
| 82° | 0.99027 | 0.13917 | 7.11537  |
| 83° | 0.99255 | 0.12187 | 8.14435  |
| 84° | 0.99452 | 0.10453 | 9.51436  |
| 85° | 0.9962  | 0.08716 | 11.4301  |
| 86° | 0.99756 | 0.06976 | 14.3007  |
| 87° | 0.99863 | 0.05234 | 19.0811  |
| 88° | 0.99939 | 0.0349  | 28.6363  |
| 89° | 0.99985 | 0.01745 | 57.29    |

# O TORNAR-SE DOCENTE EM MEIO A UMA OFICINA DE MATEMÁTICA

**1 Débora Rodrigues Caputo, 2 Geovar Miguel dos Santos , 3 Margareth Aparecida Sacramento Rotondo**

1Universidade Federal de Juiz de Fora/Matemática, [dercaputo@yahoo.com.br](mailto:dercaputo@yahoo.com.br)

2 Universidade Federal do Rio Grande do Norte/CERES-DEDUC, [geovar17@gmail.com](mailto:geovar17@gmail.com)

3 Universidade Federal de Juiz de Fora/Matemática/Educação,NEC, [margarethrotundo@gmail.com](mailto:margarethrotundo@gmail.com)

## Resumo

Em meio a uma pesquisa intitulada: “*Formação de professores que ensinam matemática: produção do conhecimento matemático através do dispositivo-oficina e seus efeitos no ensino e na aprendizagem da matemática na escola*”, se deu esta produção. Tecido por graduandos inquietos com suas formações, este artigo traz uma problematização sobre o tornar-se docente em meio a uma das etapas da pesquisa que se deu através de um curso de extensão oferecido a professores e professoras de uma escola municipal de Juiz de Fora-MG. Tal curso trabalhava com diversas abordagens didático-metodológicas através do dispositivo oficina que tinha como disparador a matemática. Apresentaremos uma das várias oficinas realizadas, a intitulada: “Geometria” e teceremos problematizações junto as nossas inquietações sobre a formação docente. Traremos os conceitos: cognição inventiva, experiência e aprendizagem, junto a tais problematizações potencializando o tornar-se docente.

**Palavras-chave:** Formação; Educação; Matemática.

## Introdução

O presente artigo dá voz a um graduando em Pedagogia em Mobilidade Acadêmica na Universidade Federal de Juiz de Fora e uma graduanda em Matemática da Universidade Federal de Juiz de Fora, ambos licenciandos. Entre inquietações e perturbações o tornar-se docente é tecido em meio a uma pesquisa intitulada: “*Formação de professores que ensinam matemática: produção do conhecimento matemático através do dispositivo-oficina e seus efeitos no ensino e na aprendizagem da matemática na escola*”.

Uma das etapas desta pesquisa foi um curso de extensão oferecido a professores e professoras de uma escola municipal de Juiz de Fora, no ano de 2014, intitulado: “*Oficinas de produção matemática: o fazer docente junto a abordagens didático-metodológicas*.”.

Essas oficinas foram problematizadas pela equipe, que também participou deste curso de extensão, composta por graduandos em pedagogia e matemática, mestranda em educação, uma professora da escola e a coordenadora. Tais componentes se reúnem semanalmente em um Grupo de Estudos e Trabalho no qual se discutiu e se discutem as concepções de educação e de matemática, o conceito de formação, abordagens didático-metodológicas, entre outras temáticas pertinentes à Educação Matemática.

Partindo da composição das oficinas, em especial a denominada “Geometria”, nos propomos a pensar em: a oficina de Matemática junto a formação do educador. Para isso, relataremos os acontecimentos desta oficina e teceremos uma problematização do torna-se docente.

Traremos os conceitos: cognição inventiva, experiência e aprendizagem, junto a tais problematizações potencializando o processo de formação.

## **As oficinas**

As oficinas eram dispositivos que consistiam “*em oferecer um território, propor atividades e acompanhar processos*” (KASTRUP, 2008, p.189). Elas trabalhavam com diversas abordagens didático-metodológicas e tinham “*o intuito de disparar novos modos de conceber a matemática*” (ROTONDO, 2014, p. 1). No dispositivo-oficina eram trabalhadas atividades matemáticas, trazendo conteúdos das séries iniciais como disparador para a produção de si e de mundo e também de matemática, com intuito de problematizar a formação docente e de abrir possibilidades de pensar além da própria matemática. As oficinas estimulavam a criação, a invenção. Foram pensadas em concordância com as oficinas encontradas em KASTRUP:

*A proposta da oficina era acionar um processo de aprendizagem que visasse não só à adaptação a essa nova realidade, mas também à oferta de condições para uma aprendizagem inventiva, que mobilizasse processos criadores, tanto do ponto de vista da produção de objetos artísticos e utilitários quanto do ponto de vista da produção da subjetividade. (KASTRUP, 2008, p. 188)*

A aprendizagem está na processualidade do não saber ao saber, sendo assim ela não é a transmissão/obtenção do mesmo. Entendemos aqui que a aprendizagem é um processo que esta em um constante círculo de transformação.

Acreditamos ainda que a processualidade que dá condições para uma aprendizagem inventiva proporciona uma experimentação, uma invenção de si e do mundo, uma produção de subjetividade. A cognição vem a partir da invenção, “*...a invenção é sempre invenção do novo..*” , tem “*...o caráter de novidade e imprevisibilidade...*” (KASTRUP, 2005, p 1274). Nesta invenção o sujeito passa a ser um efeito, um resultado do processo de produção de subjetividade.

Segundo Kastrup(2005, p.1281-1282) “*na política de invenção, a aprendizagem inclui a experiência de problematização e a invenção de problemas*”. No caso das oficinas, a produção matemática, com a problematização da mesma, proporciona o aprendizado com a experiência. E nas inquietações das problematizações produzimos problemas.

A matemática, que é o nosso disparador, aciona modos do conhecer si, do conhecer mundo, ou seja, proporciona a produção de subjetividade, e também dispara modos do conhecer a matemática. O conhecer aqui é visto como processo e não como resultado final, isso seria o conhecimento. O modo do conhecer si, mundo e também matemática é visto como o processo de produzir os mesmos.

## **A oficina “Geometria”**

Nos ateremos neste escrito, a uma das oficinas, que recebeu o título de “Geometria”. Esta oficina é composta por três momentos, relataremos apenas dois deles: 1) vistas e perspectivas de sólidos geométricos feitos de caixinhas; 2) ampliação e redução de sólido geométrico.



1) **Vistas e perspectivas de sólidos geométricos** - Foi disponibilizado aos participantes, em um computador, quatro pastas. Cada uma com fotos de diferentes sólidos geométricos, feito de caixinhas de fósforos encapadas com papel. Em cada uma dessas pastas tinham as fotos de um mesmo sólido, tiradas de diferentes vistas e perspectivas (frontal, superior, inferior, diagonal e etc), como na figura 1. As pastas estavam organizadas da seguinte forma: Pasta 1 - imagens do sólido 1; pasta 2 - imagens do sólido 2, etc. A proposta foi que os participantes montassem os 4 sólidos com as caixinhas e depois fotografassem com a mesma vistas e perspectivas da foto original (do computador) como na figura 2. E também dissessem quantas caixinhas foram usadas em cada um dos quatro sólidos.

Figura 1: duas vistas fotografadas do Sólido 5, disponibilizadas aos participantes



Fonte: Arquivos da Pesquisa

Figura 2: registro do sólido 5, feito pelos participantes



Fonte: Arquivos da Pesquisa

2) **Ampliação e redução de sólido geométrico** - Foi entregue um paralelepípedo de arestas 4 cm, 2cm e 3cm, feito de cartolina. A proposta foi que os participantes confeccionassem outro paralelepípedo semelhante ao entregue a eles podendo ser ampliado ou reduzido. Para confecção foram disponibilizados cartolinas, régua, lápis, tesoura, borracha, etc.

Figura 3: sólido entregue aos participantes



]

Fonte: Arquivos da Pesquisa

Figura 4: sólido confeccionado pelos participantes



Fonte: Arquivos da Pesquisa



## Problematização da oficina: um pensar sobre o tornar-se docente

A atividade com caixinhas, que foi o primeiro momento da oficina, é uma proposta bastante utilizada nos anos iniciais, isso foi relatado por algumas professoras e professores presentes. Quase em todas as oficinas ocorria esse *link* com alguma atividade já realizada em sala de aula por elas e eles. Como efeito, a oficina parecia-nos que nelas e neles criavam um outro modo de ver e pensar em suas práticas docentes em relação a tal atividade.

Entre os vários comentários sobre as vistas e perspectivas, surge a voz de um bolsista graduando em artes. Enquanto nós e os professores e professoras só deslumbrávamos as vistas frontal, lateral e superior, ele nos informou que existia também a vista diagonal e que algumas fotos disponibilizadas no computador foram tiradas com vistas diagonal superior. Tomamos essa informação e passamos então a olhar e trabalhar com ela. Essa fala do bolsista foi muito interessante, pois ampliou nosso modo de lidar com aquelas vistas e perspectivas, abrindo outras possibilidades com a atividade. O bolsista não era um graduando da matemática e fez essa observação que nós *os da matemática* não fizemos. Ele também não era um participante das oficinas, apenas filmava e gravava, e ainda sim ele compôs com a mesma.

Nós, da equipe de pesquisa, imediatamente tomamos a informação como verdadeira e os participantes continuaram a realização do trabalho proposto na oficina. Será que se nós, *da matemática*, não tivéssemos aceitado essa informação os participantes a usariam como verdadeira apenas com a fala do bolsista graduando em artes? Será que somente nós, *os da matemática*, temos *poder* para validar uma afirmação quando se trata de matemática? Nas oficinas, em vários momentos, quando dúvidas surgiam entre eles e elas, parecia que a voz de um participante professor de matemática era sempre tomada como verdadeira sem muitos questionamentos. Os matemáticos parecem ter esse *poder*. Muitas vezes nós escutávamos os participantes nas oficinas falando: “*se ele (o professor de matemática) falou então tá certo*” e aí se perdia um pouco da problematização, da invenção e da experiência.

Essa repetição de uma atividade que já é conhecida pelos participantes pode proporcionar aprendizagem, pois a repetição pode acontecer de maneira diferente, “*...aprendizado ocorre por intermédio da repetição e do ritmo de um treino que se dá por meio de um conjunto de sessões consecutivas e regulares.*” (KASTRUP, 2005, p 1278). Essa repetição faz com que o aprendizado seja retomado, reinventado, reiterado, recomeçado “*...o aprendizado jamais é concluído e sempre abre para um novo aprendizado...não se fechando numa solução... precisando por isso ser sempre reativado*”(KASTRUP, 2005, p 1280). Como o aprendizado está na processualidade do não saber ao saber, ele é contínuo e permanente, ele não acaba no saber e quando é reativado através da repetição e do treino, ele entra no “*...movimento de reincidir, retornar, renovar, reinventar, reiterar, recomeçar*”(KASTRUP, 2005, p 1279). Nessa perspectiva a repetição acontece sempre de maneira diferente, nunca será uma repetição do mesmo, nunca será uma repetição mecânica de uma mesma coisa. Nesse movimento com a repetição, a experiência acontece, e a aprendizagem se faz enquanto processo formativo. Algo nos passa. Como já dissemos, as professoras e os professores criavam um outro modo de ver e pensar suas práticas docentes, isso significa que algo aconteceu, algo passou por elas e eles. “*A experiência é isso que me passa*” (LARROSA, 2011, p.

5) e ao passar “*deixa um vestígio, uma marca, um rastro, uma ferida*” (LARROSA, 2011, p. 8). Nesse algo que passa por elas e eles a formação docente entra em jogo.

No silêncio que corta as conversas paralelas da oficina “*Geometria*”, uma participante afirma que para “*para o trabalho com a geometria, é interessante começar com os sólidos...Eu aprendi que é muito mais fácil iniciar com os sólidos*”. Mas há uma sequência? Qual a melhor forma de iniciar algo? Pelo começo!?! E como alguém começa a aprender algo? Existe uma sequência?

Outro corte é feito, dessa vez, de encontro ao que se fala: “*acho que não tem uma sequência*”. E mais um corte: “*mas tem que ser uma aula bem preparada, bem planejada*”.

Um furo, um arrombamento da oficina, reverberações. Um corpo graduando em pedagogia se contorce: uma sequência, um planejamento, uma aula planejada. Isso é didática, isso é plano de aula. Objetivos, metodologia, sequência de passos, algoritmo, justificativa, avaliação, referências. O que é uma sequência? O que é um planejamento? O que é didática? Formação inicial acionada.

Outro corpo é acionado, dessa vez um corpo graduando em matemática ganha voz: *esse planejamento talvez seja uma preparação, um estudo*. Um dos modos desse planejamento pode ser uma preparação sem amarras que endureçam os corpos. Em uma aula necessita-se pensar nos conteúdos e conceitos desta e das próximas, não existindo uma única, verdadeira e absoluta sequência e modo de serem trabalhados. Aquela sequência, seja ela de conteúdo, didática ou metodológica atrelada a um plano de aula onde o processo tem um “único” objetivo, um único caminho, pode não dar espaço para a produção matemática, para uma aprendizagem inventiva. Preparar não é amarrar. Tal concepção, de deslumbrar várias sequências e vários modos de se trabalhar, implica em amarrar apenas conteúdos e não em endurecer corpos. Amarrar no sentido de existir coerência entre os conceitos matemáticos usados.

Nesse planejamento precisamos antecipar, ensaiar e habitar o território. Deslumbrar algo que pode vir a acontecer na aula, produzir possíveis problemas e se colocar na processualidade. A metodologia que defendemos é diferente daquela considerada como o conjunto de técnicas pré-estabelecidas a serem seguidas e aplicadas pelo educador. Acreditamos em uma metodologia que conta com o inesperado, o incerto. Afinal para que um conjunto de métodos e técnicas? Um plano de aula rígido e duro se nunca sabemos o que vai acontecer em uma oficina ou dentro de uma sala de aula? Como preparar para o encontro? ENSAIANDO!

Mas, antes de pensar em preparação, sequência, didática e etc., é interessante que o educador problematize suas concepções de matemática, de ensino, de aprendizado, de Educação, de didática, de avaliação, etc.

*Numa reflexão sobre o ensino da Matemática é de fundamental importância ao professor: ... ter clareza de suas próprias concepções sobre a Matemática, uma vez que a prática em sala de aula, as escolhas pedagógicas, a definição de objetivos e conteúdos de ensino e as formas de avaliação estão intimamente ligadas a essas concepções.(PCN, 1997, p. 29 )*

Quando temos clareza de algo? Clareza talvez não temos! Mas problematizações junto às concepções podemos produzir. E pode ser que nesse processo uma reverbere mais que a outra.

Problematizando tais concepções concebemos aquela que considera a matemática como produção humana, onde a matemática é “*vista como uma construção humana; estando sujeita, portanto, aos condicionantes humanos, quer psicológicos,*

*sociais, culturais, econômicos, políticos, ideológicos ou históricos.*” (ANASTACÍO e CLARETO, 2001, p. 9). Esta concepção proporciona a produção matemática, a aprendizagem inventiva, pois *“como a matemática é construção, o aluno é levado a construir as noções matemáticas.”* (ANASTACÍO e CLARETO, 2001, p. 10). Essa concepção é a que concebemos nas oficinas e a qual também pensamos para a sala de aula, assim entendemos que na processualidade há aprendizagem inventiva, que o tornar-se docente entra em movimento, é no movimento que o corpo se desestabiliza. É nessa desestabilidade, nessa saída da zona de conforto, que a produção de subjetividade acontece e assim a formação é acionada.

E voltando a oficina, ao segundo momento, a ampliação e redução de sólido. Nesta proposta os (as) participantes não pareciam muito familiarizados quando comparada ao momento um. Nos grupos, que foram compostos para a realização da atividade, muitos questionamentos e inquietações surgiram a respeito de como proceder. Uns falavam que não sabiam fazer e outros discutiam a respeito de quanto aumentariam em cada lado. Nesse começo da realização da proposta todos os grupos optaram por somar aos lados um determinado valor com o intuito de ampliar o sólido, usaram a soma. Apenas em um grupo utilizaram a multiplicação e a utilizaram trabalhando com o volume do sólido, mas logo em seguida procederam como os demais.

Uma das primeiras questões que foram colocadas pelos participantes deste grupo que utilizaram a multiplicação foi: *“Como se calcula o volume de um paralelepípedo? É simples, o Volume = Base x altura”*. Apesar de não verbalizar parece que ele se referiu a área da base. E o professor continua que *“para ampliar é só aumentar o volume. é só multiplicar por dois ai aumenta duas vezes, se multiplicar por três ai aumenta três vezes. Assim, ampliamos o sólido.”*

Como ampliar um paralelepípedo a partir do volume do mesmo? Dobrar o volume, por exemplo iria produzir um sólido ampliado (semelhante) ao sólido entregue a eles?

Desta maneira estaria ampliando? Assim, inventa-se um problema: *“estamos ampliando o sólido ou não?”*. Nesse momento a coordenadora chama a atenção do grupo para o fato de que pode-se ter dois sólidos com mesmo volume mas com dimensões distintas, por exemplo: um com dimensões 1cm, 1cm, e 12cm e outro com dimensões 2cm, 2cm e 3cm, ambos com volumes iguais a 12cm<sup>3</sup>. Eles discutem entre si e chegam a conclusão que procedendo daquela maneira não estariam produzindo um sólido semelhante e partem para outro modo de produzirem o sólido, usaram também a soma.

Um grupo então realiza a confecção procedendo da maneira citada anteriormente (utilizando a soma). E a coordenadora questiona se o sólido confeccionado se parece com o entregue a eles e alguns dizem que sim. Inventamos mais um problema: o que é ser parecido? Para a coordenadora parecido era ser semelhante, ou seja, era ter proporcionalidade entre os lados. Essa é a semelhança da matemática. Já para os que responderam sim, ser parecido, ser semelhante talvez não envolvesse o conceito de proporcionalidade: *“Os dois sólidos são parecidos sim, são compridinhos, olha”*

Ao operar com a matemática alguns conceitos precisam estar definidos, saber o que é semelhança (na matemática) era uma questão norteadora para o desempenho da atividade. É preciso realmente saber dos conceitos? Existe um outro modo de operar sem saber o conceito?

E a coordenadora então diz: *“mas queremos que seja proporcional”*. Inventamos outro problema: Uma coisa pode ser semelhante a outra sem que exista proporcionalidade entre elas? Esse conceito de semelhança onde deve haver

proporcionalidade existe apenas na matemática. Então parece que fora da matemática podemos ter coisas parecidas, semelhantes sem que sejam proporcionais.

Após a fala da coordenadora todos os grupos chegaram à conclusão que somar aos lados não garante a proporcionalidade e então os sólidos não seriam semelhantes na perspectiva da matemática.

Para ampliar não basta aumentar a mesma quantidade nos lados, pois ela não será semelhante, não existirá uma proporcionalidade. Então todos os grupos dobraram os valores dos lados para a confecção do sólido. Ensaíram! Professoras e professores habitaram o território. Deparam-se com o erro. E recomeçaram, e reinventaram.

E outras problematizações se deram: *“Dobrando os lados, vai caber quantas lá dentro?”*, *“Para ampliar o sólido, quanto de papel irei gastar?”*.

E mais problematizações acontecem, vozes se anunciam. Uma participante: *“...dobra todos os lados pra ampliar ou faz metade dos lados pra reduzir...”*, uma graduanda: *“...triplicar não dá, porque não caberia na cartolina...”*. ...

E outra voz participante surge: *“ai eu fico pensando, como trabalhar isso com o aluno, como fazer ele entender que pra funcionar tem que trabalhar com o dobro, com o triplo...”*. A coordenadora: *“Eu deixaria acontecer... é só vendo mesmo.”*, de volta a outra participante: *“e se ele não chega e desiste?”*. Essa é uma inquietação sempre presente nas oficinas: o *“como”* e o *“e se eles desistirem antes de chegar a alguma conclusão”*. As oficinas não tinham a intenção de passar uma receita, apesar disso, o *“como”* sempre aparecia. Aos poucos alguns participantes perderam esta ansiedade, que é muito normal de nós educadores.

Outra questão bem frequente é a preocupação em se o aluno vai conseguir desenvolver a atividade proposta ao invés de desistir. Novamente a voz coordenadora: *“é possível de acontecer, tem turma que não rola”*. E é assim mesmo, iremos viver constantemente com essas situações. Em contrapartida podemos nos deparar com surpresas relatadas por uma professora: *“tenho duas turmas de 5º ano, uma com alunos com dificuldade, muito fraca e outra com alunos que fizeram cursinho do colégio militar, padrão de fazer exercícios, de estudar,... Mas quando passo uma atividade pra pensar, pra trabalhar em cima daquilo, essa turma com dificuldade se envolve muito mais que a outra, é engraçado isso! Porque isso acontece? Acho que já estão muito confiantes, né!?”*. Essa fala pode nos mostra que a escola faz com que o aluno acostume com o modelo.

A escola acostuma o corpo a um certo modo, e com isso, pode induzi-lo a querer somente a repetição do mesmo. Provavelmente estes alunos que não se envolvem já estão tão acostumados ao modelo que, quando se deparam com o outro modo, não se interessam e aqueles que, se envolvem são os que resistiram e/ou não se adaptaram ao modelo. E como já dissemos, a repetição do mesmo não garante o aprendizado. Podemos proporcionar modos de repetição que não seja a repetição do mesmo e sim a que permita o corpo habitar o território, inventar com a atividade, problematizar. Nessa perspectiva o professor pode ser visto como um desestabilizador, que tem o papel de arrombar, de questionar para causar desconforto, de abalar, de perturbar e não o papel de informar. Com este papel o professor pode abrir espaço para a invenção e a experiência tanto dele quanto dos alunos. Procurando outros modos, outras vias, outras propostas com acertos, com erros, com frustração, com ansiedade e etc a formação também acontece.

Os relatos da oficina *“Geometria”* fazem colocar em xeque nossas concepções, nossas formações. As propostas de trabalho desenvolvidas junto aos participantes do curso de extensão são problematizadoras, tais como: *“isso dá para levar para a sala de aula dos alunos do segundo ano?”*. Educadores (as) ocupados(as) com sua prática em

sala de aula, graduandos(as) também se ocupam com sua futura prática. Futura? A prática do educador só começa no chão de sala de aula? Ser educador (a) se dá em qualquer tempo ou espaço. Tem um começo? Desde sempre!?

Uma oficina se faz problematização do ser docente. Nas oficinas, quem era educador (a) e quem era educando? Professores do chão de sala de aula? Professores com experiência de sala de aula? Doutora? Mestranda? Graduando (a)? Todos (as) eram educadores e todos (as) eram educandos (as), partilhando saberes, experiências, anseios, desejos, sonhos, sucessos e fracassos, compartilhando conhecimentos. Aprendizado que se dá em conjunto, aprendizado que se dá em comunhão com a troca com o outro. Formação de formação de educadores. Inicial ou continuada? Se inicial, tem fim? Se continuada, teve um fim e agora é processo? Formação de educadores, apenas! Não! Complexidade de formação! *“Complexidade do exercício da docência”*(SÁ in CLARETO et all, p.80, 2011).

Entre silêncios, falas, conversas, perguntas, falatórios. Entre explicações, entre ocupações, uma fala corta o silêncio, um professor na oficina de *“Geometria”* diz que *“eu entrei nesse curso muito ansioso, mas, agora minha ansiedade passou.. Estava com uma expectativa diferente do que está rolando, minha expectativa era a que esse curso fosse a solução dos meus problemas”*. Logo, pergunta-se, quantas vezes não colocamos a nossa expectativa em algo? Quantas vezes esperamos que um curso de formação de professores viesse com *receitas* prontas para serem aplicadas em sala de aula? Assim, um corpo já estava pronto, um corpo que espera resposta prontas estava com expectativas para um curso. Um corpo aberto ou fechado? Precisamos abrir o nosso corpo, fazer um corte, deixar outras concepções nos atravessar, isso é processo, é processo de formação. Isso deforma, e não conforma, isso põe em movimento, isso é movimento. Processo como movimento?

Assim, trazemos para os cursos de formação a nossa formação, o nosso corpo é petrificado. É tornado rocha, Mas que rocha? Uma rocha que também se transforma? E o tornar-se educador é, além de ser rocha, também é ser argila, desmoldado e moldado a todo instante. Argila em processo. Transformação. Desestabilização. Habitando territórios desterritorizados. Colocando-se na condição de educador e educando, habitando os dois, ao mesmo tempo. Educando-educador. Educador-educando.

Problematizar o torna-se docente se faz tônica, se faz problematização para graduandos e graduandas em licenciaturas envolvidos (as) em formação de formação de professores(as) que ensinam/ensinarão matemática. Implicados com a ideia de que *“dizem por aí que é no exercício da docência no dia a dia da escola que o professor constitui-se como docente”*(SÁ in CLARETO et all, p.79, 2011 ). Colocamos assim, em xeque a condição da formação inicial das licenciaturas, uma vez que, se crítica a *“insuficiência e ineficiência dos cursos de formação de professores (inicial e continuada) para dar conta da complexidade da prática docente”* (SÁ in CLARETO et all, 2011, p.79).

Pensamos então, uma formação em um curso de extensão que propõe encontros entre professores e professoras em processo inicial de formação e professores e professoras em processo continuado de formação, encontros esses poucos vivenciadas nas salas de aulas dos cursos de nível superior de licenciatura. Que formação se dá em um curso de formação inicial de professores (as)? Que formação se dá em um curso de formação continuada de professores (as)? Que formação se dá em um curso de formação de professores (as) que envolvem professores(as) com uma larga experiência do chão de sala de aula, mestranda, graduandos(as) e uma doutora? Afetações se dão, formações se dão. Relação entre teoria e prática de mãos dadas, compactuadas com os

relatos de dificuldades encontrados por aqueles e aquelas que fazem e ainda e irão fazer à escola.

As oficinas abrem um campo fértil para a “*experiência*” de LARROSA. Proporciona aos professores e professoras a oportunidade de inventar com a formação. Ajuda-os a formar ou transformar seus próprios pensamentos. Abre espaço para a produção de subjetividade.

A aprendizagem inventiva que acontece nas oficinas, tendo como disparador a matemática, possibilita professores e professoras a se inventarem. Usar a matemática como disparador é um modo de dar linguagem para outras forças que estão no movimento de formação.

As oficinas os colocam no movimento da inquietude, produzindo subjetividade, inventando si e mundo e também matemática. A formação, seja ela inicial ou continuada, acontece no movimento, na processualidade, na produção de subjetividade.

O que reverbera além da oficina continua sendo acontecimento da mesma. Esses efeitos dão movimento a formação, faz com que o ciclo de transformação se reinicie. O que reverbera pode causar incomodo, inquietação, perturbação e se reinicia o pensar, o problematizar, a produção de si e do mundo. Transformação! Educação é transformação!

## **Referências:**

Anastácio M.Q.A. e Clareto, S., **Concepções de Matemática e suas Incidências na Educação Matemática**. Simave/Faced/Caed. Boletim Pedagógico de Matemática. Juiz de Fora: UFJF, 2001.

BRASIL, **Parâmetros Curriculares Nacionais**, 1997.

CLARETO, Sônia Maria; ROTONDO, Margareth A. Sacramento; VEIGA, Ana Lygia Vieira Schil da; **Entre composições: formação, corpo e educação** – Juiz de Fora: Ed. UFJF, 2011.

KASTRUP. Virgínia. **Políticas cognitivas na formação do professor e o problema do Devir-Mestre**. Educ. Soc., Campinas, vol. 26, n. 93, p. 1273-1288, Set./Dez. 2005.

KASTRUP. Virgínia. **O Lado de Dentro da Experiência: Atenção a Si mesmo e Produção de Subjetividade numa Oficina de Cerâmica para Pessoas com Deficiência Visual Adquirida**. PSICOLOGIA CIÊNCIA E PROFISSÃO, 2008.

LARROSA, Jorge. **Experiência e alteridade em educação**. Revista Reflexão e Ação, Santa Cruz do Sul, v.19, n2, p.04-27, jul./dez. 2011.

ROTONDO. Margareth Aparecida Sacramento. **Formação de professores que ensinam matemática: produção do conhecimento matemático através do dispositivo-oficina e seus efeitos no ensino e na aprendizagem da matemática na escola**. Projeto de Pesquisa. Departamento de Matemática. Universidade Federal de Juiz de Fora. UFJF. Juiz de Fora. Ano: 2014.

# **O USO DAS PROPRIEDADES DO TRIÂNGULO DE PASCAL COMO ATIVIDADES INVESTIGATIVAS NO ENSINO DE ANÁLISE COMBINATÓRIA**

**Christiano Otávio de Rezende Sena<sup>1</sup>**

<sup>1</sup>Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais – CEFET-MG/ Coordenação de Matemática e Desenho Básico, christianosena@gmail.com

## **Resumo**

Esse artigo apresenta resultados de uma Pesquisa de Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática realizada com a elaboração, aplicação e análise de Atividades Investigativas relativas ao Triângulo de Pascal, suas propriedades e seus padrões. O objeto de estudo e investigação consistiram na análise da contribuição deste conteúdo para o ensino e aprendizagem de Análise Combinatória. As propriedades do Triângulo de Pascal podem ser interpretadas em situações-problema e serem justificadas tanto algebricamente como por argumentos combinatórios. Foram trabalhadas sete atividades na Pesquisa, mas neste artigo foi tratada apenas referente à Relação de Stifel. Os referenciais teóricos metodológicos que alicerçam essa investigação são a Resolução de Problemas, as Atividades Investigativas e Análises de Erros.

**Palavras-chave:** Análise Combinatória, Triângulo de Pascal, Resolução de Problemas, Atividades Investigativas, Análise de Erros.

## **A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS NO COTIDIANO E A SUA INSERÇÃO NO CONTEXTO ESCOLAR**

A aprendizagem do indivíduo em formular e resolver problemas começa na sua experiência escolar, no universo da sala de aula. Diante de alguns insucessos obtidos no passado, como a ênfase nas deduções, no rigor matemático e na linguagem formal que foram propostos à época do Movimento da Matemática Moderna, a resolução de problemas pode ser vista, atualmente, como uma nova experiência para diminuir as taxas de insucesso nas avaliações a respeito da aprendizagem, não somente em Matemática como nas demais áreas do conhecimento.

Entretanto, resolver problemas tem sido um grande desafio na escola. Na maior parte das situações se dá mais valor à forma que ao conteúdo. Toma-se um problema como referência, o professor apresenta uma solução para esse problema e em seguida o aluno repete o procedimento de maneira mecânica em outros problemas do mesmo tipo. Dessa forma, o aluno não desenvolve a estratégia de raciocínio para a resolução de um problema, ou seja, o aluno não aprende com significado de aprendizagem. E a consequência disso é que pouco tempo depois esse “conhecimento” se perde.

Considerar a prática educativa com a metodologia de Resolução de Problemas vai muito além de seguir uma receita mencionada no parágrafo anterior. Segundo D'Ambrosio (1997), o professor não pode circunscrever a sua prática a resolver ele mesmo os problemas, mas antes desenvolver um processo no qual haverá o questionamento e o consequente debate que será desenvolvido com a construção de um plano de ação. E o processo de construção de conhecimento dos alunos ocorre a partir das experiências pessoais por parte de cada indivíduo. Assim, sustentada por uma metodologia de aprendizagem por descoberta e não por repetição, o conteúdo não é apresentado aos alunos

de forma pronta, acabada, mas passam por um estágio de plena discussão, estabelecendo entre as partes (professor e alunos) uma relação dialógica.

Em seu livro “A arte de resolver Problemas”, Polya (1994) esclarece que os procedimentos repetitivos e mecânicos na resolução de um problema dificultam e até mesmo paralisam o processo de desenvolvimento intelectual dos alunos. O autor propõe um método, dividido em quatro etapas para a Resolução de Problemas, para que esses sejam desenvolvidos pelos alunos. Dessa forma, as quatro etapas citadas por Polya (1994) tem o objetivo de contribuir para o desenvolvimento no processo de resolução de um determinado problema. No decorrer das etapas, os alunos deverão fazer os questionamentos necessários para que haja uma organização do pensamento de uma maneira mais sistemática e eficiente.

Portanto, é nesse contexto de dúvidas e questionamentos, o qual também envolve pesquisa e estudo por novas ideias que torne possível uma melhor compreensão de como se podem estabelecer condições favoráveis para que os alunos aprendam Matemática de modo eficiente e verdadeiramente com significado, pesquisa-se para que o foco se volte para análises que apresentem a elaboração de uma reflexão sobre o sentido da Resolução de Problemas no contexto da prática escolar.

## **A INVESTIGAÇÃO NO ENSINO DE MATEMÁTICA**

A educação passa por um processo de profunda transformação, onde se pode constatar no número cada vez maior de pesquisas sobre ensino em todas as áreas do conhecimento e, particularmente, na Educação Matemática. A escola reflete de modo imediato essas transformações, na qual se percebe o crescente volume dos conteúdos nos currículos das disciplinas, o que de certa forma distancia cada vez mais o pensamento crítico e as experiências das práticas escolares, pois não há tempo e espaço suficientes para refletir ou vivenciar uma aquisição de conhecimento, pois este é rapidamente substituído por outro, as transformações são contínuas e há uma constante desatualização das informações.

Ensinar Matemática através de processos investigativos passa pela mudança de foco na prática escolar, fazendo com que a aula deixe de ser simplesmente uma transmissão de conteúdo. E, nessa mudança há consequências naturais como, por exemplo, a reflexão sobre as diferentes estratégias metodológicas que podem ser adotadas em determinadas situações. Assim, nessa proposta didática o professor participa e incentiva discussões, propõe novos questionamentos conduzindo o processo de ensino com maior dinamismo.

Um exemplo dessa situação pode ser visto nos *softwares* voltados à educação. Há vários programas gráficos, como Winplot, Geogebra, Mathlab, dentre outros, de Geometria dinâmica que possuem a grande facilidade de permitir a criação e movimentos de objetos na tela. Uma de suas várias ferramentas é o de apresentar o gráfico quando o aluno insere uma função. Segundo Borba e Villareal (2005), ressalta-se o apelo visual desses *softwares* de Geometria dinâmica proporcionando diferentes estratégias em complemento ao lápis e papel. É possível, por exemplo, analisar o comportamento de uma função variando seus parâmetros e, fazer uma comparação mais clara da relação entre o algébrico e o gráfico.

Assim, ampliam-se significativamente as possibilidades de investigação e de experimentação matemática oferecida por essas mídias, uma vez que tais possibilidades permitem aos alunos fazerem construções que se fossem feitas com régua e compasso, não haveria a possibilidade de interação com o desenho, por ele ser estático. Os recursos apresentados pelos *softwares* dá aos alunos a possibilidade de fazer simulações para



confirmar ou refutar conjecturas, fazendo, assim, descobertas através do processo investigativo.

O termo Investigação se caracteriza por determinado contexto. A terminologia utilizada pelos educadores pode variar conforme a época, o lugar e até mesmo o autor. Para Ponte, Brocado e Oliveira (2005, p.13): “[...] para os matemáticos profissionais, investigar é descobrir relações entre objetos matemáticos conhecidos ou desconhecidos, procurando identificar as respectivas propriedades”. Porém, independente da formalidade de como se define o conceito de Investigação Matemática, o fato é que as questões abertas, ou seja, as situações no qual as questões não estão totalmente formuladas tem potencial para que o aluno exerça a Investigação desde o primeiro momento.

Na prática escolar, com a abordagem metodológica baseada em Atividades Investigativas e Resolução de Problemas, alguns pesquisadores também apontam diversas semelhanças e diferenças entre as metodologias, uma vez que há muitos pontos de convergência bem como características peculiares de cada uma delas. Segundo Ernest (1996), um ponto de divergência pode ser observado na formulação das questões: enquanto na Resolução de Problemas a questão já é previamente formulada, na Investigação esse será o passo inicial a ser trabalhado. Outra diferença, é que na Resolução de Problemas procura-se alcançar determinado objetivo, não acessível imediatamente, ao passo que na Investigação o propósito está na própria exploração do problema.

Ainda de acordo com o mesmo autor, há diferenças mais claras acerca da comparação dos processos metodológicos quanto ao papel tanto do professor quanto do aluno. Na metodologia baseada na Resolução de Problemas, o professor propõe a questão e cabe ao aluno encontrar uma maneira de solucioná-la, em contraste com a metodologia de Investigação, no qual o professor discute com o aluno sobre a situação de partida, cabendo a ele determinar esse ponto de partida, formulando as questões e determinando quais são os problemas surgidos a partir da situação proposta. Por isso, muitas são as pesquisas que destacam a abordagem metodológica de Investigação, por caracterizar um enorme potencial educacional, conduzindo o aluno a um pleno desenvolvimento de sua capacidade criativa.

Segundo Ponte (2003), uma atividade centrada na Investigação Matemática, os alunos se deparam com situações que necessitam a criação de hipóteses, a elaboração de conjecturas, a verificação dos resultados, para que busquem falhas no processo ou apoio de fundamentos que os confirmem.

Em uma Atividade de Investigação, é necessário que a experiência possibilite o aluno arriscar, conjecturar, sem temores ou receio do fracasso. No desenvolvimento da atividade surge naturalmente a descoberta de relações entre elementos matemáticos e propriedades desses elementos e suas relações. Para Ponte e outros (1998) uma Investigação Matemática se inicia com uma situação que possa ser compreendida e posteriormente descrita com termos matemáticos. Os autores salientam a importância de observar as informações disponíveis, fazer suposições, testá-las, argumentar em termos plausíveis sua veracidade. Para o autor, todas essas ações tornam-se indispensáveis em uma atividade investigativa constituindo mesmo a própria essência desta. E, nessa tarefa, assume o professor papel decisivo de sustentar o equilíbrio entre manter a autonomia do aluno como investigador e orientar em medida, para que o trabalho flua naturalmente de maneira satisfatória. O trabalho de Ponte (2003) mostra que é possível encontrar, de acordo com o autor, quatro aspectos principais em uma Investigação Matemática. O primeiro refere-se à identificação da situação, sua exploração preliminar e formulação das questões. O segundo aspecto remete a Investigação à formulação de conjecturas. O terceiro inclui a um refinamento das conjecturas obtidas anteriormente após a realização de testes. E o

quarto e último aspecto numa Investigação Matemática é o da argumentação e avaliação do trabalho.

Segundo Ponte (2003), pode-se sempre programar o modo de começar uma investigação, mas não se sabe como ela irá acabar. A variedade de percursos que os alunos podem seguir é enorme, podendo ocorrer avanços, recuos e divergências. Erros conceituais são esperados, numa rica multiplicidade de situações.

## **O PAPEL DO ERRO NA PRÁTICA ESCOLAR**

A análise de erros, após a correção de avaliações e atividades propostas, não é algo exatamente novo entre os professores, e isso é facilmente observado nos diálogos de professores com seus pares ou mesmo com seus alunos, quando há um questionamento sobre os critérios para as correções. O que se pode perceber atualmente é a capacidade, como pesquisa e estratégia de ensino, de se examinar com mais profundidade essas investigações, para que essas possam trazer análises mais precisas e intervenções pedagógicas mais adequadas.

Nas pesquisas sobre Educação, mais especificamente na Educação Matemática, fica bastante evidente a preocupação a respeito dos processos de avaliações, e sendo assim, cada vez mais se faz necessário investigar e analisar os erros cometidos pelos alunos. A preocupação sobre esse importante aspecto da prática pedagógica ainda é muito recente, o que se pode comprovar através do trabalho de Fiorentini (1994), que analisou 204 dissertações e teses sobre Educação Matemática, escritas até 1990, no qual mostra que apenas nove delas apresentam uma discussão a respeito dos erros cometidos pelos alunos no processo de aprendizagem.

No trabalho de Cury (2007), há um retrospecto das pesquisas sobre análises de erros em que a autora defende ser a investigação e análise de erros não somente uma linha de pesquisa, como também uma metodologia de ensino, desde que seja trabalhada no sentido de promover o debate entre os alunos pelo questionamento e reflexão de seus erros. Segundo a autora, essas discussões devem fazer parte de disciplinas de cursos de formação de professores, dadas a sua importância e dificuldade.

Para Souza (2002), devem ser refutadas todas as ideias de fracasso que se assumem diante de algum erro cometido por um aluno, segundo o modelo pedagógico tradicional. De acordo com a autora, é fundamental a análise do erro, no sentido de se planejar intervenções de forma que essa análise leve a uma compreensão ampla sobre onde e porque foi cometido o erro, dando continuidade ao processo de construção do conhecimento. A partir disso, a autora divide os erros em duas categorias: erros gerais e locais. Em relação aos erros gerais, são classificados assim os erros decorrentes de cálculo como escolha inadequada de operações ou interpretações mal feitas por parte do aluno. Já em relação à segunda categoria, a autora menciona os erros que podem ser específicos de acordo com o tema. Erros locais podem abranger as seguintes classificações como erros por assimilação deficiente dos conceitos, erros por incapacidade de relacionar os dados obtidos ou erros por inaptidão de agregar novos conhecimentos na estrutura cognitiva, devido a lacunas presentes de conteúdos anteriores.

Já de acordo com Davis e Espósito (1990), podemos considerar os seguintes tipos de erros: erros de procedimento, que acontecem quando o aluno possui a capacidade cognitiva para formular uma resolução correta mas escolhe inadequadamente o procedimento, por simples distração ou falta de treinamento; erros construtivos, decorrentes de lacunas os quais comprometem a relação entre os dados apresentados e uma resolução adequada ou erros por limites na estrutura do pensamento, que ocorrem quando

há uma falta de compreensão do que foi proposto ou mesmo na interpretação dos dados disponíveis.

Astolfi (1999) mostra um detalhamento nos tipos de erros que podem ser encontrados como erros devido à incompreensão de enunciado; erros de tentativa de “adaptação” da resolução, de acordo com o que o aluno acredite ser a resposta, ou seja, há uma troca em que a resolução vem de acordo com a resposta e não o contrário, como podemos supor mais comumente; erros decorrentes de raciocínios intuitivos, sem relação com o conteúdo proposto; erros operacionais; erros de discordância entre o entendimento do professor e o exposto pelo aluno; erros de sobrecarga cognitiva ou erros devido à complexidade do conteúdo.

As diversas características citadas pelos autores para especificar os variados tipos de erros podem contribuir significativamente para um melhor desenvolvimento na questão do aproveitamento escolar, fornecendo as condições necessárias para superar as adversidades. Tais condições, referentes aos métodos e processos de aprendizagem, devem ser selecionadas criteriosamente em função da avaliação que se faz quanto aos tipos de erros na aprendizagem.

Assim, é papel do professor fazer com que o erro consiga ser percebido pelo aluno, conscientizando-se do mesmo. E ao ter essa consciência, os erros passam a ser indicativos na construção do conhecimento, pois possibilita o diagnóstico dos problemas existentes no processo tanto de ensino como também de aprendizagem. Na etapa de ensino, os erros permitem por parte do professor, identificar uma estratégia inadequada e a necessidade de uma mudança metodológica. Na aprendizagem, os erros podem ser encarados como objetos de reflexão por parte do aluno, como uma bússola indicando a necessidade de uma mudança de rota nas suas ações.

Há também um componente de subjetividade na avaliação do erro que o professor não pode desconsiderar. As diversas realidades dos alunos, culturais, acadêmicas e sociais devem ser também objetos de análise. Segundo Pinto (2000, p. 164 e 165), “O mais importante é o professor adotar uma atitude reflexiva diante do erro do aluno, procurando, não apenas, compreender o erro no interior de um contexto de ensino, mas também compreender o aluno que erra”.

Na busca por um melhor desempenho por parte dos alunos, combatendo o fracasso escolar, cabe ao professor reposicionar o papel do erro nesse ambiente. Não significando o erro como uma derrota, não há razão para encará-lo de forma punitiva. De outra forma, o erro deve ser observado como uma atitude de experimentação, onde o aluno sugere hipóteses, elabora conjecturas, planeja estratégias de ação e as coloca em prática. E, nessa perspectiva, as avaliações se tornam mais produtivas, pois também essas devem ser encaradas de outro modo. Para Haydt (2000, p. 28), uma das formas para que isto aconteça é considerar que a avaliação “não é um fim, mas um meio: para o aluno é um meio de corrigir os erros e fixar as respostas certas; para o professor, é um meio de aperfeiçoar seus procedimentos de ensino”.

Analisar os erros dos alunos permite uma abertura de múltiplas possibilidades e transformações: da negação para o estudo em aberto; da repetição de modelos à atividade de pensar, da alienação à conscientização. Assim, fazendo o exercício da reflexão dos erros, é possível criar alternativas para superá-los, tornado o erro dessa forma, uma possibilidade como suporte à construção do conhecimento.

## **QUESTÃO DA PESQUISA**

Assim, a partir da experiência de vários anos lecionando no ensino médio, do contato com colegas, da participação em cursos, das inúmeras leituras e reflexões pessoais, foi elaborada essa pesquisa, que pretende responder à seguinte questão: Que contribuições a metodologia baseada na Resolução de Problemas, na Atividade Investigativa e na Análise de Erros em sala de aula pode trazer para o ensino e a aprendizagem de Análise Combinatória?

## **A ELABORAÇÃO DAS ATIVIDADES**

As atividades presentes nessa Pesquisa foram elaboradas de tal forma a possibilitar ao aluno, além de participar de uma experiência Matemática, o sabor de vivenciar a descoberta de propriedades, promovendo a aquisição de informações e conhecimento. Tal elaboração seguiu a abordagem teórico-metodológica das Investigações Matemáticas e Resolução de Problemas. Também foram seguidas as orientações dos Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática, no sentido de promover o desenvolvimento do pensamento lógico-dedutivo, a fim de motivar o aluno a compreender situações diversas, resolver problemas e aplicar o conhecimento matemático às variadas situações do cotidiano.

Há, assim, o objetivo de oferecer ao aluno uma sequência didático-metodológica, no intuito de facilitar o processo de aprendizagem do conteúdo e conduzi-lo a refletir, compreender e analisar as mais diversas situações-problemas presentes, principalmente, na Análise Combinatória. Isso contribui para uma ampliação dos métodos de Resolução de Problemas como linha metodológica de aprendizagem, valorizando não somente os conteúdos dentro dessa área de conhecimento, mas também a capacidade de mobilizá-los nas diferentes situações, as quais se fazem necessárias, desenvolvendo, dessa forma, habilidades e competências necessárias e indispensáveis na formação dos estudantes.

Como o Triângulo de Pascal é um objeto com um extraordinário e vasto campo de observação de padrões, o desenvolvimento da elaboração das atividades foi feito com o cuidado de promover várias aquisições matemáticas, como por exemplo, a interpretação e resolução de situações em determinado contexto e também, a capacidade de analisar informações para resolver e formular problemas, bem como a capacidade de generalizar padrões e elaborar argumentações matemáticas relacionadas a problemas de contagem. Dessa maneira, faz-se nesse artigo uma descrição da elaboração de cada uma das atividades, observando o que se espera do aluno e, quais os objetivos principais a serem atingidos no decorrer da experiência.

Cada atividade explora uma propriedade do Triângulo, sem ter a pretensão de esgotá-las, o que mostra a possibilidade de tais atividades serem estendidas para um número muito superior, uma vez que número de propriedades do Triângulo é bastante significativo, variando em diferentes graus de complexidade. No presente artigo será apresentada apenas uma atividade principal seguida de uma situação-problema relacionada a essa atividade.

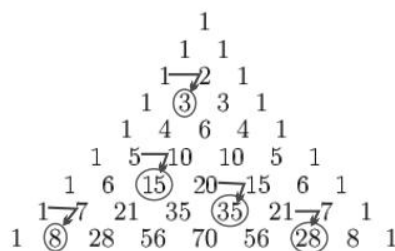
## **EXEMPLO DE ATIVIDADE: A RELAÇÃO DE STIFEL**

Uma das propriedades mais conhecidas e de fácil percepção no Triângulo de Pascal é a Relação de Stifel, que diz:

“A soma de dois elementos consecutivos de cada linha é igual ao elemento localizado na próxima linha situado entre esses dois que foram somados.”

Pode-se observar a propriedade ilustrada na figura a seguir.

**Figura 1: A relação de Stifel (2)**



Fonte do autor

Na atividade proposta, não há uma apresentação formal dessa propriedade, mas uma descoberta guiada. Inicialmente, tem-se a ilustração do Triângulo (na forma binomial) destacando alguns grupos de binômios que satisfazem a relação, como  $\binom{2}{0}, \binom{2}{1}$  e  $\binom{3}{1}$  ou  $\binom{4}{2}, \binom{4}{3}$  e  $\binom{5}{3}$ . Sem uso de palavras, faz-se a observação de que  $\binom{2}{0} + \binom{2}{1} = \binom{3}{1}$  e  $\binom{4}{2} + \binom{4}{3} = \binom{5}{3}$ .

Assim, como descoberta guiada, a primeira questão da atividade pede que seja indicado qual binômio está localizado à direita de  $\binom{4}{3}$ , na quinta linha. Na sequência, a próxima questão pede que seja identificado qual o binômio da sexta linha se localiza entre eles. O objetivo das duas primeiras questões é estabelecer a escolha o trio de binômios que serão relacionados.

A próxima questão pede que seja explicitada a relação entre os binômios, a qual afirma que a soma dos binômios da linha de cima é igual ao valor do binômio da linha abaixo. Após essa questão, é destacado que a relação estabelecida pelo aluno é conhecida como Relação de Stifel. A seguir, ao explorar a capacidade de verbalização dos alunos, é pedido como atividade que a Relação de Stifel seja enunciada com palavras, sem cálculos ou exemplos. Isto é, usando a representação na língua natural.

Na sequência das questões, uma vez que o aluno tenha a habilidade de reconhecer o grupo de binômios e estabelecer a relação entre eles é, então, cobrado que o aluno apresente a Relação de Stifel para o binômio  $\binom{5}{2}$  e seu consecutivo. Para fixação do conceito, é pedido posteriormente que o mesmo seja feito para  $\binom{8}{4}$  e seu consecutivo.

Observando que ao calcular os valores dos binômios, pode-se facilmente justificar a Relação de Stifel por meio dos cálculos nessas duas últimas questões, para que se estabeleça uma regra geral. Após isso, pede-se ao aluno que, na sequência, faça o mesmo para o binômio  $\binom{35}{12}$ . Observa-se que ainda não há um processo de generalização, pois ainda se utiliza de valores específicos para o binômio. Porém como há no caso do binômio  $\binom{35}{12}$  uma dificuldade natural de se fazer os cálculos, já há um processo de generalização intuitivo por parte do aluno, o qual acredita ser verdadeira a propriedade, sem, no entanto, realizar os cálculos. Dessa forma, na sequência da atividade, pede-se na última questão que seja escrita a Relação de Stifel para  $\binom{n}{k}$  e seu consecutivo, criando assim, a regra geral.

Na continuação da atividade cria-se uma proposta para resolver uma situação-problema envolvendo a Relação de Stifel. O problema compara todas as comissões que podem ser

formadas a partir de um grupo de pessoas com comissões formadas com ou sem determinada pessoa. O objetivo da atividade é guiar o aluno à descoberta, pois o princípio que caracteriza a situação-problema é exatamente a Relação de Stifel. Em um primeiro momento, nos exercícios 1 a 4, a situação é abordada por meio de um caso particular. Assim, a partir de um grupo de oito pessoas, pergunta-se:

- 1) *Quantas comissões podem ser formadas escolhendo quatro dentre essas pessoas?*
- 2) *Suponha que uma das oito pessoas da turma seja Leonardo e que por alguma razão ele não possa entrar no grupo das quatro pessoas. Portanto, quantos grupos podem ser formados sem Leonardo?*
- 3) *Suponha agora o contrário, que Leonardo tenha que ser um dos quatro escolhidos. Dessa forma, quantos são os grupos em que Leonardo é sempre uma das pessoas escolhidas?*

Para se estabelecer uma regra geral, explorar a capacidade de argumentação do aluno e contribuir para fazê-lo compreender e utilizar um argumento combinatório, segue-se o mesmo princípio das questões apresentadas anteriormente, porém numa tentativa de generalizar o raciocínio. Dessa forma, foi elaborada a seguinte situação: considere um grupo de  $k + 1$  pessoas que devem ser escolhidas dentre  $n + 1$  pessoas. E assim, são feitas então as mesmas perguntas:

- 1) *quantas são as comissões possíveis de serem formadas?*
- 2) *quantas comissões excluem determinada pessoa?*
- 3) *quantas comissões incluem determinada pessoa?*

Por meio dos resultados obtidos nessas três questões, pede-se ao aluno não apenas que observe a Relação de Stifel, como crie um argumento combinatório que o justifique.

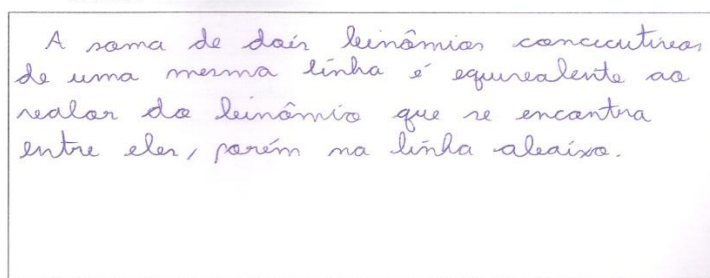
A primeira questão dessa última atividade não teve qualquer erro encontrado. Na segunda questão, foi verificado um único erro de resposta objetiva errada, por se tratar uma resposta direta, cujo resultado apresentado foi o binômio  $\binom{5}{3}$ . A terceira questão apresentou dois erros estruturais, um erro de descrição por falha, sendo que o aluno descreveu a Relação de Stifel para outros binômios que não os indicados. Percebe-se que alguns alunos responderam ao questionamento indicando a equação que relaciona os binômios, ou seja,  $\binom{4}{3} + \binom{4}{4} = \binom{5}{4}$ .

A próxima questão exigia que o aluno apresentasse uma descrição para a Relação de Stifel escrita com palavras, mas não precisaria justificá-la. Ao analisar as respostas foram encontrados três erros de argumentação e também três erros de argumentação desconexa.

Alguns alunos conseguiram argumentar corretamente, atingindo o objetivo proposto. Para ilustrar isso, têm-se dois exemplos de argumentações objetivas e claras, conforme mostram as figuras a seguir.

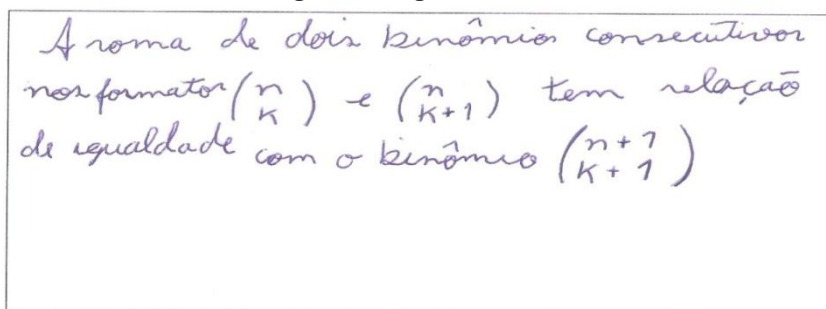
**Figura 2: Registro de aluno**

(4) Usando suas palavras, tente descrever na forma de texto, sem cálculos, a Relação de Stifel.



Fonte: Dados da pesquisa

**Figura 3: Registro de aluno**



A soma de dois binômios consecutivos no formato  $\binom{n}{k}$  e  $\binom{n}{k+1}$  tem relação de igualdade com o binômio  $\binom{n+1}{k+1}$ .

Fonte: Dados da pesquisa

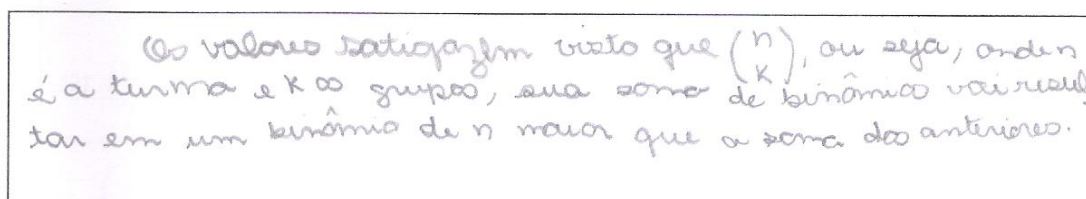
Na questão seguinte, no qual foi pedido ao aluno que apresentasse a Relação de Stifel para o binômio  $\binom{5}{3}$  e seu consecutivo, foram verificados três erros estruturais e três erros de atenção, sendo que nesses os alunos aplicaram corretamente a Relação de Stifel, mas não para os binômios pedidos. É importante ressaltar os mesmos três alunos que cometeram os erros de atenção procederam igualmente na questão seguinte, quando foi pedido que o aluno apresentasse a Relação de Stifel para o binômio  $\binom{8}{4}$  e seu consecutivo, ou seja, uma repetição da questão anterior para efeito de fixação da propriedade. Na sequência das análises, foram encontrados ainda três erros estruturais. A sétima questão dessa atividade repetia os procedimentos das duas anteriores para o binômio  $\binom{35}{12}$  e também se repetiram os três erros estruturais e os três erros de atenção, pelos mesmos motivos.

Na oitava questão, foi explorada mais uma vez a capacidade de generalização. Assim, foi pedido que os alunos enunciassem a Relação de Stifel para um binômio qualquer, do tipo  $\binom{n}{k}$ . Na análise das respostas foram verificados seis erros estruturais, sendo que desses, dois deixaram em branco a questão. Foi encontrado ainda um erro de descrição por falha, ilustrado a seguir na figura 33, onde se pode observar que o aluno teve dificuldade em expressar a forma geral da Relação de Stifel por não descrever corretamente a relação de consecutivos.

Na última parte da atividade, em relação a situação-problema, os erros mais comuns foram os erros estruturais e erros de argumentação desconexa, como é ilustrado na resposta a seguir.

**Figura 4: Registro de aluno**

(4) Mostre que os valores obtidos satisfazem a Relação de Stifel.



Os valores satisfazem visto que  $\binom{n}{k}$ , ou seja, onde  $n$  é a turma e  $k$  os grupos, sua soma de binômios vai resultar em um binômio de  $n$  maior que a soma dos anteriores.

Fonte: Dados da pesquisa

1) *Escreva na forma binomial quantos são os grupos que não incluem essa pessoa*

Nessa questão foram verificadas quatro erros de resposta objetiva errada, sendo que três escreveram  $\binom{n}{k}$ .

2) *Escreva na forma binomial quantos são os grupos que incluem essa pessoa.*

Assim, nessa questão foi encontrado um erro estrutural e um erro de resposta objetiva errada. Um aluno respondeu  $\binom{8}{3}$  e o outro deixou em branco.

3) *Qual a relação entre os grupos obtidos nas duas questões anteriores e o total dos grupos?*

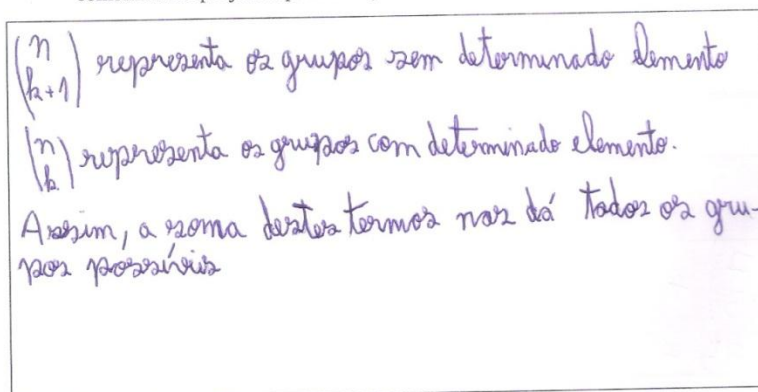
Foram verificados quatro erros estruturais. Todos deixaram a questão em branco. Foi encontrado ainda um erro de resposta objetiva errada e quatro erros de argumentação desconexa.

4) *Tente através do raciocínio obtido nas três questões anteriores dar um argumento combinatório que justifique a Relação de Stifel.*

Foram verificados nessa questão, oito erros estruturais, sendo que dentre eles sete deixaram a questão em branco. Foram encontrados na análise nove erros de argumentação e apenas um aluno argumentou com clareza o que foi pedido. A figura a seguir ilustra a resposta desse aluno.

**Figura 5: Registro de aluno**

(8) Tente através do raciocínio obtido em (5), (6) e (7) dar um argumento combinatório que justifique a Relação de Stifel.



Fonte: Dados da pesquisa

Ao finalizar as análises das respostas dos alunos, em todas as atividades propostas, classificando os erros com a finalidade de detectar as possíveis causas que comprometeram os objetivos de cada atividade, chega-se a conclusão de que, para esse grupo de alunos o qual realizou as atividades, que

- é necessário concentrar esforços na escrita algébrica, como a generalização de padrões para que a falha na escrita não prejudique outros objetivos mais amplos;
- é imperativo que se trabalhe a capacidade de argumentação dos alunos, ampliando assim as possibilidades de justificativas de certas propriedades;
- deve-se estimular os alunos a se arriscar nas formulações das respostas. As muitas respostas deixadas em branco evidenciam o receio dos alunos de escreverem uma resposta errada.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS



Após a elaboração, aplicação e análise dos resultados das atividades, tal sequência de atividades se mostrou apta a contribuir para o ensino de Análise Combinatória no sentido de estabelecer uma reflexão a respeito de temas relacionados a este, como o ensino de álgebra e as demonstrações em Matemática, bem como potencializar o aprendizado do conteúdo em si, o qual permite a visualização de situações-problema que contribuem para o processo de construção do conhecimento.

Em relação a questão que essa Pesquisa se propunha a responder: “Que contribuições a metodologia baseada na Resolução de Problemas e na Atividade Investigativa em sala de aula pode trazer para o ensino e a aprendizagem de Análise Combinatória?” Pode-se afirmar que o conjunto de Atividades tem o mérito de organizar sistematicamente propriedades importantes do Triângulo de Pascal, relacioná-las ao estudo de Análise Combinatória propiciando um aprendizado do conteúdo com significado e, contextualizando o estudo às diversas situações-problema, permitindo a percepção da relação teoria-prática do ensino.

## REFERÊNCIAS

ASTOLFI, Jean Pierre. **El “error”, un medio para enseñar**. 1ª ed. Sevilla: Díada. 1999.

BORBA, C.; VILLARREAL, E. **Humans-With-Media and the Reorganization of Mathematical Thinking: information and communication technologies, modeling, experimentation and visualization**. New York:Springer.v. 39. 2005

CURY, Helena. N. **Análise de erros: o que podemos aprender com as respostas dos alunos**. Belo Horizonte: Autêntica. 2007.

D’AMBRÓSIO, Beatriz S. **Formação de professores de Matemática para o século XXI: o grande desafio. Pró-Posições**, Campinas, v. 4, n 1 [10], p.35-41, mar. 1993

D’AMBROSIO, Ubiratan. **A era da consciência**. São Paulo: Fundação Petrópolis, 1997.

DAVIS, C. L.; ESPÓSITO, Y. L. **Papel e função do erro na avaliação escolar**. Cadernos de Pesquisa, São Paulo, SP, n. 74, p.71 – 75. 1990.

ERNEST, P. **Investigações, resolução de problemas e pedagogia**. In: Abrantes; Leal; Ponte (Orgs.). **Investigar para aprender Matemática**: Lisboa. APM e Projeto MPT. 1996

FIORENTINI, D. **Rumos da pesquisa brasileira em educação Matemática: o caso da produção científica em cursos de pós-graduação**. Campinas: Universidade Estadual de Campinas. Tese de doutorado, 1994.

HAYDT, R. C. **Avaliação do processo ensino-aprendizagem**. São Paulo: Ática, 2000.

PINTO, Neuza Bertoni. **Erro como estratégia didática**. Campinas: Ed. Papirus, 2000.

PONTE, J. P., BROCARD J., OLIVEIRA, H., **Investigações Matemáticas na Sala de Aula**. Belo Horizonte: Autêntica, 2005.

PONTE, J. P., FERREIRA, C., BRUNHEIRA, L. OLIVEIRA, H., VARANDAS, J. M. **Investigando as aulas de investigação Matemática**. In P. Abrantes, J. P. Ponte, H. Fonseca, & L. Brunheira (Eds.), *Investigações Matemáticas na aula e no currículo* (pp. 133-152). Lisboa: APM e Projecto MPT (1998).

POLYA, G. **A arte de resolver problemas**. Tradução: Heitor Lisboa de Araújo. Rio de Janeiro: Interciência, 1994.

SOUZA, Sueli Spolador Simões. **Erros em Matemática: um estudo diagnóstico com alunos de 6ª série do Ensino Fundamental**. 2002, 193 f. Dissertação – Faculdade de Filosofia e Ciências, Universidade Estadual Paulista (UNESP), Campus de Marília. Marília, 2002.

# OS EXPERIMENTOS MENTAIS E O PRINCÍPIO DA COMPLEMENTARIDADE

**Willian José da Cruz**  
**Michael F. Otte**

<sup>1</sup>Instituto Federal de Ciencias e Tecnologia do Sul de Minas Gerais – Câmpus Pouso  
Alegre/willian.cruz@ifsuldeminas.edu.br  
Universidade Anhanguera de São Paulo/michaelontra@aol.com

## RESUMO

A Educação Matemática é uma área de pesquisa e ensino muito complexa. Essa complexidade pode ser reduzida se considerarmos que o seu segredo se encontra na relação entre a linguagem, a lógica, a filosofia e a própria matemática. Mas como lidar com esse contraste que, por um lado, coloca a argumentação dependendo de uma intuição de diagramas como um experimento mental, e, do outro, coloca a linguagem e a lógica sustentando a ideia de uma prova totalmente formal tomando conta da matemática? Este trabalho se mostra como a propedêutica na tentativa de entender essa problemática e criar critérios que possam nos permitir identificar quais semelhanças e diferenças existem entre os processos de experimentação mental e de provas matemáticas formais.

**Palavras-chave:** Experimentos mentais. Provas matemáticas formais. Intuições. Complementaridade. Signos.

## INTRODUÇÃO

Conceituamos experimentos mentais como formas que o sujeito tem de colocar seus próprios pensamentos, por meio de um determinado contexto, como objeto de consideração. Kuhn (2011) classifica os experimentos mentais como uma ferramenta valiosíssima no aprimoramento e na compreensão humana sobre a natureza (matemática).

Os experimentos mentais são baseados num sistema de atividades supostas no qual as coisas são implicitamente assumidas. As provas são intuitivas não por motivos psicológicos, mas porque a intuição, de acordo com Kant, é a única maneira de conhecer a realidade.

Para Otte (2014), o uso de experimentos mentais na matemática nos permite entender que a intensão e a extensão dos nossos conceitos são complementares, de tal forma que, por um lado, elas funcionam de modo relativamente independente uma da outra, e, por outro, elas estão ligadas circularmente (círculo hermenêutico).

## MOSTRANDO O PALCO

Segundo Otte (2012), as coisas no mundo são essencialmente de dois tipos: objetos e símbolos. Os objetos têm existência bem determinada, mas não têm sentido, já os símbolos (signos) têm sentido, mas não tem existência própria. Ambos têm importância para o nosso pensamento, pois não existe uma relação de dependência fixa entre estes dois tipos de coisas.

A abordagem deste trabalho procura caracterizar a complementaridade do sentido (ou significado) e da referência. O indivíduo existente é determinado por relações de identidade e diferença, enquanto os significados são movimentos dentro de um determinado espaço ou contínuo.

A revolução científica dos séculos XVI e XVII ficou caracterizada como a época da transição da era da interpretação para era da representação. Segundo Foucault, a linguagem, em sua forma mais originária, foi pensada como uma assinatura certa e transparente da natureza, devido à semelhança com as coisas designadas.

Foucault escreve:

No começo do século XVII, nesse período que, com razão ou não, se chamou barroco, o pensamento cessa de se mover no elemento da semelhança. A similitude não é mais a forma do saber, mas antes a ocasião de erro. ... O semelhante que fora durante muito tempo categoria fundamental do saber- ao mesmo tempo forma e conteúdo do conhecimento – se acha dissociado numa análise feita em termos de identidade e de diferença (FOUCAULT, 2007, p. 70 – 74).

Antes da Revolução Copernicana, existia uma identidade entre texto e mundo, como podemos observar em Crátilo de Platão.

Her.:Crátilo está dizendo aqui, Sócrates, que há por natureza um nome exato para cada um dos seres; o nome não é uma designação que, segundo um acordo, algumas pessoas dão ao objeto, assinalando-o com uma porção de vozes de sua língua, mas que, por natureza, tem sentido certo, sempre o mesmo, tanto para [b] os gregos quanto para os bárbaros em geral. Perguntei-lhe, então, se, em verdade, Crátilo era ou não o seu nome, ao que ele respondeu afirmativamente, que assim, de fato, se chamava. “E Sócrates?”, perguntei. “É Sócrates mesmo”, respondeu. “E para todos os outros homens, o nome que aplicamos a cada um é o seu verdadeiro nome?” E ele: “não; pelo menos o teu”, replicou, “não é Hermógenes, ainda que todo mundo te chame desse modo”. E como eu insistia em interrogá-lo, ansioso para saber, [384] não me dá resposta clara e ainda usa de ironia, como querendo insinuar que esconde alguma coisa de que tenha conhecimento, que me obrigaria – no caso de resolver-se a revelar-me– a concordar com ele e a falar como ele fala. Por isso, se tiveres meio de interpretar o oráculo de Crátilo, prazerosamente te ouvirei. (...) Sóc.: Assim sendo, convirá nomear as coisas pelo modo natural de nomeá-las e serem nomeadas, e pelo meio adequado, não como imaginamos que devemos fazê-lo, caso queiramos ficar coerentes com o que assentamos antes. Só por esse modo conseguiremos, de fato, dar nome às coisas; do contrário, será impossível (PLATÃO, 2009).

Para Platão, as ações se realizam segundo sua própria natureza e não conforme a opinião que temos dela. Logo, dar nomes às coisas não é uma técnica, mas uma ação, uma vez que falar é uma espécie de ação em relação a determinadas coisas.

Durante o Renascimento, a *episteme da similitude* ainda prevalecia. Logo, a interpretação direta tinha o poder de revelar a verdadeira natureza das coisas. Veio então a Revolução Científica e as coisas mudaram. A *episteme da representação da atividade linguística* começou a fundamentar todo o conhecimento, e, como consequência, os símbolos passaram a ser classificados de acordo com o seu sentido, ou seja, de acordo com as relações de identidade e diferença, ao invés de uma referência objetiva.

René Descartes, nas primeiras linhas da *Regulae*, escreve:

“Os homens costumam, quando se descobrem algumas semelhanças entre duas coisas, atribuir tanto a uma como a outra, mesmo sobre os pontos em que elas

são na realidade distintas, aquilo que se reconheceu verdadeiro para somente uma das duas” (DESCARTES, 1965).

A crítica cartesiana da semelhança não é mais o pensamento do século XVI, inquietando-se diante de si mesmo e começando a se desprender de suas mais familiares figuras. É o pensamento excluindo a semelhança como experiência fundamental e forma primeira do saber, denunciando nela um misto confuso que precisa ser analisado em termos de identidade e de diferença, de medida e de ordem.

Os experimentos mentais mostram o lado humano da ciência, enquanto a formalização, baseando-se nas relações de identidade e diferença, serve para eliminar os caprichos e as flutuações imprevisíveis do espírito humano e estabelecer uma implementação formal ou tecnológica do pensamento e do conhecimento.

Nossos estudos se basearam numa pesquisa qualitativa de caráter bibliográfico e explicativo, vinculada à linha de pesquisa Ensino e Aprendizagem da Matemática e suas Inovações, na qual estudamos a relação entre a Matemática e a linguagem, adotando o *princípio da complementaridade* aplicado aos estudos semióticos, didáticos, históricos e epistemológicos da Matemática.

## O PRINCÍPIO DA COMPLEMENTARIDADE

O princípio da complementaridade foi formulado pela primeira vez por Niels Bohr por volta de 1930 (OTTE, 2003), motivado pelo fato de que, ao observar os fenômenos atômicos, chega-se à conclusão de que uma realidade independente no sentido físico comum não pode ser atribuída independentemente nem aos fenômenos, nem aos instrumentos de observação. Bohr acreditava na importância geral epistemológica e metafísica de seu princípio.

Ele afirmava que as propriedades complementares dos objetos não podiam ser medidas ao mesmo tempo com precisão. Por exemplo, os aspectos de partícula e de onda dos objetos físicos são fenômenos complementares. Ambos os conceitos são emprestados da mecânica clássica na qual tem-se que considerar que um objeto é ao mesmo tempo uma partícula e uma onda. Portanto, é impossível medir por completo as propriedades de onda e de partícula em um momento particular.

Segundo Silva (1972), as ideias de Bohr tiveram, aparentemente, a sua origem em correntes psicológicas do começo do século e, sobretudo no fluxo do pensamento de W. James, cujo *Tratado sobre Psicologia*, seria o fator fundamental que influenciou Bohr.

Para Otte (2003), a prática matemática, que veio se libertando da metafísica, desde os dias de Cantor e Hilbert, requer uma abordagem complementar com o intuito de ser entendida corretamente.

Otte (1993) escreve que a dinâmica do conhecimento consiste no fato de que novos objetos são trazidos para o pensamento e novos conhecimentos são produzidos acerca desses objetos. Na Matemática, esses objetos não são encontrados em algum lugar, mas são transmitidos pela *práxis* social-histórica global do homem.

O autor argumenta que quando se deseja progredir de uma polaridade para uma genuína complementaridade, na qual cada elemento polar tanto se diferencia quanto se assemelha, é preciso colocar a atividade como a essência da relação sujeito-objeto.

Complementaridade não é uma mera dualidade de sentido e referência de nossas representações, pois nenhum dos dois elementos, meio e objeto, podem ser determinados sem o outro, apesar de em determinado momento, de um certo ato epistemológico

individual, meio e objeto terem um papel complementarmente assimétrico (OTTE, 1993, p. 224).

Segundo Otte (1993), os meios e os objetos do conhecimento são de fato distintos, mas não podemos definir os meios sem os objetos. De forma inversa, cada relação é transmitida ao objeto de forma não direta e não absoluta. Um objeto para o qual não podemos produzir alguma relação com algum meio qualquer, não existe para nós como objeto do conhecimento, ou seja, não podemos definir um objeto sem um meio (OTTE, 1993, p. 224).

Mas o objeto do conhecimento não é totalmente subordinado ao meio, pois se assim fosse, as teorias seriam idênticas às suas linguagens, e, um objeto, como por exemplo, um átomo, seria idêntico aquilo que uma certa teoria afirmaria que fosse. Se houvesse um progresso na teoria, o objeto mudaria, ou se a teoria afirmasse algo diferente sobre o objeto, ele perderia totalmente a sua identidade.

A complementaridade coloca o objeto e o meio em conexão, mas os mantém em oposição também. Segundo Otte (1993), a dinâmica do processo de pesquisa traz a perspectiva que em certo sentido é relevante a relação entre a teoria Matemática e suas linguagens, uma vez que essa relação é extremamente fechada, rígida e impenetrável.

Segundo Otte (2006), essa complementaridade se torna visível e distinguível da mera dualidade, por considerar a perspectiva genética do conhecimento que concentra no caráter evolutivo da nossa matemática, a partir da perspectiva da relação entre sujeito e objeto.

O autor esclarece que a noção de complementaridade é relevante para qualquer estudo epistemológico, em particular, o estudo dos fundamentos da Educação Matemática, por entender a matemática a partir de uma perspectiva genética. Esta perspectiva implica o abandono das noções de “*coisas em si*”, ou seja, a matemática como objetos semânticos não representados, ou ideias como “*matemática como tal*”, ou “*verdades absolutas*” como separadas das nossas capacidades de verificação e de prova.

Segundo Otte (2006), a matemática nesse ponto de vista tem o sabor pragmático e sua tradição remonta a Peirce, Kant e, Berkeley. Conforme a suposição de Locke de que nosso conhecimento se baseia em ideias percebidas por sensações, Berkeley (1975) se comprometeu a examinar tudo o que poderia existir. Ele concluiu que qualquer coisa que existe, ou é o percebido, ou o que se percebe.

De acordo com Locke, a matéria foi a causa imprescindível de nossas ideias. Como então, pediu Berkeley, não havendo meios para verificar a existência da matéria, poderia importar-se e dizer que existe? O princípio de Berkeley também pode ser expresso por dizer que para que algo exista para nós, ele deve ser representado. Foi assim que Kant e, mais tarde, Peirce tendo entendido Berkeley, levou Otte (2006) à ideia de complementaridade, que surge porque os sinais são usados ao mesmo tempo referencialmente e atributivamente.

## **O RACIOCÍNIO POR MEIO DE SIGNOS**

Devemos generalizar se queremos garantir o futuro da cultura científica e da Matemática, como afirma Otte (2014). Sem generalização, a Matemática se tornaria uma espécie de jogo de xadrez, como matemáticos desde Peirce (1839 – 1914) e Poincaré (1854 – 1912) já haviam argumentado repetidamente.

Segundo Otte (2014), o jogo de xadrez tem se tornado, hoje em dia, o domínio do computador e da máquina. O campeão mundial de xadrez Magnus Carlsen, disse que seu professor e treinador mais importante foi o computador. Caracterizado pelo seu parceiro

eletrônico, Carlsen tinha um estilo pouco ortodoxo. Carlsen disse que nenhum homem pode ganhar do computador. E ninguém entende melhor em desgastar os seus adversários através de uma estratégia dilatória difícil do que Magnus Carlsen (OTTE, 2014). Hoje, o jogo de xadrez se transformou numa guerra psicológica.

Otte (2014) afirma que ainda hoje pode se aprender com a experiência do xadrez, mas, principalmente por analogia ou metáfora, ligando a experiência a outros tipos de contextos e problemas distintos.

O fato essencial é que a Matemática, não é simplesmente um conhecimento de algoritmos e o ser humano, não é apenas uma calculadora ou sofista, ou fixador de algo arbitrário, esses (matemática e o ser humano), têm a necessidade de idealização e de generalização.

Temos que criar novos conceitos e ideias, pois generalizar, os meios (derivados) apenas isso, já nos condiciona a introduzir novos objetos ideais. A complementaridade entre objetos ideais e objetos existentes, corresponde a uma complementaridade entre a mente e o cérebro, ou entre a epistemologia e um tema ontológico (KLEIN, 2014).

O conhecimento é um processo de adaptação mútua entre o sujeito e o objeto, que muda ambas as partes envolvidas, essa complementaridade está na determinação do sujeito e do objeto do conhecimento.

Para generalizar, temos que estender o conhecimento factual a um ato de fé na continuidade da natureza. Segundo Otte (2014), o princípio da continuidade tem sido de fundamental importância para todas as ciências exatas, inclusive a Matemática, funcionando, porque a realidade objetiva precisa de uma lógica, particularmente o campo da mecânica e da geometria.

Nós seres humanos, somos perseguidos e assediados por esperanças, fé, sonhos, expectativas e ideias e essas coisas têm influências sobre nós, sobre nossa mente e não podem ser superestimadas. Nós vivemos num mundo de signos e de possibilidades e não num universo de coisas determinadas.

Otte (2014) esclarece que esses tipos de coisas dão um significado para o processo de conhecimento, sendo descrito como um processo semiótico de interpretação e, portanto, de uma espécie de interatividade entre objetos e ideias. Essa é a verdadeira essência da noção de complementaridade (OTTE, 2003, 2006).

Peirce (2010, 98–100,) identifica nas ciências três espécies fundamentais e distintas de raciocínio: a dedução, a indução e a abdução. A dedução é o modo de raciocínio que examina o estado de coisas colocadas ou assumidas nas premissas de um argumento. A indução é o modo de raciocínio que adota uma conclusão como aproximada, por ela resultar de um método de inferência que, no geral, deve no final conduzir à verdade. A abdução é a adoção provisória de uma hipótese passível de verificações experimentais (intuições).

Vejamos alguns exemplos:

Exemplo 1: “Provar que a soma dos ângulos internos de qualquer triângulo na geometria euclidiana é  $180^\circ$ ”

Podemos analisar esse teorema com dois olhares, o da Filosofia e o da Matemática. Para Kant, o conhecimento filosófico é o conhecimento racional por conceitos (intensão) e o conhecimento matemático é o conhecimento racional por construção de conceitos (extensão).

A construção de conceitos exige uma intuição não empírica, conseqüentemente, a intuição incide sobre um objeto singular (uma representação). Essa construção de conceitos deve expressar na representação alguma coisa universal (uma representação geral), que se

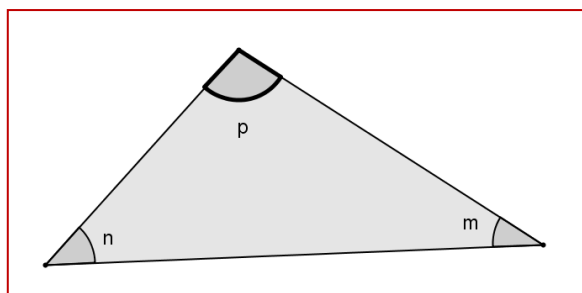
aplique a todas as intuições possíveis relacionadas a esse conceito. Em outras palavras, a Matemática trabalha tanto com conceitos quanto com objetos.

Segundo Kant (A717, B744) se der a um filósofo o conceito de um triângulo e se deixar que ele descubra do seu modo como a soma de seus ângulos se comporta em relação ao ângulo reto. Ele dispõe apenas do conceito de uma figura encerrada em três linhas e nela, o conceito de três ângulos.

Por mais que se pense sobre esse conceito, o filósofo nunca produzirá alguma coisa nova. Kant continua afirmando que pode analisar e esclarecer o conceito de linha reta ou de um ângulo, ou do número três, mas nunca pode chegar a outras propriedades que já não estejam contidas nesses conceitos.

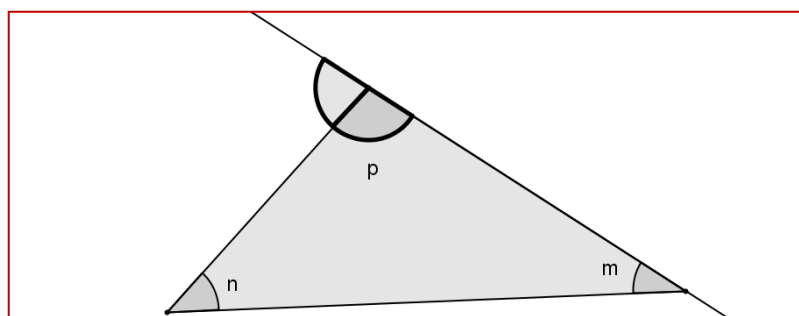
Kant (A717, B744), continua dizendo que um geômetra encarregado de resolver essa questão, começa por construir um triângulo.

**Figura 1 – Triângulo qualquer**



Sabendo que a soma de dois ângulos retos equivale à soma de todos os ângulos adjacentes que podem ser traçados de um ponto qualquer de uma linha reta, o geômetra prolonga um lado de seu triângulo e obtém dois ângulos adjacentes, cuja soma é igual a dois ângulos retos.

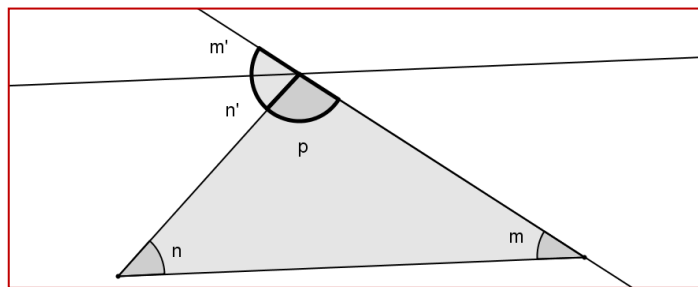
**Figura 2 – Prolongamento do lado do triângulo**



Na sequência, divide o ângulo externo, traçando uma linha paralela ao lado oposto do triângulo verificando que um ângulo interno do triângulo é igual a um ângulo adjacente. Dessa maneira o geômetra chega, por meio de uma sequência de raciocínios, à solução perfeitamente clara e ao mesmo tempo geral da questão.



**Figura 3 – Reta paralela a um dos lados do triângulo**



$$m = m' \text{ e } n = n', \text{ portanto } m + n + p = 180^\circ$$

Exemplo 2: Para provar que a soma das medidas dos ângulos externos de um triângulo é  $360^\circ$ , um aluno procedeu da seguinte maneira: “Se você caminhar por toda a volta sobre a linha do triângulo e terminar olhando o caminho por onde começou, você deve ter girado um total de  $360^\circ$ ”.

**Figura 4 – Soma dos ângulos externos de um triângulo**



A descrição feita por Kant sobre a diferença entre a abordagem filosófica e a abordagem matemática, em relação a prova da soma dos ângulos internos de um triângulo (B 744,745), coloca a prova matemática como um experimento mental. No entanto, Kant se perde, porque parece que ele não colocou suas premissas de forma explícita. O exemplo 2 é um experimento mental equivalente ao raciocínio de Kant:

A resposta 360 graus, considerada pelo aluno é simples, pois a direção final coincide com a inicial. Esta resposta, embora óbvia, no entanto, é baseada na suposição de que isso equivale à mesma coisa, girar em torno de si mesmo perfazendo um ângulo completo de 360 graus, por um lado, e fazer isso passando ao longo da periferia de um triângulo arbitrariamente grande, por outro lado (generalização), portanto um experimento mental. No entanto, esta suposição só é verdade se o espaço tiver uma estrutura euclidiana, pois só no plano euclidiano, existem triângulos semelhantes de tamanho ou expansão arbitrária. Essa é uma inferência abdutiva, pois temos que considerar a geometria euclidiana, que não estava presente nas premissas iniciais do problema.

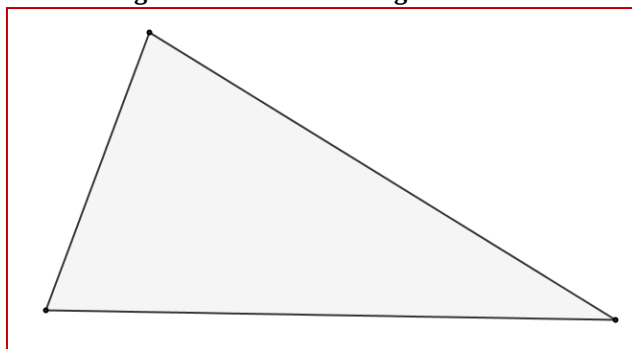
Para Peirce (2010, 303) todo raciocínio é definido por tríades e uma tríade particularmente importante é a que envolve três tipos de signos: o ícone, o índice e o símbolo.

O primeiro, o ícone, é um signo diagramático que ostenta uma semelhança ou analogia com o sujeito do discurso. O segundo é o índice que, tal como um pronome demonstrativo ou relativo, chama a atenção para o objeto particular que estamos querendo descrever. E o terceiro é o símbolo, isto é, o nome geral ou a descrição que significa o

objeto por meio de uma associação de ideias ou conexão habitual entre o nome e a característica do significado (PEIRCE, 2010, 370).

O ícone é um signo que se refere ao objeto que denota apenas em virtude de seus caracteres próprios. É a imagem ou a representação do objeto. Qualquer coisa, como uma qualidade, ou uma lei é ícone de alguma coisa, se assemelhar a essa coisa e nesse caso pode ser utilizado como signo dessa coisa. Por exemplo, se falo do triângulo geral, o ícone desse objeto pode ser a figura seguinte:

**Figura 5 – Ícone do triângulo**



O índice é um signo que se refere ao objeto em virtude de ser realmente afetado por esse objeto. O índice envolve uma espécie de ícone, um ícone do tipo especial e não uma mera semelhança com o seu objeto. Tem alguma qualidade em comum com o objeto, é um nome ou uma indicação. Por exemplo, em alguns textos de Matemática, a escrita  $\Delta ABC$  (indica triângulo de vértices A, B e C).

O símbolo é um signo que se refere ao seu objeto denotando uma virtude ou uma lei, normalmente associando ideias gerais que opera no sentido de fazer com que o símbolo seja interpretado como se referindo ao seu objeto, ou seja, é uma convenção. A palavra *triângulo* é um exemplo de símbolo, pois somos capazes de imaginar uma coisa, ou objeto, associada à palavra *triângulo*.

Para Peirce, o signo é reconhecido pelo sujeito cognitivo de forma consciente e para isso, o sujeito tem de criar outros signos e interpretações do primeiro (OTTE, 2012, p.140). O fluxo do pensamento expressa, segundo Otte (2012, p.15), uma interação recursiva e contradições entre o sujeito e o objeto, ou seja, o objeto ou referentes dos signos por um lado e o interpretante ou sentidos dos signos do outro.

Otte (2012) afirma que todo raciocínio é uma interpretação de signos de algum tipo e essa interpretação é apenas a construção de um novo signo e assim por diante. A cognição avança por meio da construção de uma representação adequada e essa construção resolve a oposição entre o sujeito e o objeto, dando a esse objeto uma forma.

A relação entre o sujeito e a realidade estabelece o objeto do conhecimento e não pode ser considerada uma coisa em si mesma. Um objeto matemático, não existe independente de todas as suas representações, por exemplo, o número, a função etc., porém, não devemos confundir o objeto com uma de suas representações particulares.

Peirce afirmava que não é possível fazer matemática pela simples consideração de certos tipos de objetos abstraindo o que vemos de essencial neles (OTTE, 2012). O melhor pensamento é aquele como se tivesse experimentado na imaginação um diagrama ou outro (PEIRCE, NEM I. p. 22).

Peirce enfatizou repetidas vezes que os diagramas são essencialmente ícones (PEIRCE, 2010, 4.418). E ele continua argumentando que os ícones são os únicos tipo de

signos, possíveis de trazer novas ideias e verdades. Peirce também insistiu que a intuição espacial é "o único método de pensamento valioso" (PEIRCE, 2010, 1.383).

Segundo Otte (2012), a ideia de signo pode nos ajudar a compreender melhor que existem distintas caracterizações da Matemática, que representam aspectos complementares do pensamento matemático. Os signos são usados referencialmente (ícone) e também atributivamente (índice). Eles são usados para determinar ou indicar coisas que o sujeito pensa.

## CONCLUSÃO

Na matemática, sentido ou significado toma forma *dual*. O estruturalismo matemático e a abordagem axiomática estão preocupados com conceitos, em vez de objetos. A axiomática formal surgiu do fato de que a geometria não podia definir seus objetos, algo que Pascal já haviam observado. Isso levou a conceber os conceitos matemáticos em termos instrumentais ou completamente operacionais.

Um conceito é para ser definido, como Moritz Schlick (1918), disse em relação à axiomatização da geometria de Hilbert, pelo fato de que certas conclusões poderiam ser tiradas sobre isso. O significado de um conjunto de axiomas ou equações algébricas é algo como o conjunto de todas as conclusões formais que pode ser obtido a partir dele.

No entanto, no contexto da geometria, topologia ou matemática aplicada e ciência natural, significados estão ligados ao princípio da continuidade, sendo algum tipo de trajetória dentro de um determinado espaço. A mecânica, por exemplo, poderia ser concebida como um espaço de três dimensões (comprimento, altura e massa) e as leis da mecânica seriam relações entre essas dimensões.

A matemática precisa de generalização, por isso precisa de ideias e intuições. O princípio da complementaridade mostra que a atividade é um processo e o conhecimento é desenvolvido pela atividade que por um lado é determinada pelo objeto e por outro pelo indivíduo. A verdade de um teorema coincide com a possibilidade de formulá-lo, nesse aspecto, verdade e certeza se coincidem.

Peirce deu uma melhor caracterização da matemática como atividade do pensamento diagramático. Na matemática, construir diagramas permite ganhar uma intuição das coisas que de outra maneira não se tornariam visíveis. Esse pensamento teorematizado pode ser traduzido na dinâmica de aplicação dos experimentos mentais, que produzem ideias para construir uma prova. Neste caso, o raciocínio hipotético dedutivo se torna uma interpretação do diagrama ou dos experimentos mentais.

Pode-se até pensar que um experimento mental só produz hipóteses, enquanto uma prova formal produz certezas, mas se assumirmos que uma prova matemática traz certezas isto deve ser provado.

Kuhn (2011) nos traz que os experimentos mentais servem para criar e esclarecer conceitos abstratos, ou seja, constrói conceitos, mostrando que todo pensamento humano tem intensão e extensão.

Intensão e extensão dos nossos conceitos devem ser vistas como complementares, em que, por um lado, elas funcionam de modo relativamente independente uma da outra, e, por outro lado, estão ligadas circularmente (círculo hermenêutico). Portanto, o princípio da complementaridade nos permite usar os símbolos e os conceitos num duplo sentido, tanto atributivamente quanto referencialmente.

## REFERÊNCIAS

- BERKELEY, G. **Philosophical Works**. Londres: Dent & Sons, 1975.
- DESCARTES, René. **Regras para a direção do espírito**. Tradução: João Gama. Lisboa: Edição 70 LDA, 1965.
- FOUCAULT, Michael. **As palavras e as coisas: Uma arqueologia das ciências humanas**. Trad. Salma Tannus Muchail. São Paulo: Martins Fontes, 2007.
- KANT, I. **Crítica a razão pura**. Trad. M. P. Santos e A. F. Morujão. Introdução e notas de A. F. Morujão. 4ª ed. Lisboa: Fundação Caloute Gulbenkian, 1997.
- KLEIN, Stanley. B. **The Two Selves: Their Metaphysical Commitments and Functional Independence**. Oxford: Oxford University Press, 2014. xx+153 pp.
- OTTE, M. **Complementary, Sets and Numbers**. Educational Stud. in Math 53, 2003. 203-228 pp.
- \_\_\_\_\_. **Mathematical Epistemology from a Peircean Semiotic Point of View**. Educational Stud. Ed. 61. In: Math, 2006. 203-228 pp.
- \_\_\_\_\_. **Notas de aula**. São Paulo: UNIBAN, 2014.
- \_\_\_\_\_. **A realidade das Idéias: Uma perspectiva epistemológica para a Educação Matemática**. Cuiabá: EDUFMT, 2012.
- \_\_\_\_\_. **O formal, o social e o subjetivo**. São Paulo: Editora UNESP, 1993.
- PEIRCE NEM. **The New Elements of Mathematics by Charles S. Peirce**. Carolyn Eisele (ed.). Vol. I-IV, The Hague- Paris/Atlantic Highlands, N.J. 1976.
- PEIRCE, Charles Sanders (CP). **Semiótica**. Trad. Jose Teixeira Coelho Neto. 4ª ed. São Paulo: Perspectiva, 2010.
- SILVA, Maurício da Rocha. **A Evolução do Pensamento Científico**. São Paulo: HUCITEC, 1972.
- SCHLICK, Moritz. **Allgemeine Erkenntnislehre**. Berlim: Verlag Von Julius Springer, 1918.

# PANORAMA SOBRE O (DES) USO DAS TECNOLOGIAS DA INFORMAÇÃO E COMUNICAÇÃO NA EDUCAÇÃO BÁSICA EM ESCOLAS PÚBLICAS DE ALEGRETE

Mauricio Ramos Lutz<sup>1</sup>

Ana Carla Nicola Ferreira Gomes<sup>2</sup>, Débora da Silva de Lara<sup>3</sup>, Mariely Rodrigues Anger<sup>4</sup>, Silviana Izabel Freire Severo<sup>5</sup>, Jussara Aparecida da Fonseca<sup>6</sup>

<sup>1</sup>Instituto Federal Farroupilha – Câmpus Alegrete/RS, mauricio.lutz@iffarroupilha.edu.br

<sup>2</sup>Instituto Federal Farroupilha – Câmpus Alegrete/ RS, anagomes.mat@gmail.com

<sup>3</sup>Instituto Federal Farroupilha – Câmpus Alegrete/ RS, dd.lara@hotmail.com

<sup>4</sup>Instituto Federal Farroupilha – Câmpus Alegrete/ RS, marielyanger@hotmail.com

<sup>5</sup>Instituto Federal Farroupilha – Câmpus Alegrete/ RS, silviana.fsevero@gmail.com

<sup>6</sup>Instituto Federal Farroupilha – Câmpus Alegrete/ RS, jussara.fonseca@iffarroupilha.edu.br

## Resumo

A informatização do homem moderno e a sua relação com as máquinas é inegável. No campo educacional esse avanço também está presente, pois há a necessidade de uma inclusão digital em todos os ambientes da escola. Um fato comprovado, tanto que a maioria das escolas já tem em suas dependências ambientes informatizados para uso dos alunos e dos professores. Para aqueles que já nasceram na era da informatização se torna mais imediata essa adaptação, porém percebemos que os docentes da escola, que já contam com anos de experiência em docência, formaram-se sob outra realidade, onde o acesso as tecnologias não eram tão disponibilizadas, tendo que acompanhar essa demanda. A fim de investigar como está sendo o uso ou não das Tecnologias de Informação e Comunicação por professores de Matemática do Ensino Básico em escolas públicas no município de Alegrete/RS, surgiu este projeto de pesquisa. O que se tornou mais preocupante na realidade é a hipótese de que apesar de equipadas para possibilitar um trabalho que envolva as Tecnologias da Informação e Comunicação, o ensino atual nas escolas ainda tem suas metodologias limitadas. Para obter informações precisas foi realizada uma pesquisa descritiva de caráter qualitativo através de entrevistas individuais aplicadas aos professores de matemática, onde foram investigados aspectos relacionados, principalmente, a formação acadêmica dos educadores, prática pedagógica, o uso ou não das Tecnologias da Informação e Comunicação em sala de aula e a disponibilidade/manutenção dos laboratórios de informática disponibilizados nas escolas.

**Palavras-Chave:** Tecnologias da Informação e Comunicação, ensino e aprendizagem, matemática, educação básica.

## INTRODUÇÃO

A matemática, muitas vezes, tem se apresentado como uma disciplina repleta de imaginários perversos, temida pelos alunos, principalmente na Educação Básica. Devido esse fato, muitas pesquisas no âmbito da Educação Matemática vêm sendo desenvolvidas com o intuito de propiciar uma educação de qualidade e eficaz a todos os atores do universo educativo.

Os problemas no ensino e aprendizagem da matemática tem ocasionado alto índices de reprovação e retenção dos educandos nos diferentes níveis da Educação Básica. Tal cenário, tem contribuído também para altos índices de evasão escolar.

Apesar deste cenário do ensino e aprendizagem da Matemática Escolar, o conhecimento desta área do saber é imprescindível para o desenvolvimento pleno do indivíduo. É possível observar que desde muito cedo se tem contato com situações em que o conhecimento matemático é necessário, como a orientação espacial ou cálculos realizados em uma compra de supermercado.

Contudo, é possível observar na sociedade atual que outros conhecimentos têm-se apresentado imprescindíveis, como aqueles relacionados à informática. Cada vez mais cedo crianças e jovens tem acesso a recursos computacionais e ensiná-los a saber utilizar tais recursos de forma consciente tem sido um desafio para pais e professores.

Diante dessas necessidades tem-se tornado cada vez mais necessário que professores estejam preparados para lidar com tais mecanismos em sala de aula. Mas isso nem sempre é uma tarefa fácil, pois exige estudo maior por parte do docente, incluindo dedicação e tempo de planejamento das atividades escolares.

A partir deste contexto, professores, entre eles o de Matemática, tem um grande desafio à sua frente. Contudo, tal desafio também põe à sua frente um leque de opções, no qual pode encontrar alternativas que possibilitam tornar suas aulas mais atrativas para os educandos, estimulando a criatividade e o senso crítico.

Frente a isso torna-se importante o professor buscar diferentes maneiras de utilização de Tecnologias da Informação e Comunicação em sala de aula, de modo a proporcionar o desenvolvimento de conhecimentos matemáticos. Nesse sentido, procuramos neste trabalho analisar a utilização de Tecnologias da Informação e Comunicação em sala de aula por parte dos professores de matemática das escolas públicas de Alegrete/RS.

## **A IMPORTÂNCIA DAS TECNOLOGIAS DA INFORMAÇÃO E COMUNICAÇÃO**

É cada vez mais crescente a necessidade da utilização de Tecnologias da Informação e Comunicação nos diferentes setores da sociedade, entre eles nas escolas. Para as instituições educacionais e professores, existe uma necessidade crescente para o uso das Tecnologias da Informação e Comunicação, para tanto é necessário saber como e quando utilizar tais recursos em sala de aula, de forma a trazer melhorias para o processo de ensino e aprendizagem.

Para que a utilização das Tecnologias da Informação e Comunicação realmente traga mudanças no processo de ensino e aprendizagem, é indispensável mudanças nos padrões atuais do ensino. Segundo Moran (2000, p.63), “ensinar com as novas mídias será uma revolução se mudarmos simultaneamente os paradigmas convencionais do ensino, que mantêm distantes professores e alunos. Caso contrário, conseguiremos dar um verniz de modernidade, sem mexer no essencial”. Tais mudanças são necessárias, pois a simples presença de Tecnologias da Informação e Comunicação na escola não é por si só uma garantia de maior qualidade na educação, pois a modernidade pode mascarar um ensino tradicional, baseado na recepção e na memorização de informações.

Na mesma direção, Perrenoud (2000) aponta que,

*A verdadeira incógnita é saber se os professores irão apossar-se das tecnologias como um auxílio ao ensino, para dar aulas cada vez mais bem ilustradas por apresentações multimídia, ou para mudar de*

*paradigma e concentrar-se na criação, na gestão e na regulação de situações de aprendizagem (p.138).*

Corroborando Vasconcelos (1998, p.29) ressalta que “a mudança de postura implica, pois, a mudança tanto das concepções quanto das práticas” e “a postura do educador não depende do nível de profundidade da teoria” (1998, p.22). Assim, a mudança depende do compromisso do docente, propiciadas pelas aproximações sucessivas entre a ação e a reflexão constante de sua prática pedagógica.

É preciso valer-se das Tecnologias da Informação e Comunicação para implementar o planejamento educacional problematizando a realidade dos alunos. Para Moran (2000), o papel do professor é fundamental nas propostas de inovações, até mesmo porque a qualidade de um ambiente tecnológico de ensino depende muito mais de como ele é explorado didaticamente, do que de suas características técnicas.

As Tecnologias de Informação e Comunicação quando utilizadas de forma adequada, ajudam no processo educacional, levando ao objetivo principal do processo educativo que é a aprendizagem dos alunos, conforme apronta Libâneo (2007, p. 309) “o grande objetivo das escolas é a aprendizagem dos alunos, e a organização escolar necessária é a que leva a melhorar a qualidade dessa aprendizagem”.

A importância do uso de Tecnologias da Informação e Comunicação também é ressaltada nos documentos oficiais. Segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio (PCNEM) “as tecnologias da comunicação e da informação e seu estudo devem permear o currículo e suas disciplinas” (BRASIL, 1999, p. 134). Do mesmo modo os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) apontam que,

*É indiscutível a necessidade crescente do uso de computadores pelos alunos como instrumento de aprendizagem escolar, para que possam estar atualizados em relação às novas tecnologias da informação e se instrumentalizarem para as demandas sociais presentes e futuras (BRASIL, 1998, p. 96).*

Contudo, mesmo com tais orientações apontadas nos documentos oficiais, utilizar os recursos das tecnologias da comunicação e informação é ainda um grande desafio, pois os professores encontramos um grande número de professores relutantes quanto ao uso, principalmente pela sua formação acadêmica.

Contudo, a utilização das Tecnologias da Informação e Comunicação em sala de aula, se transforma em uma ferramenta a favor da aprendizagem, trazendo para ambas as partes envolvidas, educador e educando, resultados positivos, o que para Bairral (2009, p.1) “nos remete a um novo horizonte pedagógico e a um vasto campo profissional”.

Corroborando, Demo (2008 p.1) aponta que,

*Toda proposta que investe na introdução das Tecnologias da Informação e Comunicação na escola só pode dar certo passando pelas mãos dos professores. O que transforma tecnologia em aprendizagem, não é a máquina, o programa eletrônico, o software, mas o professor, em especial em sua condição socrática.*

Também as Tecnologias da Informação e Comunicação entrelaçam diversas formas de atuação e interação entre os indivíduos, pois “todo processo de aprendizagem requer a condição de sujeito participativo, envolvido, motivado, na posição ativa de desconstrução e reconstrução de conhecimento e informação, jamais passiva, consumista, submissa” (DEMO, 2008, p.1)

Para Valente (1993), o computador não é um instrumento que ensina o aprendiz, mas ferramenta com a qual o aluno desenvolve algo, e, portanto, a aprendizagem ocorre

pelo fato de estar executando uma tarefa por meio do computador. Perante esse olhar, a educação básica precisa andar unida com as novas tecnologias que fazem parte do cotidiano das pessoas.

Vivemos em uma sociedade informatizada. Cada vez mais se requer dos sujeitos o uso de forma consciente de recursos computacionais. Nesse sentido, a escola desempenha papel fundamental, pois tem como um de seus objetivos preparar os alunos para os desafios da sociedade. Para tanto, conforme aponta Borba e Penteado (2001, p.19), “o computador deve estar inserido em atividades essenciais, tais como aprender a ler, escrever, compreender textos, entender gráficos, contar, desenvolver noções espaciais, etc”.

Todavia, não estamos querendo dizer que os recursos utilizados tradicionalmente como lápis e papel devam ser abandonados no processo de ensino e aprendizagem. Mas sim que outros recursos podem vir a ser incluídos em tal processo, de modo a tornar as aulas mais dinâmicas e participativas.

Não podemos negar que a utilização de Tecnologias da Informação e Comunicação em sala de aula é um desafio para uma parcela significativa de professores, pois muitos não nasceram na era da informática, tampouco tiveram em suas formações iniciais instrumentalização necessária para o emprego de tais recursos, pois conforme aponta Perrenoud (2000, p.163), “educadores vivem com os conhecimentos de sua formação inicial e de sua experiência pessoal”.

Por tal realidade, alguns docentes sentem-se intimidados em relação ao uso de recursos tecnológicos, pois sabem que seus alunos, muitas vezes, terão maior domínio sobre os instrumentos utilizados. Tal realidade faz com que haja uma inversão de papéis na sala de aula, possibilitando que além da aprendizagem sobre determinado campo do saber por parte do aluno, ocorra também a aprendizagem do professor acerca das ferramentas informáticas. Conforme Jahn (2014, p. 19):

*[...] outro fato a ser considerado é que, em geral, os jovens sabem mais e melhor utilizar as ferramentas informáticas do que os adultos. A possibilidade que se abre dessa maneira é a de os estudantes poderem vir a compartilhar conhecimentos com o professor. Em geral, tal situação pode ser muito prazerosa porque os estudantes se sentem valorizados por possibilitarem aos seus professores a aprendizagem: os papéis se invertem na sala de aula.*

Além da insegurança quanto ao domínio das ferramentas tecnológicas, alguns professores destacam que a inserção de tais recursos é muito trabalhosa. Tal fato é inegável, pois muitas vezes o tempo necessário para o planejamento de uma aula com utilização de tecnologias de informação e comunicação pode ser muito maior, pois é preciso encontrar o recurso que melhor se adapta aos objetivos da aula, investigá-lo para conhecer todas as suas disponibilidades e testá-lo de modo que verifique se a proposta a ser realizada é realmente possível.

Desse modo, o uso das Tecnologias de Informação e Comunicação deve ter seus objetivos bem estabelecidos, pois usar o computador só por usar não acrescenta nada para o aluno. Essa ideia é reforçada por Ponte et al (2008, p.59):

*Os recursos computacionais em si mesmos, quando amplamente dominado pelo professor, não são suficientes para garantir uma ação educacional diferenciada, se não estiverem claras e fundamentadas as teorias. Assim, além da necessidade de saber lidar com o computador, o professor deve entregar-se ao processo de construir para si mesmo um novo conhecimento.*



Entretanto, passada a fase de planejamento, o professor tem em mãos um recurso capaz de tornar suas aulas mais interessantes e participativas. Além disso, dentro do contexto social atual está praticamente impossível a escola e os professores fugirem da utilização de tecnologias da informação e comunicação. Dessa forma, a educação para as mídias digitais, em seus alcances de forma abrangente se faz necessário nos dias de hoje, pois os espaços educativos não podem mais ficar aquém da realidade de sociedade.

Com isso, conseguiremos mudar o contexto da educação escolar apontado por Valente (1996, p.129),

*A educação escolar e o professor que a ministrar não tem, no geral um referencial de mundo que se compatibiliza com a realidade circundante e com seus possíveis avanços. O espaço educacional parece imune, preservado desses avanços, mantendo o velho, pela indiferença às mudanças do meio.*

Assim, enquanto educadores precisamos sair de nossa “zona de conforto” e nos aventurarmos com novos desafios de aprendizagem e o uso de tecnologias da informação e comunicação são uma boa opção. Em particular o uso do computador em sala de aula, apresenta-se como uma boa opção para o desenvolvimento de diferentes áreas do conhecimento escolar.

Quanto a utilização do computador, os PCN afirmam que “[...] o computador favorece a transformação das aulas tradicionais, excessivamente diretivas e instrucionais, em ações cooperativas entre alunos e professores, nas quais todos se organizam como parceiros e aprendizes” (BRASIL, 1998, p. 33).

Corroborando Pasqualotti e Freitas (2001, p. 80) apontam que,

*É necessária a disseminação da filosofia computacional nos centros de ensino para que a informática possa auxiliar no processo de ensino-aprendizagem e enriquecimento dos conhecimentos dos alunos, bem como no auxílio e aperfeiçoamento dos professores e pesquisadores.*

Na mesma direção, Penteado (1999, p. 309) ressalta que “o trabalho com o computador provoca mudanças na dinâmica da aula exigindo por parte do professor novos conhecimentos e ações”. Então porque muitas escolas não utilizam o computador como uma ferramenta para melhorar o processo de ensino aprendizagem? Esta pergunta fica para ser refletida.

É compreensível assim, que como educadores preocupados com o processo de ensino e de aprendizagem de nossos alunos, validando as tecnologias como elementos pedagógicos problematizadores, reconheçamos que atualmente o Sistema de Ensino não é condizente com as reais necessidades dos alunos, portanto, não basta somente modernizá-lo, mas é necessário e de caráter urgente repensar o método educacional utilizado, de modo que o processo de construção do conhecimento seja estimulante, desafiador e adequado aos novos tempos.

Por tudo que foi exposto, percebemos que professores precisam estar constantemente reavaliando e refletindo sobre o fazer pedagógico em sala de aula e verificar a importância do uso de metodologias diferenciadas fazendo com que suas aulas sejam mais dinâmicas, sendo que nesse sentido as tecnologias da comunicação e informação apresentam-se como uma boa opção.

Assim, o uso do computador e de outras mídias digitais, pode contribuir para resolver e modificar a metodologia de ensino e aprendizagem fazendo com que tenham sentido os conteúdos trabalhados nas diversas disciplinas, em particular, nas aulas de matemática. Sabe-se que essas mudanças não ocorrerão de maneira rápida, mas é chegado

o momento de começar a repensar nesta postura enquanto educadores, para que com um preparo pedagógico-tecnológico e infraestrutura adequada possa realizar verdadeiras transformações nas aulas.

## **MATERIAIS E MÉTODOS**

O presente trabalho é o extrato de um projeto de pesquisa que teve por objetivo verificar a utilização (ou não) das Tecnologias da Informação e Comunicação por parte dos professores de matemática de escolas públicas de Alegrete/RS. A pesquisa realizada foi de cunho descritivo com caráter qualitativo por meio de entrevistas individuais aplicadas a professores de matemática atuantes na rede pública de ensino.

Segundo Gil (2002, p.42) “as pesquisas descritivas têm como objetivo primordial a descrição das características de determinada população ou fenômeno ou, então, o estabelecimento de relações entre variáveis”. Por isso, o estudo se norteou de acordo com esses padrões, isto é, buscou-se averiguar os problemas no intuito de melhorar as práticas por meio da observação e análise das entrevistas feitas com esses profissionais.

Para obter uma pesquisa detalhada sobre esse meio, foi preciso separá-la em sete etapas que consistiam na definição do problema, na escolha do público alvo, na elaboração do questionário, no pré-teste do questionário, na aplicação do questionário, na organização dos dados e na análise e interpretação dos mesmos.

Estima-se que na cidade oriunda das escolas participantes do projeto existam em torno de 80 professores de matemática atuantes em Escolas Básicas Públicas, porém contamos com uma amostra de 22 professores que responderam a pesquisa. Após a realização das entrevistas foram organizados os dados através de contagem e agrupamento, desse modo, obteve-se um conjunto de informações que conduziu o estudo do atributo estatístico.

Com esses resultados obtidos a próxima fase foi a análise e interpretação, de acordo com Gil (2002, p.90),

*O processo de análise e interpretação é fundamentalmente iterativo, pois o pesquisador elabora pouco a pouco uma explicação lógica do fenômeno ou da situação estudados, examinando as unidades de sentido, as inter-relações entre essas unidades e entre as categorias em que elas se encontram reunidas.*

Ou seja, nesse processo, foi realizada uma análise dos dados buscando assim, dados estatísticos para verificar se existe o uso, bem como as concepções pedagógicas acerca das tecnologias da informação e comunicação por parte de professores de matemática participantes da pesquisa.

## **RESULTADOS E DISCUSSÕES**

Quando buscou-se informações sobre a utilização de Tecnologias da Informação e Comunicação na Educação Básica, referente à disciplina de Matemática, levamos em consideração alguns aspectos que seriam relevantes para montar um panorama geral da utilização dos recursos tecnológicos na educação pública, que são: formação dos professores atuantes, caracterização das escolas em que esses atuam e forma de utilização dos recursos disponibilizados pela escola.

A primeira etapa da pesquisa consistiu no reconhecimento do público participante. Foram coletados dados através de um questionário, respondido por 22 professores de matemática. A partir das respostas coletadas foi possível observar que apenas um docente

não tem sua graduação na área da matemática, o que é um bom número tendo em vista ser corrente nas escolas públicas professores lecionando em disciplinas diferentes de sua área de formação, e que a maioria destes profissionais realizaram sua graduação em instituições privadas.

A maior parte dos entrevistados formou-se após a expansão tecnológica, que ocorreu no início do século XXI, porém, para termos dados mais gerais, no total de entrevistados conseguimos contemplar também a visão de professores mais experientes. Percebemos isso fortemente quando dez professores afirmaram que não tiveram em seus cursos de formação inicial disciplinas que abordassem as Tecnologias da Informação e Comunicação; sete professores disseram que as disciplinas que tiveram não se fizeram suficiente para uma boa formação, e entre todos, somente cinco acharam a sua formação completa nessa área, o que não é suficiente para um bom trabalho.

Com tal dado, percebemos que a formação inicial da maioria dos docentes participantes da entrevista não contempla uma das demandas necessárias para o ensino de matemática apontada pelos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN). Segundo os PCN, “a Matemática deve acompanhar criticamente o desenvolvimento tecnológico contemporâneo, tomando contato com os avanços das novas tecnologias nas diferentes áreas do conhecimento para se posicionar frente às questões de nossa atualidade (BRASIL, 1998, p. 18)”.

As escolas em que os professores entrevistados atuam, de modo geral, possuem boas condições físicas para um trabalho com Tecnologias da Informação e Comunicação, apresentando laboratórios de informática equipados, na sua maioria, com número suficiente de computadores para os alunos.

Além disso, percebemos através dos relatos dos professores que as escolas que possuem os laboratórios geralmente também possuem acesso à internet, facilitando pesquisas e contemplando vários fatores demandados pelas Tecnologias da Informação e Comunicação. Conforme destaca Pimentel (2007, p.91) destaca,

*De outra forma, a Internet será uma tecnologia a mais, que reforçará as formas tradicionais de ensino. Os ambientes telemáticos de aprendizagem permitem programar uma rede de informações interligadas, em que os sujeitos podem explorar diferentes mídias simultaneamente e integrá-las numa mesma atividade para o desenrolar das experiências interativas quanto às relações com a tecnologia, e cooperativas, quanto às relações interpessoais.*

Do grupo de professores participantes da pesquisa, somente dois afirmam não possuir nenhuma pós graduação, porém quando indagados da área em que os cursos foram realizados, descobrimos que somente dois deles contemplavam Tecnologias da Informação e Comunicação.

Tendo em vista essa e as informações já explicitadas sobre a formação dos professores, entende-se uma das dificuldades apontadas por eles para preparar uma aula envolvendo essa metodologia, em que declararam que possuem dúvidas nesse pressuposto e não lhes é oferecido auxílio para sanar as mesmas. Desta forma, segundo Farias (2009, p. 6),

*A educação é uma tarefa complexa que exige uma formação sólida para desempenhá-la. As mudanças no mundo do trabalho geram transformações na organização do trabalho da escola, onde a inserção tecnológica no ensino tem trazido consequências contínuas à autonomia do trabalho docente.*

Ainda nessa linha de raciocínio percebemos que além dessa dificuldade, a falta de tempo para planejamento dificulta o trabalho do professor que deseja utilizar este tipo de metodologia. Constatamos que a maioria dos docentes participantes trabalham 40 horas semanais, mesmo assim, 50% dos entrevistados utilizam o laboratório de informática para complementar suas aulas com softwares e aplicativos referentes à matemática, outros cinco docentes fazem o uso do laboratório para incentivar pesquisas sobre os conteúdos da matemática e a totalidade dos professores fazem uso da internet para comunicação e planejamento de aulas.

Ressaltamos ainda, que os professores sabem que o conceito de Tecnologias da Informação e Comunicação é amplo, no entanto, muitos deles, não fazem uso de todos os aspectos contemplados por esse devido às dificuldades já apresentadas acima, sendo lamentável, pois o uso das Tecnologias da Informação e Comunicação,

*[...] pode contribuir para auxiliar professores na sua tarefa de transmitir o conhecimento e adquirir uma nova maneira de ensinar cada vez mais criativa, dinâmica, auxiliando novas descobertas, investigações e levado sempre em conta o diálogo. E, para o aluno, pode contribuir para motivar a sua aprendizagem e aprender, passando assim, a ser mais um instrumento de apoio no processo ensino-aprendizagem [...]* (MERCADO, 2002, p. 131).

Desse modo, percebemos que unanimemente os professores acreditam que a utilização das tecnologias da informação e comunicação pode melhorar o processo de ensino e aprendizagem de matemática, mesmo que muitas vezes não fazem uso de tal recurso em sua sala de aula.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

Ao finalizar o presente trabalho, percebemos que o processo de ensino e aprendizagem representa um desafio diário para o educador na medida em que ele tenta dar um significado e dinâmica em suas aulas, deixando-a mais atraente para o aluno. Sabemos que não é tarefa fácil, mas enquanto docentes é necessário estarmos sempre nos reformulando e buscando novos conhecimentos.

Com o desenvolvimento da pesquisa, pode-se frisar, primeiramente, a satisfação pela participação dos professores, pois boa parte destes voluntariaram-se com disposição para responder a entrevista. Respostas as quais mostraram-se satisfatórias pela coerência das mesmas, pois contribuíram para a contagem e agrupamento dos dados.

Percebeu-se que nas escolas nas quais os docentes participantes estão inseridos, existem computadores suficientes para os alunos, porém a manutenção e acompanhamento de profissionais para dar suporte nesta área não se fazem presentes.

Também foi salientado que não existe um bom planejamento, pelas causas já apontadas: carga horária excessiva atribuída aos professores e a dificuldade das escolas em contemplar essas atividades propiciadas pelas tecnologias.

Contudo, é relevante enfatizar que a maioria dos dados obtidos mostram-se positivos, pois mesmo com poucos recursos há o emprego de Tecnologias da Informação e Comunicação no meio escolar, através de aplicativos e softwares que vão ao encontro do que está sendo trabalhado em sala de aula, sendo essa uma prática em expansão.

Aos demais dados de teor negativo, vale destacar Freire (1975, p. 51):

*A realidade não pode ser modificada, senão quando o homem descobre que é modificável e que ele pode fazê-lo. É preciso, portanto, fazer desta*

*conscientização o primeiro objetivo de toda a educação: antes de tudo provocar uma atitude crítica, de reflexão, que comprometa a ação.*

Por isso, após coleta e análise dos dados, será estudado e providenciado uma proposta de formação pedagógica para os professores de matemática atendendo as demandas trazidas e apresentadas por este projeto de pesquisa.

Ao finalizar esse projeto, percebemos o quanto é importante pesquisar. Muitas dúvidas, ideias, hipóteses, conjecturas, surgem ao longo do caminho e muitas vezes notamos que não daremos conta de responder a todas elas. Mas esse é nosso caminhar... uma formação continuada sempre.

## REFERÊNCIAS

BAIRRAL, M. A. Análise das interações docentes em virtual Math Teams: Um estudo de caso. In: Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática, 4., 2009, Rio de Janeiro. **Anais**. Rio de Janeiro: UFRJ, 2009. p. 1–21.

BORBA, Marcelo Carvalho; PENTEADO, Miriam Godoy. **Informática na Educação Matemática**. Coleção Tendências em Educação Matemática. Belo Horizonte: Autêntica, 2001.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: terceiro e quarto ciclos do ensino fundamental: introdução aos parâmetros curriculares nacionais**. Brasília: MEC/SEF, 1998.

\_\_\_\_\_. Ministério da Educação. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Ensino Médio: Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias**. MEC, SETEC: Brasília, 1999.

DEMO, Pedro. **TICs e educação**. 2008 Disponível em:  
<<http://pedrodemo.blogspot.com.br/2012/04/tics-e-educacao.html>> Acesso em: 13 jan. 2014.

FARIAS, P. M. **Condições do ambiente de trabalho do professor**: em uma escola municipal de Salvador – Bahia. Dissertação (Mestrado em Saúde, Ambiente e Trabalho) – Programa de Pós-Graduação em Saúde, Ambiente e Trabalho. Salvador: UFBA, 2009.

FAUSTINONI, L.; MATHIAS, C. V. **Objetos de aprendizagem**: Uma abordagem no contexto. Pelotas: Ed. Cópias Santa Cruz, 2010.

FREIRE, Paulo. **Pedagogia do Oprimido**. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1975.

GIL, A.C. **Como elaborar projetos de pesquisa**. 4. ed. São Paulo :Atlas, 2002.

JAHN, Ana Paula ... et al. **Formação de Professores do Ensino Médio**, Pacto Nacional pelo Fortalecimento do Ensino Médio, Etapa II - Caderno V: Matemática / Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, Curitiba: UFPR, Setor de Educação, 2014.

LIBÂNEO, J. C. et al. **Educação escolar**: políticas, estrutura e organização. 5.ed. São Paulo : Cortez, 2007.

MERCADO, Luis Paulo Leopoldo. (Org.). **Novas tecnologias na educação**: Reflexões sobre a prática. Maceió. EDUFAL, 2002.

MORAN, J. M. Ensino e Aprendizagem inovadores com tecnologias auditivas e temáticas. In: MORAN, J. M; MASETTO, M. T e BEHRENS, M. **As novas tecnologias e mediação pedagógica**. 1 ed. São Paulo: Papirus, 2000.

PASQUALOTTI, Adriano; FREITAS, Carla Maria Dal Sasso. **Experimentação de ambiente virtual para melhoria do ensino** – aprendizagem de Matemática. Bolema, Rio Claro (SP), Ano 14, n. 16, p. 79 – 101, 2001.

PENTEADO, M. G. Novos atores, novos cenários: discutindo a inserção dos computadores na profissão docente. In: BICUDO, M. A. V. **Pesquisa em educação matemática: concepções e perspectivas**. São Paulo: Unesp, p.297 – 313, 1999.

PERRENOUD, Philippe. **10 novas competências para ensinar**. Porto Alegre: Artmed, 2000.

PIMENTEL, Ronaldo Abraão; PAULA, Maria José. A dinâmica dos processos de aprendizagem em uma atividade de investigação. Encontro Nacional de Educação Matemática, IX, Belo Horizonte. **Anais**. Recife: SBEM, p.1-10, 2007.

PONTE, J. P.; OLIVEIRA, H.; VARANDAS, J. M. O contributo das tecnologias de informação e comunicação para o desenvolvimento do conhecimento e da identidade profissional. In: FIORENTINI, D. (Org.) **Formação de professores de matemática: explorando novos caminhos com outros olhares**. – 1 reimp. - Campinas: Mercado de Letras, 2008, p. 159 – 192.

VALENTE, José Armando. **O professor no ambiente LOGO: Formação e atuação** Campinas, SP: UNICAMP/NIED, 1996.

VASCONCELLOS, Celso S. **Processo de Mudança da Prática Educacional**. São Paulo: Libertad, 1998 (Série Textos de Aprofundamento - 1).

# **PENSAMENTO ALGÉBRICO: UMA RELAÇÃO ENTRE ÁLGEBRA, ARITMÉTICA E GEOMETRIA**

**Silvânia Cordeiro de Oliveira<sup>1</sup>**

**João Bosco Laudares<sup>2</sup>**

<sup>1</sup>Puc-MG/Programa de Pós Graduação em Ensino de Ciências e Matemática - silvania.silva@ifmg.edu.br

<sup>2</sup>Puc-MG/Programa de Pós Graduação em Ensino de ciências e Matemática - jblaudares@terra.com.br

## **Resumo**

Esse artigo é fruto das discussões geradas da disciplina de Tópicos do Ensino de Álgebra, oferecida pelo Mestrado em Ensino de Ciência e Matemática na PUC Minas e pela atuação como professora de Matemática na Educação Básica e no Curso de Licenciatura em Matemática no Instituto Federal de Minas Gerais- Campus São João Evangelista . O artigo em questão constitui de uma abordagem do ensino da Álgebra no Ensino Fundamental articulada a dois campos da Matemática: a Aritmética e a Geometria, como meios para atenuar os reflexos oriundos de problemas na didática do ensino de Matemática. Em contrapartida, estimular o desenvolvimento do pensamento algébrico em distinção à visão tradicional da Álgebra, com ênfase nos significados e compreensão.

**Palavras-chave:** Álgebra. Aritmética. Geometria. Pensamento Algébrico

## **1- INTRODUÇÃO**

Esse texto tem como objetivo fazer um paralelo entre o ensino de Álgebra, Geometria e Aritmética na educação básica, visando fornecer subsídios para que as três não sejam vistas como três áreas independentes dentro da Matemática, mas pelo contrário, como assuntos que coexistem. O ensino intra-disciplinar e de forma integrada tende a fortalecer a aprendizagem das três, sem a ideia de linearidade. Tal conexão facilita a compreensão mais ampla pelos alunos e a percepção dos significados conceituais, o que facilita a compreensão dos conceitos de funções no Ensino Médio e que é subsídio para a assimilação e aprendizagem de Cálculo Diferencial e Integral nos cursos de graduação.

Para este, foi feita uma pesquisa bibliográfica, que, segundo Gil (2008, p. 50), “ é desenvolvida a partir de material já elaborado, constituído de livros e artigos científicos”, como forma de obter informações, para ampliar o conhecimento sobre o que se discutem a respeito do assunto na academia.

Observamos que tal tendência é assinalada pelos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN's) de Matemática.

*Há um razoável consenso no sentido de que os currículos de Matemática para o ensino fundamental devam contemplar o estudo dos números e das operações (no campo da Aritmética e da Álgebra), o estudo do espaço e das formas (no campo da Geometria) e o estudo das grandezas e das medidas (que permite interligações entre os campos da Aritmética,*

*da Álgebra e da Geometria). (...) Também algumas ideias ou procedimentos matemáticos, como proporcionalidade, composição e estimativa, são fontes naturais e potentes de inter-relação e, desse modo, prestam-se a uma abordagem dos conteúdos em que diversas relações podem ser estabelecidas.( BRASIL, 2001, p.38)*

Lorenzato(2006) também defende o ensino da Matemática no Ensino Básico de forma integradora. Assim como para Lins & Gímenes (1997, p. 159) “devemos buscar é a coexistência da educação algébrica com a aritmética, de modo que uma esteja implicada na outra”

É na escola o lugar de adquirir os conceitos científicos, sistematizar os conceitos adquiridos espontaneamente no cotidiano, como afirma Vygotsky. Ao chegar à escola as crianças trazem conhecimentos essenciais, capazes de gerar situações de aprendizagem de forma significativa. A valorização desse saber já constituído pelo estudante, é uma das vertentes as quais devemos seguir para alicerçar a formação do conceito. Como assinala Cândido,

*[...] através de situações de comunicação, o professor pode obter informações importantes sobre conhecimentos prévios e incompreensões dos alunos. Tal conhecimento orienta o trabalho do professor, que pode, então, planejar atividades apropriadas para superar dificuldades encontradas e atender a necessidades individuais. (CÂNDIDO, 2001, p. 27)*

Na Matemática, ainda é mais relevante, uma vez que a sociedade já apresentou ao estudante, informalmente, muitos dos conteúdos a serem trabalhados na sala de aula de uma forma aplicada, útil e dinâmica, onde os cálculos envolvem números menores, que podem ser trabalhados através do cálculo mental, sem a necessidade da utilização de regras e/ou calculadoras digitais para a execução dos mesmos. A Escola como instituição responsável pela formalização dos conhecimentos não pode partir do pressuposto de que aquele conhecimento adquirido informalmente não tem valor para a estruturação do saber científico.

Outras vezes eles carregam consigo o “peso” da dificuldade dessa disciplina, muitas vezes temida ou até mesmo aterrorizada pela sociedade. De uma Matemática escolar muito diferente daquela vivenciada e utilizada pela criança para vender picolé, ajudar os pais na marcenaria, carpintaria ou construções civis, construir carrinhos, pipas e outros.

*Desse modo, é fundamental que o professor, antes de elaborar situações de aprendizagem, investigue qual é o domínio que cada criança tem sobre o assunto que vai explorar, em que situações algumas concepções são ainda instáveis, quais as possibilidades e as dificuldades de cada uma para enfrentar este ou aquele desafio (BRASIL, 1998, p.45).*

O ensino da matemática de forma tradicional, como uma simples transmissão de conhecimentos através de técnicas desprovidas de significados e a repetição do algoritmo sem sentido algum, dão lugar à memorização, repetição sem a garantia do sucesso da aprendizagem.

As abordagens, tradicionalmente difundidas em torno da Álgebra têm colocado em foco principalmente a memorização e mecanização de fórmulas, como metodologia para assimilação dos conceitos algébricos. Esse tipo de abordagem reflete diretamente na compreensão das operações elementares e na aprendizagem significativa da Álgebra, acarretando dificuldades associadas à resolução de problemas dentro de um contexto do cotidiano e em outros níveis de ensino. Nesse sentido, a escola em vez de ser uma aliada



do estudante para facilitar suas atividades do dia a dia, torna-se um fator que dificulta, quando a abordagem em torno do assunto difunde muito da realidade do mesmo.

Os livros didáticos, muitas vezes utilizados como “livros de receitas”, não trazem metodologias que, por si só, são capazes de construir o conhecimento, e o professor quando não conhece alternativas de abordagem acaba adotando-o como a única fonte de pesquisa e recurso didático para se utilizar em sala de aula. A simples repetição de regras e fórmulas, não possibilita ao aluno fazer conexões e pensar de forma autônoma e nem facilita a compreensão dos conceitos e procedimentos estabelecidos pela Álgebra. Mas este é ainda uma ferramenta poderosa à qual os professores se orientam para planejar e executar suas aulas. Em contrapartida, um livro muito bem elaborado, aliado a uma boa formação do professor é uma excelente fonte para a construção do conhecimento matemático, até mesmo porque a Álgebra tem ocupado lugar privilegiado nos livros didáticos.

*Por um lado, é verdade que ainda precisamos que as editoras e as universidades colaborem mais, para produzir material que ofereça alternativa ao que domina hoje, mas, por outro lado, é mais do que provável que a repetição dessa prática por tanto tempo, aliada ao fato de que o livro representa uma voz que se reveste de autoridade, termine por constituir, para a maioria dos professores, a noção de que atividade algébrica é “cálculo literal” , incluindo-se aí “cálculos” menos ou mais difíceis – entre os últimos, por exemplo, a resolução de equações, vista apenas do ponto de vista dos algoritmos.(LINS E GIMENEZ, 1997, p.106).*

A postura do professor é fundamental, a intervenção de forma crítica e ponderada é que leva até o estudante situações de aprendizagem (ou não), é dele que parte as abordagens desafiadoras, estimulantes e capazes de produzir significados e generalizar o conhecimento matemático. A construção do conhecimento é o principal ponto de partida, onde o estudante, orientado pelo professor, será capaz de investigar questões e chegar às suas próprias conclusões, sem esperar do professor a “resposta certa”, mas criticar e questionar as suas próprias descobertas, gerar discussões em torno de uma situação problema e assim construir o seu próprio conhecimento, com fundamento e significado.

## **2- RELAÇÃO ENTRE A ÁLGEBRA E A ARITMÉTICA**

Um dos momentos mais chocantes para os estudante do Ensino Fundamental, dentro da Matemática, é o momento em que começam a surgir “letras com valor de números”, é essa a concepção que a grande maioria dos estudantes têm da Álgebra, que a letra é sempre uma incógnita, serve apenas pra indicar um valor desconhecido.

*Os adolescentes desenvolvem de forma bastante significativa a habilidade de pensar “abstratamente”, se lhes forem proporcionadas experiências variada, envolvendo noções algébricas, a partir dos ciclos iniciais, de modo informal, em um trabalho articulado com a Aritmética. Assim os alunos adquirem base para uma aprendizagem de Álgebra mais sólida e rica de significados.(BRASIL,1998, p.117)*

A introdução desse conteúdo de maneira formal, tratando de equações, sem relacioná-lo com a Aritmética e situações vivenciadas no dia a dia, não permite aos estudantes produção de significados, dificultando assim que estes identifiquem o modo como as duas se relacionam. Se o aluno não é capaz de apropriar-se dos conceitos algébricos ele não desperta o prazer de aprendê-los.

Ao apresentarmos ao aluno uma Álgebra desvinculada da Aritmética, um conteúdo que vem sendo desenvolvido desde o início da sua escolarização, priorizando os seus aspectos linguísticos e deixando de desenvolver o pensamento algébrico, fere ao que recomenda os PCN, quando ressalta que

*é importante destacar que as situações de aprendizagem precisam estar centradas na construção de significados, na elaboração de estratégias e na resolução de problemas em que o aluno desenvolve processos importantes como intuição, analogia, indução e dedução e não atividades voltadas para a memorização desprovidas de compreensão ou de um trabalho que privilegie uma formalização precoce de conceitos (BRASIL, 1998, p.63).*

O papel do professor é fundamental para que os estudantes desenvolvam um sentido numérico concomitante ao pensamento algébrico, levando-os a perceber o que há de comum entre as duas, pra que consigam fazer a transição da Aritmética para a Álgebra como uma continuidade e não como uma fenda. Sobre o assunto, Matos (2005, p.54) lembra que é preciso “levar o aluno a encarar a Álgebra, não só como um assunto que se deve dominar, mas também como uma ferramenta que é importante saber mobilizar em diferentes situações”. Muitas vezes a falta de conhecimento acerca da aplicação do conteúdo matemático é o que acarreta a falta de interesse do estudante, logo o diálogo estabelecido entre eles e os professores torna-se um elemento integrante do processo de construção do conhecimento.

Conforme Moyses, segundo Vygotsky, no ensino voltado para a compreensão

*explicar é muito mais do que fazer uma mera exposição. É buscar na estrutura cognitiva dos alunos as ideias relevantes que servirão como ponto de partida para o que se quer ensinar. É caminhar com base nessas ideias, ampliando os esquemas mentais já existentes, modificando-os ou substituindo-os por outros mais sólidos e abrangentes. Nesta tarefa desempenham papel fundamental e exemplificação e o enriquecimento do que está sendo explicado com um número suficiente de informações. (MOYSES, 2006, p. 37)*

A Álgebra hoje é apresentada formalmente aos estudantes do Ensino Fundamental somente a partir do 7º ano ( 6ª série) quando letras são usadas pra representar números e de acordo com Souza e Diniz (1996), de forma fragmentada, abstrata e descontextualizada sem a preocupação com formação do conceito da variável em suas diversas formas. Lins e Gimenez (1997, p. 10) salienta que “é preciso começar mais cedo o trabalho com a Álgebra, e de modo que esta e a Aritmética desenvolva-se juntas, uma implicada no desenvolvimento da outra”. Quando se faz uma ruptura entre a abordagem da Aritmética e a Álgebra o estudante não consegue perceber essa relação e encara como se fosse uma nova Matemática, a Matemática das letras como novas regras, fórmulas e aplicações; e isso impede que ele consiga fazer a associação entre as duas, trazer os conceitos já absorvidos na Aritmética e aplica-los na Álgebra de forma mais natural.

Um dos principais problemas da aprendizagem da Álgebra, como assinala o PCN(1998), é a noção de variável. Os estudantes, na sua maioria, não conhecem os significados das letras que aparecem nas operações algébricas, os “x”, “y”, “a”, “b” misturados aos números. Muitas vezes são identificados apenas como valores desconhecidos.

Klüsener (2001, p. 186), acentua que “O uso de variáveis tende a confundir-se com o simples uso das letras x, y, z ... manipulando-as naturalmente, sem chegar a valorizar a sua complexidade, nem os seus múltiplos significados”. Para a autora, a internalização do

conceito de variável depende de dois processos: o de **generalização** que permite a passagem de situações concretas para aquilo que é comum a todas elas e a **simbolização** que é uma forma reduzida de expressar essa característica comum a todas as situações. O conceito de generalização pode ser desenvolvido ainda Ensino Fundamental I, por meio de atividades que trabalham com padrão sem a necessidade de apresentação formal da Álgebra.

Quando o estudante entende que as variáveis podem se comportar como *incógnitas* quando representam valores fixos, determináveis pelas condições fornecidas pela equação ou *variáveis* que é uma quantidade indeterminada, cujo valor varia de acordo com outra quantidade que também é variável, mas dependendo do contexto matemático, pode ser que fique mais claro essa ideia. Porém, nem sempre o estudante consegue perceber essa diferença entre variável e incógnita, o que dificulta ou praticamente impede que este desenvolva o pensamento algébrico.

*Não adiantará por uma variável à frente de uma criança até que esta a veja variar. Quando a variável tiver realmente variado na experiência da criança, então haverá sentido colocar o nosso número escolhido, em lugar de todos os números diferentes que já representaram o nosso número escolhido, e não será necessário muito tempo para convencê-la de que, como economia de expressão, pode usar-se uma letra-código para o nosso número escolhido. (DIENES, 1974, p.70)*

Grande parte da confusão, talvez esteja na falta de conhecimento que o permita construir o conceito de variável e esse conceito não se aprende em livros didáticos, nem resolvendo uma lista enorme de atividades repetitivas, cabe ao professor utilizar de metodologias diversificadas para que o estudante produza significados que o assegure a formação do conceito.

## 2.1- O PENSAMENTO ALGÉBRICO

Para Ponte (2005), há muitos anos, a fundamentação da Álgebra era baseada em equações e na sua manipulação. Porém nos tempos atuais, o grande objetivo da Álgebra é o desenvolvimento do pensamento algébrico.

De acordo Vygotsky “[...] o desenvolvimento do pensamento é determinado pela linguagem, isto é, pelos instrumentos linguísticos do pensamento e pela experiência sociocultural da criança” (VYGOTSKI, 1998, p.62). Logo, o desenvolvimento do pensamento algébrico ocorre na associação do conhecimento que o estudante adquiriu informalmente no cotidiano, aos conceitos formais transmitidos pela escola.

O pensamento algébrico é favorecido quando, desde as séries iniciais do ensino fundamental, se valoriza as diferentes formas de representação de ideias e relações matemáticas, através de recursos diversos como símbolos, desenhos, material manipulativo e atividades de agrupar, classificar, ordenar que facilitem os trabalhos com os padrões. Tudo isso vem a refletir de forma positiva na compreensão das propriedades das operações, onde os alunos são encorajados a usar o pensamento relacional, a desenvolver a sua capacidade de estimação no sentido de se aventurarem na descoberta da generalização. Assim é possível abordar aspectos essenciais da Álgebra, nos diferentes níveis escolares em que a criança se encontra inserida.

*Os alunos no 1.º ciclo desenvolvem o pensamento algébrico quando, por exemplo, investigam sequências numéricas e padrões geométricos. No 2.º ciclo, ampliam e aprofundam esse trabalho, explorando padrões,*

*determinando termos de uma sequência a partir da sua lei de formação e uma lei de formação pelo estudo da relação entre os termos. Os alunos desenvolvem igualmente a capacidade de identificar relações e de usar a linguagem simbólica para as descrever, e começam a expressar relações matemáticas através de igualdades e desigualdades. ( PONTE et al., 2007 p. 40)*

Desse modo, o pensamento algébrico está associado à capacidade de estabelecer generalizações e relações, interpretar situações e resolver problemas. Mason (1996) acentua que a generalização é o coração da Matemática. O trabalho voltado para a exploração de padrões, é uma das vias para se desenvolver a capacidade de generalização com o reconhecimento das relações existentes entre as variáveis envolvidas. Este também possibilita a construção de uma regra geral.

*As atividades com padrões constituem, pois, um poderoso veículo para a compreensão das relações de dependência entre quantidades, assim como são também uma forma concreta e transparente de os alunos começarem a entender as noções de abstração e generalização (MOSS e BEATTY, 2006, p. 59).*

Estratégias de ensino devem ser diversificadas pelos professores para que os estudantes desenvolvam a compreensão da linguagem algébrica de forma mais espontânea e não venham a sofrer tamanho impacto com a transição da Aritmética para a Álgebra. A generalização é um dos caminhos alternativos para o desenvolvimento do pensamento algébrico, que só se concretiza se utilizar desta habilidade para resolução de diferentes problemas e situações, caso contrário fica fortemente restringido na sua competência matemática ( PONTE, 2005).

É importante que o estudante seja envolvido em atividades de caráter exploratório e investigativo, contribuindo para o desenvolvimento das atividades relacionadas ao pensamento algébrico ( ABRANTES, SERRAZINA e OLIVEIRA, 1999; NCTM 2007). A tarefa de investigar, na exploração de padrões, partindo de situações concretas, generalizam regras e desafiam os estudantes a pensar algebricamente. A investigação é uma metodologia de ensino que pode ser utilizada desde as séries iniciais, desde que o professor trabalhe no estudante tal habilidade e conduza o processo de investigação.

Vale e Pimentel, defendem que

*a integração desse tipo de atividades no currículo da Matemática escolar é uma das vias para que todos os estudantes descubram conexões entre vários tópicos, desenvolvam a sua capacidade de comunicar matematicamente e aumentem seu desempenho na resolução de problemas (VALE E PIMENTEL, 2005, p.19)*

O trabalho com padrões e regularidades por meio da Resolução de Problemas é uma estratégia metodológica que permite aos estudantes elaborar conjecturas a partir de suas observações e reflexões, e desenvolver conceitos algébricos, ao invés de desenvolver competência no desempenho de manipulações algorítmicas sem significados para este. Através do trabalho investigativo com padrões o estudante é capaz de perceber as conexões que a Álgebra faz com a Aritmética e Geometria.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) de Matemática abordam o desenvolvimento do pensamento algébrico por meio de explorações que “levem o aluno a observar regularidades e estabelecer leis matemáticas que expressem a relação de dependência entre variáveis” (BRASIL, 1998, p. 81). Essas explorações podem ser o fio condutor da concretização do conhecimento algébrico.

### 3- RELAÇÃO ENTRE A ÁLGEBRA, A ARITMÉTICA E A GEOMETRIA

O trabalho com a Álgebra por meio de construções geométricas que possibilitam a retirada de conceitos algébricos e com a resolução de problemas de cunho algébrico, é uma proposta fundamentada nos PCN(1997), que defendem ser

*interessante também propor situações em que os alunos possam investigar padrões, tanto em sucessões numéricas como em representações geométricas e identificar suas estruturas, construindo a linguagem algébrica para descrevê-los simbolicamente. Esse trabalho favorece a que o aluno construa a ideia de Álgebra como uma linguagem para expressar regularidades. (BRASIL, 1997, p.117)*

O uso da Geometria, para contextualizar o ensino da Álgebra no ensino fundamental pode tornar seu ensino mais interessante e motivador. As representações geométricas auxiliam na organização do pensamento lógico, que é fundamental na resolução de problemas. As construções geométricas, além de representar a figura ajuda na capacidade de expressar algebricamente um pensamento, estabelecer relações e fazer generalizações. E o cálculo de área é importante para que o aluno consiga traduzir com significado a linguagem algébrica e generalizar situações.

Para Castro (2003), a Geometria, desde muito tempo, foi tendenciosa à Álgebra e fez o uso desta, e até hoje, a Geometria trabalhada na escola está impregnada de Álgebra, se tornando imprescindível o uso desta para o ensino e aprendizagem da álgebra escolar, se tornando metodologicamente viável a associação destas.

As experiências de resolução de perímetro, área e volume, podem ser usadas para proporcionarem uma melhor compreensão dos cálculos algébricos, uma vez que, por meio da geometria métrica o estudante já adquire conceitos que são extremamente úteis na construção do conhecimento algébrico. A Geometria, segundo Fiorentini (1992) tende a subsidiar a construção dos conceitos algébricos.

A importância de trabalhar Geometria e Álgebra relacionando conceitos, se explica com razões plausíveis, porque a geometria é um assunto do cotidiano do estudante e de acesso fácil, basta que o professor a explore para que sirva como motivação para o desenvolvimento dos conteúdos em concomitância, fazendo da abstração e o uso de símbolos, uma consequência do trabalho desenvolvido, dando oportunidade para a construção e/ou consolidação de conceitos.

Lins e Gimenez (2005, p.11) afirmam que “[...] a introdução da álgebra é o grande momento de corte na educação matemática escolar, e que a reação usual é deixar para depois, ao invés de antecipar essa introdução”.

O retardamento na introdução tanto da Álgebra quanto da Geometria, no ensino fundamental é a causa das maiores resistências apresentadas pelos estudantes quando do primeiro contato, que por sua vez já acontece de forma tardia, tendo em vista que “a Aritmética e a Álgebra constituem, junto com a Geometria, a base da matemática escolar” (LINS e GIMENEZ, 1997, p. 13), não se justifica retardar tanto a introdução destas, uma vez que ambas, ao serem desenvolvidas juntamente com a Aritmética propicia ao estudante uma base matemática mais sólida, capaz de diminuir os impactos gerados pelo contato desconectado desses três campos da Matemática.

Com o objetivo de que os estudantes alcancem uma formação de conceitos algébricos satisfatórios e para que obtenham um desenvolvimento do pensamento algébrico consistente, o ensino da Álgebra deve não só estar articulado com os conceitos aritméticos

desde os anos iniciais do Ensino Fundamental, mas enfatizar as várias concepções da álgebra também dentro da Geometria, visando assim, um efetivo desenvolvimento do pensamento abstrato e a capacidade para generalizar os conceitos nas séries posteriores à educação básica.

Como assinala Castro (2003, p. 33) “A mecanização de procedimentos na educação algébrica gera a sensação de que não existem dificuldades em seu aprendizado, o que determina problemas maiores nos últimos ciclos da escola básica”. No ensino médio, o primeiro assunto a ser tratado em Matemática tem relação direta com os conceitos algébricos, que são as funções, e essa falsa aprendizagem da álgebra elementar trará reflexos negativos em torno da compreensão do conceito de função, pois este surge exatamente quando se percebe a variação de um valor em função do outro. Já no Ensino Superior os reflexos de uma aprendizagem da Álgebra de forma mecânica e fragmentada são notórios na disciplina Cálculo Diferencial e Integral e outras, onde os estudantes não conseguem relacioná-la com as áreas de aplicação.

Nesse sentido, Alves (2003, p.24) ilustra a discussão quando afirma: “ Dentro de pouco tempo quase tudo aquilo que lhes foi aparentemente ensinado terá sido esquecido. Não por burrice. Mas por inteligência. O corpo não suporta carregar o peso de um conhecimento morto que ele não consegue integrar com a vida”. Assim, um conhecimento que não tem nenhuma utilidade na vida não pode ser chamado de conhecimento e necessariamente precisa se evadido para que se aprenda coisas úteis.

#### 4- CONCLUSÃO

As dificuldades de compreensão apresentadas pelos estudantes no ensino/aprendizagem da Matemática, os induz a pensar que a matemática é extremamente difícil e inútil. A culpa muitas vezes sobre cai no trabalho do professor, que se justifica por má formação ou pelas condições de trabalho que se fazem necessárias devido à remuneração precária.

Vários pontos de vista devem ser analisados quando se trata do ensino da Álgebra no Ensino Fundamental: problemas com a linguagem escrita e a linguagem matemática; dificuldade do professor em interpretar o raciocínio do estudante; dificuldades apresentadas em conteúdos base para desenvolvimento do pensamento algébrico e o mais grave de todos que é o desvinculo da Álgebra/Aritmética/Geometria.

Concluimos esse artigo na esperança de ter fornecido subsídios aos leitores, que justifiquem o nosso enfoque na questão do desenvolvimento do pensamento algébrico concomitante à Geometria e à Aritmética, reforçando a construção do conhecimento através da significação dos conteúdos e não como mecanização dos cálculos algébricos sem aplicação nenhuma no cotidiano do aluno.

A falta de motivação para a aprendizagem Matemática se dá pela falta de aplicabilidade dos cálculos matemáticos na vida. O conhecimento quando construído, ao invés de transmitido pelo professor faz muito mais sentido para estudante , por isso é mais facilmente absorvido.

A iniciação do conhecimento algébrico o quanto antes na vida escolar da criança é um dos caminhos almejados para a concretização de um conhecimento matemático mais integrador e provocante, possibilitando aos alunos desenvolverem suas capacidades matemáticas com compreensão.

Nesse sentido, o papel do professor enquanto mediador do processo ensino/aprendizagem é extremamente relevante. Atividades adequadas sem uma abordagem pontual não geram significados, principalmente quando estas são de cunho

investigativo. A atuação do professor é o diferencial na construção do conhecimento. O aluno ao ser instigado à discussão, ao confronto de ideias combinando teoria e prática está sendo submerso a uma metodologia altamente motivadora, capaz de gerar aprendizagem.

## REFERÊNCIAS

ABRANTES, P., SERRAZINA, L. e OLIVEIRA, I. (1999). **A matemática na Educação Básica**. Lisboa: Ministério da Educação

ALVES, R. **A alegria de ensinar**. Campinas: Papirus, 2003.

BRASIL. Ministério da Educação e do Desporto. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. Secretaria de Educação Fundamental. – Brasília: MEC/SEF, 1997.

CÂNDIDO, P. T. **Comunicação em Matemática**. In: SMOLE & DINIZ. Ler, escrever e resolver problemas: Habilidades básicas para aprender matemática. Porto Alegre: Artmed, 2001. 204p.

CASTRO, M. R.. **Educação Algébrica e Resolução de problemas**. Disponível em: <<http://tvebrasil.com.br/salto/boletins2003/eda/index.htm>> Acesso em 19 de janeiro 2015.

DIENES, Z. P. **Aprendizado Moderno da Matemática**. Rio De Janeiro: ZAHAR EDITORES, 1974.

GIL, A.C. Métodos e Técnicas de Pesquisa Social. 6ª ed. São Paulo: Atlas, 2008.

KLÜSENER, R. **Ler, Escrever e Compreender a Matemática, ao Invés de Tropeçar nos Símbolos**. In: NEVES, Iara et al. Ler e Escrever: Compromisso de todas as áreas. Porto Alegre: Editora da Universidade, 2001. p. 177 – 191.

LINS, R. C; GIMENEZ, J. **Perspectivas em Aritmética e Álgebra para o Século XXI**. 4 ed. Campinas: Papirus Editora, 1997, 176 p.

LORENZATO, S. **Para aprender matemática**. Campinas, SP: Autores Associados. 2006. 141 p.

MASON, J. **Expressing generality and roots of algebra**. In: BEDNARZ, N., KIERAN, C. & LEE, L. (Eds.). **Approaches to algebra, perspectives for research and teaching**. London: Bluer Academic Publishers, 1996.

MOSS, J.; BEATY, R.; MCNAB, S. & EISENBAND, J. **The potencial of geometric sequences to foster young students' ability to generalize in Mathematics**.

MATOS, A.; BRANCO, N. & PONTE, J. P. **Como vai o pensamento algébrico dos alunos?** In: Educação & Matemática: Revista da Associação de professores de matemática. Lisboa: Torriana, nº 85, nov-dez. 2005. p. 54-60.

MOYSÉS, L. **Aplicações de Vygotsky à Educação Matemática**. Campinas, SP: Papirus, 2006.

PONTE, J. P., *at. al.* (2007). **Programa de Matemática do Ensino Básico**. Lisboa: Ministério da Educação/DGIDC.

\_\_\_\_\_. **Álgebra no currículo escolar.** Educação e Matemática – Revista da Associação dos Professores de Matemática. Lisboa n. 85, nov./dez, 2005

SOUZA, E. R; DINIZ, M. I. S. V. **Álgebra: das variáveis às equações e funções.** 2 ed. São Paulo: IME-USP, 1996. 111 p.

VALE, I. & PIMENTEL, T. **Padrões, um tema transversal do currículo.** Educação Matemática, 85, 14-22



# PLANEJAMENTO FINANCEIRO: CADA UM DEVE TER O SEU?

**Adilson Rodrigues Campos**<sup>1</sup>

**Marco Aurélio Kistemann Jr.**<sup>2</sup>

## Resumo

Nesta comunicação abordarmos o nosso trabalho, de cunho qualitativo, tem como eixo central a Educação Financeira e um de seus principais objetivos é discutir e consolidar a necessidade de sempre se ter e manter um planejamento financeiro equilibrado – seja o mesmo pessoal, doméstico ou familiar; pois é através dele e de seu principal instrumento de controle o Orçamento Doméstico que podemos desenvolver planos e alcançar metas e objetivos a curto, médio ou longo prazo com total sucesso, inclusive uma melhor qualidade de vida para si e sua família hoje, amanhã e dias futuros. Mas nosso foco principal é investigar os significados produzidos, através de vários fatores que influenciam, positivamente e/ou negativamente, a tomada de decisão dos nossos sujeitos de pesquisa – indivíduos-consumidores de bens e serviços (KISTEMANN JR., 2011) sobre os seus gastos pessoais, domésticos e familiares, frente a esta nova sociedade líquido-moderna de consumo. Para isso nos pautamos em alguns referenciais teórico-metodológicos, como: Luís Carlos Ewald, Gustavo Cerbasi, Zigmunt Bauman e Romulo Campos Lins. E nossa pesquisa foi desenvolvida com nove professores de uma escola pública estadual de Juiz de Fora - MG, que em sua maioria são todos donos ou donas de casa e participaram ativamente das nossas discussões propostas em oito módulos-encontros sobre os temas: Planejamento Financeiro, Orçamento e Economia Doméstica e outras atividades relacionadas aos gastos financeiros em geral das famílias brasileiras; mas todas essas atividades foram elaboradas com um intuito de cunho exploratório e investigativo que nos remete a uma Educação Financeira mais consciente, diante de todos esses fatores financeiros que nos cercam e às atuais apelações áudio visuais e consumistas do mundo moderno.

**Palavras-chave:** Produção de Significados e Tomadas de Decisão, Planejamento Financeiro, Orçamento e Economia Doméstica, Educação Financeira.

## 1. Introdução

A importância da educação financeira já se mostrou necessária e nos revelou sua face várias vezes durante os períodos de crise financeira global mais intensa e também

---

<sup>1</sup> Mestrando do Programa de Mestrado Profissional em Educação Matemática, UFJF. [arcampos123@ibest.com.br](mailto:arcampos123@ibest.com.br)

<sup>2</sup> Professor Adjunto do Departamento de Matemática (UFJF), do Programa de Mestrado Profissional em Educação Matemática (UFJF) e do Programa de Mestrado Profissional em Gestão e Avaliação da Educação Pública (CAED/UFJF). [marco.kistemann@ufjf.edu.br](mailto:marco.kistemann@ufjf.edu.br)

devido a seus efeitos colaterais ainda não superados. Querendo ou não os efeitos colaterais dessas crises sempre nos afetam diretamente, seja aqui no Brasil ou outros países, mas é claro em proporcionalidades diferentes devido ao momento financeiro-econômico em que cada país está vivenciando.

Nesses períodos de recessão, provocados pelos efeitos destas crises, sempre ocorrem cortes na oferta de créditos e financiamentos por parte das instituições financeiras, devido ao aumento do fator de risco dessas operações – conceito básico das finanças, e consequentemente há uma mudança para cima no patamar dessas taxas de juros em todos os tipos de empréstimos ofertados, obedecendo assim a um princípio fundamental do mercado: a famosa lei da oferta e da procura. Devemos levar em consideração, segundo Gustavo Cerbasi (apud THEODORO, 2011, p. 70), que o *“custo do dinheiro no Brasil inviabiliza as operações de crédito”* (CERBASI, 2010), pois o acesso ao crédito no país vem sempre acompanhado de altas taxas de juros, que podem gerar, às vezes, montantes impagáveis. Por isso, sempre devemos refletir a importância e a necessidade de se utilizar o crédito com consciência e responsabilidade, pois o mesmo quando utilizado de forma consciente traz benefícios; mas quando utilizado com negligência, principalmente por aqueles indivíduos-consumidores desinformados e que não dispõem ainda de uma boa educação financeira, pode causar endividamentos exacerbados.

Outro fator importante que também devemos levar em consideração para termos juros de empréstimos bancários altíssimos e quase impagáveis em nosso país é a vulnerabilidade da nossa economia. Como nos afirma Luis Carlos Ewald (2003, p. 30) quando relata que *“os juros no Brasil são muito altos para atrair especuladores internacionais, mas eles deveriam ser baixos para atrair apenas investidores externos. Daí, com essa desculpa esfarrapada, quem cair nas malhas dos bancos vai ficar mal de vida, muito mais ainda quem estiver endividado no CHEQUE ESPECIAL ou nos JUROS DOS ROTATIVOS DE CARTÃO DE CRÉDITO, correndo na frente de uma bola-de-neve”*, ou seja, devemos ter consciência e cuidado com o “poder dos juros compostos” que fazem com que as dívidas ou empréstimos cresçam exponencialmente.

É nesse contexto de grande turbulência que o papel da Educação Financeira aparece e vislumbra com a falta de conhecimentos básicos sobre finanças como um todo por grande parte da população, e na maioria das vezes não as levam a tomar decisões mais sensatas e cautelosas. Isto se percebe no insucesso e na frustração de boa parte desses indivíduos-consumidores desinformados que realizaram algumas dessas operações de crédito sem levar em conta todos os fatores necessários de risco e retorno desses investimentos ao longo do tempo contratado, seja o mesmo de curto, médio ou longo prazo.

A falta de um planejamento financeiro pode acarretar na vulnerabilidade, insegurança e falta de autonomia aos indivíduos-consumidores e suas respectivas famílias perante a sociedade de consumo. Já no âmbito familiar, os reflexos desses problemas financeiro-econômicos podem se agravar e ficar ainda mais sérios do que aparentam ser, como por exemplo: ocasionar instabilidade conjugal, endividamentos precoces, desentendimentos familiares, degradação dos valores éticos, doenças psicossomáticas como estresse, depressão e outras ligadas a fatores emocionais, comprometendo assim todo o convívio familiar e a sua qualidade de vida. Outro fator relevante sobre planejamento financeiro e finanças pessoais, domésticas e familiares que devemos ressaltar é o de esconder a real situação financeiro-econômica que cada indivíduo-consumidor está vivenciando do(a) parceiro(a) e de seus familiares, pois isso pode ocasionar além de brigas conjugais e outros males acima citados, até uma separação definitiva nesse casal ou o divórcio; como nos informa o Instituto Gallup: *“40% dos casos de divórcio, nos Estados*

*Unidos, tem o dinheiro como o principal motivo das brigas que levaram a separação” (VOCÊ S/A, 2010).*

Levando em consideração, que “Economia é a ciência que estuda a escassez de recursos” e “Orçamento é a peça mais importante de ajuda na administração da escassez de recursos” (EWALD, 2003, p. 8). Devemos considerar que todas as providências envolvendo a elaboração e o acompanhamento de um orçamento pessoal, doméstico e familiar são importantes para a saúde financeiro-econômica de cada um; como por exemplo: comprar, poupar e investir e, de um modo geral, como usar melhor o dinheiro e de forma mais eficaz visando atingir objetivos e metas previamente estabelecidas e planejadas, com total sucesso.

Nosso trabalho, de cunho qualitativo, tem como eixo central a Educação Financeira e tem como foco principal investigar os significados produzidos, através de vários fatores que influenciam, positivamente e/ou negativamente, a tomada de decisão dos nossos sujeitos de pesquisa – indivíduos-consumidores de bens e serviços (KISTEMANN JR., 2011), sobre os seus gastos pessoais, domésticos e familiares, frente a esta nova sociedade líquido-moderna de consumo.

Para isso nos pautamos em alguns referenciais teórico-metodológicos, como: Luís Carlos Ewald, Gustavo Cerbasi, Zigmunt Bauman e Romulo Campos Lins. E nossa pesquisa foi desenvolvida com nove professores de uma escola pública estadual de Juiz de Fora - MG, que em sua maioria são todos donos ou donas de casa e participaram ativamente das nossas discussões propostas em oito módulos-encontros sobre os temas: Planejamento Financeiro, Orçamento e Economia Doméstica e outras atividades relacionadas aos gastos financeiros em geral das famílias brasileiras; mas todas essas atividades foram elaboradas com um intuito de cunho exploratório e investigativo que nos remete a uma Educação Financeira mais consciente, diante de todos esses fatores financeiros que nos cercam e às atuais apelações áudio visuais e consumistas do mundo moderno.

Devido à grande importância da discussão desse tema em questão, ao final de nossa pesquisa, será elaborado um Produto Educacional que poderá auxiliar a todos interessados como entender e compreender melhor tais questões relacionadas a um planejamento financeiro pessoal, doméstico e familiar – de curto, médio e longo prazo; assim como é relevante também à necessidade de ter e manter em mãos o nosso próprio planejamento financeiro sempre equilibrado.

## **2. A importância do Planejamento Financeiro**

Um “bom” planejamento financeiro sempre é um guia essencial nos dias hoje, amanhã e dias futuros, frente a esta nova sociedade líquido-moderna de consumo e a sua falta podem nos levar a uma situação de endividamento precoce – parecida com a que vem ocorrendo com a maioria das famílias brasileiras em geral, após essa grande explosão de ofertas de crédito disponível no mercado e seus atuais desdobramentos.

Diante de vários autores sobre esse mesmo assunto em questão, tentaremos definir utilizando para nossa discussão sobre finanças ou planejamentos financeiros pessoais, domésticos e familiares os referenciais teóricos de Luís Carlos Ewald e Gustavo Cerbasi. Definiremos mais adiante o que é “Economia e Orçamento Doméstico” e o que um “bom planejamento financeiro” deve conter e qual seria a sua real importância para todos nós – indivíduos-consumidores de bens e serviços (KISTEMANN JR., 2011), que vivemos nessa nova sociedade de consumo, a “líquido-moderna” onde tudo é descartável, instantâneo e insaciável, para que cada vez mais se vá apenas consumindo, sem se quer pensar no dia de

amanhã e em um consumo mais responsável e consciente, que não agrida tanto a saúde do nosso planeta e nem a nossa situação financeiro-econômica.

Nesse atual cenário de grandes influências, devemos sempre refletir que para se ter e manter um “bom” planejamento, nós – indivíduos-consumidores, e nossas famílias somos obrigados a gerenciarmos “bem” os nossos recursos (receitas ou ganhos) e nossas despesas (gastos) como se fossemos uma empresa; e isto vai requerer de todos nós muito controle e disciplina, pois com empenho e determinação alcançaremos bons resultados e isso, conseqüentemente, nos trará benefícios e também a toda sociedade. De acordo com Cerbasi (2013), devemos sempre ter inicialmente o conhecimento de todos os fatores relevantes para se fazer um bom planejamento financeiro; são eles: i) os valores de todas as receitas e despesas, ii) seus objetivos e metas, e iii) suas prioridades.

A definição desses objetivos e metas será o ponto fundamental de onde cada um dos indivíduos-consumidores e suas famílias podem partir para iniciar o seu próprio planejamento financeiro, através é claro de um instrumento de controle essencial denominado orçamento doméstico. Devemos nos lembrar ainda que esses objetivos e metas podem ser alcançados a curto, médio e longo prazo, dependendo do empenho e envolvimento de cada um e de todos os membros dessa família participante neste processo.

Percebemos também a importância de se incluir os “sonhos e desejos” no seu planejamento financeiro, seja o mesmo pessoal, doméstico ou familiar, com um valor fixo já preestabelecido para se poupar todo mês a fim de conseguir realizar esses seus objetivos e metas, relacionados com esses sonhos e desejos, pois devemos primeiramente estabelecer compromissos com nós mesmos e depois com os outros. Mas antes de tudo, devemos fazer um simples cálculo matemático de quanto custa esse(s) sonho(s) e desejo(s) e em quantos meses pretendemos realizá-lo(s), para se achar esse valor fixo mensal preestabelecido a se economizar que mencionei anteriormente.

Percebemos ainda que essa situação de descontrole financeiro pode-se levar essas famílias e cada um de seus membros desavisados a um endividamento maior ainda do que às vezes já estão, pois as ciladas financeiras estão por aí prontas para pegá-los nas mais diversas situações cotidianas. Mesmo que o objetivo seja apenas de sanar seus orçamentos através do uso recorrente que os mesmos fazem nessa hora de sufoco desses créditos rápidos, como os de empréstimos, limites do cheque especial e dos cartões de crédito, e às vezes não conseguem honrar todos os seus compromissos, pois estes tipos de empréstimos pagam juros altíssimos e podem virar uma “bola de neve” impagável.

Após discutirmos um pouco sobre essa atual realidade vivenciada pela maioria das famílias brasileiras; partiremos então para o nosso próximo passo, que é o de refletirmos a importância que tem cada um de nós termos o nosso próprio planejamento financeiro atrelado a um orçamento doméstico, identificando para isso todas as nossas receitas e despesas diárias, semanais ou mensais.

O controle das finanças pessoais, domésticas e familiares é necessário para todos, sem levar em consideração classe social, salário ou nível educacional. E o uso de uma planilha de orçamento doméstico mensal seria um ótimo instrumento para se detalhar e discutir verdadeiramente todas as receitas e despesas ou os ganhos e gastos de uma família; e também pode facilitar a identificação de algumas despesas desnecessárias, fúteis e supérfluas, assim como pequenos gastos diários que acabam consumindo toda a nossa receita que deveria sobrar um pouco no final do mês, para despesas extras e inesperadas ou mesmo para se fazer algum investimento.

Em nossos debates sobre o uso de uma planilha de orçamento doméstico mensal, existem alguns elementos básicos e estruturais que sempre devem ter, por exemplo: as receitas fixas e variáveis, e as despesas fixas, variáveis e eventuais; além é claro de suas

subdivisões, feitas segundo vários autores e principalmente Luis Carlos Ewald (2003) e Gustavo Cerbasi (2013), que tomaremos como base e referência maior sobre esse assunto em questão. Os elementos básicos e estruturais que uma planilha deve conter e devemos levar em consideração, são:

- Receitas Fixas (Proventos de salários, aluguéis e pensões);
- Receitas Variáveis Tributadas (Rendas de aplicações);
- Receitas Variáveis Não Tributadas (13º Salário Líquido, Férias, Bônus e Extras);
- Receita Total (Total das Receitas Fixas + Total das Receitas Variáveis Tributadas e Não Tributadas);

Para entendermos melhor essa ideia de orçamento doméstico e também economia doméstica, iremos utilizar dos conceitos expostos por Luis Carlos Ewald (2003, p. 11) em seu livro “Sobrou Dinheiro!: lições de economia doméstica.”, quando nos afirma que:

*O orçamento doméstico é o principal instrumento para se fazer o Planejamento Financeiro para hoje, amanhã e dias futuros. E é utilizado como ferramenta para se planejar um equilíbrio entre as receitas e as despesas nas contas do “lar doce lar”.*

*Economia Doméstica é a administração das contas do lar.*

Ambas as definições costumam ser muitas vezes desconhecidas ou ignoradas pela maioria das pessoas e suas famílias, sejam brasileiras ou não, provocando assim um descontrole nessas contas domésticas antes mesmo do mês acabar; fato que acarreta a entrada no cheque especial ou em outra forma de crédito rotativo.

Para se chegar a um fidedigno orçamento doméstico mensal, concordamos com as ideias de Luis Carlos Ewald (2003, p. 13) que é necessário passar por três fases distintas: i) *Avaliação, na base do “chute”, do valor das despesas que a família acha que estão sendo feitas durante um mês;* ii) *Acompanhamento e apuração no mês seguinte das despesas realmente efetuadas;* e iii) *Avaliação, programação de possíveis cortes e previsão dos valores que poderão ser gastos no mês seguinte.* Esse então, após passar por essas três fases, será o Orçamento Doméstico “ideal” que deverá ser seguido e valer daí para a frente, todos os meses, com apenas alguns ajustes e um fiel acompanhamento.

De acordo com Gustavo Cerbasi (2013), especialista em finanças pessoais e autor de vários livros de auto-ajuda nesta área financeira, alguns pontos, como já mencionados acima, são essenciais no planejamento financeiro, tais como: controle de gastos, estabelecimento de objetivos e metas, disciplina com investimentos, ajustes referentes à inflação e mudanças de renda, administração do que se possui ou conquistou.

Segundo Gustavo Cerbasi (2005, p. 85), devemos sempre levar em consideração que o importante é “*gastar menos do que se ganha*”, ou seja, então não devemos só focar no tanto que se ganha, mas sim no tanto que se gasta, pois quando falamos de orçamento e planejamento financeiro pessoal, doméstico e familiar não se trata só de gastar menos e sim de gastar melhor o que se ganha.

Esta mesma ideia anteriormente esplanada sobre orçamento, deverá ser seguida no orçamento doméstico que nos impõe condições, limites, metas e objetivos a serem alcançados, tendo em vista a atual e real situação financeiro-econômica em que nos encontramos e a que sempre queremos, melhor e com as estratégias desejáveis que nos leve ao tão sonhado equilíbrio financeiro de nossas contas no âmbito pessoal, doméstico e familiar. Surgindo daí à necessidade de se termos sempre em mãos o nosso planejamento financeiro, seja o mesmo diário, semanal ou mensal.

O tão sonhado sucesso financeiro, todos queremos, mas para alcançá-lo não é fácil, precisamos de muita disciplina e força de vontade para podermos gastar bem o nosso

dinheiro, pois isto não se resume a só cortar os gastos e poupar, mas sim de ver qual a melhor hora e maneira de se efetuar aqueles gastos dentro de um orçamento pré-estabelecido ou em desenvolvimento. Esse orçamento, o qual nos referimos nos remete a uma superação de nossos desejos e vontades que surge a todo o momento, para um consumo realmente necessário, útil, indispensável e imprescindível de bens e serviços.

Percebemos ainda que há algumas pessoas que compram por impulsos consumistas, e para evitarmos essas situações de consumismo, ou seja, de um consumo exagerado e desnecessário de bens e serviços que muita das vezes não são úteis naquele momento. Deveríamos sempre discutir antes a real necessidade daquele produto naquele momento e também nos fazer as “famosas” três perguntas essenciais antes de realizarmos qualquer compra, e só de fato efetuar a mesma se respondermos sim para todas elas. São elas: i) Será que eu preciso comprar isso mesmo?; ii) Tem que ser agora, nesse momento?; iii) Será que este gasto é mais necessário que outros?.

Essas perguntas acima já foram expostas com sucesso por alguns autores que abordam os temas relacionados a finanças pessoais, planejamento financeiro e situações relacionadas a sonhos e desejos de consumo exagerado. Atualmente, já foram até incorporadas como “Dica” pelo Programa Bolsa-Família do Governo Federal, como podemos verificar em seus extratos individuais.

Para garantir a eficiência de um planejamento financeiro é preciso também rever hábitos de consumo e estar sempre entusiasmado em controlar as suas despesas e ter o foco voltado para atingir a meta e o objetivo previamente estabelecido em seu orçamento.

Nesse sentido, para se administrar melhor o seu orçamento doméstico e suas finanças pessoais, domésticas e familiares é preciso ter muita organização e um bom planejamento financeiro, o qual sempre nos leva a exclusão de gastos desnecessários para se fazer frente a outras despesas futuras, inesperadas e urgentes, que podem surgir.

Devemos também incluir nessa discussão sobre planejamento financeiro e orçamento doméstico mensal os ativos e os passivos. Em uma linguagem clara, e sem os conceitos formais de economia, podemos dizer que “os ativos” é tudo aquilo que coloca dinheiro no seu bolso, como por exemplo, um investimento ou uma aplicação que renda juros mensais; e “os passivos” é o oposto, ou seja, é tudo aquilo que retira dinheiro do seu bolso, como por exemplo, um bem material – carro zero km, que não é usado para gerar renda ou lucro, mas lhe dá gastos mensais e ainda sofre uma depreciação no seu valor de mercado.

Nesta época em que vivemos de pós-crise econômica mundial e um rumor de possível crise que se alastra no país, seus reflexos ainda podem ser sentidos e repercutidos até agora nos dias atuais, onde milhões de cidadãos em sua maioria se encontram nessas situações financeiras desreguladas – já comentadas acima, e em muitos casos é devido a pouca familiaridade com essas facilidades das ofertas de crédito financeiro e também com a matemática implícita nessas transações financeiras (KISTEMANN JR., 2011), o que em si já nos destaca a importância e relevância de nossa investigação sobre Educação Financeira para a área da Educação Matemática.

Para Kistemann Jr. (2011, p. 43), *“cada cidadão deve ter possibilidade de ler e produzir significados acerca das ferramentas que regem as ações e transações econômicas, para que possa escolher que decisão deve tomar”*, mas em nossa investigação procuraremos mostrar as maneiras distintas que cada um produzirá seus significados perante as discussões sobre suas tomadas de decisões financeiro-econômicas diárias, semanais e mensais, frente a todas essas situações de planejamento e consumo pessoal, doméstico e familiar.

Também utilizamos o referencial teórico Zigmunt Bauman (2008), sociólogo polonês que nos define a sociedade de consumidores, como sendo: *“o tipo de sociedade que promove, encoraja ou reforça a escolha de um estilo de vida e uma estratégia existencial consumista, e rejeita todas as opções culturais alternativas”* e ainda nos propõem uma discussão sobre esses vários cenários em constante modificação, onde coloca como centro das atenções: o indivíduo-consumidor e sua família.

Nesta nova organização social, os indivíduos se tornam ao mesmo tempo promotores de mercadorias e também as próprias mercadorias que promovem, desta forma, e assim é modelado um novo espaço de relações denominado *“mercado de consumo”*; onde esses indivíduos-consumidores são sempre induzidos a seguirem um estilo de vida com conquistas materiais, que julgam prazerosas e dignas de produzir felicidade e consequentemente o consumir virou uma qualidade de vida e uma necessidade humana que alivia o estresse perante os problemas corriqueiros da vida em sociedade.

Mas tenhamos bastante cuidado e fiquemos atentos a esse último item relatado acima, pois consumir só para se adquirir *status*, como nos diz Luis Carlos Ewald (2003), *“é outra bobeadas que deve ser evitada”*, e é preciso ter cuidado com o que se gasta para se dar um melhor destino ao dinheiro que sobra ou ainda se tem. *“A procura do equilíbrio é tarefa inglória, exigindo de nós uma mudança comportamental e um total controle interno e externo sobre nossos impulsos consumistas”*, ou seja, seria o nosso consumo desmesurado, compulsivo e irracional de algumas quinilharias que não são necessárias naquele momento, mas sim alavancados pelas atuais apelações áudio visuais e consumistas do mundo moderno.

Além é claro de ser o nosso principal informante teórico sobre o consumo e consumismo. Bauman nos afirma que o consumo é: *“uma condição, e um aspecto, permanente e irremovível, sem limites temporais ou históricos; um elemento inseparável da sobrevivência biológica que nós humanos compartilhamos com todos os outros organismos vivos”* (BAUMAN, 2008, p. 37); e que o consumismo é: *“é um arranjo social resultante da reciclagem de vontades, desejos e anseios humanos rotineiros, permanentes e, por assim dizer, “neutros quanto ao regime”, transformando-os na principal força propulsora e operativa da sociedade, uma força que coordena a reprodução sistêmica, a integração e estratificação sociais, além da formação de indivíduos humanos, desempenhando ao mesmo tempo um papel importante nos processos de auto-identificação individual e de grupo, assim como na seleção e execução de políticas de vidas individuais”* e que *“de maneira distinta do consumo, que é basicamente uma característica e uma ocupação dos seres humanos como indivíduos, o consumismo é um atributo da sociedade”* (BAUMAN, 2008, p. 41).

As atividades de consumo, de acordo com Bauman, estão moldando as diversas formas de vida e aos padrões de relações humanas na sociedade de consumidores, que tem por um lado à mercadoria como núcleo das práticas diárias e por outro, uma orientação permanente para que o modelo a ser seguido esteja sempre vinculado ao ato de consumir. E que as relações sociais estão sendo mediadas pelo consumo, porém não de consumo de produtos, mas também de hábitos, valores e aparências, onde as redes sociais estão se apresentando como os mais novos canais dessa mediação, fato que no passado, era de responsabilidade de outros meios de comunicação, como os jornais, o rádio e a TV.

Isto nos mostra, como já comentado acima, que na atual realidade tudo está cheio e rodeado de apelações áudio visuais e consumistas do mundo moderno, que a todo o momento nos tentam seduzir e influenciar as nossas tomadas de decisões financeiro-econômicas frente às situações de planejamento e consumo, das quais a maioria delas podem estar relacionadas os nossos gastos pessoais, domésticos e familiares. E essa

sociedade de consumo está hoje se baseando justamente na criação de situações nas quais os desejos são contínuos e insaciáveis, para que cada vez mais se vá consumindo sem se quer pensar no dia de amanhã e também em um consumo mais responsável e consciente.

Essa tentativa da publicidade de colocar em nossas mentes de indivíduos-consumidores, o desejo, à vontade e a necessidade de ter *“isso ou aquilo e aquilo mais”*, muitas das vezes nos leva a um consumo exagerado e desnecessário de certos bens e serviços, comprometendo assim o nosso planejamento financeiro, além é claro de estourar ou desequilibrar o nosso orçamento pessoal, doméstico e familiar, tema aqui sendo debatido exaustivamente e posto em discussão sobre vários aspectos.

Um aspecto importante que também devemos levar em conta, é o endividamento dos brasileiros e suas famílias perante suas rendas líquidas mensais, pois de acordo com alguns dados estatísticos revelados na reportagem do Jornal “O Estado de São Paulo”, do dia 19 de março de 2012, este fato torna a atual situação preocupante, pois seu endividamento naquele momento já havia chegado ao nível mais alto da história: *“pessoas físicas devem cerca de R\$ 715,2 bilhões aos bancos em operações como o microcrédito, o cheque especial, crédito imobiliário e de veículos, passando pelo caro cartão de crédito. Dados do Banco Central revelam que cada brasileiro deve atualmente 41,8% da soma dos salários de um ano inteiro, um recorde”*.

Diante dessa situação, usaremos alguns parâmetros relatados por James Teixeira (2013), durante o seu Minicurso no XI ENEM, realizado em julho do ano passado na cidade de Curitiba - PR, sobre “Finanças Pessoais”, para discutir esse índice de endividamento pessoal ou familiar, que a razão entre dívidas totais do mês pela receita líquida mensal, considerando que:

- Até 30% ou um terço da renda – a situação está com uma parcela administrável pela maioria da população. Apesar de o ideal é não ter dívidas;
- Entre 30% e 35% da renda – o importante é trabalhar para reduzir as dívidas, mantendo-as dentro do máximo administrável e da filosofia do item anterior;
- Entre 35% e 40% da renda – é necessário reduzir as dívidas imediatamente, ou corre-se o risco de inadimplência e problemas em caso de emergências;
- Acima de 40% da renda – com quase metade da renda comprometida, fica quase impossível honrar todos os compromissos financeiros e o efeito “bola de neve” dos empréstimos e financiamentos pode transformar a situação em um verdadeiro caos. Reavalie toda a sua situação financeira e reduza suas dívidas.

Após a exposição desses parâmetros acima, por esse e outros motivos não explicitados aqui, devemos sempre ter e manter um planejamento financeiro equilibrado, através do seu principal instrumento de controle o orçamento pessoal, doméstico e familiar.

Atualmente é de suma importância manter o controle e honrar todos os nossos compromissos financeiros nos prazos previstos e negociar possíveis atrasos, e ainda através do orçamento tentar se planejar para um futuro melhor e mais seguro; só que para isso tudo acontecer requer de nós aprendizado, disciplina e uma atitude diferenciada perante a atual saúde financeiro-econômica que temos e a qual queremos ter.

Concordamos com Dejair Frank Barroso e Marco A. Kistemann Jr. (2013), quando expõe as situações de *“Pagar agora e desfrutar depois? E desfrutar agora e pagar depois? Com certeza são escolhas que exigem discussões acerca do cenário econômico, para que o indivíduo possa estar ciente de suas decisões e não seja influenciado por propagandas que oferecem um produto para pagamentos parcelados ‘sem juros’”*; pois tais situações e escolhas intertemporais também são abordadas por Eduardo Giannetti (2008) em seu livro O valor do amanhã: ensaio sobre a natureza dos juros.



Essas situações nos colocam à prova, principalmente todos os nossos conhecimentos sobre o tema já abordado e que são constantemente testados junto com a nossa resistência a tantas ofertas e anúncios promocionais “tão tentadores” ao consumo; os quais vêm sendo vinculados de maneira exaustiva pela publicidade desses produtos, em todos os meios de comunicação, para que consumamos mais e mais sem limites ou controle algum.

Concordamos ainda também, com esses mesmos autores, Barroso e Kistemann Jr. (2013), que “as operações de linhas de crédito como cheque especial, crédito pessoal, crédito consignado, e ainda cartão de crédito, que estão disponíveis para todos os indivíduos possuidores de uma conta corrente em um banco, também estão ausentes nos textos. Acreditamos que, esse ambiente da Microeconomia é repleto de situações geradoras da produção de significados dos objetos financeiro-econômicos”. Tais situações devem ser mais debatidas e pesquisadas, para podermos tentar unificar alguns discursos e conceitos a respeito desse mesmo tema em constante discussão por vários autores, em perspectivas iguais ou parecidas.

Esses temas aqui retratados nos levam a essas situações correlacionadas aos objetos financeiro-econômicos, que podem ser de grande ajuda no disparador de nossas conversas durante alguns dos módulos-encontros de nossa pesquisa e sobre como usar o pensamento financeiro, ou seja, como operar com todos esses objetos reconhecendo que os juros pagos em uma compra parcelada é sempre maior que os juros recebidos em uma aplicação de investimento. E ainda, como planejar o destino de suas receitas (ganhos) ou renda líquida perante um orçamento pessoal, doméstico e familiar já apertado ou não por várias despesas (gastos), onde valores para o consumo são pré-estabelecidos e sofrem alterações a todo o momento ao longo de sua execução, pois imprevistos acontecem todos os dias. Mas devemos sempre estar atentos aos nossos objetivos e tentar cumprir as metas já pré-estabelecidas, e se tudo der certo e algo sobrar, devemos ainda investir essa diferença, que não é só para guardar o dinheiro, mas sim buscar multiplicá-lo.

### **3. A nossa pesquisa**

A nossa pesquisa teve como base a observação dos significados produzidos por nossos nove sujeitos pesquisados – professores de uma escola pública, por meio da escrita e gravações de áudio e vídeo, a qual ocorreu durante as discussões e reflexões coletivas sobre algumas situações-problemas de consumo e planejamento financeiro realizadas durante os nossos oito módulos-encontros, onde focamos os seguintes temas: Planejamento Financeiro, Orçamento e Economia Doméstica, além de outras atividades relacionadas aos gastos financeiros em geral das famílias brasileiras.

Esses temas acima retratados nos levaram a situações correlacionadas aos objetos financeiro-econômicos que pesquisamos frente aos vários fatores que influenciam, positivamente e ou/ negativamente, a tomada de decisões dos nossos sujeitos de pesquisa e suas produções de significados, que foram balizadas nas premissas do Modelo dos Campos Semânticos (MCS), cujas ideias básicas foram desenvolvidas por Lins (1994), dentre outras obras, assim como por Silva (2003), com seu método de *leitura plausível*, permitindo assim ler essas produções de significados dos sujeitos sobre objetos constituídos no interior de uma atividade.

Na perspectiva do MCS, significado é tudo aquilo que um sujeito pode, e de fato diz, no interior de uma atividade na direção de um objeto. Nesse contexto epistemológico, entende-se *conhecimento* como uma *crença-afirmação*, seguido de uma *justificação*. Há também aquelas crenças-afirmações que o sujeito enuncia, mas não sente a necessidade de

justificar, são as estipulações locais. Os sujeitos operam no interior das atividades com base em seus conhecimentos e em suas estipulações locais.

Segundo Kistemann Jr. (2011), podemos fazer o uso do método de *leitura plausível* para identificar, qualitativamente, o *modus operandi* de indivíduos-consumidores em suas estratégias de decisão em situações de consumo por meio dos significados por eles produzidos mediante situações-problema apresentadas. As situações de consumo são vistas, assim, como atividades no interior das quais os significados são produzidos.

Nossa proposta de pesquisa ainda consiste de uma análise qualitativa dos *modus operandi* de cada participante – indivíduo-consumidor de bens e serviços na sociedade de consumo, frente as suas tomadas de decisões durante nossas discussões e situações-problemas a serem debatidas.

Nesse estudo pretendíamos também explorar várias questões relacionadas ao cotidiano desses nossos sujeitos de pesquisa, sendo os mesmos na sua maioria donos ou donas de casa que participam ativamente da elaboração e execução de um orçamento pessoal, doméstico e familiar; e o *modus operandi* de suas escolhas, por exemplo, nas formas de pagamento de suas despesas diárias, semanais e mensais, e o motivo pelo qual preferem fazê-la daquela forma.

Aplicamos inicialmente nessa pesquisa de campo, durante o nosso primeiro módulo-encontro uma entrevista semi-estruturada com nossa ficha-questionário 1 composta por vinte e oito perguntas, onde queríamos conhecer o interesse dos nossos sujeitos de pesquisa pelo tema de nossas atividades a serem desenvolvidas e quais eram suas expectativas de vida naquele momento. O seu preenchimento foi individual e propunha discussões e reflexões coletivas sobre todas as suas respectivas perguntas, visando assim uma maior produção de significados das mesmas para todos os participantes.

Depois realizamos uma segunda etapa de entrevista entre o quinto e o sexto módulo-encontro com a ficha-questionário 2 de entrevista semi-estruturada, composta de dez perguntas, de forma individual e sem debates coletivos, onde buscávamos conhecer os atuais perfis financeiro-econômicos de todos os nossos participantes e se ainda continuavam os mesmos “de antes” de participarem de nossos cinco encontros já realizados até aquele momento. Além disso, queríamos saber também se já haviam mudado algum hábito de consumo em relação a sua vida financeiro-econômica e se eles agora preocupam mais com o seu planejamento financeiro e/ou em administrar melhor os seus próprios recursos financeiros e suas despesas mensais, que poderiam até serem retratados melhor em uma planilha orçamentária ou de orçamento doméstico.

Após a realização de todos os nossos oito módulos-encontros, onde discutimos várias situações-problemas de consumo e planejamento financeiro, fizemos novamente uma última entrevista semi-estruturada composta de 8 perguntas, de pós-pesquisa para avaliação da mesma. Mas como na segunda etapa tivemos apenas o seu preenchimento individual, sem debates coletivos sobre as perguntas já pré-estabelecidas, pois a sua realização foi feita com cada um dos participantes separadamente e sem o uso de gravador de áudio e vídeo.

As respostas colhidas nessas três etapas de entrevistas foram usadas para montarmos os perfis individuais de cada sujeito de pesquisa através de seus respectivos pseudônimos, além de ser vistas também como significados produzidos e as analisamos com as lentes do MCS, mas não fechamos nossos olhos para outras categorizações que possam emergir da análise criteriosa de tais significados.

#### **4. Considerações finais**

Tendo em vista o nosso tema ser de grande abrangência, possivelmente durante o fechamento de nossa pesquisa teremos muitas surpresas que ainda nos remeterão a um debate mais detalhado e específico sobre cada enfoque do tema de forma abrangente e profunda, com o intuito de esclarecer e sanar qualquer dúvida que possa ter aparecido durante nossos módulos-encontros – mesmo as mais simples relacionadas ao significado de alguma sigla qualquer até àquelas dúvidas que envolvam cálculos financeiros mais avançados, junto ao coletivo de nossos pesquisados “indivíduos-consumidores de bens e serviços”.

Diante do atual cenário de grandes mudanças num curto espaço de tempo, é necessário ainda a nossa observação mais detalhada do comportamento de nossos pesquisados perante elas, pois suas decisões financeiras particulares podem ser influenciadas pelas mesmas, e alguns problemas são intimamente ligados a estas questões como: o endividamento familiar, a inadimplência e a falta de capacidade de planejamento financeiro. Sendo assim, percebemos ainda sua importância na gestão financeira pessoal, doméstica e familiar, a qual está inserida.

As discussões sobre educação financeira aparecem nesses casos e em diversos outros, onde sua relevância torna possível uma discussão mais consciente sobre o assunto em debate, e por ser também um assunto bastante presente no cotidiano das pessoas e empresas, e ainda pouco discutido pela população brasileira em geral. Tais discussões sobre esse tema ainda desperta pouca atenção dos meios acadêmicos que necessitam de uma maior ampliação do desenvolvimento deste conhecimento, o qual tem reflexos pela baixa produção acadêmica e publicações científicas nesta área da Educação Matemática.

Em relação a alguns resultados de nossa pesquisa, já percebemos em algumas conversas informais sobre o tema, que a formação acadêmica contribui para uma melhor tomada de decisões de consumo e investimento. Contudo, existem várias outras fontes de conhecimento que são também relevantes, como a experiência prática em família, que precisam ser melhores investigadas durante a execução desta pesquisa.

Nesse trabalho, tentamos também sempre incentivar os indivíduos-consumidores a tomarem decisões mais conscientes, no processo de discussão a respeito de ter e manter um planejamento financeiro equilibrado e do bom uso do seu dinheiro, por meio da utilização de conceitos básicos da matemática aplicáveis junto ao seu orçamento pessoal, doméstico e familiar.

Os tópicos abordados até aqui não concluem este assunto, entretanto, são um bom legado para se iniciar uma discussão mais ampla sobre o aprimoramento do próprio planejamento financeiro – seja o mesmo pessoal, doméstico ou familiar a curto, médio e longo prazo com total sucesso. E também quem sabe iniciar uma nova cultura relacionada ao consumo de bens e serviços, onde cada indivíduo-consumidor possa escolher de forma mais consciente o que é melhor para si e sua família.

Desejamos ainda ao final deste texto muitas reflexões pessoais e familiares ao redor de seu próprio planejamento financeiro atual e futuro, inclusive em relação ao principal instrumento de controle de suas receitas e despesas mensais o seu orçamento doméstico, pois todos nós indivíduos-consumidores ativos economicamente nos enquadrados em apenas uma das duas situações financeiras a seguir: “tem” ou “não tem e deve” dinheiro. Portanto, sempre “fique de olho” em sua saúde financeiro-econômica.

## **5. Referências**

BARROSO, Dejair Frank. *Uma Proposta de Curso de Serviço para a Disciplina Matemática Financeira: Mediada pela Produção de Significados dos Estudantes de*

**Administração.** 2013. 190 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática) – Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora, MG, 2013.

BARROSO, Dejair Frank & KISTEMANN JR, Marco Aurélio. **Um Curso de Serviço para a Disciplina Matemática Financeira.** In: Anais do XI ENEM (Encontro Nacional de Educação Matemática) ISSN 2178-034X, p. 1-16, 2013.

BAUMAN, Zigmunt. **Vida para Consumo: a transformação das pessoas em mercadoria.** Rio de Janeiro: Zahar, 2008.

CERBASI, Gustavo Petrasunas. **A complexa educação financeira.** Disponível em: <<http://www.maisdinheiro.com.br/artigos/4/91/a-complexa-educacao-financeira>> Acessado em: maio de 2013.

CERBASI, Gustavo Petrasunas. **Dinheiro:os segredos de que tem.** São Paulo: Editora GIANNETTI, Eduardo. **O valor do amanhã: ensaio sobre a natureza dos juros.** São Paulo: Companhia das Letras, 2008.

Gente, 2005.

KISTEMANN JR, Marco Aurélio. **Sobre a produção de significados e a tomada de decisão de indivíduos-consumidores.** Tese de Doutorado – Unesp - Rio Claro-SP, 2011.

LINS, Romulo Campos. **A diferença como oportunidade de aprender.** In: Anais do XIV. ENDIPE (Encontro Nacional de Didática e Prática de Ensino), p. 530-550, 2008.

LINS, Romulo Campos. **O Modelo Teórico dos Campos Semânticos: uma análise epistemológica da álgebra e do pensamento algébrico.** Revista Dynamics. Blumenau, abril/junho, 1994(a). 1(7): p. 29-39.

OCDE (Organização de Cooperação e de Desenvolvimento Econômico) (2004). *Financial Education Project.* <http://www.oecd.org/> Consultado 15/06/2014.

SILVA, Amarildo Melchiades. **Sobre a Dinâmica da Produção de Significados para a Matemática.** Tese de Doutorado - Unesp - Rio Claro-SP, 2003.

TEIXEIRA, James & COUTINHO, Cileda de Queiroz e Silva. **A Educação Matemática e o seu papel na construção da Educação Financeira.** In: Anais do VII CIBEM (Congresso Ibero-Americano de Educação Matemática) ISSN 2301-0797, p. 554-560, 2013.

THEODORO, Flavio Roberto Faciolla. **O uso da Matemática para a Educação Financeira a partir do Ensino fundamental.** TCC – Unesp – Taubaté-SP, 2008.

THEODORO, Flavio Roberto Faciolla. **A Educação econômico-financeira na formação profissional: uma análise diagnóstico-propositiva.** Dissertação (Mestrado em Tecnologia: Gestão, Desenvolvimento e Formação) – Centro Estadual de Educação Tecnológica Paula Souza, São Paulo, SP, 2011

# **PÔQUER E SUAS PROBABILIDADES**

**Thaciara da Silva Thebas**  
**Ismael José Maia, Laurito Miranda Alves**

Centro Universitário de Belo Horizonte, thaciarathebas@hotmail.com  
Centro Universitário de Belo Horizonte, ismaelmaia2008@hotmail.com  
Centro Universitário de Belo Horizonte, laurito.alves@prof.unibh.br

## **Resumo**

O intuito desse trabalho é mostrar o pôquer como ferramenta pedagógica no ensino da probabilidade para alunos do ensino médio, e ao mesmo tempo desenvolver nesses alunos habilidades importantes não somente na aprendizagem dessa matéria e de outros conteúdos matemáticos, mas sim também habilidades que os ajudarão a desenvolver raciocínio lógico-matemático, uma melhor leitura do comportamento das pessoas, uma boa capacidade de análise de riscos, um comportamento mais crítico e cauteloso diante da tomada de decisões, que serão úteis na escola e durante a vida. O trabalho traz breve abordagem histórica sobre a probabilidade e também sobre o pôquer, mostra o interesse que o jogo desperta na população mundial, o quanto é atrativo para todas as idades e como essa popularidade pode ser usada a favor da educação. Mostraremos as regras básicas do pôquer e como podemos usar os conhecimentos matemáticos para obter um maior sucesso nas decisões durante o jogo.

**Palavras-chave:** Probabilidade, pôquer, texas hold'em

## **APRESENTAÇÃO**

Porque probabilidade?

Apesar de ser uma matéria aparentemente fácil, possui resultados avançados, profundos e contra intuitivos. Nossa tomada de decisões geralmente é influenciada pelo que acreditamos, nossa fé, nossas experiências. Mas como saber se o que acreditamos ou vivenciamos condiz com a realidade? A possibilidade de um evento ocorrer não garante de fato que ele ocorra, assim como a probabilidade também não. Porém a probabilidade nos mostra a frequência com que a “possibilidade desejada” ocorra e assim podemos decidir se o que desejamos tem mesmo uma boa chance de ocorrer.

Conhecendo melhor a probabilidade é possível uma análise mais assertiva acerca das possibilidades. “A capacidade de tomar decisões e fazer avaliações sábias diante da incerteza é uma habilidade rara. Porém como qualquer habilidade, pode ser aperfeiçoada com a experiência.” Leonard Mlodinow, 2008, pagina 15.

A probabilidade também está diretamente relacionada a um jogo, que hoje é um dos mais jogados na internet, e por conseqüência tem atraído a atenção e interesse dos jovens por todo o mundo, o pôquer, e em particular uma modalidade que alcançou o status de um dos jogos on-line mais acessados do planeta, o Texas Hold'em.

Porque o Pôquer?

Vamos considerar três tipos de jogos: os que chamamos de jogos de azar, jogos de técnica e jogos que mesclam a técnica e o azar, ou melhor ainda, a técnica e a sorte.

O que podemos considerar como um jogo de azar? Jogos onde não temos escolha, não nos é permitido a análise de uma situação para prosseguir ou não no jogo. Dependemos única e exclusivamente de nossa sorte, se arriscamos em jogo de loteria,

por exemplo, após serem sorteadas algumas dezenas é possível voltar atrás e dizer: não quero continuar participando? Esse é um tipo de jogo de azar. Você não pode analisar uma jogada, voltar atrás, tomar decisões com base em acontecimentos no decorrer do jogo.

Nos jogos de técnica temos a visão oposta, tudo gira em torno das ações dos jogadores, suas habilidades. Decisões erradas ou acertadas definem o resultado final de uma partida.

Mas em alguns jogos contamos com esses dois fatores, sorte/técnica, a união dos dois nos dão 100% do que ocorrerá em um jogo. Vamos imaginar a fórmula 1. É possível afirmar que este é um jogo 100% técnica? E se houver uma batida na frente do piloto que busca uma ultrapassagem para se colocar a frente na corrida? Se o pneu escolhido era o ideal para uma pista seca e no meio da corrida começa uma chuva? Grande parte das competições tem sim o fator sorte embutido. E o pôquer entra nessa categoria.

Durante muito tempo o pôquer foi visto como um jogo de azar, mas em 29 de abril de 2010 o pôquer foi reconhecido como um esporte da mente. A decisão foi anunciada em Dubai. O pôquer se juntou ao xadrez, bridge, Damas e Go na IMSA (International Mind Games Association). Atualmente ele é um dos jogos mais populares do mundo. E um dos jogos on-lines mais jogados também. O pôquer é regido por normas estritas, tanto na internet como em cassinos reais, e seus torneios e competições conferiram-lhe um status de evento esportivo internacional.

O pôquer é hoje um dos jogos on-lines mais populares do mundo. A primeira plataforma de pôquer on-line foi criada em 1998, o Planet Poker. É possível jogar com apostas reais. A plataforma mais conhecida é o PokerStars.

A IFP (International Federation of Poker) é a maior entidade do pôquer no mundo, e no Brasil temos a CBTH (Confederação Brasileira do Texas Hold'em).

*“Estou muito feliz em receber a Federação Internacional de Poker (IFP) como membro da IMSA. A participação do pôquer ao lado do xadrez, do bridge e de outros esportes mentais nos eventos anuais da IMSA vão mostrar ao mundo que o pôquer é um esporte mental, de estratégia e habilidade”, (José Damiani, presidente da IMSA).*

O pôquer é um jogo desafiador, interessante, divertido e por isso cada dia mais popular. Levar o pôquer para a sala de aula oferecerá um ambiente descontraído e ao mesmo tempo propício para o ensino/aprendizagem da matéria.

## **QUESTÃO**

Ensino da probabilidade usando o Texas hold'em.

## **OBJETIVOS**

1. Tornar o ensino da probabilidade mais atrativo usando o Texas Hold'em como plano de fundo.

Um dos questionamentos dos adolescentes é o porque e para que aprender uma matéria. Ensinar a probabilidade usando o pôquer será a chance de mostrar a matéria usada na prática e em um assunto popular e atual.

2. Elaborar uma sequência didática para o ensino de probabilidade usando o pôquer que possa ser aplicado nas escolas.

**Tema: Pôquer no ensino da probabilidade**

**Público Alvo:** Alunos do ensino médio (regular e EJA)

**Conteúdo:** análise combinatória e probabilidade

**Objetivo:** ensinar probabilidade com o pôquer como plano de fundo

**Número de aulas:** 8 aulas (em média)

**Material Didático:** 2 jogos de pôquer (baralhos e fichas)

**Público Alvo:** Alunos do ensino médio

**Desenvolvimento:**

1. 1º e 2º aulas: ensinar aos alunos a matéria análise combinatória;
2. 3º e 4º aulas: ensinar aos alunos a matéria probabilidade;
3. 5ª aula: ensinar as regras do pôquer;
4. 6º, 7º e 8º aulas: aplicar os conhecimentos de probabilidade durante as partidas em duas situações
  - 4.1. Na perspectiva de jogador (conhecendo somente as próprias cartas)
  - 4.2. Como expectador: tendo acesso a todas as informações (cartas de todos os jogadores)

Uma outra boa opção para aplicação do pôquer na escola seria como forma de oficina, ou em projetos como o reinventando do ensino médio, onde o professor poderia trabalhar com um tempo maior. Em um plano de aula como o citado acima, trabalharemos muitas questões interessantes, mas ainda restarão inúmeras possibilidades a serem trabalhadas, todas as vertentes que o pôquer pode proporcionar.

## FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

O estudo da probabilidade surgiu na Idade Média. Os italianos Gerônimo Cardano (1501 – 1576), Galileu Galilei (1564 – 1642), Luca Pacioli (1445 – 1517) e Niccolò Tartaglia (1499 – 1557) foram os matemáticos responsáveis pela criação das primeiras teorias envolvendo jogos e apostas, mas claro que este estudo desencadeou um interesse na análise de situações mais complexas.

Entre os matemáticos que aprofundaram essas pesquisas podemos citar: Blaise Pascal (1623 – 1662), Pierre de Fermat (1601 – 1655), Pierre Simon Laplace (1749 – 1827), Carl Friedrich Gauss (1777 – 1855), Lenis Poisson (1781 – 1840)

São inúmeras as situações onde se aplica a probabilidade. Mercado financeiro (bolsa de valores, ações de empresas, etc.), previsão meteorológica, loterias, valores de plano de saúde, seguro de vida são exemplos de situações onde os cálculos probabilísticos são usados para estimativa de valores, compensação de risco.

*Um dos principais objetivos do ensino da matemática é fazer o aluno pensar produtivamente e, para isso, nada melhor que apresentar-lhes situações-problema que o envolvam, o desafiem e o motivem a querer resolvê-las. (DANTE, L. R. Didática da resolução de problemas de matemática. São Paulo: Ática, 2002).*

Dentro da perspectiva de Dante, o uso de jogos se torna uma ferramenta valiosa para o ensino da matemática quando usado com caráter pedagógico, quer seja para construir um conceito ou aplicar em um já desenvolvido.

Escolhemos o pôquer como jogo pedagógico devido a variedade de habilidades que podem ser desenvolvidas nos alunos. O pôquer teve seu valor pedagógico reconhecido de tal forma que foi incluído no currículo acadêmico de universidades

como: Harvard e o Massachusetts Institute of Technology (MIT), ambas nos Estados Unidos. No Brasil, atualmente é trabalhado na UNICAMP pelo professor Cristiano Torezzan. “O jogo, na verdade, funciona como um laboratório para refinar habilidades que podem ser usadas na vida, como análise de risco, leitura de pessoas e construção de estratégias” (TOREZZAN, C. Fundamentos do Pôquer, Revista Isto É. 2013)

## METODOLOGIA

É importante mostrar para os alunos como surgiu o interesse e por consequência as pesquisas das matérias lecionadas. O porquê de se estudar uma matéria e as suas aplicabilidades.

O aluno é questionador e para ele aprender uma matéria que “faça sentido” e que lhe é “útil” deixa de ser apenas um meio de conseguir “média escolar”.

Por isso acreditamos que uma abordagem acerca da origem da probabilidade e do pôquer possa ajudar no entendimento da relação entre esses dois assuntos.

## PROBABILIDADE E A HISTÓRIA

A palavra probabilidade deriva do Latim *probare* (provar ou testar). A probabilidade “é a possibilidade mais evidente da concretização de um acontecimento entre inúmeros observados, baseada subjetivamente na opinião do observador e objetivamente na relação entre o número de casos acontecidos e o total das observações feitas.” A teoria da probabilidade permite que se calcule a chance de ocorrência de um acontecimento (evento) em um experimento aleatório.

É curioso pensar que não temos nenhum nome Grego relacionado aos trabalhos e pesquisas sobre probabilidade em sua origem. Os Gregos até praticavam um jogo “de azar”, conhecido como “*astrágalo*”, “*astrágalos*” ou “*astragali*”, um tipo de dado feito com ossos de animais. Então porque não se interessaram pela pesquisa da probabilidade?

O que os historiadores acreditam é que além do fato dos Gregos trabalharem basicamente com uso da geometria, unir probabilidade a geometria é algo definitivamente muito complicado, os Gregos não acreditavam em sorte e azar, mesmo praticando jogos, para eles os Deuses eram responsáveis por suas vitórias e derrotas.

Um nobre francês chamado Chevalier de Méré era um jogador inveterado e fez duas apostas nos dados, acreditando serem boas opções. Essas apostas eram as seguintes: 1) o aparecimento de pelo menos uma vez a face de valor 6 no lançamento do dado por 4 vezes. 2) o aparecimento de 2 duas vezes a face com o lado 6 em 24 arremessos em 2 dados. Méré acreditava que as chances dessas duas jogadas eram as mesmas, mesmo assim perdia constantemente na segunda jogada.

Méré pediu ajuda a Pascoal, ele queria uma explicação a cerca desse acontecimento, foi então que Pascoal começou a trocar cartas com Fermat, para estudarem o assunto. Deu-se início ao estudo da probabilidade.

**Figura 1: Raciocínio de Méré**

| RACIOCÍNIO (ERRADO) DO JOGADOR:                                                                                                  |                          |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------|
| APOSTA 1: Prob( pelo menos 1  em 4 jogadas) = | $4 \times (1/6) = 2/3$   |
| APOSTA 2: Prob( pelo menos  em 24 jogadas) =  | $24 \times (1/36) = 2/3$ |



**Figura 2: Raciocínio de Pascoal e Fermat**

**Fermat e Pascal:**

APOSTA 1: Prob( de NENHUM  em 4 jogadas ) =  $(5/6)^4 = 0,482$

APOSTA 2: Prob( de NENHUM  em 4 jogadas ) =  $(35/36) = 0,509$

Assim a APOSTA 1 tem probabilidade de perda de 48,2% , sendo a melhor aposta.

Vicente, Renato EACH-USP/2009, Noções de Estatística I

Não podemos esquecer que mesmo que a probabilidade tenha surgido em meio ao contexto de jogos de azar e apostas, após algum estudo, contribuição de estudiosos e matemáticos como Huygens, Bernoulli e De Moivre, a teoria da probabilidade passou a ser vista como uma teoria matemática para eventos aleatórios.

Mas o nosso contexto aqui será sim a probabilidade no jogo, não em um jogo de azar, mas em um jogo que é hoje considerado um esporte da mente, o jogo on line mais popular no mundo, o poker.

### UM POUCO DA HISTÓRIA DO PÔQUER

No que diz respeito a origem do pôquer não temos uma história dita como verdadeira. Historiadores citam várias origens possíveis para o jogo, alguns estudiosos do pôquer chegaram ao antigo jogo persa chamado "As Nas", que provavelmente foi ensinado aos europeus pelos navegadores que eram os marinheiros persas. O As Nas era um jogo muito semelhante ao pôquer, nele existia uma hierarquia de jogos e mãos familiares, como pares, trincas e full houses., mas o pôquer como é conhecido hoje em dia foi levado no século XIX aos Estados Unidos pelos emigrantes franceses e lá aperfeiçoado. O registro mais antigo sobre o jogo é de um texto de 1934 escrito por Jonathan H. Green, esse texto detalha as regras do pôquer, que era chamado de “jogo da trapaça”. O nome pôquer (poker em inglês), deriva do alemão pochen que significa bater.

*Os primeiros arquivos que remetem ao poker mais atual parecem localizar o jogo em torno do ano de 1830, pela região de New Orleans, cidade norte-americana com grande influência francesa. As primeiras descrições do poker praticado em New Orleans nos mostram que quase sempre o jogo era realizado com meio baralho, usando cerca de 20 cartas apenas. Da mesma forma que o poker moderno nasceu no centro dos Estados Unidos e migrou para o Oeste, as variantes do poker foram nascendo aos poucos e se espalhando pelo país por meio das grandes migrações. A segunda delas foi a Guerra Civil Americana, que através dos soldados chegou ao Leste e depois tomou o país. Nessa Época foi introduzido o baralho inteiro a criado o flush, para depois inventarem o draw poker, o stud de cartas e a sequência. (site da CBTH, Confederação Brasileira de Texas Hold'em)*

O pôquer hoje é dividido em diversas modalidades: o pôquer aberto, também chamado de Stick Poker ou Stud Poker (joga-se normalmente com 5 ou 7 cartas). O High-Low uma variante muito parecida ao pôquer Miséria (nessas categorias se ganha com melhor e pior mão). O pôquer Fechado (no Brasil essa modalidade se joga retirando-se as cartas de menor valor, já nos EUA são usadas as 52 cartas).

Os três estilos principais são: Stud Poker, Omaha e o mais popular deles, e também nosso alvo de estudo, o Texas Hold'em.

*Já mais próximo da virada para 1900, os americanos criaram jogos com o coringa, e modalidades split high-low. Os jogos de cartas comunitários, precursores do Texas e Omaha, nasceram somente em torno de 1925. Foi então que, com a Segunda Guerra Mundial, o poker americano viajou novamente com os soldados e embarcou nos campos de batalha, principalmente na Inglaterra, França e, com muito maior força, tomou a Ásia. (site da CBTH, Confederação Brasileira de Texas Hold'em)*

Como já mencionado anteriormente, nosso foco é a modalidade Texas Hold'em, como usar a probabilidade a nosso favor nesse jogo, para isso é necessário que saibamos as regras do jogo e o significado de algumas palavras usadas no jogo.

## ENTENDO O TEXAS HOLD'EM

O objetivo do jogador no Texas Hold'em é fazer a melhor "mão" possível. Isso acontece juntando-se as duas cartas que cada jogador recebe no início da rodada com as cinco cartas "comunitárias" que ficam na mesa e são viradas no decorrer da partida.

O estilo Texas Hold'em possui nove possibilidades de combinações no jogo, com sete cartas: duas na mão do jogador e cinco na mesa. As combinações em ordem decrescente são:

**Figura 3: Ranking de mãos do Texas Hold'em**

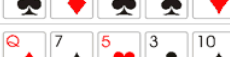
| Jogada                   | Jogada inglesa          | Descrição                                                                                                                                                                                                      |                                                                                       |
|--------------------------|-------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------|
| Sequência Real           | Royal Straight Flush    | São 5 cartas seguidas do mesmo naipe até ao As.                                                                                                                                                                |  |
| Sequência de mesmo naipe | Straight Flush          | São 5 cartas seguidas do mesmo naipe que não seja do 10 até ao As.                                                                                                                                             |  |
| Quadra ou Poker          | Four of a kind          | São 4 cartas iguais, caso de empate ganha o jogador com a Quadra ou Poker cartas mais alta, se permaneça o empate ganha o que possuir a carta mais alta.                                                       |  |
| Full House ou Full Hand  | Full House or Full Hand | uma trinca e um par, caso de empate ganha o jogador com o trinca mais alta, caso permaneça o empate ganha aquele com o maior par, caso permaneça o empate ganha o que possuir a maior carta.                   |  |
| Flush ou Cor             | Flush                   | São 5 cartas do mesmo naipe sem serem seguidas, caso dois jogadores possuam Flush ou Cor ganha aquele que possuir uma outra carta mais alta, caso nenhum dos jogadores possuam outras cartas ocorre um empate. |  |
| Sequência                | Straight                | São 5 cartas seguidas de naipes diferentes, caso empate ganha aquele com a maior sequência.                                                                                                                    |  |
| Trinca ou Trio           | Three of a kind         | São 3 cartas iguais mais duas cartas diferentes, caso empate ganha aquele com a maior trinca.                                                                                                                  |  |
| Dois Pares               | Two Pairs               | São 2 pares de cartas, caso empate ganha aquele com maior par maior, se empatar ganha o que possuir o maior par menor, caso empate ganha aquele que possuir a maior carta.                                     |  |
| Par                      | One Pair                | São 2 cartas iguais e três diferentes, Caso empate ganha aquele que possuir o maior par, caso empate ganha aquele que possuir a maior carta.                                                                   |  |
| Carta Alta               | High Card               | Ganha quem tiver a carta mais alta.                                                                                                                                                                            |  |

Imagem retirada do site: <http://fpt2012.blogspot.com.br/2011/12/regras-do-poker-no-limit-holdem.html>

A seguir as regras do jogo Texas Hold'em retiradas do site da CBTH (Confederação Brasileira de Texas Hold'em):

**Carta Mais Alta(High Card):** Quando nenhum jogador envolvido em uma mão não tiver sequer um para nas mãos, vencerá quem tiver a carta mais alta."Kicker": em caso de dois ou mais jogadores terem mãos iguais, por exemplo, um par, vencerá aquele

com o para mais alto. Se ambos tiverem o mesmo par, vencerá aquele que tem a carta mais alta nas mãos, que é chamada de "kicker". Se a carta mais alta estiver na mesa, então haverá empate na rodada.

Observação importante: nem sempre as duas cartas na mão de um jogador serão utilizadas para formar um jogo. Se, por exemplo, você tiver um par de 4 na mão, e na mesa tiver um sequência de dez a ás, seu jogo será a sequência, e não o par. Isso porque as cartas na mesa são "comunitárias", ou seja, servem para todos os jogadores. Caso nenhum dos envolvidos na mão tenham um jogo maior do que a seqência na mesa, haverá empate na rodada.

**Cartas comunitárias** também chamadas de bordo ("board") são abertas na seguinte sequência:

- Flop: 3 cartas são abertas de uma só vez.
- Turn: 1 carta é aberta.
- River: 1 carta é aberta.

Antes e após cada abertura das cartas comunitárias, os jogadores decidem se vão ou não continuar jogando aquela mão e realizam suas ações. Porém antes de explicarmos como é a dinâmica do jogo, é preciso esclarecer alguns conceitos básicos:

#### Conceitos básicos

1 - O "dealer" ("botão"): a distribuição das cartas e a ordem das apostas é sempre realizada no sentido horário. Em cada rodada, um dos jogadores terá o botão do dealer em sua frente, indicando que a ação começará com o jogador a sua esquerda. Assim, o jogador que tem o botão a sua frente sempre será o último a agir.

2 - Os "Blinds": São apostas obrigatórias, que devem ser feitas pelos jogadores nas duas posições imediatamente a esquerda do "dealer", antes mesmo de receber suas cartas. O primeiro o "small blind" (SB), com metade do valor do segundo jogador, que apostará o "big blind" (BB). Nos torneios, os valores dos blinds vão aumentando ao longo do jogo. Já nos "ring-games" ("cash-games"), os blinds permanecem fixos.

3 - Posições na mesa: em geral, uma mesa de Texas Hold'em é composta por 9 jogadores, e todas as posições na mesa recebem algumas denominações. Por exemplo, o primeiro a agir em uma rodada é chamado "Under The Gun" (UTG). Essa é a pior posição na mesa, uma vez que o jogador tem que tomar uma decisão sem nenhuma informação sobre os adversários. Por outro lado, o jogador em "late position", último a agir, tem a vantagem de tomar sua decisão baseado em ações anteriores dos adversários.

#### A dinâmica do jogo

Uma vez definido o dealer e os blinds terem sido colocados na mesa, são distribuídas duas cartas fechadas a cada um dos jogadores da mesa. A seguir, começando pelo jogador a esquerda do "big blind" (ou seja, o "UTG"), começa a primeira rodada de apostas. Os jogadores têm 3 opções de ação:

- a) Fold: desistir da mão.
- b) Call: pagar a aposta(que no caso seria o valor do big blind) para ver as três cartas do flop.
- c) Raise: aumentar a aposta, colocando na mesa o valor que ele deseja(\*), desde que seja, no mínimo, o dobro do valor anterior. Exemplo: se o big blind for 10, o "raise" mínimo na primeira rodada de apostas é 20.

Após todos os jogadores terem tomado suas decisões (fold, call ou raise), são abertas as 3 primeiras cartas comunitárias na mesa, o que é chamado de "flop". Então uma nova rodada de apostas se segue.

Obs: se antes do "flop" algum jogador fizer uma aposta e todos os demais desistirem, ele leva o pote e não haverá a abertura de cartas comunitárias. Da mesma forma, se após o flop alguém apostar e todos desistirem, a mão é decidida ali mesmo.

Se houver necessidade, uma quarta é aberta na mesa, chamada de "turn". Então segue mais uma rodada de apostas.

Então é aberta a última carta comunitária, chamada de "river" e a última rodada de aposta se segue.

Caso um jogador aposte e um ou mais oponentes paguem a aposta (call) é realizado o "showdown", momento que todos jogadores mostram as cartas para ver quem tem o melhor jogo. O jogador com a melhor mão leva todas as fichas do pote e uma nova rodada se inicia.

\*Obs: existem 3 tipos básicos de Texas Hold'em, no que se refere aos valores máximo de apostas.

1 - Fixed Limit: o valor máximo da aposta é definido(fixo).

2 - Pot Limit: o valor máximo da aposta é a quantidade total de fichas no pote naquele determinado momento.

3 - No Limit: o jogador pode apostar o valor que quiser, inclusive todas elas("All In").

## A PROBABILIDADE NO PÔQUER

Agora que já conhecemos um pouco da história e das regras do pôquer, sabemos que as cartas de cada jogador receberá são de natureza aleatória. Portanto um bom conhecimento de probabilidade é fundamental para se ter êxito no jogo. O jogador precisa ter a habilidade para analisar suas chances de vencer a “mão” em cada fase do jogo, para decidir de forma acertada se continua, desiste ou aposta.

Após o conhecimento da matéria, o aluno já entendeu como se faz a análise combinatória e como se calcula a probabilidade de um evento qualquer acontecer dentro de um espaço amostral. Aqui trabalharemos com o baralho completo, o baralho se torna nosso espaço amostral.

Neste momento o aluno já deverá saber as sequências e jogadas do pôquer. Iniciaremos com os cálculos das possíveis combinações na primeira distribuição, ou seja, analisando o pré-flop, momento em que todos os jogadores recebem suas duas cartas.

Se temos 52 cartas diferentes sabemos que existem 1326 formas diferentes de combinações de cartas. Como? Com ajuda da análise combinatória:

$$C_{52,2} = \frac{52!}{2! 50!} = 1326$$

. Após o conhecimento de suas cartas o aluno poderá aplicar o seu conhecimento de probabilidade para analisar as chances de melhorar sua “mão” e se manter ou não em no jogo. Essa análise (conta) também será feita durante o flop, o turn e o river .

Os cálculos são parecidos durante o jogo, mas o espaço amostral sofre uma variação de acordo com a distribuição das cartas.

A principio imaginemos a chance, de por exemplo, um jogador sair com um par na primeira rodada. Para obter o par, de 4 cartas o jogador precisara de duas,  $C_{4,2} = 6$  possibilidades. Mas no baralho são 13 as possibilidades possíveis para que isso ocorra, logo:  $6 \times 13 = 78$  pares diferentes no pré-flop. A probabilidade que isso ocorra é de

$$P = \frac{78}{1326}$$

Onde temos um valor de aproximadamente 5,88%.

Seguindo essa linha de raciocínio podemos calcular quais as chances de cada uma das “mãos” do pôquer ocorrerem. Quais as chances de um par evoluir para um trinca ou uma quadra e assim por diante.

Mas uma questão é muito importante, a análise crítica da situação. Jogar pôquer também depende da análise crítica agregada aos conhecimentos matemáticos, “fazer” a leitura do oponente e trabalhar com cálculos ao mesmo tempo, mesmo poderá garantir o sucesso durante a partida.

Ao assistir um jogo de pôquer pela TV eu tenho conhecimento de todas as cartas que estão em jogo, jogador a jogador e cartas na mesa, mas o jogador não. Ele precisa imaginar que por melhor que seja sua mão, existe sim uma chance do oponente ter um jogo melhor, com essa análise ele decidira se é conveniente arriscar ou não.

Essas duas visões podem ser trabalhadas em sala simultaneamente.

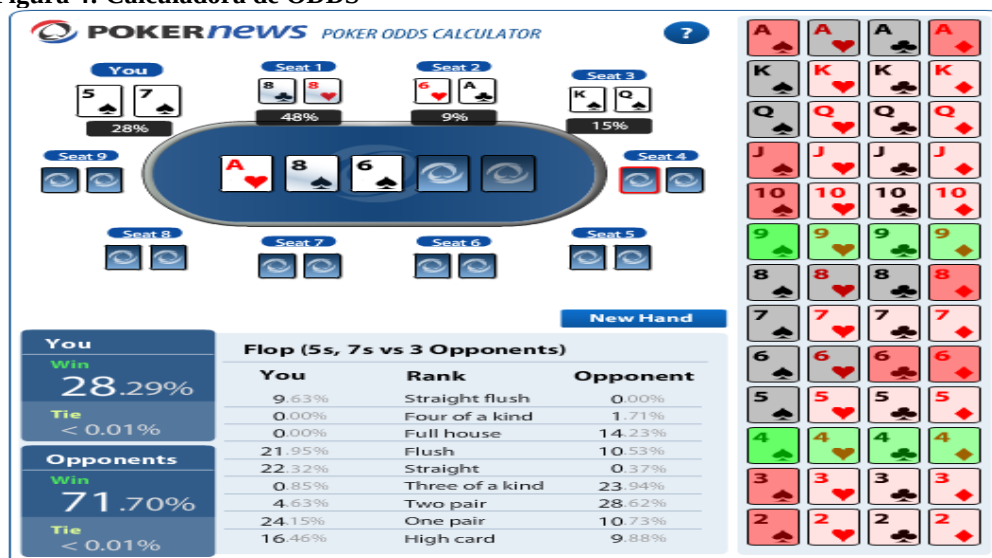
As chances de vitória no pôquer mudam muito rapidamente, após uma única carta revelada uma ótima “mão” pode ficar péssima e uma “mão” sem grandes pretensões pode se tornar a vitoriosa.

### CALCULADORA DE ODDS

Uma ferramenta que pode ser usada durante os cálculos (os alunos fariam seus cálculos e então poderiam comparar seus resultados) é a calculadora de odds, uma calculadora on-line para as chances de vitória de um jogador durante uma partida. Nela é possível simular diversas situações possíveis e visualizar as mudanças de probabilidade de vitória de uma “mão” durante uma partida.

Imagine a seguinte rodada de pôquer onde você no pré-flop tem um 5 e 7 de paus. Diante das cartas dos seus 3 oponentes e do Flop, sua chance de ganhar é de apenas 28,29%.

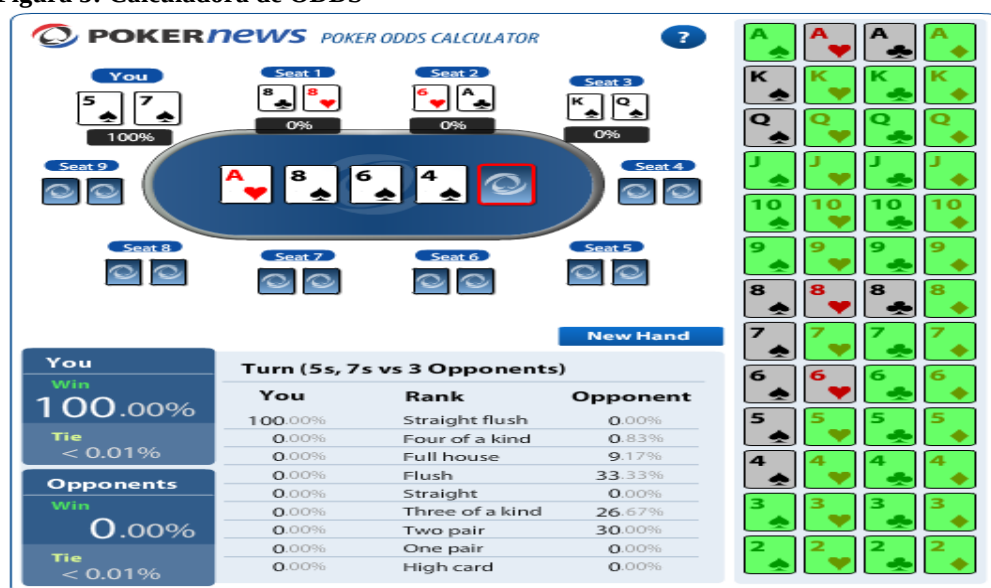
Figura 4: Calculadora de ODDS



Simulação feita no site: <http://br.pokernews.com/poker-tools/poker-odds-calculator.htm>

Após o Turn sua chance muda para 100%. Sim, você ganhou o jogo de fato sem nem mesmo precisar da quinta carta.

Figura 5: Calculadora de ODDS



Simulação feita no site: <http://br.pokernews.com/poker-tools/poker-odds-calculator.htm>

É interessante perceber que o espaço amostral fica bem claro para o aluno, as mudanças que ele sofre de acordo com que as cartas são distribuídas e colocadas à mesa.

## CONCLUSÃO

A idéia principal do trabalho é uma forma alternativa de ensinar probabilidade para os alunos. Mas, além disso, desenvolver nos alunos um algo a mais, uma capacidade de análise crítica, fazê-lo entender que existem consequências e reflexos em suas tomadas de decisões, que situações favoráveis e desfavoráveis podem mudar muito rapidamente e que decisões tomadas sem uma análise minuciosa e de forma impulsiva pode alterar o rumo de situações que poderiam resultar em algo positivo, mas não foi. E o melhor, com um custo baixo e aplicável em qualquer escola com professores abertos a novas forma de ensinar.

## REFERÊNCIAS

TOREZZAN, C. **Pôquer na sala de aula**. 2013. Disponível em: [http://www.istoe.com.br/reportagens/321828\\_POQUER+NA+SALA+DE+AULA](http://www.istoe.com.br/reportagens/321828_POQUER+NA+SALA+DE+AULA). Acesso em: 21 de julho 2015.

UOL. **Pôquer é oficializado como esporte**. 2010. Disponível em: <http://esporte.uol.com.br/ultimas-noticias/2010/04/30/poquer-e-reconhecido-como-esporte-mental-e-fica-com-mesmo-status-do-xadrez.jhtm>. Acesso em: 05 de julho de 2015.

MLODINOW, L. **O andar do bêbado**, Como o acaso determina nossas vidas. 1ª edição, Rio de Janeiro, Zahar, 2009.

NASCIMENTO, J. R Amaral. **O pôquer como ferramenta de ensino da Matemática na Educação Básica**, 72f, Dissertação de Mestrado, Universidade Federal Rural de Pernambuco, Recife, 2014.

CBTH **Confederação Brasileira de Texas Hold'em**. Disponível em: <http://www.cbth.org.br/cbth/Pagina.do?idSecao=7>. Acesso em: 20 de junho de 2015.

Mundo Educação, **Estudos das probabilidades**. Disponível em: <http://www.mundoeducacao.com/matematica/estudo-das-probabilidades.htm>. Acesso em: 20 de junho de 2015.

DANTE, L. R. Didática da resolução de problemas de matemática. São Paulo: Ática, 2002.

Vicente, R. **Noções de Estatística I**, 49f, EACH - USP, São Paulo, 2009.

# RELATÓRIOS PEDAGÓGICOS DO SARESP: DESEMPENHO DOS ALUNOS DE 9º ANO EM MATEMÁTICA

Giselle Barreto Santos<sup>1</sup>,  
Amanda Cristina Teagno Lopes Marques<sup>2</sup>, Graziela Marchi Tiago<sup>3</sup>

<sup>1</sup> Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia – IFSP/PPGECM, [barreto.gi@gmail.com](mailto:barreto.gi@gmail.com)

<sup>2</sup> Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia – IFSP/PPGECM, [ctlamand@hgmil.com](mailto:ctlamand@hgmil.com)

<sup>3</sup> Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia – IFSP/PPGECM, [grazielamarchi@gmail.com](mailto:grazielamarchi@gmail.com)

## Resumo

Este trabalho integra uma pesquisa mais ampla que tem por objetivo analisar em que medida os resultados do Sistema de Avaliação de Rendimento Escolar do Estado de São Paulo (SARESP) são orientadores de políticas públicas para formação de professores no contexto específico do ensino de Matemática. Neste artigo, apresentamos análise dos relatórios anuais do SARESP no período de 2010 a 2013, a fim de verificar a evolução do desempenho dos alunos de 9º ano, em Matemática. Para tal, realizou-se pesquisa documental com vistas a verificar a estrutura da avaliação e o desempenho dos alunos, este analisado à luz das habilidades exigidas na prova baseadas nas Diretrizes Curriculares Nacionais da Educação Básica (DCN) e nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN). Como resultados, apontamos para o desempenho insatisfatório dos alunos no exame e a inexistência de linearidade nos resultados; há melhoria no desempenho em alguns itens, mas piora em outros. Apontamos, também, para a necessidade de que os resultados da avaliação sejam empregados com vistas a promover ações que conduzam à melhoria das aprendizagens dos alunos.

**Palavras-chave:** avaliação externa – SARESP – matemática.

## INTRODUÇÃO

Este trabalho integra uma pesquisa de mestrado que busca analisar se os resultados da avaliação do Sistema de Avaliação de Rendimento Escolar do Estado de São Paulo - SARESP, apresentados nos relatórios pedagógicos anuais, interferem nas políticas públicas educacionais relacionadas à formação de professores. O objetivo, neste artigo, é o de analisar a evolução do desempenho dos alunos de 9º ano no SARESP, no período de 2010 a 2013, em Matemática, a partir dos dados disponibilizados nos relatórios pedagógicos. Discutiremos sobre o Currículo do Estado de São Paulo para a disciplina de matemática e a Matriz de Referência para a avaliação do SARESP, para que possamos analisá-los de acordo com as habilidades e competências comuns baseadas nos Parâmetros Curriculares Nacionais vinculadas às Diretrizes Curriculares Nacionais para a Educação Básica (BRASIL, 2013). Nesse sentido, foi desenvolvida uma pesquisa qualitativa documental que, segundo Bogdan e Biklen (1982 *apud* LUDKE; ANDRÉ, 1986) envolve a obtenção de dados descritivos, obtidos no contato direto do pesquisador com a situação estudada.

Junior e Calderón (2014) evidenciam que apenas 16,7% das teses e dissertações de Mestrado e Doutorado defendidas no Brasil no período de 1996 a 2011 acerca do SARESP, referem-se à área do conhecimento de ciências exatas, enquanto que 35,7% discutem sobre os resultados, impactos e feitos do SARESP, e 2,4% relacionam o SARESP



e o Currículo. Nesta perspectiva, Bauer (2006) buscou compreender a relação entre os resultados do SARESP e a elaboração de políticas públicas de formação docente anunciadas em seus documentos oficiais ao longo de sua existência, relatando em sua pesquisa as condições de acesso aos resultados das avaliações, as dificuldades e resistência em relação à interpretação dos resultados do SARESP e como se dá o trabalho de formação partindo dos resultados nas diretorias de ensino.

Diante desta análise, surgiu a motivação deste trabalho, pois percebemos a existência de uma grande quantidade de informações importantes nos relatórios pedagógicos anuais do SARESP e sua pouca utilização no processo de planejamento de ações de formação de professores e revisão do currículo no âmbito da Secretaria Estadual de Educação de São Paulo. Desse modo, no presente texto, apresentamos uma análise do desempenho no SARESP de estudantes de 9º ano, em matemática, o que corresponde a uma parte da pesquisa de mestrado já mencionada.

## REFERENCIAL TEÓRICO

### CURRÍCULO DO ESTADO DE SÃO PAULO

O documento oficial sobre o currículo do estado de São Paulo define que Currículo é a expressão do que existe na cultura científica, artística e humanista transposto para uma situação de aprendizagem e ensino. O currículo tem como referencial metodológico as competências e supõe que se aceite a ideia de promover os conhecimentos próprios de cada disciplina relacionados às competências e habilidades do aluno. É com essas competências e habilidades que o aluno poderá desenvolver a leitura crítica do mundo, questionando-o para melhor compreendê-lo, inferindo questionamentos e compartilhando ideias (SÃO PAULO, 2012). O conceito de competências também é fundamental na Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDBEN) nº 9394/96, nas Diretrizes Curriculares Nacionais da Educação Básica (DCN) e nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs), documentos elaborados pelo Conselho Nacional de Educação e pelo Ministério da Educação. O currículo referenciado em competências é uma concepção que requer que a escola e o plano do professor indiquem o que aluno deve aprender.

Nesta perspectiva a Matriz de Referência para a Avaliação do SARESP em Matemática é organizada em quatro conjuntos de competências, quais sejam, área 1, área 2, área 3 e área 4, sendo cada área relacionada com os temas curriculares propostos nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs), ou seja, área 1 – tema 1, área 2 – tema 2, área 3 – tema 3, área 4 – tema 4, conforme a tabela 1.

**Tabela 1: Relação das Competências por áreas com os Temas apresentados nos PCNs**

| Competências por Áreas                                                                                                                                                                                                                                                                                | Temas (PCNs)                                                                                                                                               |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Desenvolver o raciocínio quantitativo e o pensamento funcional, isto é, o pensamento em termos de relações e a variedade de suas representações, incluindo as simbólicas, as algébricas, as gráficas, as tabulares e as geométricas. Aplicar expressões analíticas para modelar e resolver problemas. | Números, operações, funções (racionais / potenciação, números reais, expressões algébricas, equações, gráficos cartesianos, equações do 2º grau, funções). |
| Compreender as propriedades dos objetos e a sua posição relativa e desenvolver o                                                                                                                                                                                                                      | Espaço e Forma.                                                                                                                                            |

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |                                                                                                                      |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| raciocínio espacial por meio de construções e de formas.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |                                                                                                                      |
| Construir e ampliar noções de variação de grandeza para a compreensão da realidade e a solução de problemas do cotidiano. Compreender e fazer uso das medidas, ou de sistemas convencionais, para o cálculo de perímetros, áreas, volumes e relações entre as diferentes unidades de medida.                                                                                          | Grandezas e medidas (Tales, Pitágoras/Áreas, volumes, proporcionalidade/Semelhança/ Trigonometria, corpos redondos). |
| Ler, construir e interpretar informações de variáveis expressas em gráficos e tabelas. Fazer uso das ferramentas estatísticas para descrever e analisar dados, realizar inferências e fazer previsões. Compreender o caráter aleatório e não determinístico dos fenômenos naturais e sociais e utilizar os conceitos e algoritmos adequados para medidas e cálculos de probabilidade. | Tratamento da Informação.                                                                                            |

Fonte: Matriz de Referência SARESP, 2009, p. 80.

O SARESP também avalia algumas competências cognitivas, divididas em Competências para Observar, Realizar e Compreender. De acordo com o documento das Matrizes de Referências, temos:

Competências cognitivas são modalidades estruturais da inteligência. Modalidades, pois expressam o que é necessário para compreender ou resolver um problema. Ou seja, valem por aquilo que integram, articulam ou configuram como resposta a uma pergunta. Ao mesmo tempo, são modalidades porque representam diferentes formas ou caminhos de se conhecer. Um mesmo problema pode ser resolvido de diversos modos. Há igualmente muitos caminhos para se validar ou justificar uma resposta ou argumento. (SÃO PAULO, 2009, p.16)

Dessa forma, relacionaremos os temas contemplados na avaliação, juntamente com as habilidades específicas e suas competências cognitivas.

**Tabela 2: Descrição das Habilidades específicas de acordo com as competências cognitivas e os Temas.**

| Objetos do Conhecimento (Conteúdos)                                                                                                                                 | Competências do Sujeito                                                                                                                                                                                |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Tema 1 - Números, operações, funções (racionais / potenciação, números reais, expressões algébricas, equações, gráficos cartesianos, equações do 2º grau, funções). | Competências para Observar                                                                                                                                                                             |
|                                                                                                                                                                     | <b>H01</b> Reconhecer as diferentes representações de um número racional.                                                                                                                              |
|                                                                                                                                                                     | <b>H02</b> Identificar fração como representação que pode estar associada a diferentes significados.                                                                                                   |
|                                                                                                                                                                     | <b>H03</b> Reconhecer as representações decimais dos números racionais como uma extensão do sistema de numeração decimal, identificando a existência de “ordens” como décimos, centésimos e milésimos. |
|                                                                                                                                                                     | <b>H04</b> Representar os números reais geometricamente na reta numerada.                                                                                                                              |
|                                                                                                                                                                     | <b>H05</b> Identificar a expressão algébrica que expressa uma regularidade observada em sequências de números ou figuras (padrões).                                                                    |
|                                                                                                                                                                     | <b>H06</b> Identificar um sistema de equações do 1º grau que expressa um problema.                                                                                                                     |
|                                                                                                                                                                     | <b>H07</b> Identificar a relação entre as representações algébrica e geométrica de um sistema de equações do 1º grau.                                                                                  |
|                                                                                                                                                                     | <b>H08</b> Reconhecer a representação geométrica dos produtos notáveis.                                                                                                                                |

|                                                                                                                                    |                                                                                                                                                                                               |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|                                                                                                                                    | <b>Competências para Realizar</b>                                                                                                                                                             |
|                                                                                                                                    | <b>H09</b> Utilizar a notação científica como forma de representação adequada para números muito grandes ou muitos pequenos.                                                                  |
|                                                                                                                                    | <b>H10</b> Efetuar cálculos que envolvam operações com números racionais (adição, subtração, multiplicação, divisão, potenciação – expoentes inteiros e radiciação).                          |
|                                                                                                                                    | <b>H11</b> Efetuar cálculos simples com valores aproximados de radicais.                                                                                                                      |
|                                                                                                                                    | <b>H12</b> Realizar operações simples com polinômios.                                                                                                                                         |
|                                                                                                                                    | <b>H13</b> Simplificar expressões algébricas que envolvam produtos notáveis e fatoração.                                                                                                      |
|                                                                                                                                    | <b>H14</b> Expressar as relações de proporcionalidade direta entre uma grandeza e o quadrado de outra por meio de uma função do 2º grau.                                                      |
|                                                                                                                                    | <b>Competências para Compreender</b>                                                                                                                                                          |
|                                                                                                                                    | <b>H15</b> Resolver problemas com números racionais que envolvam as operações (adição, subtração, multiplicação, divisão, potenciação e radiciação).                                          |
|                                                                                                                                    | <b>H16</b> Resolver problemas que envolvam porcentagem.                                                                                                                                       |
| Tema 2 – Espaço e Forma.                                                                                                           | <b>H17</b> Resolver problemas que envolvam equações com coeficientes racionais.                                                                                                               |
|                                                                                                                                    | <b>H18</b> Resolver sistemas lineares (métodos da adição e da substituição).                                                                                                                  |
|                                                                                                                                    | <b>H19</b> Resolver problemas que envolvam equações do 2º grau.                                                                                                                               |
|                                                                                                                                    | <b>H20</b> Resolver problemas envolvendo relações de proporcionalidade direta entre duas grandezas por meio de funções do 1º grau.                                                            |
|                                                                                                                                    | <b>Competências para Observar</b>                                                                                                                                                             |
|                                                                                                                                    | <b>H22</b> Identificar a localização/movimentação de objeto em mapas, croquis e outras representações gráficas.                                                                               |
|                                                                                                                                    | <b>H23</b> Identificar propriedades comuns e diferenças entre figuras bidimensionais e tridimensionais, relacionando-as com as suas planificações.                                            |
|                                                                                                                                    | <b>H28</b> Usar o plano cartesiano para representação de pares ordenados; coordenadas cartesianas e equações lineares.                                                                        |
|                                                                                                                                    | <b>Competências para Realizar</b>                                                                                                                                                             |
|                                                                                                                                    | <b>H21</b> Reconhecer a semelhança entre figuras planas, a partir da congruência das medidas angulares e da proporcionalidade entre as medidas lineares correspondentes.                      |
| Tema 3 – Grandezas e medidas (Tales, Pitágoras / Áreas, volumes, proporcionalidade / Semelhança / Trigonometria, corpos redondos). | <b>H24</b> Identificar propriedades de triângulos pela comparação de medidas de lados e ângulos.                                                                                              |
|                                                                                                                                    | <b>H25</b> Reconhecer a conservação ou modificação de medidas dos lados, do perímetro, da área em ampliação e/ou redução de figuras poligonais usando malhas quadriculadas.                   |
|                                                                                                                                    | <b>H26</b> Reconhecer ângulos como mudança de direção ou giros, identificando ângulos retos e não retos.                                                                                      |
|                                                                                                                                    | <b>H27</b> Reconhecer círculo/circunferência, seus elementos e algumas de suas relações.                                                                                                      |
|                                                                                                                                    | <b>Competências para Compreender</b>                                                                                                                                                          |
|                                                                                                                                    | <b>H29</b> Resolver problemas que utilizam propriedades dos polígonos (soma de seus ângulos internos, número de diagonais, cálculo da medida de cada ângulo interno nos polígonos regulares). |
|                                                                                                                                    | <b>H30</b> Resolver problemas em diferentes contextos, que envolvam triângulos semelhantes.                                                                                                   |
|                                                                                                                                    | <b>Competências para Observar</b>                                                                                                                                                             |
|                                                                                                                                    | <b>H31</b> Calcular áreas de polígonos de diferentes tipos, com destaque para os polígonos regulares.                                                                                         |
|                                                                                                                                    | <b>H32</b> Calcular o volume de prismas em diferentes contextos.                                                                                                                              |
|                                                                                                                                    | <b>H33</b> Utilizar a razão $\pi$ no cálculo do perímetro e da área da circunferência.                                                                                                        |
|                                                                                                                                    | <b>H34</b> Calcular a área e o volume de um cilindro.                                                                                                                                         |
|                                                                                                                                    | <b>Competências para Realizar</b>                                                                                                                                                             |
|                                                                                                                                    | <b>H35</b> Aplicar o Teorema de Tales como uma forma de ocorrência da ideia de proporcionalidade, em diferentes contextos.                                                                    |
|                                                                                                                                    | <b>H36</b> Resolver problemas em diferentes contextos, que envolvam as relações                                                                                                               |

|                                                                 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |
|-----------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|                                                                 | métricas dos triângulos retângulos. (Teorema de Pitágoras).<br><b>H37</b> Resolver problemas em diferentes contextos, a partir da aplicação das razões trigonométricas dos ângulos agudos.<br><b>H38</b> Resolver problemas que envolvam o cálculo de perímetro de figuras planas.<br><b>H39</b> Resolver problemas que envolvam o cálculo de área de figuras planas.<br><b>H40</b> Resolver problemas que envolvam noções de volume.<br><b>H41</b> Resolver problemas que utilizam relações entre diferentes unidades de medida. |
|                                                                 | <b>Competências para Compreender</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |
|                                                                 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |
| Tema 4 – Tratamento da informação / Probabilidade / Estatística | <b>Competências para Observar</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |
|                                                                 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |
|                                                                 | <b>Competências para Realizar</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |
|                                                                 | <b>H43</b> Associar informações apresentadas em listas e/ou tabelas simples aos gráficos que as representam e vice-versa.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |
|                                                                 | <b>Competências para Compreender</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |
|                                                                 | <b>H42</b> Resolver problemas que envolvam informações apresentadas em tabelas e/ou gráficos.<br><b>H44</b> Resolver problemas que envolvam processos de contagem; princípio multiplicativo.<br><b>H45</b> Resolver problemas que envolvam ideias básicas de probabilidade.                                                                                                                                                                                                                                                       |

Fonte: Matriz de Referência SARESP, 2009 p.80. (Adaptado)

Conhecendo a base comum de habilidades e competências para a educação básica, discutiremos os resultados apresentados nos relatórios pedagógicos, buscando relacionar quais foram as habilidades específicas exigidas nos itens (questões) de ligações no período escolhido e como são esses resultados em relação à quantidade acertos dos alunos, medidos em porcentagens. Assim, na próxima seção, discutiremos os objetivos do SARESP e qual a metodologia de análise dos resultados.

## AVALIAÇÃO EXTERNA

O SARESP foi implantando pela Resolução da Secretaria de Educação n. 27, de 29 de março de 1996 (SÃO PAULO, 1996), como uma iniciativa na gestão do Governador Mário Covas, tendo à frente da Secretária de Educação a Profª Teresa Roserley Neubauer da Silva. É realizado anualmente, desde então, com exceção de 1999 e 2006. Esta avaliação tem como objetivo fornecer informações consistentes, periódicas e comparáveis sobre a situação da escolaridade básica na rede pública de ensino paulista, capazes de orientar gestores do ensino no monitoramento das políticas voltadas para a melhoria da qualidade da educação (SÃO PAULO, 2014).

O desempenho dos alunos do 9º ano do Fundamental no SARESP no período de 2010 a 2013 foi colocado nas mesmas escalas do Sistema de Avaliação da Educação Básica SAEB/Prova Brasil nas áreas de Língua Portuguesa e de Matemática. A escolha por escalas foi a maneira de medir resultados de forma ordenada e a escolha dos números que definem os seus pontos é arbitrária e construída com os resultados da aplicação do método estatístico denominado Teoria da Resposta ao Item - TRI (SÃO PAULO, 2011). Os resultados da TRI apresentam uma interpretação pedagógica dos itens respondidos corretamente por muitos alunos de um determinado nível de habilidade e por poucos alunos com um nível de habilidade imediatamente inferior, dessa forma, foram selecionados os pontos 125, 150, 175, 200, 225, 250, 275, 300, 325, 350, 375, 400 e 425. A cada edição do SARESP, a escala – descrição dos pontos – é atualizada de acordo com os

resultados da avaliação que acaba de se realizar; a interpretação da escala é cumulativa, pois quem está em determinado nível domina as habilidades exigidas para esse nível, e também, as habilidades dos níveis anteriores. (SÃO PAULO, 2014). Os resultados do SARESP utilizam a equalização e interpretação da escala do SAEB, completada pela amplitude oferecida pelos itens que melhor realizam a cobertura do Currículo implantado nas escolas estaduais, explicitada na Matriz de Referência da Avaliação do SARESP, tabela da seção anterior.

Os pontos da escala do SARESP, por sua vez, são agrupados em quatro níveis de proficiência – Abaixo do Básico, Básico, Adequado e Avançado – definidos a partir das expectativas de aprendizagem (conteúdos, competências e habilidades) estabelecidos para cada ano/série e disciplina no Currículo do Estado de São Paulo, descritos nas tabelas seguintes.

**Tabela 3: Classificação e Descrição dos Níveis de Proficiência do SARESP**

| <b>Classificação</b> | <b>Níveis de Proficiência</b> | <b>Descrição</b>                                                                                                                                                                                      |
|----------------------|-------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Insuficiente         | Abaixo do Básico              | Os alunos, neste nível, demonstram domínio insuficiente dos conteúdos, competências e habilidades desejáveis para o ano/série escolar em que se encontram.                                            |
| Suficiente           | Básico                        | Os alunos, neste nível, demonstram domínio mínimo dos conteúdos, competências e habilidades, mas possuem as estruturas necessárias para interagir com a proposta curricular no ano/série subsequente. |
|                      | Adequado                      | Os alunos, neste nível, demonstram domínio pleno dos conteúdos, competências e habilidades desejáveis para o ano/série escolar em que se encontram.                                                   |
| Avançado             | Avançado                      | Os alunos, neste nível, demonstram conhecimentos e domínio dos conteúdos, competências e habilidades acima do requerido no ano/série escolar em que se encontram.                                     |

Fonte: Relatório Pedagógico Matemática, 2012, p.16.

**Tabela 4: Níveis de Proficiência em Matemática – SARESP**

| Níveis de Proficiência | Escala de Proficiência – 9º ano - Matemática |
|------------------------|----------------------------------------------|
| Abaixo do Básico       | < 225                                        |
| Básico                 | 225 a < 300                                  |
| Adequado               | 300 a < 350                                  |
| Avançado               | ≥ 350                                        |

Fonte: Relatório Pedagógico Matemática, 2012, p.16 – Adaptado

Com base nos relatórios pedagógicos do SARESP, analisaremos os resultados apresentados nos itens de ligação comuns apresentados nas provas de 2010 a 2013, com vistas a identificar a evolução do desempenho dos estudantes no período analisado.

## RESULTADOS E DISCUSSÕES

Devido à quantidade de informações apresentadas nos relatórios, filtramos alguns itens de ligações presentes nas provas nos anos de 2010 a 2013, pois como citado nos objetivos dessa avaliação, o SARESP utiliza questões similares de um ano para o outro a fim de realizar uma comparação dos resultados com edições anteriores e com as questões do SAEB/ Prova Brasil que também apresentam esses itens de ligação.

A tabela abaixo representa os Itens de Ligação apresentados nas provas do período em análise e as respectivas porcentagens de acertos nas questões que abordam esses temas.

**Tabela 5: Desempenho em Itens de Ligação  
Matemática – 9 ° ano Ensino Fundamental - SARESP 2010 até 2013**

| Itens | Objetos de Conhecimento<br>(Conteúdos)                                                    | % de<br>acerto<br>2010 | % de<br>acerto<br>2011 | % de<br>acerto<br>2012 | % de<br>acerto<br>2013 |
|-------|-------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------|------------------------|------------------------|------------------------|
| 1     | Problemas de compra e venda – valor da parcela                                            | 51,8                   | 51,5                   | 27,6                   | 28,8                   |
| 2     | Análise de sequências de figuras                                                          | 62,3                   | 60,8                   | 47,1                   | 53,0                   |
| 3     | Variação de temperatura                                                                   | 49,1                   | 51,3                   | 58,1                   | 61,7                   |
| 4     | Identificação do segmento que representa o raio de uma circunferência                     | 42,2                   | 43,2                   | 50,4                   | 52,7                   |
| 5     | Cálculo de medidas das dimensões de um retângulo, dada a sua área – Teorema de Pitágoras. | 49,0                   | 49,9                   | 32,9                   | 33,9                   |
| 6     | Representação em quadriculado de uma razão expressa em palavras.                          | 31,5                   | 29,7                   | 55,0                   | 54,7                   |
| 7     | Ordenação de números decimais                                                             | 51,9                   | 46,1                   | 28,4                   | 29,8                   |
| 8     | Identificação das figuras geométricas que constituem as faces de um poliedro              | 47,1                   | 51,4                   | 46,7                   | 50,1                   |
| 9     | Resolução de um sistema de duas equações                                                  | 13,6                   | 12,6                   | 48,1                   | 46,2                   |

Fonte: Relatórios Pedagógicos (2010 a 2014) - Adaptado

Buscamos associar os itens de ligação relacionados aos objetos de conhecimentos

apresentados na tabela 5 com as habilidades descritas nas Matrizes de referência do SARESP, tabela 2. Para algumas questões é possível perceber qual a habilidade necessária ao aluno para compreender, perceber e resolver a questão. Porém, para algumas questões é preciso relacionar de forma indireta as habilidades descritas, pois não fica claro em qual habilidade este item de ligação pode ser classificado. O item 1 - Problemas de compra e venda – valor da parcela – pode ser relacionado com as habilidades H16 (Resolver problemas que envolvam porcentagem) e H20 (Resolver problemas envolvendo relações de proporcionalidade direta entre duas grandezas por meio de função do 1º grau ); o item 2 pode ser relacionado de forma indireta com a habilidade H21; o item 3 pode ser relacionado indiretamente com a habilidade H10; o item 4 pode ser relacionado com a habilidade H27; o item 5 pode ser relacionado com as habilidades H36 e H39; o item 6 pode ser relacionado indiretamente com a habilidade H02; o item 7 pode ser relacionado com a habilidade H03; o item 8 pode ser relacionado indiretamente com a habilidade H31; e finalmente o item 9 pode ser relacionado com a habilidade H06. Os itens contemplam uma gama diversificada e ampla de habilidades essenciais ao domínio, pelo aluno, da linguagem matemática.

Em relação às porcentagens de acertos comparados em quatros anos, nos itens 1, 2, 5 e 7, percebemos uma redução significativa de 2010 e 2011 para 2012 e 2013 nas porcentagens de acertos. Nos itens 6 e 9, percebemos o contrário, um aumento significativo de 2012 e 2013 em relação a 2010 e 2011. Nos itens 3 e 4 não houve mudanças muito significativas nos quatros anos em relação aos itens anteriores, enquanto o item 8 apresentou um pequeno aumento em relação a 2010 e 2011 – 2012 e 2013.

Com essa análise, futuramente buscaremos relacionar como esses resultados podem ser trabalhos na formação de professores, mais especificamente através das políticas educacionais do estado que compõe a pesquisa ampla desse trabalho, citado na introdução. Enfim o que fica claro nesta análise é que o desempenho em matemática, no geral, é baixo, pois a maior quantidade de acertos refere-se a 62,3% para a análise deste período. Ainda podemos verificar esse desempenho de matemática através dos níveis de proficiência para esse mesmo período, descritos na tabela abaixo.

**Tabela 6: Desempenho dos Alunos por Nível de Proficiência – SARESP 2010 a 2013 – Matemática – 9º ano**

| Níveis de Proficiência | 2010  | 2011  | 2012  | 2013  |
|------------------------|-------|-------|-------|-------|
| Abaixo do Básico       | 34,9% | 33,8% | 36,7% | 36,4% |
| Básico                 | 56,6% | 55,9% | 53,2% | 52,4% |
| Adequado               | 7,7%  | 9,3%  | 9,1%  | 9,9%  |
| Avançado               | 0,8%  | 1,0%  | 1,0%  | 1,2%  |

Fonte: Relatório Pedagógico SARESP – Matemática (2014)

Os maiores índices apresentados referem-se ao nível básico que atinge em média 54,52%, seguido pelo nível abaixo do básico que atinge em média 35,4%. Esses dados apontam a necessidade de pesquisas relacionadas a esse tema para buscar compreender o que está acontecendo com a Educação Básica no Brasil, em relação ao ensino de matemática. Além disto, considerando que o objetivo desta avaliação externa é reorientar as práticas com vistas à melhoria das aprendizagens dos alunos e não apenas constatar e mensurar o desempenho dos alunos, quais contribuições essa análise poderá trazer às políticas públicas da SEE/SP?

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

O objetivo deste trabalho foi analisar os relatórios anuais do SARESP no período de 2010 a 2013, a fim de verificar a evolução do desempenho dos alunos de 9º ano, em matemática, a partir dos dados disponibilizados nos relatórios pedagógicos. Pelos dados analisados, verificamos que os alunos estão aprendendo pouco, e não há linearidade nos resultados, sendo que em determinados assuntos há progressos e em outros não. O que fazer para que nossos estudantes aprendam mais e melhor?

Considerando que a função da avaliação é a de reorientar os processos de ensino-aprendizagem (Vasconcelos, 2005), e não apenas mensurar, constatar ou punir os agentes, acreditamos que os Relatórios Pedagógicos do SARESP constituem importante instrumento a ser analisado com vistas à promoção da aprendizagem. Isso demanda ações na escola e fora dela, a serem alavancadas por políticas públicas relacionadas à formação de professores e à melhoria das condições de trabalho dos docentes (como, por exemplo, diminuição do número de alunos por sala, criação de uma estrutura de acompanhamento dos alunos, fomento ao projeto político-pedagógico das escolas e ao trabalho coletivo via incentivo à permanência e ao vínculo do professor a uma escola, etc.). A não-linearidade dos resultados pode indicar a inexistência de ações com vistas à promoção de melhorias das aprendizagens (caso elas existissem, os resultados não piorariam, mas minimamente seriam mantidos), ou a existência de ações inadequadas, que não têm produzido o efeito desejado. Isso é reforçado ao constataremos que menos de 10% dos alunos de 9º ano apresenta desempenho adequado em matemática, e que mais de 36% deles demonstra desempenho abaixo do básico. Ao considerarmos o papel da escola na democratização do acesso ao conhecimento, este entendido como instrumento essencial à inserção crítica do aluno na realidade, evidenciamos que a escola não tem cumprido sua função, ao menos no que toca às aprendizagens de matemática.

Dessa forma, destacamos a importância de análises desta natureza com vistas à reorientação das políticas de formação e do trabalho pedagógico na escola, sendo imprescindível tornar a avaliação externa referência para se pensar em formas de promover a aprendizagem, o que certamente não ocorrerá simplesmente via adoção de políticas de bonificação para os professores como estratégia para alavancar os resultados dos estudantes nas avaliações externas.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BAUER, A. **Uso dos resultados do SARESP: o papel da avaliação nas políticas de formação docente**. 2006. Dissertação (Mestrado)–Programa de Pós-Graduação em Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2006.

CALDERÓN, A.; OLIVEIRA JUNIOR, R.. **Sistema de avaliação de rendimento escolar do Estado de São Paulo: mapeamento e tendências temáticas da produção científica brasileira (1996-2011)**. Ensaio: aval. pol. públ. Educ., Rio de Janeiro, v.22, n. 85, p. 939-976, out./dez. 2014. Disponível em: <<http://www.scielo.br/pdf/ensaio/v22n85/v22n85a05.pdf>>. Acesso em 18 de Março 2015.

**Currículo do Estado de São Paulo: Matemáticas e suas Tecnologias**. São Paulo: SEE, 2012. Disponível em: <<http://www.educacao.sp.gov.br/a2sitebox/arquivos/documentos/783.pdf>> Acesso em 18 de Março 2015.



**Diretrizes Curriculares Nacionais Gerais da Educação Básica** / Ministério da Educação. Brasília: MEC, SEB, DICEI, **2013**.

LUDKE, M.; ANDRÉ, Marli E. D. A. **Pesquisa em educação: abordagens qualitativas**. São Paulo: EPU, 1986.

**Matrizes de referência para a avaliação SARESP: documento básico/Secretaria da Educação**; coordenação geral, Maria Inês Fini. – São Paulo: SEE, 2009.

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática** - Brasília: Secretaria de Educação Fundamental, 1997. Disponível em: <<http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/livro03.pdf>> Acesso em 18 de Abril 2014.

SÃO PAULO. Secretária da Educação do Estado. Resolução **SE n. 27, 1996. São Paulo, 29 de março de 1996. Dispõe sobre a implantação do Saresp**. Disponível em: <[http://siau.edunet.sp.gov.br/ItemLise/arquivos/27\\_1996.htm](http://siau.edunet.sp.gov.br/ItemLise/arquivos/27_1996.htm)> Acesso em 18 de Abril 2014.

SÃO PAULO. Secretária da Educação do Estado. **Relatório Pedagógico SARESP 2010 - Matemática**. Fundação Vunesp. Fundação para o Desenvolvimento da Educação – FDE. São Paulo, 2011.

SÃO PAULO. Secretária da Educação do Estado. **Relatório Pedagógico SARESP 2011 - Matemática**. Fundação Vunesp. Fundação para o Desenvolvimento da Educação – FDE. São Paulo, 2012.

SÃO PAULO. Secretária da Educação do Estado. **Relatório Pedagógico SARESP 2012 - Matemática**. Fundação Vunesp. Fundação para o Desenvolvimento da Educação – FDE. São Paulo, 2013.

SÃO PAULO. Secretária da Educação do Estado. **Relatório Pedagógico SARESP 2013 - Matemática**. Fundação Vunesp. Fundação para o Desenvolvimento da Educação – FDE. São Paulo, 2014.

VASCONCELLOS, Celso dos Santos. Finalidade da Avaliação. In: \_\_\_\_\_. **Avaliação: concepção dialética-libertadora do processo de avaliação escolar**. São Paulo: Libertad, 2005.

# RELEVANTES ASPECTOS RELACIONADOS AO ENSINO DE MATEMÁTICA

**Eduardo dos Santos de Oliveira Braga**

Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro / IM  
obeduardobraga@hotmail.com

## RESUMO

O presente trabalho evidencia parte de uma reflexão em torno da atual conjectura do processo de ensino e aprendizagem, principalmente ao que compete à matemática no ensino fundamental. Pensar na criança em séries bases de seu desenvolvimento e permanência na escola é também pensar em como, quanto professor, podemos tornar esta ciência mais agradável, tentando, com isso, diminuir o pavor que muitos alunos têm de tal disciplina. Para isso, trouxemos algumas ferramentas que servem para nortear esta tentativa de aproximação da matemática e do aluno, pensando também no papel do professor frente à questão da melhoria do Ensino da Matemática. Esta escrita foi pensada como tentativa de viabilizar subsídios que possam tornar a matemática uma disciplina mais agradável. Fazendo, assim, com que o aluno queira, de forma descontraída e entusiasmada, aprender ainda mais.

**Palavras-chave:** Ensino e Aprendizagem; Lúdico; Ensino de Matemática.

## 1. INTRODUÇÃO

No tocante ao Ensino de Matemática e à formação do profissional que atua nesse âmbito é salutar viabilizarmos uma discussão sobre alguns aspectos que visam caminhar em direção a uma melhoria do ensino e aprendizagem da disciplina, tornando-a significativa.

Entendemos que o fazer pedagógico do professor nos tempos atuais necessita estar atento as novas exigências presentes no contexto educacional. Deste modo, o professor precisa estar cada vez mais preparado para o exercício de sua função no ambiente escolar. Para isso, destacaremos nesta escrita, um importante aspecto que condiz com a própria prática do educador e reflete positivamente no Ensino de Matemática, que é o ato do planejamento. Traremos uma breve reflexão sobre a importância do planejar uma aula e, principalmente, do se planejar para uma aula, mostrando que esta tarefa viabiliza ao docente maior segurança e organização na condução de sua atividade.

De posse desta habilidade, é possível relatarmos alguns outros aspectos relevantes para direcionarmos nosso trabalho em uma perspectiva que se apóie em uma prática de ensino de matemática que realmente propicie aprendizagens significativas e estimulantes. Ultrapassando, assim, as limitações nas quais os conteúdos tradicionais vêm apresentando.

Utilizaremos como direcionamento os aspectos da metodologia lúdica como ferramenta para se trabalhar em sala de aula. Citaremos como exemplos deste método: o

Uso da Tecnologia, a Resolução de Problemas, a História da Matemática, a Modelagem Matemática e os Jogos e Desafios no Ensino de Matemática. Daremos destaque a estes tópicos por entendermos que eles são ferramentas de fundamental importância e impreterível uso na tentativa de viabilizar melhorias nas relações de ensino e aprendizagem da matemática. Além, é claro, dos mesmos possibilitarem estabelecer relações entre os conhecimentos científicos e a prática social do educando. Facilitando, com isso, o desenvolvimento da ação pedagógica do docente e a participação social de todos os indivíduos inseridos nesse processo de construção e assimilação dos conhecimentos.

## 2. O ATO DE PLANEJAR

*Qualquer atividade, para ter sucesso, necessita ser planejada. O planejamento é uma espécie de garantia dos resultados. E sendo a educação, especialmente a educação escolar, uma atividade sistemática, uma organização da situação de aprendizagem, ela necessita evidentemente de planejamento muito sério. (SCHMITZ, 2000, p. 101).*

Em tudo na vida somos direcionados para realizarmos planejamentos. Um casamento, uma gravidez, a compra de um imóvel, de um carro, entre vários outros exemplos dificilmente serão acertados e tranquilos se não forem previamente planejados. Desde as coisas mais supérfluas até as mais complexas planejamos nossas ações na tentativa de melhorar e transformar nossas vidas ou as das pessoas que nos rodeiam. No ambiente escolar não é diferente. O ato de planejar, de se planejar e de fazer um plano de aula não é simplesmente uma questão burocrática exigida pela escola para aumentar ainda mais o trabalho do professor. Pelo contrário, é através desta ferramenta que o docente se permite refletir sobre suas próprias ações no intuito de alcançar seus objetivos ao longo do ano letivo e contribuir significativamente para o avanço no estudo do ensino da matemática.

*A ação de planejar, portanto, não se reduz ao simples preenchimento de formulários para controle administrativo, é, antes, a atividade consciente da previsão das ações político-pedagógicas, e tendo como referência permanente às situações didáticas concretas (isto é, a problemática social, econômica, política e cultural) que envolve a escola, os professores, os alunos, os pais, a comunidade, que integram o processo de ensino. (LIBÂNEO, 1994, p. 222).*

O planejamento não é um ato que limita o desenvolvimento do professor, ao contrário, quando bem feito e rigorosamente refletido, atribui maior liberdade à prática do docente. Até porque a ação de dedicar-se a planejar e a se planejar para uma aula, naturalmente, atribui segurança e coragem para que se caminhe com lucidez e autonomia em direção ao previsível objetivo proposto. Mas, para que isto seja possível, o educador deve fazer uso deste instrumento como um norteador para as suas tarefas. O plano é flexível, é propenso a mudanças, ou seja, não deve ser utilizado rigidamente, como uma camisa de forças, sem atribuí-lo possibilidades de mutações.

- o planejamento ajuda o professor a definir os objetivos que atendam os reais interesses dos alunos;
- possibilita ao professor selecionar e organizar os conteúdos mais significativos para seus alunos;
- facilita a organização dos conteúdos de forma lógica, obedecendo a estrutura da disciplina;
- ajuda o professor a selecionar os melhores procedimentos e os recursos, para desencadear um ensino mais eficiente, orientando o professor no como e com que deve agir;
- ajuda o professor a agir com maior segurança na sala de aula;
- o professor evita a improvisação, a repetição e a rotina no ensino;
- facilita uma maior integração com as mais diversas experiências de aprendizagem;
- facilita a integração e a continuidade do ensino;
- ajuda a ter uma visão global de toda a ação docente e discente;
- ajuda o professor e os alunos a tomarem decisões de forma cooperativa e participativa.

(MENEGOLLA E SANT'ANNA, 2001, p. 66).

É importante pensar que, quando fazemos um plano de aula, estamos colocando ali somente previsões pautadas por um objetivo. Ou seja, a incerteza faz-se constantemente presente no mesmo. Diversas circunstâncias podem mudar o curso normal de uma aula planejada. No entanto, este fato já deve ser levado em consideração pelo docente no próprio planejamento, de forma que, mesmo com a presença de incertezas, de possibilidades de mudanças o plano assegure ao docente plena capacidade de adequação e adaptação das atividades em questão, sem prejuízo de suas metas e objetivos.

Uma coisa é certa, por mais maleável que seja um plano de aula, as metodologias, atividades e objetivos que estiverem descritos no mesmo prestam-se para o docente repensar sua prática pedagógica. Contribuindo, assim, para o avanço de aulas menos tradicionais e possibilitando a inserção de atividades lúdicas de maneira organizada e respaldada em um prévio planejamento, em uma anterior reflexão que proporcionará melhores resultados e conquistas tanto para o discente quanto para o docente.

### **3. O LÚDICO NO ENSINO DE MATEMÁTICA**

Trabalhar o lúdico na matemática é essencial para atender à necessidade de elaborar aulas com maior aproveitamento e rendimento, ajudando o indivíduo a analisar e compreender situações problemas que possam ser propostas em aula, transportando tais conhecimentos para o seu dia-a-dia. Com isso, possibilitando o aluno de se conhecer e de se desenvolver através de seu próprio prévio conhecimento do conteúdo e da realidade na qual o mesmo está inserido.

A matemática lúdica tem a sua importância apontada para todos os níveis de escolarização. Sua utilização é uma ótima proposta para os professores se apropriarem no Ensino Fundamental, por exemplo. Pois, com a aplicação de tal método é possível desenvolver no aluno habilidades nunca imaginadas em uma aula puramente tradicional. Com ela, além de despertar maior interesse por parte da criança, há um positivo estreitamento na relação dos alunos com o professor, criando um clima afetivo na sala de aula que, com certeza, reflete no processo de ensino e aprendizagem do aluno. Além, é claro, de desenvolver no mesmo maior capacidade de intuição, concentração e criatividade frente aos desafios que lhes são propostos ao decorrer das atividades.

É muito importante destacarmos também o desenvolvimento de interações proporcionadas por este método. Não é só a relação professor e aluno que se estreita, mas também a interação da criança com seus colegas, promovendo assim diálogos e trocas fundamentais para um significativo avanço da aprendizagem. Sem contar que os alunos, por intermédio do professor, tornam-se agentes ativos de seu próprio desenvolvimento.

O lúdico tem o poder de combater a rotina vivida na maioria das salas de aula. É a oportunidade e possibilidade que o professor de Matemática possui para desenvolver outras habilidades e competências no aluno, tornando as aulas mais atrativas e estimulantes. Motivando, com isso, um grande avanço no ensino de matemática, minimizando a aversão que muitos alunos apresentam com relação à disciplina em questão.

A seguir, apresentaremos alguns exemplos e possibilidades de se trabalhar com o aparato lúdico nas aulas de matemática. Com isso, apresentaremos alguns relevantes aspectos para um melhor Ensino de Matemática. Vale ressaltar que todos eles têm por objetivo facilitar o entendimento do aluno e melhorar seu desempenho em sala de aula, tornando a disciplina mais agradável e estimulante.

### **3.1 O USO DA TECNOLOGIA NO ENSINO DE MATEMÁTICA**

A tecnologia se tornou um fator fundamental para o desenvolvimento do conhecimento e a expansão da comunicabilidade. Em especial, o ensino de matemática em muito foi contribuído com o seu avanço, pois a mesma é para o professor uma ferramenta de grande importância no processo de ensino e aprendizagem do aluno. Proporcionando maiores relações em sala de aula, tendo em vista que a tecnologia está cada vez mais presente na vida de todas as pessoas.

*Dentro de algumas dezenas de anos, o ciberespaço, as comunidades virtuais, as suas reservas de imagens, as suas simulações interactivas, o seu irreprimível aumento de volume de textos e sinais, será o mediador por excelência da inteligência colectiva da humanidade. Com este novo suporte de informação e de comunicação emergem gêneros de conhecimentos extraordinários, critérios de avaliação inéditos para orientar o saber, novos protagonistas na produção e tratamento dos conhecimentos. Toda a política de educação deverá tê-lo em consideração. (LÉVY, 2000, p. 179).*

Porém, o uso de tecnologias na escola, mais especificamente no ensino de matemática, requer de todos os envolvidos na ação (professores, diretores, alunos,

coordenadores, entre outros) um comprometimento e envolvimento no sentido de repensar o processo de ensino e aprendizagem. Seus esforços devem estar voltados no intuito de desenvolver no aluno uma cidadania participativa e crítica para lidar com o crescente avanço tecnológico.

Quando mencionamos a palavra tecnologia, logo vem a cabeça o computador. Isto normalmente ocorre por ser este, junto à internet, um dos maiores aparatos tecnológico que propicia qualidade de informação e troca com o mundo em questão. Seu uso na matemática é de extrema valia, tendo em vista que o mesmo ajuda a dinamizá-la e a torná-la mais atraente e interessante para os alunos, desenvolvendo neles raciocínio lógico e aproximando-os de seu dia-a-dia.

A tecnologia contribui ainda para uma problemática constante nas mais variadas aulas: a falta de tempo. Imaginemos trabalhar geometria somente utilizando métodos tradicionais, tendo, com isso, que desenhar poliedros, polígonos e várias outras figuras no quadro para explicação. Além do excesso de tempo gasto para tal tarefa, a mesma pode não ser desenvolvida com perfeição, tendo em vista que nem todos os professores de matemática possuem aptidão para construções geométricas. Com o uso de softwares, podemos utilizar o aparato tecnológico enriquecendo nossa aula e contribuindo com melhor aprendizagem para o discente. Vale ressaltar que este é apenas um exemplo de tantos variados outros que o computador pode se fazer presente nas salas de aula.

É importante relatarmos que o profissional da educação que faz uso da tecnologia precisa planejar sua aula no sentido de introduzir esta ferramenta em momento oportuno. Objetivando sempre que o aluno pense de forma a construir uma linha de raciocínio a partir, por exemplo, de uma demonstração ou mesmo de uma movimentação de uma figura. Com isso, afasta a possibilidade desta ferramenta se tornar um simples livro. Ou, como diz VALENTE (1995), devemos afastar a possibilidade de o aluno ser apenas “*um virador de páginas eletrônicas*”.

### **3.2 A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS NO ENSINO DE MATEMÁTICA**

As aulas de matemática, geralmente, já são repletas de resoluções de problemas. O que nos faz ter a falsa intuição de que não seria interessante abordarmos tal assunto neste trabalho. Porém, de modo geral, o que mais vemos são aplicações desta ferramenta embasadas em excessivos exercícios repetitivos, desgastantes e rotineiros (a maioria dos livros didáticos são ótimos exemplos) o que faz com que não se desenvolva na criança a criatividade e autonomia em matemática. Objetivando, pura e simplesmente, a fixação de conteúdos que acabaram de ser expostos em aula. Estimulando, assim, procedimentos padronizados e mecânicos na resolução de problemas, desgastando tal método e tornando-o obsoleto e desmotivador do ponto de vista do desenvolvimento do ensino e da aprendizagem do discente.

*O aluno deve ser capaz não só de repetir ou refazer, mas também de resignificar em situações novas, de adaptar, de transferir seus conhecimentos para resolver novos problemas. (PARRA, 1996, p.38).*

A matemática, assim como qualquer outra disciplina, é uma área do conhecimento que surgiu a partir de problemas encontrados pelos homens. Desta forma, a essência de

qualquer saber é a resolução de problemas. Tornando este, quando viabilizado no intuito de desenvolver a criatividade e a participação dos discentes nas aulas, mais uma eficaz arma de auxílio na tentativa de tornar a matemática atraente.

*A resolução de problemas é um método eficaz para desenvolver o raciocínio e para motivar os alunos para o estudo da Matemática. O processo ensino e aprendizagem pode ser desenvolvido através de desafios, problemas interessantes que possam ser explorados e não apenas resolvidos. (LUPINACCI E BOTIN, 2004).*

A resolução de problemas como estratégia didática deve estar enraizada na perspectiva de desencadear no aluno o desejo de querer debruçar-se sobre o desafio que lhe é proposto. O docente deve ter como princípio o desejo de desenvolver para este indivíduo uma atividade estimulante, que aguace a sua curiosidade e que faça com que o mesmo desenvolva comportamentos de pesquisador. Propondo situações problemas que os motivem a pensar, a ousar, a conhecer e a solucionar os problemas matemáticos que decorram da sua vivência escolar e de seu convívio fora deste ambiente.

*Assim como no processo de construção da Matemática como disciplina, a essência do processo é a pesquisa, na construção do conhecimento para cada aluno, a essência do processo tem que ser a pesquisa. Dificilmente o aluno de Matemática testemunha a ação do verdadeiro matemático no processo de identificação e solução de problemas. O professor faz questão de preparar todos os problemas a serem apresentados com antecedência; conseqüentemente, o legítimo ato de pensar matematicamente é escondido do aluno, e o único a conhecer a dinâmica desse processo continua sendo o professor. O professor, com isso, guarda para si a emoção da descoberta de uma solução fascinante, da descoberta de um caminho produtivo, das frustrações inerentes ao problema considerado e de como um matemático toma decisões que facilitam a solução do problema proposto. O que o aluno testemunha é uma bonita, eficiente, sem obstáculos e sem dúvidas, dando-lhe a impressão de que ele também conseguirá resolver problemas matemáticos com tal elegância. (D'AMBRÓSIO, 1993, p. 36).*

Diante da significativa relevância de se estabelecer parâmetros efetivos baseados na resolução de problemas para o ensino e aprendizagem do educando, vale destacar a importância de se estruturar os cursos de licenciatura em matemática sobre o prisma da resolução. Possibilitando, com isso, que os futuros professores de matemática vivenciem experiências que os proporcionem maior base para uma efetiva construção de conhecimento para com os seus alunos.

### **3.3 A HISTÓRIA DA MATEMÁTICA NO ENSINO DE MATEMÁTICA**

A história da matemática é uma verdadeira aliada no processo de ensino e aprendizagem tanto do professor quanto dos alunos. Porém, o que temos visto é um “sequestro” de sua utilidade por parte da atual conjectura do sistema escolar. Muitos olhos voltados para a mecanicidade da disciplina e poucos debruçados em seu relevante aparato histórico.

*[...] certo conhecimento de história da matemática deveria se constituir em uma parte indispensável da bagagem de conhecimentos do matemático em geral e do professor de qualquer nível de ensino. No caso do professor, não só com a intenção de que se possa utilizar a história como instrumento em seu próprio ensino, mas primariamente porque a história pode lhe proporcionar uma visão verdadeiramente humana da matemática, da qual matemático pode estar, também muito necessitado. (VALDÉS, 2006, p. 15).*

O ensino de matemática deve andar de mãos dadas com a sua história. Isto corrobora com o fato de utilizarmos a contextualização nas aulas da disciplina. Com isso, a história da matemática, torna-se uma fundamental ferramenta no intuito de viabilizar melhores condições de desenvolver e ressignificar a disciplina de forma ampla e atraente. Tornando possível um maior despertar, por parte dos discentes, para a aprendizagem da matéria, fazendo com que os mesmos compreendam melhor como os seus conceitos se desenvolveram.

*[...] o uso da história como recurso pedagógico tem como principal finalidade promover um ensino-aprendizagem da matemática que permita uma ressignificação do conhecimento matemático produzido pela sociedade ao longo dos tempos [...]. (MENDES, 2006, p. 84).*

Vale ressaltar que, não existe a possibilidade de, quando retratamos sobre a história da matemática, deixarmos de citar a Etnomatemática. Pois, a mesma é uma vertente de pesquisa de D’Ambrósio que tem ampliado e redimensionado o campo da história da matemática. Isto se dá pelo fato dela valorizar um saber matemático cultural, no qual o discente está inserido, aproximando-o do saber escolar. Assim, a partir de uma análise da história do conhecimento matemático, os alunos poderão estabelecer relações com outras culturas.

*[...] sou a favor do “Uso Didático da História da Matemática” como uma Tendência dentro da Educação Matemática. Como? Ora, é muito simples: associando o conhecimento da História da Matemática às demais tendências; a história da matemática pode ser uma fonte relevante de problemas para serem trabalhados na resolução de problemas, o estudo da solução dada aos problemas reais que foram enfrentados em épocas diversas pode fornecer contribuições relevantes para o desenvolvimento de técnicas de modelagem e para o aprimoramento de modelos já elaborados, o conhecimento da história da matemática dos diversos povos entrelaça-se inevitavelmente com os trabalhos de Etnomatemática [...]. (VIANA, 1995, p. 3-4).*



Então, salientamos que o uso da História da Matemática no estudo da mesma pode levar a uma significativa aprendizagem do discente. Gostaríamos de esclarecer que não a defendemos como única ou ideal estratégia lúdica para alcançar êxito no que tange a uma aproximação do aluno com a disciplina. Mas, acreditamos que seja um aparato que proporcione à criança entender melhor aquilo que está sendo por ela estudado, desenvolvendo, assim, maior interesse pelas aulas.

### **3.4 A MODELAGEM NO ENSINO DE MATEMÁTICA**

A modelagem matemática é uma forma de tentar romper com a dicotomia existente entre a matemática escolar, vista como formal, e a sua utilidade na vida secular. É uma universalização e integração com outras áreas do saber. Pode ser considerada também como uma maneira de tentar compreender e formalizar fenômenos do dia-a-dia. Transformando situações reais em modelos matemáticos. Favorecendo, assim, o interesse, o dinamismo e a motivação por parte dos alunos.

*A criação de Modelos Matemáticos vem ao encontro da necessidade de que se desenvolva uma técnica de acesso ao conhecimento e, tal conhecimento, acumulado e depositado, deverá ser acessível a vários níveis de necessidade. E que haja uma forma de ensino mais dinâmica, mais realista e menos formal, mesmo no ensino tradicional, permitindo atingir objetivos mais adequados a nossa realidade. (D'AMBRÓSIO, 1986, p. 25).*

A modelagem propõe um ensino diferenciado que faculta ao discente ser o próprio agente na construção do conhecimento, superando, com descontração e motivação, as dificuldades apresentadas pela matemática. Ela brota da necessidade do homem em compreender os fenômenos que os cercam para interferir em seu processo de construção. Tornando-se, assim, uma ferramenta alternativa que vem para auxiliar o educador em suas metas e objetivos.

Ao planejar um trabalho que utilize a modelagem, o professor deve fazer uso de pelo menos dois pontos fundamentais. O primeiro deles é a presença de relações entre teoria e prática no ensino de matemática. Para se apropriar deste método, o tema a ser escolhido deve conversar com a realidade dos discentes. Já o segundo ponto de apoio para o êxito deste aparato lúdico é aproveitar as experiências extraclasse, interligando-as com as vividas em sala de aula.

Uma das características importantes advindas da modelagem é a sua preocupação de não oferecer o conhecimento de matemática pronto e acabado ao indivíduo. Quando não consideramos o processo implícito por trás de fórmulas e métodos, escondemos do aluno a oportunidade do mesmo desenvolver a construção do conhecimento matemático que o auxiliará na resolução de diversos outros problemas. A modelagem, por sua vez, propicia um ambiente diferenciado de desenvolvimento do ensino e da aprendizagem, onde os discentes são convidados a investigar e a questionar, por meio da matemática, situações oriundas de diferentes áreas da realidade.

*Assim, Modelagem Matemática colocada em termos de um ambiente de ensino e de aprendizagem, onde o professor através do desenvolvimento e acompanhamento de atividades de ensino, oportuniza ao aluno a construção de conhecimento matemático, nos sugere o estabelecimento de uma prática, no mínimo diferenciada da que comumente vem sendo praticada, pois, acreditamos que, ao fornecer ao aluno o conhecimento matemático, pronto e acabado, através de conceitos e regras que devem ser memorizadas, reproduzidas e aplicadas quando necessário, estamos dando pouca ou nenhuma oportunidade para que os alunos construam qualquer significado ou sentido mais útil ao conhecimento matemático escolar do que o simplesmente ser aprovado na escola. (CHAVES, 2005, p. 44).*

Enfim, com a modelagem o professor consegue manter um clima de liberdade e descontração que estimula a participação e a criatividade do indivíduo. Possibilitando, desta forma, obter resultados satisfatórios em relação ao ensino e a aprendizagem do aluno.

#### **4. CONSIDERAÇÕES FINAIS**

Após o estudo teórico realizado, enfatizamos que a utilização de métodos lúdicos favorece o aprendizado da matemática, podendo ser utilizado dentro e até mesmo fora de sala de aula. Recomendamos a utilização dessa metodologia de ensino nos mais variados conteúdos matemáticos que compõem o currículo escolar, pois tal fato corrobora para o progresso no ensino e no aprendizado de tal ciência.

Comprovamos, com esta escrita, as dimensões positivas dos relevantes aspectos que visam a melhoria do Ensino de Matemática. É perceptível, quando se trabalha com esta perspectiva, que há aceitação por parte dos alunos, transformando, assim, a matemática mais acessível, prazerosa e estimulante. A Instituição Escolar, no intuito de se desenvolver junto com os seus discentes, pode fazer proveito desta metodologia, incorporando-a aos projetos pedagógicos, de modo que os seus professores possam valorizá-la como ponto de partida para o desenvolvimento e aprendizagens de posteriores conceitos.

Destacamos também que não existe um infalível método para ensinar matemática. Assim como esta ciência não está engessada em fórmulas mecânicas, o seu ensinar também não se presta a este pilar. Com isso, ao decorrer deste trabalho foram apresentadas diversas e diferentes possibilidades de se trabalhar com o lúdico nas aulas de matemática. É necessário analisar os alunos, suas competências, suas particulares habilidades, seus medos, suas dificuldades, para então o professor tentar encontrar a melhor forma de compartilhar conhecimentos com os seus discentes.

É importante refletirmos sobre as produções que iremos direcionar para os alunos e ter a dignidade de perceber se as mesmas estão de fato respeitando o momento em que eles se encontram. Outro importante ponto de percepção com relação a esta escrita é o cuidado que o educador deve ter para não desvalorizar o conhecimento prévio do aluno e as suas produções, pois tal atividade desestimula o mesmo a se desenvolver. Percebemos também que este comportamento só é possível se realizar quando interiorizamos a importância de preparar uma aula e de se preparar para a mesma.

Por fim, vale ressaltar que nosso papel como professor é refletir sobre o ensinar e aprender matemática no intuito de transformar esta disciplina em uma ciência agradável, útil e eficaz. Assim, obteremos êxito e progresso no que compete à Educação. Formando não apenas alunos, mas, principalmente, cidadãos enraizados em uma visão crítica e abastecida de conhecimentos que os permitam enxergarem a matemática não como um problema, mas como uma ciência que está presente no seu dia-a-dia e que é tão importante quanto qualquer outro conhecimento adquirido ao decorrer de nossa caminhada.

## 5. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

CHAVES, Sílvia Nogueira. **A construção coletiva de uma prática de formação de professores de ciências: tensões entre o pensar e o agir.** (Tese de Doutorado) UNICAMP, Campinas 2005.

D'AMBROSIO, U. (1986). **Da realidade à Ação: Reflexões sobre Educação e Matemática.** Campinas . SP: Summus/UNICAMP.

D' AMBROSIO, Ubiratan. **Etnomatemática.** 2. ed. São Paulo: Ática, 1993

LÉVY, P. (2000). **Cibercultura.** Lisboa: Instituto Piaget.

LIBÂNEO, José Carlos, **Didática.** São Paulo. Editora Cortez. 1994.

LUPINACCI, M. L. V.; BOTIN, M. L. M. **Resolução de problemas no ensino de matemática.** Anais do VIII Encontro Nacional de Educação Matemática, Recife, p. 1–5.

MENDES, Iran Abreu; FOSSA, John A; VÁLDES, Juan E. Nápoles. **A história como agente de cognição na educação matemática.** Porto Alegre: Sulina, 2006.

MENEGOLLA e SANT'ANA, Maximiliano e Ilza Martins. **Porque Planejar? Como Planejar? Currículo e Área-Aula.** 11º Ed. Editora Vozes. Petrópolis. 2001.

PARRA, Cecília. SAIZ, Irmã. **Didática da matemática: reflexões psicopedagógicas.** Porto Alegre: Artes Médicas, 1996.

SCHMITZ, Egídio. **Fundamentos da Didática.** 7º Ed. São Leopoldo, RS: Editora Unisinos, 2000. (p. 101 a 110).

VALENTE, J. A. **Informática na educação: conformar ou contornar a escola.** Perspectiva. Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, n. 24, 1995.

VIANA, C. R. **Matemática e História: Algumas relações e implicações pedagógicas.** Dissertação (Mestrado em Educação) – Departamento de Metodologia do Ensino e Educação Comparada da Faculdade de Educação da Universidade de São Paulo, São Paulo. 1995, 228p..

# RUMO À AÇÃO PEDAGÓGICA: UM PANORAMA DA PRODUÇÃO DE PESQUISAS EM ETNOMATEMÁTICA

Diego Pereira de Oliveira Cortes<sup>1</sup>

Milton Rosa<sup>2</sup>

Daniel Clark Orey<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Universidade Federal de Ouro Preto, [diegomestradooufop@gmail.com](mailto:diegomestradooufop@gmail.com)

<sup>2</sup>Universidade Federal de Ouro Preto/ CEAD, [milton@cead.ufop.br](mailto:milton@cead.ufop.br)

<sup>3</sup>Universidade Federal de Ouro Preto/ CEAD, [oreydc@gmail.com](mailto:oreydc@gmail.com)

## Resumo:

Este artigo se originou de uma pesquisa realizada em uma disciplina do Mestrado Profissional em Educação Matemática da Universidade Federal de Ouro Preto. Para o desenvolvimento desse artigo apresenta-se o levantamento de 7 investigações de um total de 83 dissertações e teses desenvolvidas no Brasil entre e inclusive os anos de 2005 e 2015, que continham o tema Etnomatemática. Primeiramente, objetivou-se determinar um método de busca que atendesse aos objetivos propostos para a realização dessa pesquisa. Nesse sentido, realizou-se um levantamento bibliográfico no Banco de Teses da Capes, no Diretório de Grupos de Pesquisa do CNPQ e no Instituto Brasileiro de Informação em Ciência e Tecnologia (IBICT). Neste levantamento, verificou-se que no período observado existe uma lacuna na condução de pesquisas que relacionam a etnomatemática com a sua ação pedagógica. Porém, independentemente dessa lacuna há a constatação de um avanço na qualidade das investigações conduzidas nesta área de estudo. Como resultado, essa pesquisa teórica possibilitou uma reflexão crítica sobre a possibilidade da utilização da ação programa etnomatemática em salas de aula.

**Palavras chaves:** Etnomatemática, Ação Pedagógica.

## Introdução

Nas últimas três décadas, uma quantidade significativa de pesquisas em Etnomatemática tem sido desenvolvida no Brasil por um grande número de pesquisadores, mestrandos e doutorandos, que vem contribuindo para o desenvolvimento de investigações relacionadas nesse campo educacional. Dessa maneira, com o intuito de descrever mais contribuições para o programa etnomatemática, objetivou-se realizar um levantamento bibliográfico visando verificar a proximidade deste programa com o ambiente escolar. Nesse sentido, o principal objetivo desse artigo teórico, é verificar como está o desenvolvimento da ação pedagógica do programa etnomatemática no Brasil.

Nesse direcionamento, a etnomatemática deve ser entendida como um programa de pesquisa que tem um papel mediador entre os conhecimentos desenvolvidos nos diversos contextos socioculturais e nos ambientes escolares. Assim, a etnomatemática pode ser definida como a:

*Matemática encontrada entre os grupos culturais identificáveis, tais como: sociedades tribais nacionais, grupos de obreiros, crianças de uma*

*certa categoria de idade, classe profissionais, etc. Sua identidade depende amplamente dos focos de interesse, da motivação e de certos códigos e jargões que não pertencem ao domínio da Matemática acadêmica (D'AMBROSIO, 1994, p. 89).*

De acordo com essa asserção, para que a ação pedagógica do Programa Etnomatemática seja implementada em salas de aula, existe a necessidade da incorporação dos aspectos culturais da Matemática, da contextualização de seus conteúdos e da utilização da tecnologia em seu ensino e aprendizagem (D'AMBROSIO, 2009). Esta abordagem é necessária para orientar os alunos no processo de transição da subordinação para a autonomia, direcionando-os para o amplo exercício da cidadania (ROSA, 2010).

Assim, a perspectiva Etnomatemática assume uma postura para a ação pedagógica que adota um conceito de:

*(...) currículo que considera os componentes tradicionais – objetivos, conteúdos e métodos -, porém de forma integrada. É impossível considerar cada um separadamente e, provavelmente, a principal razão das falhas identificadas na chamada matemática moderna tem suas raízes na quebra dos componentes do currículo em domínios independente de pesquisa (D'AMBROSIO, 1998, p. 63).*

Essa ação pedagógica pode ser considerada como a proposição de uma Educação Matemática inovadora, que procura trazer a bagagem cultural dos alunos para a prática pedagógica que é desencadeada nas salas de aula por meio de situações contextualizadas com a utilização de projetos de natureza global, como, por exemplo, a construção de uma cabana ou o mapeamento de uma cidade ou a avaliação de consumo de água, pois esses elementos fornecem informações que exigirão o manejar de problemas e modelos.

Essa abordagem aberta da educação matemática é realizada com a elaboração de atividades orientadas, motivadas e induzidas a partir do meio, e, consequentemente, refletindo conhecimentos anteriores, que restabelece a matemática como uma prática natural e espontânea (D'AMBROSIO, 1998).

Dessa maneira, para a busca de informações para auxiliar no entendimento dessas asserções, a ação inicial desta pesquisa foi buscar informações sobre a produção brasileira no período compreendido de 2005 a 2015 com relação ao Programa Etnomatemática como uma Ação Pedagógica para as atividades curriculares desencadeadas em salas de aula. Portanto, espera-se que o desenvolvimento desta pesquisa possa contribuir para o reconhecimento da qualidade das investigações conduzidas nessa área de estudo, permitindo, assim, identificar as suas potencialidades para ação pedagógica no processo de ensino e aprendizagem em matemática.

## **Metodologia**

Para o desenvolvimento desta pesquisa realizou-se, no período de 1 a 10 de junho de 2015, um levantamento bibliográfico no Banco de Teses<sup>1</sup> da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), no Diretório de Grupos de Pesquisa<sup>2</sup> do CNPQ e no sítio do Instituto Brasileiro de Informação em Ciência e

---

<sup>1</sup> <http://bancodeteses.capes.gov.br/>

<sup>2</sup> [http://dgp.cnpq.br/dgp/faces/consulta/consulta\\_parametrizada.jsf](http://dgp.cnpq.br/dgp/faces/consulta/consulta_parametrizada.jsf)

Tecnologia<sup>3</sup> (IBICT). A palavra chave utilizada foi *Etnomatemática*, que foi pesquisada por meio dos seguintes critérios para a seleção dos trabalhos:

- a) Para o portal do Banco de Teses da CAPES foi utilizado o mecanismo de busca avançado, onde foi selecionada a opção *Título: Etnomatemática, Resumo: Etnomatemática e Período: 2005-2015*. Essa busca disponibilizou um total de 18 dissertações e teses.
- b) Para o portal do Diretório de grupos de pesquisa do CNPQ foi utilizado o mecanismo de busca simples por meio da inserção da palavra-chave *Etnomatemática*, que originou um total de 62 grupos de pesquisa em diversas instituições públicas e privadas. Desses 62 grupos, foram selecionados 52 que estão relacionados com as áreas de Matemática e Educação. Dessa maneira, foram descartados 10 grupos que não continham trabalhos relacionados com a Etnomatemática. Após a seleção, esses 52 grupos de pesquisa foram acessados por meio dos sítios das instituições educacionais que os hospedam. Por meio dessa busca foram encontradas um total de 53 dissertações e teses.
- c) No portal do Instituto Brasileiro de Informação em Ciência e Tecnologia (IBICT) foi inserida no mecanismo de busca simples a palavra-chave *Etnomatemática*, período *2005 a 2015* e Campo *Assunto*, que disponibilizou um total de 79 dissertações e teses.

Após essa primeira fase, realizou-se um refinamento das dissertações e teses que apareciam em mais de um dos mecanismos utilizados para a busca. Dessa maneira, após esse refinamento, a quantidade de teses e dissertações foi reduzida de 150 para 83 trabalhos de investigação que continham temas relacionados com o Programa Etnomatemática. Desses 83 trabalhos selecionados, somente 7 investigações estavam relacionadas com a ação pedagógica do programa etnomatemática.

Durante a realização da busca destes trabalhos foi elaborada uma tabela na qual foram classificados todos os trabalhos com relação a: Instituição, Ano de Defesa, Título, Autor, Modalidade (Mestrado ou Doutorado), Banca Examinadora, Orientador, Questão de Pesquisa, Referenciais Teóricos (mais utilizados), Metodologia, Resultados ou Conclusão.

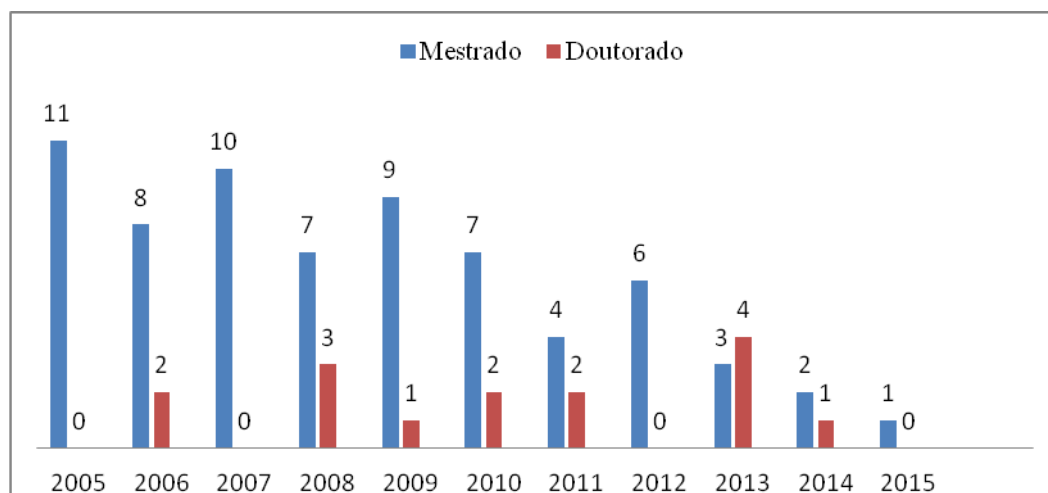
## Resultados

Das oitenta e três investigações disponibilizadas pelos sites de busca pesquisados, quinze eram teses de doutorado e sessenta e oito eram dissertações de mestrado. As primeiras pesquisas localizadas foram defendidas no ano de 2005, sendo que compreendendo a maior quantidade de investigações no período observado. O gráfico 1 mostra que a partir de 2005, de acordo com os sites investigados, houve uma queda na produção de dissertações e teses em Etnomatemática no Brasil.

---

<sup>3</sup> <http://bdtd.ibict.br/vufind/>

**Gráfico 1. Número de produções em Etnomatemática, por ano, nos sites pesquisados.**



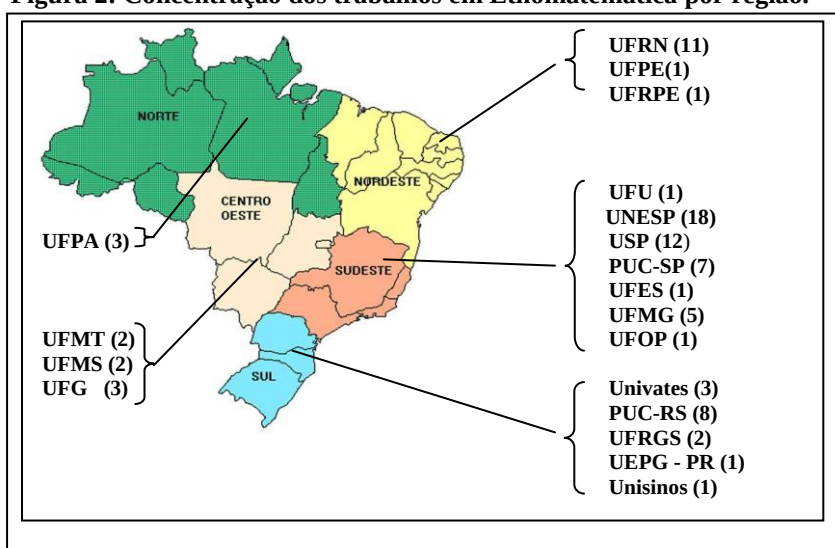
Fonte: Dados da pesquisa.

Os resultados dessa análise mostram que há uma opção significativa pela utilização da metodologia qualitativa e etnográfica, que são muito comuns na área da educação matemática. Esses resultados também mostram que os principais referenciais teóricos referenciados nessas investigações foram D'Ambrosio, Knijnik, Ferreira e Gerdes.

Das dezenove instituições pesquisadas, 15 são públicas e 4 (quatro) são privadas. A análise dos dados mostra que a região Sudeste se destaca na quantidade de pesquisas realizadas, destacando-se para as instituições *Universidade Estadual Paulista "Julio de Mesquita Filho"* (UNESP) e a *Universidade de São Paulo* (USP) com, respectivamente, 18 e 12 investigações.

É importante ressaltar que as regiões Sul e Nordeste apresentam um bom quantitativo na realização de pesquisas enquanto as regiões Norte e Centro-Oeste apresentam o menor número dessas produções. A figura 1 mostra a concentração dos trabalhos pesquisados, bem como a apresentação do quantitativo por instituição.

**Figura 2: Concentração dos trabalhos em Etnomatemática por região.**



Fonte: Dados da Pesquisa

## Análise das investigações selecionadas

Neste tópico apresenta-se um breve relato dos 7 estudos selecionados para a análise proposta neste estudo que se aproximam da Ação Pedagógica do programa Etnomatemática.

Velho (2014) conduziu a pesquisa intitulada *Aprendizagem da Geometria: a etnomatemática como método de ensino*, cujo o objetivo geral foi analisar as contribuições da Etnomatemática como um método de ensino para a aprendizagem da Geometria. Para o desenvolvimento de sua pesquisa, a autora utilizou os conhecimentos etnomatemáticos de uma comunidade escolar e de um profissional da marcenaria. Essa pesquisa foi desenvolvida com um público de 24 alunos do 7º ano do ensino fundamental de uma escola pública.

A análise dos dados que emergiram durante o trabalho de campo mostrou que a Etnomatemática pode ser utilizada em sala de aula como um método que favorecendo o ensino de conteúdos matemáticos a partir da interpretação, da construção e da verbalização do conhecimento que os alunos possuem. Assim, essa abordagem possibilita o desenvolvimento de uma aprendizagem substancial e de cunho crítico por meio da interação sociocultural entre os alunos. Os resultados desse estudo corroboram com o ponto de vista de D'Ambrosio (2008), pois a:

*(...) etnomatemática propõe uma pedagogia viva, dinâmica, de fazer o novo em resposta a necessidades ambientais, sociais, culturais, dando espaço para a imaginação e para a criatividade. É por isso que na pedagogia da etnomatemática, utiliza-se muito a observação, a literatura, a leitura de periódicos e diários, os jogos, o cinema, etc. Tudo isso, que faz parte do cotidiano, tem importantes componentes matemáticos (D'AMBROSIO, 2008, p.10).*

Bortollini (2012) conduziu a pesquisa intitulada *Aprendizagem de geometria a partir de saberes, vivência e interação de alunos da EJA numa escola pública*. Esse trabalho foi desenvolvido com alunos da Educação de Jovens e Adultos (EJA) e visava compreender como o reconhecimento e a valorização dos saberes prévios, em geometria podem contribuir para ampliação dos conhecimentos dos alunos. Os alunos participaram ativamente de atividades como o planejamento da obra, o esboço da planta-baixa, a pesquisa de custos e a construção de uma maquete.

Os resultados obtidos neste estudo evidenciaram que é importante a utilização de estratégias de ensino que desafiem os alunos a relacionarem os conhecimentos construídos ao longo de suas vivências àqueles desenvolvidos na prática escolar, pois permite o desenvolvimento de uma aprendizagem significativa. Além disso, a motivação, o protagonismo e a interação entre os alunos mostraram que as estratégias de ensino utilizadas em sala de aula contribuíram para o desenvolvimento do espírito crítico e da autoestima dos educandos, possibilitando que compreendessem melhor a sua realidade.

Essa ação pedagógica que visa o desenvolvimento da criticidade dos alunos está de acordo com as ideias de D'Ambrósio (2003) citado por Passos (2008) quando enfatiza a necessidade de mudanças na atual estrutura escolar, pois:

*(...) a adoção de uma nova postura educacional, na verdade a busca de um novo paradigma de educação que substitua o já desgastado ensino-aprendizagem, baseada numa relação obsoleta de causa-efeito, é essencial para o desenvolvimento de criatividade desinibida e conducente as novas formas de relação interculturais, proporcionando o espaço adequado para preservar a diversidade e eliminar a desigualdade*



*numa nova organização da sociedade (D'AMBROSIO, 2003 apud PASSOS, 2008, p.78).*

A pesquisa intitulada *O uso de porcentagem no cotidiano dos alunos* conduzida por Dias (2008) apresentou um trabalho desenvolvido com alunos da 2ª série do ensino médio que eram provenientes de famílias plantadoras de fumo. A análise dos resultados dessa pesquisa mostrou que a construção dos conceitos de porcentagem estava associada à aplicabilidade dos conteúdos curriculares no cotidiano dos alunos. Esse resultado foi possível visto que os espaços criados para discussões em sala de aula proporcionaram a aprendizagem matemática e o desenvolvimento da autonomia, da criatividade e do senso crítico dos alunos. Portanto, essa abordagem pedagógica concatena com o ponto de vista de D'Ambrósio (2007) citado por Orey (2015) que afirma que a problematização e a criatividade são os eixos centrais do *fazer* matemático, pois auxiliam os alunos a se realizarem à medida que ampliam as suas potencialidades de aprendizagem.

Gonçalves (2013) conduziu a pesquisa intitulada *A etnomatemática dos trabalhadores das cerâmicas de Russas- CE e o contexto escolar*. Esse estudo foi desenvolvido com uma turma de alunos do 6º ano do ensino fundamental que eram provenientes de uma comunidade de trabalhadores de indústrias de cerâmica vermelha do município de Russas no estado do Ceará. Nessa pesquisa, os resultados mostraram que existe a necessidade de ampliar o debate sobre as maneiras pelas quais a Etnomatemática possa contribuir para o desenvolvimento da ação pedagógica no contexto escolar, trazendo propostas mais próximas à realidade dos professores da educação básica. O objetivo dessa abordagem é auxiliar os professores na promoção de uma educação que valorize a diversidade cultural, mas que possibilite que os alunos também tenham acesso ao conhecimento acadêmico. A esse respeito Monteiro e Pompeu Jr. (2003) argumenta que os professores devem:

*Basear-se em propostas que valorizem o contexto sociocultural do educando, partindo de sua realidade, de indagações sobre ela, para a partir daí definir o conteúdo a ser trabalhado, bem como o procedimento que deverá considerar a matemática como uma das formas de leitura de mundo (MONTEIRO e POMPEU JR., 2003, p. 38).*

O objetivo principal do estudo conduzido por Strapasson (2012) intitulado *Educação matemática, culturas rurais e etnomatemática: possibilidades de uma prática pedagógica* foi investigar os jogos de linguagem que emergem da cultura camponesa de alunos da 7ª série do ensino fundamental de uma escola pública gaúcha. Nessa pesquisa, a análise dos dados mostraram que quando os alunos resolvem questões vinculadas ao estilo de vida camponesa se expressam por meio de regras próprias desenvolvidas pelos membros daquela cultura. Porém, ao resolverem as mesmas questões no ambiente escolar, os alunos utilizam regras usualmente presentes na matemática escolar.

Nesse direcionamento, existe a necessidade de que os professores e educadores valorizem o conhecimento que os alunos trazem para a sala de aula para aproveitá-los na elaboração de atividades matemáticas curriculares. Dessa maneira, é importante que esses profissionais da educação entendam que o:

*(...) aprendizado dos alunos depende das conexões efetuadas com o conhecimento prévio que trazem para o sistema escolar. Nesse sentido, o ensino e a aprendizagem são atividades inerentes às atividades culturais das comunidades nas quais os alunos participam e interagem. Dessa maneira, é importante compreendermos como a cultura influencia o aprendizado dos alunos e como podemos utilizar o conhecimento cultural que trazem para as salas de aula como um recurso pedagógico para*

*auxiliá-los na aprendizagem dos conteúdos matemáticos (ROSA e OREY, 2013, p. 557).*

O principal objetivo da pesquisa intitulada *Educação matemática, etnomatemática e vitivinicultura: analisando uma prática pedagógica* conduzida por Grasseli (2012), com alunos que cursavam a 3ª série do ensino médio de uma escola pública do município de Monte Belo do Sul no estado do Rio Grande do Sul, foi examinar quais são as regras matemáticas que emergem quando um grupo de alunos analisa questões vinculadas à cultura da viticultura. Outro objetivo foi verificar quais os significados atribuídos pelos alunos para essas regras que estão em código diferente daquelas usualmente utilizadas na matemática escolar.

A análise dos resultados desse estudo mostra que houve a elaboração de três unidades de análise relacionadas com:

- a) as regras matemáticas que emergiram das práticas laborais dos entrevistados aludem a estimativas e a arredondamentos;*
- b) na análise das práticas matemáticas não escolares, os alunos, durante as apresentações dos trabalhos, estabeleciam relações por meio de regras presentes na matemática escolar; e*
- c) o professor e os alunos tornaram-se pesquisadores durante o processo investigativo. (GRASSELLI, 2012, p.51.)*

Alves (2014) conduziu a pesquisa intitulada *As contribuições da etnomatemática e da perspectiva sociocultural da história da matemática para a formação da cidadania dos alunos de uma turma do 8.º ano do ensino fundamental por meio do ensino e aprendizagem de conteúdos da educação financeira*”, que foi realizada com uma turma de 35 alunos que frequentavam o 8º ano do ensino fundamental de uma escola pública do município de Sete Lagoas no estado de Minas Gerais.

O principal objetivo dessa pesquisa foi investigar quais são as possíveis contribuições que a Etnomatemática e a perspectiva sociocultural da História da Matemática poderiam trazer para a formação da cidadania dos alunos por meio do ensino e aprendizagem de conteúdos da Educação Financeira. Os resultados desse estudo mostram que existe a:

*(...) necessidade dos professores desenvolverem atividades relacionadas com a Educação Financeira fundamentadas pelo Programa Etnomatemática e pela perspectiva sociocultural da História da Matemática para o desenvolvimento da cidadania dos alunos, para que possam superar os assédios das propagandas e do marketing (ALVES, 2014, p. 7).*

Dessa maneira, a utilização do programa etnomatemática contribuiu para o desenvolvimento de alunos críticos, reflexivos e capazes de tomarem decisões racionais diante de situações-problema enfrentadas no cotidiano.

### **Breve comentário sobre os estudos selecionados**

Na breve descrição dos estudos selecionados buscou-se apresentar de maneira sucinta alguns aspectos que podem ser relevantes para os objetivos que devem ser alcançados com a utilização da ação pedagógica do programa etnomatemática em sala de

aula. Essa ação pedagógica tem como objetivo facilitar a luta dos integrantes de grupos sociais distintos pelo direito à cidadania (KNIJNIK, 1993).

Nesse sentido, os educadores têm como responsabilidade favorecer o estabelecimento de relações entre a matemática acadêmica e o conhecimento adquirido informalmente pelos alunos para auxiliá-los na percepção da presença da matemática nas atividades e tarefas realizadas diariamente. Esse objetivo pode ser alcançado com a utilização da modelagem matemática como ação pedagógica para o programa etnomatemática (ROSA E OREY, 2006).

Assim, esses estudos mostram que ensino e aprendizagem em matemática devem considerar a matemática construída nas práticas culturais da comunidade como um instrumento para se alcançarem os objetivos propostos. Essa perspectiva possibilita a caracterização de ações pedagógicas desenvolvidas por meio de atividades contextualizadas, que são originadas no contexto sociocultural dos alunos. Nesse sentido, é possível a exploração das ideias, procedimentos e práticas matemáticas locais, respeitando os valores culturais dos alunos e os conhecimentos adquiridos através da vivência em comunidade e em sociedade.

## **Conclusão**

Neste artigo teórico buscou-se descrever e elucidar uma pesquisa desenvolvida no âmbito do Mestrado Profissional em Educação Matemática da UFOP que teve como objetivo principal apresentar algumas pesquisas produzidas no Brasil sobre o tema Programa Etnomatemática.

Nesse direcionamento, foram apresentadas 7 (sete) pesquisas que se aproximaram da ação pedagógica da Etnomatemática para verificar as contribuições e as potencialidades pedagógicas que esse programa pode oferecer para a sala de aula de nossos leitores.

Além disso, os resultados verificados neste estudo mostra que em todas as pesquisas relatadas, os resultados apontaram para um despertar crítico e reflexivo dos professores e alunos para o conhecimento matemático presente nas práticas cotidianas.

Nessa ação pedagógica, os alunos devem ser orientados a criarem o conhecimento matemático por meio da problematização de situações vivenciadas no cotidiano, oportunizando o desenvolvimento de habilidades e competências gerais, cujos objetivos estão além do aprendizado do conteúdo matemático estabelecido nos programas curriculares.

Nessa perspectiva, o conhecimento etnomatemático pode ser utilizado por meio da observação, interpretação ou descrição de uma ação que originou uma prática matemática necessária para resolver uma situação-problema enfrentada no cotidiano (ROSA e OREY, 2006). Nesse sentido, concebemos a etnomatemática como uma forma de linguagem utilizada para comunicar, descrever, mediar, traduzir e modelar uma ação.

Para D'Ambrosio (1990), o programa etnomatemática visa a organização intelectual e social do conhecimento matemático cuja difusão ocorre a partir das relações interculturais que se manifestam no decorrer da história. No entanto, existe a necessidade da elaboração de atividades matemáticas curriculares contextualizadas para auxiliar no entendimento de práticas matemáticas da linguagem cotidiana para a acadêmica por meio de um processo dialógico entre educadores e alunos.

Em conclusão, os estudos aqui apresentados evidenciam que a opção pela utilização do programa etnomatemática em sala de aula é um recurso útil para retirar o aluno da posição de espectador passivo e colocá-lo em um lugar de ação por meio do qual os

conhecimentos oriundos de suas experiências culturais sejam compartilhados no ambiente escolar para auxiliá-los no processo de ensino e aprendizagem em matemática.

## Referências

- ALVES, G. M. **As contribuições da etnomatemática e da perspectiva sociocultural da história da matemática para a formação da cidadania dos alunos de uma turma do 8.º ano do ensino fundamental por meio do ensino e aprendizagem de conteúdos da educação financeira.** 2014. 357.f. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática) – Universidade Federal de Ouro Preto. Ouro Preto. 2014.
- BORTOLLINI, V. R. **Aprendizagem de geometria a partir de saberes, vivência e interação de alunos da EJA numa escola pública.** 2012. 70. f. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática)- Faculdade de Física, PUCRS. Porto Alegre. 2012.
- D'AMBRÓSIO, U. **Transdisciplinaridade.** 2. ed. São Paulo: Palas Athena, 2009.
- D'AMBRÓSIO, U. **Etnomatemática: Arte ou técnica de explicar ou conhecer.** 5ª. ed. São Paulo: Ática, 1998.
- D'AMBROSIO, U. **Ação Pedagógica e Etnomatemática como Marcos Conceituais para o Ensino de Matemática.** In: BICUDO, Maria Aparecida Viggiani (Org). Educação Matemática. São Paulo: Moraes, 1994.
- D'AMBROSIO, Ubiratan. **O Programa Etnomatemática: uma síntese/The Ethnomathematics Program: A summary.** Acta Scientiae, v. 10, n. 1, p. 07-16, 2008.
- D'AMBROSIO, Ubiratan. **Etnomatemática: arte ou técnica de explicar e conhecer.** Editora Ática, 1990.
- DIAS, R. V. **O Uso de porcentagem no cotidiano dos alunos.** 2008. 120. f. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática)- Faculdade de Física, PUCRS. Porto Alegre, 2008.
- GONÇALVES, P. F. **A etnomatemática dos trabalhadores das cerâmicas de Russas-Ce e o contexto escolar: delineando recomendações pedagógicas a partir de uma experiência educacional.** 2013. 124 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências Naturais e Matemática) - Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, 2013.
- GRASSELLI, F. **Educação matemática, etnomatemática e vitivinicultura: analisando uma prática pedagógica.** 2012. Dissertação (Mestrado) – Curso de Ensino de Ciências Exatas, Centro Universitário UNIVATES, Lajeado, 09 abr. 2012. Disponível em: <<http://hdl.handle.net/10737/277>>. Acesso em: 06 abr. 2015.
- KNIJNIK, G. Currículo, etnomatemática e educação popular: um estudo em um assentamento do movimento sem-terra. **Currículo sem fronteiras**, v. 3, n. 1, p. 96-110, 2003.
- LUCENA, I. C. R. **Educação matemática, ciência e tradição: tudo no mesmo barco.** 2006. 223 f. Tese (Doutorado em Educação) - Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, 2006.
- MONTEIRO, A; POMPEU JR, G. **A Matemática e os Temas Transversais.** São Paulo. Editora Moderna, 2001.

OREY, D.C. Insubordinações criativas relacionadas com a ação pedagógica do programa Etnomatemática. In: D'AMBRÓSIO, B. S, LOPES, C. E. **Ousadia criativa nas práticas de educadores matemáticos**. Campinas, SP: Mercado de Letras, 2015. p.247-268.

PASSOS, C. M. **Etnomatemática e educação matemática crítica**: conexões teóricas e práticas. 2008. 150. f. Dissertação (Mestrado em Educação) - FAE, UFMG. Belo Horizonte. 2008.

ROSA, M. (2010). A mixed-methods study to understand the perceptions of high-school leaders about ELL students: The case of mathematics. California State University, Sacramento. College of Education. (Tese de Doutorado não publicada).

ROSA, M; OREY, D.C. Abordagens atuais do programa etnomatemática: delineando um caminho para a ação pedagógica. 2006.

ROSA, M; OREY, D.C. Uma base teórica para fundamentar a existência de influências etnomatemáticas em salas de aula. **Currículo sem Fronteiras**, v.13, n.3, p. 538-560. set./dez. 2013.

STRAPASSON, A. G. **Educação matemática, culturas rurais e etnomatemática**: possibilidades de uma prática pedagógica. 2012. Dissertação (Mestrado) – Curso de Ensino de Ciências Exatas, Centro Universitário UNIVATES, Lajeado, 30 mar. 2012. Disponível em: <<http://hdl.handle.net/10737/283>>. Acesso em: 06 Abr. 2015.

VELHO, E. M. H. **Aprendizagem da Geometria**: a etnomatemática como método de ensino. 2014. 152. f. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática)- Faculdade de Física, PUCRS. Porto Alegre. 2014.

# SISTEMA FISMAT DE APLICATIVOS PARA O ENSINO DA MATEMÁTICA E FÍSICA

*Jorge Luiz De Carvalho Silva*  
*Pedro Paulo Da Cunha Machado*

*IFRJ – Campus Paracambi, Jorge\_descartes@yahoo.com.br*  
*IFRJ – Campus Paracambi, pedro.machado@ifrj.edu.br*

## **Resumo:**

Ao observar as dificuldades apresentadas por alunos nas disciplinas de física e matemática dos cursos técnicos de mecânica e eletrotécnica do Instituto Federal de Educação Ciência e Tecnologia do Rio de Janeiro - campus Paracambi, surgiu a ideia de desenvolver aplicativos de apoio aos professores contendo os principais problemas presentes nas ementas. O projeto foi conduzido com as orientações do professor da disciplina de programação de computadores com o apoio dos professores de física e matemática, responsáveis pela seleção do conteúdo utilizado nos exercícios. Para o desenvolvimento do software foi usado o ambiente de programação gratuito de código aberto Lazarus para o sistema operacional windows. Na fase atual, foram feitos 28 aplicativos sendo 2 de matemática (Gráfico de funções contínuas e Álgebra de Matrizes) e 26 de física (Lançamento Vertical, Movimento Acelerado, Movimento Uniforme, Plano Inclinado, Velocidade de uma frenagem, Velocidade em função de uma força, Dilatação Térmica, Prensa em Fluidos Estáticos, Prensa Hidráulica, 1ª Lei da Termodinâmica, Calor Latente, Calor Sensível, Campo Elétrico de uma Carga, Lei de Coulomb, Potencial Elétrico, Circuito, Intensidade de uma Corrente, Campo Elétrico de uma Espira, Campo Magnético Uniforme, Lei da Indução, Efeito Doppler, Ondas Periódicas, Espelho Côncavo, Espelho Convexo, Lentes Esféricas, Olho Humano) e estão sendo concluídas as interfaces de gerenciamento dos exemplos para cada período letivo e os arquivos de "AJUDA" para o auxílio no uso e contendo a teoria necessária como histórico e as equações envolvidas.

**Palavras-chave:** Software educativo; Lazarus; física; matemática.

## **1. Introdução**

Ao observar as dificuldades apresentadas por alunos nas disciplinas de física e matemática no IFRJ campus Paracambi surgiu a motivação para se criar um sistema de apoio aos professores contendo os principais problemas de física e matemática presentes nas ementas.

Isto será vantajoso, pois os softwares educativos disponíveis na Internet não cobrem todos os assuntos que os professores abordam. Muitas vezes os professores fazem o download de softwares educativos e tentam “encaixá-los” dentro de suas necessidades e portanto, nem sempre conseguem atingir os seus objetivos.

Porém, a ideia de desenvolver um software seguindo as ementas das

disciplinas, o torna mais organizado, possuindo uma sequência lógica de acordo com o andamento das aulas e dentro das necessidades dos professores.

Para facilitar o uso do sistema serão utilizadas tecnologias gratuitas e multiplataforma, que irão permitir a sua instalação em computadores com sistemas operacionais diferentes.

O sistema poderá ser atualizado constantemente com o auxílio dos estudantes e professores, e com a vantagem de ser um produto com a possibilidade do registro pela instituição.

## **2. Justificativa do projeto**

Segundo Bicudo (1999), a informática ajuda a reorganização do pensamento, afetando a cognição humana e, conseqüentemente, podem afetar a educação.

Diante de várias inovações que o ensino vem enfrentando, observa-se que o computador está presente em muitas instituições, e o uso de um método de ensino auxiliado por softwares educativos resultou em melhorias no aprendizado de matemática, (Gomes,2009).

De acordo com Oliveira (2008), estas dificuldades apresentadas pelos alunos são encadeadas de deficiências trazidas de segmentos anteriores de ensino e, desta forma, a ideia para o desenvolvimento do sistema baseou-se na possibilidade do uso deste como metodologia de apoio para o aprendizado destes alunos em algumas disciplinas específicas do curso de exatas.

Jucá (2006) considera um software como educacional quando adequadamente utilizando em uma relação ensino aprendizagem. As características principais que distinguem um software educativo é o seu desenvolvimento fundamentado em uma teoria de aprendizagem e a capacidade que o aluno tem em construir, de forma autônoma o conhecimento sobre um determinado assunto. Desta forma os softwares educativos estão se tornando uma solução incontestável, à medida que são empregados na simulação, substituindo sistemas físicos reais da vida profissional.

Qualquer software que se proponha ser educativo (Vieira, 1999) deve oferecer um ambiente interativo que proporcione ao aluno investigar, levantar hipóteses, testá-las e refinar as suas idéias iniciais, pois dessa forma o utilizador construirá o seu próprio conhecimento. Os softwares de uso educativo são os que determinam as possibilidades de uso dos computadores na educação.

Em sua dissertação Vieira (2010) ressalta que o educador precisa, portanto,

se adaptar a essas novas exigências, pois ele tem um importante papel como mediador e orientador do processo de ensino-aprendizagem. Nos últimos anos, os educadores matemáticos têm discutido diversas perspectivas teóricas, visando a analisar e melhor compreender os processos envolvendo o ensino e a aprendizagem da Matemática, dentre elas o uso de meios de ensino diversificados, tais como materiais concretos e softwares educacionais.

Vieira (2010) também conclui que softwares educativos podem não ser uma solução definitiva para suprir uma deficiência do ensino convencional, mas cria uma nova possibilidade para o desenvolvimento de habilidades e, conseqüentemente, para a aprendizagem de matemática.

Assim como em outras disciplinas, na física não é diferente. A utilização de uma ferramenta computacional faz surgir condições para que o aluno possa gerar um conhecimento, antes não proporcionado pelas limitações da tecnologia do lápis e o papel.

O uso de modelos matemáticos inseridos em um ambiente computacional permite ao aluno resolver uma situação e refletir sobre o significado do problema proposto, diminuindo a grande quantidade de tempo demandada com os cálculos, e para que se direcione a atenção na parte mais importante da atividade que é a análise de suas representações (Gomes, 2009).

Segundo Duval (2003) a aprendizagem de um objecto matemático só ocorre quando os alunos conseguem mobilizar várias representações de um mesmo objecto, pois a diferença da matemática para as demais áreas do conhecimento está no facto do seu objecto ser abstracto e necessitar de várias representações semióticas para acessá-lo. Além disso, em Matemática, para cada objecto existe uma variedade de representações semióticas.

Para Duval (apud Soares, 2007) não há noésis (conceituação) sem semiósis (apreensão ou produção de uma representação semiótica), o que revela a importância de se trabalhar, no ensino da matemática, com as variáveis representações de um objecto, mas, além disso, é preciso potencializar a coordenação entre as representações semióticas.

A tecnologia escolhida para o desenvolvimento do sistema foi o ambiente de programação gratuito de código aberto Lazarus. O Lazarus é um ambiente RAD (Rapid Application Development), multiplataforma e multilíngüe para o compilador FreePascal. Ele tem versões para Windows, Linux, FreeBSD e Mac OS X, compilando para as plataformas Mac OS Classic, MS-DOS, Win64, OS/2, Netware



libc e classic e MorphOS e também para PalmOS e Windows Mobile ( Azeem, 2011).

### **3. Objetivo(s)**

Desenvolver um sistema gratuito de apoio ao ensino das disciplinas de física e matemática do IFRJ.

#### **3.1 Objetivo Geral do Trabalho**

Utilizar o ambiente gratuito de programação Lazarus, para a criação de um sistema gráfico contendo exercícios de física e matemática com simulações e animações, seguindo a ementa dos cursos do IFRJ – Paracambi, RJ.

#### **3.2 Objetivos Específicos**

Possibilitar aos alunos o acesso ao desenvolvimento de aplicativos para computadores, sendo necessário o aprofundamento dos conhecimentos nas disciplinas envolvidas para a perfeita tradução da simbologia usada em salas de aula para um sistema computacional.

Estimular a aprendizagem das disciplinas pelo uso de um sistema gráfico mais atraente e permitindo a rápida associação de causas e efeitos nos exercícios devido a interatividade proporcionada pela simulação.

Desenvolver o sistema com o auxílio de professores de física e matemática, para que sejam abordados os exercícios para os quais os estudantes possuem maiores dificuldades.

Criar um manual de utilização do sistema e um manual de “AJUDA” contendo toda a base teórica com as suas referências bibliográficas.

O número de exercícios existentes no sistema deverá ser suficiente para abranger de forma satisfatória as ementas das disciplinas.

Todos os softwares envolvidos no desenvolvimento inclusive o Lazarus, softwares para criação de ícones, softwares para desenho, etc., deverão pertencer a categoria de uso livre e poderão ser “baixados” da internet de forma gratuita para os computadores da instituição. Desta forma, serão evitados problemas legais futuros.

### **4. Metodologia**

O projeto será conduzido com as orientações do professor da disciplina de programação de computadores e dos professores de física e matemática.

Segundo Estrela (1994) “(...) não será possível elaborar nenhum projecto, nenhum estudo científico sem o conhecimento da realidade a que ele se refere, isto é, sem se conhecer o campo em que se quer intervir” (p.18).

Inicialmente será decidido pelos professores responsáveis quais os assuntos dentro das ementas deverão ser selecionados para compor o sistema a ser desenvolvido. Dentro dos assuntos selecionados, os bolsistas irão preparar os desenhos em versão digital no computador, para que posteriormente possam ser usados no sistema gráfico em conjunto com as equações envolvidas.

As equações envolvidas deverão também ser traduzidas pelos bolsistas para a linguagem de programação Object Pascal, bem como a criação da documentação para o esclarecimento teórico sobre o assunto abordado.

Exercícios em que houver a necessidade do uso de uma função como entrada de dados, como por exemplo, na criação de gráficos, serão usadas técnicas de metaprogramação com a linguagem VBScript.

Durante as fases de desenvolvimento serão realizados testes de funcionamento, correções dos erros e avaliações da interatividade do sistema para o refinamento da interface homem máquina (IHM). Nestes testes serão envolvidos o bolsista, os professores orientadores e também poderão participar outros discentes e docentes.

O bolsista e os professores orientadores poderão utilizar o laboratório de informática da instituição para a instalação, desenvolvimento e avaliação do sistema.

## **5. Resultados da Pesquisa (Parciais ou Finais)**

Durante as fases de desenvolvimento foram realizados testes de funcionamento, correções dos erros e avaliações da interatividade do sistema para o refinamento da interface homem máquina. O bolsista e os professores orientadores utilizaram o laboratório de informática da instituição para a instalação, desenvolvimento e avaliação do sistema.

Segue a lista de aplicativos já desenvolvidos.

Aplicativos de matemática:

- Gráfico de funções contínuas – traça gráficos de funções contínuas;
- Álgebra de Matrizes – Executa cálculo com matrizes como adição e subtração de matrizes, multiplicação escalar, multiplicação de matrizes, matriz transposta, matriz inversa e matriz oposta;

Aplicativos de física:

- Lançamento vertical: Calcula, em função da velocidade, a altura máxima, o tempo e a distancia percorrida;
- Movimento Uniformemente Variado: Em função do tempo e velocidade, calcula a aceleração;
- Movimento Uniforme: Em função da distancia e velocidade, calcula o tempo do percurso a ser percorrido;
- Aula de Dinâmica: Em funções das massas, do atrito e do ângulo, calcula os pesos, a aceleração e a força do sistema;
- Velocidade de uma Frenagem: Em função da massa e do atrito, calcula a desaceleração de uma frenagem;
- Velocidade em função de uma força: calcula a velocidade em função de uma força constante;
- Dilatação térmica: calcula as dilatações térmicas linear, superficial e volumétrica;
- 1ª Lei da Termodinâmica: Calcula a variação de energia interna;
- Quantidade de calor latente: calcula a quantidade de caloria necessária que um corpo precisa para mudar de estado físico;
- Quantidade de calor sensível: calcula a quantidade de caloria necessária em que um corpo varia a sua temperatura sem que mude seu estado físico;
- Prensa hidráulica: calcula o funcionamento de uma prensa hidráulica;
- Pressão em fluidos estáticos: calcula a pressão em fluidos estáticos;
- Campo elétrico: calculo o campo elétrico de uma carga puntiforme;
- Lei de Coulomb: calculo da aplicação de Lei de Coulomb;
- Potencial Elétrico: calcula o potencial elétrico entre duas cargas elétricas pontuais e sua distancia;
- Circuito Especial: calcula a intensidade da corrente elétrica em um circuito especial;
- Intensidade de corrente elétrica: calcula a intensidade da corrente elétrica;
- Campo de uma espira circular: Como o campo magnético uniforme é bem delimitado, é possível variar o fluxo de indução magnética movimentando-se a superfície perpendicularmente ao campo, entre a parte sob e fora de sua influência;
- Campo Magnético Uniforme: calculo de uma carga pontual em um campo magnético uniforme;
- Lei da Indução Magnética: calcula a variação de fluxo magnético;
- Efeito Doppler: Calculo para ondas sonoras, o efeito Doppler constitui o fenômeno

pelo qual um observador percebe frequências diferentes das emitidas por uma fonte e acontece devido à velocidade relativa entre o a onda sonora e o movimento relativo entre o observador e/ou a fonte;

- Ondas Periódicas: Calcula a frequência em função da velocidade e comprimento da onda;
- Espelho Côncavo: calcula a distancia focal do espelho côncavo;
- Espelho Convexo: calcula a distancia focal do espelho convexo;
- Lente Convergente: calcula a distancia focal de uma lente convergente;
- Olho Humano: calcula a amplitude de acomodação dentro de um olho humano;

O sistema ainda se encontra em fase de desenvolvimento.

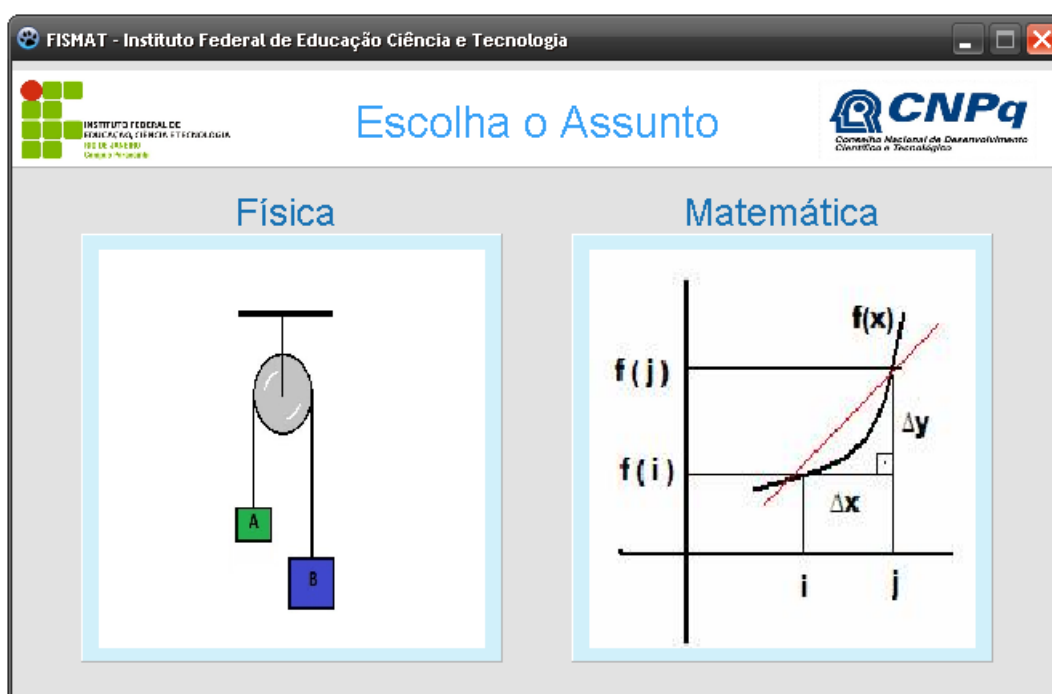


Figura 1. Tela inicial do sistema FISMAT.

A utilização do ambiente de programação LAZARUS para o desenvolvimento do software educativo mostrou-se eficiente. O ambiente de programação RAD permitiu no prazo de doze meses o desenvolvimento dos exercícios de física e matemática para os 1º, 2º, 3º e 4º períodos dos cursos técnicos de mecânica e eletrotécnica.



Figura2. Aplicativos de física divididos por período.

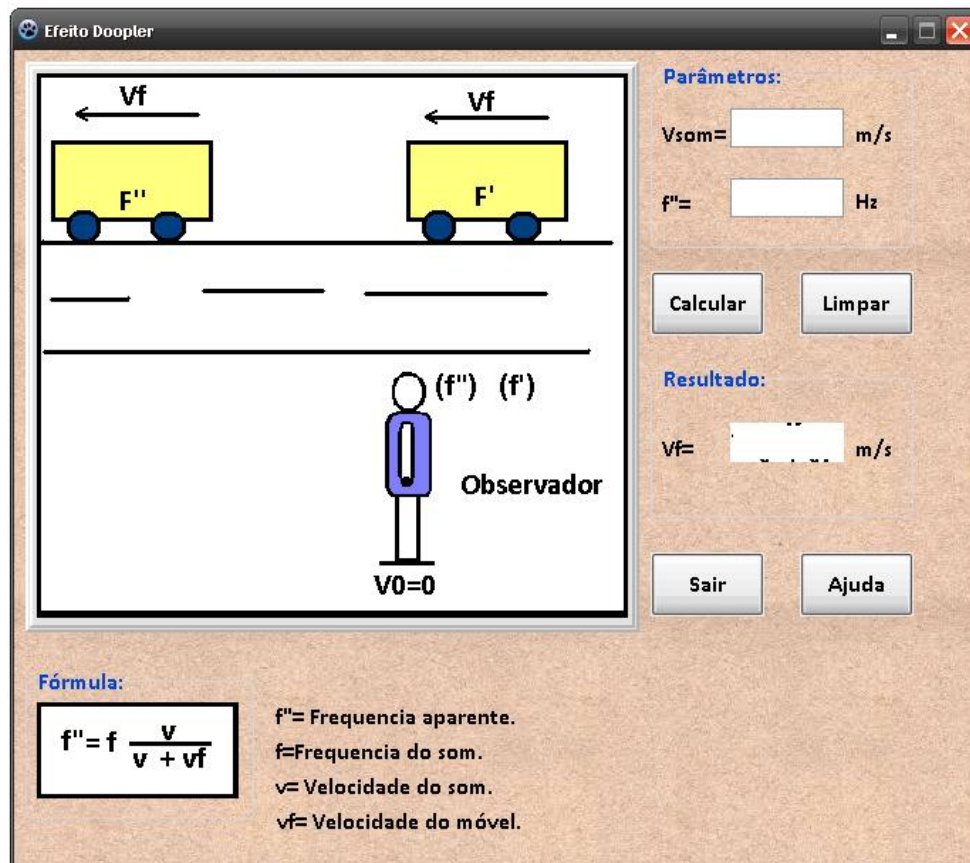


Figura 3. Aplicativo de física.

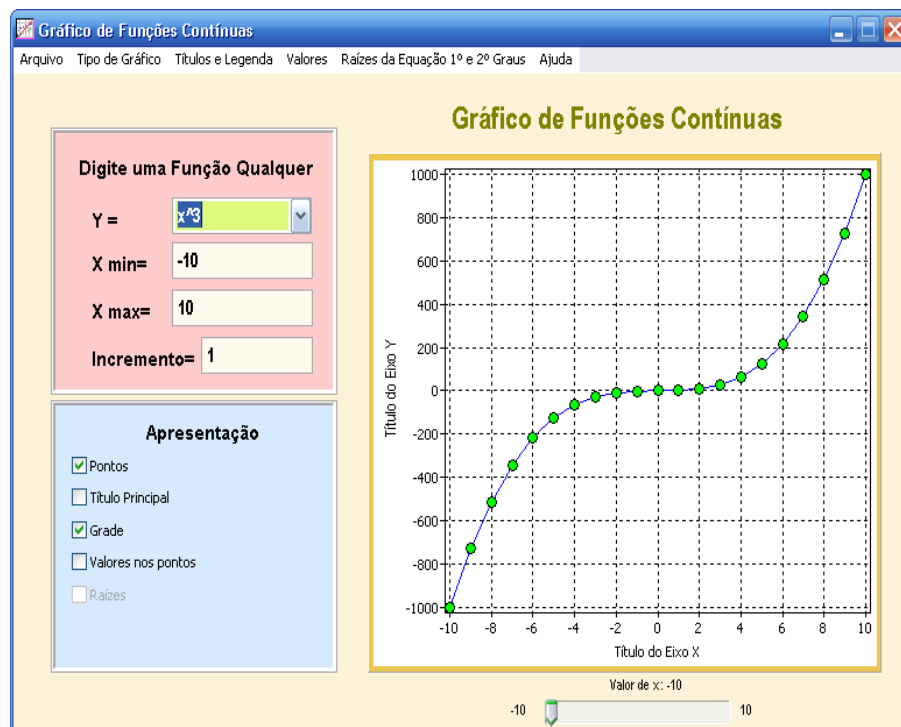


Figura 4. Aplicativo de matemática.

Na fase atual estão sendo concluídas as interfaces de gerenciamento dos exemplos para cada período letivo e os arquivos de "AJUDA" para o auxílio no uso e contendo a teoria necessária como histórico e fórmulas.

**Campo Elétrico**

Assim como a Terra tem um campo gravitacional, uma carga **Q** também tem um campo que pode influenciar as cargas de prova **q** nele colocadas. E usando esta analogia, podemos encontrar:

$$P = m \cdot g$$

$$g = \frac{P}{m}$$

Desta forma, assim como para a intensidade do campo gravitacional, a intensidade do campo elétrico (**E**) é definido como o quociente entre as forças de interação das cargas geradora do campo (**Q**) e de prova (**q**) e a própria carga de prova (**q**), ou seja:

$$E = \frac{F}{q}$$

$$E = \frac{k \frac{Q \cdot q}{d^2}}{q} = k \cdot \frac{Q}{d^2}$$

Chama-se *Campo Elétrico* o campo estabelecido em todos os pontos do espaço sob a influência de uma carga geradora de intensidade **Q**, de forma que qualquer carga de prova de intensidade **q** fica sujeita a uma força de interação (atração ou repulsão) exercida por **Q**.

Figura 5. A tela de ajuda desenvolvida em HTML.

A "AJUDA" foi desenvolvida em HTML por uma questão de funcionalidade. Bastando um click no botão de "AJUDA", abrirá um texto explicativo sobre o tema do aplicativo no navegador padrão do usuário.

Os estudantes do primeiro ao oitavo período receberão gratuitamente um software gráfico intuitivo para o auxílio em suas aulas de física e matemática e que foi desenvolvido internamente com a sua participação e a de seus próprios professores.

O software ainda se encontra em desenvolvimento, mas tem recebido elogios de professores e alunos do IFRJ-Paracambi sempre que é apresentado.

## **6. Referências**

AZEEN, M. A. Comece a Programar com Object Pascal Delphi e Lazarus, 1º Edição, AGBOOK, 2011.

BICUDO, A. V. Pesquisa em educação Matemática: concepções e perspectivas. Brasil, pág. 285 – 295, 1991

DUVAL, R. Graphiques et équations: L'articulation de deux registres. Annales de Didactique et de Sciences Cognitives, Vol.1, pp.235-253.

ESTRELA, A. (1994). Teoria e Prática de Observação de Classes- Uma Estratégia de Formação de Professores. Porto. Porto Editora.

GOMES, M. A. O Uso de Software no ensino de Física e Matemática. Monografia apresentada para a obtenção de grau de Licenciado em Física Ambiental, UEMS – MS, Dourados, 2009.

JUCÁ, S. C. S, A relevância dos Softwares educativos na educação profissional, Ciência e Cognição, vol 8.22-26, 2006.

OLIVEIRA, C. C. G. F. Sistema de Apoio ao Ensino de Matemática no Nível Superior. Trabalho de conclusão de curso de Tecnólogo em Sistemas de Informação, IST-FAETEC Campus Paracambi, RJ, 2008.

VIEIRA, C. R. Reinventando a Geometria no Ensino Médio: uma abordagem Envolvendo Materiais Concretos, Softwares de Geometria Dinâmica e a Teoria de Van Hiele. Dissertação apresentada ao Curso de Mestrado Profissional em Educação Matemática, Universidade Federal de Ouro Preto, 2010.

VIEIRA, F.M. S. (1999). Avaliação de Software Educativo: Reflexões para uma Análise Crítica. Publicado em <http://edutec.net/Textos/Alia/MISC/edmagali2.htm> (Retirado em 28.05.2009).

# SISTEMAS DE NUMERAÇÃO - REFLEXÕES E IMPLICAÇÕES DO USO DA HISTÓRIA DA MATEMÁTICA NA PRÁTICA DOCENTE

Edmar Luiz Gomes Júnior<sup>1</sup>  
Davidson Paulo Azevedo Oliveira<sup>2</sup>

<sup>1</sup>IFMG - Ouro Preto, edmarlgj@hotmail.com

<sup>2</sup>IFMG – Ouro Preto, davidson.oliveira@ifmg.edu.br

## Resumo

Este artigo apresenta um relato de algumas situações ocorridas durante as aulas de Matemática de uma turma do sexto ano do Ensino Fundamental de uma escola pública da rede municipal de Belo Horizonte nas quais foram abordados alguns Sistemas de Numeração e o Conjunto dos Números Naturais apontando algumas das possíveis reflexões e implicações advindas da prática docente. Discute-se, também, a motivação que o uso da História nas aulas de Matemática poderia proporcionar aos alunos além da relação existente entre a História da Matemática e os saberes do professor de Matemática.

**Palavras-chave:** Pensamento Probabilístico, História da Probabilidade, Concepções Probabilísticas.

## INTRODUÇÃO

Este relato apresenta algumas situações ocorridas durante as aulas de Matemática de uma turma do sexto ano do Ensino Fundamental de uma escola pública da rede municipal de Belo Horizonte nas quais foram abordados alguns Sistemas de Numeração e o Conjunto dos Números Naturais, bem como algumas reflexões acerca da prática docente advindas do uso da História da Matemática na sala de aula. O primeiro autor deste trabalho era o professor ministrante desta turma e as atividades e reflexões ocorridas foram realizadas entre os dois autores.

Apresentaremos, inicialmente, como foram as aulas que aqui são relatadas para em seguida discutirmos algumas questões teóricas a respeito do uso da História da Matemática em sala de aula e, também, uma breve reflexão sobre os saberes docentes do professor. Tal escolha de organização foi realizada tomando como partida a ordem cronológica em que ocorreram os fatos: inicialmente os reflexos da História da Matemática na sala de aula, seguidas de necessidades teóricas para análise dos dados coletados em sala de aula e estudo pelo professor tanto dos argumentos teóricos quanto dos conhecimentos de História da Matemática.

## AS AULAS

As aulas sobre Sistemas de Numeração ocorreram na primeira semana do ano letivo de 2015, no mês de fevereiro, e foram expositivas com a utilização de slides elaborados a partir do livro didático dos alunos (Projeto Teláris – Matemática – 6º ano), livros de História da Matemática (Introdução à história da matemática e Ideias Geniais na Matemática) e sites da internet.



Inicialmente os alunos foram instigados com duas perguntas e se surpreenderam por não conseguirem responder à segunda.

- a) Você já imaginou sua vida sem os números?
- b) Já imaginou como os números foram inventados/criados?

Em seguida, foram abordados, ainda de modo expositivo, algumas civilizações primitivas com suas representações numéricas, por exemplo, marcações em ossos, madeiras bem como pinturas rupestres onde as primeiras noções de quantidade são registradas pelo homem. Na sequência foram abordados os sistemas chineses (primitivo e atual), o sistema egípcio (no qual foi enfatizado o processo aditivo e não posicional dos símbolos) e o sistema grego, com a apresentação da famosa pintura renascentista da Escola de Atenas (figura 1), obra do pintor italiano *Raffaello Sanzio* criada entre 1509 e 1510 na *Stanza della Segnatura*, no Vaticano. O objetivo da apresentação dessa pintura era elucidar nos alunos o quão vasta e importante foi essa escola e a contribuição dela para os conhecimentos matemáticos.

**Figura 1: Pintura da Escola de Atenas**



Fonte - Disponível em: [http://home.wlu.edu/~mahonj/Ancient\\_Philosophers/SchoolofAthenas.jpg](http://home.wlu.edu/~mahonj/Ancient_Philosophers/SchoolofAthenas.jpg). Acesso em 03 fev 2015

Para a introdução do sistema de numeração romano, foi enfatizada a expansão da República Romana e, posteriormente, Império Romano pela Europa, Ásia e África, além de destacada a colonização brasileira pelos portugueses que outrora jaziam sob o domínio romano, de modo a justificar tal influência e principalmente a sobrevivência de tal sistema até os dias de hoje, mesmo que em pequena escala.

Desta forma, foi utilizado um *gif* animado mostrando esta expansão no período de sua existência que se inicia em 510 a.C. com a República que em 27 a.C. é convertida em um Império que dura até 1453 d.C. passando por diversas transformações, as quais não foram exploradas por não terem sido relevantes dentro do contexto proposto da aula.

Além dos símbolos já conhecidos pelos alunos por terem sido trabalhados no ano anterior, foram introduzidos os traços que eram utilizados acima de um símbolo ou de um

conjunto de símbolos, sendo um traço para representar os milhares e dois traços para representar os milhões.

Para a introdução do Sistema de numeração indo-arábico foram apresentadas informações na tentativa de mensurar sua grandeza e importância, tanto para a época quanto para os dias atuais além de um quadro (figura 2) para ilustrar a evolução da escrita dos algarismos.

**Figura 2: Evolução da escrita dos algarismos indo-arábicos**

|                              | um | dois | três | quatro | cinco | seis | sete | oito | nove | zero |
|------------------------------|----|------|------|--------|-------|------|------|------|------|------|
| Século VI (indiano)          | ١  | ٢    | ٣    | ٤      | ٥     | ٦    | ٧    | ٨    | ٩    | ٠    |
| Século IX (indiano)          | ١  | ٢    | ٣    | ٤      | ٥     | ٦    | ٧    | ٨    | ٩    | ٠    |
| Século X (árabe oriental)    | ١  | ٢    | ٣    | ٤      | ٥     | ٦    | ٧    | ٨    | ٩    | ٠    |
| Século X (europeu)           | 1  | 2    | 3    | 4      | 5     | 6    | 7    | 8    | 9    | 0    |
| Século XI (árabe oriental)   | ١  | ٢    | ٣    | ٤      | ٥     | ٦    | ٧    | ٨    | ٩    | ٠    |
| Século XII (europeu)         | 1  | 2    | 3    | 4      | 5     | 6    | 7    | 8    | 9    | 0    |
| Século XIII (árabe oriental) | ١  | ٢    | ٣    | ٤      | ٥     | ٦    | ٧    | ٨    | ٩    | ٠    |
| Século XIII (europeu)        | 1  | 2    | 3    | 4      | 5     | 6    | 7    | 8    | 9    | 0    |
| Século XIV (árabe ocidental) | ١  | ٢    | ٣    | ٤      | ٥     | ٦    | ٧    | ٨    | ٩    | ٠    |
| Século XV (árabe oriental)   | ١  | ٢    | ٣    | ٤      | ٥     | ٦    | ٧    | ٨    | ٩    | ٠    |
| Século XV (europeu)          | 1  | 2    | 3    | 4      | 5     | 6    | 7    | 8    | 9    | 0    |
| Hoje                         | 1  | 2    | 3    | 4      | 5     | 6    | 7    | 8    | 9    | 0    |

Fonte – DANTE, 2014, p. 17.

Após essa introdução foram trabalhadas as principais características do sistema de numeração indo-arábicos, tais como a quantidade de símbolos utilizados, os agrupamentos, a importância do valor posicional, as ordens e as classes. Nas aulas que se seguiram, os alunos trabalharam, principalmente, com os sistemas de numeração egípcio, romano e indo-arábicos por serem os sistemas presentes no livro didático adotado (Projeto Teláris – Matemática – 6º ano).

O tópico seguinte a ser trabalhado, por sugestão do livro didático, foi o Conjunto dos Números Naturais que foi iniciado tratando das diversas representações dos números naturais (implicitamente abordadas em nosso atual sistema de numeração), como por exemplo:

- Com a utilização somente com algarismos (8.547.403), na forma decomposta ( $8.000.000 + 500.000 + 40.000 + 7.000 + 400 + 0 + 3$ );
- Escrevendo por extenso (Oito milhões, quinhentos e quarenta e sete mil, quatrocentos e três);
- Com a utilização de palavras e números, de forma simplificada (8 milhões, 547 mil, 403);
- E da maneira como, usualmente, aparecem em jornais e revistas, 219,3 mil e 2,15 milhões.

No momento da correção dos exercícios trabalhados após a aula expositiva, a resposta de alguns alunos para um dos exercícios do livro didático (DANTE, 2014) chamou a atenção do professor e foi o ponto de partida para algumas reflexões dele.

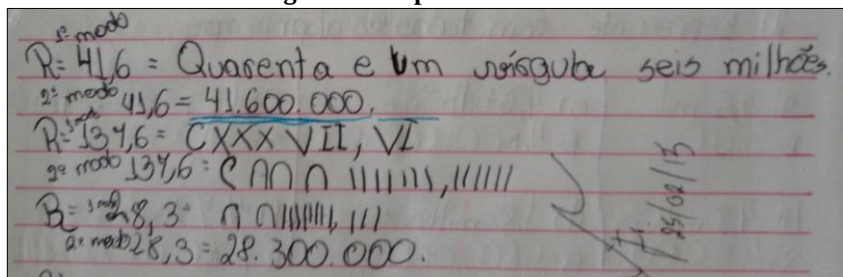
A seguir, na figura 3, é apresentada a questão proposta bem como a resposta de dois dos alunos que utilizaram os antigos sistemas de numeração para resolução dos exercícios (figuras 4 e 5), uma menina e um menino.

**Figura3: Exercício**

- 29.** A estimativa para a população brasileira em 2020 é de 41,6 milhões de jovens até 14 anos; 137,3 milhões de pessoas em idade ativa (de 15 a 59 anos); e 28,3 milhões de idosos (60 anos ou mais) (Folha de S.Paulo, 7 abr. 2011). Escreva esses números de duas maneiras diferentes.

Fonte – Dante, 2014, p. 22.

**Figura 4: Resposta do aluno 1**



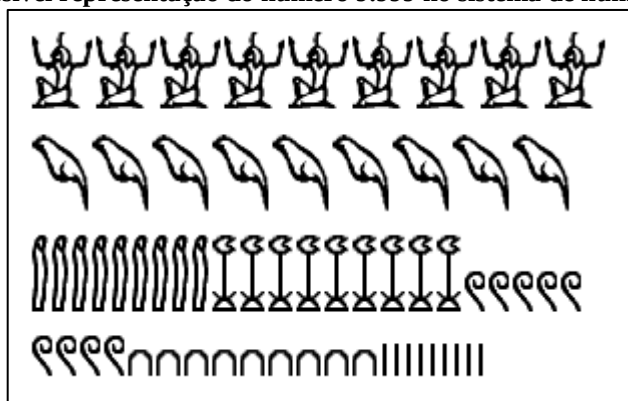
Fonte – Material do aluno.

Por meio da resposta desta aluna (figura 4), é possível perceber que o objetivo do exercício foi compreendido, visto que ela também escreveu os números de acordo com a proposta, porém tratando as representações nos sistemas de numeração romano e egípcio como mais uma das “maneiras diferentes” que são solicitadas pela questão.

É importante destacar que houve uma tentativa de representação que não condiz com a veracidade da representação dos números 137,6 milhões e 28,3 milhões nos sistemas utilizados. O que não desqualifica as reflexões que se seguirão visto que estamos mais interessados em abordar a predisposição dos alunos em continuar trabalhando com tais sistemas de numeração após o término do tópico e não no rigor das representações. Além de destacarmos como essa situação fez o professor refletir e mudar a sua postura em relação ao modo como percebia tanto o conhecimento matemático quanto o seu ensino.

É possível que tais erros se justifiquem justamente no problema relativo aos antigos sistemas de numeração quando é solicitado que representem grandes quantidades, principalmente no sistema de numeração egípcio no qual cada símbolo pode ser repetido apenas 9 vezes. Os números 137,6 milhões e 28,3 milhões, portanto, não são possíveis de serem expressos pelo sistema de numeração egípcio abordado, pois o maior número possível de ser expresso seria o 9.999, expresso, por exemplo, como na figura 5 a seguir, mas lembrando de que, por não ser este sistema posicional, esta seria apenas uma dentre as várias possíveis representações, mas que sempre se utilizariam de 9 símbolos de cada potência de 10.

**Figura 5: Possível representação do número 9.999 no sistema de numeração egípcio**



Fonte - elaborado pelos autores.

Porém, é possível notar, também, a intenção da aluna ao representar o número 137 e o número 6 separados por vírgulas assim como os números 28 e 3. Diante disso, podemos ter duas situações diferentes:

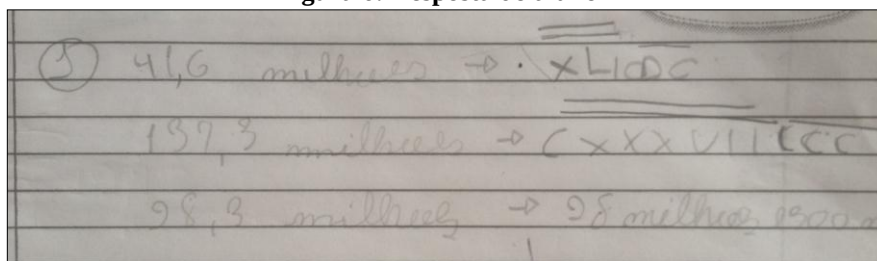
- (a) A aluna pode, simplesmente, ter encontrado uma forma de responder o exercício para aquele momento específico;
- (b) Pode ter pensado que os romanos realmente escreviam daquele modo, o que pode caracterizar um anacronismo.

É neste sentido que Trabulsi (2006) citado por Cardoso (2007) comenta que:

*(...) injetar um problema contemporâneo no estudo do passado, num exercício de anacronismo controlado, é um modo útil de iluminar uma experiência longínqua no tempo, tornando-a cheia de sentido para os contemporâneos; outrossim, estudar práticas do passado pode ser um meio interessante de renovar práticas presentes, mostrando que, em certos contextos, um outro caminho é possível. (TRABULSI, 2006 citado por CARDOSO 2007, p. 9)*

O número 137,6 milhões deveria ser representado no sistema romano como CXXXVII DC, visto que o algarismo 6 possui valor posicional de 600.000, portanto DC e não 6.000 (VI) como foi representado pela aluna.

**Figura 6: Resposta do aluno 2**



Fonte – Dados da pesquisa

Ao analisar a resposta do segundo estudante (figura 6) é possível perceber que o objetivo do exercício também foi compreendido mesmo que ele não tenha realizado as duas representações para cada número proposto, pois há claramente a representação do número 28,3 milhões por meio de palavras e números, de forma simplificada. É notável também a preferência e a familiaridade com o sistema de numeração romano pelo aluno ao se valer dele para representar os outros dois números propostos.

## **REFLEXÕES E IMPLICAÇÕES NA PRÁTICA DOCENTE**

A princípio, acreditei que os dois alunos que haviam realizado a atividade daquela maneira não teriam entendido a proposta do exercício, principalmente ao perceber que não foi um único aluno a responder utilizando outros sistemas de numeração e, principalmente, porque eram temas diferentes, não estávamos mais trabalhando com os antigos sistemas de numeração. Hoje percebo que eu tinha um pensamento cartesiano em relação aos conteúdos, estariam em gavetas para que, depois de estudados, fossem fechados e não abertos mais.

Neste sentido, fomos à busca de argumentos apresentados por pesquisadores que discutem algumas potencialidades pedagógicas da História da Matemática enquanto recurso didático. O primeiro argumento utilizado por Miguel (1997) aponta a História como fonte de motivação para o ensino e aprendizagem de Matemática, o qual será abordado e discutido em detalhes na próxima sessão.

Miguel (1997) aponta, também, como um de seus argumentos que a História possibilitaria a desmistificação da Matemática o que levaria a um ensino desalienado. O autor aponta ainda que, para os defensores desse ponto de vista, a forma como o conteúdo matemático é exposto aos alunos, lógica e ornamentada, não se assemelha ao modo como ele foi historicamente produzido e acabam por transmitir ao aluno uma falsa harmoniosidade, como se a matemática fosse algo pronto e acabado.

Desta forma, acreditamos ser de extrema importância a abordagem de outros sistemas de numeração no intuito de desmistificar o ensino alienado do atual sistema, que muitas vezes, reproduzimos sem perceber, transmitindo aos alunos uma falsa impressão de que os números sempre foram escritos com os símbolos atuais. A História da matemática pode auxiliar inclusive os professores nesta desalienação.

Em outro argumento também mencionado por Miguel (1997) a História é vista como um instrumento com a finalidade de unificar os vários campos da Matemática dando a ela uma visão global. Há indícios, pelas respostas dos alunos apresentadas à questão proposta, que a história possibilitou aos alunos, mesmo que não tenha sido a intenção do professor, perceber a Matemática de forma global, não em blocos.

O mesmo, porém de modo diferente ocorreu ao professor, pois a história foi de encontro às suas ideias e o mesmo se sentiu surpreso ao se perceber contrário ao que propunha, proporcionando uma reflexão e consequentemente, uma revisão em sua prática docente, pois, embora o professor se visse corroborador de tal argumento, foi apenas ao questionar as respostas dos alunos que ele pôde refletir o quanto distinguia os conteúdos propostos, como se um não dependesse do outro ou mesmo, não se relacionasse com o outro.

## MOTIVAÇÃO E HISTÓRIA DA MATEMÁTICA

Um dos argumentos que tentam reforçar as potencialidades pedagógicas da História da Matemática apresentados por Miguel (1997), como dito anteriormente, aponta a História como fonte de motivação para o ensino e aprendizagem de Matemática, ela traria alívio e conforto diante das tensões proporcionadas por uma Matemática que exige pensamento e seriedade. Dito isto, o autor nos leva a questionar este fator motivador considerando que, se de fato, ele existisse, o próprio ensino de História seria por si só motivador.

Para Kjeldsen e Blomhøj (2012) o uso da história em sala de aula, vai além da motivação no sentido de que:

*(...) a história pode ter um papel profundo a desempenhar na aprendizagem de matemática como uma estratégia óbvia (se não indispensável) para revelar regras metadiscursivas em matemática e as transformar em objetos explícitos de reflexão para os alunos. (KJELDSSEN; BLOMHØJ, 2012, p. 1)*

Para sustentar seus argumentos, os autores se fundamentam na Teoria do Pensamento de Sfard que por sua vez repousa sobre a alegação de Vygotsky relativa às atividades executadas coletivamente, pois como são historicamente estabelecidas, são também anteriores ao desenvolvimento das habilidades humanas. Desta forma, pensar seria uma habilidade a qual Sfard (2000) citado por Kjeldsen e Blomhøj (2012) define como a versão individualizada da comunicação interpessoal e ainda, no intuito de ressaltar essa combinação entre comunicação e cognição cunha o termo *commognition*. Sendo o pensamento matemático uma atividade humana, portanto, é inaugurada a teoria da *commognition* de Sanford. Para Kjeldsen e Blomhøj (2012):

*A Matemática é então vista como um tipo de discurso, como uma forma bem definida de comunicação. Nesta teoria, a matemática emerge como um sistema autopoético, o que significa que os objetos da matemática não*



*existem antes que se fale sobre eles. Eles são suas próprias construções discursivas e, como tal, constituem uma parte do discurso. (KJELDSSEN; BLOMHØJ, 2012, p. 3)*

Portanto, partindo deste pressuposto de que a Matemática é vista como um tipo de discurso, como uma forma bem definida de comunicação, a aprendizagem seria vista, segundo Sfard (2000) citado por Kjeldsen e Blomhøj (2012, p. 4) como “tornar-se participante em um determinado discurso”. Ainda seguindo este raciocínio, Kjeldsen e Blomhøj (2012, p. 4) afirmam que “aprender matemática significa ser socializado em um discurso matemático”.

A questão então seria como a história poderia ser usada na sala de aula de modo a revelar estas regras metadiscursivas e as transformar em objetos explícitos que possibilitem a reflexão dos alunos. Um pré-requisito para que isso aconteça, segundo Kjeldsen e Blomhøj (2012) “é a implementação de uma verdadeira abordagem histórica”.

Kjeldsen e Blomhøj (2012) afirmam ainda que:

*(...) a razão pela qual a história é uma forte candidata a ferramenta para a aprendizagem metanível é que as regras metadiscursivas são efêmeras, elas se desenvolvem e mudam ao longo do tempo, e, como tal, podem ser investigadas no nível do objeto por meio do discurso histórico. (KJELDSSEN; BLOMHØJ, 2012, p. 6)*

Neste sentido, Kjeldsen e Blomhøj (2012) citam ainda, três modos pelos quais a história da matemática pode proporcionar oportunidades para que os alunos experimentem conflitos cognitivos e para que as mudanças adequadas sejam iniciadas. O primeiro modo seria estudar fontes originais, em seu contexto histórico, tentando entender o trabalho de matemáticos anteriores, seus pontos de vista sobre a matemática, a forma como eles formularam e defenderam afirmações matemáticas e assim por diante. Segundo eles, textos históricos podem desempenhar o papel de "interlocutor".

Um segundo modo abordado por Kjeldsen e Blomhøj (2012) sugere que, ao usar fontes históricas, situações de ensino e aprendizagem podem ser criadas, nas quais os alunos podem experimentar diferenças na forma como os interlocutores se comunicam. O terceiro modo seria identificando as metarregras que governavam a matemática do passado, e comparando-os com as regras metadiscursivas que regem a matemática do livro-texto adotado, os alunos podem ser envolvidos em processos de aprendizagem onde eles podem se tornar conscientes de suas próprias regras metadiscursivas.

Há indícios de que algo similar ao que foi dito tenha ocorrido aos alunos apresentados anteriormente pois, os mesmos, até certo ponto, se apropriaram das metarregras do passado, os antigos sistemas de numeração, compararam-nas com as regras metadiscursivas do livro didático adotado de modo a disporem de suas próprias regras metadiscursivas ao realizar a atividade em um contexto mais amplo ao proposto pelo livro didático.

Kjeldsen e Blomhøj (2012) enfatizam ainda que, uma maneira de evitar dificuldades ao trabalhar com a história da matemática em sala de aula seria:

*(...) a adoção de uma abordagem orientada para o problema, ou seja, ter claramente formulado os problemas de pesquisa históricos, e, em seguida, com foco em perspectivas e escolhendo episódios históricos que abordam explicitamente e se relacionam com questões as quais os alunos possam refletir. Em situações em que um professor pretende usar a história para facilitar a aprendizagem no metanível, ele ou ela devem proporcionar que os alunos analisem as fontes por meio de perspectivas que tratem das regras metadiscursivas do discurso matemático presente no texto. (KJELDSSEN; BLOMHØJ, 2012, p. 9)*

Portanto, fica claro que estudos baseados na história da matemática, sejam eles de estratégia, provas, formalização de conceitos, dentre outros, podem fornecer uma visão de como metarregras do discurso matemático são estabelecidas.

## **HISTÓRIA DA MATEMÁTICA E SABERES DOCENTES**

Diante do que foi tratado até o momento, podemos perceber o quanto o conhecimento de História da Matemática foi essencial para o professor. Porém, vemos no tempo corrido e no excesso de carga horária em sala de aula do professor, segundo Baroni, Teixeira & Nobre, (2011) e Araman & Batista, (2013) um empecilho para o uso da história da matemática em sala de aula.

Para alcançar essa conclusão, Araman & Batista (2013. p. 2) investigaram professores que vivenciaram a pesquisa, construção e aplicação de uma abordagem pedagógica, fundamentada na história da matemática. Elas perceberam que o tempo que os professores dispunham para aplicar uma proposta diferenciada, como a desenvolvida pelos professores investigados por elas, também foi um aspecto indicado como importante, uma vez que, ao trabalharem em turmas regulares, eles teriam o mesmo tempo para a proposta diferenciada que teriam para trabalhar aquele conteúdo em situações convencionais de ensino.

Araman & Batista (2013) apontam ainda que outro ponto levantado pelos sujeitos investigados refere-se ao tempo de aplicação da proposta em sala de aula. Eles revelaram a preocupação de que a proposta pudesse ser desenvolvida pelos alunos em um tempo próximo ao gasto normalmente para o desenvolvimento daqueles conteúdos perante suas abordagens convencionais.

Fried (2008) citado por Araman & Batista (2013. p. 17), também aponta que a preocupação com o tempo é mencionada por muitos professores como um empecilho para a abordagem histórica dos conteúdos matemáticos em sala de aula. Isso ocorre, segundo ele, principalmente por compreenderem a história da matemática como um elemento curricular a mais a ser trabalhado pelo professor em sala de aula, diferentemente dos sujeitos que trabalham os conceitos via abordagem histórica, como uma alternativa metodológica para a educação matemática.

No entanto, no caso relatado, a História da Matemática foi utilizada, também, de modo implícito, sem uma proposta previamente preparada pelo professor. Mas é destacada como um saber que foi essencial para a alteração de postura didática do professor.

## **CONSIDERAÇÕES FINAIS**

A História da Matemática portanto, me permitiu, enquanto professor, refletir e questionar o modo como me posicionava frente aos conteúdos trabalhados, ao me fazer perceber contrário ao discurso que por mim era reproduzido, os seja, de que a história da matemática pudesse ter esse papel unificador do conteúdo.

Apesar de reproduzir esse argumento, vê-lo na prática me proporcionou uma reflexão e consequentemente, uma revisão da mesma, pois foi apenas ao questionar as respostas dos alunos que pude perceber o quanto, inconscientemente, distinguia os conteúdos propostos, como se um não dependesse do outro ou mesmo, não se relacionassem uns com os outros.

Tal argumento, que discute a história da matemática como papel unificador, também é defendido por Kline (1972) ao afirmar que:

*(...) os cursos atuais apresentam segmentos da matemática que parecem ter pouca relação em si. A história pode fornecer uma perspectiva para a*

*matéria como um todo e relacionar os conteúdos dos cursos não apenas uns com os outros, como também com o corpo, com o núcleo principal do pensamento matemático. (KLINE, 1972, p. IX citado por MIGUEL, 199, p. 85-86)*

Creio, também, que a História da Matemática foi útil para a conexão da Matemática com outros conteúdos como a História das Civilizações, por exemplo, principalmente ao discutir, dentro da aula de matemática, um pouco da cultura de antigos povos e a influência delas na Matemática e, até mesmo, em nossa sociedade atual. Tal opinião acerca do uso da História da Matemática também é compartilhada por D'Ambrosio quando afirma que:

*(...) o ideal é um estudo mais aprofundado do que a simples enumeração de nomes, datas e lugares. Sobre cada tópico, deve-se elaborar um pouco. É muito importante destacar aspectos socioeconômicos e políticos na criação matemática, procurando relacionar com o espírito da época, o qual se manifesta nas ciências em geral, na filosofia, nas religiões, nas artes, nos costumes, na sociedade como um todo. (D'AMBROSIO, 1996, p.13)*

Neste mesmo sentido, a História da Matemática vem gradativamente sendo incorporada em minha prática docente, seja por meio de anedotas, ao introduzir, ou mesmo explorar determinados conteúdos, estudos biográficos de matemáticos de modo a contribuir para que os alunos percebam certas conexões entre o matemático estudado com outros que foram necessárias para o desenvolvimento de determinados conceitos, bem como situações de ensino baseadas na história da matemática. Além de ter um peso fundamental em questões ligadas aos saberes do professor e auxiliar na visão total do ensino de matemática e na construção do conhecimento matemático pelo estudante.

## REFERÊNCIAS

ARAMAN, E. M.O.; BATISTA I. L. **Contribuições da história da matemática para a construção dos saberes do professor de matemática**. Bolema, v. 27, n. 45, p. 1-30. Rio Claro (SP), 2013.

BARONI, Rosa Lúcia Sverzut. TEIXEIRA, Marcos Vieira. NOBRE, Sérgio Roberto. **História da Matemática em contextos da Educação Matemática: contribuições do GPHM**. Bolema. Rio Claro (SP). V. 25. N.41. p. 153-171, dez, 2011

DANTE, L. R. **Projeto Teláris – Matemática – 6º ano**, São Paulo: Ática, 2014.

D'AMBROSIO, U. **História da Matemática e Educação**. In: Cadernos CEDES 40. História e Educação Matemática. 1ª ed. Campinas, SP: Papirus, 1996, p.7-17.

CARDOSO, C. F. Editorial. **Phônix**, Rio de Janeiro, ano 13, p. 9-11. 2007

EVES, H. **Introdução à história da matemática**. Campinas: UNICAMP, 1995.



KJELDSEN, T. H.; BLOMHØJ, M. **Beyond Motivation - History as a method for the learning of meta-discursive rules in mathematics.** In: Educational Studies in Mathematics. v. 80, n.3, p. 327-349. 2012

MIGUEL, Antônio; MIORIN, Maria Ângela. (2008). **História na Educação Matemática: Propostas e desafios.** Coleção: Tendências em Educação Matemática. Belo Horizonte: Autêntica.

MIGUEL, Antônio. **As potencialidades pedagógicas da História da Matemática em questão: argumentos reforçadores e questionadores.** Zetetiké. v.5, n.8, p.73-115. 1997

MORAES, D. **O sistema numérico grego.** In: invivo: ciência. Disponível em: <http://www.invivo.fiocruz.br/cgi/cgilua.exe/sys/start.htm?infoid=985&sid=9>>. Acesso em 5 de fev. 2015.

VERMA, S. **Ideias Geniais na Matemática.** 1ª Ed. São Paulo: Gutenberg, 2013.

# TECNOLOGIA A FAVOR DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA: GEOGEBRA E SUAS APLICAÇÕES

**Alex da Silva dos Santos**  
**Jhonatan Júnio da Silva**  
**Daniela Alves da Silveira Moura**

Faculdade de Pará de Minas- FAPAM/ Licenciatura plena em matemática, alexdasilvadossantos@gmail.com  
Faculdade de Pará de Minas- FAPAM / Licenciatura plena em matemática, jhonatanjunio95@outlook.com  
Faculdade de Pará de Minas- FAPAM / Mestre e docente, danisilmoura@yahoo.com.br

## Resumo

Nesta pesquisa apresentaremos o estudo das funções do primeiro grau e segundo grau (quadrática) e alguns tópicos de geometria plana, a partir de uma experiência desenvolvida por um grupo de pesquisa de iniciação científica do curso de Licenciatura em Matemática da FAPAM- Faculdade de Pará de Minas e realizada com alunos do ensino fundamental e médio de uma escola da rede estadual desta cidade. Refletimos sobre a atuação do professor, suas metodologias e vislumbramos um matematizar com significado usando a tecnologia que hoje temos ao alcance, para provocar um ensino e aprendizagem com qualidade e maneira que seja interativa e dinâmica, que venha elucidar e acima de tudo que seja o mais divertido possível. Para atingir este ambiente e produção de conhecimento, é necessário que haja uma boa didática, deste modo aliada às novas tecnologias potencializa os conteúdos abordados. Realizamos algumas oficinas com o Geogebra, percebemos o entusiasmo dos alunos no desenvolvimento do trabalho com o software, curiosos em aprender as ferramentas desta tecnologia e aplicá-las nas tarefas propostas, uma vez em que este recurso da vida à matemática.

**Palavras-chave:** Geogebra, software, ensino-aprendizagem, TDICs.

## 1. Introdução

O cenário atual, no qual não há limite espacial e temporal, a tecnologia integra e se faz presente em diversificados níveis, deste modo temos hoje uma cultura globalizada que exige uma conduta crítica, transformadora e proativa. Caminhando pelos processos educacionais, a tecnologia apresenta um relevante papel socializador, que agrega conhecimento. Assim a educação recorre às tecnologias digitais da informação e comunicação (TDICs) como recurso metodológico, que amplia as possibilidades, fomentando a produção de conhecimento.

Com as constantes transformações no mundo em termos de conhecimento e principalmente desenvolvimento tecnológico, entendemos que cada professor deve num processo contínuo, manter-se atualizado. Em controvérsia, sua prática tornaria desinteressante havendo assim um divórcio entre as escolas e a realidade dos seus alunos (Parra & Saiz et.al, 1996).

Entendemos que também essa concepção *incorporar tecnologia* admite dois níveis de entendimento. Num primeiro destes, o professor entende que em virtude do

acúmulo de experiências pessoais com o uso de tecnologia, a incorporação da tecnologia pelo educando se acentua e as formas de fazer matemática se modificam: o uso de calculadoras gráficas, o uso de calculadoras simbólicas. O uso de simulações, a construção de modelos, o teste de hipóteses numéricas dentre outras, passam a contribuir o arsenal de estratégias que se usa para fazer matemática [...] Num segundo nível, o professor entende que a incorporação de novas formas de fazer matemática leva os educandos a desenvolverem novas formas de pensar e resolver problemas. (FROTA, 2012, P.6)

Aprimorando e inovando o ensino e aprendizagem dentro das salas de aula, os educadores atualmente, buscam novos procedimentos educacionais com softwares educacionais que podem ser incorporados como recursos pedagógicos, como ferramentas para o ensino, facilitadores da aprendizagem, promovendo o desenvolvimento de habilidades e estimulando a construção de novos conhecimentos. O uso das TDICs como qualquer processo educacional deve sempre privilegiar os objetivos traçados, tomando o cuidado para que seu uso não seja feito de forma incorreta se tornando uma ferramenta obsoleta e sem adequação dentro do processo de ensino e aprendizagem (Cysneiros, 1999), também se deve fazer uso de uma didática e metodologia que sejam significativas, afim de promover um ensino de forma construtiva e prazerosa. Dentro deste contexto o Geogebra se torna uma ferramenta muito importante que subsidiando as práticas pedagógicas transforma em um rico recurso, apresentando os conceitos matemáticos num sistema dinâmico, permitindo a interação do aluno, fomentando desta forma o pensamento crítico e autônomo.

## **2. Geogebra e Aprendizagem Matemática**

A informática possibilita ao ensino da matemática, uma atitude de experimentação. Os recursos disponibilizados a partir da tecnologia, como os softwares educacionais, instigam a participação dos alunos, a tomada de decisão, a levantar conjecturas e fazer analogias em um processo de ensino e aprendizagem.

A pesquisa em questão objetiva incorporar recursos tecnológicos a partir do software Geogebra ao estudo de funções e geometria plana, tendo em vista edificar o ensino e aprendizagem dos alunos. Os PCNs (1998) discutem sobre as abordagens tecnológicas na educação no que diz respeito ao computador, afirmando que este pode ser um grande aliado do desenvolvimento cognitivo dos alunos, por oportunizar o desenvolvimento de um trabalho que se adéqua a distintos ritmos de aprendizagem e possibilita que o aluno aprenda com seus erros. Analogamente BORBA E PENTEADO (2001) explana que além de trazer a visualização para o centro da aprendizagem matemática, as novas mídias, como os computadores com softwares gráficos e calculadoras gráficas, permitem que o aluno experiente bastante, de modo semelhante ao que faz em aulas experimentais de biologia e de física.

O software Geogebra, é programa configurado a partir de propriedades matemáticas, constituído com a finalidade da universalização do conhecimento no ambiente escolar. É um aplicativo dinâmico que faz a junção de conceitos de geometria e de álgebra em uma interface gráfica, que promove a construção de vários conceitos no campo matemático.

Portanto, comprometidos com esta modalidade, ensino de matemática e tecnologia, temos como fator favorável à aprendizagem a viabilidade de visualização, neste caso, poder ver o efeito gráfico das funções e da geometria plana, uma forma de representação que contribui fortemente para a compreensão e incorporação dos conceitos matemáticos.

### 2.1.1 Geogebra e sua aplicação

Segundo Freire & Valente (2009) a abordagem que é usada para o uso dos computadores em sala de aula mantém o mesmo estilo de prática pedagógica vigente na grande maioria das escolas, sendo usado apenas para instrumentalizar tecnologicamente o ensino já existente, tanto o ensino tradicional quanto sua informatização prepara o indivíduo que se tornará rapidamente despreparado profissionalmente e para a vida em geral. Refletindo, neste aspecto, entendemos que a matemática escolar deve ser mais significativa, reconhecemos que em muitos casos é inacessível e incompreendida. Certos de que a educação matemática e as tecnologias da informação apresentam aspectos sociais enquanto conhecimento, integram e contribuem para a formação de um cidadão crítico. **Nos** foi proposto participar de um grupo de Iniciação Científica, vinculado à coordenação do Curso de Matemática da FAPAM (Faculdade de Pará de Minas), com o objetivo de integrar tecnologia e ensino de matemática nas escolas públicas, utilizando o Geogebra como principal instrumento para essa aplicação.

O Geogebra é um programa atribuído à construção de conceitos e objetos matemáticos. É uma ferramenta de estudo, que abrange tópicos de geometria, álgebra e cálculo. Apresenta relevantes contribuições pela dinâmica de sua funcionalidade. No quadro, que é estático, segundo CHICON et al, (2011), o professor apresenta dificuldades em desvelar correlações entre as incógnitas e suas correspondências no gráfico. Com o Geogebra a aula transfigura-se em formato dinâmico, o aluno visualiza a matemática em movimento. O professor debate em torno dos parâmetros ao movimentar o gráfico. O aluno tem a possibilidade de conceber a essência da matemática.

Segundo os autores, o Geogebra produz uma dimensão que extrapola o plano de visão e imaginário proposto pela educação tradicional, quadro/giz e dos livros-textos, proporciona a partir de seus recursos, a ideia de movimento correspondente à ação dos coeficientes das funções, deste modo o aluno pode observar o efeito gráfico e algébrico.

Na realização das pesquisas, utilizamos o Geogebra para análise e desenvolvimento das funções do primeiro grau, das funções quadráticas e alguns tópicos de geometria plana, nos quais pretendemos explorar conceitos tais como: coeficiente angular e linear, observação dos esboços dos gráficos, o comportamento das funções, pontos de máximo e mínimo, vértice da parábola, raízes da função, intervalos, concavidade da parábola e parâmetros.

Em geometria plana faremos o estudo dos polígonos regulares, dos quadriláteros, bem como as principais estruturas e propriedades que sustentam estas formas geométricas e uma introdução às circunferências.

A partir do estudo destes conteúdos matemáticos aliados ao Geogebra, esperamos que haja um maior entendimento destes conceitos e que os alunos possam estar aderindo o software em seu cotidiano escolar, assim como as escolas possam também fazer uso regular para o ensino matemático, incentivando seus docentes e estudantes no uso do Geogebra, fazendo do software uma ferramenta tecnológica em prol do ensino e aprendizagem dentro e fora das escolas.

### 2.1.2 Relato de experiência: Geogebra aplicado ao ensino matemático

Elaboramos uma sequência de atividades que instigam a participação dos alunos, a análise de parâmetros, no estudo de funções e tópicos de geometria plana, com o apoio do software Geogebra. Desenvolvemos esta pesquisa na Escola Estadual Ângela Maria da rede Estadual, situada em Pará de Minas- MG no período outubro/novembro (2014). As atividades sobre funções foram aplicadas a alunos da 1ª série do Ensino Médio partindo do

pressuposto que este conteúdo já foi estudado pelo os mesmo, tanto o desenvolvimento algébrico, quanto gráfico. No estudo de geometria plana foram aplicadas atividades aos alunos do 8º ano do Ensino Fundamental. Dentre as tarefas propostas iremos elencar algumas para apresentar nesta pesquisa, bem como o desenvolvimento dos alunos e análise das mesmas. Inicialmente descrevemos algumas ferramentas do software e realizamos um debate sobre os comandos do software e sobre plano cartesiano com êxito. Para as atividades de funções assim como as de geometria, foram selecionados aleatoriamente 10 alunos do primeiro ano do ensino médio do turno matutino. Estes trabalharam em duplas visando assim uma maior abrangência na troca de informações, numa atividade colaborativa. Chamaremos aleatoriamente essas duplas de A, B, C, D e E. As atividades de geometria foram aplicadas no ensino médio e ensino fundamental II, no turno matutino, que também foram divididas em duplas. A aplicação aconteceu juntamente com o professor titular da turma, no qual foi possível apresentar o software ao mesmo, podendo o docente envolvido dar continuidade e disseminar o uso do Geogebra em suas turmas e entre seus colegas de trabalho, a fim de multiplicar o ensino com tecnologia, promovendo um matematizar com interação e significado.

**Figura 01: Alunos resolvendo as atividades em dupla no Geogebra.**



**Fonte: Produzido pelo autor, 2014.**

Elaboramos blocos de atividades com tarefas que utilizam as ferramentas do Geogebra no estudo de geometria plana: quadriláteros, polígonos e circunferências e no estudo das funções do primeiro grau e quadrática, que articulam ação e a reflexão dos alunos com os coeficientes e a análise do comportamento dos objetos construídos a partir da movimentação dos controles deslizantes (parâmetros).

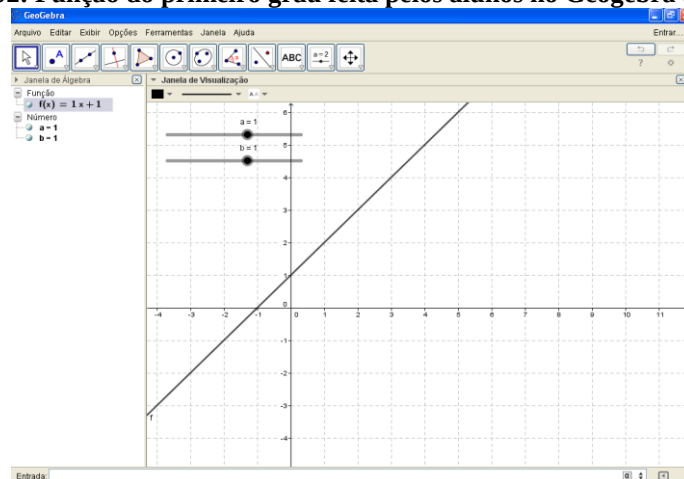
Por exemplo: Os coeficientes das funções atuam sobre a parábola transformando seu comportamento. Ao coeficiente ***a*** é atribuída à dilatação e contração da concavidade da função, também os valores de máximo ou mínimo. O coeficiente ***b*** apresenta o ponto em que a parábola intercepta o eixo ***y***, e sobre o deslocamento horizontal. Já o coeficiente ***c***, é autor do deslocamento vertical sobre o eixo ***y***.

Iniciamos as atividades, no laboratório de informática, fazendo um breve reconhecimento das ferramentas do Geogebra e partimos para os trabalhos. Dentre as atividades, escolhemos três que descreveremos a seguir bem como o desenvolvimento dos alunos e análise das mesmas. Na realização destas tarefas foi entregue aos alunos um bloco com as atividades no qual estes deveriam transcrever suas observações respondendo às questões que lhes eram apresentadas dentro do contexto de cada atividade.

### Atividade (1)

**Construção no Geogebra:** Na décima primeira janela, opção controle deslizante, insira dois seletores  $a$  e  $b$ . No campo ENTRADA: Construa o gráfico da função  $f(x) = ax + b$ . Movimente os seletores e observe o aspecto da reta. Analise as modificações em função da movimentação dos valores  $a$  e  $b$  (positivos, negativos e iguais a zero). Em quais condições a reta  $f$  fica paralela ao eixo  $x$ ? Justifique. O que você pode concluir quando os valores de  $a$  são negativos? E quando são positivos? Justifique. O que você pode concluir quando os valores de  $b$  são negativos? E quando são positivos? Justifique.

Figura 02: Função do primeiro grau feita pelos alunos no Geogebra (Dupla A)



Fonte: Produzida pelos alunos durante aplicação da atividade, 2014.

No decorrer das atividades utilizando o software houve entre os alunos, professor titular e aplicadores debates sobre o tema, o que enriqueceu de forma significativa. No Geogebra foi construído o gráfico da função e os alunos puderam observar o que acontecia com o coeficiente  $a > 0$ ,  $a = 0$  e  $a < 0$ , analogamente o mesmo com o coeficiente  $b$  podendo assim identificar de forma clara qual era o coeficiente angular e linear e o que acontecia com a função ao fazer o movimento dos controles deslizantes. Os alunos apresentaram algumas dúvidas sobre o conteúdo durante o desenvolvimento das tarefas o que deixou evidente o quão complexo para eles era o estudo da função e a análise gráfica. Após a aplicação da atividade no Geogebra os alunos transcreveram suas observações, e podemos constatar a evolução quanto à compreensão dos coeficientes  $a$  e  $b$  e a atuação dos mesmos numa função.

Figura 03: Resposta das perguntas feitas sobre a função construída no Geogebra (figura 02)

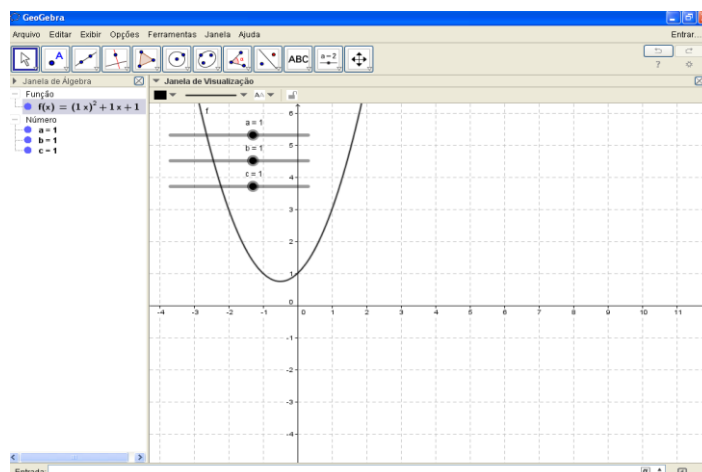
- b) No campo ENTRADA: Construa o gráfico da função  $f(x) = ax + b$ . movimente os seletores e observe o aspecto da reta.
- c) Analise as modificações em função da movimentação dos valores  $a$  e  $b$  (positivos, negativos e iguais a zero). Em quais condições a reta  $f$  fica paralela ao eixo  $x$ ? Justifique.
- quando  $a$  for negativo a reta vai ser decrescente, e quando for positivo crescente, e quando for 0 é constante.
- d) O que você pode concluir quando os valores de  $a$  são negativos? E quando são positivos? Justifique.
- que vai ser decrescente, e positivo crescente.

Fonte: Produzida pelos alunos durante a atividade (Dupla A), 2014.

## Atividade (2)

**Construção no Geogebra:** Na décima primeira janela, opção controle deslizante, insira três seletores  $a$ ,  $b$ , e  $c$ . Construa o gráfico da função  $f(x) = ax^2 + bx + c$  no campo de entrada. Com base nessa construção: Movimente os seletores e observe o aspecto da parábola. Faça uma análise das principais modificações em função da movimentação dos valores  $a$ ,  $b$  e  $c$  (positivos negativos e iguais a zero). Registre suas conclusões.

Figura 04: Função do segundo grau feita pelos alunos no Geogebra (Dupla C)



Fonte: Produzida pelos alunos durante a atividade (Dupla C), 2014

Na aplicação da função do segundo grau estudamos a concavidade da parábola, as raízes da função e as transformações e deslocamentos provocados pelos parâmetros (coeficientes)  $a$ ,  $b$  e  $c$ . Os alunos criaram uma função generalizada  $y = ax^2 + bx + c$  e os controles deslizantes  $a$ ,  $b$  e  $c$ . Movimentando os parâmetros os alunos puderam observar e analisar as alterações da função quando os coeficientes assumem:  $a > 0$ ,  $a = 0$  e  $a < 0$ , analogamente para os parâmetros  $b$  e  $c$ . A dúvida mais frequente manifestada pelos alunos foi exatamente relacionada aos parâmetros, sobre o que necessariamente cada um influenciaria no traçado do gráfico. Os alunos ficaram surpresos com a dinâmica e visualização ao mover cada parâmetro e conseqüentemente o respectivo coeficiente. Com manipulação das ferramentas do software, os alunos puderam ver o que acontecia com a função ao se alterar os parâmetros  $a$ ,  $b$  e  $c$ , deste modo, facilitou o entendimento. Fazendo uso de uma ferramenta simples e funcional como o software Geogebra, os alunos puderam esclarecer essas dúvidas de forma simples e construtiva, podendo assim ser protagonistas neste processo, interagindo e atuando na construção do conhecimento, diferente de meros espectadores passivos (Gasperetti, 2001). As construções instigam a investigação, pois ao manipularem os recursos do software os alunos formulam suas próprias opiniões e formalizam os conceitos.

Figura 05: Resposta das perguntas feitas sobre a função construída no Geogebra (figura 04)

c) Faça uma análise das principais modificações em função da movimentação dos valores  $a$ ,  $b$  e  $c$  (positivos negativos e iguais a zero).

A: Quando positivo com concavidade para cima quando negativo para baixo quando  $A=0$  é equação do 1º grau.  
B: Faz transladar a parábola  
C: Faz rotacionar a parábola

Fonte: Produzida pelos alunos durante a atividade (Dupla C), 2014.

### 2.1.3 Geogebra aplicado ao ensino da geometria

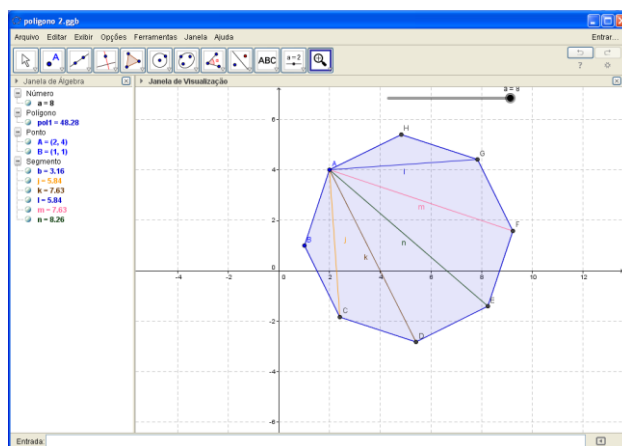
Atualmente tem se destacado muito o estudo da geometria, que durante alguns anos ficou menosprezada no âmbito escolar, contudo hoje seu estudo se tornou muito importante no contexto escolar sendo muito enfatizado em concursos, vestibular e no Enem. O estudo da geometria no Geogebra torna possível a oportunidade de trabalhar não somente a parte geométrica, mas também algébrica proporcionando assim que o estudante possa ter uma compreensão mais ampla das atividades nele realizadas.

Foram aplicadas atividades de geometria plana as duplas A, B, C, D e E, envolvendo circunferência, polígonos e quadriláteros. Estas atividades foram feitas utilizando o Geogebra e como na atividade anterior foi disponibilizado aos alunos um bloco com as atividades no qual estes deveriam transcrever suas observações respondendo as questões que lhes eram apresentadas dentro do contexto de cada atividade.

#### Atividade (3)

**Construção no Geogebra:** Vamos fazer um estudo sobre as diagonais de qualquer polígono a partir do software Geogebra. Inicialmente, você deverá criar um seletor – décimo primeiro botão da barra de ferramentas. Para desenhar os polígonos regulares, você deve ir na 5ª janela, opção polígono regular, clicar na janela de visualização em dois pontos. Quando aparecer a caixa: polígono regular, na opção vértice digitar a letra “a”, ou seja o parâmetro a. Agora acione a ferramenta mover na 1ª janela e mova o parâmetro “a” na janela de visualização. Descreva o que o que você observa ao mover o parâmetro “a”.

Figura 06: Polígono feito por alunos no Geogebra (Dupla E)



Fonte: Produzido pelos alunos durante aplicação da atividade, (dupla E) 2014.

Após a construção dos polígonos no Geogebra, os alunos responderam à uma atividade guiada, analisando cada objeto com relação ao número de lados, diagonais e soma dos ângulos internos, como apresentado à seguir.



**Figura 07: Resposta das perguntas feitas sobre o polígono construído no Geogebra (figura 06)**

Preencha a tabela:

| POLÍGONO  | NÚMERO DE LADOS | NÚMERO DE DIAGONAIS A PARTIR DO VÉRTICE A | NÚMERO DE DIAGONAIS TOTAIS |
|-----------|-----------------|-------------------------------------------|----------------------------|
| Triângulo | 3               | Não tem.                                  | Não Tem.                   |
| Quadrado  | 4               | 1                                         | 2                          |
| Pentágono | 5               | 2                                         | 5                          |
| Hexágono  | 6               | 3                                         | 9                          |
| Heptágono | 7               | 4                                         | 14                         |
| Octógono  | 8               | 5                                         | 20                         |

Conclusão: Observando as movimentações do parâmetro no Geogebra e consequentemente suas respectivas construções o que você pode dizer:

a) sobre o número de diagonais a partir de cada vértice com relação ao número de lados do polígono.  
*Com a fórmula  $n-3$  a diferença será sempre de uma para o outro 3 que será o número de lados menos três.*

b) sobre o número total de diagonais do polígono.  
*Tomar a fórmula  $n \cdot (n-3) / 2$  tomar multiplicar os lados pelas diagonais depois dividindo o resultado por dois.*

c) Sabendo que a diagonal AC é a mesma diagonal CA, sobre o número de diagonais distintas do polígono.  
 *$n-3$   $\{3-3=0\}$   $\{4-3=1\}$   $\{5-3=2\}$   $\{6-3=3\}$   $\{7-3=4\}$   $\{8-3=5\}$*

2

**Fonte: Produzida pelos alunos durante a atividade (Dupla E), 2014.**

**Figura 08: Resposta das perguntas feitas sobre o polígono construído no Geogebra (figura 06)**

Novamente analisando o aplicativo que acabou de fazer. Posicione o parâmetro no valor 3. Você tem agora um triângulo. Na 8ª janela, opção ângulo, no sentido horário, meça os ângulos internos de cada vértice do triângulo e calcule a soma. A partir do triângulo mova o parâmetro "a", analise quantos triângulos compõem cada polígono a partir do vértice A, analise, faça suas observações e responda.

Quando dividimos os polígonos a seguir, em triângulos a partir de um vértice, temos:

| Polígono                  |           |          |           |          |          |          |                     |
|---------------------------|-----------|----------|-----------|----------|----------|----------|---------------------|
| Polígono                  | Triângulo | Quadrado | Pentágono | Hexágono | Octógono | Decágono | Polígono de n lados |
| Número de lados           | 3         | 4        | 5         | 6        | 8        | 10       | n                   |
| Número de Triângulos      | 1         | 2        | 3         | 4        | 6        | 8        | $n-2$               |
| Soma dos ângulos internos | 180°      | 360°     | 540°      | 720°     | 1080°    | 1440°    | $5(n-2) \cdot 180$  |

O que podemos concluir sobre a soma dos ângulos internos de um polígono convexo?

*Concluímos que o número de triângulos após 180° tem os ângulos internos*

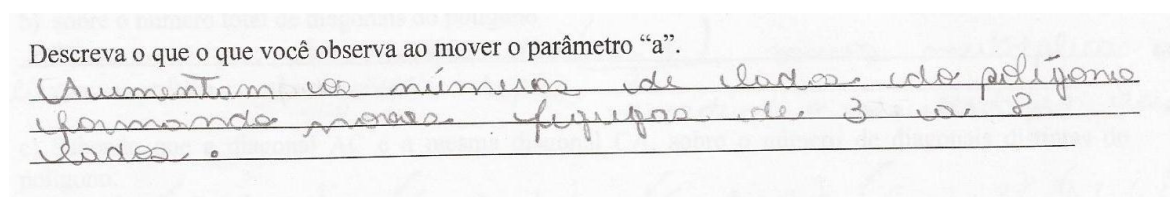
*$n \cdot 180 =$*

**Fonte: Produzida pelos alunos durante a atividade (Dupla E), 2014.**

A dupla E executou a construção de polígonos a partir do seletor a. Movimentou o parâmetro e analisou os polígonos construídos, observando o número de lados, diagonais e soma dos ângulos internos. Puderam ser analisados os ângulos internos dos triângulos, quadrados, pentágonos, hexágonos, octógonos, decágonos e a forma algébrica para se calcular os lados e ângulos de um polígono quaisquer. As duplas de um modo geral apresentaram facilidade e entendimento maior em geometria tanto quanto à forma geométrica como

a representação na interface da álgebra. Quanto à construção das figuras no Geogebra elas foram auxiliadas pelos aplicadores da pesquisa, porém as duplas não mostraram grandes dificuldades em executá-las. Através do software eles observaram o que acontece com as figuras ao movimentar os pontos criados tendo assim uma visão ampla e dinâmica colaborando para o levantamento de conjecturas e generalizações. Análogo às atividades de polígonos foram aplicadas tarefas sobre circunferência estudando o comprimento da corda, diâmetro, raio e tangentes. Sobre os quadriláteros foram estudados seus segmentos, ângulos internos, diagonais e propriedades.

**Figura 09: Resposta das perguntas feitas sobre a função construída no Geogebra (figura 06)**



**Fonte: Produzida pelos alunos durante a atividade (Dupla E), 2014.**

### 3. Considerações finais

Na pesquisa aqui apresentada foi possível fazer uma breve introdução às TDICs, como sua aplicação de forma prática e consciente. Apresentamos os benefícios promovidos por estas ferramentas aos docentes, discentes e instituição. Concluímos no decorrer do desenvolvimento da pesquisa o Software Geogebra se mostrou muito eficiente. Observamos que quando o estudo é realizado com a interação do computador, os alunos trabalharam os conceitos matemáticos com mais facilidade. Na resolução das tarefas pudemos examinar as falhas dos alunos e estes puderam manipular, conjecturar e elaborar novos conhecimentos, interpretando com clareza as transformações da função correspondente a ação de seus coeficientes e generalizando as propriedades das formas geométricas planas.

A partir do Geogebra conseguimos alcançar nossos objetivos que era estudar a matemática de forma dinâmica, prazerosa e significativa. Provocar maior entendimento sobre os conceitos abordados através da interação com o software.

Para os alunos e a comunidade acadêmica envolvida nesta pesquisa foi muito significativo o uso do software, uma vez que através dele puderam experimentar a matemática em um formato não convencional, numa linguagem bem usual dos jovens. Durante a realização das tarefas os alunos puderam sanar suas dúvidas, deste modo pudemos constatar a eficácia das TDICs como ferramenta educacional em prol do ensino e aprendizagem da matemática.

Neste sentido, os recursos tecnológicos, instigam a curiosidade e despertam o interesse, transformando o aluno em protagonista na construção do conhecimento.

O Geogebra é uma ferramenta que agrega metodologia e conhecimento, e sua prática apresenta excelentes resultados no estudo da matemática, assim como as TDICs que estão disponíveis à educação. Esperamos que esta pesquisa inspire professores e instituições em suas práticas pedagógicas e que aliadas às tecnologias educacionais, possam tornar o processo de ensino e aprendizagem da Matemática, mais significativo e prazeroso.

## Referências

- PERRENOUD, Phillipe. **10 novas competências para ensinar**. Porto Alegre: Artmed, 2000.
- FREIRE, Paulo. **Pedagogia do oprimido**. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 2005.
- LÜDKE, Menga; ANDRÉ, Marli E.D.A. **Pesquisa em Educação: Abordagens qualitativas**. São Paulo: EPU, 1986.
- SILVA, Willian Ribeiro da. **Aplicação do Geogebra no estudo de funções quadráticas**. Pará de Minas, 2013.
- ARANHA, Maria Lúcia de Arruda. **Filosofia da Educação**. 3. ed. São Paulo: Moderna, 2006.
- PRESNKY, Marc. **Nativos digitais , imigrantes digitais**. NBC University Press, vol. 9.n.5, 2001.
- CHEVALLARD, Yves; BOSCH, Mariana; GASCÓN, Josep. **Estudar Matemática: o elo perdido entre o ensino e a aprendizagem**. Porto Alegre. Artmed, 2001.
- GASPERETTI, Marco. **Computador na educação: guia para o ensino com as novas tecnologias**. São Paulo: Esfera, 2001.
- PARRA, Cecília; SAIZ, Irma; et.al. **Didática da matemática: reflexões psicopedagógicas**. Porto Alegre: Artes Médicas, 1996.
- BICUDO, Maria A.V; BORBA, Marcelo de Carvalho. **Educação matemática: pesquisa em movimento**. São Paulo: Cortez, 2004.
- BORBA, Marcelo de C. M. G. Penteado. **Informática e Educação Matemática**. Autêntica, 2001.
- VALENTE, José Armando; FREIRE, Fernanda M. P. **Aprendendo para a vida: os computadores na sala de aula**. São Paulo: Cortez, 2001.
- LARA, Rafael Cunha; QUARTEIRO, Elisa Maria. **Educação para uma geração pós-internet: olhares a partir da formação inicial de professores**. Universidade de Santa Catarina, 2010.
- GROSSI, Márcia G. R; GALVÃO, Reinaldo R. O. **Geração internet, quem são e para que vieram: um estudo de caso**. Cefet, 2013.
- CYSNEIROS, Paulo Gileno. **Informática Educativa**. Uniandes – Lidie, vol 12, No.1, 1999.
- BRASIL. Ministério da Educação e Cultura. **Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Fundamental**. 5ª a 8ª série, Brasília, SEF, 1998.

FROTA, Maria Clara Rezende. **Perfis de entendimento sobre o uso de tecnologias na educação matemática**. FUMARC, 2001.

[www.ufrj.br/emanped/paginas/conteudo\\_producoes/docs.../perfis](http://www.ufrj.br/emanped/paginas/conteudo_producoes/docs.../perfis). Acesso: abri-2015

FROTA, Maria Clara Rezende. Leitura e escrita em Cálculo. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v.13, PP.489-508, 2011.

·  
CHICON, Thays Roberta; FERNANDES, Ivania Maria librelotto; LIMA, Cláudia Santos; MELO, Maria Christina Shettert; NEDEL, Vera Lúcia; WILSMANN, Leomir. **Geogebra e o Estudo da Função Quadrática**. Parada Benito: UNICRUZ- Universidade de Cruz Alta, 2011. Disponível em:

<[http://www.unicruz.edu.br/16\\_seminario/artigos/agrarias/GEOGEBRA%20E%20O%20ESTUDO%20DA%20FUNÇÃO%20QUADRÁTICA.pdf](http://www.unicruz.edu.br/16_seminario/artigos/agrarias/GEOGEBRA%20E%20O%20ESTUDO%20DA%20FUNÇÃO%20QUADRÁTICA.pdf)>. Acesso em: 10 set 2014.

# **TECNOLOGIAS NO ENSINO DE MATEMÁTICA: TRAÇANDO UM PERFIL E ANALISANDO CONCEPÇÕES DE PROFESSORES SOBRE SUA UTILIZAÇÃO EM SALA DE AULA**

**Cristiane Neves Mello<sup>1</sup>**  
**Marli Regina dos Santos<sup>2</sup>**

<sup>1</sup>Universidade Federal de Viçosa/ Departamento de Matemática, cristiane.mello@ufv.br

<sup>2</sup>Universidade Federal de Viçosa/ Departamento de Matemática, marli.santos@ufv.br

## **Resumo**

Neste artigo descrevemos uma pesquisa de iniciação científica (PIBIC/CNPQ) na qual investigamos o uso de tecnologias digitais por professores da Educação Básica. Foram realizados alguns minicursos cujas atividades envolviam o software matemático GeoGebra. O público-alvo dos minicursos foram professores de matemática, e neles, buscamos analisar as interações, compreensões e concepções dos professores sobre o uso das tecnologias digitais no ensino de matemática. Como instrumento de coleta de dados utilizamos a observação participante e questionários que foram preenchidos pelos professores antes e após o minicurso e, como metodologia de pesquisa, baseamo-nos na abordagem qualitativa. Nos questionários buscamos traçar o perfil dos participantes quanto ao uso das tecnologias digitais e compreender os fatores que podem influenciar na ausência desses recursos em sala de aula. Com base nos dados coletados, verificamos que embora ainda existam muitos empecilhos para que os professores utilizem as tecnologias em suas aulas, eles percebem a importância desse recurso em sua prática e a necessidade de adequar suas aulas à essa nova demanda. Percebemos, também, que o processo de inserção das tecnologias no ensino é lento, gradual, envolve empenho e condições estruturais. Por outro lado, a utilização das tecnologias digitais na sala de aula vem ganhando mais espaço no ambiente escolar, fazendo com que o uso fique mais acessível e suas vantagens cada vez mais perceptíveis.

**Palavras-chave:** Tecnologias Digitais; Matemática; Ensino; Formação; Minicurso.

## **INTRODUÇÃO**

Como as tecnologias estão em constante evolução e as pessoas cada vez mais conectadas ao mundo virtual, isso gera consequências para toda a sociedade. O ensino que antes era baseado somente no método tradicional de ensino, quadro e giz, também necessita acompanhar as evoluções tecnológicas que estão surgindo na sociedade. Assim, aulas diferenciadas com o uso das tecnologias digitais passam a ser incorporadas no cenário escolar e, tanto professores como alunos começam a perceber os benefícios do seu uso.

Entendendo à importância do uso das tecnologias no processo de ensino e aprendizagem, foi proposta a realização de uma pesquisa, contando com o apoio do PIBIC/CNPQ (edital 2014), na qual focamos as tecnologias digitais no ensino de matemática. O público-alvo foram professores do Ensino Básico, pois em experiências anteriores percebemos que, em sua grande maioria, esses profissionais não possuem uma formação que os habilita a utilizar os diversos recursos que as tecnologias oferecem.

Decidimos elaborar um minicurso que utilizasse algum software matemático para a capacitação dos professores e, também, para investigarmos a relação dos mesmos com as tecnologias digitais. Escolhemos o GeoGebra, por ser um software que possibilita trabalhar com conteúdos algébricos e geométricos, facilitando a visualização dos alunos sobre o conteúdo que está sendo estudado. Além disso, esse software é gratuito e de fácil acesso.

O foco do estudo foram as interações e opiniões dos professores em relação ao uso das tecnologias no processo de ensino e aprendizagem da matemática. A questão diretriz da pesquisa, inicialmente, foi: Quais as compreensões e concepções dos professores sobre o uso de tecnologias digitais no ensino de matemática e como eles abordam/reelaboram os recursos tecnológicos para serem utilizados nas suas aulas? Mas devido ao curto espaço de tempo para realização do estudo, atentamos apenas para as compreensões dos professores quanto ao uso de tecnologias.

Com esta questão em foco, podemos destacar alguns objetivos: traçar um perfil de professores das escolas públicas participantes quanto ao uso de tecnologias no ensino de matemática; analisar as concepções dos professores quanto ao uso de tecnologias, visando entender os motivos que levam (ou não) ao uso em sua prática docente; apresentar aos professores atividades investigativas com o GeoGebra, passíveis de serem utilizadas em sala de aula; compreender quais fatores influenciam no uso de tecnologias em sala de aula e quais ações poderiam contribuir para a inserção desse recurso no ambiente escolar.

Definida a questão diretriz e os objetivos do estudo, elaboramos as atividades que seriam realizadas no minicurso, bem como os instrumentos de coleta a fim de responder ao nosso questionamento.

Buscando entender melhor o porquê da necessidade de novas práticas pedagógicas, e em especial da importância de se utilizar as tecnologias digitais nas aulas, apresentamos uma breve discussão teórica na qual analisamos a evolução do processo educacional, para entendermos melhor o cenário atual em que as escolas se encontram e suas demandas.

## **O USO DE TECNOLOGIAS NO ENSINO**

Desde quando a humanidade se atenta ao processo de educação, ocorreram muitas mudanças buscando um ensino mais dinâmico e significativo, por meio de diversos recursos e abordagens. Quando a sociedade era praticamente agrícola, somente os filhos de famílias ricas possuíam mentores que eram contratados para educar um pequeno grupo de pessoas (VALENTE, 1999, p.35). Contudo, com o processo de industrialização, surge a necessidade de se ter pessoas qualificadas para operar as máquinas e, conseqüentemente, o modo como as escolas educavam seus alunos foi influenciado, o ensino começa a ser baseado em mecanizar o processo de aprendizagem e “empurrar” informações e soluções dadas como únicas.

Percebe-se que ainda hoje existem características dessa forma de ensino no ambiente escolar, o que gera duras conseqüências para a qualidade da aprendizagem. O professor explica o conteúdo e espera que o aluno assimile a informação e faça uso correto dela, ou seja, o aluno é passivo no processo de aprender e acrítico quanto às informações que recebe.

O modelo baseado na aprendizagem mecânica vem sofrendo severas críticas. Surge então a necessidade de se aprimorar o processo educacional, considerando mudanças tanto nas ações dos alunos, como também na dos professores. Espera-se que os alunos sejam críticos, reflexivos, capazes de relacionar os conteúdos estudados às situações do cotidiano, trabalhem em grupo de forma harmoniosa e organizada (alcançando objetivos individuais e coletivos) e sejam mais autônomos na construção do seu conhecimento. Quanto aos



professores, espera-se que sejam mediadores do processo de ensino e aprendizagem, incentivando seus alunos a pensar, investigar, criar e se expressar. Para isso é necessário que busquem metodologias que os auxiliem nessa tarefa e, conseqüentemente, tornem o ensino mais interessante, dinâmico e prazeroso.

Dentre as metodologias que os professores podem adotar, vamos destacar as tecnologias digitais (TD), que de acordo com Ribeiro, são formadas por:

*uma imagem, um som, um texto ou a convergência de todos eles, que aparecem para nós na forma final da tela de um dispositivo digital na linguagem que conhecemos (linguagem fixa ou em movimento, som, texto verbal), são traduzidos em números, que são lidos por dispositivos variados, que podemos chamar, genericamente, de computadores [...](RIBEIRO, A.E. Tecnologia Digital<sup>1</sup>).*

Dentre as TD mais conhecidas e utilizadas no âmbito da educação, podemos citar: computador, televisão, internet, tablet, celular, dvd, etc. Por meio desses dispositivos pode-se ter acesso a diversas possibilidades educacionais, tais como jogos virtuais, animações, softwares, vídeos, filmes, objetos educacionais, dentre outros que podem ser utilizados pelo professor em sala de aula.

No contexto atual, os alunos desde sua infância estão em constante contato com o mundo tecnológico, o que acaba por dar a essa geração uma nova identidade, denominada por Barreto & Nascimento (2014, p.245) de *nativos digitais*. Ao se explorar esse aspecto dessa nova geração de alunos, o uso das TD nas aulas pode tornar o ensino mais atrativo e os professores podem lançar mão desses recursos em sua prática, considerando que o ensino deve evoluir acompanhando o desenvolvimento tecnológico em que a sociedade se encontra.

Essa afinidade dos nativos digitais com as tecnologias faz com que a maioria dos alunos possuam um domínio do recurso maior que o do próprio professor. Este aspecto pode ter diferentes conseqüências para o processo de inclusão de tecnologias em sala de aula: por um lado, pode resultar em uma maior interação entre os alunos e o professor, por outro, pode acarretar no receio dos professores em não conseguir solucionar problemas próprios ao uso das tecnologias, fazendo com que se sintam constrangidos diante do aluno.

Aspectos como incerteza e imprevisibilidade, geradas num ambiente informatizado, podem (ou deveriam) ser vistos como possibilidades para o desenvolvimento do aluno e do professor e para o enriquecimento das situações de ensino e aprendizagem.

A inserção de TD no ensino leva ao surgimento de um novo tipo de aluno, o aluno investigador, que necessita de um novo tipo de professor, o instigador. Nesse novo cenário, o professor deve estar conectado a tudo o que está acontecendo ao seu redor, deve saber para além da sua própria disciplina e estar aberto para novas aprendizagens. De acordo com Kenski (2005, apud DORSA, 2009, p.179), o saber sólido e imóvel não existe mais. Diploma não é certeza de saber atualizado, já que os saberes devem ser permanentemente reconstruídos. O professor precisa estar em constante formação, por meio de estudos e capacitações para acompanhar a evolução das TD que podem ser úteis no processo de ensino e aprendizagem.

Percebemos que embora o uso das TD nas aulas seja uma tarefa imprescindível, não podemos desconsiderar as inúmeras dificuldades que os professores encontram para implementá-las. Elas podem estar relacionadas à sua formação, que não os preparou para

---

<sup>1</sup> Disponível em: < <http://ceale.fae.ufmg.br/app/webroot/glossarioceale/verbetes/tecnologia-digital> >. Acesso em 05 de março de 2015

utilizar esse recurso, ou mesmo ao ambiente escolar, que em geral não possui equipamentos adequados. Logo, não podemos achar que essa é uma tarefa exclusiva do professor, pois envolve toda a escola, sua estrutura e políticas públicas educacionais.

Apesar das dificuldades de se utilizar as TD, é quase unânime a opinião dos professores quanto à sua importância para o ensino. Segundo Borba e Penteado (2001), a informática permite que a linearidade de raciocínios seja desafiada por novos modos de pensar, baseados na simulação, na experimentação e em “uma nova linguagem” que envolve escrita, oralidade, imagens e comunicação instantânea.

Ao decidir utilizar atividades que envolvam as TD na sala de aula, o professor deve pesquisar e conhecê-las antes de aplicá-las para que esteja familiarizado com elas, a fim de que sua aula seja proveitosa e não apenas diversificada pela inclusão de um novo recurso. É necessário fazer uma leitura crítica das mídias disponíveis que servem de suporte para o uso das TD e ter cuidado para não domesticar o seu uso, ou seja, as atividades devem ser investigativas e envolver diferentes mídias e formas de abordá-las. Aplicar atividades que direcionem os alunos ao mesmo tipo de raciocínio pode fazer com que as aulas fiquem repetitivas e as atividades acabem virando rotina, o que causa desinteresse e não colabora com a aprendizagem de novas habilidades.

Assim, ao investigar o cenário pedagógico relacionado ao uso de TD, muitos são os aspectos e características que devem ser consideradas: a formação do professor, a estrutura do ambiente escolar, os recursos disponíveis, a preparação prévia da turma para utilização do recurso, etc. Por outro lado, também são muitas as dificuldades a serem enfrentadas: falta de tempo do professor em planejar uma aula diferenciada, ausência de estímulo para o uso de TD na sala de aula, entre outros fatores.

Ao focarmos os professores, principalmente das escolas públicas, vemos que as TD nem sempre podem ser utilizadas devido à falta de recursos da escola, falta de apoio de profissionais da área, falta de espaço, elevado número de alunos, falta de capacitação etc. Tudo isso faz com que grande parte dos professores fique na chamada “zona de conforto”, utilizando basicamente o livro didático, quadro e giz para dar sua aula, pois assim “quase tudo é conhecido, previsível e controlável (BORBA e PENTEADO, 2001, p. 56).

Para adentrar por uma “zona de risco” e adotar práticas de ensino diferenciadas na sala de aula, o professor precisa repensar a forma como concebe o processo de ensino e aprendizagem, e passar a enxergar não somente seus alunos como aprendizes, mas, também, a si próprio como um profissional em constante aprendizagem. De acordo com Moran (2007):

*Ao focarmo-nos como aprendizes, muda a forma de ensinar. Se me vejo como aprendiz, antes do que professor, me coloco numa atitude mais atenta, receptiva, e tenho mais facilidade em estar no lugar do aluno, de aproximar-me a como ele vê, a modificar meus pontos de vista (MORAN, 2007, p. 174).*

Nota-se que a educação está passando por mudanças e o professor, ao adaptar sua aula para um novo contexto, deve analisar se os métodos que utilizará contribuirão com o processo de ensino e aprendizagem. Conforme propõem os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN, 1997), as aulas diferenciadas devem ser incorporadas ao discurso pedagógico (aula expositiva e dialogada), mas devemos considerar que o uso de recursos diferenciados não pode ser feito de maneira isolada da explicação do conteúdo pelo professor nem de um propósito mais amplo, ligado à disciplina. Assim, ao adotar métodos diferenciados, deve-se relacioná-los ao conteúdo estudado, buscando atividades investigativas que levem o aluno a construir o seu próprio pensamento.



Portanto, percebemos que a inserção das TD nas escolas é um processo que envolve a escola, os professores, os alunos e toda a comunidade, sendo que todos devem perceber que há uma fusão de responsabilidades entre eles e, para isso, todos têm a sua parcela de colaboração na obtenção do sucesso na formação dos alunos. É preciso, também, mobilizar ações políticas que garantam que essa inserção das TD seja possível e se mantenha.

Com base no cenário apresentado quanto ao ensino e ao uso de TD pelos professores em sala de aula, apresentamos a seguir os procedimentos de pesquisa realizados a fim de compreender como os professores avaliam o uso de tecnologias no ensino de Matemática. Destacamos o minicurso, os instrumentos de coleta e a análise dos dados.

## **METODOLOGIA E PROCEDIMENTOS DE PESQUISA**

O trabalho de pesquisa que originou este artigo passou por várias etapas até chegarmos ao interesse principal da pesquisa que foi o de analisar a forma como professores da Educação Básica compreendem o uso de tecnologias, seus anseios e dificuldades quanto ao uso desse recurso, bem como suas expectativas no ensino junto aos seus alunos.

Foi elaborado um minicurso no qual foram propostas algumas atividades investigativas por meio do software GeoGebra. O foco principal foi a introdução dos comandos básicos do software, por meio de uma apostila que foi confeccionada para que os professores pudessem utilizar com seus alunos, sendo que possuía uma linguagem clara e objetiva.

Quanto à abordagem de pesquisa, o foco foi o de desenvolver uma pesquisa de base qualitativa. Escolhemos esse tipo de pesquisa, pois “[...] nos fornecem informações mais descritivas, que primam pelo significado dado às ações” (BORBA e ARAÚJO, 2013, p.25). Bogdan e Biklen (1994) explicam que na pesquisa qualitativa: a fonte direta de dados é o ambiente natural, constituindo o investigador o instrumento principal; os investigadores interessam-se mais pelo processo do que pelos resultados ou produtos, tendem a analisar seus dados de forma indutiva; e o significado é de importância vital para a pesquisa.

O planejamento das ações a serem desenvolvidas foi feito sem um grau de estruturação muito rígido, para que pudesse ser alterado a qualquer momento, de acordo com o que fosse surgindo. Vamos descrever o trabalho exatamente como foi planejado, pois a medida que foram sendo desenvolvidas determinadas ações novas ideias foram surgindo e, também, novos métodos de análise.

Para que as ações de formação fossem realizadas, estabelecemos um trabalho colaborativo com o projeto de extensão *Professor informatizado - Uma inclusão digital* e com o Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência (PIBID) da Universidade Federal de Viçosa (UFV).

Como o projeto de extensão já existia, seus bolsistas haviam elaborado um material que explicava os comandos básicos do GeoGebra o qual possuía algumas atividades para serem utilizadas na sala de aula. Vale destacar que, apesar do foco na formação de professores, nossos objetivos eram diferentes do projeto de extensão, pois o objetivo deste era informatizar os professores utilizando as tecnologias digitais – mais especificamente o computador e o software GeoGebra - e o da pesquisa era analisar como o professor participante utilizaria os recursos tecnológicos na sua aula, além de observar suas concepções e compreensões sobre o uso das TD no processo de ensino e aprendizagem.

Foram desenvolvidos quatro minicursos de capacitação sobre o GeoGebra com o apoio do projeto de extensão, sendo que a participação de todos os envolvidos foi de

extrema importância para adequações e ajustes. Vale destacar que as análises apresentadas neste texto focam apenas um dos minicursos, o último, que ocorreu em parceria com o PIBID, envolvendo uma das escolas do programa, como também, alguns licenciandos e a coordenadora.

O material utilizado foi o que havia sido elaborado pelos alunos do projeto de extensão, sendo feitas algumas melhorias a cada minicurso, visando atender às necessidades observadas.

Nos primeiros minicursos, a nossa análise baseava-se apenas nas observações feitas pelos ministrantes. Como muita informação se perdia, pois os métodos de registro utilizados eram muito limitados, antes de realizar o último minicurso (foco desta pesquisa) desenvolvemos questionários diagnósticos para conhecer melhor os participantes, bem como suas expectativas, opiniões sobre o uso de tecnologias na sala de aula, dificuldades, etc. Foram elaborados dois questionários, um questionário prévio e outro para ser entregue aos professores após a realização do minicurso.

Desta forma, apesar de terem sido realizados quatro minicursos, focaremos na análise apenas no último, pois como fomos aprimorando os métodos de análise ao decorrer dos quatro minicursos, este último foi o único em que foram utilizados os dois questionários mencionados como forma de coleta de dados.

No questionário prévio havia perguntas pessoais sobre os professores, sobre sua formação, atuação profissional, relação com o computador, com a internet, etc. Entregamos este questionário antes de iniciar o minicurso, explicando aos professores que não eram obrigados a respondê-lo e que aqueles dados coletados fariam parte de um trabalho de pesquisa e seriam importantes para traçar as características dos professores participantes do minicurso. Para que o questionário prévio não se tornasse muito extenso e cansativo, possuía somente questões objetivas e optamos por interrogar sobre a opinião dos participantes no questionário pós minicurso. Neste perguntamos a opinião dos mesmos sobre o minicurso, pedimos sugestões sobre o conteúdo apresentado e sobre a abordagem, além de incluir duas questões relacionadas ao uso de tecnologias – tema principal deste trabalho. Perguntamos também, a opinião dos mesmos sobre como as tecnologias podem influenciar no ensino dos conteúdos matemáticos e quais as maiores dificuldades com as quais os professores se deparam quando decidem utilizá-las. Como essas questões envolvem muitos aspectos, podendo as respostas serem das mais variadas possíveis, optamos pela forma discursiva, para não influenciar na opinião dos participantes a fim de que se sentissem a vontade para responder o que desejassem.

Desta forma, os nossos instrumentos de coleta de dados foram basicamente a análise descritiva do minicurso, por meio do diário de campo e dos questionários. Recorremos aos registros feitos nos minicursos, sobre a reação dos participantes quanto às dificuldades nas atividades, sobre quais atividades tiveram mais dúvidas, as sugestões apresentadas tanto sobre o minicurso como sobre atividades que poderiam ser desenvolvidas com os alunos, além de observar a empolgação ou desinteresse com relação ao que estavam desenvolvendo.

Por meio das repostas e das descrições coletadas, apresentamos, a seguir, uma análise qualitativa dos dados, direcionados pela nossa questão diretriz, que visa analisar as compreensões e concepções dos professores sobre o uso de tecnologias digitais no ensino de matemática, por meio dos instrumentos apresentados.

## **RESULTADOS E ANÁLISE DOS DADOS**

O minicurso analisado ocorreu em uma escola pública de um município vizinho à Viçosa/MG. Foi ministrado pela estudante responsável pela pesquisa, com o auxílio da orientadora. Participaram do minicurso quatro professores da própria escola, um professor de outra escola do mesmo município e sete bolsistas de iniciação a docência que atuam na escola. Participaram também, como convidados, a professora coordenadora do PIBID de matemática, uma bolsista do projeto da OBMEP (Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas) e três alunos do terceiro ano, que manifestaram interesse ao saber do minicurso.

Como sujeitos dessa pesquisa, consideramos apenas os professores em atuação. Dentre eles, havia dois professores e três professoras de matemática. Ainda que o número de professores participantes não tenha sido expressivo, destacou-se a grande diversidade entre eles com relação ao uso do computador e, mais especificamente, ao software GeoGebra.

Considerando que os professores poderiam não conhecer o software e que todos os bolsistas do PIBID o conheciam, no início do curso solicitamos aos bolsistas que auxiliassem os professores ao longo das atividades.

Em relação à afinidade com o uso do computador, as maiores divergências ocorreram entre os dois professores, já que um deles demonstrou ter facilidade no desenvolvimento das atividades, sempre se adiantando em relação aos demais, e o outro possuía muita dificuldade, inclusive na manipulação do computador. Pela análise dos questionários e conversas que tivemos, pudemos constatar que o primeiro já conhecia o software e, como era um professor mais novo e interessado pelo tema, talvez isso tenha contribuído na facilidade ao realizar as atividades com o GeoGebra. Já o outro professor, desde o início manifestou dificuldades no manuseio do *mouse* e do teclado e quase nenhuma afinidade com a interface do software, mas vale destacar que seu empenho foi muito grande. Dentre os participantes, este professor era o mais velho do grupo e, ao analisar os questionários respondidos por ele, constatamos que raramente utilizava o computador no seu cotidiano, o que pode ter contribuído com as dificuldades constatadas. Para que as dificuldades não interferissem no desenvolvimento das atividades, um bolsista do PIBID acompanhou esse segundo professor durante todo o minicurso, ajudando-o quando necessário. Assim, notamos que ele conseguiu desenvolver a maioria das atividades propostas, além de demonstrar entusiasmo quando as finalizava, sempre interagindo com o bolsista.

Uma das três professoras participantes era supervisora do PIBID na escola e já havia realizado o minicurso quando o mesmo foi oferecido para o PIBID da Matemática da UFV. Apesar disso, como já havia um certo tempo que este havia sido realizado, ela optou por desenvolver novamente as atividades propostas e, mesmo tendo uma certa facilidade, em alguns momentos solicitava ajuda para resolver algumas atividades. Quanto às outras duas professoras, notou-se também uma diferença considerável entre elas: ambas manuseavam bem o computador, porém, uma, mesmo não tendo tanta afinidade com o software, conduzia corretamente as atividades, já a outra possuía grande dificuldade no manuseio da interface do programa bem como na interpretação do que era solicitado.

No decorrer do minicurso, surgiram algumas dúvidas que foram sanadas pela ministrante, pela orientadora, ou mesmo pelos bolsistas do PIBID.

Como havia pessoas de vários níveis participando (alunos do ensino médio, graduandos e professores), os ritmos de trabalhos foram bem diversos. Percebemos que, embora a maioria dos pibidianos presentes tenha participado ativamente do minicurso, seja ajudando os professores ou mesmo realizando as atividades propostas, alguns bolsistas não desenvolveram as atividades ou não demonstraram muito interesse em realizá-las. Consideramos que o fato de a maioria conhecer e manipular bem o software pode ter

influenciado nessa postura e que os bolsistas não compreenderam o principal objetivo do minicurso e de sua participação, que era o de lhes apresentar uma proposta para o uso de tecnologias na Educação Básica que eles pudessem adequar e utilizar em sala de aula com seus alunos. Notamos também, que a participação dos alunos do ensino médio foi muito ativa e que eles manifestaram muito interesse em conhecer mais sobre o software.

Voltando nossa atenção aos sujeitos desta pesquisa, a participação e envolvimento dos professores foi muito particular. Embora cada professor possuísse um ritmo diferente, seja pela sua familiaridade com o uso do computador, pelo não conhecimento do software ou até mesmo por não recordar os conteúdos que eram abordados nas atividades, todos conseguiram realizar as diferentes atividades propostas. Com a ajuda dos pibidianos, da coordenadora e da ministrante, eles puderam sanar suas dúvidas e também discutir sobre as possibilidades de ensino junto aos seus alunos. Durante o minicurso surgiram muitas ideias e interações interessantes entre os professores, tanto relacionadas à resolução das atividades, quanto à interface do software e suas potencialidades em sala de aula:

*“Até que é tranquilo, não é difícil não, é só questão de treino”;*

*“Nossa, os meninos vão adorar”;*

*“Já vi (o GeoGebra) na graduação, esqueci, mas é bem interativo”;*

*“pode ser proposto aos alunos realizarem algumas atividades no GeoGebra até como forma de teste, né?”.*

Notamos que todos estavam muito comprometidos com as atividades propostas e participaram ativamente, destacando suas dúvidas, trazendo sugestões, vislumbrando ações a serem desenvolvidas com os alunos, etc. Outro destaque foi o clima de amizade e trocas estabelecido, sempre quando realizavam uma atividade se dispunham a ajudar os que ainda não tinham terminado ou os que apresentavam dificuldades.

Destacando o questionário inicial, quanto ao perfil dos sujeitos, que trazia questões relacionadas à prática docente dos professores e ao uso das tecnologias, a maioria dos professores (80%) diz possuir uma carga horária semanal de mais de 20 horas, sendo que alguns disseram trabalhar até 40 horas. A maioria (80%) também disse utilizar o computador e a internet diariamente. Ao serem perguntados sobre o uso pessoal ou pedagógico de softwares matemáticos, todos responderam que não fazem uso de nenhum software. Dentre os Objetos Educacionais que eles utilizam em suas aulas, foram citados: áudios, vídeos, jogos, mapas e experimentos práticos. Quando perguntamos se eles se sentem preparados para utilizar o computador em sala de aula, nenhum dos professores respondeu enfaticamente que sim, apenas dois deles disseram que se sentem parcialmente preparados, mas com algumas restrições.

Percebe-se que o acesso ao uso desses softwares e de atividades com tecnologias ainda não atinge os professores e suas salas de aula, pois como constatamos muitos não utilizam qualquer tipo de recurso informático ou sequer os conhecem. Isso pode estar relacionado à formação inicial dos sujeitos, visto que a adequação de disciplinas com foco na informática nas grades dos cursos de licenciatura é recente. Por outro lado também revela o pouco foco e estímulo para formação continuada de professores. Ao oferecer o minicurso, notamos que realmente o que motivou os professores a participar foi seu interesse próprio, visto que não há nenhum tipo de gratificação para que os professores invistam na sua formação continuada e na sua prática.

Quanto ao questionário pós minicurso este visou compreender a opinião dos sujeitos quanto ao uso de tecnologias no ensino. Por possuir somente questões discursivas, optamos por selecionar algumas das respostas obtidas, seja por chamarem mais a atenção ou por ter grande recorrência. Ao serem indagados sobre as contribuições do minicurso para suas futuras aulas, os professores afirmaram:

*“Contribui muito, tornando as aulas mais interessantes, enriquecedora tanto para o aluno quanto professor”;*

*“Acredito também que, pelo dinamismo proporcionado [...] podem contribuir para transformar o caráter “estático” e excessivamente teórico da matemática, no sentido de levar os alunos para outros ambientes da escola”.*

Em relação ao minicurso, pedimos sugestões, tanto para a abordagem dos ministrantes quanto para as atividades e conteúdos que eles gostariam que fossem explorados em outros minicursos. Dentre as respostas, se destacaram:

*“[...] Sugestões para o ensino fundamental: 6 e 7 anos – Construção de ângulos e polígonos; 8 ano – Propriedades dos paralelogramos e semelhança de triângulo e 9 ano – Relações Trigonométricas nos triângulos Retângulos e cálculos de áreas e perímetros”;*

*“Ter mais cursos como esse abordando mais conteúdos da matemática e Geometria”;*

*“Gráfico de funções (1 e 2 graus)”;*

*“Ter mais cursos, com diversos conteúdos e mais tempo de duração”.*

Além dessas perguntas havia outras duas sobre o uso de tecnologias. Na primeira, perguntamos de que maneira o uso de tecnologia poderia influenciar no ensino e aprendizagem da matemática. Os professores apontaram que:

*“Os alunos acham interessante manusear os equipamentos tecnológicos e os recursos são atrativos e imediatos”;*

*“Metodologia diferente, apresentação de modelos diferentes, ou seja, uma maior opção de desenhos. A visualização do aluno sobre o conteúdo ensinado é muito maior”;*

*“O uso da tecnologia pode servir como elemento de aproximação e motivação entre a matemática, o professor e o discente, uma vez que a tecnologia já faz parte da vida do docente e do aluno e pode fazer parte também da matemática”.*

Na última pergunta, questionamos sobre o que dificulta o uso de tecnologias em sala de aula. Eles destacaram:

*“As condições dos equipamentos tecnológicos, o tempo reduzido das aulas, o excesso de conteúdos a serem trabalhados, uma vez que a abordagem feita com o uso de tecnologia exige uma posterior abordagem teórica”;*

*“Salas muito cheias (40 alunos). O professor sozinho para ministrar essas aulas (é preciso da ajuda de monitores, acho que o professor sozinho não dá conta pelo número de alunos que é muito).”;*

*“o número de alunos por turma (40 alunos), alunos indisciplinados”;*

*“Número de alunos em sala de aula, falta de monitores para auxiliarem os professores, formação do professor”.*

Assim, voltando à questão diretriz desse estudo, *“Quais as compreensões e concepções dos professores sobre o uso de tecnologias digitais no ensino de matemática?”*, de acordo com as respostas dos nossos sujeitos, notamos que a maioria percebe que o uso de tecnologias no ensino de matemática só tem a contribuir positivamente no processo de ensino e aprendizagem e no interesse dos alunos pela disciplina, considerando o seu potencial dinâmico e investigativo. Destaca-se que com o uso das tecnologias nas aulas há uma maior aproximação dos alunos aos conteúdos estudados e dos professores aos alunos por meio das interações possíveis.

Embora destaquem as potencialidades da informática no ensino, a maioria dos professores ainda não se sente preparada para utilizar atividades que envolvam as tecnologias em suas salas de aula, seja pela sua falta de preparação, pelo número elevado de alunos, pela falta de um monitor e até mesmo pela falta de tempo. Portanto, percebemos que ainda existe um grande receio e também uma grande expectativa, por parte dos professores, quanto ao uso e envolvimento de seus alunos nas aulas com tecnologias.

Percebemos que as dificuldades relativas ao uso do software e à sua implementação em salas de aula com número elevado de alunos, faz com que os professores não se arrisquem a tentar desenvolver tais atividades em sua prática. Nota-se certa resistência dos professores em tentar implementar suas aulas, seja utilizando o material proposto ou adaptando-o à realidade de suas turmas. Ressaltamos que não consideramos que essa resistência ocorra e possa ser resolvida apenas no âmbito da prática dos professores, é necessário investir em estrutura física e humana, bem como na capacitação continuada dos professores e em melhorias nas condições de trabalho, para que, assim, possam se arriscar e analisar, por si próprios, os desafios e possibilidades que as tecnologias podem proporcionar para o ensino de Matemática.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

Embora a cidade de Viçosa seja conhecida pela excelência no Ensino Superior (UFV), ao nos voltarmos para a realidade das escolas públicas da cidade e região, notamos que o Ensino Básico está muito aquém desse cenário que podemos observar no âmbito da universidade. Esta, infelizmente, é uma realidade presente em muitos municípios quando comparamos o Ensino Superior público e a Educação Básica pública. Torna-se urgente pensar em melhorias, tanto na estrutura e equipe, como também nas práticas pedagógicas dos professores, a fim de diminuir o abismo entre esses níveis de ensino. Trata-se de valorizar a formação docente (inicial e continuada) e as condições de trabalho.

Assim, ao tentar compreender a relação dos professores com as tecnologias, buscamos também trazer indícios de ações que possam contribuir com a prática docente e com a qualidade do ensino de Matemática. Notamos que muitas ações devem ser priorizadas: a valorização docente, maior tempo para preparação de suas aulas, estrutura adequada, etc.

Desta forma, após a realização da pesquisa e das análises, notamos que minicursos de capacitação são importantes para a prática docente dos professores, pois tornam-se um momento em que eles podem se atualizar e aprender atividades diferenciadas, para serem utilizadas nas suas futuras aulas. Além disso, o contato com as tecnologias de certo modo contribui para que eles se interessem e descubram outras mais. É importante que o professor tenha a compreensão de que é também (e sempre será) um aprendiz, e, como as tecnologias estão constantemente evoluindo, sendo que sua prática também deve caminhar num ritmo em direção às novas aprendizagens proporcionadas por elas.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ARAÚJO, J. L. Tecnologia na sala de aula: desafios do professor de matemática. In: Encontro Educação Matemática de Ouro Preto, 3, 2005, Ouro Preto. **A Educação Matemática para o exercício da cidadania**. Ouro Preto: UFOP, 2005, p. 356-365. CD-ROM.



BARRETO, M. F. T.; NASCIMENTO, F. C. Jogos digitais na educação infantil. In: BICUDO, M. A. V. **Ciberespaço**. São Paulo: Livraria da Física, 2014. 245 – 277.

BOGDAN, R.; BIKLEN, S. Investigação qualitativa em educação: uma introdução à teoria e aos métodos. In: BORBA, M.C.; ARAÚJO, J.L. **Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática**. 5ª edição. Belo Horizonte: Autêntica, 2013.

BORBA, M. C.; ARAÚJO, J. L. **Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática**. 5 edição. Belo Horizonte: Autêntica, 2013.

BORBA, M. C.; PENTEADO, M. G. **Informática e Educação Matemática**. 5 edição. Belo Horizonte: Autêntica, 2012.

BORBA, M. C.; SILVA, R. S. R.; GADANIDIS, G. **Fases das tecnologias digitais em Educação Matemática**. 1 edição. Belo Horizonte: Autêntica, 2014.

KENSKI, V.M. Tecnologias e ensino presencial e a distância. 2005. In: DORSA, A. C. **O Texto e as Práticas Textuais e Discursivas Presentes em uma Disciplina na Modalidade a Distância**. Polifonia, Cuiabá, n. 17, p. 175-187. 2009.

LIMA, E. H. M. **As Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação (TDICs) na prática docente**. Disponível em: < [http://www.ufvjm.edu.br/prograd/regulamento-doscursos/doc\\_download/787-tdics-na-pratica-docente-eduardo-henrique-m-lima.html](http://www.ufvjm.edu.br/prograd/regulamento-doscursos/doc_download/787-tdics-na-pratica-docente-eduardo-henrique-m-lima.html) > Acesso em: 21 de setembro de 2014.

MORAN, J. M. Novos desafios para o educador. In: **A educação que desejamos: Novos desafios e como chegar lá**. Campinas: Papirus, 2007. p.174.

RIBEIRO, A. E. **Tecnologia Digital**. Disponível em: < <http://ceale.fae.ufmg.br/app/webroot/glossarioceale/verbetes/tecnologia-digital> >. Acesso em 05 de março de 2015.

SOUZA, J.T; MANRIQUE, A.L. Um estudo sobre o uso pedagógico das tecnologias em cursos de Licenciatura em Matemática. In: Congresso Nacional de Educação EDUCERE, 8, 2008, Curitiba. **Formação de Professores**. Curitiba: Champagnat, 2008, p. 1-12

VALENTE, J. A. Mudanças na sociedade, mudanças na educação: o fazer e o compreender. In: VALENTE, J. A.; FREIRE, F. M. P.; ROCHA, H. V.; D'ABREU, J. V.; BARANAUSKAS, M. C. C.; MARTINS, M. C.; PRADO, M. E. B. B. **O computador na sociedade do conhecimento**. 1ª edição. Campinas: NIED/UNICAMP, p. 31- 44. 1999.

# UM CURSO DE MATEMÁTICA FINANCEIRA PARA INDIVÍDUOS-CONSUMIDORES

Dejair Frank Barroso<sup>1</sup>  
Marco Aurélio Kistemann Junior<sup>2</sup>

## Resumo

Nesta comunicação, discutiremos algumas questões desenvolvidas em nossa pesquisa de mestrado intitulada: Uma Proposta de Curso de Serviço para a Disciplina Matemática Financeira: Mediada pela Produção de Significados dos Estudantes de Administração, inserida no Grupo de Investigação Financeiro-Econômica (GRIFE) da UFJF, liderado pelo professor Dr. Marco Aurélio Kistemann Jr.. Apresentaremos nossa análise da experiência de repensar o ensino da matemática financeira para discentes da área de humanas de uma Instituição Superior de Ensino de Minas Gerais. Nosso objetivo é o de sugerir a importância de promover mudanças na maneira de lecionar a disciplina matemática financeira, promovendo a reflexão da sociedade líquido-moderna de consumidores caracterizada pelo sociólogo Zygmunt Bauman, por meio de situações-problema que façam uso dos objetos financeiro-econômicos (cartão de crédito, empréstimos pessoais, financiamentos e aplicações). Finalizando, apresentamos a análise de uma situação-problema à luz do Modelo dos Campos Semânticos (MCS) de Romulo Campos Lins e proposto na pesquisa e Kistemann Jr. (2011). Guiados por essa leitura, percebemos que a disciplina matemática financeira com foco apenas no conteúdo, não oportuniza os estudantes a tomarem suas decisões de compra e investimento, com criticidade.

**Palavras-chave:** Educação Matemática Financeira; Curso de Serviço; Sociedade de Consumo; Produção de Significado.

## 1. Introdução

O que pretendemos discutir neste artigo é parte de nossa pesquisa de dissertação de mestrado: “Uma Proposta de Curso de Serviço para a Disciplina Matemática Financeira Mediada pela Produção de Significados dos Estudantes de Administração”, inserida no grupo de pesquisa GRIFE (Grupo de Investigação Financeiro-Econômica da UFJF), liderado pelo Professor Dr. Marco Aurélio Kistemann Jr., que investigou sobre a possibilidade de mudanças na disciplina matemática financeira e na criação de uma disciplina que esteja voltada para a formação crítica de futuros administradores (não matemáticos) na sociedade líquido-moderna. A questão que orientou o estudo é: “Que significados são produzidos pelos alunos na disciplina Matemática Financeira do curso de Administração de uma Instituição Superior de Ensino de Minas Gerais quando lidam com situações-problema de consumo?”

Obviamente, nossa questão procura identificar elementos constitutivos que poderiam ser incorporados a disciplina de matemática financeira em oposição à formação presente no

---

<sup>1</sup> Fundação Educacional São José – FESJ/MG, e-mail: dejairbarroso@hotmail.com

<sup>2</sup> Universidade Federal de Juiz de Fora – UFJF/MG, marco.kistemann@ufjf.edu.br



chamado Ensino Tradicional Vigente (ETV) (Silva, 2011) nos cursos superiores de Administração.

Nosso objetivo é propor diretrizes para um curso de serviço, direcionado para o público dos cursos de Administração e Economia, que contemple a reflexão da sociedade líquido-moderna de consumidores.

A expressão “Curso de Serviço” aparece, por exemplo, em Barbosa (2004) e Silva (2011), estaremos usando, ao longo do texto, com o seguinte sentido: atender a necessidade do ensino de Matemática para não matemáticos, ou seja, examinar com alguma profundidade como a Matemática Financeira pode contribuir com a formação do futuro profissional de Administração.

Caracterizamos nossa pesquisa como sendo de cunho qualitativo, pois nossa intenção é descrever e interpretar o objeto de estudo em seu contexto contemporâneo, numa tentativa de compartilhar significados com os outros.

Segundo Moreira e Caleffe (2006), o pesquisador interpretativo sabe que o processo de pesquisa, desde o momento de sua concepção até a sua finalização, é uma interação dialética contínua, análise, crítica, reiteração, reanálise e assim por diante, levando a uma construção articulada do caso.

Seguindo essas orientações metodológicas, iniciamos nossa pesquisa de campo no segundo semestre de 2011, numa turma do curso de Administração de uma Instituição Superior de Ensino de Minas Gerais, durante as aulas da disciplina matemática financeira, cujo professor foi também o pesquisador.

Durante quatro meses a nossa preocupação foi produzir descrições adequadas do contexto educacional e análises que enfatizem e expliquem a necessidade de reorganização do curso de matemática financeira.

Propusemos durante todo transcorrer do curso algumas situações-problema relacionadas com o conteúdo programático da disciplina, para observarmos os *modus operandi* das escolhas dos alunos, por exemplo, se a forma de pagamento à vista é equivalente a dez pagamentos iguais sem juros e que objetos escolhiam para fazer suas afirmações. Cada situação-problema foi impressa e aplicada dentro de sala de aula individualmente, sem aviso de data, com duração pré-estabelecida e recolhida ao final desse tempo. Ao aluno ausente era dada uma nova oportunidade de fazer, mas separadamente, em outra sala, a fim de evitar a influência dos colegas em seus registros.

Todo material produzido nesses quatro meses da pesquisa de campo contribuíram para que pudéssemos fazer a leitura plausível dos significados produzidos pelos dezessete alunos da turma diante das resoluções das situações-problema que realizaram.

As transcrições dessas situações-problema revelaram evidências substantivas para responder aos nossos questionamentos nesta pesquisa; por exemplo, estudar Matemática Financeira, simplesmente aplicando fórmulas ou fazendo cálculos por meio da calculadora financeira HP-12C, não auxilia o aluno a produzir uma reflexão sobre como esses resultados podem afetar sua escolha e tomada de decisão. Para Kistemann Jr. (2011, p. 43), “cada cidadão deve ter possibilidade de ler e produzir significado acerca das ferramentas que regem as ações e transações econômicas, para que possa escolher que decisão deve tomar”.

A revisão de literatura que desenvolvemos sobre o tema Educação (Matemática) Financeira evidenciou que esse é um dos temas menos pesquisados em Educação Matemática. Possivelmente, talvez, porque até aqui a disciplina Matemática Financeira não é vista como importante nas licenciaturas de Matemática, e também, não faça parte do conteúdo obrigatório do ensino básico. Porém, identificamos alguns estudos e reflexões sobre a temática no Brasil, na direção de nossos interesses, nas pesquisas de Kistemann Jr

(UNESP/Rio Claro, 2011), Novaes (UFRJ/2009), Hermínio (UNESP/Rio Claro, 2008), Stefhani (PUC/RS, 2005), Nascimento (PUC/SP, 2004) e Carvalho (UNICAMP/1999).

Na análise de livros didáticos (Ensino Superior), nossa leitura crítica sobre os livros de Matemática Financeira revela que a metodologia abordada pelos seus autores prioriza uma síntese teórica seguida de exemplos resolvidos e exercícios propostos para o aluno. O foco do ensino está em propiciar técnicas e procedimentos para o aluno resolver problemas (ETV). O uso da calculadora financeira ou de planilhas eletrônicas, são apenas ferramentas que agilizam os procedimentos operacionais, mas não estimulam a reflexão dos objetos financeiro-econômicos presentes na sociedade consumista.

Entendemos que a proposta de produção de cursos de serviço é uma oportunidade de mudança nesse quadro tão enraizada em nossa cultura acadêmica. Pois, a nossa prática docente tem indicado exatamente o que as pesquisas acima concluíram: a imersão dos estudantes submetidos ao ensino mecanizado, desprovido de reflexões do cenário econômico e consequentemente a ausência do que pode ser o pensamento financeiro na tomada de decisão para consumir.

## **2. Sociedade Líquido-Moderna de Consumidores**

A característica mais proeminente da sociedade de consumidores de acordo Bauman (2008 a, p. 20), “mesmo que cuidadosamente disfarçada é a transformação das pessoas em mercadoria”.

Percebemos que esta transformação se inicia com o progresso industrial, quando o trabalho humano passa a ser substituído pelo trabalho da máquina e posteriormente, a mente humana é substituída pelo computador, assim inicia-se o caminho da produção ilimitada, e consequentemente o consumo ilimitado.

Esta mudança de comportamento é caracterizada de sociedade pós-moderna, ou seja:

*[...] A velha sociedade moderna engajava seus membros primordialmente como produtores e soldados [...] A norma que aquela sociedade colocava para seus membros era a capacidade e a vontade de desempenhá-los. Mas o atual estágio, pós-moderno, a sociedade moderna tem pouca necessidade de mão de obra industrial em massa e de exércitos recrutados; em vez disso precisa engajar seus membros pela condição de consumidores. (BAUMAN, 1999, p. 88).*

Nessa nova organização social, os indivíduos se tornam ao mesmo tempo promotores de mercadorias e também as próprias mercadorias que promovem, desta forma, é modelado um novo espaço de relações denominado “mercado de consumo”, onde os indivíduos-consumidores<sup>3</sup> são induzidos a seguirem um estilo de vida de conquistas materiais, que julgam prazerosas e dignas de produzir felicidade. Consumir é uma qualidade, “é um jeito de aliviar a ansiedade, porque o que se tem não pode ser tirado”. (FROMM, 1976, p.45).

Esta perspectiva de vida nos conduz a uma sociedade empenhada em adquirir propriedade e obter lucro, valendo o que eu tenho e não o que eu sou. Uma cultura extremamente excludente, onde não há espaço para aceitar as diferenças econômicas e tão

---

<sup>3</sup> O termo indivíduo-consumidor é extraído da pesquisa de doutorado de Kistemann Jr. (2011) e significa um indivíduo que consome algo, que significados produz, quando se depara com um quadro financeiro-econômico e com seus objetos, e que instrumental matemático utiliza (ou não) para tomar suas decisões.

pouco compartilhar o consumo. O que importa para o mercado capitalista é alavancar do pobre o pouco dinheiro ou os ínfimos recursos que dispõe com objetos de consumo, que não são prioridades em sua vida.

Refletindo sobre esta realidade imposta e mascarada na sociedade de consumidores, que é enaltecida pelas campanhas publicitárias e instituições financeiras que promovem a oferta contínua de crédito a jovens e adultos, de modo que estes últimos sejam disciplinados não mais no antigo hábito burguês da poupança em longo prazo, mas na busca de suas satisfações imediatas, sempre que estas estejam ao alcance do digitar das senhas de um cartão de crédito.

Com um cartão de crédito, é possível inverter a ordem dos fatores: desfrute agora e pague depois! Com o “dinheiro de plástico” você tem o poder para administrar sua satisfação, não precisa mais juntar ou ganhar o suficiente para obtê-las, é só desejar, e ainda, pode pagar em 10 vezes sem juros, quanta benevolência!

Vamos refletir sobre o efeito rebote da situação anterior: um indivíduo-consumidor tem um saldo devedor em seu cartão de crédito no valor de R\$ 100,00:

|                     |                        |
|---------------------|------------------------|
| • Em 2 anos deverá  | R\$ 1.878,81           |
| • Em 5 anos deverá  | R\$ 153.005,35         |
| • Em 10 anos deverá | R\$ 234.106.363,03     |
| • Em 15 anos deverá | R\$ 358.195.253.802,61 |

---

Cartão de crédito: juros de 13% ao mês – Fonte: Instituto DSOP de Educação Financeira

Quem não tem senso crítico financeiro, faz isso por sua própria conta e risco, sem se preocupar com o futuro. E com certeza pagará um preço pesado. A satisfação de querer o prazer imediato, não proporciona o gozo desse prazer mais acessível economicamente. Estaremos apenas adiando o momento em que daremos conta dessa triste verdade.

Mas as instituições financeiras não querem fazer dessa situação: “Viva agora, pague depois”, apenas um momento único para lucrarem com o indivíduo-consumidor, elas tem muito mais a oferecer. De acordo com Bauman (2010 c) não há nada de tão ruim que não possa piorar:

*“Para impedir que o efeito dos cartões de crédito e do crédito fácil se reduza a um lucro que o empréstador só realiza uma vez com cada cliente, a dívida contraída tinha de ser (e realmente foi) transformada numa fonte permanente de lucro”. (BAUMAN, 2010, p. 13).*

De fato, aquele indivíduo-consumidor que não pode pagar sua dívida são os clientes preferenciais dos bancos, pois eles não estão interessados em receber nos prazos pré-fixados, não querem seu dinheiro de volta. Novamente são os parceiros que não deixa o cliente na mão, oferecem mais créditos para pagar a dívida antiga e ainda um dinheiro extra - conforme Bauman (2010, p. 14) “alguma dívida extra para realizar novas alegrias”.

### **3. Metodologia e estratégias de ação**

Em todo o processo desenvolvido nos orientamos com base nas premissas do Modelo dos Campos Semânticos (MCS), proposto por Lins (1997) e presente em Kistemann Jr. (2011).

Nosso escopo é examinar que significados são produzidos pelos alunos para os objetos financeiro-econômicos quando lidam com situações-problema de consumo, como fazem suas escolhas e tomam suas decisões na sociedade de consumidores, a fim de elaborarmos um curso de serviço para a disciplina Matemática Financeira na graduação de Administração.

Desta forma, o encaminhamento da investigação se estruturou nas concepções epistemológicas que assumimos com base em nosso referencial teórico. Por exemplo, para nós o conhecimento é entendido nos seguintes termos: “O conhecimento é uma crença-afirmação com uma justificação que me autoriza a produzir aquela enunciação”. (LINS, 1999, p.88).

Fica evidente, que o conhecimento é do domínio da enunciação, e não do enunciado. Nesta investigação considera-se enunciação o ato de enunciar algo a alguém (interlocutor), já enunciado são resíduos de enunciação que nos permite afirmar algumas coisas importantes, as quais precisam ser explicitadas por alguém (interlocutor).

Comungamos com a fala de Kistemann Jr. (2011), que a importância do MCS se manifesta quando propicia ao pesquisador em sua investigação pontuar os objetos com que estão operando os sujeitos e que significados são produzidos para cada um desses objetos. É justamente nesse momento que o modelo revela sua potencialidade de leitura, evidenciando que não há “erro” a ser identificado, e sim, a ausência de leituras plausíveis do conhecimento produzido pelos sujeitos.

Para o MCS a ideia de *objeto* caracteriza-se como sendo qualquer coisa sobre a qual um sujeito está enunciando, por exemplo, taxas de juros ou dinheiro. Quanto a ideia de *significado* no MCS é o que um sujeito efetivamente diz sobre um objeto, quando é estabelecido o contexto de atuação. Entretanto, cabe frisar que “não é tudo que *pode* ser dito (pelo sujeito), já que qualquer dada cultura aceita alguns, mas nunca todos os modos possíveis de produzir significado”. (LINS & GIMENEZ, 1997, p. 143).

O objeto, sobre o qual o sujeito fala, não está previamente constituído, ele é exatamente aquilo que se constitui durante a fala do sujeito a partir de um resíduo de uma enunciação (conceitos, teorias, situações-problema, e tudo mais).

Em decorrência disso, Lins (apud KISTEMANN JR. 2011, p. 176) descreve que, “quem produz uma enunciação sempre o faz na direção de “alguém”, afirmando que se em outros modelos esse alguém “para quem se fala” é caracterizado como um outro, o MCS postula a existência de interlocutores como seres cognitivos, e não biológicos”. Assim, à direção na qual um sujeito produz uma enunciação, vai de encontro com aquilo que ele acredita ser o interlocutor (um outro sujeito), quem é digno de dizer o que ele diz, com a justificação que ele diria. Em outras palavras, o sujeito fala numa direção na qual acredita ser legítimo falar, e conseqüentemente se faria compreendido.

#### **4. Curso de Serviço: tematizando uma situação-problema**

Para atender a necessidade do ensino de Matemática para não matemáticos, foram idealizados os cursos de serviço, cujo objetivo é examinar com alguma profundidade como a Matemática pode contribuir para a formação do futuro profissional.

Podemos então, começar a pensar, em desenvolver a Matemática Financeira para o curso de Administração, como uma proposta de Educação Matemática que se comprometa pela reflexão e crítica dos conceitos financeiro-econômicos.

No Brasil, o setor financeiro é tão vasto e amplo como em qualquer país desenvolvido. Os conceitos de valor presente e valor futuro afetam desde o mais simples cidadão até o empresário mais bem-sucedido. Ambos irão se defrontar com elementos que

interferem com sua renda, seu consumo e, conseqüentemente, sua poupança deve ser protegida ao longo dos tempos. Apesar de não convivermos mais com as altas taxas inflacionárias crônicas, ainda sim, a economia é afetada pelas sucessivas flutuações nas taxas de juros.

Esse cenário de conflitos sinaliza a necessidade de reflexão para tomada de decisão, e isso, não significa apenas fazer contas. Segundo Samanez (2002, prefácio), “o cálculo financeiro e a análise de investimentos são atualmente ferramentas essenciais na tomada de decisões e na gestão financeira das empresas e das pessoas”. De fato, o desconhecimento desse ferramental pode resultar em um custo muito alto, pois decisões desprovidas de embasamento geralmente se traduzem em perdas financeiras e custos altos.

Analisemos uma questão que julgamos ser propícia para o embasamento crítico do indivíduo-consumidor na sociedade líquido-moderna de consumidores.

A grande maioria dos brasileiros sempre faz a opção pelos financiamentos para adquirir um automóvel, imóvel, material de construção, viagens, produtos eletrônicos e outros. É verdade também que esses indivíduos-consumidores olham apenas para o valor da prestação fixa, mas será que eles sabem os valores que estão agregados nessa prestação? Ou ainda verificam se há restrições no contrato, como multas ou penalizações sobre antecipações de pagamento. Uma penalização comum é a exigência de que apenas uma fração dos juros devidos seja descontada da parcela a ser antecipada. Outra penalização é a imposição contratual de permitir antecipar somente as últimas parcelas a vencer. E por que apenas as últimas?

Queremos levar o leitor a tematizar conosco sobre essas artimanhas, que estão ausentes nos livros de Matemática Financeira. Vamos considerar a seguinte situação-problema:

Um indivíduo-consumidor (devedor) deseja comprar de uma loja um determinado produto cujo valor é de R\$ 4.190,00. O devedor deseja pagar os R\$ 4.190,00 no prazo de 24 meses. A loja oferece o serviço da financeira: Credbom (credor), que aceita financiar o valor R\$ 4.190,00 pelo prazo solicitado, com pagamento de juros de 1,3% ao mês. O devedor e o credor combinam (contrato), que o empréstimo será regido pela Tabela *Price*, e também haverá cobrança de IOF de 3% sobre o valor do financiamento, diluído nas prestações. Será permitido antecipar somente as últimas prestações a vencer.

Inicialmente iremos calcular o valor da prestação, e em seguida construiremos a tabela de financiamento, para que possamos entender a exigência contratual de poder antecipar apenas as últimas prestações a vencer.

Valor do produto: 4.190,00

Nº de prestações:  $n = 24$  (*mensais*)

Taxa mensal:  $i = 0,013$  ao mês

IOF: 3% sobre R\$ 4.190,00  $\rightarrow$  R\$ 125,70

Valor financiado (valor presente):  $VP = 4.190 + 125,70 = 4.315,70$

Prestação:  $PMT = ?$

$$PMT = VP \times \frac{(1+i)^n \times i}{(1+i)^n - 1}$$

$$PMT = 4.315,70 \times \frac{(1+0,013)^{24} \times 0,013}{(1+0,013)^{24} - 1}$$

$$PMT = 4.315,70 \times \frac{0,01772 \dots}{0,36341 \dots} = 4.315,70 \times 0,04877 \dots = 210,49$$

Tabela 1: Planilha de financiamento

| Período (n) | Saldo devedor (PV <sub>t</sub> ) | Amortização (A <sub>t</sub> ) | Juros (J <sub>t</sub> ) | IOF    | Prestação (PMT)<br>Amortização + Juros |
|-------------|----------------------------------|-------------------------------|-------------------------|--------|----------------------------------------|
| 0           | 4.315,70<br>(4.190,00 + 125,70)  | -                             | -                       | 125,70 | -                                      |
| 1           | 4.161,31                         | 154,39                        | 56,10                   | -      | 210,49                                 |
| 2           | 4.004,92                         | 156,39                        | 54,10                   | -      | 210,49                                 |
| 3           | 3.846,49                         | 158,43                        | 52,06                   | -      | 210,49                                 |
| 4           | 3.686,00                         | 160,49                        | 50,00                   | -      | 210,49                                 |
| 5           | 3.523,43                         | 162,57                        | 47,92                   | -      | 210,49                                 |
| 6           | 3.358,74                         | 164,69                        | 45,80                   | -      | 210,49                                 |
| 7           | 3.191,91                         | 166,83                        | 43,66                   | -      | 210,49                                 |
| 8           | 3.022,91                         | 169,00                        | 41,49                   | -      | 210,49                                 |
| 9           | 2.851,72                         | 171,19                        | 39,30                   | -      | 210,49                                 |
| 10          | 2.678,30                         | 173,42                        | 37,07                   | -      | 210,49                                 |
| 11          | 2.502,63                         | 175,67                        | 34,82                   | -      | 210,49                                 |
| 12          | 2.324,67                         | 177,96                        | 32,53                   | -      | 210,49                                 |
| 13          | 2.144,40                         | 180,27                        | 30,22                   | -      | 210,49                                 |
| 14          | 1.961,79                         | 182,61                        | 27,88                   | -      | 210,49                                 |
| 15          | 1.776,80                         | 184,99                        | 25,50                   | -      | 210,49                                 |
| 16          | 1.589,41                         | 187,39                        | 23,10                   | -      | 210,49                                 |
| 17          | 1.399,58                         | 189,83                        | 20,66                   | -      | 210,49                                 |
| 18          | 1.207,28                         | 192,30                        | 18,19                   | -      | 210,49                                 |
| 19          | 1.012,48                         | 194,80                        | 15,69                   | -      | 210,49                                 |
| 20          | 815,15                           | 197,33                        | 13,16                   | -      | 210,49                                 |
| 21          | 615,26                           | 199,89                        | 10,60                   | -      | 210,49                                 |
| 22          | 412,77                           | 202,49                        | 8,00                    | -      | 210,49                                 |
| 23          | 207,65                           | 205,12                        | 5,37                    | -      | 210,49                                 |
| 24          | -                                | 207,65                        | 2,84                    | -      | 210,49                                 |

Quem paga um financiamento e administra bem suas finanças pode se deparar com a oportunidade de antecipar pagamentos, na eventualidade de sobrar algum dinheiro extra na conta. Será que vale a pena?

Ao reparar o ritmo de amortizações e pagamentos de juros em financiamentos longos, percebemos que, nas últimas prestações, o valor dos juros é mínimo. A antecipação de pagamentos seria um péssimo negócio, pois não daria direito a praticamente nenhum desconto. Melhor é aplicar o dinheiro e efetuar o pagamento no vencimento.

Outro ponto a verificar é o momento do fluxo em que o indivíduo-consumidor se encontra. Em fluxos longos, como o de financiamentos de imóveis, a maior parte do valor das primeiras prestações equivale a juros, e a maior parte do valor das últimas equivale a amortizações. Quem está na primeira metade do fluxo e pode antecipar parcelas subsequentes, fará um bom negócio. Para quem já passou da metade do fluxo, a antecipação não vale a pena, mesmo que não haja penalizações, pois o desconto sobre cada antecipação é mínimo. Melhor, novamente, é aplicar o dinheiro.

## 5. Contextualizando a sociedade líquido-moderna na prática docente

Análise de investigação de uma situação-problema da pesquisa de campo

### **Categoria: Sobre taxas de juros e empréstimos**

**Objetivo:** Verificar a produção de significados dos alunos quando lidam com objetos financeiro-econômicos na modalidade de empréstimo da Tabela Price.

Um cliente (devedor) deseja comprar de uma loja um determinado produto, cujo valor é de R\$ 3.000,00. O devedor deseja pagar os R\$ 3.000,00 no prazo de 10 meses. A loja oferece o serviço da financeira: Crédito Pronto (credor), que aceita financiar o valor R\$ 3.000,00 pelo prazo solicitado, com pagamento de juros de 3% ao mês.

O devedor e o credor combinam (contrato), que o empréstimo será regido pela tabela *Price*, e também haverá cobrança de taxa de abertura de crédito (TAC), de 0,5% sobre o valor financiado; IOF de 3% sobre o valor do financiamento, ambos serão diluídos nas prestações.

Como você elaboraria uma planilha para esse financiamento? O custo efetivo do financiamento é de 3% ao mês? Por quê?

Para esta situação problema os alunos dispunham da calculadora financeira HP 12C para operarem com os objetos financeiro-econômicos disponíveis na mesma. Mesmo assim, houve uma desistência de sete alunos, em virtude de dificuldades com a utilização da calculadora, e também nas definições envolvendo o assunto Sistema Francês de Amortização. Assim, dez alunos desenvolveram a situação-problema.

Observamos que para este grupo de alunos o recurso da calculadora agilizou o processo de construção da planilha, cujo roteiro foi guiado por meio das seguintes funções:

[f] [CLX] (limpar registradores)  
[3000,00] [ENTER] [3] [%] (90,00) (cálculo do IOF)  
[CLX] [0,5] [%] (15,00) (cálculo da TAC)  
[f] [CLX] (limpar registradores)  
[3105,00] [CHS] [PV] (introduz o valor financiado – momento zero)  
[3] [i] (introduz a taxa percentual do financiamento)  
[10] [n] (introduz o número de pagamentos do financiamento)  
[PMT] (364,00) – (valor das prestações)  
[1] [amort] (93,15) - (juro do 1ª prestação)  
[x<<>>y] (270,85) - (amortização da 1ª prestação)  
[RCL] [PV] (-2.834,15) – (saldo devedor após pagamento da 1ª prestação)  
[1] [amort] (85,02) - (juro do 2ª prestação)  
[x<<>>y] (278,98) - (amortização da 2ª prestação)  
[RCL] [PV] (-2.555,17) – (saldo devedor, após pagamento da 2ª prestação)  
[1] [amort] (76,66) - (juro do 3ª prestação)  
[x<<>>y] (287,34) - (amortização da 3ª prestação)  
[RCL] [PV] (-2.267,83) – (saldo devedor, após pagamento da 3ª prestação)  
[1] [amort] (68,03) - (juro do 4ª prestação)  
[x<<>>y] (295,97) - (amortização da 4ª prestação)  
[RCL] [PV] (-1.971,86) – (saldo devedor, após pagamento da 4ª prestação)  
[1] [amort] (59,16) - (juro do 5ª prestação)  
[x<<>>y] (304,84) - (amortização da 5ª prestação)  
[RCL] [PV] (-1.667,02) – (saldo devedor, após pagamento da 5ª prestação)  
[1] [amort] (50,01) - (juro do 6ª prestação)  
[x<<>>y] (313,99) - (amortização da 6ª prestação)  
[RCL] [PV] (-1.353,03) – (saldo devedor, após pagamento da 6ª prestação)

[1] [amort] (40,59) - (juro do 7ª prestação)  
 [x<<>>y] (323,41) - (amortização da 7ª prestação)  
 [RCL] [PV] (-1.029,62) – (saldo devedor, após pagamento da 7ª prestação)  
 [1] [amort] (30,89) - (juro do 8ª prestação)  
 [x<<>>y] (333,11) - (amortização da 8ª prestação)  
 [RCL] [PV] (-696,51) – (saldo devedor, após pagamento da 8ª prestação)  
 [1] [amort] (20,90) - (juro do 9ª prestação)  
 [x<<>>y] (343,10) - (amortização da 9ª prestação)  
 [RCL] [PV] (-353,41) – (saldo devedor, após pagamento da 9ª prestação)  
 [1] [amort] (10,59) - (juro do 10ª prestação)  
 [x<<>>y] (353,41) - (amortização da 10ª prestação)  
 [RCL] [PV] (0,00) – (saldo devedor, após pagamento da 10ª prestação)

Nesta parte de operar os objetos financeiro-econômicos pela programação da HP 12C, dois alunos tiveram procedimentos diferentes dos demais. O primeiro porque calculou 0,5% de R\$ 3.000,00 como sendo R\$ 45,00 (desatenção) e consequentemente chegou a outros resultados; o segundo demonstrou ter obstáculos que impedem a construção do conhecimento para os objetos financeiro-econômicos: juro, amortização, prestação e saldo devedor. Os outros oito alunos desenvolveram a programação da calculadora para construção da planilha de financiamento, que segue a seguir:

Tabela 2: Planilha de financiamento

| n<br>(período) | Saldo Devedor<br>$PV_t$   | Amortização<br>$A_t$ | Juros<br>$J_t$ | IOF   | TAC   | Prestação<br>PMT |
|----------------|---------------------------|----------------------|----------------|-------|-------|------------------|
| 0              | 3.105,00<br>(3.000+90+15) | -                    | -              | 90,00 | 15,00 | -                |
| 1              | 2.834,15                  | 270,85               | 93,15          | -     | -     | 364,00           |
| 2              | 2.555,17                  | 278,98               | 85,02          | -     | -     | 364,00           |
| 3              | 2.267,83                  | 287,34               | 76,66          | -     | -     | 364,00           |
| 4              | 1.971,86                  | 295,97               | 68,03          | -     | -     | 364,00           |
| 5              | 1.667,02                  | 304,84               | 59,16          | -     | -     | 364,00           |
| 6              | 1.353,03                  | 313,99               | 50,01          | -     | -     | 364,00           |
| 7              | 1.029,62                  | 323,41               | 40,59          | -     | -     | 364,00           |
| 8              | 696,51                    | 333,11               | 30,89          | -     | -     | 364,00           |
| 9              | 353,41                    | 343,10               | 20,90          | -     | -     | 364,00           |
| 10             | -                         | 353,41               | 10,59          | -     | -     | 364,00           |
| Total          | -                         | 3.105,00             | 535,00         | -     | -     | 3.640,00         |

A segunda pergunta: o custo efetivo do financiamento é de 3% ao mês? Por quê? Teve como objetivo, a reflexão sobre o cenário capitalista que impõe ao consumidor uma taxa de juros aparente e pratica outra taxa (efetiva), incorporando TAC e IOF que nem sempre são discriminadas para o contratante do empréstimo.

Observamos que apenas três alunos tiveram interesse em refletir sobre tal situação, os demais se deram por satisfeitos em elaborar a planilha com os resultados. Esta leitura revela que a postura crítica financeira não está contemplada para o indivíduo-consumidor, pois ele não estabelece uma relação do resultado encontrado com aquele que lhe é ofertado na proposta de financiamento.

Destacamos também que nenhum aluno associou o custo efetivo com a taxa interna de retorno (IRR) para justificar sua resposta, apenas mencionaram que o custo efetivo não



seria 3% por causa da TAC e do IOF, não fizeram o cálculo do custo efetivo usando a calculadora HP 12C, como verificamos nas respostas (pseudônimos) apresentadas a seguir:

- Aluna Rebeca  
“Não, porque teve TAC de 0,5% e IOF de 3% sobre o valor do financiamento”.
- Aluno Evandro  
“Não, IOF + TAC = 3,5%”.
- Aluna Soraia  
“Sim, porque a TAC e o IOF estão embutidos no saldo devedor”.

Para este aluno o custo efetivo do financiamento não foi percebido, pois tomou os R\$ 15,00 (TAC) e R\$ 90,00 (IOF) como sendo parte de seu empréstimo.

Para esclarecer este ponto remetemo-nos a caracterização de Lins sobre “significado”:

*“É a relação entre uma crença-afirmação e uma justificativa para ela, o que coloca claramente a relatividade de um significado, ao mesmo tempo que os caracteriza como a articulação entre as coisas em que se acredita e as razões que se tem para acreditar nela”. (LINS, 1993, p.86).*

Mesmo com a calculadora em mãos os alunos não associaram que o custo efetivo do financiamento poderia ser obtido mediante a IRR, ou seja:

[f] [CLX] (limpa registradores)  
[3.000,00] [g] [CFo] (fluxo de caixa no momento zero)  
[364,00] [g] [CFj] (fluxo de caixa de cada período)  
[10] [g] [Nj] (quantidade de fluxo de caixa iguais,  $j = 1, 2, 3, \dots, 10$ )  
[f] [IRR] (3,68%) – (Taxa Interna de Retorno – Custo efetivo)

### **Considerações:**

Nesta situação-problema refletimos sobre o ritmo de amortizações e pagamentos de juros em financiamentos, percebemos que nas últimas prestações o valor dos juros é mínimo, não sendo benéfica para o indivíduo-consumidor a antecipação. Para Cerbasi (2010), do ponto de vista emocional, antecipar traz um sentimento de alívio, principalmente para quem está com dinheiro e não tem renda estável, como acontece com autônomos, profissionais liberais e quem está perto de se aposentar. O alívio decorrente do fim de um compromisso pode ser muito bem pago por qualquer desconto obtido. Cabe ao indivíduo-consumidor, decidir se será capaz de conviver com a disciplina do compromisso no longo prazo, ou se quer pagar o preço para ter o orçamento mais leve no futuro.

## **6. Considerações finais**

Ao propormos um curso de serviço para a disciplina Matemática Financeira na Graduação de Administração, temos a intenção que nossos alunos aprendam a se posicionar criticamente diante dessas questões de consumo. Segundo Skovsmose (2001, p. 101), “para ser crítica, a educação deve reagir às contradições sociais”.

Neste artigo, buscamos mostrar que ensinar matemática para não matemáticos, é romper com a ideia de foco apenas no conteúdo, mas introduzir questões que estabeleçam

uma simbiose com a matemática. Desta forma, introduzimos a discussão da sociedade líquido-moderna, para que viesse a tona o cenário pós-moderno, com as implicações do capitalismo voltado para o consumismo.

Na situação-problema que apresentamos, a leitura plausível do MCS revelou que os alunos possuem obstáculos para efetuar o cálculo do custo efetivo do financiamento, não relacionaram o modo de operar com a taxa interna de retorno.

Certamente, esse momento descortinará a possibilidade de reflexão: Como reagir às questões que maquiam a “realidade” para os indivíduos-consumidores? A grande maioria dos brasileiros sempre faz a opção pelos financiamentos para adquirir um automóvel, imóvel, material de construção, viagens, produtos eletrônicos e outros. É verdade também, que esses indivíduos-consumidores olham apenas para o valor da prestação fixa, mas será que eles sabem os valores que estão agregados nessa prestação? Ou ainda verificam se há restrições no contrato, como multas ou penalizações sobre antecipações de pagamento. Uma penalização comum é a exigência de que apenas uma fração dos juros devidos seja descontada da parcela a ser antecipada. Outra penalização é a imposição contratual de permitir antecipar somente as últimas parcelas a vencer, que procuramos tematizar com o leitor na situação-problema.

Esperamos ter levado o leitor a refletir conosco sobre essas artimanhas, que estão ausentes nos livros de Matemática Financeira.

## 7. Referências

BAUMAN, Z. **Vida para consumo**: a transformação das pessoas em mercadorias; tradução Carlos Alberto Medeiros. Rio de Janeiro: Zahar, 2008.

\_\_\_\_\_. **Globalização** – As consequências humanas; tradução: Marcus Penchel. Rio de Janeiro: Zahar, 1999.

\_\_\_\_\_. **Capitalismo Parasitário**; tradução: Eliana Aguiar. Rio de Janeiro: Zahar, 2010.

CARVALHO, V. Dissertação: “**Educação Matemática: Matemática & Educação para o Consumo**”. Campinas: Unicamp, 1999.

BARBOSA, J. **Disciplinas matemáticas em cursos superiores: reflexões, relatos, propostas**. Helena Noronha Cury (Org.) Porto Alegre: EDIPUCRS, 2004.

CERBASI, P. G. **Dinheiro: os segredos de quem tem**. São Paulo: Editora Gente, 2010.  
FROMM, E. **Ter ou Ser?** Rio de Janeiro: Zahar Editores S.A., 1976.

KISTEMANN JÚNIOR, M. A. **Sobre a Produção de Significados e a Tomada de Decisão de Indivíduos-Consumidores**. Tese (Doutorado em Educação Matemática). Rio Claro/SP: UNESP, 2011.

HERMÍNIO, P. H. **Matemática Financeira - Um enfoque da resolução de problemas como metodologia de ensino e aprendizagem**. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) Rio Claro: UNESP, 2008.

LINS, R. C.; GIMENEZ, J. **Perspectivas em aritmética e álgebra para o século XXI**. Campinas: Papirus, 1997. (Coleção Perspectivas em Educação Matemática).

MOREIRA, H., CALEFFE, L. G. **Metodologia da pesquisa para o professor pesquisador**. Rio de Janeiro: Lamparina editora, 2006.

NASCIMENTO, P. N. **A formação do aluno e a visão do professor do Ensino Médio em relação à Matemática Financeira**. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). São Paulo: PUC/SP, 2004.

NOVAES, R. C. N. **Uma Abordagem Visual para a Matemática Financeira no Ensino Médio**. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Rio de Janeiro: UFRJ, 2009.

SAMANEZ, C. P. **Matemática Financeira – Aplicações à Análise de Investimentos**. 3. ed., São Paulo, Prentice Hall, 2002.

SILVA, A. M. **Um Curso de Serviço para a Licenciatura em Matemática**. XIII Conferência Interamericano de Educação Matemática. Recife: CIAEM, p.1-7, 2011.

STEFHANI, M. **EDUCAÇÃO FINANCEIRA: uma perspectiva interdisciplinar na construção da autonomia do aluno**. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática). Porto Alegre: PUC/RS, 2005.

SKOVSMOSE O. **Educação Matemática Crítica: A questão da democracia**. Campinas, SP: Papirus, 2001.

# UM MÉTODO DE TRANSCRIÇÕES E ANÁLISE DE VÍDEOS: A EVOLUÇÃO DE UMA ESTRATÉGIA

Fernando Henrique de Lima<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Universidade Federal de Minas Gerais/Departamento de Matemática, delima.fernando@gmail.com

## Resumo

Este artigo apresenta um modelo para transcrição e análise de vídeos desenvolvido a partir das transcrições de videograções de um projeto de pesquisa com foco em modelagem matemática. O objetivo é sugerir uma estratégia para transcrever vídeos que possibilite ao pesquisador trabalhar os dados a partir dos eventos críticos. É discutida, também, a importância dessa mídia para pesquisas na educação matemática e realizada uma breve comparação entre transcrições e vídeos no que diz respeito aos dados da pesquisa. O modelo aqui apresentado pode ser dividido em 6 fases: (i) assistir aos vídeos; (ii) selecionar os eventos críticos; (iii) descrever os eventos críticos; (iv) transcrever os eventos críticos; (v) Discutir os dados encontrados e (vi) limpar as transcrições. A conclusão é que o modelo apresentado pode ajudar os pesquisadores a compreender de forma mais apurada seus dados e economizar tempo na análise de vídeos. Além disso, é perceptível que tanto os vídeos como as transcrições podem ser consideradas como dados da pesquisa.

**Palavras-chave:** Modelo de Transcrições. Análise de vídeos. Modelagem Matemática. Eventos críticos. Educação matemática.

## INTRODUÇÃO

Com o surgimento de novas tecnologias, pesquisas em diversos campos do conhecimento começaram a se modernizar no que diz respeito ao método de análise dos dados. Atualmente, um dos aspectos metodológicos mais utilizados em pesquisas é a análise de vídeos (PLANAS, 2006).

Para a análise de seus dados, é comum que os pesquisadores assistam aos vídeos e, logo depois, transcrevam as falas dos sujeitos envolvidos nas pesquisas com o objetivo de utilizá-las em seus trabalhos. Este, na maioria das vezes cansativo e maçante, é objeto de estudo e discussão de muitos pesquisadores (POWELL; FRANCISCO; MAHER, 2004, PLANAS, 2006, GARCEZ; DUARTE; EISENBERG, 2011). E é nesse contexto que se encaixa este artigo.

O objetivo desse artigo é sugerir uma estratégia ou modelo de trabalho para transcrições de vídeos visando uma melhor análise dos dados e discutir a importância dessa análise em pesquisas na educação matemática. Tal modelo foi criado a partir das transcrições de vídeos de um projeto de pesquisa<sup>1</sup> que tinha por foco o desenvolvimento de um projeto de modelagem matemática – tema que será discutido no decorrer desse artigo. Inicialmente, as transcrições dos vídeos ocorreram de forma bruta e, a partir de uma reflexão do método utilizado e leitura de algumas referências em análise de vídeos, o método foi apurado até se transformar na estratégia que será apresentada aqui.

---

<sup>1</sup> Pesquisa desenvolvida com o apoio do Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq, processo n. 473850/2011-7) e da Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de Minas Gerais (FAPEMIG, processo n. PPM 00235/13).

Na próxima seção deste artigo, apresento uma revisão bibliográfica sobre transcrição e análise de vídeos. Em seguida, discuto e analiso o processo de criação do modelo de transcrição e, finalmente, apresento algumas considerações a respeito do modelo construído.

## UM POUCO SOBRE VÍDEOS E TRANSCRIÇÕES

Transcrever vídeos é a ação de transformar o que se ouve (palavras, músicas, sons, etc.) em textos escritos. De extrema importância para várias partes da sociedade, como legenda de filmes, entre outros, a transcrição vem sendo usada com certa frequência como recurso metodológico em pesquisas na área da educação (PLANAS, 2006).

Muitos pesquisadores gravam – com o auxílio de câmeras – suas pesquisas e, posteriormente, transcrevem os dados para serem utilizados em artigos, periódicos, dissertações e teses. Portanto, o trabalho com transcrição é de extrema importância para a comunidade acadêmica atual.

Nessa perspectiva, existem alguns autores que dedicam seus trabalhos ao estudo da importância dos vídeos e das transcrições para pesquisas qualitativas. Pallatieri e Grando (2010) destacam a importância dos vídeos para o professor de matemática que deseja entender o pensamento matemático de seus alunos. Os autores entendem

*a videogravação como instrumento fundamental para registrar esse movimento das ações mentais e corporais. Ou seja, através dos vídeos, o professor tem a possibilidade de perceber nas ações corporais das crianças (ao interagir com materiais) um possível movimento do pensamento acontecendo, até mesmo, o pensamento que reconhecemos como matemático. (PALLATIERI; GRANDO, 2010, p. 23).*

Apesar de destacar especificamente o vídeo como instrumento para entender o pensamento de crianças, Pallatieri e Grando (2010) destacam a importância do vídeo como registro de ações mentais e corporais, o que se encaixa na maioria das pesquisas.

Ainda sobre vídeos, podemos destacar outra importância fundamental desse aspecto metodológico. Segundo Garcez, Duarte e Eisenberg (2011), os vídeos auxiliam professores a entenderem não só seus alunos, como também colaboram para a melhoria do discurso do próprio professor. Nesse momento, cabe um exemplo interessante. Um professor precisa ministrar uma aula e, preocupado com seu próprio desempenho, decide preparar a aula e gravar a si próprio para assistir sua performance. Ao analisar seus vídeos, percebe exatamente onde deve melhorar e quais pontos estão bons. A situação pode parecer simples e desprezível, mas ela nos fornece uma boa visão do quão importante pode ser a análise de um vídeo.

Segundo Powell, Francisco e Maher (2004) apud Clement (2000) e Martin (1999),

*o vídeo é um importante e flexível instrumento para coleta de informação oral e visual. Ele pode capturar comportamentos valiosos e interações complexas e permite aos pesquisadores reexaminar continuamente os dados. Ele estende e aprimora as possibilidades da pesquisa observacional pela captura do desvelar momento-a-momento, de nuances sutis na fala e no comportamento não verbal. E é superior às notas do observador, uma vez que não envolve edição automática (p. 86).*

Ou seja, vídeos, como aspecto metodológico, permitem aos pesquisadores observar detalhes que, talvez, passem despercebidos no decorrer da pesquisa de campo. Nesse sentido, entendo, então, que os vídeos possuem extrema importância para as pesquisas que utilizem tal metodologia.

Para a educação matemática, os ganhos também são notáveis. Muitas pesquisas recentes utilizam os vídeos como metodologia de pesquisa (ARAÚJO; ROCHA; MARTINS, 2014, CAMPOS, 2013, ROCHA, 2015, TORISU, 2014) e é perceptível a influência dos vídeos nos resultados finais observados por esses pesquisadores.

Vídeos, então, podem contribuir positivamente para várias pesquisas. Mas, o que fazer com os vídeos? Será que só assisti-los é suficiente para garantir um bom tratamento dos dados? É nesse momento que surgem as transcrições dos vídeos.

As transcrições, assim como os vídeos e áudios gravados em pesquisas, têm sua importância no âmbito de muitos trabalhos. As transcrições permitem ao pesquisador uma análise criteriosa a respeito de cada fala de seus sujeitos de pesquisa. Enquanto desenvolvia esse trabalho, observei como as palavras carregam consigo bastante significado. A simples leitura de uma fala me fazia pensar de maneira diferente a respeito do discurso de um sujeito de pesquisa.

Importante pontuar que a ideia aqui não é decidir o que é melhor, ler transcrições ou assistir vídeos, muito pelo contrário. Acredito que as duas fontes de dados têm seu valor e devem trabalhar juntas visando a melhor análise dos dados.

Porém, a pergunta que pode surgir nesse momento é: quais são os dados, os vídeos ou as transcrições? Esse questionamento faz sentido, a partir do momento que pensamos no que vamos utilizar na pesquisa. Pirie (1998) diz que os dois pontos de vista coexistem, ou seja, existem pesquisadores que acreditam que os dados são as transcrições e existem outros que preferem tomar os vídeos como dados. Acredito que ambos, tanto vídeos como transcrições, podem ser tomados como dados, ao mesmo tempo. Tudo depende da importância que cada aspecto metodológico tem na pesquisa. No decorrer do artigo, meu ponto de vista ficará mais claro já que vídeos e transcrições andam lado a lado e ambos são de extrema relevância para a pesquisa.

Outro aspecto importante quando se fala em transcrições é: como transcrever os dados visando sua otimização. Durante minhas observações/investigações, encontrei duas pesquisas que trabalham com elaboração de estratégias para transcrição: Powell, Francisco e Maher (2004) e Planas (2006). Ambos chamam suas estratégias de *modelo de transcrição*. Meu objetivo, nesse artigo, é propor um modelo de transcrição a partir do trabalho que desenvolvi em duas pesquisas. A intenção não é impor um método ou dizer qual método é melhor. Acredito que cada modelo tenha sua força e seja importante para suas respectivas pesquisas. Destacarei, apenas, os pontos onde o modelo que proponho se destaca objetivando a análise de uma dada pesquisa.

Antes de apresentar esse modelo, um aspecto que merece destaque quando se fala sobre vídeos e transcrições é o que é chamado de *evento crítico*. Para Powell, Francisco e Maher (2004) eventos são “sequências conectadas de expressões e ações” (p. 104) que, no contexto da pesquisa, requerem explicação e estudo dos sujeitos e/ou pesquisadores envolvidos. Para eles,

*um evento é chamado crítico quando demonstra uma significativa ou contrastante mudança em relação a uma compreensão prévia, um salto conceitual em relação a uma concepção anterior. Eventos críticos são contextuais. Um evento é crítico em sua relação a uma questão particular perseguida pela pesquisa. Assim, uma instância na qual os aprendizes apresentam uma explicação matemática ou argumento, pode ser significativa para uma questão de pesquisa preocupada com a construção de justificação matemática ou demonstração pelos estudantes e, como tal, pode ser identificada com um evento crítico. (POWELL; FRANCISCO; MAHER, 2004, p. 104-105).*

Podemos entender, então, eventos críticos como aqueles momentos que, de uma forma direta ou indireta, são importantes para a pesquisa. Quando se analisa um vídeo, a busca por eventos críticos é um dos principais pontos do modelo discutido por esse artigo.

A partir desse ponto, discuto um pouco sobre o contexto das pesquisas de onde os vídeos foram gravados e os aspectos metodológicos dessa pesquisa.

## CONTEXTO E ASPECTOS METODOLÓGICOS

O modelo que será apresentado na próxima seção é fruto de uma estratégia utilizada para transcrever nove vídeos que foram gravados no decorrer de um projeto de pesquisa<sup>2</sup> intitulado “*Aprendizagem expansiva em projetos de modelagem orientados pela educação matemática crítica*”<sup>3</sup>. A estratégia utilizada não foi a mesma para todos os vídeos e este trabalho se destaca justamente por apresentar o processo evolutivo da estratégia principal de transcrição.

Para entendermos o modelo proposto e sua importância para a análise de vídeos para pesquisas na educação matemática, precisamos discutir um pouco sobre a pesquisa que foi desenvolvida enquanto os vídeos eram gravados.

Nessa pesquisa, 5 alunos e 3 pesquisadoras da Universidade Federal de Minas Gerais tinham o propósito de desenvolver um projeto de modelagem matemática orientado pela Educação Matemática Crítica (ARAÚJO, 2009).

Modelagem matemática é um termo que possui diversas concepções. Para Barbosa (2004), modelagem “é um ambiente de aprendizagem no qual os alunos são convidados a problematizar e investigar, por meio da matemática, situações com referência na realidade” (p. 4).

Araújo (2002) diz que modelagem é

*uma abordagem, por meio da matemática, de um problema não-matemático da realidade, ou de uma situação não-matemática da realidade, escolhida pelos alunos reunidos em grupos, de tal forma que as questões da Educação Matemática Crítica embasem o desenvolvimento do trabalho. (p. 39).*

Apesar de não haver uma definição ou concepção única, podemos entender modelagem como o uso de ferramentas da matemática para solucionar um problema com referência na realidade (GIBRAM, 2011).

O grupo de alunos e pesquisadoras em questão estava interessado em trabalhar com o tema *compra de imóveis* e todo o trabalho foi desenvolvido a partir disso. O grupo se reunia em encontros periódicos – um total de nove – sendo todos eles gravados com o auxílio de uma filmadora.

O modelo de transcrição foi desenvolvido a partir das transcrições dos vídeos filmados nesses encontros. Como já apontado, esse modelo passou por uma evolução durante o processo de transcrição dos vídeos. Inicialmente, um dos vídeos foi transcrito inteiramente, o que possibilitou uma análise mais geral a respeito do método utilizado.

Em um primeiro momento, apresento a primeira estratégia utilizada para as transcrições, que foram dados para a pesquisa dos autores Araújo e Lima (2015). Logo depois, apresento a evolução do método, com as transcrições utilizadas por Araújo, Campos e Torisu (2015) em outra pesquisa.

---

<sup>2</sup> A partir desse momento, chamarei o projeto de pesquisa de PP, para evitar repetições desnecessárias.

<sup>3</sup> Esse projeto de pesquisa foi coordenado pela professora Jussara Araújo, da Universidade Federal de Minas Gerais.

Os dados dessa pesquisa são as transcrições dos vídeos do PP e os e-mails trocados entre o autor desse artigo e seu grupo de orientação.

Na próxima seção, além de apresentar o modelo de transcrição, analiso cada detalhe do modelo fazendo um paralelo com sua utilidade no que diz respeito ao PP e a compreensão do pensamento matemático dos sujeitos de pesquisa.

## UM MODELO PARA TRANSCRIÇÃO DE VÍDEOS

Como aluno de iniciação científica<sup>4</sup>, uma das minhas tarefas era transcrever os vídeos do PP. O processo para definição do melhor modelo de transcrição nem sempre é fácil. É preciso analisar a situação, os objetivos da pesquisa, a qualidade das gravações, entre outros fatores para só depois determinar a melhor maneira de transcrever os vídeos.

Muitos pesquisadores se apoiam em outras pesquisas para definir o melhor método de transcrição. Para o PP em questão, preferi buscar um modelo próprio, que pudesse suprir as necessidades da pesquisa.

Com a pouca falta de experiência em trabalhos que envolvessem transcrição, decidi, inicialmente, transcrever um dos vídeos por completo, na tentativa de entender como esse processo funciona.

Durante todo o processo de transcrição contei com o auxílio de um grupo de orientação composto pela minha orientadora, professora Jussara Araújo, e por seus alunos de mestrado e doutorado.

A iniciativa de transcrever um vídeo por completo se mostrou eficiente nos primeiros dias: todas as falas estavam transcritas e, caso precisássemos de qualquer dado para a pesquisa<sup>5</sup>, era só consultar a transcrição e lá estavam as falas. Porém, ao mesmo tempo que era eficiente, era cansativa e maçante. Tal percepção fica clara no trecho de um e-mail enviado por mim para o grupo de orientação.

*Pois bem, a pedido da Jussara [minha orientadora], envio pra vocês um BREVE relato sobre as transcrições. Bem, eu ainda não transcrevi muita coisa, porque os vídeos são muito extensos, mas já deu pra sentir e observar alguns detalhes. O primeiro deles é que, apesar de ser um trabalho legal [...], é bem trabalhoso e demanda BASTANTE tempo. Eu estou gastando, em média, 30 minutos para transcrever por volta de 5 minutos de vídeo. Não sei se esse tempo é bom ou ruim, mas espero que com o tempo eu possa reduzi-lo. (E-mail enviado ao grupo de orientação por Fernando Lima<sup>6</sup> em 22/09/14).*

Nota-se que o trabalho de transcrever vídeos, apesar de simples, parece não ser tão rápido. Naquele momento, eu gastava muito tempo para transcrever poucas falas do vídeo e a estratégia utilizada parecia não ser a melhor. Como o objetivo era encontrar uma maneira mais eficiente de realizar as transcrições, continuar era necessário e interessante para o sucesso da pesquisa.

O vídeo escolhido para a transcrição tinha exatos 01:59:13 de duração e levei um mês inteiro para transcrevê-lo por completo, levando em consideração minhas atividades diárias de aluno de graduação. A transcrição de todas as falas rendeu um arquivo com 56 páginas.

---

<sup>4</sup> Aluno da Licenciatura em Matemática da Universidade Federal de Minas Gerais, bolsista de iniciação científica do CNPq, orientado por Jussara Araújo.

<sup>5</sup> As transcrições desse vídeo foram utilizadas na pesquisa de Araújo e Lima (2015).



Como fim das transcrições do primeiro vídeo, iniciei o processo de seleção de dados, junto com minha orientadora, para trabalharmos em nossa pesquisa. Começamos, então, a procurar nas transcrições os eventos críticos para o artigo. Depois de separadas as falas e escrito o artigo, o momento era de reflexão. Precisávamos analisar o método escolhido para transcrição e definir nosso próximo passo na busca por um bom modelo.

A primeira análise feita foi com relação ao tempo gasto para transcrição. Chegamos à conclusão que tal tempo é inviável, principalmente quando os vídeos precisam ser transcritos com certa rapidez. Outra análise feita diz respeito à quantidade de falas transcritas vs. falas utilizadas no artigo. Aproximadamente 10% das falas foram importantes para entender o discurso dos sujeitos e só 3% do total foi de fato utilizado no artigo.

Tais números impressionam, pois, aparentemente, muitas falas foram transcritas e não foram necessárias de uma maneira ou de outra no trabalho final. *Mas como fazer para evitar transcrever falas que não são úteis para a pesquisa em desenvolvimento?*

Foi a partir dessa pergunta que começamos a elaborar um novo modelo de transcrição, baseando nossas escolhas nos problemas observados no primeiro método.

Precisávamos transcrever os dados dos vídeos restantes para outra pesquisa (ARAÚJO; CAMPOS; TORISU, 2015). Inicialmente, com o conhecimento adquirido a partir da primeira experiência com a transcrição e com o auxílio do trabalho feito por Powell, Francisco e Maher (2010), desenvolvemos um modelo de transcrição que pode ser dividido nas seis fases descritas abaixo.

- Fase 1: Assistir aos vídeos;
- Fase 2: Selecionar os eventos críticos;
- Fase 3: Descrever os eventos críticos;
- Fase 4: Transcrever os eventos críticos;
- Fase 5: Discutir os dados encontrados;
- Fase 6: Limpar as transcrições.

Essas fases não são tão deslocadas umas das outras. O que quero dizer com isso? Às vezes, é difícil encontrar uma separação clara entre elas – a fase X termina aqui e a fase Y começa ali, por exemplo. Acredito que algumas delas funcionem muito bem juntas e isso será mostrado nas próximas seções desse artigo, onde descrevo, discuto e analiso com cuidado cada uma delas e mostro como elas colaboraram para os objetivos finais da pesquisa.

#### FASE 1: ASSISTIR AOS VÍDEOS

Na primeira tentativa de transcrição, optamos por transcrever o vídeo por completo, sem antes assisti-lo. O contrário do que proponho na primeira fase do modelo. A ideia é, basicamente, assistir aos vídeos gravados durante a pesquisa sem a intenção de registrar acontecimentos ou relatar fatos do vídeo. É aconselhado que o pesquisador assista aos vídeos para se acostumar com as filmagens, reconhecer os sujeitos, entender sobre o que eles estão discutindo, entre outras coisas.

Contudo, isso não significa que os vídeos devem ser assistidos de forma displicente. É importante que o pesquisador tenha em mente os objetivos de sua pesquisa e já na primeira observação vislumbre alguns resultados, ou seja, a análise de dados, por mais que superficial, já está presente na primeira observação dos vídeos.

Apesar de simples, essa fase carrega uma importância fundamental. O contato inicial com os vídeos abre a mente do pesquisador para o que propomos na fase 2 desse modelo.

## FASE 2: SELECIONAR OS EVENTOS CRÍTICOS

Como dito anteriormente, as fases nem sempre são deslocadas umas das outras. A fase 2, por exemplo, está muito conectada com a anterior. Aqui, o(s) pesquisador(es) deve(m) selecionar os eventos críticos. Para isso, deve-se assistir ao vídeo novamente com um olhar clínico – diferente do empregado na fase 1 – na busca de momentos que podem ser interessantes para a pesquisa em questão. A importância da fase anterior fica evidente nesse momento. É bem mais interessante selecionar os dados depois de assistir aos vídeos ao menos uma vez. Uma primeira observação contribui bastante para o olhar do pesquisador na segunda observação dos vídeos.

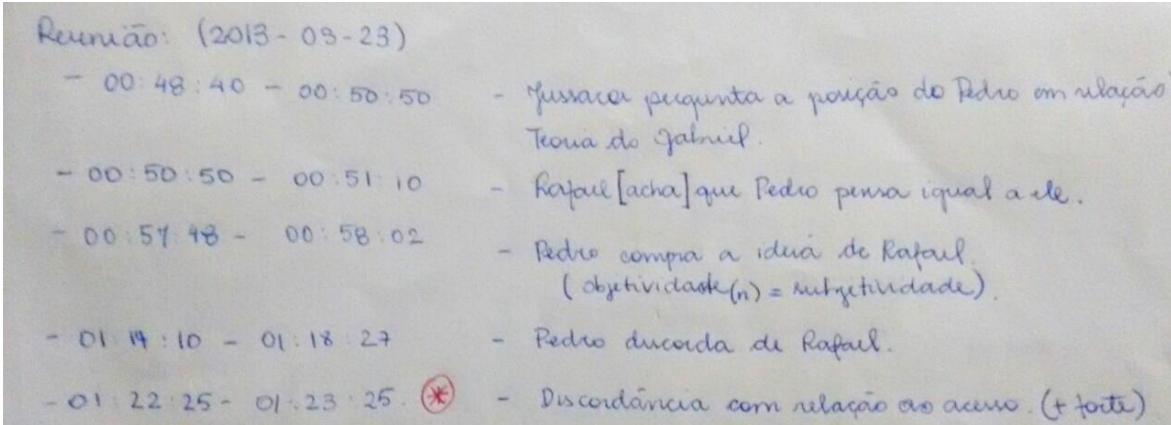
Falando sobre a importância dessa fase, no momento de seleção dos eventos críticos resultados não antes previstos podem surgir, o que é algo relevante para o momento de análise dos dados.

Para contextualizar a situação, colocarei uma situação encontrada durante a seleção dos eventos críticos para o PP. O interesse era desvendar a evolução do comportamento de um dos sujeitos de pesquisa do PP. Inicialmente, pensávamos que esse sujeito apresentava um comportamento mais linear, isto é, sua evolução era constante ao longo da pesquisa. Basicamente, imaginávamos que esse sujeito começou de um jeito e terminou de outro, mas o percurso foi linear, constante e previsível. Todavia, na seleção dos eventos críticos, percebemos que o sujeito, mesmo tendo um comportamento previsível, não apresentava uma evolução linear. Durante um mesmo vídeo, ele evoluía e retrocedia seu pensamento, o que demonstrou uma diferença a respeito da teoria inicial. Para clarear, achávamos que o sujeito se comportava como uma função linear de primeiro grau. A partir da fase 2, descobrimos que seu comportamento era mais parecido com uma função seno.

Friso que tal percepção do comportamento do sujeito só foi possível na fase 2. Daí sua importância para compreensão dos dados e dos pensamentos dos sujeitos.

Para seleção dos eventos críticos, utilizamos apenas os vídeos, papéis e canetas para registrar tais momentos. A figura 1 mostra um exemplo de como fizemos a seleção dos eventos críticos.

**Figura 1: um exemplo de seleção dos eventos críticos.**



|                         |                                                                                    |
|-------------------------|------------------------------------------------------------------------------------|
| Reunião: (2013-09-23)   |                                                                                    |
| - 00:48:40 - 00:50:50   | - Missaei pergunta a posição do Pedro em relação Teoria do Gabriel.                |
| - 00:50:50 - 00:51:10   | - Rafael [acha] que Pedro pensa igual a ele.                                       |
| - 00:57:48 - 00:58:02   | - Pedro compra a ideia de Rafael.<br>(objetividade <sub>(n)</sub> = subjetividade) |
| - 01:19:10 - 01:18:27   | - Pedro discorda de Rafael.                                                        |
| - 01:22:25 - 01:23:25 * | - Discordância com relação ao assunto. (+ forte)                                   |

Fonte – próprio autor.

Essa seleção é feita apenas pelo registro do tempo (de acordo com o vídeo), seguido de uma curta descrição do que acontece no tempo relatado. Tal descrição nos leva diretamente para a fase 3, que acontece concomitantemente com a fase 2.

### FASE 3: DESCREVER OS EVENTOS CRÍTICOS

Nessa fase, é preciso descrever o que acontece nos eventos críticos. Essa descrição também acontece em duas partes. Na primeira, como pode ser observado na figura 1, o(s) pesquisador(es) devem relatar em textos curtos o que acontece em tal situação. Essa primeira parte auxilia na localização do pesquisador dentro do vídeo, pois os textos curtos sinalizam a principal ideia do evento crítico.

Na segunda parte, é preciso que o(s) pesquisador(es) façam descrições mais elaboradas dos eventos críticos. Isso exige que os vídeos, ou ao menos os eventos críticos sejam assistidos mais uma vez, o que pode ser considerado um ponto forte do modelo aqui proposto.

Sobre descrição dos eventos críticos, Powell, Fransciso e Maher (2004) destacam que

*devido à intensidade da mídia, o uso de dados de vídeo resulta frequentemente numa enorme quantidade de informação. Para propósitos analíticos, isso leva ao desafio de não apenas se familiarizar com o conteúdo dos dados do videoteipe, mas também de conhecê-lo em seus mínimos detalhes. (p. 102).*

Assim sendo, descrever os dados colabora para a compreensão de tais mínimos detalhes, fazendo com que essa fase seja de suma importância para a análise dos dados como um todo.

A partir do momento em que os dados estão descritos, podemos partir para a fase 4, que é a transcrição propriamente dita.

### FASE 4: TRANSCREVER OS EVENTOS CRÍTICOS

Depois de descrever, inicia-se o processo de transcrição dos dados. Nessa fase, é preciso ouvir/assistir aos eventos críticos e registrar, em forma de texto, tudo que os participantes do vídeo falam.

Todas as fases anteriores foram elaboradas a fim de diminuir a carga de trabalho da fase 4, além de refinar os dados. Enquanto na primeira estratégia se transcrevia todas as falas, para depois selecionar os eventos críticos, nesse modelo fazemos o caminho inverso. A economia de tempo observada na mudança de métodos foi notável. Apesar dos números serem frios e incertos, levou menos de um mês para transcrever todos os dados colhidos com os oito vídeos restantes. Enquanto esse tempo quase não foi suficiente para transcrever um vídeo completo.

Apesar de não ser um dos objetivos desse artigo, acredito ser importante citar o modo como foram formatadas as transcrições. A figura 2 abaixo mostra o estilo empregado para destacar as transcrições nos artigos em que elas foram utilizadas. Separar em duas colunas – a primeira com os sujeitos e a segunda com as falas – facilita a compreensão dos textos e das situações.

**Figura 2: formatação de transcrição utilizada nesse modelo.**

|           |                                                                                                 |
|-----------|-------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Pedro:    | Mas hospital ficou parecido com shopping, não?                                                  |
| Aline:    | Ah não!                                                                                         |
| Jussara:  | Mas se a gente classificasse essas respos... perguntas de acordo com a semelhança de respostas? |
| Pedro:    | Semelhança de respostas, é!                                                                     |
| Aline:    | Hã!? Tipo assim...                                                                              |
| Jussara:  | É igual você falou aí. Hospital ficou meio parecido com shopping. Vamos separar nesses grupos.  |
| Fernanda: | É como se, entre aspas, tivesse o mesmo grau de relevância essas duas coisas.                   |
| Pedro:    | É algo que [local onde] eu vou, esporadicamente.                                                |
| Jussara:  | Pois é, oh... hospital e shopping é parecido. A simpatia do imóvel é parecido com indústria!?   |
| Aline:    | Então o que se destaca entre 0 e 3 poderia ficar em um grupo, entre 4 e 6 um outro grupo...?    |

Fonte – ARAÚJO; LIMA, 2015, p. 7.

Assim que a transcrição dos dados estiver finalizada, podemos começar a fase 5 do modelo.

#### FASE 5: DISCUTIR OS EVENTOS CRÍTICOS

Essa fase surgiu a partir da necessidade de discussão dos dados encontrados. As pesquisas desenvolvidas com as transcrições dos vídeos do PP envolvem muitos pesquisadores e, mesmo que todos participem do processo inteiro de transcrição, é interessante que esses mesmos pesquisadores discutam os dados apresentados pela transcrição.

Ou seja, a fase 5 é basicamente um prelúdio do que pode aparecer de discussão e análise dos dados da pesquisa. Como cada pesquisador tem sua percepção a partir dos dados recolhidos nos passos anteriores, a discussão é o momento de compartilhar entendimentos e ideias. Mesmo pesquisas realizadas por um único pesquisador precisam de um momento de discussão, que nesse caso pode ser entendido como uma reflexão dos dados transcritos.

Analiticamente falando, essa, talvez, seja a fase mais interessante de todo o processo de transcrição e análise de vídeos. É nesse momento que os pesquisadores em Educação Matemática podem ver o desenvolvimento do pensamento matemático de seus sujeitos de pesquisa acontecendo e tendo a oportunidade de discutir – ou refletir – sobre tais dados.

A partir do momento que se discute, descobre-se que nem todos os dados serão utilizados, ou, até mesmo, que alguns dos dados podem ser utilizados em outras pesquisas. Isso nos leva à sexta e última fase desse método.

#### FASE 6: LIMPAR AS TRANSCRIÇÕES

A limpeza de dados é a finalização do processo de análise de vídeos. Nesse momento separa-se os dados que vão colaborar para a pesquisa dos dados que não colaborarão ou que serão úteis em outros trabalhos. Importante dizer que essa fase pode não acontecer, caso a discussão gerada na fase 6 não levante a possibilidade de dados que não serão utilizados.

Antes de destacarmos algumas considerações sobre o modelo aqui apresentado, gostaria de evidenciar que o método utilizado pode apresentar seus pontos fracos. Mas nenhum método é isento de falhas. Cabe ao pesquisador saber como trabalhar com as adversidades do modelo.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

O objetivo desse artigo é, basicamente, apresentar uma estratégia de trabalho para transcrições de vídeos. Entretanto é importante ressaltar que o objetivo, em nenhum momento, foi ditar o que os pesquisadores devem ou não fazer no momento de transcrever seus vídeos. Acredito que cada estratégia tenha seu valor e cabe ao pesquisador decidir quais são as que mais atendem as suas necessidades.

No trabalho desenvolvido durante as transcrições, o interesse, assim como em todas as pesquisas, era particular – cada pesquisador tem um objetivo de pesquisa – e utilizar esse modelo foi efetivo por diversos motivos tais como: entendimento do pensamento matemático dos sujeitos; vislumbre de algumas situações que, antes das transcrições, não havia sido observadas; redução do tempo de trabalho para transcrever vídeos etc.

No desenvolvimento desse modelo também descobrimos o quanto os vídeos são úteis no âmbito de várias pesquisas. Vale destacar a importância dessa mídia para professores da educação básica, que podem compreender melhor o pensamento de seus alunos ao assistir vídeos de seus alunos em sala de aula.

Uma discussão iniciada nas primeiras seções desse artigo pode ser problematizada agora. A questão gira em torno de vídeos como dados X transcrições como dados. A partir dos dados apresentados nesse trabalho, podemos entender que ambos podem ser tratados como dados. Os vídeos, de certo modo, apresentam as filmagens mostrando o que aconteceu no decorrer da pesquisa. Já as transcrições representam a carga textual do que os vídeos representam. Ao mostrarmos como o processo de transcrição evoluiu, vimos que as transcrições, assim como os vídeos, colaboraram bastante para os resultados da pesquisa.

Apesar de alguns pesquisadores acreditarem que os vídeos não devem ser transcritos (PALLATIERI; GRANDO, 2011), pois nessa ação se perde muito das vantagens que os vídeos trazem, acredito que as duas mídias podem se ajudar. Os vídeos geram as transcrições, que por sua vez permitem aos pesquisadores assistirem aos seus vídeos muitas vezes. O que representa uma vantagem para qualquer pesquisa que utilize essa metodologia de pesquisa.

## REFERÊNCIAS

ARAÚJO, J. L. **Cálculo, tecnologias e modelagem matemática**: as discussões dos alunos. 2002. 173f. Tese (Doutorado em Educação Matemática), Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro. 2002.

ARAÚJO, J. L. Uma abordagem sócio-crítica da modelagem matemática: a perspectiva da educação matemática crítica. **Alexandria Revista de Educação em Ciências e Tecnologia**, Florianópolis, v. 2, n. 2, p.55-68, jul. 2009. Disponível em: <<http://alexandria.ppgect.ufsc.br/files/2012/03/jussara.pdf>>. Acesso em: 22 jul. 2015.

ARAÚJO, J. L.; CAMPOS, I. S.; TORISU, E. M. Motives to voluntarily participate in a mathematical modelling project. In: INTERNATIONAL COMMUNITY OF TEACHERS OF MATHEMATICAL MODELLING AND APPLICATIONS, 17., 2015. Nottingham. **Resumos...** Nottingham: University of Nottingham, 2015. p. 12.

ARAÚJO, J. L.; LIMA, F. H. Construção de modelos matemáticos como transformações de objeto em produto. In: CONFERÊNCIA NACIONAL SOBRE MODELAGEM NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 9, 2015, São Carlos. **Anais...** São Carlos: UFSCar, 2015. 1 CD-ROM.

ARAÚJO, J. L., ROCHA, A. P.; MARTINS, D. A. Papel da Matemática (ou de modelos matemáticos) em ambientes de modelagem: a proposta de Rafael. **Rematec**, Natal, v. 9, n. 17, p. 5-23, set./dez. 2014.

BARBOSA, J. C. Modelagem matemática: O que é? Por quê? Como?. **Veritati**, Salvador, v. 1, n. 4, p. 73-80, jun. 2004.

CAMPOS, I. S. **Alunos em ambientes de modelagem matemática**: caracterização do envolvimento a partir da relação com o background e o foreground. 2013. 203 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte. 2013.

CLEMENT, J. Analysis of clinical interviews: foundations and model viability. IN: KELLY, A. E; LESH, R. (Ed.). **Handbook of research methodologies for Science and mathematics education**. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum, 2000. p. 547-589.

GARCEZ, A.; DUARTE, R.; EISENBERG, Z. Produção e análise de vídeo gravações em pesquisas qualitativas. **Educação e Pesquisa**, São Paulo, v. 37, n.2, p. 249-262, mai./ago. 2011.

GIBRAM, D. F. R. **Concepções de aprendizagem em trabalhos apresentados na vi conferência nacional sobre modelagem na educação matemática**. 43 f. Monografia (Especialização em Matemática) – Instituto de Ciências Exatas, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte. 2011

MARTIN, L. C. **The nature of the folding back phenomenon within the Pirie-Kierent theory for the growth of mathematical understanding and the associated implications for teachers and learners of mathematics**. 1999. Unpublished doctoral dissertation, University of Oxford, Oxford, England.

PALLATIERI, M; GRANDO, R. C. A importância da vídeo gravação enquanto instrumento de registro para o professor do pensamento matemático de crianças pequenas. **Horizontes**, São Francisco, v. 21, n. 2, p. 21-29, jul./dez. 2010.

PIRIE, S. E. B. Where do we go from here? IN: TEPPPO, A. R. (Ed.). **Qualitative research methods in mathematics education**. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics, 1998. p. 156-163. (Monograph, 9).

POWELL, A.; FRANCISCO, J.; MAHER, C. Uma abordagem à Análise de Dados de Vídeo para investigar o desenvolvimento de ideias e raciocínios matemáticos de estudantes. Tradução de Antônio Olímpio Junior. **Boletim de Educação Matemática - BOLEMA**. Rio Claro, n. 21, 2004

PLANAS, N. Modelo de análisis de videos para el estudio de procesos de construcción de conocimiento matemático. **Educación Matemática**, México, v. 18, n. 1, p. 37-72, abr. 2006.

ROCHA, A. P. F. P. **Realidade, matemática e modelagem**: as referências feitas pelos alunos. 2015. Dissertação (Mestrado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte. 2015.

TORISU, E. M. **Motivos para envolvimento em tarefas investigativas em aulas de matemática à luz da teoria da atividade**: um estudo com alunos do ensino fundamental. 2014. 203f. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte. 2014.

# UMA ABORDAGEM GEOMÉTRICA, COM RECURSOS DA GEOMETRIA DINÂMICA, PARA O ENSINO DE PORCENTAGEM

Ion Moutinho<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Universidade Federal Fluminense/Departamento de Análise, ion.moutinho@gmail.com

## Resumo

Apresentamos um modelo de intervenção didática para o ensino de porcentagem. Este é baseado no uso de materiais didáticos criados com programas de Geometria Dinâmica, os cenários virtuais de aprendizagem, e de estudos dirigidos para o uso dos cenários. Os estudos dirigidos são elaborados com um critério bem definido, baseado no papel dos sistemas de representação semiótica no processo cognitivo de aprendizagem de conhecimentos matemáticos. O modelo considera o aluno como protagonista da construção de conhecimentos e assume o papel de mediador do professor. Analisamos este modelo de intervenção didática e apresentamos relatos de uma pesquisa de campo baseada no seu uso que mostram o potencial didático do modelo.

**Palavras-chave:** Geometria Dinâmica; sistemas de representação semiótica; construção de conhecimento matemático; porcentagem.

## INTRODUÇÃO

Podemos verificar, pelas avaliações estaduais e nacionais como o SAEB, a Prova Brasil e o ENEM, que os estudantes brasileiros apresentam sérias dificuldades com o conceito de porcentagem. Em Novaes (2009) encontramos exemplos que ilustram este quadro. Não custa lembrar que o conceito de porcentagem é parte do conteúdo matemático a ser ensinado no Ensino Básico segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN).

O cálculo de porcentagens, talvez o assunto mais presente no dia-a-dia da maioria dos brasileiros, depende da compreensão de estruturas multiplicativas. Por outro lado, em Moutinho (2013) encontramos uma abordagem para o estudo da operação de multiplicação com características bastante específicas. Em particular, a operação de multiplicação é apresentada num sistema de representação geométrica. Mais precisamente, tal sistema de representação é parte de um produto didático conhecido como Ambiente Virtual de Aprendizagem (AVA) para Números Reais (ver Moutinho (2014)), onde os sistemas de representação de objetos relacionados com os números reais são apresentados em cenários virtuais e de aprendizagem, cenários interativos. É parte deste produto didático um cenário chamado de Calculadora Geométrica de Produtos, que permite efetuar multiplicações e explorar propriedade sobre tal operação. Em Moutinho e Silva (2015) encontramos relatos de experiência que evidenciam como o sistema de representação encontrado na Calculadora Geométrica de Produtos se mostra adequado para tratamentos multiplicativos.

No AVA para Números Reais, a Calculadora Geométrica de Produtos funciona como um dos cenários básicos do ambiente e a partir deste é possível construir novos cenários de aprendizagem, de acordo com objetivos estabelecidos. Em particular, é possível construir um novo cenário de aprendizagem que permita o cálculo de porcentagens, a chamado Calculadora Geométrica de Porcentagens.

Este é um estudo parcial sobre um modelo de intervenção didática para ensino e aprendizagem do conceito de porcentagem baseado no uso da Calculadora Geométrica de Porcentagens. O modelo consiste no uso de cenários virtuais de aprendizagem e de estudos



dirigidos para o ensino e aprendizagem do conceito de porcentagem. Adotamos o termo modelo, pois apresentamos um modelo de construção do cenário e do estudo dirigido. O termo intervenção didática se justifica por admitirmos que o aluno deve ser o principal agente no processo de construção de seus conhecimentos e, assim, o professor deve assumir o papel de mediador deste processo. Este estudo também inclui relatos de uma pesquisa de campo baseada no modelo.

## FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Os principais fundamentos adotados para o estudo são as orientações para o ensino de Matemática contidas nos PCN (Brasil, 1998) e a teoria sobre registros de representação semiótica de Duval (2003). Dos PCN, consideramos diversos aspectos metodológicos contidos nesses documentos, com destaque para a orientação para uma abordagem sobre o ensino de Matemática dever possibilitar ao aluno participar ativamente do processo de construção de seus conhecimentos.

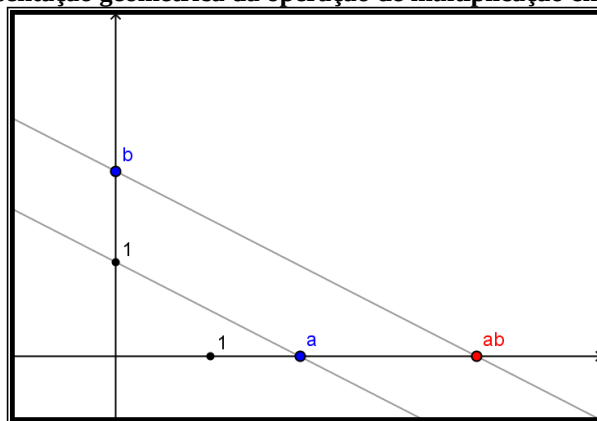
O papel dos sistemas de representação semiótica no processo de ensino e aprendizagem de conhecimentos matemáticos, de acordo com a teoria de Duval (2003), é peça fundamental neste estudo. A teoria é base para a elaboração das atividades de ensino e aprendizagem e também para avaliação dos alunos e das experiências científicas. Mais ainda, serve também para se evitar o uso banal do importante termo, construção de conhecimentos matemáticos. A noção de *construção do conhecimento em Matemática* considerada neste estudo é a que se refere às três ações fundamentais, “de representar os conceitos, de tratar as representações obtidas no registro estabelecido e de converter as representações num registro para outro” (D’AMORE, 2005, p. 63).

A análise do estudo também é baseada em relatos de uma pesquisa de campo sobre o ensino de cálculo de porcentagem a partir de tal modelo. Esta pesquisa fez parte da monografia de Pequeno (2013) para conclusão do Curso de Especialização Novas Tecnologias no Ensino da Matemática, da Universidade Federal Fluminense (UFF). A experiência ocorreu com 12 alunos da 1º série de Ensino Médio da Escola Estadual Antônio Lopes da Silva, da cidade de Praia Grande, no estado de São Paulo.

## O PRODUTO DIDÁTICO E O MODELO DE INTERVENÇÃO DIDÁTICA

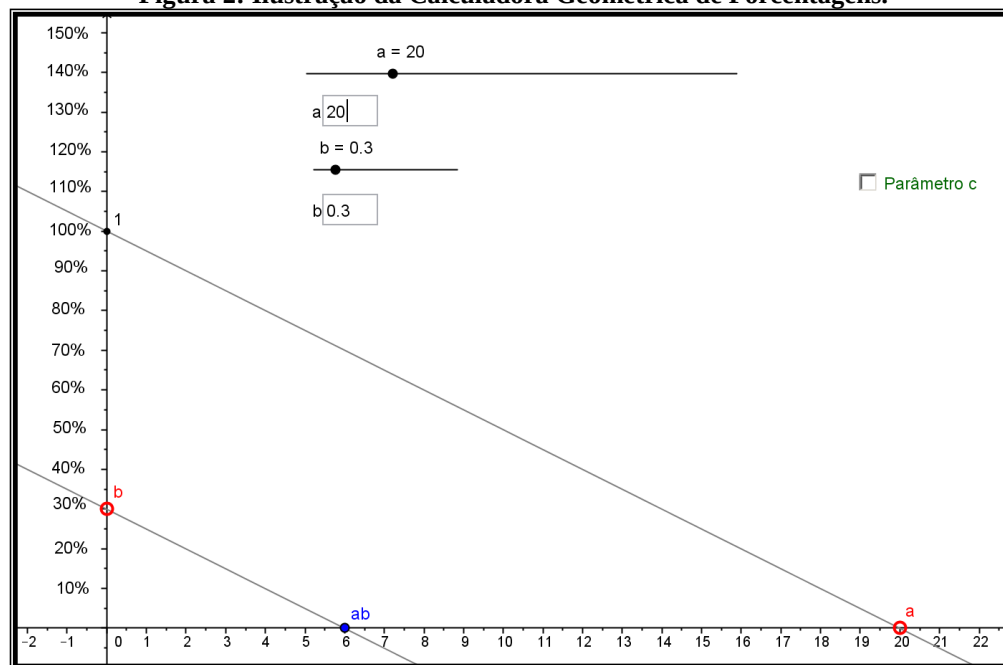
A multiplicação de números reais pode ser representada no seguinte sistema de representação semiótica.

Figura 1: Representação geométrica da operação de multiplicação entre números reais.



O Cenário, Calculadora Geométrica de Produtos, é baseado nesta representação. Com algumas adaptações, criou-se o cenário, Calculadora Geométrica de Porcentagens, ilustrado na figura 2. Este cenário virtual de aprendizagem pode ser acesado pelo endereço <http://tube.geogebra.org/m/1474221>.

**Figura 2: Ilustração da Calculadora Geométrica de Porcentagens.**



Esta calculadora permite diversas manipulações envolvendo o cálculo de porcentagens e de porcentagens de valores. Foi construída com o programa GeoGebra, de autoria de Markus Hohenwarter. Nesta versão, o usuário pode mover os parâmetros  $a$  e  $b$  dos controles deslizantes, ou pode entrar com valores específicos nos campos de entradas. Também é possível utilizar o parâmetro  $c$  para ajudar a resolver equações. Assim, para calcular 30% de 20, basta fazer  $a = 20$  e  $b = 30\%$ . Se alguém quiser resolver o problema, quando 30% de  $x$  é 9?, pode usar o parâmetro  $c$  para fixar o valor a ser obtido, no caso,  $c = 9$ , fazer  $b = 30\%$  e, então mover  $a$  até obter  $ab = c$ .

É possível se estabelecer outros cenários para o conceito de porcentagem. Por exemplo, em <http://tube.geogebra.org/material/show/id/1474407> encontramos um cenário que permite estabelecer uma relação entre a representação decimal de um número entre 0 e 1 e sua representação por porcentagens.

O Cenário, Calculadora Geométrica de Porcentagens, é um produto didático para ser utilizado por alunos na construção de seus conhecimentos sobre o conceito de porcentagem. Ele foi projetado para ser um ambiente de interação e de exploração. Mas para isso é necessária a atuação do professor como mediador, inclusive apresentando um estudo dirigido bastante especial. Tal estudo dirigido é um guia que costuma apresentar um texto introdutório, normalmente de contextualização, e uma proposta de estudo, algum tipo de desafio. O restante do texto é composto por atividades onde o aluno é estimulado a realizar as três ações fundamentais, de representar, e de tratar e converter as informações representadas. As atividades procuram também explorar combinações de ações. Por exemplo, muitas vezes o aluno sabe tratar informações num sistema de representação, mas tem dificuldades em representá-las. Assim, para identificar tal situação, uma atividade pode já apresentar os dados representados e apenas pedir para o aluno tratá-los e

eventualmente realizar alguma conversão no final. E é com esta combinação de estímulos à prática das três ações fundamentais que se pretende promover a construção de conhecimento matemático.

A aplicação deste tipo de estudo dirigido, desenvolvido nos moldes aqui descritos, com os cenários de aprendizagem baseados na Calculadora Geométrica de Porcentagens é chamada de *modelo de intervenção didática para o ensino e aprendizagem de porcentagem*.

Como ilustração de estudo dirigido e fonte de informação para a análise a seguir, reproduzimos o estudo dirigido utilizado na experiência de Pequeno (2013). Cabe lembrar que este estudo dirigido foi elaborado para atender a certos objetivos específicos da pesquisa de Pequeno. Neste caso, a primeira atividade tem o objetivo de avaliar se os sujeitos da pesquisa sabiam representar e tratar contas sobre porcentagens de valores num sistema de representação numérica. Da atividade 2 em diante o objetivo é simplesmente o de representar e tratar as informações no sistema de representação da Calculadora Geométrica de Porcentagens. Estes foram os objetivos colocados para a pesquisa citada.

**Figura 3: Exemplo de estudo dirigido para o modelo de intervenção didática.**

A noção de porcentagem é muito usada no nosso dia a dia. Por exemplo, descontos e multas são ações que quase sempre fazem referência ao termo porcentagem. Aluno, você sabe calcular porcentagens de valores?

A fórmula para o cálculo de porcentagem é bem simples. Se  $n$  e  $v$  representam números, temos que  $n\%$  do valor  $v$  é:  $n\% \times v$  ( $n\%$  vezes  $v$ ).

O aluno precisa lembrar que  $n\%$  é o mesmo que  $n : 100$  ( $n$  dividido por 100).

Exemplo: Calcular 60% de 30.

Solução: Como vimos, determinar a porcentagem de um valor significa multiplicar, ou seja:

$$60\% \text{ de } 30 = 60\% \times 30 = \frac{60}{100} \times 30 = 6 \times 3 = 18.$$

Assim, 60% de 30 é 18.

Este tipo de cálculo é realizado em situações como o cálculo de juros. Vejamos um caso.

Exemplo: Um banco, ao emprestar dinheiro, cobra de 3% de juros do valor emprestado. Se uma pessoa pegou 800 reais emprestados, quanto terá de pagar de juros?

Solução: Precisamos determinar 3% de 800.

$$3\% \text{ de } 800 = 3\% \times 800 = 3 \times 8 = 24.$$

Assim, o devedor deve pagar 24 reais de juros.

Aluno, você teve dificuldades para entender as contas mostradas aqui? Você sabe efetuar este tipo de conta? Aluno, você está convidado para conhecer um recurso interessante desenvolvido para te ajudar neste tipo de contas. Curta as atividades a seguir.

**Atividade 1:** Você sabe realizar as contas que envolvem o cálculo de porcentagem de valores? Determine:

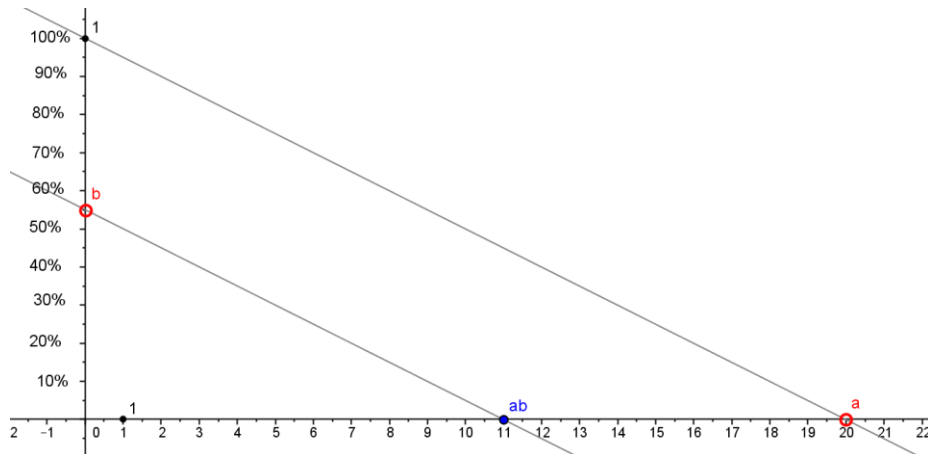
- a) 25% de 40  
A) 1/4                      B) 10                      C) 65                      D) 1000
- b) 50% de 10  
A) 0,5                      B) 5                      C) 40                      D) 500
- c) 100% de 13
- d) 10% de 20
- e) 3% de 1,5
- f) Aluno, você conseguiu armar as contas? Teve alguma conta que você não conseguiu efetuar, ou teve maior dificuldade?

**Atividade 2:** Nesta aula você vai conhecer uma maneira alternativa de obter a porcentagem de um valor. Ela é baseada num cenário eletrônico onde você pode manipulá-lo livremente. Este cenário é uma espécie da calculadora geométrica de produtos, uma calculadora geométrica de produtos adaptada para o cálculo de porcentagem de valores.

- a) O cenário apresenta dois botões deslizantes. Movimente os botões e perceba a movimentação do cenário. Perceba os três pontos notáveis da animação, indicados por  $a$ ,  $b$  e  $ab$ .

- b) Este cenário permite obter a porcentagem de um valor. Assim, para calcular  $n\%$  de  $v$ , basta fazer  $b$  coincidir com  $n$  e  $a$  coincidir com  $v$ . Por exemplo, faça  $b = 60$  e  $a = 30$ . Aluno, veja o número produzido, indicado pelo ponto  $ab$ . Veja que  $ab = 18$ . Você se lembra do primeiro exemplo desta aula? Volte na primeira folha para verificar!
- c) Utilize o cenário para obter as respostas da atividade 1.
- d) Aluno, você conseguiu realizar o item (c)? Teve alguma conta que você não conseguiu efetuar?

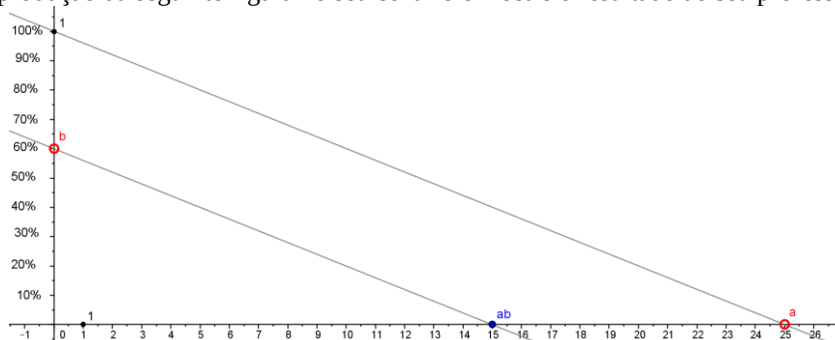
**Atividade 3:** Uma pessoa calculou a porcentagem de um valor no cenário, conforme mostrado na próxima figura.



Baseando-se na figura, determine a porcentagem usada, o valor dado e o resultado encontrado.

**Atividade 4:**

- a) Faça uma reprodução da seguinte figura no seu cenário e mostre o resultado ao seu professor.



- b) A figura indica 60% de uma quantidade. Mostre no cenário quanto é 50% da mesma quantidade.

**Atividade 5:** Efetue as seguintes contas com ajuda do cenário.

- a)  $30\% \times 20 =$                       b)  $0,25 \times 10 =$                       c)  $\frac{120}{100} \times 12 =$

**Atividade 6:**

- a) Uma loja está dando 20% de desconto em seus produtos. Então, qual é o valor do desconto de uma camisa que custa 25 reais?
- b) Ao atrasar uma conta de 30 reais, foi preciso pagar uma multa de 5% do valor da conta. Qual foi o valor da multa?

**Atividade 7:** Às vezes já temos a porcentagem do valor calculado, mas falta saber o valor ou a porcentagem. Para esta atividade, pode ser útil ativar a caixa que habilita o parâmetro  $c$ .

- a) Um vendedor deu um desconto de 20% no valor de um produto e o comprador economizou 5 reais. Qual era o valor do produto?
- b) Uma pessoa pagou 3 reais de multa por ter atrasado no pagamento de 15 reais. Qual foi a porcentagem usada na cobrança?
- c) Calcule 60% de 20% de 25.

## ANÁLISE DO MODELO DE INTERVENÇÃO DIDÁTICA

Sabemos que a abordagem do conceito de porcentagem por meio de representações numéricas, e fórmulas e regras não tem produzido bons resultados com nossos alunos do Ensino Básico. Na busca por melhorias neste quadro, uma abordagem baseada na visualização pode ser uma boa opção. De fato, já encontramos, por exemplo, uma abordagem visual estudada por Novaes (2009). A abordagem apresentada aqui também é baseada na visualização, contudo, é baseada num sistema de representação geométrica. Ela é completamente independente de fórmulas e de algoritmos de cálculos, ou regras estipuladas pelo professor. Em particular, não exige memorização de fórmulas. É, sim, baseada na idéia de proporção e de recursos da Geometria Dinâmica. A abordagem oferece ao aluno a oportunidade de construir procedimentos não-convencionais relacionados com a determinação e cálculo de porcentagens. Assim, encontramos a possibilidade de estimular os alunos a “aperfeiçoar seus procedimentos de cálculo aritmético, seja ele exato ou aproximado, mental ou escrito, desenvolvido a partir de procedimentos não-convencionais”, no caso dessa abordagem. E os alunos não ficam restritos à “mera memorização de regras e de algoritmos” (BRASIL, 1988, p. 67).

Com relação ao uso das novas tecnologias, para o caso do modelo de intervenção deste artigo, os recursos da Geometria Dinâmica, os PCN orientam que estes podem evidenciar para os alunos “a importância do papel da linguagem gráfica e de novas formas de representação, permitindo novas estratégias de abordagem de variados problemas”; pode “auxiliar no processo de construção de conhecimento”, além de servir “como meio para desenvolver autonomia pelo uso de softwares que possibilitem pensar, refletir e criar soluções” (BRASIL, 1998, p. 44). Os PCN também apontam que, ainda com relação ao uso das novas tecnologias, “tudo indica que pode ser um grande aliado do desenvolvimento cognitivo dos alunos, principalmente na medida em que possibilita o desenvolvimento de um trabalho que se adapta a distintos ritmos de aprendizagem e permite que o aluno aprenda com seus erros”.

De fato, no modelo que estamos propondo o aluno dispõe de um guia de estudo e de cenários de aprendizagem interativos onde ele pode, de modo autônomo e no seu ritmo, procurar realizar as tarefas por meio de exploração e experimentação dos cenários. A interatividade dos cenários e os recursos da Geometria Dinâmica permitem que os alunos experimentem e, percebendo erros cometidos, repitam novas experiências. Neste processo, a forma como os cenários são construídos e as atividades de ensino são elaboradas é fundamental.

Na pesquisa de campo de Pequeno (2013), os relatos mostram que, na realização da Atividade 1, só cinco dos doze sujeitos acertaram o item (a), e o número foi diminuindo a cada item desta mesma atividade. Mais ainda, os relatos também mostram momentos em que os sujeitos conseguiam representar os dados mas não conseguiam tratar os dados representados, e momentos em que nem conseguiam representar os dados. Por exemplo, tiveram alunos que conseguiram representar a expressão “25% de 40” na expressão numérica  $25\% \times 40$  ou em  $0,25 \times 40$ , mas não conseguiram chegar na resposta 10. As respostas do item (f) apontam uma curiosidade sobre a abordagem inicial. Ao serem perguntados se tinham conseguido armar as contas, se tinha alguma conta que não tinham conseguido efetuar, ou se tinha tido uma dificuldade maior, muitas respostas não foram de acordo com o desempenho do aluno. Alguns alegaram ter tido dificuldade só no item (e), mesmo tendo errado outros itens. Eles não aprenderam com seus erros, pois nem os perceberam. Outra curiosidade, ninguém acertou o item (e). A passagem para a Atividade 2 já mostrou diversos aspectos positivos sobre o uso do cenário de aprendizagem.

Os itens (a) e (b) da Atividade 2 apresentam a Calculadora Geométrica de Produtos de modo bem breve, só com um exemplo de manipulação. Em seguida, no item (c), os alunos são convidados a voltar à Atividade 1 e refazê-la, mas agora com ajuda da nova calculadora. Nesta etapa, apenas um aluno deixou de encontrar a resposta para o item (e). Mesmo assim, ele conseguiu representar os dados do problema, só não conseguiu tratá-los. Exceto por este caso, todos os alunos, com bastante autonomia, conseguiram responder o pedido na Atividade 1 segundo o sistema de representação apresentado pela Calculadora Geométrica de Porcentagens. Com o item (d) percebemos claramente o entusiasmo dos alunos com a possibilidade de trabalhar com o novo sistema de representação, uma reação bem diferente de quando responderam o item (f) da Atividade 1. Ao longo da análise, Pequeno relata que “foi presenciado que não era sempre que os alunos chegavam à reposta final na primeira tentativa, mas esse erro servia de base para definir uma nova estratégia, com isso, a resposta esperada era conquistada”. Com o cenário interativo, os alunos percebiam seus erros!

**Figura 4: Resposta de um aluno para o item (f) da Atividade 1 sobre seu desempenho referente ao uso de sistemas de representação numérica.**

f) Aluno, você conseguiu armar as contas? Teve alguma conta que você não conseguiu efetuar, ou teve maior dificuldade?

Não consegui fazer nenhuma conta -

**Figura 5: Exemplo de resposta para o item (d) da Atividade 2.**

d) Aluno, você conseguiu realizar o item (c)? Teve alguma conta que você não conseguiu efetuar?

SIM, FOI MUITO MAIS FACIL E TODAS AS QUESTOES FORAM RESOLVIDAS COM TRANQUILIDADE

Adiferença entre os dois momentos mostrados nas figuras 4 e 5 ilustra como foi a satisfação e o entusiasmo da turma com o tipo de aula que foi praticada na experiência. O uso do cenário interativo parece ter ajudado a promover a realização pessoal de cada aluno.

De modo geral, as atividades dos estudos dirigidos são desenvolvidas a fim de possibilitar que os alunos trabalhem as ações fundamentais para a construção de conhecimento matemático separadamente. Elas podem simplesmente pedir para o aluno representar determinadas informações no sistema de representação apresentado no cenário de trabalho. E podem pedir para o aluno realizar tratamentos a partir de informações já representadas. Por exemplo, a Atividade 4 da figura 3 foi elaborada já com os dados, 60% de uma quantidade, representados no sistema de representação do cenário de aprendizagem. Nesse caso, o aluno só irá tratar as informações, até conseguir 50% da mesma quantidade. Na Atividade 3, vemos um exemplo onde as informações são dadas no

sistema de representação do cenário de aprendizagem e o aluno deve convertê-las para o sistema de representação em linguagem natural, conforme apresentado na introdução do estudo dirigido.

Com relação às conversões entre diferentes registros semióticos, os cenários podem ser elaborados de modo a tornar a tarefa mais fácil, ou mais difícil, se for preciso. É possível, por exemplo, criar relações dos objetos geométricos do cenário com representações decimais ou fracionárias, dependendo do que for mais interessante. É possível apresentar representações decimais parciais ou não. Por exemplo, podemos construir um cenário que só apresente correspondência com múltiplos da unidade ou que permita, com recurso de ampliação, aproximar um valor representado na reta por representações decimais tão precisa quanto se queira, ou que o programa permita.

Por exemplo, na pesquisa de Pequeno (2013), para a realização da Atividade 5, os alunos demonstraram resistência em trabalhar com as representações apresentadas (% , decimais e frações). Neste momento o professor precisou intervir e incentivar os alunos a lerem a introdução do estudo dirigido com mais atenção e a refletir mais sobre o papel de todas as variáveis contidas no cenário virtual. Após esta intervenção só dois alunos deixaram de resolver o item (b), não souberam encontrar o representante equivalente de 0,25 no cenário.

Para alunos que não conseguiam resolver simples contas de determinação de porcentagem de um valor dado, não dá para imaginar o grupo resolvendo as Atividades 6 e 7. Contudo, a pesquisa mostrou que apenas nos itens (b) e (c) da Atividade 7, dois alunos não chegaram a resposta correta. Mais ainda, relatos mostram que os alunos buscaram suas próprias estratégias para resolver a Atividade 7, que exigia um tratamento das informações bem especial. E fizeram isso sem recorrer à utilização de algoritmos.

Com os recursos da Geometria Dinâmica, podemos elaborar diferentes variações da ideia de Calculadora Geométrica de Porcentagens. Podemos elaborar variações que permitam cálculos com maior ou menor precisão, e até com aproximações ou margens de erros, com números maiores ou menores e com cálculos compostos. Aliás, isso é um ótimo recurso para atender a outra orientação encontrada nos PCN, a de promover experimentações que permitam um aluno desenvolver percepções quantitativas e qualitativas. A pesquisa de Pequeno (2013) não abordou este aspecto, mas a abordagem visual oferecida pelos cenários de aprendizagem parecem atendê-lo bem. Por exemplo, é adequado e prático debater sobre a questão, “20% de uma quantidade é pouco, quando comparado com a quantidade?”.

Em resumo, temos um ambiente virtual de aprendizagem que permite um aluno experimentar e explorar o que deve, portanto, ajudar o aluno a desenvolver seu estudo de modo autônomo. E temos um modelo de estudo dirigido que, com o apoio dos cenários virtuais de aprendizagem, devem estimular as três ações fundamentais para a construção de conhecimento matemático. Vale informar que a criação de novos cenários virtuais de aprendizagem a partir da Calculadora Geométrica de Porcentagens é uma tarefa relativamente simples para uma pessoa que conheça os recursos básicos do programa GeoGebra, por exemplo. Desse modo, é possível um professor realizar eventuais adaptações, conforme ele julgar útil. E o modelo de elaboração de atividades pode ser utilizado com questões de livros e de provas, isto é, é sempre possível abordar qualquer tipo de problema envolvendo porcentagem a partir das ações fundamentais envolvendo representação semiótica.

## **CONSIDERAÇÕES FINAIS**

Apresentamos um modelo de intervenção didática para o ensino e aprendizagem do conceito de porcentagem que tem como objetivo ajudar um aluno a construir seus próprios conhecimentos matemáticos e também ajudar um professor a mediar este processo. A análise realizada mostra como este modelo se enquadra em orientações dos PCN e dá um critério para o conceito de construção de conhecimento matemático.

Destacamos um aspecto importante que esteve presente a quase todo momento da análise. O modelo de intervenção permite seguir a orientação dos PCN de se realizar avaliações contínuas, inclusive servindo de orientação para a prática docente, de usar a própria avaliação como estratégia de ensino, de promoção do aprendizado, ou seja, integrada ao processo de ensino e aprendizagem.

Uma pesquisa de campo confirma algumas hipóteses sobre o modelo de intervenção didática. Constatamos uma turma de alunos bastante estimulada e agindo conforme o planejado, realizando seus estudos de modo autônomo e exploratório, cada um no seu ritmo.

Apresentamos uma abordagem para o ensino do conceito de porcentagem baseada num sistema de representação geométrica. Ela se mostra uma boa opção didática, principalmente por não necessitar memorização de fórmulas, nem utilizar regras, além de representar, por meio de visualização, a ideia de proporção associada ao conceito de porcentagem. Contudo, ela não deve ser entendida, de modo algum, como a principal abordagem, ou como o meio para se aprender porcentagem. Ainda assim, o modelo de intervenção didática para o ensino e aprendizagem de porcentagem parece eficiente para apresentar uma opção de sistema de representação de conhecimentos envolvendo porcentagem, ele se baseia em sistemas de representação que permitem tratamentos adequados para a resolução dos respectivos problemas.

É claro que a abordagem apresentada aqui não desenvolve uma série de habilidades importantes e apresenta limitações no tratamento de certos dados como, por exemplo, números muito grandes ou muito pequenos, ou mesmo equações mais complexas. Mas ela pode ser útil, por exemplo, para ajudar um aluno, após ler o enunciado de um problema, a obter uma primeira representação matematicamente dos dados do problema. E as eventuais dificuldades encontradas no tratamento podem ser justamente um estímulo para a busca para a conversão para o sistema de representação decimal. E este é um ponto chave para a construção de conhecimentos matemáticos.

Considerando o potencial do modelo de intervenção didática indicado aqui e as possibilidades novas questões de pesquisas ainda relacionadas ao tema, esperamos que este assunto ainda desperte interesse de novas pesquisas e estudos.

## REFERÊNCIAS

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática. 5ª a 8ª séries.** Brasília. 1998.

D'AMORE, B. **Epistemologia e didática da Matemática.** Tradução de Maria Cristina Bonomi Barufi. São Paulo: Escrituras Editora, 2005.

DUVAL, R. **Registros de representações semióticas e funcionamento cognitivo da compreensão em matemática.** In: Aprendizagem em matemática: registros de representação semiótica. p.11-33. 2 ed. São Paulo: Papirus. 2003.

MOUTINHO, I. **Um Ambiente Virtual de Aprendizagem como recurso de mediação na construção de conhecimento relacionados com a operação multiplicação de**



**números reais.** XI ENEM – Encontro Nacional de Educação Matemática – Educação Matemática: Retrospectivas e Perspectivas, SBEM. Curitiba, 2013.

MOUTINHO, I. **Um ambiente Virtual de Aprendizagem para os Números Reais.** IV CEMA – Colóquio de Educação Matemática, Juiz de Fora, MG, 2014.

MOUTINHO, I. e SILVA, V.M. **Um sistema de representação para problemas multiplicativos.** XVI Encontro Baiano de Educação Matemática, Instituto Federal de Educação Ciência e Tecnologia da Bahia, Salvador-Ba, 2015.

NOVAES, Rosa C. N.. **Uma abordagem visual para o ensino de Matemática Financeira.** Dissertação de mestrado, UFRJ, RJ, RJ, Brasil, 2009.

PEQUENO, V.A. **estudo sobre a utilização do AVA para Números Reais no conceito multiplicativo das porcentagens.** Monografia de Especialização. Universidade Federal Fluminense, Niterói, Rio de Janeiro. 2013.

# UMA INVESTIGAÇÃO SOBRE O ENSINO DE PORCENTAGEM NO 6º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL

**Keller Tadeu Lopes**

**Amarildo Melchíades da Silva**

<sup>1</sup>Escola Municipal Juscelino Kubitscheck, kellerlopes@ig.com.br

<sup>2</sup>Universidade Federal de Juiz de fora/ Departamento de Matemática, xancoelho@yahoo.com.br

## **Resumo**

O presente artigo apresenta os principais pontos de uma pesquisa qualitativa desenvolvida dentro de um programa de Mestrado Profissional em Educação Matemática que investigou alunos resolvendo tarefas sobre porcentagem e que foi orientada com a seguinte questão de investigação: como elaborar um conjunto de tarefas que envolva o tema porcentagem, para uso em salas de aula do 6º ano do Ensino Fundamental, que estimulem a produção de significados dos alunos e qual é a produção de significados dos estudantes para as tarefas propostas? Os principais objetivos da pesquisa foram observar os diversos significados sendo produzidos pelos alunos, ampliar as possibilidades de estratégias de resolução dos alunos e estimular a produção de significados dos alunos quando se dispuseram a resolver as tarefas propostas. O referencial teórico usado para realizar a leitura da produção de significados dos alunos foi o Modelo dos Campos Semânticos. Os resultados evidenciaram que as tarefas permitiram aos alunos produzirem significados e que alcançassemos os nossos objetivos.

**Palavras-chave:** Porcentagem, Significados, Produção de Significados, Ensino Fundamental

## **INTRODUÇÃO**

O presente texto tem a finalidade de apresentar os detalhes de uma pesquisa concluída, de cunho qualitativo, cujo título é “Uma investigação sobre o ensino de porcentagem no 6º ano do Ensino Fundamental”. Como o trabalho fez parte de um programa de mestrado profissional em Educação Matemática, tivemos a preocupação em desenvolver um projeto de pesquisa voltado para professores que estivessem buscando alternativas para melhorar suas atuações como docentes em suas aulas de matemática.

A importância de abordar o tema porcentagem numa pesquisa deveu-se ao fato de que esse conteúdo está presente em diversas situações do cotidiano dos alunos. Para exemplificarmos algumas dessas situações, citamos a tomada de decisão da compra de um produto mais econômico, a viabilidade ou não de se fazer um empréstimo, a decisão de efetuar uma compra parcelada ou à vista e a melhor maneira de investir o seu dinheiro. Também, os futuros concursos que os estudantes possam se submeter, onde o tema porcentagem está presente, como é o caso do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM), hoje a principal porta de entrada para as universidades.

A proposta da pesquisa foi desenvolver um produto educacional constituído por tarefas sobre porcentagem que pudesse ser usado por professores em suas aulas e que permitisse aos alunos produzirem significados para as mesmas.

Os objetivos da pesquisa foram observar os diversos significados sendo produzido pelos alunos, ampliar as possibilidades de estratégias de resolução dos alunos e estimular a produção de significados dos alunos quando se dispuseram a resolver as tarefas propostas.

## O REFERENCIAL TEÓRICO

Escolhemos por um referencial teórico que permitisse olhar, não apenas, para a sala de aula em geral, mas, principalmente, para os problemas de aprendizagem e as diferenças que existem neste ambiente.

O referencial teórico que serviu como base de toda a postura assumida no trabalho foi o Modelo dos Campos Semânticos (MCS). A escolha desse referencial é devida ao fato de que as suas perspectivas permitiram fazermos uma leitura da produção de significados dos nossos sujeitos de pesquisa.

O MCS foi desenvolvido pelo educador matemático Romulo Campos Lins (1999, 2001, 2004, 2005) e compartilha ideias com as teorias desenvolvidas por Vygotsky (1993, 1994), Leontiev (1984) e Nelson Goodman (1984).

As diferenças que existem dentro de uma sala de aula e que devem ser consideradas, quando o foco é a aprendizagem, muitas das vezes não são as diferenças que facilmente qualquer um pode observar, mas sim, aquelas que, na maioria das vezes nos escapam diante de nossos olhos.

Nossa pesquisa teve um olhar voltado para essas diferenças que, muitas das vezes, podem emergir de um diálogo. Segundo Lins, 2008, p.351, “É a diferença que motiva a interação, que dá a esta o sentido que me parece mais próprio”. E mais

*No compartilhamento da diferença está, eu penso, a mais intensa oportunidade de aprendizagem (para ambos): é apenas no momento em que posso dizer “eu acho que entendo como você está pensando” que se torna legítimo e simétrico dizer, à continuação, “pois eu estou pensando diferente, e gostaria que você tentasse entender como eu estou pensando” (LINS, 2008, p.543).*

Dentre vários aspectos abordados pelo MCS, destacaremos nesse artigo as ideias de conhecimento, significado e produção de significados, as principais ideias que serviram de suportes para as nossas análises.

O MCS é um modelo epistemológico que afirma que o conhecimento é dado pela crença-afirmação e justificação. Não basta que o sujeito creia e afirme sobre uma dada enunciação, é preciso que ele justifique o que foi afirmado. Ou seja, a crença-afirmação é aquilo que o sujeito enuncia algo em que acredita e a justificação é o que o sujeito entende como aquilo que ele está autorizado a dizer.

*Um conhecimento não é nem mais, nem menos, que isto. Existe em sua enunciação e deixa de existir quando ela termina. A justificação é parte constitutiva de um conhecimento, assim como aquilo que é afirmado e a crença no que é afirmado; isto quer dizer o que constitui um conhecimento são estes três elementos. Nisto o MCS se diferencia de outras teorizações. (grifos do autor). (LINS, 2012, p.12)*

E como para uma mesma enunciação podem ser feitas diferentes justificações; há produção de conhecimentos diferentes.

Para ilustrar tal fato, podemos recorrer ao seguinte exemplo: imagine que desejamos que alguém explique como procedemos para calcular 25% de certa quantia. Uma criança, que tenha tido o seu primeiro contato com o tema porcentagem recentemente, poderia fazer um desenho, dividi-lo em quatro partes iguais e dizer que 25% seria a quarta parte dessa quantia e dividi-la por 4. Por outro lado, um matemático, ou um aluno de séries mais avançadas e que possui certo conhecimento sobre o assunto, poderia responder que bastaria multiplicar essa quantia por 0,25, visto que se essa quantia fosse  $x$ , teríamos 25% de  $x$ , ou seja,  $\frac{25}{100}$  de  $x$  é o mesmo que  $0,25.x$ . O que implicaria que os dois acertaram, mas como as justificações foram diferentes, eles produziram conhecimentos diferentes.

Portanto, conhecimento é algo do domínio da enunciação, e não do enunciado, assim, todo conhecimento tem um sujeito e não faz parte do domínio do enunciado. Ou seja, conhecimento é do domínio da fala, e não do texto. Diante de tal fato, Lins, 2008, p.541 afirma: “*não há conhecimento nos livros*” (grifo do autor).

Outro aspecto relevante dentro do MCS é a noção de significado e de produção de significado.

Segundo Lins, 1994, p.30, significado “... é a relação que se estabelece entre uma crença-afirmação e uma justificação para ela no momento da enunciação”. E ainda, “... para mim o significado de algo é aquilo que digo deste algo. Grosso modo, significado, para mim, é o que a coisa é” (Lins, 1999, p.86).

A importância de se investigar a produção de significados é evidenciada por Lins quando este afirma que: “Para mim, o aspecto central de toda a aprendizagem – em verdade o aspecto central de toda a cognição humana – é a produção de significado” (Lins, 1999, p.86).

Durante o processo de produção de significados é que os objetos vão se constituindo; eles não estão prontos. E são as enunciações que permitem a construção desses objetos. E mais: “... quando falo de significados não estou me referindo a tudo que numa dada situação eu poderia dizer de um objeto, e sim ao que efetivamente digo a respeito de um objeto dentro daquela atividade” (Lins, 1999, p.86).

A teoria mostra, e já citamos, que a produção de significados implica a produção de conhecimentos e que o objeto no qual Lins, 2012, p.28 se refere seria “aquilo para que se produz significado”.

Para Lins (2008), ensinar é sugerir modos de produção de significados, ou seja, permitir que os alunos produzam seus próprios significados e que estes se transformem em objetos de discussões de todos. Por outro lado, aprender é internalizar modos legítimos de produção de significados. A legitimidade está do lado do outro (o sujeito) e não temos poder sobre isso, pois é o que o aluno dá conta; ele decide o que é legítimo. E se o aluno não achar legítimo, ele não produz significado.

A teoria mostra que se há produção de significado haverá produção de conhecimento e vice-versa, mas é importante ficar claro que “conhecimento e significado são coisas de naturezas diferentes” (Lins, 2012, p.28).

## A REVISÃO DE LITERATURA

A revisão de literatura que realizamos e que contribuiu para que tivéssemos um norte para a nossa questão de investigação, foi desenvolvida em três etapas.

Na primeira etapa, revisamos trabalhos publicados em artigos e livros com o objetivo de identificar as pesquisas que já foram desenvolvidas sobre o tema porcentagem. Neste momento, nossa busca foi por trabalhos que pudessem contribuir com a nossa pesquisa ou mesmo por trabalhos que, embora não tenham explorado o nosso tema de investigação - porcentagem - fizeram colocações que mereceram a nossa apreciação, a fim de ampliar ainda mais as nossas discussões.

Num segundo momento, fizemos uma análise dos livros didáticos mais adotados pelas escolas da rede pública de ensino do Brasil. O motivo que nos levou a esta decisão foi o fato do livro didático ser um dos principais recursos utilizados pelos professores em suas aulas, logo queríamos ver como o tema porcentagem era abordado nestes livros.

Por fim, na terceira etapa, analisamos algumas propostas sobre porcentagem apresentadas em materias de Programas de Capacitação de Professores de Matemática. O objetivo dessa análise foi verificar o que estes materiais apresentavam quando falavam de porcentagem e o que poderíamos aproveitar dessas informações.

A revisão de literatura nos evidenciou a ausência de pesquisas que abordassem o tema porcentagem voltada para alunos de séries iniciais e cujo foco fosse a aprendizagem desse conteúdo. Quanto aos livros didáticos do sexto ano, vimos que eles estão preocupados em apresentar exercícios embutidos de ideias distintas para o cálculo de porcentagens. Porém essas propostas envolvem cálculos mecânicos e são apresentadas aos alunos de forma desencadeada de ideias descontínuas, ou seja, ao mesmo tempo em que trazem em gráficos dados em porcentagens, falam em seguida de descontos e acréscimos, depois de porcentagem em relação a um total; não abrem discussões para cada caso.

A grande diversidade de maneiras mecânicas e distintas em resolver uma grande sequência de exercícios sobre porcentagem esconde a aprendizagem desse conteúdo, porque resolver um exercício de forma mecânica não garante que o mesmo foi compreendido e abre uma questão: será que passado um tempo que o aluno resolveu exercícios utilizando esses cálculos, eles conseguiriam resolvê-los novamente?

O motivo da colocação anterior, é que acreditamos que os livros didáticos do 5º e do 6º ano, onde o tema porcentagem aparece pela primeira vez, deveriam apresentar, segundo a nossa concepção, tarefas que associassem porcentagens as suas respectivas frações, explorar mais as porcentagens triviais e utilizar o uso da decomposição de uma porcentagem para calcular outras porcentagens, porém, sempre abrindo discussões para que os alunos entendam o motivo daquilo que estão descobrindo.

Não afirmamos que o que há nos livros didáticos e a maneira como o tema porcentagem é apresentado não possa dar conta da aprendizagem dos alunos, o que enfatizamos é que isso pode confundir e atrapalhar a aprendizagem desse assunto para boa parte dos alunos.

As análises de alguns materiais utilizados em cursos de capacitação de professores nos evidenciaram que a maioria traz propostas interessantes de tarefas sobre porcentagem para serem abordadas em salas de aula. Como exemplos dessas propostas, citamos o cálculo

mental, o raciocínio proporcional na decomposição de uma fração em outras e a associação de frações aos seus respectivos números decimais e suas porcentagens.

## **A QUESTÃO DE INVESTIGAÇÃO**

A nossa proposta de investigação ocorreu a partir da nossa constatação, enquanto professor, das dificuldades que os estudantes possuem nas séries posteriores ao 6º ano em lidar com tarefas sobre porcentagem e ao que observamos na revisão de literatura.

O projeto de pesquisa buscou desenvolver um material didático para o Ensino de Porcentagem no 6º ano do Ensino Fundamental, referenciado teoricamente e orientado por objetivos e pressupostos teóricos que estimulassem a produção de significados de estudantes dessa série na aprendizagem da Porcentagem.

Como durante o processo de produção de significados, os objetos vão se constituindo, ou seja, eles vão se transformando, a questão de investigação foi orientada por duas questões diretrizes intimamente relacionadas:

- Como elaborar um conjunto de tarefas que envolvam o tema porcentagem, para uso em salas de aula do 6º ano do Ensino Fundamental, que estimulem a produção de significados dos alunos?
- Qual é a produção de significados dos estudantes para as tarefas propostas?

Os dados produzidos a partir dessas questões geraram um produto educacional que foi disponibilizado a professores para uso em sala de aula.

## **OS PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS**

A pesquisa ocorreu em três etapas: planejamento, aplicação do material e avaliação.

Considerando que a nossa investigação foi desenvolvida no Ensino Fundamental II e como o tema porcentagem é introduzido no final do Ensino Fundamental I, entrevistamos, utilizando um questionário com 16 perguntas, algumas professoras das séries iniciais. O que buscávamos era levantar algumas informações sobre o que os estudantes aprendem sobre porcentagens nessas séries. O motivo que orientou essa conduta foi o de considerarmos relevante ter em mente que no 6º ano do Ensino Fundamental não seria a primeira vez que os estudantes teriam contato com o assunto.

Com as informações que coletamos na entrevista citada e o que observamos nos livros didáticos sobre o ensino de porcentagem, durante a revisão da literatura, tivemos um ponto de partida para as nossas reflexões.

Ainda na primeira etapa e a partir do nosso ponto de partida para essas reflexões, concebemos e produzimos o material didático (o conjunto de tarefas) no Laboratório de Ensino e Aprendizagem do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da UFJF.

Na segunda etapa, tivemos a fase de aplicação do material produzido. Foi o momento em que submetemos o produto a situações práticas.

Esta fase foi desenvolvida numa escola municipal no município de Santana do Deserto (MG) com uma dupla de alunos do 6º ano do Ensino Fundamental que, durante dois dias,

resolveram as tarefas que lhe foram propostas. Nessa fase, descobrimos estratégias diferentes que os sujeitos de pesquisa utilizavam para resolverem tarefas sobre porcentagem.

No decorrer desse processo, filmamos as atitudes dos alunos e intervimos em seus questionamentos sempre com a intenção de descobrir os significados produzidos e nunca com a intenção de corrigir e mudar a maneira do aluno pensar.

A avaliação foi a última etapa do processo e o momento em que fizemos as alterações devidas, as quais foram necessárias, no produto educacional.

Para fazermos essa avaliação, analisamos os 19 vídeos, totalizando cerca de 5 horas de gravação dos alunos resolvendo e registrando as tarefas, bem como as análises desses registros feitos por eles.

Transcrevemos todas as falas dos alunos e destacamos no trabalho as partes que continham elementos importantes do MCS que fossem relevantes para as nossas análises, como, por exemplo, partes onde os alunos mostraram produzir e compartilhar significados, constituir objetos, dentre outros.

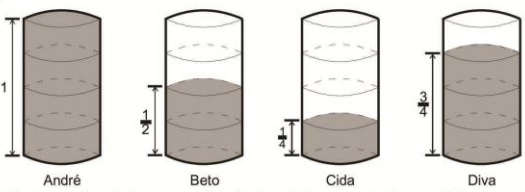
Ainda como parte da etapa da avaliação, submetemos as tarefas em nossa sala de aula real a fim de monitorarmos o tempo que o professor gastaria para aplicá-las aos seus alunos. Esses procedimentos ajudaram indicar a potencialidade do material didático para uso em sala de aula.

Finalmente, o material produzido foi apresentado em forma de uma revista ilustrada, impressa e na versão *online*, contendo as tarefas produzidas, as orientações para o seu uso e um encarte para que o professor possa reproduzi-las para os alunos. Abaixo, apresentamos a tarefa “disparadora” do processo investigativo.

**Figura 1: Associando porcentagem à fração.**

**TAREFA 1 – ASSOCIANDO PORCENTAGEM À FRAÇÃO**

André, Beto, Cida e Diva resolveram fazer uma mistura batida num liquidificador para obter papel reciclado. A figura abaixo mostra a quantidade da mistura obtida por cada um e colocada em recipientes iguais.



Preencha o quadro abaixo com a fração de mistura que cada um obteve e a porcentagem correspondente a essa mistura:

| Nome  | Fração | Porcentagem |
|-------|--------|-------------|
| André |        |             |
| Beto  |        |             |
| Cida  |        |             |
| Diva  |        |             |

O seu objetivo foi avaliar se os alunos sabiam associar uma fração à porcentagem. Para tanto, procuramos colocar figuras que chamassem atenção dos alunos para as frações que fizessem associações às porcentagens triviais, 100%, 50%, 75% e 25%, visto que essas porcentagens são as que fazem parte das matrizes das principais avaliações em larga escala do país, como, por exemplo, a Prova Brasil.

Em seguida, apresentamos a tarefa onde os sujeitos de pesquisa produziram significados bem diferentes um dos outros e que, durante a nossa percepção em campo, podemos notar certa dificuldade em concluir a tal tarefa.

**Figura 2: Calculando porcentagem de um número**

**TAREFA 4 – CALCULANDO PORCENTAGEM DE UM NÚMERO**

Leia o texto abaixo.

Para poder tratar o lixo de forma correta e reduzir os impactos ambientais de tudo aquilo que jogamos fora é preciso ter atenção e se informar sobre o assunto.

Algumas embalagens possuem o símbolo da reciclagem. Este símbolo de reciclabilidade foi desenvolvido para ajudar a identificar e separar os materiais como vidro, plástico, papel e metais para a reciclagem. Ele indica que a embalagem é reciclável.

Diante dessa informação, os alunos do 6º ano resolveram realizar uma coleta seletiva de embalagens recicláveis como vidros, plásticos, papéis e metais. Eles coletaram 18 caixas de papelão, o que corresponde a 30% do total de resíduos coletados, 15 embalagens de vidros, 12 garrafas de metal, 9 garrafas de plástico e outros 6 objetos recicláveis.

a) Complete a tabela abaixo, conforme as informações contidas no texto.

| MATERIAL | NÚMERO DE EMBALAGENS | PORCENTAGEM |
|----------|----------------------|-------------|
| papel    | 18                   | 30%         |
| vidro    | 15                   |             |
| metal    | 12                   |             |
| plástico | 9                    |             |
| outros   | 6                    |             |

b) Registre, nos espaços abaixo, como você encontrou as porcentagens que estão faltando na tabela anterior.

|          |        |
|----------|--------|
| Vidro    | Metal  |
| Plástico | Outros |

Fonte – KELLER TADEU LOPES, 2014, p 74.

O objetivo dessa tarefa foi investigar se os sujeitos de pesquisa conseguiriam completar a tabela a partir de uma porcentagem conhecida, usando, por exemplo, o método de decompor uma porcentagem em outra, como, por exemplo,  $30\% = 15\% + 15\%$  ou qual método eles usariam para concluir a tarefa.

É importante destacar que essas tarefas e as outras que fizeram parte do produto educacional, não são para serem aplicadas em sala de aula e corrigidas pelo professor como um mero exercício de fixação; é preciso ir mais além, ou seja, abrir um diálogo entre os



alunos, sendo o professor o mediador do mesmo, afim de que novos significados possam ser descobertos e compartilhados entre os estudantes.

## **AS CONSIDERAÇÕES FINAIS**

Recordamos que durante a pesquisa elaboramos um conjunto de tarefas sobre o tema porcentagem, orientado por pressupostos teóricos – o Modelo dos Campos Semânticos – e que permitisse com que os estudantes investigados produzissem significados para ele.

As tarefas que aplicamos, permitiram alcançarmos os nossos objetivos e também que fizéssemos pautados nas noções-categorias do modelo, uma leitura da produção de significados dos nossos sujeitos de pesquisa para elas.

A validação positiva de nossas tarefas se deu não só por termos atingidos os nossos objetivos, mas, também, pelo fato dessas tarefas terem sido elaboradas de tal forma que permitissem aos envolvidos no processo investigativo (professores e alunos) conversar e negociar significados. Para tanto, sugerimos que as tarefas sejam conduzidas de um modo diferente do que vemos ocorrer no ensino tradicional vigente.

Nesse ensino, em que o professor é o detentor do conhecimento, os alunos, na maioria das vezes, acabam sendo impossibilitados de, efetivamente, dizerem o que pensam sobre as tarefas que lhe são apresentadas através de listas de exercícios que surgem no final de uma teoria, impedindo-os de produzirem seus próprios significados. O professor, normalmente, corrige no quadro e o aluno copia.

A aplicação das nossas tarefas na sala de aula, na qual atuamos como professor de matemática nos revelou um processo de aprendizagem rico de discussões e interações, onde os alunos, compartilhando as suas diferenças, fizeram descobertas sobre o conteúdo de porcentagem que, certamente, ao longo do processo de aprendizagem em suas vidas escolar, contribuirá para que novas descobertas ocorram.

Dentre as análises que realizamos, um fato nos chamou bastante atenção; a insistência dos sujeitos de pesquisa em tentar resolver as tarefas sempre utilizando regras mecânicas, em que eles não demonstravam entender as operações que as envolviam, mas sempre mantinham as lógicas das operações.

Uma justificativa para essa atitude é que em salas de aulas, os professores, na maioria das vezes, não se preocupam com situações particulares que podem estar envolvidas numa determinada tarefa, o que esses docentes se preocupam é com regras gerais e práticas para eles passarem aos seus alunos; o que não deixa de ser confortável tanto para os alunos quanto para os professores.

A leitura que fizemos da produção de significados dos sujeitos de pesquisa nos evidenciou que em muitos momentos o que eles enunciaram não se transformou em texto e, portanto, não deixou de ser apenas um resíduo de enunciação, logo, impediu de haver uma comunicação naquele ambiente de aprendizagem.

Concluímos que dar voz aos alunos, no sentido de permiti-los produzirem significados dentro de uma atividade, permite-nos negociarmos esses significados com os alunos e, assim, considerando e compartilhando as diferenças que existem dentro de uma sala de aula, aquilo

que é apenas um resíduo de enunciação se transforma em texto, promovendo comunicação dentro daquele ambiente de aprendizagem.

Sugerimos que a aprendizagem da porcentagem ocorra através de um processo ao longo das séries, porém com ideias encadeadas e contínuas de raciocínios e não de maneira fragmentada conforme apresentadas por alguns livros didáticos; o que indica que é preciso promover uma mudança nesse tipo de material de apoio em salas de aula de matemática.

A finalização do trabalho de investigação confirmou que ensinar nada mais é que sugerir modos de produção de significados e que para os alunos, a aprendizagem ocorre quando eles internalizam modos legítimos de produção de significados, assim como o MCS defende.

## REFERÊNCIAS

LEONTIEV, A. N. Uma contribuição à teoria do desenvolvimento da psique infantil. In: L. S. Vigotsky (Dir.), **Linguagem, desenvolvimento e aprendizagem** (pp. 59-83). São Paulo: Ícone, 2006.

LINS, R. C. O Modelo dos Campos Semânticos: estabelecimento e notas de teorizações. In: ANGELO, C. L.; BARBOSA, E. P.; SANTOS, J. R. V.; DANTAS, S. C.; OLIVEIRA, V. C. A. (orgs). **Modelo dos Campos Semânticos e Educação matemática – 20 anos de história**. São Paulo, Midiograf, 2012, p. 11 a 30.

LINS, R. C. A diferença como oportunidade para aprender. In: XIV ENDIPE, 2008, Porto Alegre. **Trajetórias e processos de ensinar e aprender: sujeitos, currículos e culturas**. Porto Alegre: EdUPUCRS, v. 3. p. 530-550, 2008.

LINS, R. C. Matemática, monstros, significados e educação matemática. In M.A.V. Bicudo (Ed.). **Pesquisa em Educação Matemática: concepções e perspectivas**. São Paulo, Brasil: EDUNESP, 2004.

LINS, R. C. Por que discutir teoria do conhecimento é relevante para a Educação Matemática. In: Bicudo, M. A. V. (Org.) **Pesquisa em Educação Matemática: concepções e perspectivas**. São Paulo: Editora UNESP, 1999.

LINS, R. C. **O Modelo Teórico dos Campos Semânticos**: Uma análise epistemológica da álgebra e do pensamento algébrico. Dynamis. Blumenau, V.1, n.7, p. 29-39, abr/jun 1994

LOPES, K. T. **Uma investigação sobre o ensino de porcentagem no 6º ano do Ensino Fundamental**. 161 .f . Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora, 2013.

VYGOTSKY, L. S. **A formação social da mente**. 5.ed. São Paulo: Martins Fontes, 1994.

# UMA PROPOSTA DE ANÁLISE VERTICAL: INVESTIGANDO O CONHECIMENTO MATEMÁTICO PARA O ENSINO DE PROFESSORES DA EDUCAÇÃO BÁSICA

Marieli Vanessa Rediske de Almeida<sup>1</sup>  
Karina Aguiar Alves<sup>2</sup>, Thais Helena Inglês Silva<sup>3</sup>, Regina Lúcia da Silva<sup>4</sup>

<sup>1</sup> Fundação Universidade Federal do ABC, marieli.almeida@outlook.com

<sup>2</sup> Fundação Universidade Federal do ABC, karina.aguiar@aluno.ufabc.edu.br

<sup>3</sup> Fundação Universidade Federal do ABC, thaisinglez@gmail.com

<sup>4</sup> Secretaria da Educação do Estado de São Paulo, regiluciasilva@hotmail.com

## Resumo

Este trabalho insere-se numa agenda de pesquisa a ser desenvolvida no projeto “Conhecimento matemático para o ensino: uma abordagem baseada em perfis conceituais”, vinculado ao Programa Observatório da Educação. Temos por objetivo apresentar os resultados de uma das etapas do projeto, que consistiu na coleta de dados com professores da Educação Básica, por meio de questionários e entrevistas. Trazemos como referencial teórico e de análise o trabalho de Ball, Thames e Phelps, que propuseram, baseados nas ideias de Lee Shulman sobre os Conhecimentos Profissionais Docentes, os domínios do Conhecimento Matemático para o Ensino. A fim de trazermos um recorte genuíno da etapa em questão, desenvolvemos uma estruturação metodológica, apoiados em uma abordagem qualitativa de cunho interpretativo, que denominaremos de “análise vertical”, onde o percurso de três participantes será explorado nas três fases da investigação aqui apresentada. Observamos que, embora os professores participantes possuam perfis de formação e tempo de atuação semelhantes, exibiram abordagens distintas de ensino para conceitos algébricos, bem como, manifestaram diferentes domínios do Conhecimento Matemático para o Ensino. Intentamos, futuramente, ampliar nossas análises, a fim de traçarmos correlações entre as diferentes investigações empreendidas até o momento no grupo e investigarmos como se dá a articulação de conhecimentos docentes e conhecimentos algébricos em professores de matemática, em diferentes níveis de atuação, tanto na Educação Básica como no Ensino Superior.

**Palavras-chave:** Conhecimento Matemático para o Ensino. Formação de Professores. Ensino de Álgebra.

## INTRODUÇÃO

A presente investigação encontra-se alocada no projeto de pesquisa denominado “*Conhecimento Matemático para o Ensino de álgebra: uma abordagem baseada em Perfis Conceituais*”, desenvolvida no âmbito do Observatório da Educação - OBEDUC - sob o edital 049/12, e coordenado pelo Prof. Dr. Alessandro Jacques Ribeiro. O projeto, sediado na Universidade Federal do ABC - UFABC - conta com o apoio e financiamento da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - CAPES e é constituído por bolsistas e outros colaboradores, dentre os quais encontram-se estudantes de graduação e de Pós-Graduação, professores da Educação Básica e professores do Ensino Superior. Propomo-nos, tendo este como um dos objetivos norteadores de nossas pesquisas, a

*investigar os conhecimentos algébricos mobilizados por professores, ao ensinar álgebra na Educação Básica.* Alinhados a este propósito, apresentamos nossas reflexões preliminares a respeito de uma das etapas de investigação do grupo, que contou com a participação de 22 professores da Educação Básica da rede pública estadual do grande ABC, sob a perspectiva teórica do Conhecimento Matemático para o Ensino - MKT - desenvolvido por Deborah Ball e seus colegas.

Nos referimos a uma das etapas pois o trabalho desenvolvido inclui investigações teóricas e conta também com a participação de professores do Ensino Superior, bem como, futuramente, investigações com estudantes da rede pública estadual do grande ABC. Sendo assim, o trabalho com os professores da Educação Básica figura uma das etapas da coleta de dados, inscrita em um processo de investigação maior. O interesse pela temática da Educação Algébrica justifica-se tanto pelos resultados encontrados nas macroavaliações (ALVES, FAGUNDES, ROSSETTO, SILVA e GOMES, 2014) quanto por pesquisas teóricas (DOERR, 2004; ARTIGUE, ASSUDE, GRUGEON e LENFANT, 2001).

O Conhecimento Matemático para o Ensino, por sua vez, constitui um modelo teórico apresentado por Ball, Thames e Phelps (2008), desenvolvido em aproximação com os trabalhos de Shulman (1986, 1987). Elencamos tais referenciais para subsidiar nossas análises e a elaboração dos instrumentos para a coleta de dados. Destacamos a contribuição destes autores para as pesquisas em Formação de Professores, a começar com o trabalho de Shulman que, ao levantar a temática de investigação de quais são os conhecimentos necessários a um professor da Educação Básica, lançou um campo de investigações no final dos anos 80, que desde então tem despertado o interesse de diversos pesquisadores e uma variedade de agendas de pesquisa. Essa variedade de agendas de pesquisas culminou em diferentes tipologias associadas, cada qual, a uma orientação teórica, como observam Tardif e Raymond (2000):

*Vários autores tentaram ordenar essa diversidade, propondo classificações ou tipologias relativas ao saber dos professores (...). Por exemplo, algumas tratam de fenômenos sociais (Bourdoncle 1994), outras de princípios epistemológicos (Shulman 1986), outras, de correntes de pesquisas (Martin 1993; Raymond 1993; Gauthier et al. 1997) ou de modelos ideais (Paquay 1993). (TARDIF, RAYMOND, 2000, p. 213 e 214, grifo nosso)*

A abordagem baseada em princípios epistemológicos se alinha aos interesses do grupo em investigar os conhecimentos do professor sobre álgebra, considerando o conhecimento como constructo a partir das interações entre sua prática docente, a institucionalização da profissão e sua formação. Em se tratando de Ball e seus colaboradores, o trabalho desenvolvido acrescenta o valor da prática dos professores e objetiva elencar os conhecimentos profissionais docentes necessários especificamente ao professor de matemática.

Nos propomos a observar como os domínios de conhecimentos propostos por Ball, Thames e Phelps (2008) se manifestam quando alguns professores da Educação Básica falam sobre sua prática e sobre conceitos matemáticos, pensando particularmente no ensino de álgebra. Para tanto, apresentamos primeiramente as ideias centrais dos trabalhos de Shulman (1986, 1987) e de Ball, Thames e Phelps (2008), seguidas pela metodologia deste trabalho, nossas análises e discussões e alguns apontamentos finais.

## REFERENCIAL TEÓRICO

Buscaremos agora trazer uma revisão dos trabalhos de Lee Shulman (1986, 1987), que tiveram por objetivo estabelecer a importância do conhecimento do conteúdo para a profissão docente e de Ball, Thames e Phelps (2008) que, a partir dos trabalhos de Shulman, elaboraram o Conhecimento Matemático para o Ensino, uma gama de conhecimentos e habilidades necessárias ao ensino de matemática. Tais trabalhos vem sendo estudados por nosso grupo e nos permitiram compreender os diferentes tipos de conhecimentos mobilizados pelos professores participantes desta investigação.

Shulman (1986) defende a existência de um conhecimento do conteúdo que é particular ao ensino. Segundo este autor, o professor necessita ter um conhecimento diferenciado sobre o assunto a ser ensinado. Nesta perspectiva, o autor propõe três categorias para que se estude o conhecimento do conteúdo<sup>1</sup> para o ensino, quais sejam: o Conhecimento Específico do Conteúdo<sup>2</sup>, o Conhecimento Curricular<sup>3</sup> e o Conhecimento Pedagógico do Conteúdo<sup>4</sup>, conhecido principalmente por sua sigla em inglês, PCK.

O Conhecimento Específico do Conteúdo faz referência a conteúdos específicos da disciplina que o professor ministra, o que envolve o entendimento de procedimentos, concepções e fatos, entre outros. O Conhecimento Curricular envolve os conhecimentos que o professor possui sobre o currículo, incluindo o conhecimento de programas, tópicos específicos e utilização de materiais didáticos. Com isso, cabe destacar que o Conhecimento Curricular para Shulman não se restringe ao conhecimento do conteúdo programático. No que se refere ao Conhecimento Pedagógico do Conteúdo, o autor defende a existência de uma relação indissociável entre o conhecimento do conteúdo e os conhecimentos pedagógicos para o seu ensino. Desta forma, o PCK confere uma especificidade relacionada à profissão docente.

Já em 1987, Shulman apresenta mais algumas categorias que formariam, em conjunto com as categorias apresentadas no artigo de 1986, a Base de Conhecimentos para o Ensino<sup>5</sup>. Dessa forma, tal base de conhecimentos seria formada por conhecimento específico do conteúdo, conhecimento pedagógico geral, conhecimento do currículo, conhecimento pedagógico do conteúdo, conhecimentos sobre os alunos, conhecimento dos contextos educacionais e conhecimento sobre objetivos educacionais.

A partir destes dois trabalhos de Shulman (1986, 1987), pesquisadores em diversas áreas passaram a se dedicar ao estudo dos conhecimentos necessários ao ensino, principalmente em relação ao Conhecimento Pedagógico do Conteúdo, categoria que gerou grande interesse na comunidade científica. Entre os pesquisadores que se dispuseram a aprofundar o trabalho de Shulman estão Deborah Ball e seus colegas. Em seu trabalho, Ball, Thames e Phelps (2008) buscam apresentar o que denominaram Conhecimento Matemático para o Ensino<sup>6</sup> (MKT). Partindo de suas investigações, os autores construíram um quadro teórico com diferentes domínios necessários ao ensino de matemática.

---

<sup>1</sup> Content Knowledge no original, em inglês.

<sup>2</sup> Subject-matter Content Knowledge no original, em inglês.

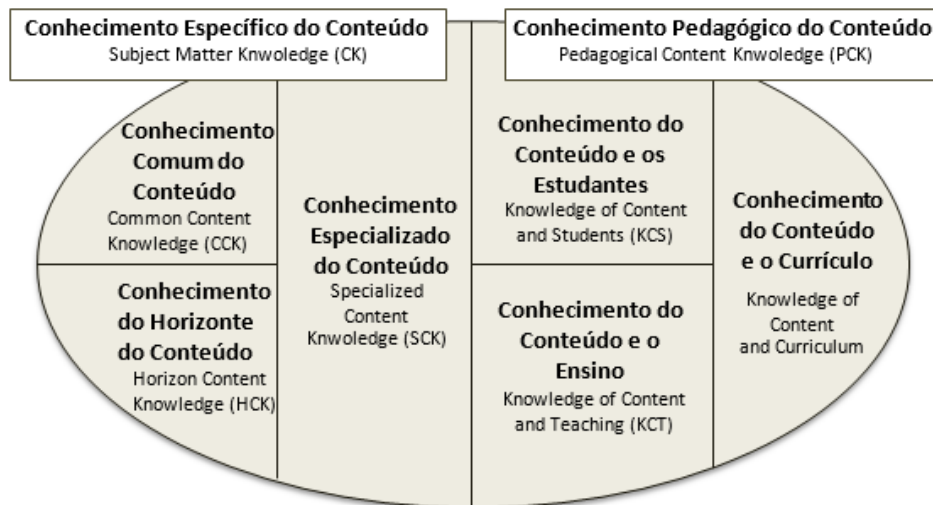
<sup>3</sup> Curricular Knowledge no original, em inglês.

<sup>4</sup> Pedagogical Content Knowledge no original, em inglês.

<sup>5</sup> Knowledge Base of Teaching no original, em inglês.

<sup>6</sup> Mathematical Knowledge for Teaching no original, em inglês.

**Figura 1: Domínios do Conhecimento Matemático para o Ensino**



Fonte - Adaptado de Ball, Thames e Phelps (2008).

Neste quadro, o Conhecimento Específico do Conteúdo, proposto por Shulman, foi subdividido em Conhecimento Comum do Conteúdo e Conhecimento Especializado do Conteúdo. Já o Conhecimento Pedagógico do Conteúdo, foi subdividido em Conhecimento do Conteúdo e os Estudantes e Conhecimento do Conteúdo e o Ensino. Além disso, o quadro construído pelos autores apresenta os domínios Conhecimento do Horizonte do Conteúdo e Conhecimento do Conteúdo e o Currículo que, conforme os mesmos, necessitam ser estudados em maior profundidade para determinar se continuarão ou não alocados desta forma no quadro.

O Conhecimento Comum do Conteúdo<sup>7</sup> (CCK) refere-se a conhecimentos e habilidades matemáticas utilizados em qualquer situação que não envolva o ensino, enquanto o Conhecimento Especializado do Conteúdo<sup>8</sup> (SCK) se refere a conhecimentos e habilidades específicas do professor que ensina matemática. O Conhecimento do Conteúdo e os Estudantes<sup>9</sup> (KCS) relaciona conhecimentos matemáticos com conhecimentos sobre os alunos e o Conhecimento do Conteúdo e o Ensino<sup>10</sup> (KCT) relaciona conhecimentos matemáticos com conhecimentos sobre o ensino.

Neste trabalho nos utilizamos dos domínios de Ball, Thames e Phelps (2008) por se tratar de um modelo teórico desenvolvido para o estudo dos conhecimentos dos professores de matemática e porque os trabalhos do grupo liderado por Ball, na Universidade de Michigan, vem sendo amplamente estudados e discutidos em nosso grupo.

## ASPECTOS METODOLÓGICOS

A metodologia utilizada na presente investigação insere-se numa abordagem qualitativa de cunho interpretativo. Concordamos com Creswell quando, ao descrever a abordagem qualitativa, diz:

<sup>7</sup> Common Content Knowledge no original, em inglês.

<sup>8</sup> Specialized Content Knowledge no original, em inglês.

<sup>9</sup> Knowledge of Content and Students no original, em inglês.

<sup>10</sup> Knowledge of Content and Teaching no original, em inglês.

*A pesquisa qualitativa é um meio para explorar e para entender o significado que os indivíduos ou os grupos atribuem a um problema social ou humano. O processo de pesquisa envolve (...) a análise dos dados indutivamente construída a partir das particularidades para os temas gerais e as interpretações feitas pelo pesquisador acerca do significado dos dados (CRESWELL, 2010, p. 25).*

As interpretações, por sua vez, são feitas à luz do referencial teórico apresentado, ou seja, os pesquisadores atribuem às falas dos professores e situações por eles apresentadas significados a partir dos referenciais de Conhecimento Matemático para o Ensino e de concepções de álgebra. Acerca disso, Santana e Sobrinho destacam:

*(...) sob a visão de um pesquisador interpretativista, o fenômeno a ser estudado é resultado da colocação de significados que o pesquisador impõe ao fenômeno, moldado pela maneira como ambas as partes se interagem, (...) a interpretação ainda deve variar de acordo com o lugar onde o pesquisador e o fenômeno estão inseridos e em qual período de tempo ele está sendo analisado. (SANTANA, SOBRINHO, 2007, p. 2 e 3)*

Como mencionamos, esta pesquisa se insere em um projeto mais amplo, o qual contempla múltiplas investigações. Com isso, há três grandes eixos sobre os quais temos empenhado esforços e estudos, a saber: concepções de álgebra, o Conhecimento Matemático para o Ensino e o modelo teórico de Perfil Conceitual. Uma vez que o objetivo do projeto está relacionado ao conhecimento matemático para o ensino de álgebra, todos os instrumentos de coleta elaborados pelo grupo contam com um viés que possibilite explorar as concepções de álgebra dos participantes da pesquisa e os conhecimentos profissionais docentes por eles manifestados, apoiados, para isso, em Shulman ou no trabalho de Ball e seus colaboradores.

Neste trabalho, apresentamos os resultados da investigação realizada com professores da Educação Básica, especificamente sob o viés dos conhecimentos profissionais docentes, nos utilizando, como dissemos em nosso referencial, do Conhecimento Matemático para o Ensino. Ressaltamos que, por estarmos interessados particularmente no ensino de álgebra e, com o intuito de ampliarmos nossas concepções de álgebra escolar, as questões propostas também pretenderam investigar as concepções de álgebra manifestadas pelos professores. Neste sentido, o grupo tem desenvolvido um trabalho de categorização da álgebra escolar, sistematizado em um quadro de referência em construção<sup>11</sup> (SILVA, SAITO, SOUZA e BEZERRA, 2015), o qual usaremos como parâmetro para identificar, nas falas dos professores, manifestações do Conhecimento Especializado do Conteúdo. Assumimos neste trabalho que a manifestação de diferentes concepções de álgebra configura-se no domínio Conhecimento Especializado do Conteúdo, visto que, na construção do quadro de referência, consideramos aspectos intrínsecos da álgebra relacionados ao seu ensino.

Esta investigação se desenvolveu em três fases, cada qual com um objetivo em particular: na primeira fase foi elaborado um questionário de identificação, a ser levado às escolas nas quais os professores participantes do nosso grupo trabalham, para que fosse respondido por seus colegas também professores de matemática. Com este questionário levantamos informações acerca da formação desses professores, suas áreas de afinidade

---

<sup>11</sup> Como o objetivo deste trabalho é a discussão dos conhecimentos docentes, não vamos nos ater a discussão e aprofundamento das categorias de álgebra, que vem sendo construídas e apresentadas em eventos da área. O quadro segue como apêndice a este trabalho.



com matemática, a continuidade de seus estudos e dados pessoais, com o objetivo de traçarmos um perfil dos participantes. Os professores que, ao final deste questionário, manifestaram interesse em continuar a contribuir com a pesquisa participaram também da segunda fase.

Obtivemos 26 respostas ao questionário da primeira fase, sendo que 22 destes professores manifestaram interesse em continuar participando da pesquisa. Na segunda etapa, foi elaborado um roteiro de entrevista com oito questões que versavam sobre as concepções de álgebra e sobre os domínios do Conhecimento Matemático para o Ensino. As entrevistas da segunda fase foram agendadas, gravadas e posteriormente transcritas para as análises.

Já a terceira fase foi composta por um questionário com cinco situações matemáticas relacionadas a conceitos algébricos, sendo solicitado ao professor que ora resolvesse, ora interpretasse as situações propostas. Tais situações foram retiradas de artigos estudados no período de aproximadamente dois anos de atuação do grupo. O questionário foi entregue aos 22 professores entrevistados, sendo estabelecido um prazo de quinze dias para devolução. Ao final, recebemos 14 questionários respondidos.

Considerando a vastidão dos dados coletados e analisados, retrataremos neste trabalho apenas o percurso de três dos Professores da Educação Básica - PEB, aqui denominados PEB 1, PEB 3 e PEB 9, que estão entre os professores participantes das três etapas de coleta de dados. Os professores analisados pertencem a uma mesma escola, alocada na região do grande ABC, no município de Santo André. Estes professores possuem perfil de formação e tempo de experiência semelhantes, bem como possuem experiência nos quatro anos finais do Ensino Fundamental e nos três anos do Ensino Médio.

No presente momento, nossa intenção é fazer um levantamento dos conhecimentos que se manifestam na fala de professores com perfis semelhantes, a fim de compreender se existem relações entre este perfil e os domínios do Conhecimento Matemático para o Ensino observados. Como etapas posteriores, pretendemos ampliar as investigações com as respostas de professores com diferentes perfis. Não nos cabe aqui traçar um diagnóstico, prescrever ou apontar erros, dificuldades e/ou deficiências no trabalho dos entrevistados. Temos por único interesse verificar, através dos instrumentos apresentados, como os domínios do Conhecimento Matemático para o Ensino se manifestam na fala e na execução das atividades propostas.

## **CONSTRUINDO UMA ANÁLISE VERTICAL**

Nesta fase destacamos algumas observações sobre as três etapas de nossa investigação. Por motivo de espaço apresentaremos somente alguns protocolos dos professores.

### **ANÁLISE VERTICAL PEB 1**

Na data da coleta de dados, PEB 1 possuía 35 anos de idade, atuava no magistério há 10 anos na rede estadual de São Paulo, lecionando há seis meses na escola em questão, como professor auxiliar. Coursou licenciatura em matemática, concluindo sua graduação em 2002, em uma instituição pública de ensino. Posteriormente, deu continuidade a sua formação, por meio de participação em eventos e realização de mestrado. Quando da coleta, atuava no Ensino Médio com jornada de trabalho de 10 horas semanais.

Destacamos na fala de PEB 1 a articulação entre as diferentes áreas da matemática, demonstrando certa informalidade ao tratar de conceitos matemáticos. Quando questionado sobre sua área de afinidade dentro da matemática, PEB 1 elege a aritmética. Identificamos, no protocolo abaixo, a ênfase dada à aritmética na resolução proposta quando lhe foi solicitado que elaborasse uma atividade para a introdução de um conceito algébrico a sua escolha.

**Figura 2: Protocolo PEB 1 - 3ª Fase**

Atividade: Sabendo que o preço de uma passagem de ônibus é de R\$ 3,00 e desprezando que há passageiros que não pagam passagens (crianças menores de 7 anos e idosos), é possível estabelecer uma relação matemática ("fórmula") que calcule o valor em caixa de um ônibus associado ao número de pessoas registrado na catraca junto ao cobrador? Como?

Aplicação: Apresentaria a situação-problema verbalmente primeiro, em seguida atribuiria quantidades de passageiros e perguntaria sobre os valores em caixa. Diria que esse processo de atribuir valores e descobrir os resultados relacionados podem ser descritos em uma tabela de associação e, em um último momento, perguntaria sobre a "fórmula" capaz de representar a lógica de resolução dessa situação. A partir dessa discussão e suas conclusões, partiria para a formalização da questão através de uma representação via linguagem matemática, introduzindo então o conceito de função.

Fonte - Dados da pesquisa.

Observamos que, para introduzir o conceito de função, o professor se utiliza de uma dupla contextualização: da própria matemática, ao favorecer a utilização de técnicas aprendidas anteriormente, como também da realidade do aluno ao propor uma situação problema envolvendo seu cotidiano. Com isso, identificamos a predominância do domínio de Conhecimento do Conteúdo e o Ensino, pois as estratégias de contextualização utilizadas pelo professor são elementos que favorecem diferentes abordagens de ensino.

A esse respeito, Skovsmose (2014) discute sobre a importância do que ele denominou Cenários para Investigação. Segundo o autor, um cenário para investigação é "um terreno sobre o qual as atividades de ensino-aprendizagem acontecem" e, em oposição à tradicional abordagem que envolve um grande número de exercícios repetitivos, esta abordagem busca propiciar momentos de pesquisa e reflexão em sala de aula de matemática. Segundo o autor, juntamente com listas de exercícios, os cenários para investigação compõem 6 diferentes *milieus* de aprendizagem, sendo estes divididos em

referências a conceitos puramente matemáticos, a objetos que se encontram em uma semirrealidade e a situações da vida real.

O exemplo apresentado por PEB 1 refere-se, conforme Skovsmose (2014), ao *milieu* do tipo 3, que envolve o paradigma de exercícios e uma situação próxima à realidade. O autor considera que situações desse tipo podem possibilitar a contextualização, pelos alunos, de procedimentos matemáticos, mas ressalta que tais situações são distantes da realidade e geralmente fornecem informações exatas a fim de facilitar os cálculos. Por este motivo, o autor destaca a importância de que o professor transite por diferentes *milieus* de aprendizagem, propondo aos alunos diferentes momentos de estudo, ora envolvendo exercícios puramente matemáticos, ora proporcionando a oportunidade de reflexão e pesquisa sobre a realidade. Entendemos esta capacidade de transitar por diferentes *milieus* de aprendizagem como um conhecimento específico ao professor e consideramos, deste modo, que o conhecimento apresentado por PEB 1, ao propor a atividade acima, refere-se ao Conhecimento do Conteúdo e o Ensino, já que ele tenta trazer uma situação próxima ao cotidiano dos estudantes. Cabe ressaltar que a inserção de um referencial com enfoque na aprendizagem visa a contemplar os diferentes elementos que constituem o domínio de Conhecimento do Conteúdo e o Ensino. Ao privilegiar a contextualização de atividades matemáticas, PEB 1 acredita estar favorecendo a aprendizagem de conceitos algébricos.

Partindo de um viés aritmético para a introdução de um conceito algébrico, a abordagem proposta por PEB 1 se enquadra em uma das categorias de conhecimento algébrico em construção por nosso grupo, denominada *Generalizações*. Entendemos que a manifestação desse tipo de conhecimento, conforme argumentamos na metodologia, figura no domínio de Conhecimento Especializado do Conteúdo.

### ANÁLISE VERTICAL PEB 3

Quando aconteceu a coleta de dados, PEB 3, então com 36 anos de idade, atuava no magistério há 7 anos na rede estadual de São Paulo, lecionando há três anos na escola em questão, como professor auxiliar. cursou licenciatura em matemática, concluindo sua graduação em 2006, em uma instituição pública de ensino. Durante a coleta, atuava nos anos finais do Ensino Fundamental com jornada de trabalho de 18 horas semanais.

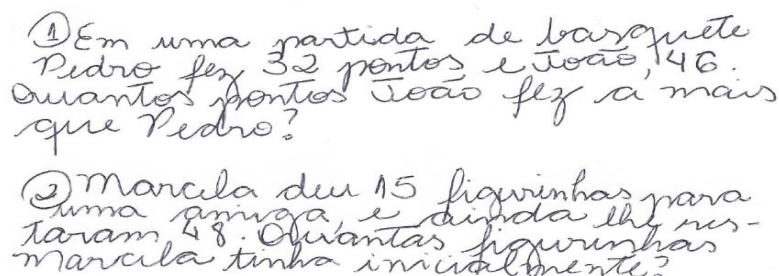
Ao analisarmos a resposta da questão que tinha por finalidade a elaboração de uma tarefa para a introdução a algum conceito algébrico, emergiu em sua resposta disparidade entre o que PEB 3 considera álgebra com a atividade que ele considera propícia à introdução de conceitos algébricos. A fim de exemplificar tal controvérsia nas respostas, trazemos dois trechos transcritos da entrevista, seguidos pelo protocolo da referida atividade.

Ao responder à pergunta “O que você entende por álgebra?”, PEB 3 a define a partir de conceitos relacionados à álgebra escolar, quando aponta álgebra como “*O estudo das variáveis, a equação, as incógnitas, sistemas lineares*”. Ao fazer referência aos conteúdos que estão relacionados à álgebra escolar, sem trazer suas concepções sobre esta área, PEB 3 manifesta o domínio Conhecimento Comum do Conteúdo. Quando questionado sobre “em que momento da vida escolar você identifica que o ensino da álgebra é iniciado?”, PEB 3 acredita que

*Álgebra se inicia no 7º ano... eu acho tarde... Mas deveria começar bem antes, no quinto ano; começando com adição ou subtração de uma “equaçãozinha”; podia ser no 4º ano eles já começam a somar... poderia começar nesta série. (PEB 3)*

Em ambos os trechos, PEB 3 enfatiza a presença de equação como conceito central para caracterização de uma atividade algébrica. Porém, encontramos contradições entre as afirmações anteriores e o protocolo abaixo, no qual não identificamos a presença de conceitos algébricos conforme as concepções de álgebra desenvolvidas no grupo.

**Figura 3: Protocolo PEB 3 - 3ª Fase**



① Em uma partida de basquete Pedro fez 32 pontos e João, 46. Quantos pontos João fez a mais que Pedro?

② Marcia deu 15 figurinhas para uma amiga e ainda lhe restaram 48. Quantas figurinhas Marcia tinha inicialmente?

Fonte - Dados da pesquisa.

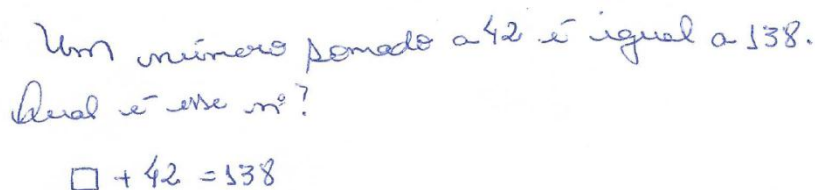
Identificamos, também, indícios do Conhecimento do Conteúdo e os Estudantes quando PEB 3 demonstra preocupação em explicar um conteúdo de diversas maneiras para que os alunos compreendam o assunto abordado, como se pode perceber no seguinte trecho: “Ah! Sim a gente aprende com os alunos, e a dificuldade de cada um é sempre diferente, então você acaba tendo que explicar de várias maneiras o conteúdo de álgebra e a gente acaba aprendendo. Vamos tentando nos aprimorar.” (PEB 3). Entretanto, por falta de exemplos que ilustrassem essas dificuldades, não podemos afirmar que, de fato, este domínio se manifesta.

### **ANÁLISE VERTICAL PEB 9**

Na época da coleta de dados, PEB 9, então com 40 anos de idade e quatro anos de experiência no magistério da rede estadual de São Paulo, estava há dois anos na escola em questão, como professor regente. Possui formação inicial em Pedagogia, tendo cursado também licenciatura em matemática, concluindo sua última graduação em 2007, em uma instituição privada de ensino. Posteriormente, deu continuidade a sua formação, participando de oficinas e minicursos. Quando da coleta, atuava nos anos finais do Ensino Fundamental, não especificando sua jornada de trabalho.

PEB 9 declara utilizar livros didáticos e o material proposto pelo Estado para a confecção e execução de suas aulas, o que fica evidente no decorrer das fases. Ao sugerir uma abordagem para a introdução da álgebra muito próxima da aritmética, com ênfase no pensamento relacional (STEPHENS, RIBEIRO, 2012) observa-se a influência de conhecimentos pedagógicos oriundos da prática nos anos iniciais do Ensino Fundamental, como potencializador do pensamento algébrico, para a posterior introdução do conceito de equação. Acreditamos que essa interlocução entre os conhecimentos aritméticos e algébricos caracteriza o Conhecimento do Conteúdo e os Estudantes, na medida em que o professor considera conceitos já aprendidos para a introdução de um novo conceito. Além disso, ao se utilizar do pensamento relacional como uma abordagem de ensino, PEB 9 demonstra a influência de sua formação pedagógica em sua prática docente e, ainda, demonstra transitar pelo domínio de Conhecimento Especializado do Conteúdo, ao favorecer a introdução do conceito de incógnita.

**Figura 4: Protocolo PEB 9 - 3ª Fase**



Um número somado a 42 é igual a 138.  
Qual é esse nº?  
 $\square + 42 = 138$

Fonte - Dados da pesquisa.

Quando questionado sobre sua compreensão de álgebra, PEB 9 demonstra uma visão bastante atrelada a procedimentos, conforme pode ser observado no seguinte trecho *"pra mim é a resolução né, porque a parte do aluno interpretar fica por conta da... porque a álgebra é fazer a continha, daí se ele interpretar o exercício ele consegue fazer a continha"*. Esta visão utilitarista da matemática está fortemente presente nos livros didáticos em geral, conforme apontam Lins e Gimenez (1997), para estes autores *"o professor apoia-se no livro didático que, na sua maioria, apresenta atividades algébricas que destacam cálculo com letras"*. Esta algoritmização da álgebra pode ser um reflexo do Movimento da Matemática Moderna, ainda muito presente na confecção de livros didáticos.

A visão procedimental manifestada pelos professores participantes é abarcada também pelo quadro sobre concepções de álgebra escolar que está em construção pelo grupo, configurando a categoria denominada *Manipulação* (SILVA et al, 2015). Tal categoria engloba atividades que envolvam incógnitas, com objetivo de simplificar ou resolver problemas através de algoritmos e configura uma visão ainda fortemente arraigada no ensino de álgebra.

## CONCLUSÕES E CONSIDERAÇÕES FINAIS

De maneira geral, os três professores em questão estão na faixa etária entre 35 e 40 anos, atuando na rede estadual paulista entre quatro e dez anos e possuindo formação em Licenciatura em Matemática, sendo que apenas PEB 1 deu continuidade a sua formação, realizando um mestrado. Observamos algumas convergências entre os participantes, tais como informalidade ao tratar de conceitos matemáticos, enfoque aritmético na fala e construção das atividades propostas e a predominância dos conceitos de equação e função ao caracterizar uma atividade introdutória de álgebra. Tais características também foram observadas nos demais participantes que não foram analisados neste trabalho.

Para além destas convergências, com relação aos domínios do Conhecimento Matemático para o Ensino, nenhum destes foi manifestado simultaneamente pelos três professores, sendo que o Conhecimento do Conteúdo e os Estudantes esteve presente na fala de PEB 3 e PEB 9. No que se refere à PEB 3, ele manifesta este domínio quando demonstra seus anseios com relação às diferentes dificuldades dos alunos, ainda que sem exemplificar tais dificuldades. Já PEB 9, por sua vez, manifesta-o ao demonstrar que leva em conta os conhecimentos prévios dos alunos ao introduzir o conceito de equação.

O Conhecimento Especializado do Conteúdo foi manifestado por PEB 1, quando este parte de um viés aritmético para a introdução do conceito algébrico de função e também por PEB 9, quando o docente se utiliza do pensamento relacional como abordagem de ensino. Cabe ressaltar que PEB 3, embora discorra sobre conhecimentos algébricos pertinentes à Educação Básica, quando solicitado que exibisse uma atividade com viés algébrico, exibiu uma atividade de cunho aritmético. Em algumas situações, os

professores também mobilizaram o Conhecimento do Conteúdo e o Ensino, como por exemplo, PEB 1, ao elaborar uma atividade introdutória para o conceito de função, utilizando estratégias de contextualização que favorecem diferentes abordagens de ensino. Observamos que embora os participantes possuam perfis semelhantes, as abordagens propostas são bastante diversificadas e embasadas em suas crenças e perspectivas didáticas e de conhecimento matemático distintos. Temos a presença marcante da aritmética nas atividades, manifestando uma visão de que os conteúdos são indissociáveis na Educação Básica, fazendo uso de elementos matemáticos aprendidos anteriormente para subsidiar a introdução de novos conceitos.

Nenhum dos professores manifestou o Conhecimento do Conteúdo e o Currículo característica essa que pode ser atribuída ao sistema educacional paulista, pautado num currículo posto e unificado, o que pode ter impedido o surgimento de elementos característicos desse domínio na fala dos participantes. Entendemos, por outro lado, que isso pode refletir uma falha na construção de nossos instrumentos de coleta, os quais podem não ter possibilitado maiores reflexões relacionadas a questões curriculares. Salientamos que o domínio Conhecimento do Horizonte do Conteúdo não foi contemplado na fala dos participantes, provavelmente por se tratar de um domínio ainda em construção e não possuir uma definição bem estruturada sobre os elementos que o compõe.

Como parte de uma agenda de pesquisas diversificada, temos a intenção de ampliar nossas análises e investigar como esses domínios de conhecimento se manifestam na prática desses professores em sala de aula. Temos também a intenção de traçar correlações entre as diferentes investigações empreendidas até o momento pelo grupo, sobre como se dá a articulação de conhecimentos docentes e conhecimentos algébricos em professores de matemática com diferentes níveis de atuação, tanto na Educação Básica como no Ensino Superior.

## REFERÊNCIAS

- ARTIGUE, M., ASSUDE, T., GRUGEON, B., LENFANT, A. **Teaching and Learning Algebra: approaching complexity through complementary perspectives**. In: The future of the Teaching and Learning of Algebra, Proceedings of 12th ICMI Study Conference, The University of Melbourne, Australia, 2001, p. 21-32.
- ALVES, K. A.; FAGUNDES, L. V. N.; ROSETTO, M. C. do N.; SILVA, T. H. I.; GOMES, V. M. S. **A prova Brasil/2011: identificando dificuldades relacionadas às concepções de álgebra por meio dos descritores**. In: Anais do Encontro Paulista de Educação Matemática, 2014, Birigui. Educação matemática no contexto das propostas do ensino integrado: projetos e políticas, 2014. p. 72-88.
- BALL, D. L.; THAMES, M. H.; PHELPS, G. **Content knowledge for teaching: what makes it special?** Journal of Teacher Education, v. 59, n. 5, p. 389-407, 2008.
- CRESWELL, J. W. **Projeto de pesquisa: métodos qualitativos, quantitativos e misto**. 3ª ed. Porto Alegre: Artmed, 2010.
- DOERR, H. M. (2004). **Teacher's knowledge and the teaching of algebra**. In: Stacey, K.; Chick, H.; Kendal, M. (Eds.). The future of the teaching and learning of algebra: the 12<sup>th</sup> ICMI Study. Dordrecht: Kluwer Academic Press. 267-290.
- LINS, R.C .; GIMENEZ, J. **Perspectivas em aritmética e álgebra para o século XXI**. Campinas: Papirus, 1997.

SANTANA, E. E. P.; SOBRINHO, Z. A. **O Interpretativismo, Seus Pressupostos e Sua Aplicação Recente na Pesquisa do Comportamento do Consumidor**. In: Anais do I Encontro do Ensino e Pesquisa em Administração e Contabilidade, 2007, Recife, Pernambuco, Brasil. p. 1-10.

SKOVSMOSE, O. **Um convite à Educação Matemática Crítica**. Campinas, SP: Papirus, 2014. 141p.

SHULMAN, L. S. **Those who understand: Knowledge growth in teaching**. Educational Researcher, v. 15, n. 2, p. 4-14, 1986.

SHULMAN, L. S. **Knowledge and teaching: foundations of the new reform**. Harvard Educational Review, Harvard, v. 57, n. 1, p. 1-22, 1987.

SILVA, R. L.; SAITO, D. S.; SOUZA, D.; BEZERRA, F. J. B. **Concepções de álgebra: uma tentativa de construir um “quadro de referência” por integrantes de um grupo colaborativo**. In: Anais do Simpósio Internacional de Pesquisa em Educação Matemática, 4º, 2015, Ilhéus, Bahia, Brasil. p. 2612-2623.

STEPHENS, M.; RIBEIRO, A. **Working towards algebra: the importance of relational thinking**. Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, v. 15, n. 3, p. 373 - 402, 2012.

TARDIF, M.; RAYMOND, D. **Saberes, tempo e aprendizagem do trabalho no magistério**. Educação & Sociedade, Campinas, v. 21, n. 73, p.209-244, dez. 2000.

## ANEXO

| Categorias de Álgebra | Principais ideias                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |
|-----------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1. Pré-Álgebra        | <ul style="list-style-type: none"><li>» Manipulação de somas, produtos e potências aritméticos;</li><li>» Resolução de problemas aritméticos para a introdução do pensamento algébrico.</li></ul>                                                                                                                                              |
| 2. Generalizações     | <ul style="list-style-type: none"><li>» Aritmética generalizada;</li><li>» Estrutura de representação formal do concreto (através da abstração);</li><li>» Atribuir grau de abstração e generalidade aos símbolos linguísticos.</li></ul>                                                                                                      |
| 3. Relações           | <ul style="list-style-type: none"><li>» Estudo das relações entre grandezas.</li></ul>                                                                                                                                                                                                                                                         |
| 4. Estruturação       | <ul style="list-style-type: none"><li>» Estudo das estruturas e propriedades atribuídas às operações com números reais e polinômios;</li><li>» Linguagem simbólica/variável como símbolo arbitrário.</li></ul>                                                                                                                                 |
| 5. Modelagem          | <ul style="list-style-type: none"><li>» Iluminar ou organizar uma situação, como ferramenta;</li><li>» Construção da atividade e exercícios de modelagem;</li><li>» Modelagem de situações a partir de situações-problema.</li></ul>                                                                                                           |
| 6. Manipulação        | <ul style="list-style-type: none"><li>» Conjunto de técnicas ou procedimentos específicos para abordar problemas por métodos algorítmicos;</li><li>» Capacidade de efetuar e expressar transformações algébricas primordialmente simbólicas;</li><li>» Atividades que envolvam incógnitas com o objetivo de simplificar ou resolver.</li></ul> |

# UMA PROPOSTA PARA O ESTUDO DOS PARALELOGRAMOS A PARTIR DE ARTEFATOS MODELADORES E ATIVIDADES INVESTIGATIVAS NO 8º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL

Dayselane Pimenta Lopes Rezende<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Universidade Federal de Juiz de Fora/Departamento de Matemática, lanedayse@gmail.com

## Resumo

Esta pesquisa apresenta uma proposta para o estudo de conceitos de paralelogramos, com o uso de material manipulável, os artefatos modeladores de paralelogramos, proposto por Kaleff (2012). As atividades investigativas foram desenvolvidas com 28 alunos do 8º ano do Ensino Fundamental, em uma escola do interior do Estado do Rio de Janeiro. Para fundamentar a presente pesquisa, foram consideradas as ideias propostas por alguns autores. A pesquisa ainda possui resultados parciais, mas os mesmos já indicam a necessidade de metodologias alternativas para o ensino de geometria, por meio de atividades investigativas em sala de aula. No decorrer do desenvolvimento das atividades, percebeu-se a importância dos atributos relevantes e não relevantes para a construção dos conceitos de quadriláteros, especialmente, os paralelogramos. Isso também permitiu a construção do conceito de área dos paralelogramos.

**Palavras-chave:** Atividades investigativas, paralelogramos, atributos relevantes e não relevantes, área.

## INTRODUÇÃO

Na atualidade, a escola enfrenta grandes desafios quanto ao processo de ensino e aprendizagem. Kaleff (2011, p. 5) afirma que um dos desafios está pautado no desenvolvimento da tecnologia.

*O desenvolvimento científico e tecnológico traz para a escola outro grande desafio, ou seja, o de despertar no aluno a compreensão dos novos conhecimentos como processos transformadores que ampliam seus saberes e os formam como seres humanos e cidadãos. As novas ferramentas educacionais, principalmente aquelas advindas da informática, devem poder motivar o aluno a usufruir os saberes escolares e a reconhecer o seu valor como manancial de conhecimento e como práticas sociais.*

Nesse sentido, tornam-se necessárias novas metodologias para o ensino da matemática, visto que os meios tecnológicos estão cada vez mais presentes no cotidiano dos nossos alunos. Porém, antes de qualquer ferramenta advinda da tecnologia devemos ter consciência que ela sozinha não leva o aluno a aprender e ampliar seu conhecimento.

Considerando as diversas possibilidades para o ensino da matemática pode ser interessante e importante a organização de atividades investigativas nas aulas de matemáticas, seja com o uso das novas tecnologias ou com o uso de materiais didáticos manipuláveis de baixo custo. Assim, Scheffer (2012, p. 93) afirma que a discussão de “diferentes alternativas para a sala de aula gera certa preocupação com os objetivos da matemática, sua apropriação, e com aspectos didático-pedagógicos que abrangem o fazer do professor”.



Diante o exposto, temos um grande desafio pela frente: devemos pensar em metodologias alternativas para o ensino da matemática, sem se distanciar dos seus objetivos.

Nesse sentido, o presente trabalho busca apresentar atividades investigativas que envolvem o estudo dos paralelogramos, utilizando artefatos modeladores de propriedades que possibilitam a verificação de algumas propriedades e área dos paralelogramos, conforme proposto por Kaleff (2012). Esses artefatos são produzidos com material manipulável, que ao movimentarmos os canudo sobre o arame, formam paralelogramos de formas diferentes.

O ensino da Geometria ficou abandonado por muitos anos. Lorenzato (1995) afirma que muitas são as razões mencionadas pelos professores para justificar o abandono do ensino da geometria, porém nenhuma delas põe em dúvida os méritos da própria geometria. Para o autor (1995, p. 5), a importância da geometria deve-se ao fato de “exigir do aluno uma maneira específica de raciocinar, isso quer dizer que ser bom conhecedor de Aritmética ou de Álgebra não é suficiente para resolver problemas de Geometria”.

Kaleff (1994, p. 20) comenta sobre a maneira como a geometria foi ensinada por muitos anos e que, nessa época, o professor era apenas um transmissor de conhecimentos quando destaca que, “durante séculos, a Geometria foi ensinada na sua forma dedutiva, até mesmo para adolescentes que quase sempre recorriam à memorização (decorando) para enfrentar as dificuldades lógicas apresentadas pelo método dedutivo”.

Pensar no ensino da geometria de uma maneira investigativa pode possibilitar aos alunos uma forma de compreensão diferenciada dos conceitos geométricos. Isso pode ser percebido durante a realização da atividade investigativa com o uso de material didático manipulável com alunos do 8º. Ano do Ensino Fundamental.

Neste trabalho, tenho como objetivo apresentar uma proposta para o estudo de paralelogramos, usando material manipulável, através da realização de atividades investigativas que propiciem aos alunos levantarem suas conjecturas e construir conceitos sobre os paralelogramos e suas propriedades.

Assim, neste texto, primeiramente, será apresentado o referencial teórico que embasa o estudo em questão e, em seguida, a metodologia. Após, apresentarei e analisarei os resultados e, por fim, tecerei algumas considerações.

## FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

O abandono do ensino da geometria trouxe consequências graves para o processo de aprendizagem dos alunos. Kaleff (1994, p. 20) afirma que só a partir da década de 70, o ensino da geometria contou com um movimento a seu favor, “visando ampliar a participação na formação integral do educando”. Nesse sentido, o ensino da geometria passa a ganhar importância dentro do cenário da Matemática. Isso pode ser percebido também, quando autora delinea os objetivos que foram priorizados, a partir desse período.

- (a) *Induzir no aluno o entendimento de aspectos espaciais do mundo físico e desenvolver sua intuição espacial e seu raciocínio espacial;*
- (b) *Desenvolver no aluno a capacidade de ler e de interpretar argumentos matemáticos, utilizando a Geometria como o meio para representar conceitos e as relações Matemáticas;*
- (c) *Proporcionar ao aluno meios de estabelecer o conhecimento necessário para auxiliá-lo no estudo de outros ramos da Matemática e de outras disciplinas, visando uma interdisciplinaridade dinâmica e efetiva;*

(d) *Desenvolver no aluno habilidades que favoreçam a construção do seu pensamento lógico, preparando-o para os estudos mais avançados em outros níveis de escolaridade. (KALEFF, 1994, p.20-21).*

Lorenzato (1995) afirma que o professor deve se preocupar com o vocabulário próprio da Geometria, permitindo que os alunos já se familiarizem com esses termos e com as definições. O mesmo autor (1995, p. 10) afirma que

*[...] o objetivo é o processo pelo qual se chega ao resultado visando à compreensão e ao significado. Assim sendo, a exploração informal da Geometria é muito adequada e necessária para os estudantes da 5ª/8ª séries, para os quais devem ser oferecidas oportunidades de comparação, classificação, medição, representação, construção, transformação [...]. (LORENZATO, 1995, p. 10).*

Nesse processo, o ensino da Geometria pode tornar-se significativo para o aluno, permitindo que ele reflita e chegue a conclusões sobre o que está aprendendo, buscando entender, por exemplo, que o quadrado não é retângulo só pela aparência diferente de cada um. A geometria passa a ser vista de uma maneira mais profunda e completa.

Nesse sentido, os conceitos geométricos são importantes. Essa importância é destacada pelos PCN (BRASIL, 1998, p. 51), quando afirmam que por meio da geometria, “o aluno desenvolve um tipo especial de pensamento que lhe permite compreender, descrever e representar, de forma organizada, o mundo em que vive”.

Porém, o que se percebe atualmente nas salas de aulas é a grande dificuldade dos alunos em executar tarefas que envolvem a geometria, principalmente, quando se trata de definir algum conceito geométrico. Na maioria das vezes, os alunos decoram, mas não conseguem identificar o que é relevante ou não.

Segundo Proença e Pirola (2009), o professor tem grande influência quanto as variações, em algum aspectos, que os conceitos podem assumir. Essa situação pode gerar definições diferentes para o conceito geométrico em estudo. Cabe ao professor conhecer essas variações e orientar devidamente os alunos para garantir uma aprendizagem significativa.

Hershkowitz, Bruckhelmer e Vinner (1994) discutem a questão da compreensão dos conceitos geométricos.

*Um conhecimento geométrico básico é fundamental para que a criança interaja efetivamente com seu ambiente, como também para que ela inicie um estudo mais formal da Geometria. Este conhecimento básico compreende conceitos geométricos, seus atributos e relações geométricas simples deveriam, em geral, ser adquiridos (desenvolvidos) através de experiências (vivências) geométricas antes do ensino secundário. (HERSHKOWITZ; BRUCKHELMER; VINNER, 1994, p. 62)*

Nessa perspectiva, fica evidente a importância de se trabalhar conceitos geométricos desde os primeiros anos do Ensino Fundamental. Além disso, quando o aluno compreende os conceitos, levanta suas conjecturas e define algum conceito matemático, a partir, de seus atributos críticos (relevantes), ele demonstra que realmente aprendeu com significado. Hershkowitz (1994), define os atributos relevantes (críticos) como “aqueles atributos que devem ser satisfeitos para termos um exemplo positivo do conceito – e atributos não críticos – aqueles atributos que alguns dos exemplos positivos possuem”. (HERSHKOWITZ, 1994, p. 16). Assim, o atributo possuir quatro lados é relevante para definir quadriláteros, mas possuir quatro ângulos de 90 graus é um atributo não crítico para a definição de quadriláteros, pois ele é um exemplo de um caso particular de quadrilátero.

Desta forma, uma possibilidade é a utilização de atividades investigativas que propiciem aos alunos construir seus conhecimentos considerando os atributos relevantes e não-relevantes, ou seja, saber distingui-los na formulação da definição de um paralelogramo, por exemplo.

Segundo Ponte, Brocardo, Oliveira (2003, p. 10)

*Investigar em Matemática assume características muito próprias, conduzindo rapidamente à formulação de conjecturas que se procuram testar e provar, se for o caso. As investigações matemáticas envolvem, naturalmente, conceitos, procedimentos e representações matemáticas, mas o que mais fortemente as caracteriza é este estilo de conjectura-teste-demonstração.*

Assim, para a realização de uma investigação matemática devem-se considerar quatro grandes momentos.

*O primeiro abrange o reconhecimento da situação, a sua exploração preliminar e a formulação de questões. O segundo momento refere-se ao processo de formulação de conjecturas. O terceiro inclui a realização de testes e o eventual refinamento das conjecturas. E, finalmente, o último diz respeito à argumentação, à demonstração e à avaliação do trabalho realizado. (PONTE; BROCARDO; OLIVEIRA, 2003, p. 20)*

Kaleff (2012) propõe atividades investigativas utilizando artefatos para modelagem de paralelogramos e triângulos. Ao usar o material manipulável, o aluno consegue, aos poucos, construir os conceitos geométricos, bem como fazer a transição do concreto para o abstrato.

Nesse sentido, Ponte, Brocardo e Oliveira (2003, p. 71) afirmam que “as investigações geométricas contribuem para perceber aspectos essenciais da atividade matemática, tais como a formulação e teste de conjecturas e a procura e demonstração de generalizações”. Cabe ao professor ser facilitador desse processo, contribuindo significativamente para que os alunos construam seu conhecimento.

## **METODOLOGIA**

A metodologia de pesquisa presente nesse trabalho tem como característica um cunho qualitativo, visto que buscou-se compreender as aprendizagens dos alunos no decorrer da realização das atividades investigativas propostas.

A proposta das atividades foi aplicada com 28 alunos do 8º Ano do Ensino Fundamental de uma escola pública municipal do interior do Estado do Rio de Janeiro, durante o mês de maio de 2015.

Para a realização das atividades foram utilizados os artefatos modeladores de paralelogramos (KALEFF, 2012, p. 125). Os artefatos são constituídos de uma placa de papelão coberta com papel quadriculado e isolada com plástico autoadesivo. Sobre essa placa são adaptados arame, inseridos em furos e dobrados no verso da placa, que servem como guias a pares de canudos de plásticos rígidos, e colados entre si. Por dentro de cada canudo sem arame, colocam-se elásticos finos ou fios de silicone, que são amarrados na parte de trás da placa de papelão. (KALEFF, 2012, p. 126-127).

O trabalho foi desenvolvido de acordo com as seguintes etapas:

1º. Construção dos artefatos pelos alunos, usando uma placa de papelão, coberta por papel quadriculado e plastificada. Além disso, também foram utilizados arame, canudos rígidos (tipo de pirulito) e elásticos ou fio de silicone.

2º. Manipulação dos artefatos e observação das características dos polígonos representados.

3º. Reprodução de cada polígono representado em papel quadriculado.

4º. Realização da sequência didática, em grupo.

5º Análise e discussão dos resultados.

O objetivo das atividades era propiciar aos alunos a construção de significados para o conceito de paralelogramos, bem como identificar suas propriedades principais através da observação dos atributos relevantes.

Para a realização dessas atividades foram utilizadas 6 horas/aulas, com duração de 50 minutos cada, durante as aulas de matemática. A opção pelo estudo dos paralelogramos justifica-se pelo fato desse conteúdo fazer parte da proposta curricular da disciplina de matemática e da grande dificuldade observada dos alunos quando se referem ao estudo dos polígonos.

## **APRESENTAÇÃO E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS**

A primeira etapa de construção dos artefatos modeladores foi realizada em duas horas/aulas. Nessa etapa, os alunos foram dispostos em dupla, e construíram os artefatos conforme orientação recebida. A figura 1 apresenta o artefato construído.

**Figura 1: Artefato de modelagem de paralelogramos, construído pelos alunos.**



Fonte: Própria autora

A construção do artefato é feita sobre uma placa de papelão coberta por papel quadriculado. Sobre essa placa são adaptados arames, inseridos em furos e dobrados no verso dessa placa que servem como guias a pares de canudos de plástico rígido e colados entre si. Por dentro de cada canudo sem arame, correm elásticos, os quais são fixados no verso da placa de papelão por meio de nós. A transformação das figuras geométricas acontece na medida em que se movimentam os canudos ao longo do arame.

Depois da construção desse modelo, os alunos passam a manipular e observar as formas modeladas. Nesse momento, foi proposta a seguinte atividade:

**Quadro 1: Atividade investigativa proposta para os alunos**

1. Movimente o par de canudos ao longo do arame do artefato. As figuras obtidas têm a mesma forma? Anote suas conclusões.
2. Movimente o par de canudos novamente de maneira que os lados (elásticos) das formas geométricas coincidam com as linhas da malha quadriculada. O que você observa? Anote suas conclusões.
3. Agora, tente desenhar as figuras geométricas obtidas em uma folha de papel quadriculado. Veja como os colegas fizeram.
4. Depois de desenhado a figura geométrica meça, com a régua, os seus lados e anote os valores na tabela 1. Depois, com o auxílio do transferidor, meça os ângulos internos de cada figura modelada e anote na tabela 2.

**Tabela 1: Medida dos lados da figura geométrica modelada**

| Figura | Lado | Lado | Lado | Lado |
|--------|------|------|------|------|
| 1      |      |      |      |      |
| 2      |      |      |      |      |
| 3      |      |      |      |      |
| 4      |      |      |      |      |
| 5      |      |      |      |      |

**Tabela 2: Medida dos ângulos internos da figura geométrica modelada.**

| Figura | Ângulo 1 | Ângulo 2 | Ângulo 3 | Ângulo 4 |
|--------|----------|----------|----------|----------|
| 1      |          |          |          |          |
| 2      |          |          |          |          |
| 3      |          |          |          |          |
| 4      |          |          |          |          |
| 5      |          |          |          |          |

5. Comparando as medidas dos lados da figura geométrica modelada o que você observa? Discuta com os colegas.
6. Comparando a medida dos ângulos de todas as figuras o que você observa? Discuta com seus colegas.
7. Podemos afirmar que essa figura é um quadrilátero? Discuta com seus colegas e anote suas conclusões.
8. O que você concluiu até o momento? Anote suas conclusões.
9. Você acha que os lados opostos são paralelos? Explique.
10. Podemos afirmar que essa figura é um paralelogramo? Justifique sua resposta

e discuta com os colegas.

11. Agora, tente contar os quadradinhos que ocupam a região interior da figura geométrica. O que você observa?
12. Existe alguma relação entre a medida dos lados da figura e a quantidade de quadradinhos da sua região interna? Ou existe alguma relação entre a medida do lado dessa figura e a distância desse lado ao seu lado oposto?
13. Como você poderia registrar essa relação?
14. O que você observou quanto a área dos paralelogramos com mesmo valor de comprimento (base) e largura (altura)? Anote suas conclusões.

Fonte: própria autora (adaptado de KALEFF, 2008, p. 86-87)

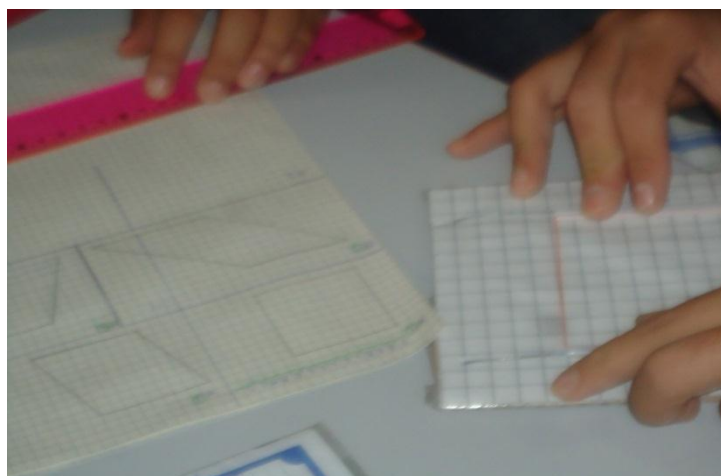
Depois de distribuir as fichas de trabalho para os alunos, solicitei que tivessem atenção ao ler o enunciado de cada tarefa. No entanto, eles tiveram dificuldades, a princípio, de concentrarem-se e de compreenderem a atividade. Nesse momento, fiz a intervenção com o intuito de orientá-los.

Outro fato relevante foi a dificuldade que a maioria dos alunos teve para usar a régua e, principalmente, o transferidor. Antes de prosseguir com a atividade, mostrei para os alunos como usar esses instrumentos de medida. Na maioria das vezes, fiz esse atendimento individualmente, indo até a carteira de cada um.

A reprodução dos paralelogramos modelados para o papel quadriculado propiciou a compreensão de alguns atributos importantes quanto a questão de semelhança de figuras. Apesar desse conceito não ser o foco da atividade investigativa, ele foi necessário para atingir o objetivo proposto inicialmente.

A figura 2 representa a reprodução dos paralelogramos em papel quadriculado. Dessa maneira, os alunos puderam manusear os artefatos e reproduzir cada paralelogramo, obedecendo ao quantitativo de quadradinhos que compunham a região interna, bem como usar como unidade de medida o lado e o quadradinho para definir o perímetro e a área, respectivamente.

**Figura 2: Reprodução dos paralelogramos em papel quadriculado.**



Fonte: própria autora

Desta maneira, os alunos fizeram as medidas dos lados e dos ângulos utilizando respectivamente, régua e transferidor, anotando suas conclusões. Assim, quando foram questionados sobre se as figuras eram quadriláteros, as repostas foram bem semelhantes, algumas destacando atributos relevantes, como é uma figura que tem quatro lados.

Quando os alunos foram questionados se a figura reproduzida era um quadrilátero, a grande maioria afirmou que sim. Alguns comentários e justificativas mostram que os alunos ainda têm dificuldade quanto ao que é importante ou não para a definição de polígonos, no caso dos quadriláteros, paralelogramos. Transcrevo algumas dessas repostas. Para fim de resguardar a identidade dos alunos, utilizarei nomes fictícios para representá-los nesse trabalho.

João: Essa figura é um quadrilátero, pois tem quatro lados.

Maria: Sim, porque é um quadrado.

Cíntia: Sim, é um quadrilátero.

Marcos: Não é um quadrilátero, pois não tem ângulo de  $90^\circ$ .

Mariana: É um quadrilátero, pois possui quatro lados e quatro ângulos internos.

Na transcrição anterior, apresentei as respostas de alguns alunos que chamaram mais atenção. Como podemos observar, a maioria dos alunos entenderam visualmente o que é um quadrilátero, porém alguns ainda não definem esse polígono, conforme seus atributos relevantes. Constatamos ainda, que eles acham que quadrilátero é o quadrado, como foi a resposta dada por Maria.

Então, fizemos a discussão de cada resposta para chegarmos a uma definição para quadrilátero, de acordo com os atributos relevantes apontados pelos alunos. Assim, uma resposta foi completando a outra e chegou-se a seguinte definição.

Quadrilátero é uma figura geométrica formada por quatro segmentos de reta que se encontram dois a dois em um ponto chamado vértice, formando quatro ângulos que podem ou não medir  $90^\circ$ .

Percebe-se que muitos atributos relevantes foram utilizados na definição transcrita acima. Porém, não é necessário dizer se os ângulos medem ou não  $90^\circ$ . Nesse sentido, essa informação torna-se irrelevante para a definição de quadrilátero. O caso da medida do ângulo de um quadrilátero distinguirá o tipo de quadrilátero, se ele é quadrado, retângulo, losango, paralelogramo, trapézio ou um quadrilátero qualquer.

Por outro lado, Bairral (1998) afirma que os atributos não relevantes podem ser importantes no processo de ensino e aprendizagem, visto que a partir deles os alunos delineiam o que realmente é essencial para o conceito ora estudado. Além disso, Hershkowitz (1994) diz que “boa parte da estrutura dos conceitos básicos pode ser considerada como *conjunção*”. (HERSHKOWITZ, 1994, p. 15).

Quando os alunos foram perguntados se a figura podia ser um paralelogramo, novamente houve a necessidade de considerar os atributos. Primeiramente, pedi aos alunos para escreverem o que achavam que era um paralelogramo. Como eles estão no 8º ano, a maioria lembrou-se o que é paralelogramo. Pedi que, usando a régua, medissem a distância entre os lados. Mas esses lados deveriam estar um de frente para o outro. O aluno Mateus logo falou que os lados eram opostos.

Depois de analisar a resposta de cada aluno e discutir o que seria importante ou não para definir um paralelogramo, a conclusão foi que a figura era um paralelogramo.

Transcrevo aqui algumas respostas dos alunos para a pergunta:

Carla: É uma figura de quatro lados paralelos.

Pedro: É um quadrilátero.

Mariana: É um quadrilátero que tem dois pares de lados paralelos.

Mateus: É um quadrilátero que possui lados opostos paralelos e de mesma medida. Seus ângulos também são congruentes.

Ana: É um quadrilátero que tem lados opostos paralelos e de medidas iguais e seus ângulos opostos também tem a mesma medida.

E por fim, após as discussões, chegamos a seguinte definição para paralelogramo:

Definição dos alunos do 8º. Ano: Paralelogramo é um quadrilátero que possui lados opostos paralelos e congruentes e ângulos opostos congruentes.

Para chegar a essa conclusão e definição do conceito de quadrilátero, bem como de paralelogramo, os alunos foram respondendo as perguntas do Quadro 1. A proposta não é trabalhar o conceito de maneira pronta e acabada, mas sim, dar condições aos alunos para construírem o seu conceito sobre o conteúdo estudado de maneira significativa.

Hershkowitz (1994, p. 60) afirma que “deveríamos fornecer um ‘universo’ tão completo quanto possível e entremeá-lo no ensino desde os estágios iniciais. Mais tarde, deveríamos encorajar as estratégias de ensino em que os atributos críticos sejam utilizados [...]”. Nesse sentido, as atividades investigativas propostas no Quadro 1 permitiram que os alunos desenvolvessem atividades concretas e abstratas, propiciando que eles levantassem suas próprias conjecturas.

Além disso, os alunos foram adquirindo o conceito de atributos relevantes para quadrilátero e paralelogramo através do *feedback* das tentativas de respostas em cada pergunta. A discussão realizada em sala de aula, também propiciou a consolidação dos conceitos.

Durante a movimentação dos artefatos e reprodução dos paralelogramos em papel quadriculado surgiu uma discussão muito interessante. Ao realizar o item 2, do quadro 1, os alunos calcularam as medidas dos lados. O aluno José disse que a figura dele era um quadrado, porque tinha todas as medidas dos lados iguais. Então, fiz uma intervenção. Você tem certeza que essa figura é um quadrado? Para ser quadrado só precisa ter todos os lados congruentes?

Em seguida, pedi para que eles medissem os ângulos da figura. Todos constataram que os ângulos mediam  $90^\circ$ . Porém, alguns artefatos produziram quadrilátero, cujos lados opostos eram congruentes. Nesse momento, dois conceitos surgiram, o quadrado e o retângulo. Com essa discussão, os alunos puderam perceber a diferença entre quadrado e retângulo e que atributos seriam relevantes para defini-los.

Agora, passamos para a discussão sobre área e perímetro do paralelogramo, realizando os itens 11 a 14, do quadro 1. Primeiramente, os alunos contaram os quadradinhos que ocupavam a região interna de cada paralelogramo reproduzido em papel quadriculado. Contar os quadradinhos do quadrado e do retângulo foi fácil, mas já dos paralelogramos foi uma tarefa mais complexa. Pedi para que os alunos observassem o que estava acontecendo em relação aos quadradinhos para facilitar a contagem. Alguns perceberam rapidamente que o que faltava em um lado era completado no outro lado formando assim um quadradinho completo.

Ao tentar responder o item 12, do quadro 1, os alunos escreveram várias considerações. Transcrevo algumas dessas considerações.

João: Essas medidas não tem nenhuma relação.

Maria: A quantidade de quadradinhos é igual a multiplicação das medidas dos lados.



José: A quantidade de quadradinhos é igual a multiplicação do comprimento vezes a largura de cada figura.

Paulo: Professora percebi que a quantidade de quadradinhos é a mesma coisa que o comprimento multiplicado pela largura. Outra coisa, quando for quadrado ou retângulo é só multiplicar o comprimento com a largura, mas quando for o paralelogramo, temos que multiplicar o comprimento e a distância entre os lados opostos.

Após as conclusões dos alunos, iniciei uma breve discussão da resposta dada por cada um. Procurei trazer para esse trabalho as repostas diferenciadas, buscando mostrar a grande dificuldade do aluno em conceituar e definir algum conteúdo geométrico. Pelas respostas anteriores, pude notar que os alunos ainda têm muita dificuldade para definir algo. Porém, pude perceber que quando os alunos realmente compreendiam o que estava sendo estudado, eles escreviam de uma maneira simples suas percepções.

Aproveitando o que o aluno Paulo escreveu, fizemos a partir daí uma relação entre comprimento e largura, chamando comprimento de base e largura de altura, chegando a conclusão da fórmula para o cálculo da área dos paralelogramos. Para tal, combinamos de considerar a largura como a distância entre dois lados opostos e o comprimento um desses lados opostos, não importando qual posição estava cada um. Tivemos essa preocupação para não cometermos um equívoco na definição de área de um paralelogramo. Santos, Bellemain (2007) discutem sobre essa questão da noção de base e altura de um paralelogramo e a importância de tomar cuidado ao defini-las, pois as mesmas podem ter vários significados.

*Nossas reflexões teóricas e nossa experiência apontam para a necessidade de tratar com mais cuidado as noções de base e altura de um paralelogramo. Percebemos que esses termos têm muitos significados tanto na língua materna como na Matemática, o que pode trazer inferências importantes na construção, pelo aluno do conceito de área do paralelogramo. Sabemos que a ideia de base na língua materna tem vários significados, entre eles aquele ligado a chão, piso ou alicerce. Essa ideia contribui para atribuir significado ao sentido que se quer explorar no estudo da área de um paralelogramo, mas também na medida em que os lados do paralelogramo não precisam ser posicionados na horizontal para serem tomados como base. (SANTOS, BELLEMAIN, 2007, p. 28).*

Outra questão levantada pelos alunos foi que a área de alguns paralelogramos eram as mesmas, porém sua forma não era igual. Perguntei então, por que isso aconteceu? Imediatamente os alunos Mateus e Mariana responderam: os paralelogramos têm o mesmo comprimento e a mesma largura.

Essas atividades propiciaram aos alunos levantarem suas conjecturas, justificando-as e avaliando os resultados do raciocínio. Em todos os momentos ocorreu interação entre os alunos e o professor. E essa interação permitiu uma aprendizagem significativa, pois a discussão em torno dos conceitos estudados propiciou o amadurecimento das conjecturas dos alunos, bem como a compreensão dos conceitos.

Realmente, aulas investigativas são um grande desafio. Ponte, Brocardo e Oliveira (2003, p. 24) explicitam que “o grande desafio é articular esses diferentes tipos de tarefas de modo a construir um currículo interessante e equilibrado, capaz de promover o desenvolvimento matemático dos alunos com diferentes níveis de desempenho”.

Portanto, o desenvolvimento dessas atividades investigativas, aliadas ao uso de material manipulável permitiu aos alunos construir seus conhecimentos de maneira

interessante e significativa, a partir do momento que eles eram motivados a discutir cada etapa desenvolvida.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

O presente trabalho permitiu ampliar uma discussão sobre o conceito de quadriláteros, em especial, os paralelogramos. O desenvolvimento dessa sequência didática trouxe algumas considerações que são abordadas raramente nas salas de aulas, como a questão dos atributos relevantes e não relevantes na definição de um conceito matemático.

Na concepção de diversos autores, como Bairral (1998), Hershkowitz (1994), Hershkowitz, Bruckhelmer e Vinner (1994), Kaleff (2012), entre outros, os atributos relevantes e não relevantes são importantes para a compreensão e refinamento das conjecturas dos alunos.

Outro fato que merece destaque é a grande dificuldade que os alunos possuem para definir algum conceito, principalmente, quando o mesmo refere-se à geometria. Nesta pesquisa, não busquei encontrar as causas dessa dificuldade, mas tive indícios de que ela pode estar relacionada com o modo como o professor aborda esses conceitos em suas aulas, fazendo com que os alunos apenas decorem e não compreendam o verdadeiro significado do que está sendo estudado.

O desenvolvimento dessa sequência didática possibilitou a participação efetiva dos alunos, amenizando de certa forma, as dificuldades na visualização geométrica e propiciando a motivação e dedução de propriedades dos paralelogramos, por meio da discussão e refinamento das conjecturas levantadas.

No entanto, essa pesquisa ainda apresenta resultados parciais. É preciso continuar propondo atividades investigativas que facilitem a compreensão de conceitos, bem como a aprendizagem significativa dos alunos. Ao invés de dar conceitos prontos e acabados, é importante considerar a possibilidade da construção dos conceitos pelos alunos.

## REFERÊNCIAS

BAIRRAL, M.A. Semelhança na 7ª série: algumas dificuldades. **Boletim Gepem**, Rio de Janeiro, n. 34, p. 35-38, 1998.

BRASIL. Ministério da Educação e do Desporto. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais: terceiro e quarto ciclos do ensino fundamental: matemática (5ª a 8ª séries)**. Brasília: MEC/SEF, 1998.

HERSHKOWITZ, R. Visualização em Geometria – As duas faces da moeda. **Boletim Gepem**, Rio de Janeiro, n.32, p. 45-61, 1994.

HERSHKOWITZ, R. Aspectos psicológicos da aprendizagem da geometria. **Boletim Gepem**, Rio de Janeiro, n.32, p. 3-31, 1994.

HERSHKOWITZ, R.; BRUCKHELMER, M.; VINNER, S. Atividades com professores baseadas em Pesquisas Cognitivas. **Boletim Gepem**, Rio de Janeiro, n.32, p. 72-76, 1994.

KALEFF, A.M.M.R. Criatividade, Educação Matemática e Laboratório de Ensino. In: ENCONTRO BRASILEIRO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA – EBREM, 5, 2011, Brasília, **Anais...** Brasília: SBEM – Regional, 2011, p. 1-20.

KALEFF, A.M.M.R. Do fazer concreto ao desenho em geometria: ações e atividades desenvolvidas no laboratório de ensino de geometria da Universidade Federal Fluminense. In: LORENZATO, S. (Org.). **O laboratório de ensino de matemática na formação de professores**. Campinas, SP: Autores Associados, 2012. p. 113-134.

KALEFF, A.M.M.R. Tomando o ensino da Geometria em nossas mãos... **Educação Matemática em Revista**. SBEM, n. 2, p. 19-25, 1994.

KALEFF, A.M.M.R. **Tópicos em ensino de Geometria**: A Sala de Aula frente ao Laboratório de Ensino e à História da Geometria. Rio de Janeiro: Cecierj, 2008.

LORENZATO, S. Por que ensinar geometria? **Educação Matemática em Revista**. SBEM, São Paulo, v. 3, n. 4, p. 1-64, 1995.

PONTE, J.P, BROCARD, J. OLIVEIRA, H.; **Investigações matemáticas na sala de aula**. Belo Horizonte: Autêntica, 2003.

PROENÇA, M.C.; PIROLA, N.A. Um estudo sobre o desempenho e as dificuldades apresentadas por alunos do ensino médio na identificação de atributos definidores de polígono. **Zetetiké**, Campinas, v. 17, n. 31, jan/jun.2009.

SANTOS, R.S.; BELLEMAIN, P.M.B. A área do paralelogramo no livro didático de matemática: uma análise sob a ótica do contrato didático e das variáveis didáticas. **Educação Matemática em Revista**. SBEM, v. 13, n. 22, p. 25-42, jun. 2007.

SCHEFFER, N. F. O LEM na discussão de conceitos de geometria a partir das mídias: dobradura e software dinâmico. In: LORENZATO, S. (org.). **O laboratório de ensino de matemática na formação de professores**. Campinas, SP: Autores Associados, 2012. p. 93-112.

# USO DA MATEMÁTICA NA ANÁLISE DA DESIDRATAÇÃO DO ABACAXI

**Claudio dos Santos Delabarba<sup>1</sup>,  
Lucas Neves Brochado<sup>2</sup>, Pedro Andrade Ferraz<sup>3</sup>, Gutto Monzelle Rios Marques<sup>4</sup>  
Rodney Alves Barbosa<sup>5</sup>**

<sup>1</sup> Aluno da Universidade do Estado da Bahia – UNEB Campus X, e-mail: Claudio.delabarba@gmail.com

<sup>2</sup> Aluno do Instituto Federal de Educação, Ciência e tecnologia Baiano, e-mail: lukassouzanevesb@hotmail.com

<sup>3</sup> Aluno do Instituto Federal de Educação, Ciência e tecnologia Baiano,

e-mail: pedro\_andrade\_ferraz@hotmail.com

<sup>4</sup> Professor da Instituição Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Baiano – Campus Teixeira de Freitas,  
e-mail: gutto.monzelle@teixeira.ifbaiano.edu.br

<sup>5</sup> Professor da Instituição Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Baiano – Campus Teixeira de Freitas,  
e-mail: rodney.barbosa@teixeira.ifbaiano.edu.br

## Resumo

A matemática tem sido utilizada para descrever processos de secagem de alimentos, que é uma alternativa viável para redução de problemas ocasionados pelas perdas na produção agrícola, além de agregar sabor, cor, aroma e valor ao produto final. Objetivou-se neste trabalho demonstrar como a matemática é usada para descrever o processo de desidratação do abacaxi. Aplicaram-se dois tratamentos para secagem do abacaxi: T1 - cortado em cubos ( $\pm 1 \text{ cm}^3$ ) e T2 - cortado em rodela (espessura de  $\pm 1 \text{ cm}$ ). As amostras foram desidratadas em um secador de alimentos do tipo bandeja na temperatura de  $70^\circ\text{C}$  com circulação de ar forçada até peso constante. A secagem durou 1260 minutos. Nos 500 minutos iniciais, a perda de água em T1 foi de 37,111 g e em T2 de 38,940 g, com taxa de secagem de 0,074 g de água/min. e 0,083 g de água/min., respectivamente, revelando uma taxa de secagem 10,84% maior para T2. Nos 760 min finais da secagem, houve redução nesta taxa, sendo 0,008 g de água/min. para T1 e 0,027 g de água/min. para T2, fato esperado, pois inicialmente as amostras possuíam mais água no início. Conclui-se que T2 teve uma taxa de secagem mais elevada e ambos os tratamentos finalizaram a secagem (peso constante) no mesmo período.

**Palavras chaves:** Secagem; Taxa de secagem; Curva de secagem.

## INTRODUÇÃO

A matemática é algo que está presente em tudo, podendo assim ser utilizada nos mais diversos meios e áreas do conhecimento modelando processos conforme nossos propósitos. Atualmente a sala de aula vem se tornando cada vez mais desafiadora para os docentes, que acabam tendo que competir com o avanço tecnológico e as novidades que são levadas pelos alunos, o que os deixam mais dispersos em uma aula onde o professor utiliza a metodologia de ensino tradicional.

Diversas aplicações matemáticas estão interligadas ao nosso dia-a-dia e muitas vezes não são compreendidas ou visualizadas pelo fato de muitos acreditarem que a Matemática é algo abstrato e sem utilidade alguma. Com isso, há a uma grande necessidade de se fazer com que a teoria fique mais próxima da prática e da realidade dos alunos, no que diz respeito ao saber popular.

A transposição de determinados conteúdos a partir da utilização de metodologias inovadoras, caracteriza uma atividade interdisciplinar e cultural, uma vez que o docente apresenta e trabalha os conteúdos de maneira diferenciada, automaticamente ele estará promovendo uma maior interação entre os alunos, discussões, metodologia de trabalho em equipe, etc.

Além de levar os alunos ao laboratório para realização do experimento, em se tratando de um ambiente de construção de conhecimento individual e coletivo, em que professores e alunos podem aguçar à sua criatividade, dinamizar o trabalho e enriquecer suas atividades de ensino e aprendizagem, tornando o processo muito mais dinâmico e eficaz.

## EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

Matemática, ciência da caracterização dos padrões, contagem. Etc. difícil de definir em poucas palavras ou generaliza-las, assim como seus teoremas, postulados e definições. Surgiu há milhares de anos e ao longo do tempo vem sendo repassada as futuras gerações de maneira formal (escolas diferentes níveis) e em meio informal qualquer.

O ensino da matemática formal nas escolas era baseado na repetição, uma metodologia que tornava o ensino maçante para os alunos e dificultoso quanto à abstração e aplicação. Já nos dias atuais, D'Ambrosio (1991, p.1) afirma que “[...] há algo errado com a matemática que estamos ensinando. O conteúdo que tentamos passar adiante através dos sistemas escolares é obsoleto, desinteressante e inútil”.

Mediante as palavras do autor, evidencia-se a necessidade de abandono ao tradicionalismo, em proposta de facilitadora do processo de ensino e aprendizagem em contra partida, diversos pesquisadores matemáticos vêm discutindo a necessidade da inserção de novas metodologias no ensino de matemática.

Tais metodologias são tendências renovadoras e buscam dar um significado consistente à construção dos conhecimentos matemáticos, numa ótica em que o aluno é o próprio mentor do seu conhecimento, sendo um ser ativo no processo de ensino e aprendizagem, e o professor se figura como um mediador ou orientador do mesmo nesse processo.

Embora cada tendência tenha sua linha de pesquisa bem definida, ambas apontam para o mesmo viés: fazer com que os alunos percam a visão mistificada de que aprender Matemática é difícil, doloroso, e sem aplicação alguma com a realidade. Mostrando-lhes que o fazer matemática pode ser prazeroso, quando bem direcionado pelo professor. Assim, visa-se tornar a Matemática mais humana e acessível a todos, rompendo com status de ciência cheia de formalismos e rigorismo, que foi sendo estabelecido historicamente.

Beatriz D'Ambrósio em seu artigo intitulado *Como ensinar Matemática hoje*, questiona as concepções do modelo tradicional de ensino, visto que este restringe o ensino da Matemática a aulas tradicionais em que, geralmente, o aluno repete ou reproduz as técnicas de resolução do professor na aplicação de exercícios, sem nem ao menos buscar novas estratégias de resolução de problemas. “Essa prática revela a concepção de que é possível aprender Matemática através de um processo de transmissão do conhecimento. Mais ainda, do que a resolução de problemas reduz-se a procedimentos determinados pelo professor”. Salienta D'Ambrósio (1989, p.15). Ora, desse jeito o aluno não é levado a refletir e nem tampouco a ter uma aprendizagem consistente.

Considerando o atual cenário em que se encontra a Matemática é preciso que cada vez mais o professor repense a sua prática pedagógica, buscando metodologias alternativas para o ensino dessa disciplina e, conseqüentemente, lançando mão da possibilidade de tornar suas

aulas mais dinâmicas, produtivas e prazerosas para os alunos. A respeito disso, D'Ambrósio discorre sobre as novas linhas de pesquisas e propostas para o ensino da Matemática.

*Estas propostas partem do princípio de que o aluno está constantemente interpretando seu mundo e suas experiências e essas interpretações ocorrem inclusive quando se trata de um fenômeno matemático. São as interpretações dos alunos que constituem o saber da matemática “de fato”. Muitas vezes o aluno demonstra, através de respostas a exercícios, que aparentemente compreendeu algum conceito matemático; porém, uma vez mudado o capítulo de estudo, ou algum aspecto do exercício, o aluno nos surpreende com erros inesperados. É a partir do estudo dos erros cometidos pelos alunos que poderemos compreender as interpretações por ele desenvolvidas. (D'AMBRÓSIO, 1989).*

Em síntese, pode se perceber que o aluno em sala de aula acaba realizando determinadas tarefas mecanicamente, sem a menor compreensão do que está sendo trabalhado, isso se mostra como resultado da metodologia tradicional utilizada, onde o professor explica o conteúdo e o aluno somente aplica na sua resolução, repetindo aquilo que lhe foi exposto, não havendo assim a própria construção do conhecimento por parte dos alunos.

O ensino da matemática estará sendo desenvolvido quando houver uma maior relação entre o conceitual e o prático, dada à abstração, os alunos serão capazes de obter uma maior compreensão dos conteúdos aplicados e resolução dos mesmos.

## **A PRODUÇÃO E SECAGEM DE ALIMENTOS.**

Sabe-se que o abacaxizeiro é uma planta perene, monocotiledônea, que pertence à família Bromeliaceae, com cultivo e produção expandindo-se no mundo devido a seu sabor, aroma, cor e características físico-químicas (RAMOS et al., 2008). O Brasil no ano de 2011 foi o 2º maior produtor mundial de abacaxi, tendo uma área plantada neste mesmo ano de aproximadamente 62868 ha. (FAO, 2013; IBGE, 2013). Cerca de 90% desse abacaxi produzido é consumido *in natura*, com perdas que variam em torno de 10-15% do produto colhido (SARZI, 2002). Além da sua importância econômica, a cultura do abacaxi ganha destaque, pois, contribui para a geração de renda e é uma atividade geradora e absorvedora de mão de obra no meio rural. (PEREIRA & MELO, 2015)

No mercado atual, com o aumento no número de habitantes há uma elevação na demanda e no consumo de alimentos, tornando assim as perdas um fator relevante para agricultura. A técnica de desidratação de alimentos aparece como uma alternativa viável para diminuir os problemas ocasionados pelas perdas na produção agrícola sejam elas na colheita, transporte, armazenamento, e no processamento. Pensando nisso, as frutas desidratadas tem ganhado cada vez mais espaço na indústria de alimentos, por ser uma possibilidade para a conservação dos alimentos além de agregar valor ao produto final, sabor, cor e aroma.

A secagem de alimentos de modo geral é uma das melhores formas de conservação dos alimentos e baseia-se na retirada da água do produto. Segundo Celestino (2010), a secagem é a operação por meio da qual a água ou qualquer outro líquido é removido de um material. Existem várias vantagens na utilização do processo de secagem, dentre as quais se citam a facilidade na conservação do produto diminuindo as perdas, a proteção contra degradação enzimática e oxidativa, a redução do peso do produto, a economia de energia por não necessitar de refrigeração e a disponibilidade do produto durante qualquer época do ano (PARK et al., 2001; FEMENIA et al., 2009). Além disso, a secagem ajuda a reduzir perdas

pós-colheita, aumenta a vida útil do produto, facilita o transporte e comercialização, não necessita de mão de obra especializada, deixando o processo ainda mais econômico e viável. (Celestino, 2010).

Segundo Park et. al. (2007) uma curva de secagem pode ser repartida e analisada em três períodos: o primeiro período é curto e quase imperceptível, pois representa o tempo em que o alimento eleva a sua temperatura até a temperatura de secagem, o segundo período revela a taxa constante de secagem onde a temperatura do produto é constante e é igual à temperatura de bulbo úmido, característica do fato de que as transferências de calor e de massa se compensam exatamente (psicrometria) e o terceiro consiste na taxa decrescente de secagem que acontece pela deficiência de água na superfície do alimento.

Em função do potencial de crescimento do setor de frutas desidratadas no Brasil com sua produção expressiva de abacaxi, objetiva-se com este trabalho utilizar a matemática que é ensinada nas salas de aula por meio de sua aplicação no estudo da secagem, tal conciliação é de fundamental importância no processo de ensino e aprendizagem dos alunos, pois quando os conteúdos matemáticos ganham uma aplicação real os alunos conseguem com mais facilidade compreendê-los e se sentem motivados, além do fato de tal estudo estar diretamente relacionado ao curso técnico no qual os alunos estão.

## MATERIAIS E MÉTODOS

Para o desenvolvimento deste experimento optou-se por um estudo de caráter quantitativo experimental, tendo por base a construção do conhecimento, que de acordo com COSTA (2008):

*No enfoque construtivista, mais do que a transmissão e/ou fixação de conteúdos específicos, visa-se a exploração de atividades que propiciem o desenvolvimento de habilidades como estratégias de solução de problemas, estruturas cognitivas, criatividade, ou seja, aprendizagem por descoberta através da manipulação livre do sujeito objeto da aprendizagem, sob o controle do próprio aluno.*

Percebe-se que a construção do conhecimento se dá mediante o contato e a manipulação de objetos (concretos ou não), que são capazes de suscitar a criatividade do aluno, o qual se viabiliza pela descoberta de novas experiências estimuladas pela exploração do sujeito objeto da aprendizagem.

O presente trabalho foi desenvolvido no Laboratório de Agroindústria no Instituto Federal Baiano, *campus* Teixeira de Freitas. A cidade de Teixeira de Freitas está localizada a 186 m acima do nível do mar e tem uma Pressão atmosférica de 1011 kPa.

Para a realização desse trabalho foram utilizados um total de 10 abacaxis do tipo pérola da espécie *Ananas comosus* L. Os dados foram coletados em duplicata e três repetições.

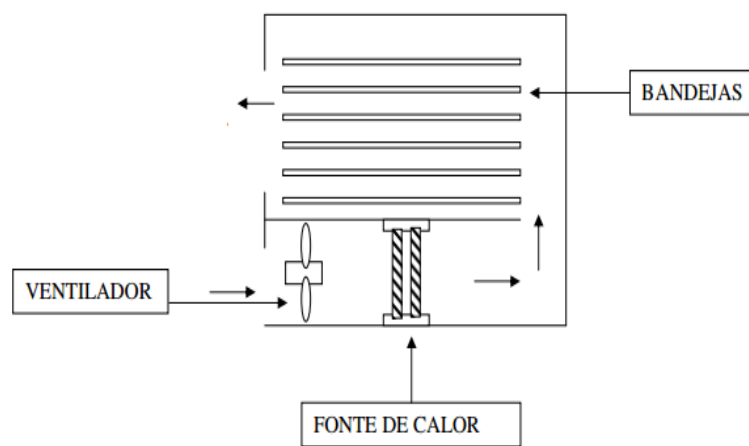
Os frutos foram escolhidos de acordo com a qualidade, uniformidade e grau de maturação que foram determinados pela mudança da coloração da casca da cor verde escuro para bronzeado-amarela e apresentação dos frutinhos achatados conforme Silva, 2007.

Antes de iniciarmos os experimentos, os frutos foram higienizados da seguinte forma: feita a lavagem com detergente e escova e sanitização com água clorada a 100 ppm por 15 minutos. Após descasque manual o fruto foi cortado em cubos com  $\pm 1$  cm de aresta e rodela de  $\pm 1$  cm de espessura.

O abacaxi foi caracterizado com as análises de teor de sólidos solúveis, umidade em base úmida e base seca e cinzas conforme as recomendações das normas do Instituto Adolfo Lutz (IAL, 1985).

Os equipamentos utilizados nas análises foram: Estufa de secagem modelo NI 1514 da NOVA INSTRUMENTS, balança semi-analítica do modelo UW 620H da SHINADZU, forno Mufla modelo 0318524 da marca QUIMIS e refratômetro portátil modelo RHBO-90 da marca BEL.

**Figura 1. Esquema do secador de bandeja utilizado no experimento.**



**Fonte:** Marques (2009)

A secagem foi realizada por meio de um secador de alimentos do tipo bandeja, que se dá por meio da circulação de ar forçada e fonte de calor proveniente de lâmpadas incandescente, construído no próprio Instituto Federal Baiano pelo Professor Me Gutto Monzelle, sendo a temperatura do ar de secagem de 70° C, o esquema do secador está disposto anteriormente na Figura 1.

## APRESENTAÇÃO E ANÁLISE DOS RESULTADOS PRELIMINARES

A Tabela 1 apresenta os resultados das análises físico-químicas realizadas no abacaxi *in natura*.

**Tabela 1. Composição físico-química do abacaxi *in natura*.**

| TRATAMENTO               | TSS (° Brix) | UMIDADE b.u. (%) | UMIIDADE b.s.<br>(%) | CINZAS<br>(%) |
|--------------------------|--------------|------------------|----------------------|---------------|
| Abacaxi <i>in natura</i> | 12           | 84,31            | 636,26               | 0,29          |

**Fonte:** Dados de pesquisa



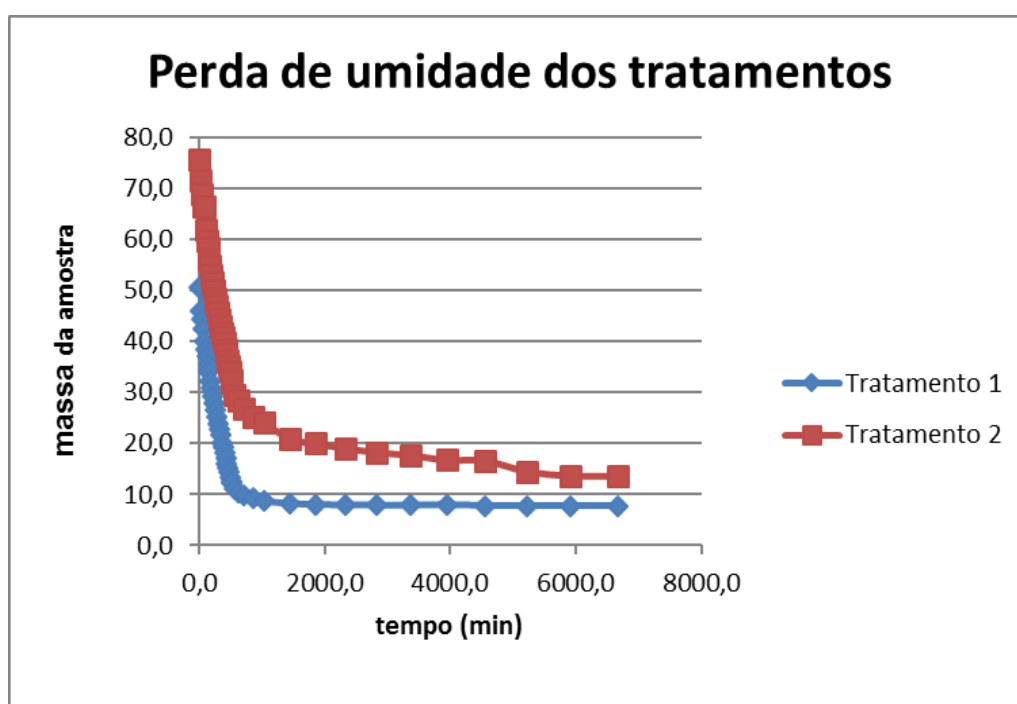
Calculou-se perda de massa de água na secagem a 70°C em períodos de tempo, inicialmente de 20 min, após algumas medições o intervalo de tempo foi acrescido devido ao tempo maior necessário para a perda de umidade, sendo feitas até que peso se mantivesse constantes para estudo preliminar da curva de secagem, sendo apresentados graficamente na Figura 2 os resultados.

**Tabela 2. Dados dos tratamentos 1 e 2.**

| TEMPO<br>(min) | TRATAMENTO 1 |      |      |       |       |     |       |       |      |      |      |       |
|----------------|--------------|------|------|-------|-------|-----|-------|-------|------|------|------|-------|
|                | 1            | 2    | 3    | MEDIA | RU    | X   | Xe    | X0    | 1    | 2    | 3    | MEDIA |
| 0,0            | 50,7         | 50,7 | 50,2 | 50,5  | 636,3 | 0,6 | 559,4 | 536,4 | 86,9 | 60,3 | 79,3 | 75,5  |
| 20,0           | 48,3         | 43,8 |      | 46,1  | 1,0   | 0,2 | 559,4 | 536,4 | 85,4 | 54,6 | 74,4 | 71,5  |
| 40,0           | 46,7         | 42,8 | 43,2 | 44,2  | 1,0   | 0,2 | 559,4 | 536,4 | 82,7 | 51,7 | 72,1 | 68,9  |
| 60,0           | 44,9         | 40,9 | 41,4 | 42,4  | 1,0   | 0,3 | 559,4 | 536,4 | 80,7 | 49,3 | 69,7 | 66,6  |
| 80,0           | 42,6         | 39,2 | 38,7 | 40,1  | 1,0   | 0,2 | 559,4 | 536,4 | 78,9 | 47,3 | 73,2 | 66,5  |
| 100,0          | 40,7         | 37,7 | 36,7 | 38,4  | 1,0   | 0,2 | 559,4 | 536,4 | 76,2 | 45,0 | 64,2 | 61,8  |
| 120,0          | 39,3         | 36,5 | 35,2 | 37,0  | 1,0   | 0,2 | 559,4 | 536,4 | 73,7 | 43,0 | 62,1 | 59,6  |
| 140,0          | 37,4         | 34,8 | 34,0 | 35,4  | 1,0   | 0,2 | 559,4 | 536,4 | 72,3 | 41,9 | 60,7 | 58,3  |
| 160,0          | 36,0         | 33,3 | 32,7 | 34,0  | 1,0   | 0,2 | 559,4 | 536,4 | 69,9 | 40,0 | 58,7 | 56,2  |
| 180,0          | 34,0         | 31,2 | 31,4 | 32,2  | 1,0   | 0,2 | 559,4 | 536,4 | 68,1 | 39,4 | 57,3 | 54,9  |
| 200,0          | 32,4         | 30,0 | 30,2 | 30,9  | 1,0   | 0,2 | 559,4 | 536,4 | 66,3 | 37,1 | 55,8 | 53,1  |
| 220,0          | 31,0         | 28,3 | 28,5 | 29,2  | 1,0   | 0,2 | 559,4 | 536,4 | 64,8 | 35,7 | 54,6 | 51,7  |
| 240,0          | 29,5         | 26,9 | 27,0 | 27,8  | 1,0   | 0,2 | 559,4 | 536,4 | 62,7 | 34,3 | 53,0 | 50,0  |
| 260,0          | 27,9         | 25,7 | 25,9 | 26,5  | 1,0   | 0,2 | 559,4 | 536,4 | 61,2 | 32,7 | 51,1 | 48,3  |
| 280,0          | 26,3         | 24,3 | 24,9 | 25,2  | 1,0   | 0,2 | 559,4 | 536,4 | 59,7 | 31,6 | 49,8 | 47,0  |
| 300,0          | 24,6         | 22,8 | 23,8 | 23,7  | 1,0   | 0,1 | 559,4 | 536,4 | 58,4 | 30,4 | 48,1 | 45,6  |
| 320,0          | 23,3         | 22,0 | 22,6 | 22,6  | 1,0   | 0,1 | 559,4 | 536,4 | 57,3 | 29,3 | 46,6 | 44,4  |
| 340,0          | 22,1         | 20,3 | 22,4 | 21,6  | 1,0   | 0,2 | 559,4 | 536,4 | 55,9 | 27,9 | 44,7 | 42,9  |
| 360,0          | 20,8         | 18,8 | 20,5 | 20,0  | 1,0   | 0,1 | 559,4 | 536,4 | 54,7 | 26,8 | 43,2 | 41,6  |
| 380,0          | 19,8         | 18,0 | 19,7 | 19,2  | 1,0   | 0,1 | 559,4 | 536,4 | 53,8 | 25,9 | 42,4 | 40,7  |
| 400,0          | 18,7         | 16,9 | 18,9 | 18,2  | 1,0   | 0,1 | 559,4 | 536,4 | 52,8 | 25,2 | 41,5 | 39,8  |
| 420,0          | 17,5         | 15,7 | 18,0 | 17,1  | 1,0   | 0,1 | 559,4 | 536,4 | 51,2 | 24,1 | 40,1 | 38,5  |
| 440,0          | 16,3         | 14,8 | 16,9 | 16,0  | 1,0   | 0,1 | 559,4 | 536,4 | 50,0 | 23,2 | 39,2 | 37,5  |
| 460,0          | 15,4         | 14,1 | 15,9 | 15,1  | 1,0   | 0,1 | 559,4 | 536,4 | 48,8 | 22,0 | 38,2 | 36,3  |
| 480,0          | 14,6         | 13,3 | 15,0 | 14,3  | 1,0   | 0,1 | 559,4 | 536,4 | 47,4 | 21,0 | 36,7 | 35,1  |
| 500,0          | 13,6         | 12,5 | 14,2 | 13,4  | 1,0   | 0,1 | 559,4 | 536,4 | 46,2 | 19,9 | 36,5 | 34,2  |
| 520,0          | 12,9         | 11,6 | 13,2 | 12,6  | 1,0   | 0,0 | 559,4 | 536,4 | 44,7 | 18,8 | 34,2 | 32,6  |
| 520,0          | 11,8         | 11,9 | 13,4 | 12,4  | 1,0   | 0,2 | 559,4 | 536,4 | 43,5 | 18,6 | 33,4 | 31,8  |
| 560,0          | 11,3         | 10,3 | 11,7 | 11,1  | 1,0   | 0,1 | 559,4 | 536,4 | 40,4 | 16,6 | 31,3 | 29,4  |
| 620,0          | 10,3         | 9,9  | 11,0 | 10,4  | 1,0   | 0,1 | 559,4 | 536,4 | 39,5 | 15,8 | 30,3 | 28,5  |
| 720,0          | 9,9          | 9,1  | 10,3 | 9,8   | 1,0   | 0,1 | 559,4 | 536,4 | 37,2 | 14,7 | 28,4 | 26,8  |
| 860,0          | 9,9          | 8,7  | 9,5  | 9,4   | 1,0   | 0,1 | 559,4 | 536,4 | 35,1 | 13,7 | 27,0 | 25,3  |
| 1040,0         | 8,7          | 8,3  | 8,9  | 8,7   | 1,0   | 0,1 | 559,4 | 536,4 | 33,5 | 12,7 | 25,7 | 24,0  |
| 1440,0         | 8,7          | 7,7  | 8,1  | 8,2   | 1,0   | 0,0 | 559,4 | 536,4 | 29,0 | 11,1 | 22,5 | 20,9  |

|        |     |     |     |     |     |     |       |       |      |      |      |      |
|--------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-------|-------|------|------|------|------|
| 1860,0 | 8,3 | 7,6 | 8,0 | 8,0 | 1,0 | 0,0 | 559,4 | 536,4 | 27,7 | 10,7 | 21,3 | 19,9 |
| 2320,0 | 8,4 | 7,5 | 7,8 | 7,9 | 1,0 | 0,0 | 559,4 | 536,4 | 26,6 | 10,4 | 20,1 | 19,1 |
| 2820,0 | 8,3 | 7,4 | 7,8 | 7,8 | 1,0 | 0,0 | 559,4 | 536,4 | 25,3 | 10,2 | 19,2 | 18,2 |
| 3360,0 | 8,5 | 7,4 | 7,7 | 7,9 | 1,0 | 0,0 | 559,4 | 536,4 | 24,5 | 10,1 | 18,5 | 17,7 |
| 3940,0 | 8,4 | 7,4 | 8,0 | 7,9 | 1,0 | 0,0 | 559,4 | 536,4 | 22,8 | 9,9  | 17,5 | 16,8 |
| 4560,0 | 8,4 | 7,4 | 7,6 | 7,8 | 1,0 | 0,0 | 559,4 | 536,4 | 22,8 | 9,9  | 17,1 | 16,6 |
| 5220,0 | 8,4 | 7,4 | 7,6 | 7,8 | 1,0 | 0,0 | 559,4 | 536,4 | 18,0 | 9,8  | 15,7 | 14,5 |
| 5920,0 | 8,3 | 7,3 | 7,6 | 7,7 | 1,0 | 0,0 | 559,4 | 536,4 | 15,6 | 9,7  | 15,7 | 13,7 |
| 6660,0 | 8,3 | 7,3 | 7,6 | 7,7 | 1,0 | 1,0 | 559,4 | 536,4 | 15,4 | 9,7  | 15,7 | 13,6 |

**Figura 2. Perda de umidade pelo tempo dos tratamentos.**



**Fonte:** Dados de pesquisa

Os dados relativos à curva de secagem estão apresentados no gráfico com a relação de RU x tempo. Desta forma pode ser avaliada a perda de umidade pelo tempo dos tratamentos propostos, que são T1 – abacaxi cortados em formato de cubos e T2 – abacaxi em cortado em formato de rodela. O resultado obtido graficamente dos dois tipos de tratamento pode ser comparado, nos mostrando que o tratamento do abacaxi quando cortado em formato de rodela apresenta uma secagem mais rápida, pois a sua perda de umidade se dá de maneira uniforme o que o torna mais rápida quando comparada ao cortado em formato de cubos.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

Com o desenvolvimento deste projeto pode ser trabalhada uma metodologia de ensino em matemática diferente da tradicional que era aplicada no ensino médio, ambiente na qual os estudantes aprendem uma matemática um pouco mais abstrata e sentem certa dificuldade na compreensão dos mesmos.

Durante o desenvolvimento deste estudo o aluno se tornou um ser ativo no processo de ensino e aprendizagem, quando aplicado os conteúdos matemáticos ao projeto, os estudantes se sentiram assim desafiados a resolvê-los desenvolvendo assim autonomia e se tornando seres pensantes em todo o processo de aprendizagem, daí a matemática deixou de ser algo abstrato, desinteressante e inútil que é somente apresentado em sala de aula ganhando assim concretude.

A partir deste projeto pode-se perceber a utilização de uma nova metodologia no ensino de matemática, metodologia esta que tem como proposta de facilitadora do ensino de matemática na atualidade, além de trazer a matemática interligada a outras matérias e conteúdos que estão diretamente relacionados ao curso técnico dos alunos.

Com os dados tabulados até o momento, foi feita uma análise parcial dos tratamentos em cubos e rodela. Nos tratamentos um e dois em que manteve-se a temperatura constante de (70°C), a massa decresceu rapidamente no início, por apresentar grande concentração de umidade e posteriormente podemos perceber que sua massa diminuiu lentamente à medida que se aumentava o tempo de secagem verificando assim, que o tempo de secagem depende da temperatura.

A curva apresentada na figura 2 representa a diminuição do teor de água do abacaxi durante a secagem, em relação à evolução do tempo de secagem (t), isto é, a curva obtida pesando o produto durante a secagem numa determinada condição de secagem.

Obtivemos os dados das análises físico-química do teor de sólidos solúveis, umidade a base seca, umidade a base úmida e teor de cinzas. Os dados estão sendo tabulados e serão apresentados no decorrer de 2015, pois, os cálculos de umidade a base úmida final e umidade a base seca final estão sendo refeitos e analisados para a determinação da razão de umidade.

## REFERÊNCIAS

CELESTINO, Sonia Maria Costa. **Princípios de Secagem de Alimentos**. - Planaltina, DF: Embrapa Cerrados, 2010.

COSTA, Rosa M., Silva, Elaine C. **Os diferentes papéis do computador na educação: algumas classificações e diretrizes** – material de estudo. 2008.

D'AMBRÓSIO, Beatriz. S. **Como Ensinar Matemática Hoje?**. Disponível em: <[http://www.educadores.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/2010/artigos\\_teses/MATEMATICA/Artigo\\_Beatriz.pdf](http://www.educadores.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/2010/artigos_teses/MATEMATICA/Artigo_Beatriz.pdf)> Acesso em: 20 de Dez. 2014.

D'AMBROSIO, U. **Sociedade, cultura, matemática e seu ensino**. Revista Educação e Pesquisa, São Paulo, v. 31, p. 99-120, 2005.

DANTAS, L. A; MATA, M. E. R. M; DUARTE, M. E. M. **Programa Computacional Dinâmico para Simulação de Secagem de Grãos e Sementes de Milho**. Revista Brasileira de Produtos Agroindustriais, Campina Grande, v.13, n.3, p.309-318, 2011.

FAO (2013). FAOSTAT - **Food and Agriculture Organization of the United Nations Statistical Database**. Crops database. Disponível em: <<http://faostat.fao.org/site/567/DesktopDefault.aspx?PageID=567#ancor>>. Acesso em 20 de Dez. de 2014

GIL, Antônio Carlos. : **Como elaborar projetos de pesquisa**. 4ª edição São Paulo: Atlas, 2002.

IBGE (2013) **Sistema IBGE**. Disponível em: <<http://www.sidra.ibge.gov.br>>. em 27/03/2013 página mantida pelo IBGE. Acesso em 08 de Dez. 2015.

IAL - INSTITUTO ADOLFO LUTZ. **Normas Analíticas do Instituto Adolfo Lutz: métodos químicos e físicos para análise de alimentos**. 3º ed. São Paulo: IAL, 1985.

Instituto Adolfo Lutz (São Paulo). **Métodos físico-químicos para análise de alimentos /coordenadores Odair Zenebon, Neus Sadocco Pascuet e Paulo Tiglea** -- São Paulo: Instituto Adolfo Lutz, 2008 p. 1020

LARA, I. C. M. **Histórias de um “lobo mau”: a matemática no vestibular da UFRGS**. Dissertação de Mestrado em Educação, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2001.

Marques, G. M. R. **Secagem de caldo de cana em leite de espuma e avaliação sensorial do produto**. Dissertação (Mestrado) Itapetinga-Ba: Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia-UESB, 84p. Il, 2009.

NASCENTE, A. S. Costa, R. S. C.; Costa, J. N. M. **Cultivo do abacaxi em Rondônia**. Porto Velho, 2005. Disponível em: <<http://sistemasdeproducao.cnptia.embrapa.br/FontesHTML/Abacaxi/CultivodoAbacaxiRO/autores.htm>>. Acesso em: 07 de Dez. 2014.

OLIVEIRAL, C.A. C.; BarbieriII, R.L.; HawerthI, F.J.; CarvalhoI, F.I.F.A.; **From the Americas to the World - origin, domestication and dispersion of pineapple**. Ciência Rural, Santa Maria, v.40, n.6, p.1473-1483, Junho, 2010.

PEREIRA, P. C.; MELO B. **Cultura do abacaxizeiro**. Disponível em: <<http://www.fruticultura.iciag.ufu.br/abacaxi-2.html#1.0> – Introdução>. Acesso em 07 de Fev. de 2015

PARK, K. J. YADO, M. K. M.; BROD, F. P. R. **Estudo de secagem de pêra bartlett (Pyrus sp.) em fatias**. Ciência e Tecnologia de Alimentos. v. 21, n. 3, p. 288-292, 2001.

ROSA, M.; OREY, D. C. **Vinho e queijo: Etnomatemática e modelagem**. BOLEMA, Rio Claro, v. 16, n. 20, 2003, p. 1–16.

ROSA, M. **From reality to mathematical modeling: a proposal for using ethnomathematical knowledge**. Dissertação (Mestrado) - California State University, Sacramento, EUA, 2000. ROSA, M.; OREY, D. C. Etnomatemática e modelagem: um enfoque antropológico. In: I CONGRESSO BRASILEIRO DE ETNOMATEMÁTICA-CBEm, 1, 2000, São Paulo. Anais... São Paulo: EDUSP, 2000, p. 300-308.

RAMOS, A.M.; QUINTERO, A.C.F.; FARAONI, A.S.; SOARES, N.F.F.; PEREIRA, J.A.M. **Efeito do tipo de embalagem e do tempo de armazenamento nas qualidades físico-química e microbiológica de abacaxi desidratado**. Alimentos e Nutrição. v.19, n.3, p. 259-269, jul./set. 2008.

SILVA, Websten Cesário. **Sistema de produção para a cultura do abacaxi no Estado de Rondônia**, – Porto Velho: Embrapa Rondônia; Emater-RO, 2007. 34 p. : il. color. ; (Sistema de Produção / Embrapa Rondônia, ISSN 0103-1668; 27)

Sistema Famasul, Assessoria de Imprensa; **Mato grosso do sul: Alta produtividade do abacaxi gera renda ao produtor rural**, 24 de fev., 2014. Disponível em: <[http://famasul.com.br/assessoria\\_interna/alta-produtividade-do-abacaxi-gera-renda-ao-produtor-rural/25244/](http://famasul.com.br/assessoria_interna/alta-produtividade-do-abacaxi-gera-renda-ao-produtor-rural/25244/)> Acesso em: 07 de Fev. de 2015.

SARZI, B. **Conservação de abacaxi e mamão minimamente processados: associação entre o preparo, a embalagem e a temperatura de armazenamento**. 100f. Dissertação (Mestrado) – Universidade Estadual Paulista, Faculdade de Ciências Agrárias e Veterinárias. Jaboticabal, 2002.

# VISUALIZAÇÃO ESPACIAL E PENSAMENTO GEOMÉTRICO: UM PANORAMA DA PRODUÇÃO BRASILEIRA EM PROGRAMAS DE PÓS-GRADUAÇÃO NOS ÚLTIMOS ANOS

Hudney Alves Faria de Carvalho<sup>1</sup>

Ana Cristina Ferreira<sup>2</sup>

**Resumo:** Nesse artigo apresentamos um levantamento de pesquisas brasileiras sobre visualização e pensamento geométrico, realizado nas bibliotecas virtuais dos programas de Pós-graduação *Strictu Sensu* de Ensino de Ciências e Matemática ou Educação Matemática reconhecidos pela CAPES. A pesquisa foi realizada a partir dos textos completos dos 29 estudos levantados. Os resultados evidenciam que a maior parte das produções se direcionou à promoção de propostas de ensino onde houvesse ações de professores no intuito de desenvolver e/ou ampliar a capacidade de visualização e representação de objetos espaciais de seus alunos na resolução de problemas de Geometria Espacial. Além disso, predominam ambientes informatizados e dinâmicos ou que envolvem a utilização de materiais manipuláveis. Dezesete estudos foram desenvolvidos com alunos de Ensino Médio. Apenas seis pesquisas estudaram conceitos geométricos tendo como público central professores ou futuros professores de Matemática. Os resultados sugerem a necessidade de se ampliar o número de estudos voltados para a formação inicial e continuada de professores, nos quais a visualização e o pensamento geométrico tenham destaque, bem como a prática docente.

**Palavras-chave:** Levantamento; Pós-graduação *Strictu Sensu*; Pensamento geométrico; Visualização espacial; Geometria Espacial.

## 1. INTRODUÇÃO

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) recomendam que o aluno deve ser incentivado “a identificar posições relativas dos objetos, a reconhecer no seu entorno e nos objetos que nele se encontram formas distintas, tridimensionais e bidimensionais, planas e não planas, a fazer construções, modelos ou desenhos do espaço de diferentes pontos de vista e descrevê-los” (BRASIL, 1997, p.128). Contudo, nem sempre tais propósitos ocupam lugar de destaque nas salas de aulas e, geralmente, os alunos chegam ao Ensino Médio com restrito conhecimento de Geometria.

Com base nesse panorama, nos perguntamos: como a pesquisa acadêmica tem contribuído para reverter essa situação? Neste artigo, nos propomos a levantar e descrever o que tem sido produzido no Brasil acerca da visualização espacial e pensamento geométrico no âmbito dos programas de Pós-Graduação *Strictu Sensu* em Ensino de Ciências e Matemática ou Educação Matemática.

## 2. METODOLOGIA

Realizamos um levantamento junto aos programas de Pós-graduação *Strictu Sensu* em Ensino de Ciências e Matemática ou Educação Matemática reconhecidos pela Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES). Essa opção – e

---

<sup>1</sup> Universidade Federal de Ouro Preto/Departamento de Matemática, hudney.carvalho@ifmg.edu.br

<sup>2</sup> Universidade Federal de Ouro Preto/Departamento de Matemática, anacf@iceb.ufop.br

não a busca no banco de teses da CAPES que seria o mais interessante – se deu pelo fato de esse repositório se encontrar desatualizado por longo período.

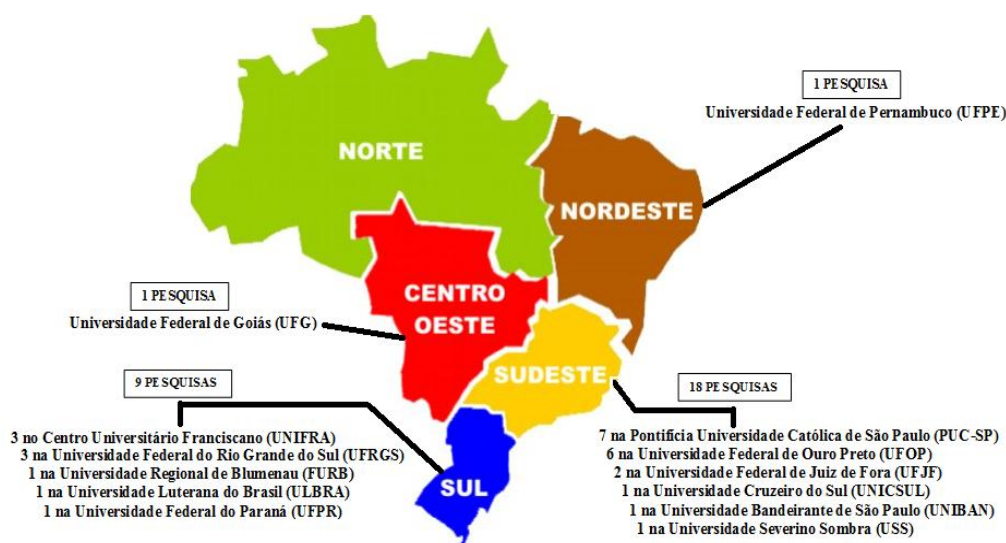
A pesquisa foi realizada entre os dias 02 e 05 de abril de 2015 nos bancos de teses e dissertações dos programas (disponibilizados nos *sites* das instituições), utilizando sete conjuntos de palavras-chave: geometria espacial; visualização espacial; visualização geométrica; raciocínio espacial; raciocínio visual, percepção espacial e pensamento geométrico. Localizamos 29 pesquisas, todas como dissertações de Mestrado (acadêmicos e profissionais). Em seguida, localizamos o texto completo de todas as pesquisas e os analisamos considerando: palavras-chave, autor, ano, instituição, título, orientador, propósito da pesquisa, procedimentos metodológicos, questões de pesquisa, resultados/respostas da pesquisa e referenciais teóricos utilizados.

### 3. RESULTADOS

A visualização espacial e o pensamento geométrico parecem ser termos relativamente recentes nas pesquisas brasileiras e não muito explorados. A primeira pesquisa localizada foi defendida em 2006 e, com exceção para os anos de 2011 e 2013, com oito e seis produções, respectivamente, e 2007, com apenas um trabalho, a produção anual se manteve em torno de dois a quatro estudos.

Com relação à distribuição geográfica dos trabalhos, o gráfico abaixo mostra o número de pesquisas e as instituições onde ocorreram as defesas, por região brasileira:

**Gráfico 1: Número de pesquisas por região brasileira e instituições onde cada produção foi defendida**



Fonte – Elaborado pelo pesquisador

Apresentamos a seguir, brevemente, cada estudo, organizados em eixos, segundo os participantes envolvidos.

#### 3.1. PESQUISAS COM ALUNOS DE ENSINO FUNDAMENTAL

Carvalho (2011) estudou ações mobilizadas pelo professor e pelos alunos do 9º ano do Ensino Fundamental ao trabalharem com a resolução de problemas de Geometria Espacial num ambiente dinâmico e interativo. Buscou também compreender o conceito de interatividade e interação tanto no ambiente informatizado como no ambiente social. Para

o autor: “o uso da informática na educação proporcionou, através do desenvolvimento de *softwares*, a visualização de imagens virtuais, possibilitando ao aluno comparar a imagem mental que ele possui de um determinado objeto, com a imagem virtual do mesmo” (CARVALHO, 2011, p. 59).

Pereira (2012) investigou as possíveis contribuições de uma proposta de ensino envolvendo o uso de materiais manipulativos para a aprendizagem de conceitos geométricos de alunos cegos ou com baixa acuidade visual do 7º ano do Ensino Fundamental de uma escola especializada de Belo Horizonte (MG). Os resultados evidenciam um intenso envolvimento dos alunos nas atividades propostas e uma significativa mobilização de saberes. Além disso, o estudo permitiu o aprimoramento de alguns instrumentos de medida próprios para cegos (transferidor, ângulos, reta, etc.).

Rocha (2014) procurou entender de que modo uma turma exclusiva de alunas surdas do 9º ano do Ensino Fundamental de uma escola pública de Belo Horizonte utilizam materiais manipulativos (massinha de modelar, canudinhos, gominhas, etc) na sala de aula de Matemática e como se comunicam durante as atividades planejadas para abordar alguns conceitos de Geometria Espacial. A partir das situações didáticas propostas foram observadas respostas satisfatórias das discentes participantes em relação aos conceitos de Geometria Espacial trabalhados, estabelecendo, negociando e compartilhando sinais em Libras de termos matemáticos, sendo que alguns foram por elas criados ao longo do processo, bem como auxiliando no aprimoramento da redação das alunas. Além disso, observaram-se ganhos em termos de participação, aumento da autonomia e compreensão dos conceitos de poliedros e não poliedros; além das habilidades em confeccionar os sólidos com o uso de diversos materiais.

Bernardes (2014) realizou uma experiência com crianças de 10 a 12 anos, que ainda não tinham sido expostas a situações de manipulação de objetos espaciais, na qual trabalhava habilidades espaciais como rotação mental, percepção espacial e visualização espacial. Seu propósito era verificar como os objetos digitais<sup>3</sup> de aprendizagem podem auxiliar os alunos no desenvolvimento de tais habilidades. Neste estudo, realizado à luz das teorias de Voyer, Voyer e Bryden (1995), Fischbein (1993), Grande (1994) e Gutiérrez (1991), o autor chegou à conclusão de que é possível iniciar um trabalho que envolva as habilidades espaciais já no Ensino Fundamental de modo que este conhecimento faça o aluno perceber cada vez mais cedo o espaço que o cerca.

### 3.2. PESQUISAS COM ALUNOS DE ENSINO MÉDIO

Silva (2006) buscou investigar as principais dificuldades e possíveis vantagens do uso do *Webquest* na introdução de conceitos básicos da Geometria Espacial, com 10 alunos do 3º ano do Ensino Médio de uma escola particular de São Paulo. Os resultados sugerem que a utilização do *Webquest* promoveu a cooperação entre os alunos e favoreceu a construção de conhecimentos matemáticos. Além disso, destacam-se algumas vantagens da utilização do recurso: a) facilita a visualização das figuras geométricas espaciais bem como suas planificações (difícilmente encontradas em livros ou apostilas), e b) proporciona o contato com representações de sólidos geométricos manipuláveis, facilitando a abstração e a compreensão de alguns conceitos que dificilmente poderiam ser observados em representações bidimensionais.

Carvalho (2008) investigou os possíveis motivos que levam alguns professores do 2º ano do Ensino Médio a não trabalharem Geometria Espacial Métrica, em especial, o

---

<sup>3</sup> Os objetos digitais de aprendizagem utilizados foram alguns dos desenvolvidos pelo *Freudenthal Institute for Science and Mathematics Education, Universiteit Utrecht*, Holanda (BERNARDES, 2014, p. 14)



cálculo de volume e a área de superfície de sólidos geométricos, como prismas e pirâmides. Buscou também investigar qual a organização de três livros didáticos de Matemática de 2º série do Ensino Médio fazem referência ao tema Geometria Espacial e se essa organização favorece a construção do pensamento geométrico. O autor concluiu que os livros didáticos analisados atendem parcialmente à construção do pensamento geométrico espacial, pois pouco exploram a visualização. Outro fator importante constatado foi que “a visualização e a representação no plano das figuras tridimensionais não são estimuladas, o que contribui para a difusão de uma visão equivocada do professor sobre o ensino da Geometria Espacial Métrica” (CARVALHO, 2008, p. 137).

Weber (2013) investigou o potencial de micromundos 3D introduzidos para o ensino de Geometria Espacial; em particular, como o uso de um micromundo no *Second Life*<sup>4</sup> para o ensino e a aprendizagem de poliedros por alunos do Ensino Médio. Para tanto, construiu um laboratório no mundo virtual *Second Life*, com objetos geométricos dispostos estrategicamente de modo a favorecer a construção de definições acerca dos poliedros. A pesquisa foi fundamentada na Filosofia do Logo de Papert e no *Design Instrucional* de Filatro e a análise do experimento constatou que o laboratório teve importante participação na aprendizagem dos alunos ao combinar características do *Second Life* com técnicas do *Design Instrucional*. As interações proporcionadas pelos sólidos do laboratório propiciaram interações interessantes que favoreceram a construção de esquemas sobre poliedros.

Silva (2010) desenvolveu uma pesquisa junto aos alunos do Ensino Médio de uma escola pública do Estado de São Paulo no intuito de compreender as dificuldades manifestadas por eles ao lidar com os conteúdos da Geometria espacial. Ele optou pela metodologia de pesquisa qualitativa de cunho fenomenológico analisando as percepções dos alunos a partir das características dos objetos espaciais, das formas de expressar o conhecimento geométrico e da percepção destes objetos. Em sua análise o autor percebeu que as dificuldades dos alunos não estão relacionadas apenas com possibilidade de abstração de conceitos, mas também ao tipo de formação escolar que eles possuem, por não terem passado pelo desenvolvimento do pensamento geométrico, o que pode ter ocorrido em função do abandono do ensino de geometria destacado pela literatura de sua referência.

Cozzolino (2008) objetivou ampliar a capacidade de visualização e sensibilizar o olhar dos alunos de Ensino Médio de uma escola particular da cidade de São Paulo para as representações em perspectiva de objetos espaciais por meio do Cabri 3D, buscando mudar ou articular diferentes pontos de vista sobre um objeto tridimensional, sua imagem real e suas representações. As produções dos alunos mostraram que as variações entre os ambiente papel e lápis (estático) e o ambiente de geometria dinâmica Cabri 3D contribuíram para que eles mobilizassem seus conhecimentos e articulassem entre a imagem e suas representações.

Guedes (2013) nos apresentou resultados de sua investigação sobre quais contribuições a proposta de Unidade de Ensino Potencialmente Significativa (UEPS) - baseada nos estudos de Moreira (2011) e na teoria da Aprendizagem Significativa de David Ausubel - com o uso do *software* educativo VISUALFIG3D - pode trazer para o processo de ensino e aprendizagem de Geometria Espacial, em termos do cálculo de área e do volume de prismas regulares, para estudantes do 2º ano do Ensino Médio. Neste contexto, ele destacou a visualização como fundamental para que a apropriação dos conceitos se fizesse de modo mais significativo:

---

<sup>4</sup> O *Second Life* é um fenômeno comportamental funcionando como uma realidade digitalizada em 3D, onde poderemos ser o que quisermos, fazer o que desejar e transformar-se naquilo que sempre sonhamos, mudando a forma como nós nos comunicamos e vivemos (CUNHA, 2009 apud WEBER, 2013, p. 52).

*(...) pudemos verificar que a visualização, tão necessária a construção do conhecimento geométrico, foi prontamente contemplada com a possibilidade, oferecida pelo software, de modificar tamanhos, de aproximar e rotacionar as figuras tridimensionais, permitindo uma interação, quase real com o objeto que estava sendo estudado. (GUEDES, 2013, p. 81-82).*

Becker (2009), amparado nas ideias de Van Hiele (1959, 1986), Gutiérrez (1990, 1991, 1992, 1998) e Piaget (1977, 1993), criou uma sequência didática voltada para a visualização geométrica e a representação de objetos tridimensionais em diagramas bidimensionais, e analisou a produção dos alunos do 3º ano do Ensino Médio ao longo da mesma. Os resultados indicam o desenvolvimento da capacidade de representar os sólidos bidimensionalmente por parte dos alunos, bem como uma ampliação da compreensão das figuras. Além disso, foi possível trabalhar com sólidos não elementares.

Carvalho (2010) investigou as contribuições de uma sequência de atividades envolvendo o uso de materiais manuseáveis e recursos informáticos para codificação e decodificação de desenhos de corpos geométricos tridimensionais, realizadas por alunos do Ensino Médio. A sequência de atividades contribuiu, dentre outros aspectos, para o equilíbrio entre o "polo do sabido" e o "polo do visto" (PARZYSZ, 1988) e para a apropriação de algumas regras de desenhos de corpos geométricos tridimensionais, como a representação em perspectiva paralela e a representação em projeção ortogonal das vistas, contribuindo para o progresso dos alunos para a codificação e decodificação de representações planas de corpos geométricos tridimensionais.

Vieira (2007), fundamentado em Parzysz e na Didática Francesa, mapeou as concepções de alunos de 14 a 16 anos de uma escola de São Paulo sobre argumentação e prova. Seu intuito era contribuir para o desenvolvimento da argumentação e prova, por meio de uma sequência de atividades sobre perpendicularismo e paralelismo, elaborando, aplicando e avaliando situações de aprendizagem sobre prova. O autor observou que o uso do Cabri-Geomètre facilitou a construção e visualização da figura, bem como a identificação de propriedades e elementos das figuras estudadas.

Machado (2010) investigou as contribuições de um projeto de ensino sobre construção civil, desenvolvido em ambientes informatizados, para o ensino e aprendizagem de Geometria Espacial em uma turma de 2º ano do Ensino Médio da rede pública na cidade de Entre Rios de Minas (MG). Segundo o autor, houve: a) o reconhecimento dos sólidos: conceitos de arestas, faces, vértices e definições de prismas e cilindros; b) a identificação dos elementos: conceitos de base e altura de prisma e cilindros, cálculo da diagonal do cubo e do paralelepípedo; c) a distinção das relações entre os sólidos: cálculo de áreas e volumes de prismas e cilindros, relação entre as áreas e volumes de prismas e cilindros.

Viera (2010), fundamentado em Van Hiele, analisou as contribuições do GeoGebra e materiais concretos para a aprendizagem de áreas de figuras planas e espaciais. Os resultados sugerem que as atividades promoveram o aprendizado de áreas de figuras planas e espaciais bem como a ampliação da capacidade argumentativa e dedutiva, o desenvolvimento da linguagem e do pensamento geométrico. Segundo a autora, muitas vezes os alunos chegam ao Ensino Médio com defasagem no estudo deste tema, tornando "necessário que os professores tenham conhecimento sobre formação de conceitos, níveis de pensamento geométrico e também das habilidades requeridas em cada nível" (VIEIRA, 2010, p. 36).

Ritter (2011) estudou a visualização no ensino de Geometria Espacial em tarefas construídas para o *software* Calques 3D. Os resultados evidenciam o desenvolvimento de habilidades de visualização espacial.

Weigel (2011) investigou as contribuições de uma sequência de dez atividades relacionadas ao estudo de Pirâmides de uma perspectiva histórica e desenvolvida por meio de um *blog* para a aprendizagem de Geometria Espacial por alunos de 2º série do Ensino Médio. A utilização do *blog* mobilizou os alunos e o uso da História da Matemática fez com que percebessem que aqueles conteúdos de Geometria que resolveram os “problemas” do passado, também resolvem problemas atuais (ex. nas construções urbanas).

Schons (2012) investigou contribuições da Metodologia de Projetos de Dewey<sup>5</sup> para a abordagem de conceitos geométricos, a partir da confecção de embalagens, com alunos de 2º ano. Foram desenvolvidas atividades seguindo as etapas deste tipo de metodologia com o propósito de explorar os conceitos básicos de Geometria Espacial, a partir da manipulação e confecção de embalagens comerciais. O autor verificou que a utilização de materiais manipuláveis contribuiu para a aprendizagem dos conceitos estudados e para a compreensão das situações problema.

Em mais um estudo em busca de investigar as contribuições do *software* Cabri 3D, agora na visualização de seções planas no cubo, Marin (2013) trabalhou em sua pesquisa com um grupo de 29 alunos do 3º ano do Ensino Médio, todos de uma mesma turma, de uma escola particular de Santa Maria (RS). Foram elaboradas dez atividades onde os alunos trabalharam primeiramente seções planas no cubo utilizando lápis e papel, e logo após realizaram essas mesmas atividades usando o *software* Cabri 3D, para que fosse comparado na sequência. Foram comprovadas as vantagens do uso do *software* na visualização das seções planas obtidas em um cubo por planos que interceptam suas arestas.

Silva (2013) teve o propósito de promover a educação inclusiva nas aulas de Matemática e investigar de que forma os materiais, que foram desenvolvidos e construídos pelo pesquisador, auxiliam um aluno com deficiência visual na formação de imagens mentais em relação aos modelos de figuras planas. Por meio dos relatos do aluno ficou evidente o preenchimento de algumas lacunas que ainda existiam em seu conhecimento em relação a esses conteúdos como, por exemplo, diferenças básicas entre pirâmides e prismas com bases triangulares, ou ainda, entre quadrados e cubos. Por fim, nos é dito pelo autor que visualizar vai muito além do que “ver com os olhos”, se referindo aos indivíduos cegos, sendo que as habilidades espaciais podem ser desenvolvidas pelo uso do tato.

Castro (2013) com o objetivo de apresentar uma proposta de trabalho para o ensino da Geometria Espacial para alunos da 2ª série, de forma a auxiliar os professores em suas práticas e estimular a reflexão sobre a importância da representação e da visualização dos sólidos, desenvolveu uma sequência didática constituída de tarefas matemáticas com material lúdico - massa de modelar, cartolina, canudos, entre outros. Essas atividades requereram dos estudantes o desenvolvimento de habilidades matemáticas que envolvem os conceitos e as propriedades dos sólidos geométricos, tratando a construção-desconstrução-construção a partir dos sólidos e a planificação dos mesmos. Castro (2013) mostrou em seu estudo que o uso do material lúdico com o objetivo de desenvolver a percepção geométrica espacial e trabalhar a relação entre a representação tridimensional e bidimensional, despertou nos estudantes um interesse maior pelo saber ensinado, possibilitando uma aprendizagem melhor do conteúdo.

### 3.3. PESQUISAS COM ALUNOS DE LICENCIATURA

---

<sup>5</sup> Pedagogo norte-americano que no início do século XX idealizou uma teoria sobre projetos por acreditar na “necessidade de romper com a separação existente entre aprender e aplicar o aprendido, entre teoria e prática e, sobretudo entre escola e sociedade” (WORM, 2009, *apud* SHONS, 2012, p. 29).

Procópio (2011) visou em sua pesquisa identificar características de um Curso de Serviço em Geometria destinado a Licenciatura em Matemática. Segundo o autor este curso é um projeto de Educação Matemática, desenvolvido com foco nos processos de ensino e aprendizagem em Geometria e na formação profissional do Professor de Matemática, transformando, portanto, as disciplinas de conteúdo matemático nestes cursos. Com base nas características deste tipo de curso e relacionando-se à visualização ele nos diz que a apresentação de noções de perspectivas e das projeções ortogonais contribui para o enfrentamento desta questão e para o desenvolvimento dos processos de visualização e de representação gráfica.

Ferreira (2011) investigou os efeitos do uso de um programa de modelagem computacional por oito alunos do curso de Licenciatura em Expressão Gráfica de uma universidade federal do Estado de Pernambuco para resolver uma situação problema de Geometria Gráfica Tridimensional (GGT). O conteúdo escolhido foi interseção entre planos. Como instrumento de coleta de dados, utilizou um teste de visualização espacial, no início do semestre. Em seguida foi comparada a situação problema aplicada em um ambiente com prancheta e com uso dos instrumentos tradicionais de desenho com a aplicação da atividade em laboratório de informática. Como técnica de análise dos dados foi utilizada a análise de conteúdo. Os resultados evidenciam que o uso do programa de modelagem minimizou as dificuldades relacionadas à visualização espacial, mas este fato não garantiu o avanço da resolução do problema em comparação com o uso dos instrumentos tradicionais de desenho. A dificuldade com relação ao próprio conteúdo foi apontada pelo autor como responsável por este fator ter ocorrido.

### *3.4. PESQUISA COM ALUNOS DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA E ALUNOS DO ENSINO FUNDAMENTAL SIMULTANEAMENTE*

Rodrigues (2011) propôs uma reflexão sobre a introdução ao ensino de Geometria Espacial pelos caminhos da arte e de recursos computacionais, por meio das histórias da Matemática e da Arte, mostrando que diferentes geometrias foram construídas e se encontram subjacentes em criações artísticas. Além disso, discutiu as dificuldades que os alunos encontram em visualizar um objeto tridimensional quando representado num espaço bidimensional. Foram propostas atividades relacionando Matemática e Arte, utilizando papel, tesoura, lápis, canetas, massa de modelar e recursos computacionais tanto para alunos de Ensino Fundamental quanto para licenciandos de curso de Matemática. Os resultados revelaram que os graduandos apresentam as mesmas dificuldades que os estudantes mais novos no entendimento da representação em perspectiva.

### *3.5. PESQUISAS COM PROFESSORES DE MATEMÁTICA*

Maraca (2011) analisou uma experiência formativa de professores de Matemática que privilegiasse uma abordagem exploratório-investigativa sobre suas problematizações e as possíveis conceituações, que contribuem para a reflexão sobre os conceitos de Geometria Espacial de Posição. Os resultados sugerem que a experiência levou a problematizações que reconceituassem principalmente os conceitos de retas paralelas, retas reversas, posições de reta e plano, figuras espaciais, tais como o conceito de quadrilátero. Quanto às atividades que problematizaram o ensino, percebeu-se que elas possibilitaram ao grupo do estudo a reflexão sobre o uso de tecnologia, particularmente de *softwares* de geometria dinâmica, no sentido de (re)pensar metodologias ou estratégias para a prática pedagógica. Com relação ao *software* Cabri 3D observou-se que “os professores acreditam

que ele auxilia na visualização, na percepção das propriedades e na concretização das noções estudadas” (MARACA, 2011, p. 112).

Barbosa (2011) investigou a mobilização de saberes de três professoras que lecionam Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental de uma escola pública de Ouro Preto (MG), ao participarem de um grupo de estudos voltado para o desenvolvimento do pensamento geométrico. O referencial utilizado foi o modelo de Van Hiele e a autora teve como resultados que a análise dos casos individuais indicou a mobilização de saberes relacionados ao pensamento geométrico, em especial, os saberes do conteúdo, em alguns momentos, transformados em saberes pedagógicos. A pesquisadora observou que: as participantes passaram a utilizar um vocabulário mais apropriado para se referir às propriedades de figuras ou à orientação espacial; que houve o desenvolvimento das habilidades de visualização e representação. Além disso, o estudo sugere que a experiência promoveu mudanças na prática do professor e “mostrou que a participação voluntária, a reflexão, o diálogo, o afeto e o estudo de conteúdos geométricos, centrados na aprendizagem e na prática, foram essenciais no processo vivido pelas professoras” (BARBOSA, 2011, p. 150).

Luna (2009) desenvolveu um estudo de natureza qualitativa, envolvendo três professores atuantes no Ensino Médio e seus respectivos alunos, com o propósito de elaborar e avaliar trajetórias hipotéticas esboçadas no contexto da sala de aula, identificando como o professor interage com as observações dos alunos (em conjunto) e levantando hipóteses sobre o processo de aprendizagem dos estudantes. A autora constatou que, além do papel fundamental do professor de mediador do conhecimento de seus alunos, é preciso considerar que o docente se aproxime do universo de pesquisas em torno da formação continuada, se aprimorando cada vez mais para utilizar diferentes metodologias e procedimentos didáticos nos ambientes escolares. Em relação ao pensamento geométrico, uma das reflexões em torno dos novos conhecimentos adquiridos pelos professores colaboradores da pesquisa de Luna (2009) foi que além do quadro negro, podemos explorar, por exemplo, o uso de materiais concretos; e incentivar a construção dos sólidos utilizando compasso, esquadro e transferidor, com o apoio da tecnologia.

### *3.6. PESQUISAS DE REVISÃO DE LITERATURA*

Santos (2014), uma das pesquisas que trabalhou especificamente com revisão de literatura, teve o propósito de investigar o modo como a visualização colabora para a compreensão e possível construção dos conceitos matemáticos. Entre tantas concepções sobre visualização, em reflexão de seus tipos (visualização geométrica, visualização algorítmica e visualização contextualizada) e formas (aprimorar a intuição, concretizar o pensamento matemático e experiência matemática), nos deixou um caminho traçado para pesquisas futuras onde “seria interessante colocar em prática as discussões e análises por nós realizadas em sala de aula, estudando a relação professor – aluno no que se refere ao ensinar e aprender conceitos matemáticos por meio da visualização” (SANTOS, 2014, p. 99).

Palles (2013), com o propósito de pesquisa no estudo da visualização geométrica dos registros figurais dinâmicos por meio da Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Duval (2004) realizou uma análise documental tomando-se como base a sequência didática proposta por Possani (2012). Neste estudo ele percebeu que a proposta de atividades (passo a passo) sugerida por Possani (2012) poderia ter sido melhor aproveitada se houvesse oportunidade de os alunos envolvidos no estudo trabalharem com a figura e fosse explorada, pelo professor, a apreensão operacional presente no contexto,

segundo o referencial de Duval, concluindo que a sequência de atividades não permitiu o desenvolvimento da visualização.

#### 4. CONSIDERAÇÕES SOBRE A PRODUÇÃO DESCRITA

Das vinte e nove pesquisas analisadas, apenas seis têm relação com a formação de professores (inicial ou continuada) o que sugere que se tenha um olhar atento para este público e que se promova um número maior de pesquisas que analisem, reflitam e proponham atividades a partir de experiências advindas dessa formação, contribuindo cada vez mais para o processo de ensino de Matemática.

A presença de *softwares* educacionais é um aspecto que merece menção. Em 16 estudos, tais recursos estiveram presentes. O trabalho com materiais concretos/manipuláveis/manipulativos aparece em 10 pesquisas e objetos tradicionais de desenho projetivo como prancheta, lápis, papel, esquadro, transferidor, etc. estão presentes em três das pesquisas. Localizamos dois estudos envolvendo *webquest/blog* e apenas um estudo voltado para a análise de livro didáticos. Podemos perceber pelos números que houve estudos trabalhando com mais de um recurso.

Quatro destes trabalhos se relacionam às ações dos professores e/ou alunos ao resolverem problemas de Geometria Espacial em ambientes interativos e dinâmicos (CARVALHO, 2011; GUEDES, 2013; MACHADO, 2010; WEBER, 2013).

Outros dois investigaram as contribuições que os materiais manuseáveis e recursos informáticos podem proporcionar, simultaneamente, no estudo de Geometria Espacial (CARVALHO, 2010; VIEIRA, 2010).

Oito estudos (num total de oito) trabalharam como propósito de pesquisa a procura pela melhora da capacidade de visualização e representação geométrica de objetos espaciais de alunos em sala ou pela via de análise documental (BECKER, 2009; BERNARDES 2014; CASTRO, 2013; COZZOLINO, 2008; MARIN, 2003; PALLES, 2013; RITTER, 2011; SANTOS, 2014).

Houve uma pesquisa que buscou trabalhar o desenvolvimento da argumentação e prova na Geometria Espacial voltada para o Ensino Médio com auxílio de uma ferramenta computacional que contribuiu na parte de visualização de figuras (VIEIRA, 2007).

Dois estudos trabalharam com recursos manipuláveis no intuito de favorecer a aprendizagem de estudantes em Geometria Espacial (ROCHA, 2014; SHONS, 2012).

Seis trabalhos trataram de dar ênfase à experiência formativa (inicial ou continuada) de professores de matemática em conceitos geométricos e pensamento geométrico (BARBOSA, 2011; FERREIRA, 2011; LUNA, 2009; MARACA, 2011; PROCÓPIO, 2011; RODRIGUES, 2011).

Apenas um deles trabalhou com a organização de livros didáticos de Ensino Médio em relação ao conteúdo de Geometria Espacial (CARVALHO, 2008).

Um estudo (SILVA, 2010) buscou identificar quais são as dificuldades manifestadas pelos estudantes do Ensino Médio regular ao trabalhar com os conteúdos da Geometria Espacial e duas pesquisas (PEREIRA, 2012; SILVA, 2013) buscaram estudar propostas de ensino deste conteúdo para alunos com deficiência visual.

Foram identificados dois trabalhos que se utilizaram de outros recursos para a abordagem do conteúdo de Geometria Espacial, sendo um buscando construir e ampliar conceitos deste assunto em uma atividade *Webquest* (SILVA, 2006) e outro por meio de *blog* envolvendo a História da Matemática (WEIGEL, 2011).

Foram utilizados diversos referenciais teóricos, sendo os que foram adotados em um número significativo de trabalhos em ordem decrescente de frequência são os estudos

de Van Hiele e Bernard Parzysz, presentes em cinco pesquisas, cada; e Vygotsky, Angel Gutierrez e Raymond Duval, presentes em quatro trabalhos, cada.

Os estudos analisados evidenciaram uma opção pela abordagem qualitativa e pelo uso de sequências de atividades, questionários, diário de campo do pesquisador, estudo de casos e entrevistas semiestruturadas, sendo que a maioria utilizou mais de um instrumento para coleta de dados.

## 5. A TÍTULO DE CONCLUSÃO

Buscamos descrever, ainda que resumidamente, a produção brasileira nos últimos anos sobre visualização e pensamento geométrico, por meio de um levantamento das teses e dissertações disponíveis nas bibliotecas virtuais dos programas de Pós-graduação *Strictu Sensu* de Ensino de Ciências e Matemática ou Educação Matemática reconhecidos pela CAPES.

Verificamos que a temática ainda é pouco explorada em Nível Superior nos cursos de Licenciatura em Matemática e no âmbito da formação continuada de professores o que nos mostra que é preciso avançar em estudos sobre o assunto onde o foco esteja no Professor de Matemática.

Em síntese, o levantamento realizado evidencia a necessidade de se investir em pesquisas *Strictu Sensu* sobre a formação (inicial e continuada) docente considerando os achados já produzidos em estudos sobre a prática docente (relacionadas à visualização e pensamento geométrico). Outro ponto importante é promover o aprimoramento de práticas pedagógicas, o que inclui, dentre outros aspectos, a utilização de recursos didáticos que auxiliem significativamente na melhoria do processo de ensino e aprendizagem de visualização e pensamento geométrico em todos os níveis de ensino, dando especial atenção ao contexto nos quais os estudos são promovidos, permeando características da realidade local em termos de disponibilidade de materiais e recursos humanos.

## REFERÊNCIAS

BARBOSA, C. P. *O pensamento geométrico em movimento: um estudo com professores que lecionam matemática nos anos iniciais do ensino fundamental de uma escola pública de Ouro Preto (MG)*. 186 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática) – Instituto de Ciências Exatas e Biológicas (ICEB), Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto (MG), 2011.

BECKER, Marcelo. *Uma alternativa para o ensino de geometria: visualização geométrica e representações de sólidos no plano*. 111 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) – Instituto de Matemática (IM), Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre (RS), 2009.

BERNARDES, Wagner César. *Objetos digitais de aprendizagem e o desenvolvimento de habilidades espaciais: um estudo de caso no 6º ano do ensino fundamental*. 110 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) – Instituto de Matemática (IM), Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre (RS), 2014.

BRASIL, Secretaria da Educação Fundamental. *Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática*. Brasília: MEC/SEF, 1997.

BRAVIANO, Gilson e LUNARDELLI, Giselle Cristiane Martins. *O desenvolvimento da habilidade de visualização espacial por meio de atividades lúdico-pedagógicas*. In: VI Congresso Internacional de Ensino de Matemática, Canoas/RS, Brasil, 2013.

CARVALHO, Luiz Carlos de. *Análise da organização didática da geometria espacial métrica nos livros didáticos*. 164 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática), Pontifícia Universidade Católica, São Paulo (SP), 2008.

CARVALHO, Marlene Lima de Oliveira. *Representações planas de corpos geométricos tridimensionais: uma proposta de ensino voltada para a codificação e decodificação de desenhos*. 244 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática) – Instituto de Ciências Exatas e Biológicas (ICEB), Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto (MG), 2010.

CARVALHO, Flavio de Paula Soares. *Ensino e aprendizagem de conteúdos de geometria espacial em um ambiente dinâmico e interativo*. 142 f. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática), Universidade Federal de Goiás, Goiânia (GO), 2011.

CASTRO, Mariângela Assumpção de. *A construção e a desconstrução das ideias geométricas: intervenção no ensino e na aprendizagem na perspectiva da Matemática Inclusiva*. 105 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática), Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora (MG), 2013.

COZZOLINO, Adriana Maria. *O ensino da perspectiva usando o Cabri 3D: uma experiência com alunos do ensino médio*. 192 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática), Pontifícia Universidade Católica, São Paulo (SP), 2008.

FERREIRA, Bruno Leite. *Resolução de problemas de geometria gráfica em ambiente computacional: o caso da intersecção entre planos*. 107 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica) – Centro de Educação, Universidade Federal de Pernambuco, Recife (PE), 2011,

GUEDES, Maria de Fátima dos Santos. *Estudando prismas com o auxílio de softwares educativos tridimensionais*. 99 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática), Universidade Severino Sombra, Vassouras (RJ), 2013.

LUNA, Maria de Fátima Aleixo de. *Estudos das trajetórias hipotéticas da aprendizagem da geometria espacial para o ensino médio na Perspectiva Construtiva*. 170 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática), Pontifícia Universidade Católica, São Paulo (SP), 2009.

MACHADO, Ronaldo Asevedo. *O ensino de Geometria Espacial em ambientes educacionais informatizados: um projeto de ensino de prismas e cilindros para o 2º ano do ensino médio*. 133 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática) – Instituto de Ciências Exatas e Biológicas (ICEB), Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto (MG), 2010.

MARIN, Guilherme Baggio. *O Software Cabri 3D como ferramenta de auxílio ao ensino e visualização de seções planas no cubo para alunos do ensino médio*. 179 f. Dissertação (Mestrado Profissionalizante em Ensino de Física e de Matemática), Centro Universitário Franciscano, Santa Maria (RS), 2013.

MURACA, Fernando Spadini. *Educação continuada do professor de matemática: um contexto de problematização desenvolvido por meio de atividades exploratório-investigativas envolvendo geometria espacial de posição*. 159 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática), Universidade Bandeirante de São Paulo, São Paulo (SP), 2011.

PALLES, Camila Molina. *Um estudo do icosaedro a partir da visualização em geometria dinâmica*. 74 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática), Pontifícia Universidade Católica, São Paulo (SP), 2013.

PEREIRA, Maira Kelly da Silva. *Ensino de geometria para alunos com deficiência visual: análise de uma proposta envolvendo a manipulação de materiais e a expressão oral e escrita*.



186 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática) – Instituto de Ciências Exatas e Biológicas (ICEB), Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto (MG), 2012.

PROCOPIO, Ricardo Bevilacqua. *Geometria como um curso de serviço para a licenciatura em matemática: uma leitura da perspectiva do modelo dos campos semânticos*. 82 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática), Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora (MG), 2011.

RITTER, Andrea Maria. *A visualização no ensino de geometria espacial: possibilidades com o software calques 3D*. 142f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) – Instituto de Matemática (IM), Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre (RS), 2011.

ROCHA, Fernanda Bittencourt Menezes. *Ensinando geometria espacial para alunas surdas de uma escola pública de Belo Horizonte (MG): um estudo fundamentado na perspectiva histórico cultural*. 199 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática) - Instituto de Ciências Exatas e Biológicas (ICEB), Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto (MG), 2014.

RODRIGUES, Georges Cherry. *Introdução ao estudo de geometria espacial pelos caminhos da arte e por meio de recursos computacionais*. 143 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências Naturais e Matemática) – Centro de Ciências Exatas e Naturais, Universidade Regional de Blumenau, Blumenau (SC), 2011.

SANTOS, Alessandra Hendi dos. *Um Estudo Epistemológico da Visualização Matemática: o acesso ao conhecimento matemático no ensino por intermédio dos processos de visualização*. 98 f. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e em Matemática), Universidade Federal do Paraná, Curitiba (PR), 2014.

SCHONS, Elisângela Fouchy. *Explorando conceitos geométricos por meio da metodologia de projetos numa turma de PROEJA*. 153 f. Dissertação (Mestrado Profissionalizante em Ensino de Física e de Matemática), Centro Universitário Franciscano, Santa Maria (RS), 2012.

SILVA, Benedita Aparecida de Toledo. *Um estudo sobre a geometria espacial: conhecimentos e dificuldades expressos por alunos do ensino médio*. 161 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática), Universidade Cruzeiro do Sul, São Paulo (SP), 2010.

SILVA, Maurício Barbosa da. *A geometria espacial no ensino médio a partir da atividade Webquest: análise de uma experiência*. 127 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática), Pontifícia Universidade Católica, São Paulo (SP), 2006.

SILVA, Davi César. *O ensino da geometria para alunos com deficiência visual*. 79 f. Dissertação (Mestrado Profissionalizante em Ensino de Física e de Matemática), Centro Universitário Franciscano, Santa Maria (RS), 2013.

VIEIRA, Carmem Rosilene. *Reinventando a geometria no ensino médio: uma abordagem envolvendo materiais concretos, softwares de geometria dinâmica e a teoria de Van Hiele*. 151 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática) – Instituto de Ciências Exatas e Biológicas (ICEB), Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto (MG), 2010.

VIEIRA, Wellington Zarur Viana. *Argumentação e prova: uma experiência em geometria espacial no ensino médio*. 189 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática), Pontifícia Universidade Católica, São Paulo (SP), 2007.

WEBER, Jairo Miranda. *Uma experiência de ensino de geometria espacial no Second Life*. 141 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática), Universidade Luterana do Brasil (ULBRA), Canoas (RS), 2013.

WEIGEL, Mauro. *Ensinando Geometria Espacial em tempos de Cibercultura*. 151 f. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática), Pontifícia Universidade Católica, Porto Alegre (RS), 2011.

# **PÔSTERES**

# A EDUCAÇÃO FINANCEIRA NA PERSPECTIVA MULTIDISCIPLINAR: O EDUCANDO COMO CONSTRUTOR DE SEU CONHECIMENTO

Lúcia Miranda Gouvêa

NEPED/UFJF – Colégio Santa Catarina – [luciagouve@hotmail.com](mailto:luciagouve@hotmail.com)

## Resumo

Todo o imediatismo do homem, em especial do jovem atual, o conduz a um consumismo exacerbado e a um experienciar de situações voltadas apenas para seus interesses e satisfações pessoais, em detrimento da coletividade da qual faz parte. A partir de uma solicitação feita por nossa Escola de que trabalhássemos em nossas disciplinas “o servir ao próximo” como conteúdo vinculado ao tema da Campanha da Fraternidade de 2015, as professoras de inglês, matemática financeira e religião, construíram o projeto multidisciplinar intitulado “Transformando para Servir” que em inglês recebeu o nome “*Transforming to Serve*”. Vários objetos que estavam “abandonados” pela falta de uso nas casas de nossos alunos foram trazidos para a escola, customizados e mediante toda transformação, tornaram-se interessantes e úteis novamente. Assim, destinaram-se à doação. O referido projeto desenvolveu noções de solidariedade, acolhimento do próximo, utilizou o idioma inglês através de apresentações orais, abordou e desenvolveu questões envolvendo economia doméstica, custo, lucro, consequentemente a utilização consciente do dinheiro em benefício de nós mesmos e do nosso próximo.

**Palavras-chave:** solidariedade; inglês; matemática financeira; religião; educação.

## OS PRIMEIROS PASSOS...

Vivemos em um mundo em que os avanços tecnológicos nos conectam em segundos com outros seres da mesma espécie, em que as relações se estabelecem muitas vezes, de forma superficial e efêmera, mas veloz. Todo esse imediatismo do homem, em especial do jovem atual, o conduz a um consumismo exacerbado e a um experienciar de situações voltadas apenas para a sua satisfação individual. A coletividade, melhor dizendo, as pessoas com as quais interage, possuem pouca ou até nenhuma representatividade, em meio a tantas informações que o impregnam no seu tempo e no seu espaço. Nós todos somos iguais na diversidade. Temos desejos, sonhos e voz. Precisamos ser ouvidos e que nossas histórias de vida sensibilizem a todos. Ao nos fecharmos em nós mesmos, deixamos de perceber o outro, com tudo que possui de enriquecedor, na sua constituição singular em meio a tanta diversidade e pluralidade.

Assim, a partir de uma proposta feita pela Escola em que trabalhamos, passamos a imaginar formas de provocarmos mudanças de paradigmas em nossos educandos e construirmos com eles, um trabalho mais humanizado.

Somos professoras há alguns bons anos e lecionamos diferentes disciplinas em uma Escola da rede privada da cidade de Juiz de Fora, no Estado de Minas Gerais. A referida Escola prima por preocupar-se com a construção do conhecimento de seus alunos o que a coloca em posição de destaque em nossa cidade. No entanto, sua meta enquanto instituição educacional vai muito além de participar de um processo informativo de qualidade. Sua

postura voltada para os valores cristãos, a faz envolver-se e nos envolver em projetos responsáveis pela formação integral de seu aluno. Busca conduzi-lo à sensibilização em favor do seu próximo e, por conseguinte, levá-lo a participar de atividades elaboradas não só para beneficiar única e exclusivamente si próprio, mas o outro.

### **O QUE CONQUISTAR...**

Os objetivos aqui propostos estão vinculados às três disciplinas envolvidas no projeto. Como objetivo geral, os alunos deverão produzir objetos interessantes e próprios para o uso, que serão doados a pessoas mais necessitadas. Como objetivos específicos, os alunos deverão: customizar objetos que estão em desuso em suas casas; apresentar os materiais e os produtos finais em inglês; listar os gastos com a compra do material para a customização; identificar que através da customização, conceitos como economia e finanças podem ser redimensionados; calcular o preço final dos produtos, após customização, simulando a comercialização dos mesmos; trabalhar conceitos de custo e lucro; desenvolver valores relacionados à solidariedade, sustentabilidade, economia doméstica, dignidade e respeito ao próximo.

### **O QUE NOS INQUIETA...**

A partir de uma solicitação feita pela Escola de que trabalhássemos em nossas disciplinas “o servir ao próximo” como conteúdo vinculado ao tema da Campanha da Fraternidade de 2015, as professoras de inglês, matemática financeira e religião se mobilizaram e, em equipe, construíram o projeto multidisciplinar intitulado Transformando para Servir, que em inglês recebeu o título “*Transforming to Serve*” e apresentou a seguinte questão: De que maneira os conceitos matemáticos e o estudo de inglês podem possibilitar a ressignificação de valores pessoais relacionados à solidariedade, ao respeito, à dignidade, à economia doméstica e à sustentabilidade, em benefício do meio ambiente e do nosso próximo?

### **O QUE NOS GUIA...**

Para desenvolvermos a presente pesquisa fez-se necessário definirmos a metodologia a ser seguida. Em função dos objetivos que intencionamos alcançar, nossa opção foi a realização de uma pesquisa com Abordagem Qualitativa por ser aquela cujas estratégias de pesquisa privilegiam a compreensão dos sentidos dos acontecimentos sociais, não se reduzindo à explicação com base apenas nas relações de causa e efeito. A pesquisa qualitativa representa uma forma de investigação do material teórico coletado, ou seja, dos conteúdos fornecidos pelos autores que alicerçam nosso conhecimento e ideias.

Ao nos dedicarmos a uma investigação qualitativa, preocupamo-nos em ser bastante éticas, o que é, por assim dizer, uma exigência metodológica, pois:

*Mulheres e homens, seres histórico-sociais, nos tornamos capazes de comparar, de valorar, de intervir, de escolher, de decidir, de romper, por tudo isso, nos fizemos seres éticos. Só somos porque estamos sendo. Estar sendo é a condição, entre nós, para ser. Não é possível pensar em seres humanos longe, sequer, da ética, quanto mais fora dela. Estar*

*longe ou, ou pior, fora da ética, entre nós, mulheres e homens, é uma transgressão. É por isso que transformar a experiência educativa em puro treinamento técnico é amesquinhar o que há de fundamentalmente humano no exercício educativo: o seu caráter formador.*

(FREIRE, 2013, 34)

Nossa postura ética possibilitou que os resultados obtidos fossem autênticos, fator esse, que assegurou a fidedignidade do nosso trabalho.

Consideramos pertinente também nos valermos do estudo no/do/com o cotidiano em termos de abordagem metodológica, por ele estar relacionado ao movimento de pesquisas no âmbito educacional. Assim,

*Pesquisar o cotidiano escolar é, assim, um trabalho de busca de compreensão das táticas e usos que os professores desenvolvem no seu fazer pedagógico, penetrando astuciosamente e de modo peculiar, a cada momento, no espaço do poder. Abdicando da busca de “ver” a totalidade - objeto e paradigma de uma ciência que traz, embutido em si mesma, um necessário esquecimento e desconhecimento das práticas cotidianas complexas, plurais, diversas - esta metodologia de pesquisa pretende assumir a complexidade das práticas ou suas trajetórias, ações, corpo e alma, redes de fazeres em permanente movimento.*

(OLIVEIRA, 2002, 49)

Esse estudo apresenta, revela, desvenda uma subjetividade oculta ou por vezes não vista. Os sentimentos que nos movem, nossas formas de agir, nossas intenções e nossas expectativas de mudanças são tecidas no cotidiano escolar, nunca fora dele.

A pesquisa no/do/com o cotidiano nos conduz à busca de humanização de nossos conhecimentos. Seguindo essa linha de raciocínio, nada mais viável que nossa pesquisa tenha sido realizada no tempo e no espaço vivenciado todos os dias, que é por assim dizer, o cotidiano de nossa escola. Nele, podemos refletir, discutir, concordar e discordar, pensar e repensar teorias e práticas e dessa forma, vivenciar criticamente situações criativas e enriquecedoras.

A partir de uma solicitação feita pela direção da escola, de que realizássemos atividades envolvendo o tema gerador da Campanha da Fraternidade de 2015, intitulado “Eu vim para servir”, nós, professoras do nono ano, nos inquietamos acerca de que caminhos seguir, para desenvolvermos em nossas disciplinas, ações que contemplassem, de forma significativa, situações de solidariedade, respeito, dignidade e muito mais. Dessa forma:

*Com o tema “Fraternidade: Igreja e Sociedade” e lema “Eu vim para servir” (cf. Mc 10,45), a Campanha da Fraternidade (CF) 2015 buscará recordar a vocação e missão de todo cristão e das comunidades de fé, a partir do diálogo e colaboração entre Igreja e Sociedade, propostos pelo Concílio Ecumênico Vaticano II. O texto base utilizado para auxiliar nas atividades da CF 2015 já está disponível nas Edições CNBB. O documento reflete a dimensão da vida em sociedade que se baseia na convivência coletiva, com leis e normas de condutas, organizada por critérios e, principalmente com entidades que “cuidam do bem-estar daqueles que convivem”.*

(CAMPANHA DA FRATERNIDADE, 2015)

Depois de muitas reflexões e discussões, tivemos a ideia de pedir aos alunos que trouxessem de suas casas, objetos que não estavam sendo mais usados, porém se fossem customizados, seriam úteis e interessantes, novamente, como se fossem novos.

A professora de religião encarregou-se de sensibilizar os alunos em benefício do outro, a quem os objetos customizados seriam destinados. Ela apresentou justificativas em prol da solidariedade, do acolhimento, da importância do servir ao próximo. Mostrou que somos seres que vivemos em sociedade e que precisamos interagir, dialogar com os demais seres, eliminando o individualismo, o consumismo e até o egoísmo.

Após a conscientização dos alunos feita pela professora de religião, a professora de inglês deu início à customização dos objetos trazidos para a escola. Para darmos início à transformação, precisamos de alguns itens que foram adquiridos através de compra ou doação, tais como: botões, rendas, tintas, tecidos, cola para serem usados em inúmeros cadernos, camisas, porta-lápis, tênis, caixas de madeira e muito mais. Esses itens foram listados em inglês e os objetos finais, após a transformação também foram descritos em inglês, em apresentações orais realizadas em grupo, de acordo com os produtos finalizados. Essas apresentações contaram, por assim dizer, com língua inglesa manifestada através da linguagem, visto que esta última está mais próxima da ação. Então,

*Essa orientação da palavra em função do interlocutor tem uma importância muito grande. Na realidade, toda palavra comporta duas faces. Ela é determinada tanto pelo fato de que procede de alguém, como pelo fato de que se dirige para alguém. Ela constitui justamente o produto da interação do locutor e do ouvinte. Toda palavra serve de expressão a um em relação ao outro. Através da palavra, defino-me em relação ao outro, isto é, em última análise, em relação à coletividade. A palavra é uma espécie de ponte lançada entre mim e os outros. Se ela se apoia sobre mim numa extremidade, na outra se apoia sobre seu interlocutor. A palavra é o território comum do locutor e do interlocutor.*  
(BAKHTIN, 1999, 113)

A culminância do projeto se deu com a professora de matemática financeira que trabalhou o preço dos itens e dos objetos antes e depois da customização. Dessa forma, conceitos relativos a custo, economia doméstica e lucro foram trabalhados, levando os alunos a refletir a respeito de valores em benefício da coletividade. A professora enfatizou a preocupação com o desperdício, o consumismo e a sustentabilidade, visto que esta última é uma decorrência dessas medidas protetoras do meio ambiente. Como nos mostra Ligocki:

*O dinheiro faz parte da nossa vida, e desenvolver a inteligência financeira das pessoas permite que usufruam do dia a dia, valorizem as coisas realmente importantes, superem desafios financeiros e aproveitem oportunidades com mais segurança e conforto ao longo da vida, possibilitando ainda, independência financeira a partir de atitudes simples e conscientes.*

(LIGOCKI, 2013, 5)

Habítamos um tempo e um espaço controlado pelo dinheiro. Quanto mais soubermos lidar com as nossas necessidades e com as transações financeiras de forma inteligente, mais eficiente será o seu uso e melhor será a relação estabelecida com a sociedade de consumo.

**AO FINDAR ESSA CAMINHADA...**

Nosso projeto pode ser considerado vitorioso, visto que os objetivos por ele propostos foram alcançados. Mais do que isso, recebeu destaque em nossa escola e ainda em nossa cidade. Foi matéria de um noticiário local, o qual pode ser assistido no site da globo <http://g1.globo.com/mg/zona-da-mata/mgtv-1edicao/videos/t/edicoes/v/alunos-participam-de-projeto-de-educacao-financeira-em-juiz-de-fora/4185785/>. Acreditamos que propostas simples, realizadas com amor e vontade podem ser transformadoras e enriquecedoras.

## **Referências**

OLIVEIRA, I. Certeau e as artes de fazer: as noções de uso, tática e trajetória na pesquisa em educação. In: OLIVEIRA, I; ALVES, N. **Pesquisa no/do cotidiano das escolas – sobre redes de saberes**. Rio de Janeiro: DP&A, 2002, 39-54.

BAKHTIN, M. **Marxismo e Filosofia da Linguagem**. São Paulo: Hucitec, 1999.

FREIRE, P. **Pedagogia da autonomia: saberes necessários à prática educativa**. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 2013.

CAMPANHA DA FRATERNIDADE. Disponível em: <http://www.paparazinhomidia.com.br/2015/02/cnbb-lanca-campanha-da-fraternidade.html>. Acesso em: 21 de Maio. 2015.

LIGOCKI, C. **Educação financeira na escola: 9º ano** – Brasília: OMNI3, 2013.



# **A GEOMETRIA NO CONTEXTO EDUCACIONAL: SUA ANÁLISE ATRAVÉS DA UTILIZAÇÃO DE ATIVIDADE PRÁTICA EM SALA DE AULA**

**Brígida Mariana da Cunha<sup>1</sup>**

**Orientador: Professor Me José Sérgio dos Reis Aleluia<sup>2</sup>**

<sup>1</sup>Universidade Federal de Ouro Preto/CEAD, brigida.mariana@gmail.com

<sup>2</sup> Universidade Federal de Ouro Preto/CEAD, jose.uabmat@cead.ufop.br

## **RESUMO**

Este trabalho foi desenvolvido com alunos da escola Estadual na cidade de Conselheiro Lafaiete em Minas Gerais. Objetivou uma análise do conhecimento adquirido durante o período que frequentaram a educação regular pelos alunos destas turmas sobre conceitos básicos geométricos e suas aplicações, através de uma atividade prática na sala de aula, a qual abordava diversos conceitos relacionados a triângulos e ângulos principalmente, tratados através de uma metodologia prática, investigativa e questionadora. Esta análise visava mostrar o abandono do ensino da geometria e, quais os déficits para a aprendizagem e formação do aluno foram notados diante a falta de conhecimento geométrico. Os resultados foram colhidos durante a execução da atividade e, posteriormente com a exploração das atividades prontas dos alunos que a realizaram.

**Palavras-Chaves:** Geometria, Ensino-aprendizagem, Abandono da geometria, Atividade prática, Análise de resultados.

## **INTRODUÇÃO**

A geometria é considerada a forma menos abstrata da matemática, porém, seu ensino aprendizagem está debilitado e alunos e professores demonstram dificuldades em manuseá-la e reconhecer seus elementos básicos, fato que está levando ao abandono do seu ensino nas escolas. Este abandono pode estar prejudicando os alunos privando-os da possibilidade de desenvolvimento integral dos processos de reflexão necessários para a resolução de problemas. Para Kakizaki (2014) considera-se que o ensino da geometria propicia a construção de conhecimento matemático nos alunos acelerando as estruturas mentais, portanto seu ensino de modo efetivo e abrangente é primordial à formação do aluno.

Relacionando a isto, este trabalho consiste em analisar o procedimento dos alunos de turmas do 8º ano durante a execução de uma atividade prática em sala de aula de uma escola pública, a fim de obter quais conhecimentos geométricos foram adquiridos por eles durante todo o período em que frequentam o ensino regular. A utilização de atividade prática foi embasada no conceito de Pais (2006) que coloca na busca de dificuldades ligadas ao processo de ensino destaca a importância do uso de objetos materiais, manipuláveis, que não podem ser desvinculados, pois “as articulações entre esses elementos condicionam o trabalho didático e o raciocínio do aluno na construção do conhecimento geométrico” (p.93).

A execução da atividade propiciou inúmeras observações, dentre elas a real constatação de que existe um problema no ensino aprendizagem da geometria e, evidenciando ainda as consequências negativas deixadas aos alunos.

## **FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA**

O ensino aprendizagem da geometria vem sendo observado por estudiosos que chegaram na ideia comum de que seu abandono esta acontecendo gradualmente, o que vem

preocupando os educadores brasileiros. Isto foi evidenciado principalmente depois da promulgação da Lei 5692/71, que concede as escolas programas livres de suas disciplinas. Embasados nesta lei alguns professores de matemática não incluem a geometria no Planejamento Anual ou a empurram para o final do ano letivo com intuito de usar como desculpa que o prazo para cumprir todo planejamento não foi hábil.

Analisando o desenvolvimento da educação, com observação especial para matemática e geometria encontramos que no início do século XX a maioria da população era analfabeta, a parte da população que tinha acesso aos estudos buscava a área jurídica para acessar os cargos políticos do governo, e não tinha interesse por estudos científicos. O ensino primário era utilitário, buscavam o domínio de técnicas que seriam usadas na vida prática e atividades comerciais, com pouca ou quase nenhuma noção de Geometria. O ensino secundário era pago, destinado às elites e tinha aritmética, álgebra, geometria, etc, ensinados separadamente sem aplicações práticas e sem estabelecer relação entre os ramos da matemática e, os professores eram profissionais liberais, como militares e engenheiros.

Os primeiros cursos destinados à formação e professores foram em criados em 1934 e 1935 nas Universidades de Rio de Janeiro e São Paulo onde, a proposta para o ensino da geometria seria por explorações intuitivas estabelecendo uma sistematização formal.

Os cursos de licenciatura já eram criticados quanto à falta de unidade, pois eram em sua maioria como “licenciaturas curtas” seguida de uma especialização em uma área escolhida. O que não garante domínio desses conteúdos a serem lecionado por estes professores.

A ausência da geometria pode prejudicar os alunos privando-os da possibilidade de desenvolver integralmente os processos de pensamento necessários à resolução matemática. O trabalho somente com a álgebra pode acostumar o indivíduo a operar sem questionamento, sobre regras preestabelecidas, o que com a geometria poderia proporcionar um desenvolvimento de um pensamento crítico, autônomo.

De acordo com Pavanello (1993),

O abandono da geometria deve, portanto ser caracterizado como uma decisão equivalente às medidas governamentais, em seus vários níveis com relação à educação. Pode-se questionar as verdadeiras intenções e compromissos que elas revelam em relação ao oferecimento de condições que impliquem em reais oportunidades educacionais a todos os segmentos da população brasileira. (p.16)

Sabe-se que a geometria é considerada a forma menos abstrata da matemática, e são observadas significativas deficiências apresentadas pelos professores e alunos no modo de visualizar e interpretar conceitos geométricos, na aprendizagem significativa é progressiva, ao aluno constrói o conhecimento a partir do que ele já conhece e, a aprendizagem se dá progressivamente na medida em que o aprendiz interage com esses conhecimentos, é um receptor ativo, e não um receptor passivo como na aprendizagem mecânica. Os princípios dessa aprendizagem significativa, crítica, são fundamentais, a interação social para a concretização da ideia, tornando importante a comunicação entre aluno e professor

Foi constatado por estudos envolvendo pesquisadores matemáticos renomados como Fainguelernt e Lorenzato que o ensino da geometria poderia ser, mas significativo se priorizasse a geometria intuitiva desde as series iniciais, com observação e exploração de objetos, não reduzindo a conceitos, enunciados, teoremas ou fórmulas prontas, há necessidade de proporcionar compreensão do aluno. Na sala de aula atividades devem ser trabalhadas respeitando o desenvolvimento intelectual dos alunos, podem através do ensino da geometria clarear conceitos, propriedades e questões aritméticas ou algébricas. A criatividade do professor pode minimizar o problema do ensino aprendizagem da

geometria, porém alguns professores estão resistentes aos conhecimentos, permanecendo inalterados neste processo, alheios às transformações.

Analogamente Moreira (2000), coloca que:

É através da aprendizagem significativa crítica que o aluno poderá fazer parte de sua cultura e, ao mesmo tempo, não ser subjugado por ela, por seus ritos, mitos e ideologias. É através desta aprendizagem que ele poderá lidar construtivamente com a mudança sem deixar-se dominar por ela, manejar a informação sem sentir-se imponente frente a sua grande disponibilidade e velocidade de fluxo, usufruir e desenvolverá tecnologia sem tornar-se tecnófilo. (p.6)

Para Lorenzato (1995) a geometria esta por todos os lados onde nossos olhos alcançam, e cita que:

A geometria é a mais eficiente conexão didático-pedagógica que a matemática possui: ela interliga com a Aritmética e com a Álgebra porque os objetos e relações dela corresponde aos das outras; assim sendo, conceitos, prioridades e questões aritméticas ou algébricas podem ser classificadas pela geometria, que realiza uma verdadeira tradução para o aprendiz. (p.7)

De acordo com Pais (2000) a expectativa de utilização de materiais didáticos por parte dos professores na esperança de que as dificuldades dos ensino possam ser amenizadas pelo suporte da materialidades, assim o uso de materiais manipuláveis deve ter uma interface mediadora para facilitar a transmissão de conhecimento em uma momento preciso da elaboração do saber.

Entretanto, Pais (2000) alerta que, o uso de materiais didáticos no ensino da geometria deve ser sempre acompanhado de uma reflexão pedagógica e bem planejada, para que se evitem riscos de permanência a um realismo ingênuo ou de um empirismo, que a atividade desenvolvida realmente contribua na construção do aspecto racional. Deve ser estimulado um constante vínculo entre a manipulação e materiais e situações significativas para o aluno, tanto com uma abordagem dedutiva como experimental para o ensino da geometria em nível do ensino fundamental e médio, sem prioridades de uma sobre a outra. Ressalta que:

A solução não é admitir o domínio absoluto nem da razão abstrata, nem do racionalismo ingênuo. Para ter acesso ao equilíbrio é preciso que a razões e aplique ao uso dos materiais didáticos, na mesma medida que o materialismo técnico contido nesses recursos evolua na direção do aspecto racional do conhecimento geométrico. É uma postura compartilhada. (Pais, 2000, p. 14).

Na profissão de educador os desafios se apresentam continuamente, e como proceder vai depender do grau de envolvimento com os mesmos na sua vida profissional, o professor deve conhecer a realidade dos seus alunos para que possa articular uma metodologia apropriada às diferenças. O fracasso escolar na matemática revelada em provas externas e internas das escolas públicas ocasiona uma enorme pressão às pessoas ligadas à educação para que sejam implantadas inovações educacionais importantes para diminuir o insucesso dos alunos. Assim a experimentação de novas técnicas educacionais depende de condições pessoais, organizacionais e ate mesmo contextuais.

O uso de materiais manipuláveis no ensino foi destacado pela primeira vez por Pestalozzi no século XIX, que defendia que a educação deveria começar pela percepção e objetos concretos e experimentações. Após isso manifestaram várias tendências que não se desenvolveram devido o despreparo dos professores da época.

Murari (2011) coloca da seguinte forma a utilização de materiais manipulativos:

“...há de se ter um olhar circunspecto da utilização e materiais manipulativos nas aulas de geometria, buscando estimular uma conexão entre a manipulação de materiais e situações que tenham sentido para o aluno. (p. 191)

Os materiais devem proporcionar personificação das ideias a serem exploradas, devem apresentar claramente o conceito matemático, devem ser motivadores, devem formar base para abstração e proporcionar uma manipulação individual. Torna-se necessário elaborar atividades que favoreçam desenvolver e aperfeiçoar as estruturas lógicas de pensamento que tenham resultado prático, assim diante da convicção que nenhum material traz a garantia da aprendizagem.

Entretanto não se pode afirmar que a aprendizagem só ocorre através da utilização de materiais manipuláveis, porém qualquer ação deve ser canalizada para que a aprendizagem ocorra com significados para o aluno e de maneira ativa, com necessidade sempre de elaborar, desenvolver e aperfeiçoar as estruturas lógicas de pensamento, que tenham resultados práticos e que dê condições para que os alunos adquiram novos conhecimentos e tomem decisões coerentes.

## METODOLOGIA

A intenção utilizada neste estudo é espelhada em Pais (2000) onde cita que:

“.....decorre da expectativa da utilização de materiais didáticos por parte de professores que atuam no ensino fundamental na esperança de que as dificuldades do ensino possam ser amenizadas pelo suporte da materialidade.”

Este trabalho foi regido em turma da Escola Estadual, em Conselheiro Lafaiete, Minas Gerais. Esta escola recebe alunos desde o 1º ano do Ensino Fundamental até o 3º ano do Ensino Médio, conta ainda com o projeto Tempo Integral que atende a alunos do Ensino Fundamental. É situada na periferia da cidade e atende alunos de zonas rurais, de bairros periféricos e do próprio bairro da escola e, em sua grande maioria oriundos de classe baixa.

A atividade em sala foi executada basicamente em três etapas:

*1ª Aviso da atividade aos alunos:* Foi feita uma prévia da atividade que seria realizada com os alunos no dia anterior para que estes pudessem levar os materiais necessários para a execução da atividade e como uma tentativa de instigar os alunos para a realização de uma atividade diferente em sala de aula.

*2ª Entrega do material:* Entrega da folha da atividade.

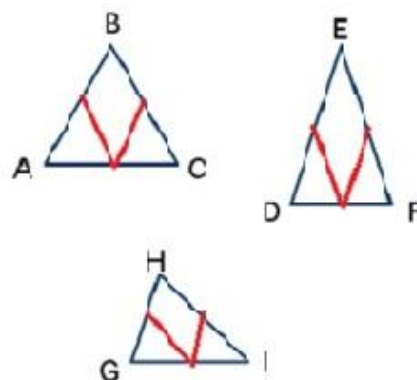
### ATIVIDADE EXPLORATIVA

Sabemos que a soma dos ângulos internos de qualquer triângulo é 180. Mas será que isso é mesmo verdade?

Siga os passos e descubra se é verdade:

1. Marque os ângulos internos de cada triângulo.
2. Recorte os triângulos da folha e recorte as linhas amarelas, sem misturar os triângulos.
3. Cole em uma folha as partes recortadas de modo que os ângulos internos fiquem unidos.
4. Confira em um transferidor a medida obtida da união dos ângulos

E então todos os triângulos tem a soma dos ângulos internos igual a 180°.



*3ª Execução e discussão sobre a atividade:* Os alunos deviam fazer a atividade, interagindo entre eles e o professor, buscando conhecimentos já adquiridos durante os anos anteriores.

A turma foi dividida em grupos de 5 alunos, para que houvesse uma interação entre os mesmos. O material foi entregue e tratava-se de uma folha, onde havia a atividade e instruções para a execução da mesma descrita por passos, porém para que estes passos fossem seguidos os alunos deviam interpretar o que estavam lendo e executar o que estava sendo pedido de modo correto. Diante desses passos, eles deviam saber sobre elementos dos triângulos como principalmente o que eram os ângulos internos, deviam recortar os triângulos nas linhas indicadas, e colar unindo os ângulos internos de cada triângulo a fim de que com isso eles encontrassem com todos os triângulos um ângulo raso, comprovando que a soma de todos os ângulos internos de qualquer triângulo é  $180^\circ$ . Durante a execução foi feito questionamentos sobre quais os nomes dos triângulos contidos na atividade e quais as principais características dos triângulos.

Esta atividade teve como foco avaliar como será o comportamento dos alunos durante a execução da atividade visto que a atividade gira em torno de conteúdos que estes alunos já aprenderam na educação regular.

### **RESULTADOS OBTIDOS**

Com a finalização da atividade, foi feita uma análise unindo o que foi observado durante a execução da atividade em sala de aula e os trabalhos prontos.

No geral, ao observar os alunos durante a execução da atividade e analisando seus trabalhos prontos em mão, diversos bloqueios foram notados como a dificuldade de interpretação dos itens da atividade, pouca habilidade manual para recortar e colar as pequenas peças que se formavam dos triângulos, dificuldade de entender ou saber o conceito de ângulos internos do triângulo e marcá-lo, pouco entendimento dos conceitos sobre figuras geométricas planas, alguns não sabiam representar o ângulo de  $180^\circ$  e, quase todos não sabiam como trabalhar com o transferidor.

Foi notado também que alguns alunos tiveram dificuldades em se encaixar em uma aula mais interativa, em um modelo didático mais dinâmico, onde eles deviam procurar pelos resultados e agir para que suas dúvidas fossem sanadas e resultados fossem alcançados, ficavam resistentes em buscar respostas e direcionavam perguntas ao professor mesmo antes de buscar o resultado.

A disciplina foi um fator primordial para o sucesso da atividade, pois muitos alunos não deram importância e atrapalhavam os outros, porém ao colocar os fatos na balança, o lado positivo desta atividade pesou mais, pois alunos que geralmente não faziam atividades e, que não iam às aulas, fizeram a atividade e os comentários de grande parte dos alunos foi positivo, mostrando-se interessados em fazer outras atividades deste tipo.

### **CONSIDERAÇÕES FINAIS**

O ensino da geometria nas escolas vem sendo abandonado de tal modo que já esta sendo notada uma série de prejuízos aos alunos pela falta de conhecimentos geométricos e o que estes conhecimentos agregam à formação do aluno. Através da geometria os alunos constroem um conhecimento crítico matemático o qual acelera as estruturas mentais, incluindo a utilização das atividades práticas como auxílio na visualização e interpretação de conceitos geométricos, onde o próprio aluno constrói o seu conhecimento.

A intervenção foi feita através de uma atividade prática que envolvia elementos do triângulo, sendo possível durante o cumprimento dessa atividade a apreciação do comportamento do aluno perante o exercício que tinha cunho investigativo, foi notável falta de interesse e paciência dos alunos para buscar as suas próprias respostas, a falta de conhecimento de figuras planas, e dos elementos dos triângulos também foi visível, além de não conhecerem os ângulos. Foi possível ainda observar grande dificuldade em cortar

em linha reta e unir estas partes do triângulo de modo simétrico, ou seja, falta de coordenação motora, para atingir o objetivo de encontrar nesta união um ângulo de  $180^\circ$ .

Diante desta prática pedagógica foram perceptíveis os prejuízos trazidos pela falta de um ensino eficaz e que realmente introduza aos alunos o senso crítico e de investigação, além de conhecimentos básicos geométricos que poderiam auxiliá-los no cotidiano.

#### REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ASSOCIAÇÃO NACIONAL DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA EM EDUCAÇÃO. 23, 2000, Caxambu. *Uma análise do significado da utilização de recursos didáticos no ensino da geometria*. Caxambu, MG, 2000.

KAKIZAKI, E. Y. *Uma análise e reflexão para uma aprendizagem significativa no estudo da Geometria*, Guarapuava, PR, v26, n 1. Disponível em: <<http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/703-4.pdf>>. Acesso em: 19 de junho de 2014.

MURALI, C. *Experienciando materiais manipulativos para o ensino e a aprendizagem da Matemática*. *Bolema*, São Paulo, v.25, nº 41, p. 187-211, dezembro de 2011.

PAVANELLO, M, R. *O Abandono do ensino da geometria no Brasil: Causas e consequências*. *Zetetiké*, São Paulo, v.1, n.1, p.7-18, mar 1993.

PROTALONE, E. *Os professores de matemática e a geometria: Opiniões sobre a área e seu ensino*. São Carlos, SP, 2005. 252fl. Dissertação (Dourado em Educação) – Centro de Educação e Ciências Humanas, Universidade Federal de São Carlos.

MOREIRA, P.C.; DAVID, M.M.M.S. *Matemática escola, matemática científica, saber docente e formação de professores*. *Zetetiké*, Campinas, v.11, nº 19, p. 57-80, jan/jun. 2000.

# A IMPORTÂNCIA DA LÍNGUA PORTUGUESA PARA A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS

Patrícia Cugler<sup>1</sup>  
Nathalia Azevedo<sup>2</sup>, Lucas Alencar, Margareth Mara<sup>4</sup>

<sup>1</sup>IFRJ/Licenciando, patriciacugler@gmail.com

<sup>2</sup>IFRJ/Licenciando, Nathalia.azevedo16@gmail.com

<sup>3</sup>IFRJ/Licenciando, lucasmilp@hotmail.com

<sup>4</sup>IFRJ/Coordenadora do Curso de Licenciatura em Matemática, Margareth.silva@ifrj.edu.br

## RESUMO

O Presente trabalho é fruto da vivência de bolsistas do Programa Institucional de Bolsa de Iniciação a Docência que ao trabalhar com alunos do sexto ano, do ensino fundamental, de uma escola municipal da cidade de Paracambi, sentiu a necessidade de analisar os motivos pelos quais estes alunos não conseguiam realizar os problemas matemáticos propostos em sala de aula. Para análise foram propostos dois tipos de atividades e através destas são lançadas luzes sobre a importância que a Língua Portuguesa tem nas resoluções matemáticas.

**Palavras-chave:** Leitura, Escrita, Problemas, Matemática.

## INTRODUÇÃO

Estudos realizados no campo da linguística (HENRY, 1992 e FERREIRA, 2000) mostram que um dos problemas mais importantes que o ensino das várias disciplinas e, em especial, da matemática têm de enfrentar parece residir no problema estrutural da própria língua, isto é, em suas contradições, deslocamentos, equívocos e ambiguidades. Longe de se pensar em uma língua perfeita, totalmente formalizável dentro de modelos matemáticos, devemos ter consciência de suas falhas, limites, bem como na própria descontinuidade entre a cultura social do aluno e a da escola, ou seja, os conhecimentos que aquele traz e que irão defrontar-se com os da sala de aula.

Essa leitura inicial nós leva a refletir que a dificuldade que o aluno possui em resolver problemas matemáticos, pode estar ligada à forma como esse problema é escrito e de que a linguagem utilizada pelo professor pode não estar apropriada para faixa etária que se esteja trabalhando, dificultando a compreensão do aluno em relação ao texto.

*Segundo Azevedo e Rowell, tais dificuldades não estão situadas no âmbito dos algoritmos, das fórmulas ou dos conceitos específicos dessas áreas [...], mas nas construções linguístico-discursivas dos enunciados dos problemas. São dificuldades de nível lexical, sintático, semântico, textual e/ou discursivo que impedem os alunos de resolver adequadamente os problemas por não poderem recuperar sua unidade de sentido. (Azevedo, Royel. 2007, p. 13).*

Em um diálogo com os professores da turma na qual foi feita a observação, foi relatada a dificuldade dos alunos na língua portuguesa para compreensão de problemas, o baixo nível de leitura, escrita, e o quanto isso afeta na compreensão de textos em geral e que os alunos na sala de aula vivem a insistir que o professor indique os procedimentos para a execução das atividades propostas.

Considerando importante a análise que foi feita com a turma do sexto ano, este trabalho visa a ressaltar a importância da língua portuguesa para a resolução de problemas matemáticos e mostrar como deve se atentar a essa questão unindo essas duas disciplinas para se obterem resultados positivos dentro da sala de aula.

## **LEITURA E ESCRITA**

Um dos grandes desafios da alfabetização é ensinar a escrever e a ler. Muitos são os debates acerca deste tema e de formas para que essas crianças terminem o Ensino Fundamental I lendo e escrevendo perfeitamente, mas o que encontramos hoje na primeira Série do Fundamental II é que muitos ainda não o conseguem. Existe uma preocupação muito grande que a escrita esteja esteticamente bonita, mas não é passado o que ela representa. Até a fala que se pretende ensinar assume a forma de escrita. Não há a preocupação de se ensinar a história e as diversas formas de escrita, de tal modo o aluno acaba aprendendo indiretamente o que a escola pretende e no fim em consonância com Cagliari (2010) “O grande problema nesse caso é que a escola ensina a escrever sem ensinar o que é escrever.”.

A atividade fundamental para a formação do aluno é a leitura e isso reflete em todas as matérias, por muitas das vezes, ele não consegue tirar uma boa nota em sua prova, por não conseguir entender o enunciado das questões. A leitura não é somente importante para que o sujeito seja bem sucedido em suas notas, ela faz parte de seu cotidiano. Segundo Cagliari:

*O aluno muitas vezes não resolve o problema de matemática, não porque não saiba matemática, mas porque não sabe ler o enunciado do problema. Ele sabe somar, dividir etc., mas ao ler um problema não sabe o que fazer com os números e a relação destes com a realidade a que se referem. Não adianta dizer que o aluno não sabe nem sequer somar ou dividir números que não apresentam dificuldades, que ele não entende matemática... Porque de fato ele não entende mesmo é o português que lê. Não foi treinado para ler números, relações quantitativas, problemas de matemática. O professor de língua portuguesa não ensina isso porque diz que é obrigação do professor de matemática e o professor de matemática ou não desconfia do problema ou, quando muito, acha que ler e compreender um texto é um problema que o professor de língua portuguesa deve resolver na educação das crianças. Mas a escola cobra que ela saiba isso e se vire com perfeições e rapidez. (CAGLIARI, 2010, p.130).*

Podemos perceber que existe uma grande importância da escrita e da leitura para uma melhor compreensão da matemática e sabemos que isso ainda não consegue ser colocado em práticas dentro das salas de aula. Existe ainda uma questão muito forte de que a língua portuguesa não faz canal com a língua matemática. Um ponto que merece ser ressaltado é apresentado por Smole e Diniz (2001) quando indicam que a habilidade de ler, escrever e resolver problemas tem sido tratada diversas vezes separadamente no ensino. Atribuir exclusivamente às aulas de língua portuguesa a responsabilidade de tornar os alunos



competentes leitores e escritores distancia ainda mais a matemática do mundo real, pois ela passa a ser vista apenas como números sem significados.

## METODOLOGIA

A análise foi feita com 25 alunos de uma turma do sexto ano de uma escola municipal do Município de Paracambi, na qual foram utilizadas três aulas para a aplicação das atividades e em média dois meses para o preparo das atividades e do estudo das mesmas depois de realizadas.

Para a execução da análise foi necessário o embasamento em Smole e Diniz. As atividades foram divididas em duas partes. Na primeira parte foram propostos problemas envolvendo aplicação direta de um ou mais algoritmos anteriormente aprendidos, sem exigir nenhuma estratégia e assim os alunos deveriam transformar a linguagem usual em linguagem matemática, além de identificar as operações para posteriormente resolvê-las.

**Figura 1: Primeira atividade aplicada**

2 – Julia foi ao depósito de departamentos comprar um climatizador e uma luminária. O preço da luminária é de R\$ 36,00 e o preço do climatizador é de R\$ 255,00. Quando foi a loja de departamentos Julia levou em dinheiro a quantia de R\$ 369,00. Quanto custou os dois itens juntos e qual será o troco?

$$\begin{array}{r} 136,00 \\ + 255,00 \\ \hline 261,00 \end{array}$$

3 – João foi ao supermercado e comprou 5 laranjas, cada um custou R\$ 0,50 . Ao passar no caixa ele pagou com uma nota de R\$ 5,00. Qual foi o valor que ele levou para casa de troco?

$$\begin{array}{r} 5,00 \\ - 0,50 \\ \hline 4,50 \end{array}$$

Dados da pesquisa

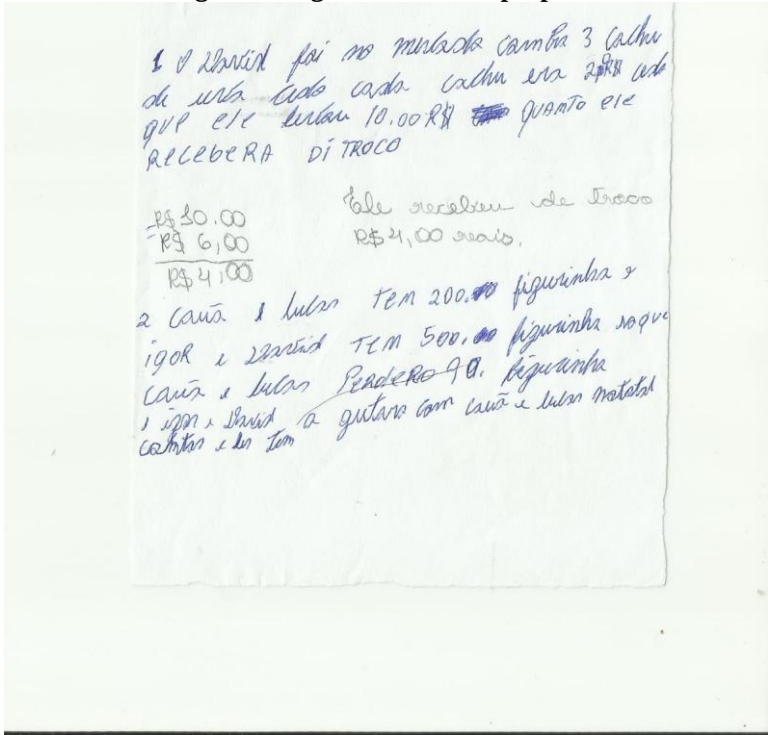
A segunda atividade foi situações propostas a partir do cotidiano. A turma foi dividida em 5 grupos e foi proposto que cada grupo elaborasse 4 problemas a partir do seu cotidiano para que os demais grupos pudessem resolver.

Figura 2: Jogo Desafio referente a segunda atividade



Dados da pesquisa

Figura 3: Segunda atividade proposta



Dados da pesquisa

## RESULTADOS

Verificamos que 80% da classe pediu ajuda para solucionar o problema proposto e grande parte das dúvidas foram recorrentes a interpretação de texto, o aluno quando depara com exercícios que só precisa efetuar a conta ele consegue ir bem, mas quando o problema é contextualizado ele demonstra uma grande dificuldade em extrair dados do texto para realizar a conta. Outra questão a ser observada, é o fato que os textos das questões foram elaborados pelos próprios alunos e apresentavam erros ortográficos e gírias populares, isso evidencia o efeito da baixa qualidade nos primeiros anos do ensino fundamental. Embora, também existissem falhas na compreensão de questões elaboradas por professores na primeira atividade. Outro elemento, que alguns estudantes salientaram foi o fato de não saberem escrever corretamente e que sentiam vergonha disso.

## CONCLUSÕES

Observamos que é necessária uma interação maior entre os professores da Língua Portuguesa e os de Matemática, para que possam observar e se atentar aos motivos pelos quais os alunos não conseguem desenvolver as atividades propostas já que o conteúdo está sendo passado e as dúvidas sendo sanadas em sala de aula. Sendo a Língua Portuguesa fundamental para a resolução de problemas matemáticos é importante trabalharmos essas duas matérias juntas estando atentos às dificuldade do aluno em prol de melhores resultados. Pois futuramente pode ocorrer, nesse aluno com dificuldade, um abandono dos estudos em decorrência da baixa qualidade na escrita e na leitura, por se sentir incapaz.

## REFERÊNCIAS

AZEVEDO, T. M. de; ROWELL, V. M. **Problematização e ensino de língua materna**. In: Seminário Nacional sobre Linguagem e Ensino, Pelotas, 2007.

CAGLIARI, L. C. **Alfabetização e Linguística**. São Paulo, S.P: editora scipione 2010.

FERREIRA, M. C. L. **Da ambiguidade ao equívoco: a resistência da língua nos limites da sintaxe e do discurso**. Porto Alegre: Ed. Universidade/UFRGS, 2000.

HENRY, P. **A Ferramenta Imperfeita: língua, sujeito e discurso**. Campinas, S.P: Editora da Unicamp, 1992.

SMOLE, K. C. S.; DINIZ, M. I., **Ler escrever e resolver problemas: Habilidades básicas para aprender matemática**. Porto Alegre: Artmed, 2001.

# **A IMPORTÂNCIA DO SENSO NUMÉRICO NA APRENDIZAGEM DA MATEMÁTICA**

**AUGUSTO CESAR MACHADO RAMOS**

*Mestrando em Ensino de Ciências e Matemática (PUC-MG), Especialista em Docência Superior (FAESA), Licenciado em Matemática (UFES), Professor de Ensino Básico Técnico e Tecnológico do Instituto Federal do Espírito Santo.  
augustocmr@ifes.edu.br*

**FERNANDA COELHO GOODWIN**

*Mestrando em Ensino de Ciências e Matemática (PUC-MG), Especialista em Matemática do Ensino Básico (UFMG), Licenciada em Matemática (UEMG), Professora do Ensino Básico do Colégio Metodista Izabela Hendrix.  
fernandacoelhog@terra.com.br*

**JOÃO BOSCO LAUDARES**

*Doutor em Educação (PUC-SP), Mestre em Tecnologia (CEFET-MG), Graduado em Matemática (UFMG), Professor Titular dos cursos de graduação e do Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática da Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais, Pesquisador em Educação Profissional – Educação e Trabalho pelo CEFET-MG  
jblaudares@terra.com.br*

## **RESUMO:**

O presente artigo emerge de inquietações levantadas através da revisão de diversas produções acadêmicas que destacam a relação entre um senso numérico pouco desenvolvido e a dificuldade de aprendizado de matemática. Objetiva problematizar a importância de se estimular o trabalho pedagógico de desenvolvimento do senso numérico em crianças desde a primeira etapa da Educação Básica. Destaca, portanto, que o ensino de matemática tem se baseado em práticas pedagógicas limitadas que focalizam mais o cálculo, a algoritmização, os métodos formais ao invés da compreensão matemática. Conclui que um senso numérico pouco desenvolvido pode ocasionar uma defasagem na compreensão e flexibilidade do tipo, contagem, realização de operações, estimativas e cálculo mental.

**Palavras-Chave:** Senso Numérico; dificuldade de aprendizagem matemática; numeralização.

## **1. Introdução**

Os números são trabalhados em várias situações do nosso cotidiano. Quantificamos, medimos e comparamos nas mais variadas situações: dividimos uma determinada quantidade de objetos entre pessoas, fazemos a estimativa da velocidade de um automóvel quando atravessamos uma rua, medimos distâncias, estabelecemos uma razão entre preço e quantidade de produtos quando fazemos compras, calculamos por meio de aproximação o tempo que iremos gastar para realizar uma determinada tarefa, etc. No entanto, é preciso perceber que podem existir diferenças entre os números encontrados na escola e em situações da vida. Em nosso dia a dia, as medidas numéricas nem sempre precisam ser exatas, pois arredondamos valores para facilitar o troco, podemos estimar medidas para avaliar distâncias, áreas e volumes. Isso significa que não é sempre que a matemática que usamos na rua (linguagem informal) é a mesma que usamos na escola (linguagem formal). Assim, torna-se importante tratarmos do senso numérico, desde as

séries iniciais, para que a criança desenvolva a capacidade de lidar com diferentes tipos de situações de natureza matemática, seja para fazer contas ou seja para desenvolver seu raciocínio numérico.

Atualmente, existem várias pesquisas que indicam que uma boa parte das crianças que possuem algum tipo de problema de aprendizado de matemática, apresentam dificuldades no que diz respeito ao senso numérico, fato que pode ser identificado desde cedo na educação infantil, uma vez que por apresentar dificuldades no senso numérico, a criança não interage de forma significativa com os contextos que envolvem números, ou seja, tem dificuldades de quantificar, relacionar e comparar.

Por outro lado, crianças que possuem um senso numérico bem desenvolvido são capazes de estimar quantidade, reconhecer erros em julgamentos de magnitude ou de medida, fazer comparações quantitativas do tipo: maior do que, menor do que, equivalente a habilidades que ajudam a criança a desenvolver desde a compreensão do significado dos números até o desenvolvimento de estratégias para a resolução de problemas mais elaborados.

O historiador matemático Tobias Dantzig destaca que Darwin, no *Descent of Man* de 1871, observou que alguns animais superiores possuem capacidades como memória e imaginação, e hoje é ainda mais claro que as capacidades de distinguir número, tamanho, ordem e forma não são propriedades exclusivas da humanidade. Experiências com corvos, por exemplo, mostraram que pelo menos alguns pássaros podem distinguir conjuntos contendo até quatro elementos. Dantzig ilustra isso com a seguinte fábula:

*"Certa vez um urubu fez um ninho na torre da capela de uma fazenda. O fazendeiro resolveu matá-lo. Mas toda vez que entrava na torre, o urubu voava até uma árvore distante e de lá, com a sua vista de grande alcance, esperava até o homem sair da torre, quando voltava para o ninho. O fazendeiro resolveu, então, entrar com um empregado, permanecendo lá dentro e mandando o empregado sair. O urubu, porém, não se deixou enganar: ficou na árvore e só voltou quando o fazendeiro saiu da torre. O homem não desistiu e entrou com dois empregados na torre, ficando lá novamente, enquanto os dois saíam. Ainda não foi dessa vez que o urubu caiu na armadilha, esperando a saída do fazendeiro. E assim, repetidamente, o patrão tentou a manobra com três, quatro empregados sem conseguir nada. Só quando entrou com cinco, o urubu voltou ao ninho, ao ver sair o quarto empregado. O seu 'senso numérico' só ia até quatro, e, por não saber contar mais que isso, acabou caindo na armadilha."(Tobias Dantzig, 1967, p.200-201)*

Vale ainda relatar os vários experimentos recentes envolvendo animais fazendo cálculos aritméticos que o matemático e neuropsicólogo Stanislas Dehaene relata no primeiro capítulo de seu livro *The Number Sense* (1999). Experimentos como o dos professores Guy Woodruff e David Premack, da Universidade da Pennsylvania, que mostraram que se apresentarmos a um macaco dois pratos com pedaços de chocolate, sendo que um tem sete pedaços e o outro tem seis, o macaco escolhe o prato com sete pedaços. Esse experimento é interessante na medida em que os pedaços do primeiro prato estão divididos em dois amontoados: um com quatro e outro com três pedaços; já no segundo prato, temos uma pilha com cinco pedaços e outra com um único pedaço. Certamente, percebemos que, para decidir, o macaco precisa calcular  $4 + 3$  e  $5 + 1$  e então comparar os resultados 7 e 6; também devemos perceber que o experimento tem uma sutileza que lhe dá ainda mais valor: o maior monte de pedaços está no prato com o menor total de pedaços. Portanto, neste e outros exemplos relatados por Dehaene, podemos

constatar claramente a natureza aproximada dos cálculos pelo senso numérico. Por exemplo, no caso dos macacos acima, eventualmente os macacos fazem a escolha errada e os erros tornam-se mais frequentes à medida que aumentamos os totais de pedaços de chocolate, como quando eles têm de escolher entre um total de 10 e um de 9.

## **2. Tentativa de uma definição para Senso Numérico:**

O conceito de senso numérico e seus esforços para tentar defini-lo estão apenas em seus estágios de formação apesar deste conceito ter sido apresentado pela primeira vez em 1954 por Tobias Dantzig (apud BERCH, 2005). Dantzig definiu senso numérico como sendo a faculdade que permite ao homem reconhecer que alguma coisa mudou numa pequena coleção quando, sem seu conhecimento direto, um objeto foi retirado ou adicionado à coleção.

Na verdade, não existe nas literaturas um consenso com relação ao conceito de senso numérico, podemos verificar quando Gersten et al.(2005) afirmam que dois pesquisadores diferentes não conseguem definir senso numérico da mesma maneira e, portanto, não consenso.

Analizando vários estudos que englobavam o conceito de senso numérico, nas áreas de desenvolvimento cognitivo e educação matemática, Berch (2005) compilou uma lista de 30 características presumíveis de comporem este conceito. Dentre elas, podemos destacar a faculdade que permite o reconhecimento de que alguma coisa mudou em uma coleção pequena quando, sem conhecimento direto, um objeto foi removido ou adicionado à coleção; as habilidades ou intuições elementares sobre números e aritmética, incluindo as de estimar, fazer comparações numéricas de grande magnitude e decompor números naturalmente. Outras habilidades são o desenvolvimento de estratégias úteis para resolver problemas complexos, bem como usar as relações entre operações aritméticas para compreender o sistema numérico de base 10 e usar números e métodos quantitativos para comunicar, processar e interpretar informação. O autor destaca a consciência de vários níveis de precisão e sensibilidade para o fato dos cálculos serem razoáveis - cálculos possíveis ou não (reasonableness); e o desejo de busca de sentido das situações numéricas através das ligações entre as informações novas e o conhecimento previamente adquirido. O conhecimento dos efeitos das operações nos números, a fluência e flexibilidade leva à compreensão do significado dos números, das múltiplas relações entre eles, ao reconhecimento de padrões numéricos e de erros numéricos gritantes, à compreensão e uso de formas e representações de números e expressões equivalentes e de números como referências para medir coisas no mundo real. Assim, é possível ao sujeito mover-se entre o mundo real das quantidades e o mundo matemático dos números e expressões numéricas; inventar procedimentos para conduzir operações numéricas; representar o mesmo número de várias formas dependendo do contexto e propósito da representação; pensar ou falar de uma forma sensata sobre as propriedades gerais de um problema numérico ou expressão – sem fazer nenhuma computação precisa. Pois há a expectativa de que os números são úteis e de que a matemática tem uma certa regularidade, criando uma rede conceitual bem organizada, uma estrutura conceitual que se baseia em muitas ligações entre relações matemáticas, princípios matemáticos e procedimentos matemáticos. Esta capacidade não verbal, inata, para processar numerosidades aproximadas, desenvolve-se e amadurece com experiência e conhecimento.

Se observarmos as características acima, veremos que o senso numérico deriva da ideia de consciência, intuição, reconhecimento, conhecimento, habilidade, desejo, sentimento, expectativa, processo, estrutura conceitual ou linha numérica mental. Possuir senso numérico permite que o indivíduo possa alcançar: desde a compreensão do significado dos

números até o desenvolvimento de estratégias para a resolução de problemas complexos de matemática; desde as comparações simples de magnitudes, até a invenção de procedimentos para a realização de operações numéricas; desde o reconhecimento de erros numéricos grosseiros, até o uso de métodos quantitativos para comunicar, processar e interpretar informação.

De um modo geral, crianças que possuem um senso numérico bem desenvolvido têm um senso do que os números significam. Por exemplo, o problema  $\frac{4}{9} + \frac{7}{16}$  pode ser resolvido da forma convencional, encontrando um denominador comum, ou reconhecendo que cada fração é um pouco menor do que  $\frac{1}{2}$ , de forma que o resultado do problema deve ser um pouco menor do que um. Analisando esses pensamentos, podemos perceber que a forma convencional se dá através da aplicação de um algoritmo, um método prático, um procedimento memorizado, enquanto a outra forma exige conhecimento do que os números verdadeiramente representam, ou seja, requer um senso numérico. O senso numérico tem como foco os números, ao invés dos dígitos, e o propósito das operações matemáticas, ou seja, a adição aumenta o tamanho de um conjunto, a divisão gera conjuntos menores e equivalentes.

A comutatividade também pode ser melhor compreendida quando a criança baseia-se em seu senso numérico, pois a esta pode ser ensinado que  $5 \times 3 = 3 \times 5$  porque a lei comutativa da multiplicação diz que  $(a \times b = b \times a)$ . No entanto, ela pode chegar a conclusão de que aquelas afirmações tratam de um reagrupamento da mesma quantidade. Se um conjunto de 15 itens é agrupado em 3 subconjuntos de 5 itens ou em 5 subconjuntos de 3 itens é irrelevante - os 15 itens originais permanecem. Neste sentido, o conceito de senso numérico assemelha-se ao conceito de numeralização apresentado por Nunes e Bryant (1997) em que ser numeralizado significa uma familiaridade com números e uma capacidade de usar habilidades matemáticas que permitam enfrentar as necessidades diárias. Significa também uma habilidade de apreciar e compreender informações que são apresentadas em termos matemáticos, como gráficos, tabelas e mapas, por exemplo.

Poderíamos fazer uma comparação interessante colocando em perspectiva o mundo dos números e o mundo da escrita. Nesses casos seria possível dizer que ser numeralizado é análogo a ser letrado, no sentido associado ao termo letramento, que significa: estado ou condição de quem não apenas sabe ler e escrever, mas cultiva e exerce as práticas sociais que usam a escrita (Soares, 2001, p. 47).

O interessante é que tanto Soares como outros autores (e.g., Kleiman, 1995; Matêncio, 1994; Rojo, 1998) discutem as diferenças entre ser letrado e ser alfabetizado, destacando que é possível encontrar um adulto que, mesmo não sabendo ler nem escrever, apresenta um certo nível de letramento, sendo capaz de ditar uma carta, ou um bilhete para alguém, de prever o que deve estar escrito em um livro de receitas ou no jornal, produzir oralmente uma história com um esquema narrativo apropriado etc. O mesmo pode ser dito em relação a uma criança que ainda não foi alfabetizada. Esse adulto e essa criança, apesar de não dominarem a leitura e a escrita, utilizam as convenções e estruturas linguísticas apropriadas a cada situação de uso, conhecendo as funções e as práticas de uso da escrita. Existem, também, pessoas que são alfabetizadas, mas que não são letradas. Embora saibam ler e escrever, não se apropriam dos usos sociais da escrita: não sabem preencher cheques ou um formulário, não sabem ditar uma carta, não conseguem interpretar um texto, não extraem informações de um quadro de avisos, não compreendem uma tabela com os horários e percursos dos ônibus, não sabem passar um telegrama.

De forma análoga, pessoas pouco escolarizadas que não dominam a matemática escrita são capazes de realizar cálculos mentais complexos ao se engajar em atividades de compra e venda nas ruas ou na feira: passam o troco de forma apropriada, calculam o

aumento dos produtos que vendem ou o desconto que podem dar ao freguês (Carraher, Carraher&Scliemann, 1995; Saxe, 1991). Essas pessoas, apesar das limitações com a matemática escrita, demonstram um certo nível de numeralização.

Assim, mesmo sem termos uma definição consensualmente precisa sobre senso numérico, verificamos que todas as tentativas de definições convergem para ideia de que senso numérico é uma forma de interagir com os números, com seus vários usos e interpretações, possibilitando ao indivíduo lidar com as situações diárias que incluem quantificações e o desenvolvimento de estratégias eficientes para lidar com problemas numéricos.

### **3. Considerações finais:**

De acordo com a Epistemologia Genética, para que a aprendizagem ocorra, é preciso haver interação entre sujeito e objeto, ou seja, o conhecimento não é inato no sujeito (apriorismo), nem tampouco externo a ele (empirismo), mas constituído de interações, a partir de ações. Assim, a aprendizagem está subordinada ao desenvolvimento humano.

Estudos recentes confirmam, portanto, que o senso numérico pode estar comprometido em indivíduos com deficiência de aprendizado matemático. Não se conhece, entretanto, a frequência com que este déficit ocorre, a sua influência em relação a outras variáveis e a fase do desenvolvimento na qual sua influência é determinante.

Os primeiros estudos que procuraram caracterizar um déficit no senso numérico em crianças com dificuldades de aprendizagem de matemática utilizaram-se do paradigma de comparação de magnitudes (Landerl, Bevan&Butterworth, 2004; Rousselle&Noël, 2007). Na versão simbólica, a tarefa de comparação de magnitudes envolve discriminar se um determinado numeral arábico apresentado na tela do computador é maior ou menor do que um determinado valor de referência. Na versão não simbólica da tarefa, são apresentados dois conjuntos de pontos simultaneamente, e o examinado deve decidir qual é o maior.

Conforme apontado no que foi exposto neste artigo, um senso numérico pouco desenvolvido pode se dever a uma representação e/ou processamento imaturo dos números que ocasiona defasagens na compreensão e flexibilidade no seu uso e acarreta problemas para o desenvolvimento de habilidades do tipo contagem, realização de operações, estimativas e cálculo mental.

Infelizmente, o que percebemos, de forma frequente, é que o ensino da matemática tem se baseado em práticas com limitadas oportunidades para que os alunos explorem verbalmente o seu raciocínio e recebam, em contrapartida uma resposta sobre o seu conhecimento de conceitos e estratégias, aspectos essenciais do senso numérico. Em outras palavras, o ensino continua a enfatizar o cálculo, a algoritmização, os métodos formais e práticos ao invés da compreensão matemática, o que acaba por favorecer o desenvolvimento de dificuldades de aprendizagem.

Levando em conta o exposto neste artigo, não restam dúvidas quanto à necessidade de mais estudos nesta área de investigação para que possamos melhor definir e trabalhar com o senso numérico desde a educação, pois somente assim, a área das dificuldades de aprendizagem de matemática estará apta a aprimorar a natureza dos instrumentos desenvolvidos para a identificação inicial de problemas e delinear programas de intervenção efetivos em senso numérico.

Contudo, devemos ficar atentos, pois segundo Mazzocco, “A mensagem essencial para os pais e professores é que as crianças variam grau de precisão de seu senso numérico intuitivo. Alguns alunos podem precisar de mais prática ou de diferentes tipos de prática



para desenvolver este senso numérico. Ao mesmo tempo, se uma criança está lutando com a matemática na escola, não devemos supor somente que a dificuldade da criança esteja ligada a um senso numérico pobre, pois esta é apenas uma das possibilidades"

### **Referências Bibliográficas:**

BERCH D. Making. **Sense of number sense: implications for children with mathematical disabilities.** J Learn Disabil. 2005;38(4):333-339.

CARRAHER, T. et al. **Na Vida Dez, na Escola Zero.** 10. ed. São Paulo: Cortez, 1995.

DANTZIG T. **Número: A Linguagem da Ciência.** Rio de Janeiro, Zahar, 1967; 220-221.

DEHAENE, S.. **The Number Sense: how the mind creates Mathematics.** Oxford University Press, 1999.

CORSO, L. V.; DORNELES, B. V. **Senso Numérico e Dificuldades de Aprendizagem na Matemática.** Rev. Psicopedagogia 2010; 27(83): 298-309

GERSTEN, R.; CHARD, D. **Number sense: rethinking arithmetic instruction for students with mathematical disabilities.** J Special Educ. 1999;33(1):18-28.

KLEIMAN, A. (org.). **Os significados do letramento: uma nova perspectiva sobre a prática social da escrita.** Campinas: Mercado de Letras. 1995.

LANDERL, K.; BEVAN, A.; BUTTERWORTH, B. **Developmental dyscalculia and basic numerical capacities: a study of 8–9-year-old students.** Cognition, Amsterdam, v. 93, n. 2, p. 99-125, sept. 2004.

LINS, R.; GIMENEZ, J. **Perspectivas em Aritmética e Álgebra para o Século XXI,** Editora Papirus, 7ª Edição, Campinas - SP, 1997.

MATENCIO, M. L. **A alfabetização na mídia: conceitos e imagens sobre o letramento.** In: Kleiman, A. (org.). Os significados do Letramento. Campinas: Mercado de Letras. 1995.

MAZZOCO M.; RICHARD, E. **Kindergarten predictors of math learning disability.** Learn Disabil Res Pract. 2005;20:142-55.

NUNES, T.; BUARQUE, L.; BRYANT, P. **Dificuldades na Aprendizagem da Leitura: teoria e prática.** São Paulo: Cortez, 1997.

ROJO, R. (org.). **Alfabetização e letramento: perspectivas lingüísticas.** Campinas: Mercado de Letras. 1998.

ROUSSELLE, L.; Noël, M. P. **Basic numerical skills in children with mathematics learning disabilities: a comparison of symbolic vs. non-symbolic number magnitude processing.** Cognition, 102(3), 361-395, 2007.

SAXE, G.B. **Culture and cognitive development: Studies in mathematics understanding.** Hillsdale, N.J.: Lawrence Erlbaum Associates, 1990.

SCHLIEMANN, A.D. **Escolarização formal versus experiência prática na resolução de problemas.** In T. Carraher; D. Carraher; A. Schliemann. Na vida dez, na escola zero. São Paulo: Cortez, 1995.

SOARES, M. **Alfabetização e Letramento: caminhos e descaminhos.** Pátio: revista pedagógica, Porto Alegre, ano 8, n. 29, p. 19-25, fev./abr., 2004.

# A LÓGICA DOS JOGOS AFRICANOS NO ENSINO DA MATEMÁTICA

**Maria Betânia de Castro Nunes Santos**

Escola Municipal “Itália Cautiero Franco” – CAIC/Rede Municipal de Lavras, mbetaniacns@gmail.com

## **Resumo**

O trabalho com turmas de 8º e 9º anos tem sido desafiador, pois exige esforços no sentido de manter a disciplina e a concentração dos estudantes. Pensando nisso, torna-se necessário que se busque maneiras de tornar as aulas diversificadas e interessantes. Tendo como principal objetivo aguçar o interesse pela disciplina de Matemática, a ideia de se trabalhar com jogos faz com que as aulas sejam mais atrativas, diferentes e motivadoras, além de desenvolver de forma lúdica o raciocínio lógico, tão presente nessa disciplina. A participação em cursos de formação continuada proporciona o contato com novas ideias para o trabalho em sala de aula, como o jogo Mancala – que é um jogo africano – e a partir desse primeiro contato, surgiu o interesse em levar aos alunos esse jogo tão simples, mas ao mesmo tempo tão desafiador. De acordo com a Lei nº 10.639/03, os conteúdos sobre a história e a cultura afro-brasileiras tornaram-se obrigatórios no currículo escolar e desenvolver o projeto envolvendo o jogo Mancala, como também outros jogos africanos, possibilitou o contato dos alunos com a história e a cultura desse continente de forma variada, como: utilização de vídeos (estudo do continente africano: seus costumes, suas riquezas, seus problemas), palestra de alunos de pós-graduação dos países da República Dominicana do Congo e Moçambique, utilização da sala de informática para pesquisa dos jogos, suas regras e também para jogos on-line dos jogos pesquisados. Como consequência do projeto, foi desenvolvido o campeonato de Mancala com a participação de todos os alunos envolvidos.

**Palavras – chave:** Jogos, Ensino Fundamental II, Cultura Afro-Brasileira, Raciocínio Lógico-Matemático, Lúdico.

## **INTRODUÇÃO**

O raciocínio lógico é uma operação do pensamento que trata do estabelecimento de relação lógica entre ideias. As relações existentes entre a lógica, a Matemática e o raciocinar estabelecem conexões que auxiliam na estruturação do pensamento, e ainda oferecem subsídios pedagógicos para trabalhar os temas do currículo do Ensino Fundamental abordados nos Parâmetros Curriculares Nacionais - PCN.

Os PCN afirmam que a Matemática tem como uma de suas características o rigor lógico e proporciona o desenvolvimento de capacidades como observação, comunicação, argumentação e validação de processos. Então, Matemática e raciocínio lógico se misturam o tempo todo, apesar de a primeira ser uma disciplina e a segunda, uma habilidade importante para que o processo de aprendizagem ocorra de forma satisfatória. Sendo assim, trabalhar e estimular a habilidade lógica é de suma importância, uma vez que ela está presente em todas as atividades cognitivas e em todas as associações cotidianas do cérebro humano. As aulas de Matemática seriam então um ambiente oportuno para desenvolver essa habilidade.

Os conteúdos apresentados de forma expositiva nas aulas de Matemática, normalmente são pouco atrativos, e a Matemática é vista como um “bicho-papão” pelos estudantes. Portanto, projetos pedagógicos que incluam metodologias alternativas – com uso de tecnologia aplicada (informática, apresentações virtuais, pesquisas *online*, jogos), aliado à possibilidade de trabalhar vários conteúdos simultaneamente (multidisciplinaridade), contextualizando os conteúdos, diluindo em meio a uma realidade maior, conceitos e práticas outrora maçantes e desinteressantes – passam a ser vistos com bons olhos por todos os envolvidos no processo de ensino-aprendizagem.

Trabalhar com turmas de 8º e 9º anos é um desafio que exige esforços no sentido de manter a disciplina e concentração dos estudantes. Somente atividades altamente motivacionais se mostram realmente eficientes nesse propósito. É necessário que se busque maneiras de tornar as aulas diversificadas e porque não, mais divertidas.

Nada melhor que utilizar os jogos em sala para quebrar a noção vigente de que a Matemática é feita de aulas teóricas e cansativas. Neste contexto, o trabalho com jogos matemáticos é uma alternativa no que diz respeito à assimilação de técnicas de criação de algoritmos e utilização do raciocínio lógico-matemático na resolução de problemas. Pensando nisso, surgiu a ideia de apresentar aos alunos jogos africanos como Shisima, Tsoro Yematatu, Fanorona, Yoté, Senet e Mancala, que são jogos de estratégia e que despertam curiosidade na maioria das pessoas, quer pela simplicidade de suas regras, quer pelo desafio de descobrir a melhor maneira de vencer o jogo. Além disso, trazem consigo vários elementos da cultura africana que também podem ser trabalhados, enriquecendo o projeto e enfatizando a lei abaixo:

*“Em março de 2003, foi aprovada a Lei Federal nº 10.639/03, que torna obrigatório o ensino de História e Cultura Africana e Afro-Brasileira nas escolas de Ensino Fundamental e Médio. Essa lei altera a LDB (Lei de Diretrizes e Bases) e tem o objetivo de promover uma educação que reconhece e valoriza a diversidade, comprometida com as origens do povo brasileiro” (PRANDINI et al, 2015).*

Segundo Oliveira e Junior (2012, p.1): “A Lei reforça a luta em favor dos afro-brasileiros e é resultado de uma luta antirracista. Fazer vir à tona a discussão sobre o racismo é uma forma de não silenciar os mais diversos preconceitos e discriminações presentes na escola, além de promover relações mais igualitárias.” Como apresenta o Ministério da Educação do Brasil:

*“Na educação brasileira, a ausência de reflexão sobre as relações raciais no planejamento escolar tem impedido a promoção de relações interpessoais respeitáveis e igualitárias entre os agentes sociais que integram o cotidiano da escola (...) além de favorecer a educação como um todo, pois devido ao modo silenciado que se configurou com a ausência dessa discussão, muito da riqueza cultural do Brasil foi perdida, pouco explanada e/ou pouco conhecida, o que ocasionou em reflexões étnico-raciais nas escolas” (OLIVEIRA E JÚNIOR 2012, p. 1 apud MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO, 2005, p.11).*

Segundo CAMILO (2014, p.29): “Ao estudar esses conteúdos, é possível conhecer a contribuição do negro para nossa cultura, desconstruir noções de hierarquia racial e estabelecer reações mais saudáveis, necessárias nas escolas”.

Isso pode ser comprovado nas palavras de PRANDINI et al (2015): “A escola é o lugar de construção, não só do conhecimento, mas também da identidade, de valores, de afetos, enfim, é onde o ser humano, sem deixar de ser o que é, se molda de acordo com sua sociedade.”

Mostrar aos alunos a importância da cultura africana na criação da nossa identidade e aliar tudo isso ao ensino da Matemática, é de suma importância. Como é sugerido pelos PCN, além de tornar o raciocínio lógico-matemático familiar ao estudante, a utilização dos jogos africanos supracitados como ferramenta auxiliar no ensino de Matemática beneficia também a interação social, onde o aluno deve expressar para os outros participantes do jogo como chegou à determinada solução e se deparar com maneiras diferentes e questionamentos de seus colegas para a solução de um mesmo problema.

O objetivo principal do projeto desenvolvido foi estimular/desenvolver o raciocínio lógico-matemático através de atividades lúdicas (jogos africanos), trabalhando percepção, visualização, concentração e motivação dos estudantes, as quais são elementos fundamentais para o desenvolvimento das atividades curriculares das aulas de Matemática durante todo o ano letivo de 2012.

Como objetivos secundários buscou-se: desenvolver a habilidade de realizar pesquisas orientadas, utilizando a tecnologia da informação (pesquisas e jogos *online*); consolidar informações acerca da história, geografia, cultura e realidade socioeconômica do continente africano; aplicar conceitos matemáticos na construção e prática dos jogos; valorizar a reciclagem, o reaproveitamento de materiais para construção dos jogos; confeccionar trabalhos manuais; e trabalhar em equipe, com “espírito esportivo” e disciplina.

## **METODOLOGIA**

Como professora de Matemática, tendo pesquisado bastante sobre os temas relacionados ao projeto, iniciei os trabalhos em maio de 2012 com duas turmas de 8º e duas turmas de 9º ano do Ensino Fundamental da Escola Municipal Itália Cautiero Franco – CAIC, em Lavras, MG. O projeto foi executado, na maioria das vezes, nas aulas dessas turmas que ocorriam nas sextas-feiras (de maio de 2012 a dezembro de 2012). As atividades foram distribuídas observando o seguinte calendário:

### **PRIMEIRO SEMESTRE**

- **Maio de 2012:**

1. *Pesquisa espontânea:* No laboratório de informática, pedi aos alunos que pesquisassem sobre o continente africano. Foi um momento rico, pois os alunos começaram a conhecer um pouco mais desse continente, por meio de imagens e textos. Essa pesquisa gerou muitos pontos para discussão e trouxe à tona diversas dúvidas.
2. *Vídeo:* Os alunos assistiram a um vídeo de 45 minutos com o título: “África - um continente rico, um povo pobre”. Para montar esse vídeo, fiz uma compilação de vários vídeos menores que abordavam cultura de alguns países africanos, cidades africanas, a grande biodiversidade do continente e problemas sociais enfrentados pelas pessoas que lá vivem.

- **Junho de 2012**

1. *Palestra com africanos*: Fui informada que havia dois estudantes africanos de pós-graduação na Universidade Federal de Lavras, Jeannot Katya Kavuya, da República Democrática do Congo e Joao Munguambe, de Moçambique. Imediatamente, entrei em contato com eles e pedi que fizessem uma apresentação para os alunos das quatro turmas. Foi uma palestra muito interessante e que enriqueceu muito o projeto. Nela, novamente os alunos puderam perceber a realidade do continente e aprenderam também sobre a cultura, danças, esporte e principalmente, educação. Jeannot e Joao utilizaram apresentação de slides e vídeos e fizeram um paralelo entre a realidade dos alunos brasileiros e a realidade vivida por crianças e adolescentes na África. Os alunos ficaram muito curiosos e impressionados com a apresentação dos africanos, o que gerou muitos questionamentos e debates.
2. *Pesquisa direcionada sobre jogos africanos*: Voltamos para a sala de informática, onde dividi as turmas (cada turma no seu horário), em grupos de 4 alunos e cada grupo pesquisou sobre um dos 5 jogos: Shisima, Tsoro Yematatu, Fanorona, Yoté e Senet. Para essa pesquisa foi distribuído um roteiro da aula e nele os grupos tinham que pesquisar sobre o jogo, relatar um pouco da história do jogo (situando historicamente o jogo), e de suas regras. Sugeri sites de pesquisa que consultei previamente, sendo a pesquisa, portanto, orientada.
3. *Jogos online*: De volta algumas vezes à sala de informática, os alunos tiveram a oportunidade de jogar *online* os jogos pesquisados até então.

- **Julho de 2012**

1. *Confecção dos cinco jogos africanos*: De posse da pesquisa e das regras dos jogos, cada grupo ficou responsável pela confecção do jogo pesquisado, com material reutilizável trazido de suas casas, sem custo para os alunos.
2. *Apresentação dos jogos para a turma*: Cada grupo apresentou as regras do jogo pesquisado para toda a turma e houve revezamento dos jogos entre os grupos. Nesse momento, os alunos observaram as diferenças de se jogar com o computador e com parceiros “reais”.

## SEGUNDO SEMESTRE

- **Agosto e Setembro de 2012**

1. *Jogos online e em sala de aula*: Nesse período, os alunos voltaram algumas vezes ao laboratório de informática para jogar os jogos africanos *online* e também jogaram em sala de aula com os jogos por eles confeccionados.

- **Outubro de 2012**

1. *Jogo Mancala*: No laboratório de informática, pedi aos alunos que pesquisassem sobre a história e as regras do jogo africano Mancala, o qual é disputado entre dois oponentes. Nesse momento, os alunos também praticaram esse novo jogo no computador.

2. *Confecção do jogo Mancala*: Em outro momento, já em sala de aula, os alunos confeccionaram o Mancala, sob minha orientação, utilizando materiais como caixas de ovos e sementes de feijão.

- **Novembro de 2012**

1. *Campeonato de Mancala*: Organizei um campeonato de Mancala entre as turmas. O campeonato foi dividido em 4 fases. A primeira fase ocorreu dentro das turmas, que foram divididas em grupos. Todos os componentes dos grupos jogavam entre si. Para a segunda fase, foram classificados 2 alunos de cada grupo que tiveram o maior número de vitórias. Nesta fase foram classificados 8 alunos por turma e esses alunos divididos em 4 duplas. Na terceira etapa, do jogo dessas duplas saíram 4 alunos classificados para semi-final. Nas semifinais, foram formadas 2 duplas e os vencedores dessas duas duplas foram para a final entre as séries (para selecionar o melhor desempenho do 8º ano e o melhor desempenho do 9º ano).

- **Dezembro de 2012**

1. *A grande final do campeonato de Mancala*: Ocorreu a disputa final de Mancala (quarta fase) entre o representante do 8º ano e o representante do 9º ano.
2. *Relatos da experiência do projeto “A LÓGICA DOS JOGOS AFRICANOS NO ENSINO DA MATEMÁTICA”*: Os alunos relataram e lembraram momentos vivenciados durante todo o desenvolvimento do projeto por meio de uma redação de autoavaliação.

## **CONSIDERAÇÕES FINAIS**

Os alunos desenvolveram o raciocínio lógico na medida em que estabeleceram regras para a prática dos jogos e as executaram, aprenderam mais sobre o continente africano através dos vídeos e palestras e principalmente aprenderam a trabalhar em grupos e se mostraram mais motivados com as aulas de Matemática.

Em uma das avaliações de Matemática (2º bimestre), foram feitos questionamentos relacionados aos primeiros momentos do projeto (vídeos e palestras). Depois de corrigidas as avaliações, foram feitas interferências no sentido de esclarecer dúvidas remanescentes detectadas.

Em geral, não houve atividades avaliativas convencionais. Os conceitos foram distribuídos com base na participação, no comprometimento, na disciplina e também no desempenho nos jogos. Como foi trabalhado durante todo o ano, os conceitos foram distribuídos nos 3 últimos bimestres, na categoria “Participação”.

Além de aprender mais, juntamente com alunos, sobre todos os temas abordados e sobre jogos africanos, o maior legado da experiência do projeto “A LÓGICA DOS JOGOS AFRICANOS NO ENSINO DA MATEMÁTICA” foi perceber a importância do investimento em minha formação continuada, pois foi através de uma participação em congresso (Matematicando: I Seminário Internacional de Matemática, Belo Horizonte, Outubro de 2011) que conheci o jogo Mancala e tive a ideia do projeto. Desde então, comecei a pesquisar e a planejar, e o projeto foi tomando forma e ficando maior,

envolvendo desde conhecimentos históricos, geográficos, culturais do continente africano, utilizando a tecnologia da informação, até chegar aos jogos propriamente ditos.

O sucesso das atividades desenvolvidas é muito gratificante e fez valer a pena todos os esforços. Os notórios interesse e motivação despertados nos estudantes com relação às aulas de Matemática – observados nos relatos escritos ao final do projeto – evidenciaram a necessidade de buscar novos métodos para “alcançar” os alunos, que diante de atividades como essas ficam mais receptivos a todas as outras (inclusive aos conteúdos regulares). Isso me fez despertar para novas e futuras possibilidades de intervenção para conquistá-los.

Outro ponto importante, é que não é necessário grandes investimentos financeiros para desenvolver atividades que despertem motivação nos alunos. Muitas vezes com custo zero, usando os recursos já disponíveis, é possível desenvolver atividades muito proveitosas e trabalhar conteúdos de forma lúdica.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BRASIL. Ministério da Educação. **Educação anti-racista**: caminhos abertos pela Lei Federal nº 10.639/03. Brasília: MEC/SECAD, 2005, p. 11. (Coleção Educação para Todos).

CAMILO, C. Por um ensino de várias cores. **Nova escola**, São Paulo: Abril, v.29, n.277, p. 28-35, Nov. 2014.

\_\_\_\_\_. Lei nº 9.394/1996, de 20 de dezembro de 1996. Estabelece as diretrizes e bases da educação nacional. **Diário Oficial [da] República Federativa do Brasil**, Brasília, DF, 23 dez. 1996.

OLIVEIRA, L. B. S.; Júnior, H. A. C. A importância da lei federal nº 10.639/03. **Revista África e Africanidades**. Ano 4, n.16 e 17, Mai. 2012.

PARÂMETROS CURRICULARES NACIONAIS: Matemática. Secretaria de Educação Fundamental. – Brasília: MEC/ SEF, 1998.

PRANDINI, P. et al. **Lei Federal 10.639/03**. Disponível em:  
<<http://www.afroeducacao.com.br/lei-10-639-03>> Acesso em: 21 jul.2015.

# **A MATEMÁTICA COM UMA INTERPRETAÇÃO PARA A VIDA: UNIDADES DE MEDIDAS DE COMPRIMENTO E DE VOLUME NO PROGRAMA MULHERES MIL**

**Yara Patrícia B. Q. Guimarães<sup>1</sup>**

<sup>1</sup>CEFET-MG/Grupos de Pesquisa: GRUPIMEM e CEFEMAT, [yarapatricia@deii.cefetmg.br](mailto:yarapatricia@deii.cefetmg.br)

## **Resumo**

O Mulheres Mil é um programa do Governo Federal iniciado em 2007, através de uma parceria entre o Brasil e o Canadá; o objetivo principal é oferecer cursos de Formação Profissional para mulheres com baixo poder aquisitivo, vítimas de violência doméstica, etc. Em uma turma desse Programa aconteceu uma prática educativa para o aprendizado da Matemática, em que a vivência de experiências originou este relato de experiência educacional, apresentado sob a forma de pôster. Foram planejadas e executadas algumas oficinas para os conteúdos a serem estudados na disciplina Conhecimentos Matemáticos, dentre as quais serão detalhadas duas em especial. Particularmente, o curso para a turma em questão era oferecido pelo Instituto Federal de Ciências e Tecnologia do Norte de Minas Gerais/Campus Pirapora, e era composta por 50 mulheres que frequentaram as aulas três vezes por semana, sendo que as alunas, em sua maioria, não tinham o Ensino Fundamental completo. Dentre os conteúdos estudados havia: Revisão de Operações com Números Racionais, Unidades de Medidas de Volume e de Comprimento. As oficinas ocorreram durante as aulas de Matemática do curso, em que a coordenadora era também a professora da disciplina; a turma foi dividida em grupos e os materiais utilizados foram seringas diversas, copos-medidas, água, sucos artificiais e amido de milho, trenas e fitas métricas. As práticas aconteceram no Laboratório de Enfermagem, na sala de aula e no pátio da Instituição mencionada, com duração total aproximada de 350 minutos.

**Palavras-chave:** Ensino de Matemática. Mulheres Mil. Oficinas pedagógicas.

## **INTRODUÇÃO**

O Mulheres Mil é um programa do Governo Federal que está estruturado em três eixos – educação, cidadania e desenvolvimento sustentável, e tem como objetivo “a inclusão social, por meio da oferta de formação focada na autonomia e na criação de alternativas para a inserção no mercado de trabalho”<sup>1</sup> de mulheres desfavorecidas do Brasil. Ao assumir a disciplina Conhecimentos Matemáticos, logo foi possível perceber que as aulas deveriam acontecer de maneira diferenciada, pois as alunas teriam pouco tempo para aprender tópicos matemáticos em problemas reais que seriam vivenciados brevemente. Particularmente, a turma aqui retratada estava locada no Instituto Federal de Ciências e Tecnologia do Norte de Minas Gerais, Campus Pirapora, e estava recebendo preparação para atuarem como Cuidador de Idosos.

As alunas dessa turma (como os de qualquer outra) precisavam de algo mais do que a simples teoria da Matemática; precisavam conhecer o conteúdo aplicado. Diante dessa necessidade, partindo-se da questão “Como utilizar as Unidades de Medidas de Volume e de Comprimento em um curso profissional de Cuidador de Idosos?” foram planejadas e

---

<sup>1</sup>“O que é?” in: [mulheresmil.mec.gov.br](http://mulheresmil.mec.gov.br), acesso em 21/07/2015.



executadas algumas oficinas para os conteúdos a serem estudados, dentre as quais serão detalhadas duas em especial, que serviram de inspiração para este trabalho.

As oficinas aconteceram durante as aulas de Matemática, com a turma dividida em 02 grupos e com materiais levados de casa pela coordenadora e outros obtidos na própria escola.

## FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Por acreditar que o aprendizado da Matemática acontece mais facilmente se houver a vivência de experimentações com o conteúdo estudado foi que surgiu a ideia para essas oficinas.

A ação ensinar deve ter como reação o aprender, pois se não for assim, não há como dizer que aconteceu o ensino. O trabalho com oficinas contribui de forma significativa para o aprendizado, como bem mostram Paviani e Fontana (2009): uma “oficina é uma forma de construir conhecimento, com ênfase na ação, sem perder de vista, porém, a base teórica”.

Essas mesmas autoras citam Cuberes apud Vieira e Volquind (2002, p. 11) para conceituar oficina:

Um tempo e um espaço para aprendizagem; um processo ativo de transformação recíproca entre sujeito e objeto; um caminho com alternativas, com equilíbrios que nos aproximam progressivamente do objeto a conhecer. (Cuberes apud Vieira e Volquind, 2002, *in* Paviani e Fontana, 2009).

O perfil da turma de que trata este texto não admitia um ensino teórico dos conteúdos matemáticos tal como prega o sistema tradicional de ensino no Brasil. Assim, a opção pelo desenvolvimento dos conteúdos por meio de oficinas gerou boas expectativas tanto por parte das alunas como por parte da coordenadora. As alunas já sabiam que não passariam por provas escritas, o que já representou um alívio para muitas delas; mas também a grande maioria tinha a preocupação se aconteceria realmente o aprendizado do conteúdo em tão pouco tempo.

Novamente conforme Paviani e Fontana (2009):

Uma oficina é, pois, uma oportunidade de vivenciar situações concretas e significativas, baseada no tripé: sentir-pensar-agir, com objetivos pedagógicos. Nesse sentido, a metodologia da oficina muda o foco tradicional da aprendizagem (cognição), passando a incorporar a ação e a reflexão. Em outras palavras, numa oficina ocorrem a apropriação, construção e produção de conhecimentos teóricos e práticos, de forma ativa e reflexiva. (PAVIANI e FONTANA, 2009)

No momento em que ocorrem a apropriação, construção e produção de conhecimentos teóricos e práticos, como mostram as autoras citadas, acontece o processo da ação e reação, em que os estudantes participam ativamente da atividade oferecida favorecendo a reflexão, o que provocará a reação imediata do entendimento e assimilação do conteúdo estudado.

Zabala (2007) contribuiu de forma significativa no planejamento das oficinas, pois foi possível organizá-las seguindo a sua sugestão: planejamento, execução e avaliação. Uma sequência didática significa:

um conjunto de atividades ordenadas, estruturadas e articuladas para a realização de certos objetivos educacionais, que têm um princípio e um fim conhecidos tanto pelos professores como pelos alunos. (Zabala, 2007, p. 18)

Sendo assim, todo esse trabalho com as oficinas aconteceu da forma sugerida pelo autor. Munidos do objetivo que visa o aprendizado do conteúdo Unidades de Medidas de Volume e de Comprimento, com um enfoque muito mais prático do que teórico, as oficinas foram planejadas e organizadas (vide Quadros 01 e 02) logo que a coordenadora assumiu a turma como docente da disciplina Conhecimentos Matemáticos, o que permitiu muita segurança e confiança na sua execução. A avaliação do trabalho aconteceu em conjunto com a turma, por meio de discussão envolvendo a recíproca “ação X reação”.

## DESCRIÇÃO DAS OFICINAS

O objetivo geral dessas oficinas é vivenciar experiências práticas envolvendo medições com o uso de seringas, trenas e/ou fitas métricas. Como objetivos específicos, podem ser citados: estudar as transformações que podem ser feitas com as Unidades de Medidas de Volume e de Comprimento, e efetuar algumas operações mentais envolvendo números decimais.

As atividades das oficinas tiveram a duração total de, aproximadamente, 350 minutos, divididos em 07 aulas de 50 minutos cada. Uma breve descrição das oficinas é apresentada no Quadro 01:

**Quadro 01: etapas da oficina pedagógica.**

| Ordem | Atividade                                                                                                                                     | Local                      | Recursos Didáticos                                                                                                                               | Tempo       |
|-------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------|
| 01    | Apresentação do tema, objetivos e atividades da oficina, pela coordenadora.                                                                   | Sala de aula.              | Quadro e pincéis.                                                                                                                                | 30 minutos  |
| 02    | Revisão das operações básicas de números inteiros e números decimais.                                                                         | Sala de aula.              | Quadro, pincéis, livros didáticos, caderno, lápis, borracha, canetas e calculadora.                                                              | 100 minutos |
| 03    | Mistura da água e suco artificial, e da água com o amido de milho (ajuda da auxiliar de serviços gerais).                                     | Cozinha da instituição.    | Torneira, garrafas de plástico, panela, fogão (gás e fósforos), colheres, água, suco artificial, amido de milho.                                 | 10 minutos  |
| 04    | Realização de medições com as seringas, copos-medida, água colorida e água espessa; cálculos mentais com medidas envolvendo números decimais. | Laboratório de Enfermagem. | Seringas de vários tamanhos, copos-medida, colheres, garrafas de plástico, panela, água colorida com suco artificial, e água com amido de milho. | 70 minutos  |
| 05    | Discussão sobre os                                                                                                                            | Sala de aula.              | Expressão verbal.                                                                                                                                | 20          |

|    |                                                                                                                                                                                                                                  |                                                  |                                                           |             |
|----|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------|-------------|
|    | resultados das atividades 01, 02, 03 e 04.                                                                                                                                                                                       |                                                  |                                                           | minutos     |
| 06 | Observação e breve estudo sobre o uso de trenas e fitas métricas.                                                                                                                                                                | Sala de aula.                                    | Trenas, fitas métricas, quadro e pincéis.                 | 10 minutos  |
| 07 | Medição de diferentes áreas da escola: dimensões da sala de aula e da porta da mesma sala; dimensões de vigas contidas no corredor de acesso às salas de aula; estudo das medidas da entrada principal para pedestres do Campus. | Laboratório de Enfermagem, pátio da instituição. | Fitas métricas, trenas, papel, lápis, borracha e canetas. | 70 minutos  |
| 08 | Avaliação do trabalho realizado.                                                                                                                                                                                                 | Sala de aula.                                    | Expressão verbal e anotações da coordenadora.             | 20 minutos. |

O Quadro 02 mostra alguns exemplos de experimentações realizadas:

**Quadro 02: experimentações realizadas pelas alunas da turma.**

- Medir 2,5 ml do líquido “ralo” com uma seringa e 2,5 ml do líquido “espesso” com outra seringa. Sentir a diferença entre puxar um líquido e outro com a seringa.
- Medir 3,5 ml de qualquer dos líquidos com a seringa de 10 ml, sabendo que a seringa é marcada de 2,5 em 2,5 ml.
- Medir 5 ml em cada uma das seringas e comparar a altura alcançada na seringa de 10 ml e na seringa de 25 ml.
- Medir a largura da porta de entrada da sala de aula.
- Medir a distância entre uma mesa e um armário que estão próximos um do outro, no Laboratório de Enfermagem.
- Medir a distância a ser percorrida entre a porta de saída do prédio principal e o portão de entrada/saída da instituição, observando também os obstáculos que podem surgir.

Os comentários e as perguntas das alunas durante a atividade foram anotados para efeito de avaliação e pesquisa; alguns merecem destaque, e serão mostrados no pôster.

As Figuras 01 a 03 ilustram o momento em que a turma participava das oficinas:

**Figura 01: a turma Cuidador de Idosos junto com a professora, no Laboratório de Enfermagem.**



Fonte: dados da pesquisa.

**Figura 02: grupo 01 realizando medições com as seringas.**



Fonte: dados da pesquisa.

A Figura 01 mostra a turma no Laboratório de Enfermagem, no início da Oficina “Trabalhando com as Unidades de Medidas de Volume”. Nesse momento, foi apresentado às alunas quais seriam as etapas do trabalho e qual seria o papel de cada participante ali presente. A execução dessa oficina pode ser vista na Figura 02; as alunas trocaram experiências entre si quanto ao uso correto das seringas, quanto à dificuldade em puxar um líquido mais espesso, sobre a maneira correta de oferecer um medicamento a um idoso, e muitas outras experiências interessantes.

Esse Laboratório também serviu de cenário para o início da Oficina “Trabalhando com as Unidades de Medidas de Comprimento”. As alunas juntamente com a coordenadora simularam um ambiente habitado por idosos e, por meio da obtenção das medidas das mesas, cadeiras e armários, além das distâncias entre as mesas e armários, realizou-se uma discussão sobre a segurança apropriada em ambientes para idosos.

**Figura 03: grupo 02 realizando medições com as seringas.**



Fonte: dados da pesquisa.

A Figura 03 mostra o Grupo 02 realizando o mesmo trabalho com as seringas. Para as medições foram utilizadas água colorida (vermelha e laranja) buscando uma melhor visualização da altura alcançada pelo líquido em determinada medida.

Para melhor ilustrar os diferentes tipos de medicamentos que um profissional Cuidador de Idosos poderá encontrar, além da água colorida, também foi utilizada uma água mais espessa, “engrossada” com o Amido de Milho. Algumas alunas logo identificaram: “Ah, esse aí pode ser um antibiótico!” e “Pode ser também uma alimentação via sonda.”

Após a conclusão dessa oficina, aconteceu a Oficina “Trabalhando com as Unidades de Comprimento”. O trabalho começou também no Laboratório de Enfermagem, como já mencionado, e seguiu-se para o pátio da instituição. No pátio, aconteceram medições de pilares, da largura de portas, largura do corredor e observação do significado de “1 m<sup>2</sup>”.

Nesse momento, uma aluna se lembrou das medidas de uma cadeira de rodas modelo padrão, e aí se iniciou uma discussão sobre os locais de difícil acesso para um cadeirante.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

Diante da necessidade de aprendizado do profissional Cuidador de Idosos, ou seja, diante do que precisavam aprender em Matemática e de acordo com a finalidade, percebe-se que o trabalho com oficinas foi bastante enriquecedor, possibilitando uma maior interação entre o ensino e a aprendizagem.

Após a realização das atividades no laboratório e no pátio, foi iniciado um debate com a turma sobre a relevância dos conteúdos estudados e a maneira como isso aconteceu. Todas as alunas, sem exceção, manifestaram boa compreensão sobre a aplicação dos tópicos matemáticos discutidos, reconhecendo também a importância de se conhecer a teoria do assunto.

A experiência com essas oficinas foi bastante prazerosa para a coordenadora, pois foi a oportunidade de vivenciar conteúdos matemáticos na prática, fora da sala de aula, além da oportunidade de conhecer um pouco sobre a experiência de vida de várias alunas, que já atuam há algum tempo como Cuidador de Idosos. O Laboratório de Enfermagem foi utilizado, nesse momento, como um Laboratório de Matemática, mostrando que a Matemática realmente está presente em todos os ambientes, basta que sejam vislumbrados.

Com base nas observações realizadas durante a execução das oficinas e dos comentários das alunas, foi possível perceber que estas foram bastante proveitosas e contribuíram de forma satisfatória para o aprendizado e vivência do conteúdo matemático nessa atividade profissional.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

PAVIANI, N. M. S.; FONTANA, N. M. **Oficinas pedagógicas: relato de uma experiência.** Revista Conjectura. V. 14, n. 2, p. 77 – 88. Caxias do Sul: maio/ago, 2009.

ZABALA, A. **A prática educativa:** como ensinar. São Paulo: Artmed, 2007.

**O que é?** Disponível em: <mulheresmil.mec.gov.br>. Acesso em: 21 jul. 2015.

# **A MODELAGEM MATEMÁTICA APLICADA NA DESCRIÇÃO DO CRESCIMENTO DA ALFACE**

**Cíntia Regina De Faria<sup>1</sup>**  
**Elizeu De Jesus Da Conceição<sup>2</sup>, Rodney Alves Barbosa<sup>3</sup>**

<sup>1</sup>Aluna do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Baiano – IF Baiano  
cintia\_regina\_faria@hotmail.com

<sup>2</sup>Graduando em Licenciatura em Matemática pela Universidade do Estado da Bahia (UNEB)-Campus X-  
elizeu.p@hotmail.com

<sup>3</sup>Professor Mestre em Engenharia de Produção no Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Baiano – IF Baiano-rodney.barbosa@teixeira.ifbaiano.edu.br

## **RESUMO**

Esta pesquisa teve como objetivo relacionar conteúdos Matemáticos unindo seus conhecimentos aos adquiridos durante o curso técnico em agropecuária por meio de um modelo matemático que descrevesse o melhor substrato agroecológico para o crescimento da alface de tipo crespa sem cabeça Verônica, nas condições climáticas de Teixeira de Freitas, Sul da Bahia, Brasil. Para tanto, realizou-se um experimento no If Baiano, em um espaço onde funciona o projeto mandala, em quatro canteiros, que receberam substratos distintos (esterco de gado, esterco de galinha e composto orgânico) com exceção do canteiro testemunha. Em cada canteiro se acompanhou seis plantas, onde a cada dois dias eram feitas medições de altura, diâmetro e número de folhas. Após os dados colhidos, estes foram submetidos a análises, até que se alcançou um modelo matemático oriundo de uma função afim. Os resultados apontam que o melhor desenvolvimento da alface foi alcançado no esterco de galinha.

**Palavras-chave:** Modelagem Matemática. Alface. Agroecologia.

## **REFERENCIAL TEÓRICO SOBRE MODELAGEM MATEMÁTICA**

Em tempos modernos, é certo que se discuta novos métodos de ensino aprendizagem no campo da Educação, e não seria diferente no campo da Educação Matemática; baseado nisso, podemos observar vários estudiosos da Educação Matemática, como Biembengut, D'Ambrósio, Barbosa entre outros, que vem buscando métodos que possam contribuir no ensino aprendizagem da Matemática no meio acadêmico. Para nos auxiliar no estudo deste caso, buscamos auxílio do método conhecido como Modelagem Matemática, cujo é tendência no campo da Educação Matemática.

Para Biembengut (2009) os ideais de Modelagem Matemática tiveram início nos Estados Unidos (EUA) e durante anos houve diversas discussões sobre as aplicações da Modelagem na Educação Matemática. Segundo CONCEIÇÃO, Elizeu et. al, 2014, a Modelagem Matemática aplicada à educação é um método alternativo de ensino da Matemática que pode ser usada em todos os âmbitos da educação, como um meio para a exploração da Matemática nos mais diversos aspectos, com o intuito de extrapolar os limites da sala de aula, oferecendo recursos para que os alunos compreendam e interfiram positivamente na sua realidade. Dessa forma, pode tornar possível despertar a intuição

Matemática dos mesmos, podendo trazer a Matemática aos alunos de uma maneira motivadora e criativa.

Assim, a Modelagem Matemática, se apresenta como uma brilhante tentativa de mostrar ao aluno que Matemática não é uma ciência fora do campo de alcance, mas sim um campo onde pode ser alcançado com métodos que leve os alunos a refletirem e alcançar satisfação no ensino-aprendizagem. Segundo definição no artigo de Conceição e Dias, para Biembengut;

A modelagem matemática pode ser considerada um processo artístico, visto que, para se elaborar um modelo, além de conhecimento de matemática, o modelador precisa ter uma dose significativa de intuição e criatividade para interpretar o contexto, saber discernir que conteúdo matemático melhor se adapta e também ter senso lúdico para jogar com as variáveis envolvidas (Biembengut 2009, apud Conceição e Dias 2014, p 4).

Já Bassanezi (2002) apud Conceição e Dias (2014, p 4) afirma que: “A modelagem matemática consiste essencialmente na arte de transformar problemas da realidade e resolvê-los, interpretando suas soluções na linguagem do mundo real”, ou seja, transformar pensamentos em números, funções e gráficos no papel.

Ou seja, a Modelagem Matemática pode ser compreendida como o método no qual podemos transformar acontecimentos e observações do dia-a-dia em tabelas, gráficos e funções que consigam demonstrar uma realidade.

Norteados nos estudos feitos, conceituamos Modelagem Matemática como uma ponte que dá acesso ao professor levar de forma contextualizada o ensino da Matemática a sala de aula, podendo gerar um maior grau de aprendizagem além de instigar os alunos a refletirem nas mais diversas aplicações da Matemática.

## **A CULTURA DA ALFACE**

A alface (*Lactuca sativa L.*) pertence à tribo Cicorae, e família Compositae, é a hortaliça folhosa mais produzida no Brasil, e apresenta afinidade pelo clima ameno. Evidências arqueológicas indicam que esta planta tem sido cultivada desde 4500 anos antes de Cristo (RYDER, 1999), nesta época já era cultivada pelos egípcios.

Segundo SUINAGA, F. A (2013, p.9).

A partir de sua domesticação, a alface foi disseminada pela região do Mediterrâneo, nas eras Grega e Romana e a partir desta região, para o resto do continente europeu. Atualmente existe uma grande variedade de cultivares de alface no mercado, que exploram diferenças nos formatos, tamanhos, texturas e cores das plantas.

Para coletar os dados que seriam necessários para a execução do modelo matemático, escolhemos uma alface do tipo crespa já que segundo (SALA & COSTA, 2005) a alface predominante no Brasil é desse tipo, liderando com 70% do mercado. O tipo americano detém 15%, a lisa 10%, enquanto outras (vermelha, mimosa, etc.) correspondem a 5% do mercado.

O grupo de alface tipo crespa vem crescendo consideravelmente nos últimos anos, em virtude de apresentar melhor resistência a doenças e ao transporte, maior período pós-colheita e melhor paladar, vantagens no elo mercado consumidor da cadeia produtiva. O cultivo da alface crespa é preferido também pelos produtores, pois a hortaliça apresenta aspecto de manuseio e transporte facilitado devido à disposição de suas folhas, o que a torna preferível entre os grupos (RODRIGUES et al., 2007). Essa folhosa possui muitas características que favorecem sua produção atraindo o agricultor para seu cultivo, como a

possibilidade de diversos cultivos durante o ano e larga adaptação às condições climáticas, porém a alface é muito exigente em mão-de-obra e água (MACIEL, 1968).

Além do modelo agrícola adotado e da espécie escolhida, outro ponto que também queremos destacar é a escolha em comparar o crescimento da alface em diversos substratos diferentes, onde com este ponto, conseguiríamos levar nosso estudo realizado em sala de aula para o produtor rural.

Para MACIEL (2007), a eficiência do substrato está diretamente relacionada a uma boa formação das mudas destinadas a produção vegetal. Um bom substrato deve ter uma boa capacidade de aeração, drenagem, retenção de água e disponibilidade balanceada de nutrientes, a formação do sistema radicular e a parte aérea estão associadas com essas características, sendo que as duas primeiras características estão relacionadas com a microporosidade e superfície específica do substrato.

## **MATERIAL E MÉTODOS**

E por se tratar de uma pesquisa-ação, onde os dados coletados foram diretamente no campo, caracterizamos esta pesquisa como *naturalista* ou de *campo*.

Classifica-se ainda como bibliográfica e qualitativa, pois foram utilizados, livros, revistas e trabalhos já publicados como fonte de referência e os dados são representados numericamente.

Realizou-se no período compreendido entre os dias 06 de novembro a 08 de dezembro de 2014, um ensaio de campo no Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Baiano - *Campus* Teixeira de Freitas (Teixeira de Freitas, BA), em um espaço onde funciona o projeto mandala (Figura 1), com o intuito de avaliar o substrato orgânico no qual a alface de tipo crespa sem cabeça Veronica melhor se desenvolve a partir de um modelo matemático. Para tanto, no dia 06/10/2014 foram semeadas em bandejas de isopor, com substrato comercial, sementes da espécie de alface tipo crespa sem cabeça Veronica, afim da produção de mudas, que foram acondicionadas no viveiro coberto da mandala. No dia 06/11/2014 foi realizado o preparo do solo de quatro canteiros cada um com 10m<sup>2</sup>, que posteriormente receberiam as mudas. A correção do solo foi realizada conforme o preconizado por Ribeiro et al. (1999). Cada canteiro recebeu um substrato diferente, sendo estes o esterco de galinha, colhido do galinheiro de galinhas caipira do *campus*, o esterco de vaca, produzido por vacas leiteiras no sistema de pastejo rotacionado e o composto orgânico produzido em uma composteira feita com restos de alimentos, palhadas de milho e esterco bovino, já o canteiro testemunha, obrigatoriamente não receberia nenhum tipo de suplementação mineral, para assim, demonstrar como seria o desenvolvimento do vegetal sem a interferência do ser humano. Após este manejo, ainda no mesmo dia do preparo de solo, em cada canteiro foram plantadas dezoito mudas de 30 dias com espaçamento de 0,30m dispostas em três fileiras, sendo que a parcela útil acompanhada durante a pesquisa compreendeu as seis primeiras plantas. O plantio das plantas seguiu o método descrito por Suinaga et al. (2013) e os tratos culturais baseados em Filgueira (2000). Já no dia do plantio com o auxílio de uma régua de 30 centímetros, que permaneceu até o fim do experimento, se mediu a altura, diâmetro e número de folhas das mudas. Estipulou-se medir as mudas a cada dois dias, exceto após o plantio, onde foi dado o período de quatro dias para que as plantas pudessem se adaptar ao novo ambiente. Diariamente foram feitas visitas a mandala para a realização de manejos básicos como o de rega e a retirada de ervas daninhas. A colheita foi realizada no dia 08/12/2014, 32 dias após o plantio.

Os dados coletados foram tabulados, e transformados em tabelas, gráficos, utilizando a ferramenta o software Microsoft Excel para construção de modelo(s)



matemático(s) que representam o desenvolvimento da alface em diversos tipos de substratos.

## RESULTADOS E DISCUSSÃO

Como descrito na metodologia, para ter um resultado neste trabalho, fizemos uso dos dados coletados nos períodos que corresponde de 6 (seis) de novembro a 8 (oito) de dezembro. Este é um período médio cuja alface está no ponto ideal para ser consumida ou comercializada. Para ter um resultado mais preciso a coleta de dados era realizada a cada dois dias, exceto a primeira coleta a qual teve um tempo de carência de quatro dias com a intenção de que as plantas se adaptassem ao novo ambiente.

Com as plantas ainda em campo já foi percebido diferenças visuais significativas no crescimento das mesmas nos diversos substratos.

Para obter um modelo, passamos pelo que diz Biembengut (2009) “a Modelagem Matemática é a arte de modelar que leva o aluno à reflexão de situações reais”. Nesta situação, foi necessário que tentássemos encontrar um modelo por meio de vários conteúdos matemáticos, até que por fim encontramos uma função cujo melhor se adaptou na obtenção do resultado. Para nosso modelo utilizamos apenas dois dados no momento, o número de folhas e o tempo, porém com o intuito de utilizar os outros em próximos trabalhos.

O modelo matemático foi obtido a partir da união de uma média a uma função afim. A fórmula abaixo representa a Média Geral de Folhas por Experimento (MGFE) e nos informa a média do total de folhas alcançado na colheita pelas plantas em cada substrato.

$$MGFE = \frac{stfp1 + stfp2 + sfcp3 \dots + \dots stfnp}{N}$$

**MGFE = Média de Geral de Folhas por Experimento**

**STCP = Soma Total de Folhas por Planta**

**N = Números de Plantas**

Após encontrar os valores de MGFE em cada substrato, este foi utilizado na função afim que nos informará o valor final do desempenho das plantas em cada substrato. Para descrever o modelo encontrado, vamos descrever abaixo o que representa cada termo da função **f(x) = ax+b**.

Y = Desempenho das Plantas por Substrato (DPS)

X = Média de Geral de Folhas por Experimento

A = número total de dias do experimento em campo

B = quantidade de dias de espera para a primeira coleta de dados

Para a aplicação das fórmulas os dados foram organizados em tabelas separadas por substratos (Tabela 1). Com esta função foi possível chegar a um valor final, que quanto maior for nos indica que naquele determinado substrato as plantas obtiveram melhor ganho de folhas em relação ao tempo. Dessa forma, alcançamos os seguintes resultados para cada experimento:

O Testemunha alcançou o DPS = 4,9106;

O Composto alcançou o DPS = 4,484;

O de Gado alcançou o DPS = 5,3544;

O de Galinha alcançou o DPS = 6,2653.

A partir dos resultados constatamos que as plantas submetidas ao esterco de galinha se destacaram dos demais alcançando o melhor ganho de folha no período estudado. Com estes resultados, podemos indicar parcialmente o substrato de galinha para o cultivo da alface na região se comparado o ganho de folhas em relação a outros substratos agroecológicos partindo do princípio levantado por Sala & Costa (2012), no qual existe uma tendência no Brasil, semelhante ao ocorrido nos Estados Unidos e Europa, de se consumir as folhas de alface processadas e embaladas. Neste sentido, plantas que possuam maior número de folhas comerciais são desejáveis visando atender a esta demanda crescente de mercado. Este é um resultado parcial sujeito a alteração de resultados em novos estudos, uma vez que aconteceu a morte de uma planta no experimento de substrato de gado, toda via este fator não alteraria o resultado alcançado pelo experimento com substrato de galinha, além de não influenciar tanto nos resultados finais já que se trabalhou com médias.

A partir dos dados coletados obtivemos uma tabela específica (Tabela 1) que descreve o crescimento das plantas de cada substrato, apontando o número de folhas individual das plantas em cada dia de medição como também os resultados encontrados do modelo construído.

**TABELA 1. Dados da planta três submetida ao composto.**

|                  | PLANTAS SUBMETIDAS AO SUBSTRATO COMPOSTO ORGÂNICO |     |     |     |     |     |
|------------------|---------------------------------------------------|-----|-----|-----|-----|-----|
|                  | P1                                                | P2  | P3  | P4  | P5  | P6  |
| 10/nov.          | 4                                                 | 4   | 5   | 5   | 4   | 5   |
| 12/nov           | 4                                                 | 4   | 7   | 5   | 6   | 5   |
| 14/nov           | 5                                                 | 4   | 7   | 5   | 6   | 6   |
| 16/nov           | 6                                                 | 5   | 8   | 6   | 8   | 6   |
| 18/nov           | 6                                                 | 5   | 8   | 6   | 8   | 6   |
| 20/nov           | 8                                                 | 5   | 8   | 5   | 9   | 8   |
| 22/nov           | 8                                                 | 5   | 9   | 6   | 10  | 8   |
| 24/nov           | 9                                                 | 8   | 11  | 7   | 11  | 10  |
| 26/nov           | 9                                                 | 8   | 12  | 8   | 11  | 10  |
| 28/nov           | 10                                                | 9   | 14  | 8   | 12  | 10  |
| 30/nov           | 12                                                | 10  | 15  | 9   | 14  | 11  |
| 02/dez           | 12                                                | 10  | 16  | 11  | 15  | 13  |
| 04/dez           | 13                                                | 11  | 16  | 11  | 16  | 14  |
| 06/dez           | 14                                                | 12  | 17  | 12  | 16  | 15  |
| 08/dez           | 14                                                | 12  | 18  | 14  | 17  | 15  |
| STFP             | 134                                               | 112 | 171 | 118 | 163 | 142 |
| <b>MGFE</b>      | <b>140</b>                                        |     |     |     |     |     |
| <b>f(x)=ax+b</b> | <b>4484</b>                                       |     |     |     |     |     |

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

- 1) O modelo matemático que melhor se enquadrou para a descrição do crescimento da alface foi à união de uma média a uma função afim.
- 2) As plantas submetidas ao substrato orgânico esterco de galinha obtivera o melhor resultado de ganho de folhas por tempo, sendo este indicado para o cultivo da alface tipo crespa sem cabeça Veronica na região de Teixeira de Freitas, Sul da Bahia, Brasil.
- 3) As plantas oriundas do canteiro testemunha obtiveram resultados superiores se comparadas com as submetidas ao composto orgânico, resultado este que não era esperado e assim, demanda maiores pesquisas nesta área. No entanto, o estudo nos

proporcionou um contato com conteúdo já adquirido da Matemática, mostrando a sua aplicabilidade em situações reais do cotidiano.

#### REFERENCIAS :

BIEMBENGUT, M.S e HEIN. N. **Modelagem Matemática no ensino**. In. 5º ed. São Paulo: Contexto. 2009.

BIEMBENGUT, M.S; **30 Anos de Modelagem Matemática na Educação Brasileira: das propostas primeiras às propostas atuais**. In. ALEXANDRIA Revista de Educação em Ciência e Tecnologia, v.2, n.2, p.7-32, jul. 2009.

CONCEIÇÃO, E. J e DIAS, E. T. **Ensino Da Matemática Por Meio Da Modelagem Matemática**. In: VII SEPEX 2014 Campus-X da Uneb.

MACIEL R.F.P. 1968. **Estudo sobre a influência do espaçamento, níveis de irrigação e adubação na cultura da alface (Lactuca sativa L.)**. In. Viçosa: UFV. 48p (Tese Mestrado).

MACIEL, P. H. F. Z. A.; Rocha, D. S.; PARO, P.; GIODA, M.; BOTREL, M. C. G. **Produção de mudas de Jatropha curcas L. em diferentes substratos**. In: Congresso da Academia Trinacional de Ciências, 2. Mostra de Trabalhos e Protótipos, 2. Workshop do PDTA - Programa de Desenvolvimento Tecnológico Avançado, 2. Foz do Iguaçu - PR. Resumos Foz do Iguaçu-PR: 25 Universidade Estadual do Oeste do Paraná (Unioeste), 2007

RIBEIRO, A.C.; GUIMRÃES, P.T.G. & ALVAREZ V., V.H., eds. **Recomendações para uso de corretivos e fertilizantes em Minas Gerais** . In: 5ª Aproximação. Viçosa, Universidade Federal de Viçosa, 1999. 359p.

RODRIGUES, I.N.; LOPES, M.T.G.; LOPES, R.; GAMA, A.S.; MILAGRES, C.P. **Avaliação de cultivares de alface crespa para a região de Manaus**. In: CONGRESSO BRASILEIRO DE OLERICULTURA, 47. Resumos... Porto Seguro: ABH, 2007. (CD ROM).

RYDER E.J. **Lettuce, endive and chicory**. New York: CABI Publishing, 1999. 208p.

SALA, F.C.; COSTA, C.P. **Retrospectiva e tendência da alfaceicultura brasileira**. Horticultura Brasileira, v.30, p.187-194, 2005.

SUINAGA, F. A. **Desempenho produtivo de cultivares de alface crespa** / Fábio Akiyoshi Suinaga. – Brasília, DF: Embrapa, 2013. 15 p. –In: (Boletim de Pesquisa e Desenvolvimento / Embrapa Hortaliças ; 89).

# **A PRODUÇÃO DO MATERIAL DIDÁTICO EM UM CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA A DISTÂNCIA: O OLHAR DOS RESPONSÁVEIS PELO APOIO TÉCNICO**

**Samira Bahia e Castro<sup>1</sup>**  
**Silvana Claudia dos Santos<sup>2</sup>**

<sup>1</sup>Universidade Federal de Viçosa/ Departamento de Educação, samirabahia@yahoo.com.br

<sup>2</sup>Universidade Federal de Viçosa/ Departamento de Educação, silvana.santos@ufv.br

## **Resumo**

Esse trabalho é fruto de uma pesquisa, em andamento, que tem por objetivo investigar como ocorre o planejamento do ensino no curso de Licenciatura em Matemática a distância da Universidade Federal de Viçosa – UFV, com foco no modo como o material didático é produzido. Para tanto, estão previstas visitas à Coordenadoria de Educação Aberta e a Distância da UFV para observar o processo de orientação e produção de materiais didáticos, bem como a realização de entrevistas com os técnicos que oferecem o apoio aos docentes no que se refere à produção desses materiais. Também serão analisados alguns materiais didáticos, com o intuito de identificar os diferentes formatos utilizados no curso. Além disso, realizaremos entrevistas com professores, buscando sistematizar suas compreensões sobre o planejamento do ensino nessa modalidade, as dificuldades encontradas e suas necessidades formativas para atuarem no referido curso. Nesse momento da pesquisa, o conjunto de dados ainda não está completo. Contudo, com base em uma análise parcial, observamos que os professores, em sua maioria, não possuem uma formação prévia para se trabalhar com educação a distância e não possuem conhecimentos de quais são os materiais didáticos que podem ser produzidos e nem de como produzi-los. Entretanto, notamos que é oferecido apoio pedagógico e técnico para a elaboração desses materiais. Acreditamos que esse estudo se mostra importante, pois poderá oferecer subsídios aos gestores e ao corpo docente dessa licenciatura, contribuindo com a avaliação e o aprimoramento dessa proposta de formação de professores de matemática.

**Palavras-chave:** Educação Matemática, Educação a Distância, Planejamento do Ensino.

## **INTRODUÇÃO E JUSTIFICATIVA**

O grande avanço da Educação a Distância (EaD) nos últimos anos vem apresentando desafios e gerando muitas discussões. Por mais que ainda existam debates que focam em sua viabilidade, ela já é realidade no país. Diante disso, acreditamos, com base na literatura, que a EaD, no Brasil, já está consolidada enquanto política pública educacional que visa democratizar o acesso ao ensino superior (SANTOS, 2013; BORBA; MALHEIROS; AMARAL, 2011). Portanto, torna-se imprescindível investigar os diversos aspectos que permeiam essa modalidade educacional para que possamos avançar nas práticas. E é nessa direção que a nossa pesquisa visa caminhar, de modo que buscaremos contribuir com essas discussões, principalmente, no âmbito de nossa instituição, a Universidade Federal de Viçosa (UFV), que tem participado timidamente desses debates, mas, por outro lado, se mostra extremamente interessada nessas questões.

Assim sendo, queremos, com esse estudo, contribuir com o debate dedicando-nos às questões referentes ao planejamento de ensino e à produção de materiais didáticos para a

EaD. Nesse sentido, almejamos investigar como isso vem ocorrendo no curso de Licenciatura em Matemática a Distância da UFV. Diante disso, surge a questão que norteará essa pesquisa: Como os professores do curso de Licenciatura em Matemática a distância da UFV planejam e produzem os materiais didáticos para esse curso? Logo, o objetivo principal dessa pesquisa é investigar o planejamento do ensino no curso de Licenciatura em Matemática a distância da UFV, com foco no modo como o material didático, disponibilizado aos alunos, é produzido pelos professores.

Para tanto, contamos com o apoio do Grupo de Atenção às Tecnologias na Educação (GATE), sediado no Departamento de Educação da UFV. Esse Grupo de pesquisa tem despendido esforços no estudo de questões relacionadas ao uso de tecnologias na Educação, bem como no que se refere à EaD, de modo que nossa pesquisa será desenvolvida no âmbito das ações desse Grupo de pesquisa. Além disso, essa investigação está vinculada a um projeto mais amplo, em construção, que tem como principal pesquisadora a coordenadora do GATE e segunda autora desse trabalho, intitulado “Licenciatura em Matemática a Distância na UFV: discutindo concepções, práticas e possibilidades de formação”. Tal projeto gerador tem como objetivo investigar o curso de Licenciatura em Matemática a Distância da UFV, visando realizar uma avaliação do curso. Já há pesquisas em andamento, em nível de iniciação científica e mestrado, sobre as necessidades formativas dos tutores, a problemática da evasão na perspectiva dos evadidos e sobre o estágio curricular nessa licenciatura.

Sendo assim, a pesquisa que embasa esse trabalho busca discutir sobre como ocorre o planejamento do ensino e, mais especificamente, a produção dos materiais didáticos no curso de Licenciatura em Matemática a distância da UFV. Desse modo, pretendemos lançar luz a essa questão de modo a subsidiar as discussões sobre esse curso a distância e outros oferecidos na UFV ou fora dela. Entendemos que o planejamento é a base de qualquer atividade docente e, nesse processo, a produção (ou mesmo a seleção) de materiais didáticos se mostra como momento chave quando se trata de planejamento do ensino. Portanto, para investigar o curso de Licenciatura em Matemática a Distância da UFV e buscar subsídios para o seu aprimoramento, é essencial compreendermos como se dá o planejamento e a produção de materiais nas disciplinas, considerando suas especificidades.

Diante disso, o objetivo do presente trabalho é apresentar qual a visão que os técnicos possuem em relação ao modo como esses materiais estão sendo planejados e produzidos pelos professores, sendo que esses profissionais são, no contexto do curso que serve de cenário para nossa investigação, os responsáveis por toda a orientação e apoio aos professores durante o planejamento e elaboração dos materiais didáticos.

## **METODOLOGIA**

Em nossa pesquisa temos investigado o planejamento do ensino no curso de Licenciatura em Matemática a distância da UFV, como foco na produção do material didático disponibilizado aos estudantes ao longo das disciplinas. Por não estarmos preocupados com a representatividade quantitativa dos dados, mas sim com o quão significativos eles se mostram para compreender o fenômeno em questão, é que adotamos a abordagem qualitativa de pesquisa. Acreditamos que essa perspectiva metodológica melhor se enquadra ao objetivo desta pesquisa, pois não se trata de medir ou quantificar algo, mas sim investigar aquilo que é particular e buscar contribuições para um fenômeno mais geral, levando em conta aspectos subjetivos como emoção, crenças, sentimentos.

Os procedimentos de coleta de dados definidos para a realização desse estudo consistem em visitas à Coordenadoria de Educação Aberta e a Distância da UFV (CEAD/UFV) para observar como são feitas as orientações e apoio aos docentes no processo de produção dos materiais, o que já foi finalizado. Além disso, nessas visitas, já realizamos entrevistas junto aos técnicos da CEAD para analisar, na perspectiva deles, o desempenho dos docentes na produção de materiais e como ocorre esse processo. Atualmente, estamos selecionando alguns materiais produzidos pelos docentes ao longo do curso, com o intuito de identificar os seus diferentes formatos, considerando as especificidades das disciplinas. Os dados provenientes dessas visitas estão sendo registrados em um caderno de campo, onde estamos tomando nota de aspectos relevantes para a pesquisa. Além disso, também serão realizadas, ainda, entrevistas com professores que atuam, ou atuaram, no curso em questão para identificar as suas compreensões sobre o planejamento do ensino a distância, suas dificuldades como produtores/autores de materiais didáticos para a EaD, bem como as suas necessidades formativas para atuarem nesse contexto. Sobre esse aspecto, destacamos que a escolha dos docentes se dará a partir de consulta prévia aos técnicos da CEAD, devido ao seu envolvimento direto com os docentes nesse processo, e da análise dos materiais didáticos já produzidos. Nossa intenção é ouvir tanto professores que apresentaram desenvoltura na produção desses materiais quanto aqueles que demonstraram dificuldades na produção de materiais para esse tipo de curso. Buscaremos, ainda, escolher professores que atuam tanto com disciplinas específicas de Matemática (Cálculo, Álgebra, Geometria, por exemplo) quanto disciplinas de formação pedagógica (Didática, Políticas Públicas Educacionais, Estágio Supervisionado, por exemplo). Esse procedimento se justifica devido ao fato de buscarmos maior aproximação com a realidade e evitarmos o viés do pesquisador, tendendo a destacar mais um aspecto que outro.

As entrevistas, tanto com os técnicos quanto com os docentes, estão sendo gravadas em áudio. Para Rosa e Arnoldi (2006, p. 87) esse método de coleta de dados permite “[...] a obtenção de grande riqueza informativa – intensiva, holística e contextualizada – por serem dotadas de um estilo especialmente aberto [...]”. Optamos pela entrevista semiestruturada, pois “[...] o questionamento é mais profundo e, também, mais subjetivo, levando ambos [entrevistador e entrevistado] a um relacionamento recíproco, muitas vezes, de confiabilidade”.

Estamos organizando e sistematizando os dados, para efeito de análise, concomitantemente ao processo de coleta, pois esta fase da pesquisa requer idas e vindas que auxiliam no esclarecimento dos fatos. Os dados das entrevistas, bem como das observações, serão “triangulados”, visando maior abrangência e compreensão do objeto de estudo. Segundo Goldenberg (2003, p.63) a triangulação “[...] tem por objetivo abranger a máxima amplitude na descrição, explicação e compreensão do objeto de estudo”.

A partir de um estudo concentrado e cuidadoso dos dados, identificaremos temas emergentes que subsidiarão as nossas interpretações e nos auxiliarão na formulação de possíveis respostas às nossas indagações de pesquisa.

## **RESULTADOS PARCIAIS**

O presente trabalho ainda se encontra em andamento. Até o momento foram feitas visitas à CEAD/UFV, onde foi possível observar a orientação aos professores sobre a produção de alguns formatos de material didático e realizar entrevistas com dois técnicos, os quais serão identificados, nesse texto, por técnico 1 e técnico 2, a fim de preservar a identidade dos mesmos. Diante disso, podemos fazer algumas considerações importantes

em relação ao planejamento e elaboração do material didático no curso de Licenciatura em Matemática à distância da UFV.

Primeiramente, constatamos, por meio de observações, que a CEAD/UFV oferece uma ótima estrutura para o desenvolvimento de diferentes tipos de materiais didáticos para os cursos a distância. Ela se subdivide em cinco setores para promover um melhor apoio ao professor, sendo eles “apoio pedagógico e suporte ao PVAnet (o ambiente virtual de aprendizagem utilizado pela UFV)”, “Produção áudio visual”, “Programação em Flash”, “Diagramação e revisão textual” e “Desenvolvimento web”. Cada setor é responsável por uma etapa do processo ou pela elaboração de um tipo de material. Dentre os materiais produzidos para os cursos a distância, podemos citar as aulas narradas, as videoaulas, os tutoriais e os materiais impressos.

Percebemos, assim, que a CEAD oferece a todos os professores que vão atuar na EaD, apoio pedagógico para o planejamento dos materiais e apoio técnico para a elaboração dos mesmos, fato que foi confirmado por ambos os técnicos entrevistados. Eles afirmaram que a CEAD disponibiliza profissionais para conversarem com os professores e apresentarem os produtos que podem ser desenvolvidos. Além disso, oferece aos docentes oficinas para produção de aulas narradas, que, considerando todos os cursos oferecidos, é o tipo de material mais produzido, além de reuniões individuais de planejamento para a elaboração de todos os produtos. No curso de Licenciatura em Matemática, especificamente, por ter muitas disciplinas teóricas, os materiais didáticos mais produzidos são as apostilas, que contém todo o conteúdo na forma de texto, e as videoaulas, que são utilizadas para resolução de exercícios matemáticos. Quase não há, de acordo com os técnicos, a gravação de aulas narradas para esse curso, principalmente quando se trata de disciplinas específicas da área, tais como Cálculo, Álgebra, Geometria, etc.

Em relação à formação docente, os técnicos afirmaram que, por ser um curso a distância, ele exige que o professor tenha conhecimentos sobre essa modalidade de ensino, apesar de muitos não terem esse tipo de formação na graduação. Além disso, eles julgam importante possuir conhecimentos básicos de informática. Segundo eles, também se faz necessário que se tenha conhecimentos pedagógicos e didáticos, pois não basta o professor trazer para a EaD exatamente o que ele faz no presencial, é preciso que ele adapte seu conteúdo para essa modalidade.

Os técnicos relataram que é necessário que o professor tenha planejamento, tanto do tempo quanto dos produtos, pois a EaD exige que o professor tenha tudo pronto com antecedência, para poder revisar todo o material e modificar caso algo precise ser corrigido ou refeito. Afinal, não é somente o professor o responsável pela disciplina, há toda uma equipe que trabalha dando apoio a ele e desenvolvendo os materiais, logo essa equipe precisa ter todo o planejamento do professor em mãos para produzir os materiais.

Diante disso, podemos inferir que os professores podem apresentar algumas dificuldades ao atuarem nessa modalidade de ensino, já que muitos não apresentam o devido conhecimento e preparo para tal. O técnico 1 afirma que a maior dificuldade apresentada pelos professores está relacionada com o medo de lidar com as tecnologias, o que traz insegurança e, muitas vezes, vergonha, pois a pessoa não gosta de ouvir sua própria voz gravada ou se ver em um vídeo. O técnico 2 também afirma que grande parte dos professores tem dificuldades em encarar as câmeras e acrescenta que vários professores se perdem em relação ao material que irão produzir, ou seja, não têm clareza sobre qual formato ou linguagem é mais adequada para o assunto que pretendem discutir (vídeo, tutorial, aula narrada, texto) e afirma que essa dificuldade do professor poderia ser sanada se houvesse um melhor suporte do setor pedagógico.



Para tentar reduzir as dificuldades apresentadas pelos professores, os técnicos procuram conversar bastante com eles, com o intuito de tranquilizá-los, além de tentarem manter um clima agradável e confortável, para que os professores percebam que a gravação, por exemplo, pode ser feita de forma natural. Eles argumentam, também, que ao perceberem que a gravação não está ficando de acordo com o desejável, do ponto de vista técnico, conversam com o professor a fim de mostrá-los o que pode ser melhorado e sugerir modos de aprimorá-la. A ideia, segundo eles, é sempre tentar fazer com que o professor seja um melhor comunicador.

Visto que muitos professores não possuem uma formação prévia para atuarem na EaD, já que os cursos de formação de professores nem sempre os preparam para isso, é possível inferir que boa parcela dos docentes não se encontram completamente preparados para atuar nessa modalidade. O técnico 1 concorda com esse pensamento e afirma que os professores que chegam para atuar no curso a distância estão despreparados e já chegam frustrados por terem consciência dessa sua condição. Sendo assim, em um primeiro momento, não se sentem à vontade para atuar nele. Porém, a grande maioria dos professores, ao longo das gravações, vão aprendendo, vão se soltando, se sentindo mais à vontade. No entanto, o técnico 2 discorda dessa ideia. Ele crê que qualquer professor pode obter um bom desempenho em um curso à distância. O problema é que muitos não acreditam que se possa fazer um bom curso à distância, ou seja, não acreditam na modalidade em si. Além disso, pensa que muitas vezes o desempenho de professor na EaD não é satisfatório por incidir muita carga sobre ele e por faltar um apoio maior, até da instituição, para que o professor possa oferecer uma boa disciplina a distância. Esse técnico acredita, também, que a maioria dos professores que atuam no curso de Licenciatura em Matemática a distância da UFV se sente à vontade para trabalhar no mesmo e aqueles que possuem mais insegurança indicam os tutores para gravar as suas aulas.

O técnico 1 não avalia bem o desempenho dos professores de matemática na produção de materiais didáticos, até porque, segundo ele, o curso começou com planejamento pouco detalhado e foi sendo planejado enquanto já estava em andamento, o que gerou muitos problemas. Esse técnico relata que a falta e a falha de comunicação foi muito grande e não existia antecedência na produção de materiais. Relata ainda que existem docentes que não vão até à CEAD nem para gravar as aulas (quem faz a gravação é o tutor) e, diante disso, considera impossível uma disciplina ser bem-sucedida sem o professor frequentar o lugar onde está sendo produzido o material da disciplina dele. Entretanto, afirma que existem professores que são excelentes e desenvolvem seu trabalho de forma satisfatória.

Já, o técnico 2 afirma que, em se tratando de conteúdo, todos os professores se mostram preparados, já no que se refere à produção dos materiais didáticos, o resultado depende do treinamento dos técnicos para com os professores, e não o contrário. Avalia que os professores do curso de Licenciatura em Matemática apresentam um bom desempenho na elaboração do material didático, acha apenas que poderia variar um pouco no material produzido, pois se faz, praticamente, apenas videoaula de resolução de exercício, muito próximo ao que seria uma aula expositiva tradicional.

Durante a entrevista com os técnicos, solicitamos que eles sugerissem ideias que pudessem contribuir para melhoria dos materiais produzidos. Assim, o técnico 1 sugere que os professores “abram a cabeça” – expressão essa utilizada por ele na entrevista – e conversem muito com as pessoas que vão trabalhar com ele, porque, no curso a distância, há uma equipe (técnica e pedagógica) que o auxilia no planejamento e produção de materiais, ou seja, o professor não trabalha sozinho, como, geralmente, ocorre no presencial. Deste modo, o docente deve saber trabalhar em equipe e deve perder medos (de



tecnologias, do desconhecido). O técnico 1 destaca, ainda, que o professor é o responsável pela própria formação, pois os cursos de licenciatura não oferecem, segundo ouviu dos professores, uma formação para atuarem a distância. A formação é feita no momento que ele começa a trabalhar em equipe, a atuar no curso, por isso é importante a antecedência e o planejamento detalhado e reflexivo. Se um professor vai trabalhar na EaD ele também irá se formar como professor dessa modalidade ao longo da docência. Para o técnico 1, é importante o professor analisar o material e refletir sobre ele, antes de encaminhar aos alunos. Segundo ele, o processo reflexivo deve ocorrer antes da produção do material didático, ou seja, ao longo do planejamento, durante a produção e depois do produto pronto.

Já o técnico 2 acredita que para um melhor desempenho dos professores, eles devem ter uma menor carga de trabalho para poderem se dedicar mais à EaD. Além disso, necessitam planejar com antecedência o modo como pretendem abordar os assuntos de sua disciplina e serem melhor preparados, no sentido técnico da produção de material. Ele argumenta, ainda, que falta dos técnicos oferecer essa capacitação aos professores. Assim, pensa que é preciso se ter um maior investimento técnico e didático ao professor, o que melhoraria, segundo ele, não só o ensino a distância, mas também o presencial.

Diante do exposto, notamos que para um avanço no curso de Licenciatura em Matemática a distância da UFV, em relação ao planejamento do ensino e, mais especificamente, à produção de material didático, é necessário dedicação por parte do professor para capacitar-se a trabalhar com a EaD, investimento da instituição na formação desse docente e maior apoio a esse professor por parte dos técnicos da CEAD. Como já afirmamos ao longo desse texto, nosso conjunto de dados ainda está incompleto, de modo que esses resultados podem ser considerados parciais e limitados para responder nossas indagações. Ainda precisamos fazer uma análise mais detalhada do material didático e ouvir os professores desse curso. Entretanto, já podemos conjecturar que os técnicos, e a CEAD de modo mais amplo, possuem um papel fundamental no planejamento do ensino no referido curso e também na formação técnica do docente para atuar na EaD. Sobre esse aspecto, entendemos que, ao que parece, os professores nem sempre atuam, no sentido literal da palavra “atuar”, pois não são preparados para serem comunicadores, característica essa extremamente importante na dinâmica de um curso dessa natureza, embora, defendemos, não só nele.

## REFERÊNCIAS

BORBA, M. C.; MALHEIROS, A. P. S.; AMARAL, R. B. **Educação a Distância online**. 3ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2011.

GOLDENBERG, M. **A Arte de Pesquisar**. 7ª ed. Rio de Janeiro: Record, 2003.

ROSA, M. V. F. P. C.; ARNOLDI, M. A. G. C. **A Entrevista na Pesquisa Qualitativa: mecanismos para validação dos resultados**. Belo Horizonte: Autêntica, 2006.

SANTOS, S. C. **Um Retrato de uma Licenciatura em Matemática à distância sob a ótica de seus alunos iniciantes**. Tese de Doutorado da Universidade Estadual Paulista, 2013.

# **A RECONSTRUÇÃO DE CONHECIMENTO MATEMÁTICO A PARTIR DO REAPROVEITAMENTO DE MATERIAIS RECICLÁVEIS**

**Griselda Leite de Oliveira Matos<sup>1</sup>, Jossara Bazílio de Souza Bicalho<sup>2</sup>**

<sup>1</sup>Instituto Federal de Minas Gerais, Câmpus São João Evangelista/Licenciatura em Matemática, griseldaleite@hotmail.com

<sup>2</sup>Instituto Federal de Minas Gerais, Câmpus São Joao Evangelista/ Licenciatura em Matemática jossara.bicalho@ifmg.edu.br

## **Resumo**

O presente trabalho trata de um relato de experiência sobre a confecção de materiais didáticos para o estudo dos “Fatos Fundamentais” e do “Sistema Decimal de Numeração”, a partir do reaproveitamento de garrafas pet, caixas de leite, entre outros. O desenvolvimento dos jogos “Dominó dos Fatos Fundamentais” e “Jogo da Memória” e do material concreto “Quadro Valor de Lugar” pretendeu facilitar o processo de (re)estudo da tabuada e das operações de adição e subtração no 6º ano do Ensino Fundamental em escola parceira do PIBID, tendo em vista que, muitas vezes, os estudantes chegam a essa etapa sem o domínio desses temas. Assim, o objetivo foi desenvolver materiais didáticos capazes de tornar o reestudo dos conteúdos matemáticos mais interessantes, bem como despertar os estudantes para as questões ambientais voltadas aos seus espaços de vivência. O desenvolvimento deste trabalho rendeu a participação da escola na II Feira de Matemática do Vale do Rio Doce, espaço em que os alunos apresentaram e relataram as contribuições desses recursos para o seu processo de aprendizagem.

**Palavras-chave:** Materiais Didáticos. Fatos Fundamentais. PIBID.

.

## **INTRODUÇÃO**

Este trabalho trata de um relato de experiência de uma aluna bolsista do Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência – PIBID, do Instituto Federal de Minas Gerais, Câmpus São João Evangelista, sobre a confecção de jogos matemáticos desenvolvidos com alunos de 6º ano do Ensino Fundamental da Escola Estadual Senador Francisco Nunes Coelho, na cidade de Guanhães, MG.

Na sociedade atual, a escola deve incorporar os recursos que são disponibilizados. Foi a partir disso que foi apresentada aos alunos a importância de se utilizar materiais recicláveis para a construção de materiais didáticos, dando ênfase à educação ambiental. Segundo Marchioni (2008, p. 09), a aprendizagem e o ensino da matemática a partir do material reciclável oferecem múltiplas interações entre o aluno e o objeto do conhecimento. O trabalho com o lixo nos permite repensar a forma de trabalhar com os conteúdos matemáticos, partindo de objetos conhecidos e presentes no cotidiano dos alunos.

Nesse sentido, Fiorentini e Miorim (1990, p.6) afirmam que “o material mais adequado, nem sempre, será o visualmente mais bonito e nem o já construído. Muitas

vezes, durante a construção de um material, o aluno tem a oportunidade de aprender matemática de uma forma mais efetiva.”

Desta forma, quaisquer que sejam os desafios que promovam maior sistematização de experiências e de vivências relacionadas ao saber-fazer docente articulado com os saberes socioculturais dos discentes deverão ser incentivados.

Assim, sentiu-se a necessidade de desenvolver nos alunos a sensibilidade para as questões ambientais aliados à construção dos jogos, pois quanto mais cedo for o despertar para reutilização de matérias recicláveis maiores frutos se colherão no futuro. Na busca pela interação dos alunos com a matemática, o jogo, além da assimilação de conceitos, possibilita aos alunos desenvolver capacidades de organização, interação com seus pares, saber lidar com a questão de ganhar e perder, entre outros, tornando a aula mais dinâmica e com maior aprendizagem.

### **RECURSOS DIDÁTICOS CONSTRUÍDOS COM MATERIAIS RECICLÁVEIS PARA O PROCESSO DE ENSINO E APRENDIZAGEM DA MATEMÁTICA**

Para nortear a elaboração do material didático, realizou-se, inicialmente, um estudo bibliográfico que envolveu estudos teóricos, verificação de livros didáticos, artigos sobre os objetos de pesquisa e análise das potencialidades de diversos materiais recicláveis para a construção e adaptação de jogos matemáticos educativos.

Terminada essa etapa, optou-se pela utilização de materiais que costumam ser descartados com maior frequência na natureza como, por exemplo, garrafas pet, papelão, caixas de leite, entre outros. Com esses materiais, foi proposta a elaboração de algumas atividades lúdicas que envolvessem jogos matemáticos, respeitando os conteúdos propostos pelos Parâmetros Curriculares Nacionais-PCN para o Ensino Fundamental.

Para a construção do “Dominó dos Fatos Fundamentais da Matemática” foram utilizados trinta e duas (32) caixas de leite, cola branca, tesoura, papel color set para encapar, e folhas impressas com as operações para colagem.

O “Jogo da Memória” foi construído no verso de papel cartão reciclado, com as inscrições em pincel. Foi feito um dado a partir de caixa de papelão encapada de folha de rascunho e os números foram feitos de papel de seda. Na figura, têm-se os jogos devidamente construídos.

Já para a construção do Quadro Valor de Lugar foi utilizado um pedaço de madeira para servir de base, quatro (4) garrafas pet, uma para cada ordem do sistema decimal: unidade, dezena, centena, unidade de milhar. Ocorreu o reaproveitamento de folhas de E.V. A (Espuma Vinílica Acetinada) utilizadas para fazer as letras que foram coladas nas garrafas pet e nas fichas para a contagem e apresentação do QVL (Quadro Valor de Lugar).

Após a construção desses materiais, surgiu a oportunidade de apresentá-lo na “II Feira de Matemática do Vale do Rio Doce”, uma ação do subprojeto Matemática do PIBID/IFMG que ocorreu Câmpus São Joao Evangelista em maio de 2015 (FIG.1). Durante o evento, os estudantes do 6º ano da escola parceira puderam expor o que aprenderam com aqueles jogos para os visitantes, além de dar depoimentos sobre como o processo de construção os ajudou na compreensão dos fatos fundamentais.

**Figura 1: Exposição dos jogos na “II Feira de matemática do Vale do Rio Doce”**



Fonte – Arquivo pessoal, 2015.

## **CONSIDERAÇÕES FINAIS**

Iniciativas educacionais inovadoras com o objetivo de promover a adequação e a sistematização de instrumentos didáticos para assegurar melhorias na qualidade de ensino vêm sendo frequentemente requeridas. Nesse contexto, o presente trabalho teve o objetivo de apresentar um modelo didático alternativo para a exposição e melhor aproveitamento das aulas de matemática na educação básica, seguindo uma abordagem lúdica e criativa.

Tal modelo didático, em sua apresentação geral, demonstra componentes estruturais básicos, e usuais, uma vez que são formas alternativas, criadas pelos próprios alunos, e feitas de materiais recicláveis que trazem consigo o desenvolvimento da consciência ecológica, aliado ao processo de Ensino e Aprendizagem de matemática.

Os PCN indicam a necessidade de incorporar ao trabalho da escola, tradicionalmente apoiado na oralidade e escrita, novas formas de comunicar e conhecer (BRASIL, 1998, p.43). Ter o prazer de interagir uma nova forma de ensinar e aprender matemática a partir de modelos concretos construídos com o uso de materiais recicláveis é mais significativo, visto nossa contribuição também para o meio ambiente. Ao final da construção dos jogos, observou-se que os alunos estavam envolvidos não somente na construção do material, mas sim com a matemática envolvida nos jogos.

Segundo Smole e outros (2007, p.10), “todo jogo por natureza desafia, encanta, traz movimento, barulho e certa alegria para o espaço no qual normalmente entram apenas o livro, o caderno e o lápis”. E completa: “[...] por sua dimensão lúdica, o jogar pode ser visto como uma das bases sobre a qual se desenvolve o espírito construtivo, a imaginação, a capacidade de sistematizar e abstrair e a capacidade de interagir socialmente”.

Em se tratando de aulas de matemática, o uso de jogos implica numa mudança significativa nos processos de ensino-aprendizagem que permita alterar o modelo tradicional de ensino.

Visto que alguns alunos chegam ao 6º ano do Ensino Fundamental sem dominar os fatos fundamentais da Matemática, os materiais didáticos usados serviram de instrumentos para a reassimilação desses conteúdos matemáticos, aumentando a dinâmica educacional e auxiliando o professor a transformar esse assunto em temas de aulas mais interessantes.

## REFERÊNCIAS

BRASIL. **Secretaria de Educação Fundamental. Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática** / Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC/SEF, 1998.

FIORENTINI, D.; MIORIM, M. A. **Uma reflexão sobre o uso de materiais concretos e jogos no Ensino da Matemática**. Boletim da SBEM. SBM: São Paulo, ano 4, n. 7, 1990.

MARCHIONI, H. H. **Ecomatemática: um fazer matemático com material reciclável na perspectiva da educação matemática crítica e ambiental**. <  
[www.sbembrasil.org.br/files/ix\\_enem/Poster/.../PO03094099777T.doc](http://www.sbembrasil.org.br/files/ix_enem/Poster/.../PO03094099777T.doc)

SMOLE, K. S.; DINIZ, M.I.; MILANI, E. **Jogos de Matemática do 6º ao 9º ano**. Porto Alegre: Artmed, 2007.

# **A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS NO ENSINO DA MATEMÁTICA: ANÁLISE DA COMPREENSÃO DO CONCEITO DE M.D.C. (MÁXIMO DIVISOR COMUM)**

**Angelo Pedrote Caon<sup>1</sup>**  
**Tânia da Silveira Cardona<sup>2</sup>**

<sup>1</sup>UFJF/Instituto de Ciências Exatas, angelopedrote@hotmail.com

<sup>2</sup>UCAM/Formação de professores, taniacardona@bol.com.br

## **Resumo**

A Resolução de Problemas no ensino da matemática apresenta-se como uma estratégia que traz significado ao conhecimento, quando é proposto ao aluno, situações desafiadoras. O presente trabalho tem por finalidade a utilização da Resolução de Problemas como metodologia de ensino, seguindo o método proposto por Polya (1978) com a separação do método em quatro etapas: compreensão do problema; construção de uma estratégia de resolução; execução da estratégia e revisão da solução. A situação-problema foi aplicada ao sexto ano do ensino fundamental de um estabelecimento de ensino privado do município do Rio de Janeiro, RJ. Essa situação-problema consistia de duas atividades: uma referente ao conteúdo de MDC (Máximo Divisor Comum) e outra referente ao conteúdo das quatro operações, porém, nessa última os alunos precisavam entender plenamente o problema para que se fizesse corretamente a escolha dos cálculos. O maior desafio, nesse caso, apresentou-se na interpretação do problema e não na resolução deste após o seu entendimento. A metodologia, desta forma, mostrou-se eficaz para o levantamento de conhecimentos prévios sobre o MDC e como ponto de partida para um aprendizado matemático posterior, ou seja, a fim de possibilitar a vinculação entre os conteúdos para que estes possam ser tratados de forma mais gradual e consequentemente mais natural sem perder a efetividade.

**Palavras-chave:** Resolução de Problemas; Metodologia de Ensino; Ensino da Matemática; Máximo Divisor Comum; Conceito.

## **A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS COMO METODOLOGIA DE ENSINO**

Durante muito tempo o ensino era visto como problema do professor e a aprendizagem como um problema do aluno. Esse era um traço característico de uma escola que se organizava segundo a lógica da exclusão em favor da qual contava com um recurso poderoso: a reprovação. Ao longo dos anos as atividades de ensino que antes giravam sobre o domínio do conteúdo, acompanhadas de uma boa capacidade de comunicação e de domínio de classe, tornaram-se mais complexas.

Segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática (BRASIL, 1998), a resolução de problemas possibilita aos alunos mobilizar conhecimentos e desenvolver a capacidade para gerenciar as informações que estão ao seu alcance. Assim, os alunos terão oportunidade de ampliar seus conhecimentos acerca de conceitos e procedimentos matemáticos bem como expandir a visão que têm dos problemas da Matemática, do mundo em geral e desenvolver sua autoconfiança.

A atividade de resolver problemas é algo presente na vida das pessoas e introduzir um aprendizado nessa diretriz envolvendo matemática é antes de qualquer coisa uma ideia

muito interessante. Esse aprendizado auxilia o aluno a enfrentar novas situações em outras áreas de conhecimento.

Mesmo sendo interessante utilizar essa tendência como metodologia de ensino da matemática, ela é uma das formas mais difíceis de ser trabalhada como afirma Dante (1998):

*[...] embora tão valorizada, a resolução de problemas é um dos tópicos mais difíceis de serem trabalhados na sala de aula. É muito comum os alunos saberem efetuar os algoritmos e não conseguirem resolver um problema que envolva um ou mais desses algoritmos. Isso se deve à maneira com que os problemas matemáticos são trabalhados na sala de aula e apresentados nos livros didáticos, muitas vezes apenas como exercícios de fixação dos conteúdos trabalhados. (DANTE, 1998, p. 8)*

Exatamente contra essa perspectiva que aponta a utilização de exercícios de fixação como forma de aprendizado é que devemos buscar a resolução de uma situação-problema, uma vez que ela envolve muito mais que a simples resolução das operações. A situação-problema deve possibilitar ao aluno desenvolver estratégias para solucioná-la à sua maneira de acordo com a realidade e raciocínio.

No contexto escolar, situação-problema é como “*uma situação didática na qual se propõe ao sujeito uma tarefa que ele não pode realizar sem efetuar uma aprendizagem precisa. Essa aprendizagem, que constitui o verdadeiro objetivo da situação-problema se dá ao vencer o obstáculo na realização da tarefa*” (MEIRIEU, 1998, p. 192). Dessa forma, um problema se constitui de uma situação, da qual a solução não é inicialmente conhecida por aquele que a enfrentará.

O caminho da utilização desta metodologia se mostra então promissor, entretanto:

*[...] para que isso aconteça, os professores devem, em um primeiro momento, analisar e discutir suas concepções e seus conhecimentos sobre educação, conhecimento matemático, ensino, aprendizagem, avaliação, entre outros elementos presentes no trabalho docente para verificar se são consistentes diante dessa perspectiva de ensinar e aprender Matemática. (ROMANATTO, 2012, p. 1)*

Os professores no âmbito da utilização da metodologia entram com frequência em uma zona de risco, na qual há muita imprevisibilidade e incerteza o que gera a necessidade constante de avaliação das consequências das ações propostas.

Segundo Carvalho e Gil-Perez (2000), o surgimento de situações inesperadas é uma constante e exige do professor um domínio bastante amplo do conteúdo matemático, ou seja: a) como um determinado conteúdo foi construído ao longo da história do conhecimento matemático; b) conhecer as orientações metodológicas empregadas na construção de determinada área da Matemática; c) conhecer os obstáculos epistemológicos ou didáticos relacionados aos mais diversos conteúdos da Matemática; d) saber selecionar conteúdos adequados e que sejam acessíveis aos estudantes e suscetíveis de interesse; e) estar predisposto a aprofundar conhecimentos assim como adquirir outros e g) ter conhecimentos de pesquisas em educação matemática.

Quanto à necessidade do professor em ter conhecimentos de pesquisas em educação matemática, falando especialmente desse tópico citado, é importante a atenção quanto à formação continuada do professor para que este possa abordar resolução de problemas matemáticos não somente como uma metodologia de ensino, mas como uma tendência de educação matemática, visando assim à melhoria de práticas pedagógicas.

Assim, através da experiência vivenciada em sala de aula ao abordar problemas matemáticos, trocar informações com seus pares, refletir sobre as práticas, produzir

conhecimentos novos e significativos na área educacional demonstra que os sujeitos estão abertos a mudanças e inovações e dispostos a contribuir na qualidade dos processos de ensino e de aprendizagem da Matemática.

A heurística de resoluções de problemas especificamente de matemática foi apresentada primeiramente por George Polya em seu livro *How to solve it* no ano de 1957. Polya (1978) dividia o processo de resolução de um problema em quatro etapas: compreensão do problema; construção de uma estratégia de resolução; execução da estratégia e revisão da solução.

## METODOLOGIA

O processo metodológico utilizado foi do tipo pesquisa bibliográfica, com abordagem qualitativa, por meio da qual se estudou e analisou a metodologia de resolução de problemas no ensino e aprendizagem de matemática em uma turma de 6º ano do Ensino Fundamental II. Utilizou-se o método proposto por Polya, seguindo-se as quatro etapas, para a resolução do seguinte problema:

Cada grupo tem 40 canudos de 8 cm e 60 canudos de 6 cm. Queremos cortar todos em pedaços do mesmo tamanho o maior possível.

- 1 – Qual será o tamanho de cada pedaço?
- 2 – Quantos pedaços serão obtidos?

Para a resolução deste problema, selecionamos 16 de 35 alunos de uma turma utilizando como critério suas notas que foram obtidas a partir de testes realizados com o objetivo de avaliar o conteúdo prévio dos alunos. As notas dos testes foram organizadas em um rol decrescente de notas e assim selecionamos as oito maiores e as oito menores notas. Estes alunos foram separados em quatro grupos homogêneos de quatro alunos cada um. Os grupos foram divididos assim para que os alunos que apresentam melhores resultados nos testes não impedissem a participação daqueles que tiveram os piores resultados.

Em um primeiro momento conseguimos perceber o quão grande foi a dificuldade dos alunos dos quatro grupos em entender o problema. Os grupos que tiveram melhores resultados discutiram inicialmente a compreensão do enunciado. Os grupos que tiveram os piores resultados discutiram “supostos” resultados. Foram realizadas intervenções constantes sobre cada grupo, colhendo suas dúvidas e apresentando novas suposições para que assim continuassem a buscar um entendimento correto sobre o problema com o cuidado de não dar a explicação imediata da correta interpretação. Ficou clara a dificuldade de entendimento das sentenças matemáticas por parte dos alunos e que essa dificuldade se deve pela maneira com que estes leem os textos referentes aos problemas a serem resolvidos. Uma leitura superficial dificulta a interpretação e, assim, torna quase impossível a resolução dos problemas propostos. Os grupos com melhores resultados conseguiram concluir a primeira etapa primeiro.

Baseando-se no problema da interpretação de texto encontrada nos alunos perante a tentativa de resolução do problema matemático, FONSECA e CARDOSO (2005) citam que:

*[...] é necessário conhecer as diferentes formas em que o conteúdo do texto pode ser escrito. Essas diferentes formas também constituem especificidades dos gêneros textuais próprios da matemática, cujo*



*reconhecimento é fundamental para a atividade de leitura.* (FONSECA e CARDOSO, 2005, p. 65)

Ao iniciar a segunda etapa, nenhum grupo percebeu que seria necessário utilizar a resposta da primeira questão para responder a segunda. Após algumas intervenções em cada um dos grupos, eles foram compreendendo o problema aos poucos. No momento de se estabelecer um plano para a resolução, apenas o 1º grupo conseguiu pensar em algum plano. Os outros grupos foram orientados a tentar imaginar a resolução através dos canudos que estavam sobre a mesa.

A utilização dos pedaços de canudos cortados exatamente na quantidade e tamanhos propostos pelo problema foi uma estratégia para que houvesse outra forma de auxílio no aprendizado, afinal o trabalho através da manipulação de objetos possibilita o desenvolvimento da criança em habilidades como discriminação e memória visual.

*É muito difícil, ou provavelmente impossível, para qualquer ser humano caracterizar espelho, telefone, bicicleta ou escada rolante sem ter visto, tocado ou utilizado esses objetos. Para as pessoas que já conceituaram esses objetos, quando ouvem o nome do objeto, sem precisarem dos apoios iniciais que tiveram dos atributos tamanho, cor, movimento, forma e peso. Os conceitos evoluem com o processo de abstração; a abstração ocorre pela separação.* (LORENZATO, 2006, p. 22).

Para que eles entendessem o cálculo que seria necessário ser feito pedimos que todos os grupos pegassem dois canudos amarelos (com 6 cm cada) e colocassem estes lado a lado. Em seguida perguntamos: se tivéssemos que cortar esse canudo grande em pedaços de 2 cm (resposta da primeira questão), quantos pedaços teríamos? Dessa vez demoraram alguns segundos e todos responderam corretamente. Depois de responderem essa última pergunta, a maioria deles teve a mesma reação de descoberta, surpresa. Em seguida os grupos ficaram em silêncio e começaram a fazer cálculos, foi então que um aluno do último grupo perguntou como seria feito com os canudos vermelhos. Pedi a atenção de todos os grupos e refiz a pergunta do aluno para todos, sem identificar a origem da pergunta para não o expor. A maioria respondeu que deveria proceder da mesma forma que foi feito com os canudos amarelos, o que também está correto.

O primeiro grupo prontamente deu o resultado final corretamente. Em seguida o segundo grupo apresentou sua resposta que nesse caso estava errada, aparentemente por conta de uma aluna com perfil muito competitivo que tentou apressar-se tomando a frente do grupo e fatalmente esqueceu-se de alguns detalhes de interpretação relevantes. O último grupo, em seguida, respondeu corretamente enquanto o segundo grupo corrigia seus erros. Após isso, os outros grupos apresentaram simultaneamente a resposta correta.

Quando todos os grupos já haviam apresentado as respostas, pedimos que prestassem atenção para que pudéssemos refletir juntos sobre o trabalho realizado. Primeiramente, referindo-se à primeira pergunta, questionamos o porquê de utilizarmos o MDC para a resolução do problema. A maioria não soube responder imediatamente até que um aluno do quarto grupo respondeu: *“como o problema é sobre divisão dos canudos e o tamanho tem que ser o maior possível, então é porque tem que ser máximo divisor comum”*. Explicamos que ele estava parcialmente correto, mas que o fato de ser um problema sobre divisão e valor máximo não implica automaticamente na utilização do MDC.

Questionamos então se não haveria outra forma de se resolver esse problema. Uma aluna do terceiro grupo disse que sim. Então ela mostrou que bastava encontrar os divisores de 6 (tamanho do canudos menores) e em seguida os divisores de 8 (tamanho dos canudos maiores). Depois disso, deveríamos circular os divisores comuns e a resposta certa

seria o maior número circulado, no caso, o 2. Alguns alunos então questionaram que esse método também era MDC só que feito de uma forma diferente. Respondemos que realmente era, mas que a resposta atendia a pergunta feita e, além disso, se o trabalho fosse feito dessa forma, talvez ficasse mais fácil de entender porque utilizamos MDC para resolver esse problema.

A resolução de problemas como metodologia de ensino fez com que os alunos utilizassem seus conhecimentos matemáticos já adquiridos e desenvolvessem a capacidade de administrar as informações ao seu redor. Dessa forma, os alunos ampliaram seu conhecimento, desenvolveram seu raciocínio lógico e conheceram algumas das aplicações da matemática, no caso, o MDC. Além disso, para nós professores foi muito bom trabalhar com a metodologia, pois tornou a aula mais interessante e motivadora.

Ensinar matemática desta maneira auxilia na compreensão do conceito, processo ou técnica matemática, em que o aluno é motivado a relacionar aprendizados matemáticos a outros contextos também matemáticos. Dessa forma, após essa abordagem com os alunos do sexto ano do ensino fundamental, constatou-se que os objetivos propostos foram alcançados com êxito, pois foi possível perceber que os alunos utilizaram seus conhecimentos matemáticos como recursos para interpretar, analisar e resolver o problema.

Esperamos que após um trabalho contínuo de ensino da matemática utilizando tal metodologia, os alunos aprimorem sua capacidade de busca de resultados para a solução de situações-problema trabalhadas. Além disso, o fato de se compreender a matemática por meio de seu próprio raciocínio traduz uma intenção autônoma do aluno, que deve também ser estimulado através de orientação do professor durante a resolução do problema proposto.

## REFERÊNCIAS

BRASIL, Ministério da Educação e da Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais (Matemática)**. Brasília: A Secretaria, 1998.

CARVALHO, A. M. P.; GI-PEREZ, D. **Formação de Professores de Ciências: Tendências e Inovações**. São Paulo: Cortez, 2000.

DANTE, L. R. **Didática da Resolução de Problemas de Matemática**. São Paulo: Ática, 1998.

FONSECA, Maria C. F. R.; CARDOSO, Cleusa de A. Educação matemática e letramento: textos para ensinar matemática, matemática para ler texto. In: NACARATO, A. M.; LOPES, C. E. (Orgs.). **Escritas e Leituras na Educação Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2005. p. 63-76.

LORENZATO, Sergio. **O Laboratório de Ensino na Formação de Professores**. Campinas: Autores Associados, 2006.

MEIRIEU, P. **Aprender... sim, mas como?** 7ª Ed.. Trad. Vanise Dresch. Porto Alegre: Artes Médicas, 1998.

POLYA, G. **A arte de resolver problemas**. Rio de Janeiro: Interciência, 1978.

ROMANATTO, M. C. **Resolução de Problemas nas Aulas de Matemática**. Revista Eletrônica de Educação, v. 6, nº1, p. 299-311. São Carlos: UFSCar, 2012.

# **A UTILIZAÇÃO DO JOGO “A SENHA” PARA TRABALHAR A PERMUTAÇÃO SIMPLES EM TURMAS DE ENSINO MÉDIO**

**Igor Jean Ferreira<sup>1</sup>**  
**Patrícia Evangelista Sales<sup>2</sup>**  
**Rosana Maria Mendes<sup>3</sup>**

<sup>1</sup>Universidade Federal de Lavras/Dex, igorjferreira@live.com

<sup>2</sup>Universidade Federal de Lavras/Dex, patricia.ufla@yahoo.com

<sup>3</sup>Universidade Federal de Lavras/Dex, rosanamendes@dex.ufla.br

## **Resumo**

O presente relato de experiência traz as observações de um grupo de trabalho do Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência (PIBID) da Universidade Federal de Lavras (UFLA); sobre a utilização de um jogo para a inserção do conteúdo de Análise Combinatória – Permutação Simples em turmas de segundo ano do ensino médio de uma escola da rede pública de Lavras – Minas Gerais. Trabalhamos na perspectiva de resolução de problemas. Nossos objetivos eram que os alunos explorassem, aprofundassem e associassem o jogo ao conteúdo matemático que estava sendo abordado e que através deste conseguissem entender melhor os conceitos.

**Palavras-chave:** Resolução de Problemas, Jogo, Análise Combinatória, Permutação Simples, PIBID.

## **O PIBID MATEMÁTICA NA UFLA**

O Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência (PIBID) da área de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal de Lavras (UFLA) é composto por 24 bolsistas licenciandos, por quatro professores orientadores da UFLA e quatro professores supervisores das escolas da rede pública da cidade de Lavras MG. O programa em questão é organizado em três subgrupos, trabalhamos com ensino fundamental, ensino médio e educação especial.

Esse relato traz a experiência vivida de um grupo que atua com o segundo ano do ensino médio. Esse é composto por seis bolsistas divididos em três duplas, sendo que cada dupla desenvolve as atividades em salas diferentes. As atividades são planejadas em reuniões conjuntas e seguem o mesmo plano de ações.

O grupo conta também com dois professores doutores que orientam e supervisionam os estudos e os trabalhos na universidade e um professor supervisor, que fica a cargo de supervisionar os trabalhos realizados na escola.

O programa escolhe previamente um tema a ser trabalhado por um período de tempo, este é cuidadosamente estudado com antecedência na universidade por meio de grupos de estudos críticos e materiais técnicos científicos. Neste semestre, estávamos trabalhando com o tratamento de informação, que visa ler e interpretar sobre diversos assuntos, coletar

e organizar as informações e formular perguntas, tais habilidades são essenciais para o exercício da cidadania.

Devido ao pouco tempo estimado para trabalhar com os conteúdos estabelecidos pelo Currículo de Base Comum (CBC), e por ainda usarmos uma das quatro aulas de matemática disponíveis por semana para exercer as atividades do PIBID, optamos juntamente com o professor, por realizar atividades dentro do conteúdo estipulado pelo livro didático, Análise Combinatória.

Optamos também por trabalhar usando a perspectiva de Resolução de Problemas, uma vez que esta “desenvolve nos alunos a convicção de que eles são capazes de fazer matemática e de que a matemática faz sentido”(VAN DE WALLE 2007 p.59).

## **O PLANEJAMENTO DA ATIVIDADE**

Ao definirmos que o conteúdo a ser trabalhado seria Análise Combinatória, escolhemos primeiramente estudar sobre este conjunto de conceitos, então foi pedido para que cada bolsista estudasse individualmente os conceitos que trataríamos e levasse na reunião posterior tudo aquilo que ele viu para que fosse discutido e sintetizado de forma a construir uma normatização que seria usada pelo grupo no decorrer das atividades, de forma a não serem usadas diferentes formalizações dos mesmos conceitos pelo grupo. Buscamos as concepções usadas em cada conceito para compreendermos o porquê das fórmulas e como chegaram nesta padronização.

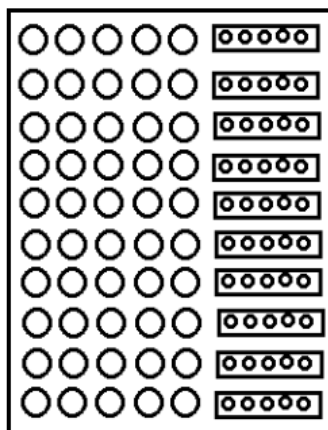
Quando começamos a pensar sobre as atividades em sala de aula surgiu o primeiro questionamento: Como trabalhar com Análise Combinatória sob uma perspectiva de Resolução de Problemas?

Para responder a esta, buscamos qual metodologia seria a mais adequada para se trabalhar com o conceito do Princípio Multiplicativo. Escolhemos o jogo, uma vez que

*O uso de jogos como recurso às aulas de matemática favorece um ambiente adequado para a resolução de problemas, aplicação e exploração de conceitos matemáticos e/ou para um aprofundamento destes. Assim, torna-se relevante a prática de jogos nas aulas de matemática, pois esses propiciam momentos de desbloqueios dos estudantes que, normalmente apresentam aversão a essa disciplina (CARVALHO,2009, p.31).*

O jogo escolhido foi “A Senha”, como uma maneira de iniciar o ensino de Análise Combinatória de uma maneira interativa. Confeccionamos o nosso próprio tabuleiro com 10 linhas constituídas por cinco circunferências maiores e cinco circunferências menores como mostra a figura:

**Figura 1: Tabuleiro do jogo “A Senha”**



Fonte – HAAS, D.B, 2012, p.32

Antes que o jogo fosse levado à escola, analisamos as regras e o jogamos por mais de uma vez no Laboratório de Ensino de Matemática (LEM) da nossa universidade com os bolsistas do grupo, o professor supervisor e os dois professores orientadores do projeto, para garantir sua funcionalidade diante da nossa proposta de conteúdo.

#### A Atividade

O primeiro momento da atividade foi a elaboração de como seria adaptado este jogo à aula sobre o princípio multiplicativo. Estipulamos as regras: inicialmente usaríamos senhas coloridas, para que pudéssemos elaborá-las, usaríamos canetas hidrocor de cores diferentes, dividiríamos a turma em duplas e cada uma receberia cinco canetas coloridas e dois tabuleiros do jogo.

O jogador que iria começar a jogada seria escolhido pelo jogo par ou ímpar. Após determinar quem começaria o jogo, o jogador (A) deveria definir quais as cores que seriam utilizadas em sua senha de forma que deveria mostrá-las ou deixar claro quais seriam. As primeiras senhas deveriam conter três cores selecionadas pelo jogador A e não poderia haver repetição. A ordem da senha iria de acordo com a escolha de quem estivesse elaborando-a. O jogador A deveria pintar as três primeiras circunferências maiores de sua folha, e o outro jogador (B), que iria adivinhar as senhas, deveria usar também suas três primeiras circunferências maiores para lançar seus palpites na tentativa de adivinhar a ordem das cores da senha de seu colega. Após dar um palpite, o jogador B entregaria sua folha ao jogador A que vai usar as circunferências pequenas para analisar a senha que foi suposta. Se a cor estivesse no lugar certo, deveria preencher toda a circunferência pequena com uma caneta. Se estiver na posição errada deveria marcar um X também na circunferência pequena correspondente a cor da circunferência grande.

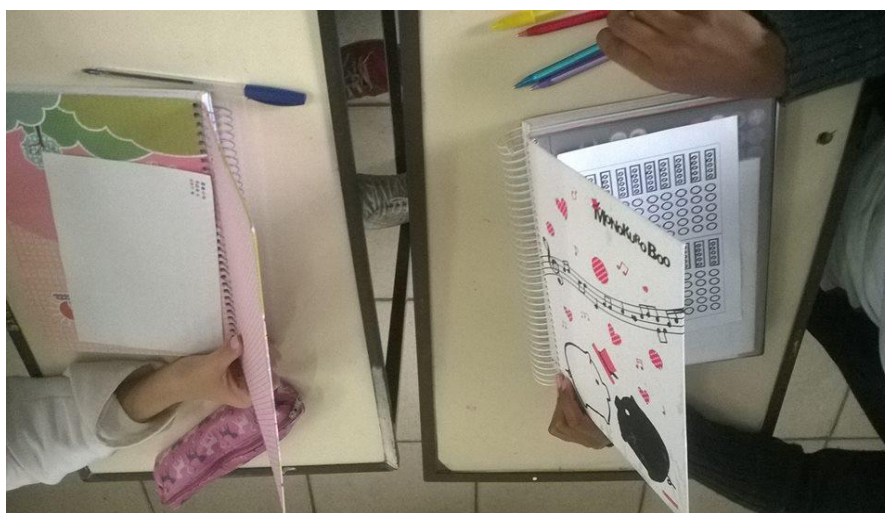
Na escola, ao levarmos o jogo para a sala de aula, explicamos as regras e entregamos os materiais aos alunos (dois tabuleiros e cinco canetas hidrocor). Houve confusão dos alunos durante a primeira rodada do jogo. Como foi entregue a cada dupla cinco canetas coloridas, o jogador A deveria, inicialmente escolher apenas três cores para a sua primeira senha e mostrá-las ao seu adversário, porém, algumas duplas já começaram com mais de três cores, outras faziam a senha e misturavam as canetas usadas com as não usadas para que o adversário tivesse que adivinhar as cores usadas na senha e só depois dar um palpite sobre a ordem das cores, que era nossa finalidade.

**Figura 2: Tabuleiro usado do jogo**



Inicialmente, jogando com três cores o número de possibilidades de senhas distintas seriam seis. O intuito da primeira rodada era que os alunos percebessem que existia um número finito de possibilidades e que a cada rodada, os palpites vão ficando mais fáceis e limitados já que não poderia haver repetições de senhas.

**Figura 3: Alunos jogando o jogo “A senha”**



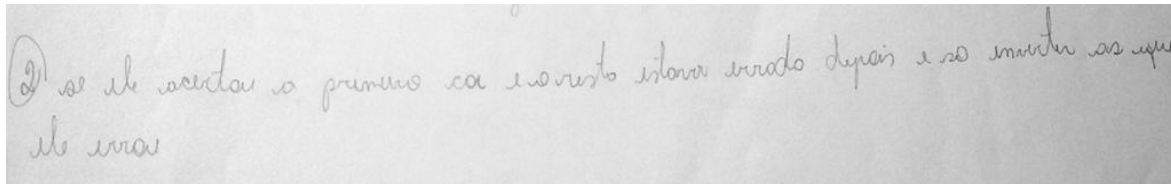
Após isso, era o momento de fazer novas senhas com quatro cores, as possibilidades de senha aumentariam, mas os alunos conseguiriam chegar ao número exato de senhas usando apenas quatro cores sem repetição? Este segundo momento da atividade só foi encerrado na semana seguinte quando retornamos na escola e demos sequência às atividades.

Na semana seguinte voltamos com a mesma atividade e pedimos que continuassem elaborando as senhas de quatro cores. Muitos não descobriram que 24 seria o número exato de senha, alguns desistiram da atividade quando viram que era o mesmo jogo da aula anterior. Dividimos a aula em dois momentos o primeiro para retomar o jogo e o segundo para responder um questionário sobre as atividades que estávamos trabalhando.

Para o segundo momento, levamos perguntas para que os alunos refletissem sobre os métodos utilizados em cada rodada: “Sabendo que o desafiador fez a seguinte aposta (rosa, amarelo, verde) e recebeu a dica a seguir ( ● X, X ), qual a melhor estratégia para a próxima jogada?”

A partir dessas perguntas fizemos com que os alunos pensassem matematicamente sobre as estratégias utilizadas em cada jogada. Segue na imagem a seguir uma das respostas dos alunos.

**Figura 4: Resposta do aluno**



“ se ele acertou a primeira cor e o resto estava errado depois é só inverter as que ele errou”

A escolha desta atividade foi minuciosa, preparamos cada detalhe e testamos tudo antes de levar para a escola, o questionário que foi parte da segunda aula, foi elaborado e discutido pelos bolsistas, juntamente com dois professores da universidade e o professor da escola pública. Escolhemos um jogo de regras porque para Grando 2000, p. 16,

*(...) o jogo de regras trabalha com a dedução, o que implica numa formulação lógica, baseada em raciocínio hipotético-dedutivo, capaz de levar as crianças a formulações do tipo: teste de regularidades e variações, controle das condições favoráveis, observação das partidas e registro, análise dos riscos e possibilidades de cada jogada, Pesquisar, problematizar sobre o jogo, produzindo conhecimento.*

Dando continuidade ao segundo momento na escola, após o questionário os bolsistas iniciaram uma discussão com a turma sobre as respostas e as melhores estratégias para seguirem nas rodadas posteriores. A partir deste momento iniciou-se a formalização do conceito sobre o princípio multiplicativo, seguimos os conceitos do livro didático dos alunos “Permutação de  $n$  elementos é qualquer sequência (agrupamento ordenado) desses  $n$  elementos,  $(n!)$ ”.

Com isso, encerramos todo o processo de aprendizagem sobre Permutação Simples e finalizamos com alguns exercícios relacionados ao mesmo processo do jogo, elaboração de senhas, números de telefones entre outros.

### **Conclusão**

Acreditamos que a prática pedagógica utilizada para a abordagem do ensino de Análise Combinatória permitiu que as fórmulas fossem obtidas por meio de conjecturas. Os alunos estavam habituados com aulas expositivas, que embora seja um método válido, não atraía o interesse da turma.

A abordagem feita através do jogo “A Senha” sem que fosse mencionado o conteúdo, fez com que os alunos argumentassem sobre algo não comentado e chegassem por meio do próprio raciocínio, à idéia de Permutação, usando suas próprias palavras, “mudar as cores de lugar”, “inverter as posições”, todas relacionadas às ordens dos elementos.

A utilização desta atividade foi importante para nós, professores em formação, que a introdução de um conteúdo de forma dinâmica permite uma melhor participação e interação dos alunos durante o processo de ensino de Análise Combinatória.

Consideramos também o quão significativo foram os estudos iniciais para adquirir domínio do conteúdo a ser desenvolvido. Pois só tínhamos contato com o tema na

perspectiva de aluno, e dentro da proposta do PIBID, em que os bolsistas ministram as aulas, precisaríamos dominar o conteúdo de uma maneira satisfatória para esclarecer todas as dúvidas e questionamentos que viessem a surgir durante a realização da atividade.

## **REFERÊNCIAS**

BARROSO, J.M. **Conexões com a matemática**.1 edição. São Paulo: Moderna, 2010.

VAN DE WALLE, J.A.**Ensinando pela Resolução de Problemas**. In: VAN DE WALLE, J.A. **Matemática no ensino fundamental**. Porto Alegre: Artmed, 2009. v.6º,p. 57-81.

HAAS, D.B. **Uma experiência de contagem no ensino médio**.2012.72 .f. Trabalho de conclusão do curso de Matemática Licenciatura, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2012

CARVALHO, G.Q. **O uso de jogos na resolução de problemas de contage: um estudo de caso em turma do 8º ano do Colégio Militar de Porto Alegre**.2000. Dissertação de Mestrado em Ensino de Matemática, Universidade Federal do Rio Grande do Sul,Porto Alegre, 2000.

GRANDO, R.C. **O conhecimento matemático e o uso de jogos na sala de aula**.2000. 239.f. Tese de Doutorado em Educação Matemática – Faculdade deEducação , Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2000.



# APLICAÇÃO DE BINGO DE EXPRESSÕES PARA INCENTIVO DO APRENDIZADO DA MATEMÁTICA

Arine de Paiva Gonçalves<sup>1</sup>

Cássio Costa Rodrigues<sup>2</sup>, Liliane Martinez Antonow<sup>3</sup>

<sup>1</sup> If Sudeste MG – Câmpus Rio Pomba/ DEMAf, [arine.paiva@hotmail.com](mailto:arine.paiva@hotmail.com)

<sup>2</sup> If Sudeste MG – Câmpus Rio Pomba/ DEMAf, [cassio\\_tokio@hotmail.com](mailto:cassio_tokio@hotmail.com)

<sup>3</sup> If Sudeste MG – Câmpus Rio Pomba/ DEMAf, [liliane.martinez@ifsudestemg.edu.br](mailto:liliane.martinez@ifsudestemg.edu.br)

## RESUMO

Como estudantes do curso de Licenciatura em Matemática e bolsistas do Programas Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência, nota-se nos alunos certa dificuldade na resolução de expressões numéricas, consequência acarretada por uma má formação de base na Educação Infantil. Fato este, que levou à ideia da elaboração e aplicação de uma atividade lúdica com uma turma de 7º ano da Escola Estadual Doutor João Pinto, na cidade de Tocantins - Minas Gerais. Permitindo que os alunos façam da aprendizagem um processo interessante e divertido, sendo feito o estudo de expressões numéricas com as propriedades das operações (adição, subtração, multiplicação e divisão). Na análise pré-avaliativa observou-se que a maioria dos alunos possuíam dificuldades na resolução de expressões numéricas. Já na análise pós-avaliativa, a maioria dos alunos demonstrou gosto pela atividade, percebendo-se que a matemática pode ser ensinada por meio de jogos, despertando o interesse dos alunos para a disciplina bem como incentivando-os a pensar, analisar e fazer deduções.

**Palavras-chave:** educação matemática, resolução de problemas, matemática lúdica.

## INTRODUÇÃO

Compreende-se que ensinar matemática não é algo simples, no entanto, é fundamental ser criativo apresentando metodologias inovadoras, desenvolvendo trabalhos e projetos que possam facilitar a compreensão da conteúdos matemáticos, sair da aprendizagem tradicional e mecânica, e sim desenvolver praticidade sobre o que se está sendo aprendido por meio de formas diferenciadas como por exemplo através de jogos educativos ou lúdicos onde o aluno recebe essa atividade com prazer e emoção pois enquanto jogam estão aprendendo algo, como o que desenvolvemos nessa turma de 7º ano, isso gera competição e ajuda a incentivar o cotidiano dos alunos fazendo com que se interessem mais pela matemática, auxiliando na melhoria de vida dos alunos, pois a matemática é de suma importância e percebemos isso no decorrer do dia na formação de indivíduo que convive na sociedade. Essas atividades lúdicas no ensino atualmente são utilizadas com frequência durante as disciplinas cursadas da graduação de Licenciatura em Matemática, sendo agradáveis no estudo dos assuntos abordados.

De fato percebe-se que o tema de resolução de expressões numéricas, na vida de grande parte desses alunos(as) do ensino fundamental, retratam ser atividades tediosas e insignificante, em que é fundamental ter o controle de muitas regras, obedecendo à seguinte ordem: 1º) Potenciação e radiciação, 2º) Multiplicações e divisões, e 3º) Adições e Subtrações. Além disso o estudante deve relembra que antes de cada uma das três

operações citadas anteriormente, deve-se realizar a operação que estiver dentro dos parênteses, colchetes ou chaves, utilizando de acordo com essas norma para encontrar o resultado.

A utilização de jogos na escola, é bastante conhecida, por implicar em uma mudança significativa nos processos de ensino e aprendizagem, possibilitando a mudança do ensino tradicional e gerando um maior desenvolvimento de habilidades, as quais são diretamente relacionadas ao raciocínio lógico.

No âmbito desta pesquisa, o interesse se volta para o jogo no ensino da Matemática. Gardner (1961), matemático recreacionista, define: “pode-se dizer que os jogos matemáticos ou “as matemáticas recreativas” são matemáticas – não importa de que tipo – carregadas de um forte componente lúdico”. É justamente esta forma de “fazer matemática” presente nas situações lúdicas de jogo, que será resgatada nesta pesquisa. O ambiente é a sala de aula, o instrumento é o jogo, e a investigação surge da necessidade de compreensão dos aspectos envolvidos na utilização deste instrumento no processo ensino-aprendizagem da Matemática.

Piaget (1998), em sua célebre obra “Didática Magna”, discute os princípios didáticos “infalíveis” para a aprendizagem do aluno, e, dentre eles, aborda a utilização de materiais, simulações (jogos) e situações concretas como fontes enriquecedoras de aprendizagem. Daquele momento até atualmente, o jogo foi tomando espaço nas discussões teóricas como um possível instrumento de ensino-aprendizagem e assumindo concepções teóricas e formas de inserção no ambiente escolar as mais variadas possíveis.

Contudo, o pressuposto da pesquisa desenvolvida é a interação entre os alunos, acreditando que os mesmos podem desenvolver seu potencial de aprendizado, participação, cooperação, respeito mútuo e crítica.

O principal objetivo do trabalho foi estimular o interesse dos alunos por resolução de expressões numéricas, avaliando o pré-conhecimento aperfeiçoando entre a dupla uma situação de jogo com critérios de compreensão do certo ou errado concedendo diálogo, comparações e organização entre eles, além de apresentá-los que a matemática pode ser vista como uma forma de divertimento e com isso estará contribuindo para o enriquecimento do desenvolvimento intelectual.

## **MATERIAL E MÉTODOS**

O projeto foi aplicado para alunos da sétima série do Ensino Fundamental na Escola Estadual Doutor João Pinto, localizada em Tocantins, município mineiro da zona da mata.

Primeiramente falou-se sobre as expressões numéricas e foi observado que todos na sala de aula já tinham conhecimento. Foram distribuídos questionários pré-avaliativos, posteriormente os questionários foram recolhidos e pediu-se para que formassem duplas. Foram 13 duplas, e cada uma delas receberam uma cartela de bingo. As expressões foram fixadas com fita adesiva no quadro negro, como mostra a Figura 1 e, à medida que as duplas resolvessem as expressões numéricas, buscavam os resultados na cartela do bingo e marcavam um X no resultado encontrado (FIGURA 2). A primeira dupla que marcasse todos resultados na cartela seria a dupla vencedora. O que aconteceu depois de 20 minutos de aplicação das atividades, a dupla recebeu um prêmio diferenciado por conseguir concluir a resolução das expressões primeiro, o restante da turma também foi premiada por ter mostrado empenho em resolver a atividade sugerida. Depois foi corrigido juntamente

com a turma cada expressão no quadro. Posteriormente aplicou-se, individualmente, o questionário pós-avaliativo.

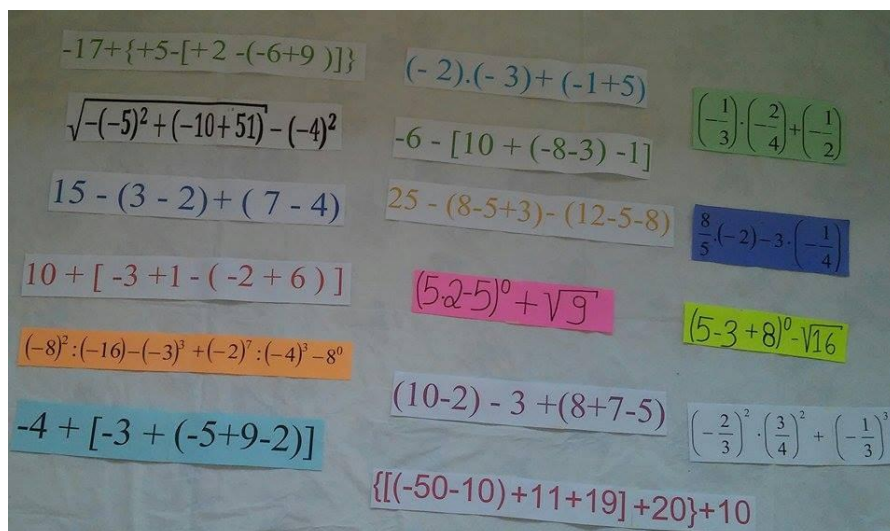


Figura 1 – Expressões numéricas aplicadas aos alunos da sétima série do ensino fundamental

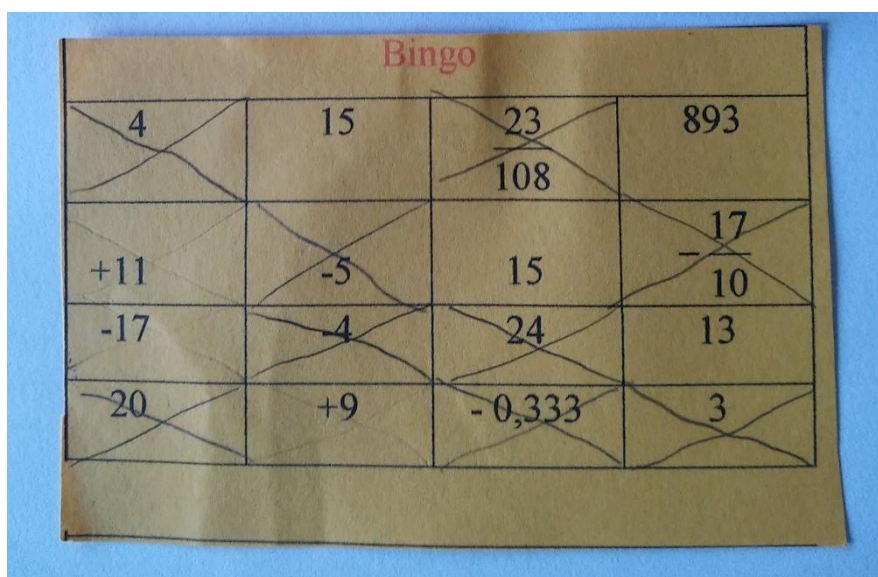
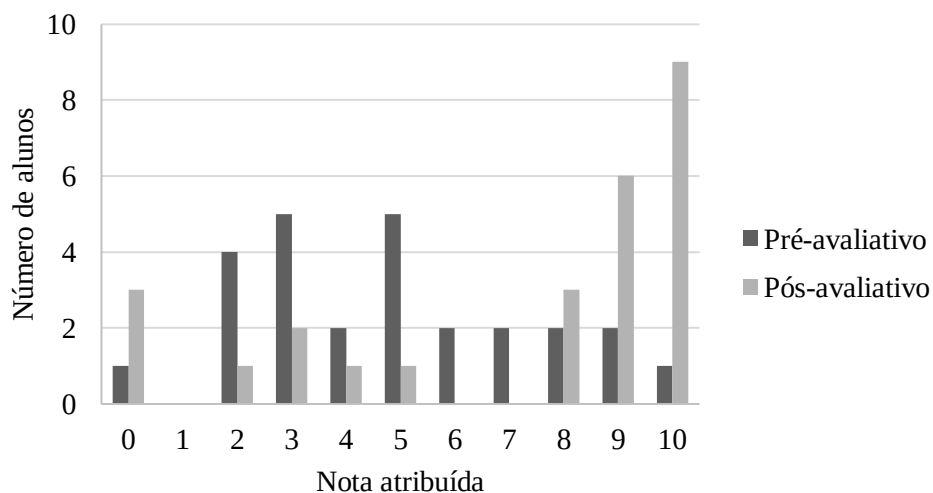


Figura 2 – Cartela de bingo utilizada pelos alunos da sétima série do ensino fundamental

## RESULTADOS E DISCUSSÃO

O questionário pré-avaliativo continha uma pergunta sobre quais foram as maiores dificuldades na resolução das expressões numéricas e um pedido de avaliação, atribuindo notas variando de 0 a 10 com objetivo de verificar sua opinião em relação ao conteúdo expressões numéricas. Já o questionário pós-avaliativo apresentava uma pergunta que questionava se o aluno gostou da atividade aplicada e o que lhe chamou mais a atenção. Também continha um pedido de avaliação, atribuindo notas variando de 0 a 10 com objetivo de verificar a opinião dos alunos sobre a aplicação da atividade.

Os resultados da avaliação feita pelos alunos nos questionários pré e pós-avaliativos podem ser vistos na Figura 3.



**Figura 3 – Notas atribuídas nos questionários pré e pós-avaliativos pelos alunos da sétima série do ensino fundamental.**

De acordo com a Figura 3, dos 26 alunos que responderam o questionário pré-avaliativo, 19% dos alunos não possuíam dificuldades na resolução de expressões numéricas e avaliaram essas expressões em notas maiores que cinco. 23% dos alunos avaliaram a matéria com notas menores que cinco, enquanto 35% dos alunos a avaliou com notas maiores que cinco. No entanto, esses 58% de alunos declararam ter dificuldades no aprendizado de resolução de expressões numéricas.

No pós-avaliativo, dos 26 alunos que responderam o questionário 73% dos alunos gostaram das atividades, em algumas respostas destacaram não ter conhecimento desse tipo de atividade e perceberam ser possível aprender matemática com auxílio de jogos, considerando as atividades em notas maiores que cinco. Os 27% dos alunos restantes acharam que esse tipo de atividade envolvendo jogos não é interessante, pois não gostam da disciplina. Os mesmos avaliaram a atividade com notas menores que cinco.

Ainda na Figura 3, é possível observar que, antes da aplicação da atividade, a maioria dos alunos mostrou alguma resistência à matemática e à resolução de expressões numéricas, avaliando a matéria com notas baixas. Isso foi revertido após a aplicação da atividade lúdica de ensino, onde a maioria dos alunos avaliaram a atividade com notas mais próximas de 10.

Algumas respostas interessantes e motivadoras foram encontradas nos questionários pré e pós-avaliativos, como pode ser observado nas Figuras 4 e 5.

**Questionário pré-avaliativo**

Quais são as maiores dificuldades na resolução das expressões numéricas?

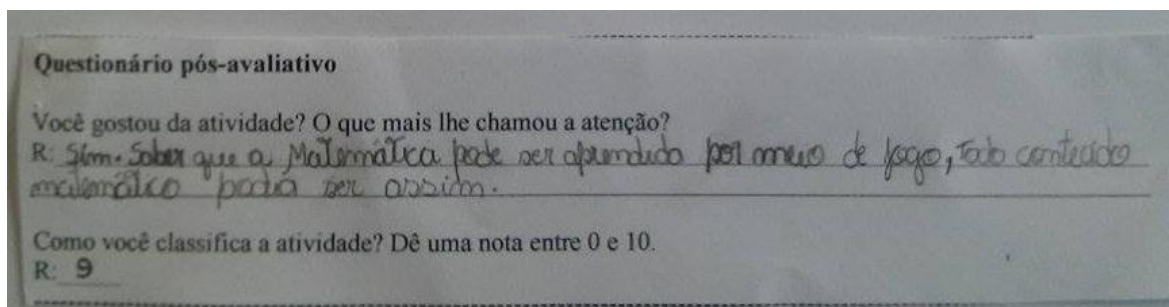
R: *As operações, parênteses, colchetes, pontos.*

---

O que você acha de expressões numéricas? Dê uma nota entre 0 e 10.

R: *5*

Figura 4 – Questionário pré-avaliativo aplicado a alunos da sétima série do ensino fundamental



Questionário pós-avaliativo

Você gostou da atividade? O que mais lhe chamou a atenção?

R: Sim. Saber que a Matemática pode ser aprendida por meio de jogos, todo conteúdo matemático pode ser assim.

Como você classifica a atividade? Dê uma nota entre 0 e 10.

R: 9

Figura 5 – Questionário pós-avaliativo aplicado a alunos da sétima série do ensino fundamental

## CONCLUSÕES

Foi propiciada uma experiência importante, levando em conta os futuros professores envolvidos no projeto, cujo principal objetivo é conhecer as dificuldades de cada aluno para ajudá-los, motivando o estudo da matemática. Sabe-se que o papel de futuros professores não é apenas ensinar mas sim de mostrar para os alunos a importância da matemática.

O panorama observado nas respostas do questionário pós-avaliativo possibilitou concluir que a utilização de jogos para o ensino da matemática é eficiente e mais incentivador quando comparado ao método de ensino clássico onde as matérias são simplesmente passadas aos alunos.

Ao final desta atividade foi possível garantir a plena satisfação em realizá-la, e avaliar que a mesma possibilita preencher lacunas existentes no ensino, sendo possível também, a visualização da construção da aprendizagem de cada aluno.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

GARDNER, M. **Divertimentos Matemáticos**. Tradução Bruno Mazza. São Paulo: Ibrasa, 1961. 187p.

GRANDO, R. C. **O conhecimento matemático e o uso de jogos na sala de aula**. 2000. 239 f. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de Educação. Campinas, 2000.

NUNES, A.N. **Matemática faz a diferença**. Disponível em: <<http://www.somatematica.com.br/mundo.php>> Acesso em: 20 de Jun.2015

ONODERA, M.M.O. **Divulgação em Matemática**. Disponível em: <<http://www.ime.usp.br/~masaki/index.html>> Acesso em: 19 de Jun.2015.

PIAGET, J. Observações Psicológicas sobre o trabalho em grupo. In: PARRAT, S., TRYPHON, A. (org.). Tradução Cláudia Berliner **Jean Piaget Sobre a Pedagogia**. São Paulo: Casa do Psicólogo, 1998. p. 137-151.

# APRESENTAÇÃO DE UMA PROPOSTA PARA REVISÃO DOS CONCEITOS DE GEOMETRIA PLANA: O BARALHO GEOMÉTRICO

Aurelio José Parreira<sup>1</sup>

Sidney Longatti de Resende<sup>2</sup>, Francinildo Nobre Ferreira<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Instituto Auxiliadora, profaurelioparreira@gmail.com

<sup>2</sup>Instituto Auxiliadora, sidlongatti@yahoo.com.br

<sup>3</sup>Universidade Federal de São João del Rei/DEMAT, francinildonobre@gmail.com

## Resumo

Este trabalho apresenta uma ferramenta pedagógica, um jogo de cartas, que pode ser utilizada de várias formas para revisões e fixações dos conceitos básicos de Geometria Plana. Inicialmente apresentamos a motivação para a produção deste material. Em seguida mostramos um modelo já produzido e alguns resultados de sua aplicação em sala de aula. Encerramos sugerindo algumas formas de utilização do material.

**Palavras-chave:** Jogos Matemáticos, Geometria Plana.

## INTRODUÇÃO

Segundo MARCO e FERREIRA (2011, p.88), citando (ALMEIDA, 1987), “na Antiguidade, Platão considerava que o “aprender brincando” era mais importante e deveria tomar o lugar da violência e da repressão, além de ressaltar que a Matemática deveria ser estudada de modo atrativo como, por exemplo, com a utilização de jogos.”

Também em várias outras culturas e momentos históricos percebemos a valorização do jogo como meio de transmissão dos valores e conhecimentos daquelas culturas.

Ainda mais hoje, com o avanço dos estudos em Educação Matemática, não podemos menosprezar o poder do jogo como ferramenta pedagógica na construção do conhecimento matemático.

Segundo MARCO e FERREIRA, “no contexto da Educação Matemática, encontramos pesquisas que se referem ao jogo como um gerador de situação-problema e desencadeador da aprendizagem do aluno”. (GRANDO, 2000).

Esses mesmos autores ainda afirmam que:

*Nessa perspectiva, encontramos a pesquisa de Moura (1992), que aborda o jogo como um problema em movimento, pois solicita do jogador a elaboração de procedimentos pessoais eficazes na resolução de uma situação-problema de jogo. Esse autor define jogo pedagógico “como aquele adotado intencionalmente de modo a permitir tanto o desenvolvimento de um conceito matemático novo como a aplicação de outro já dominado pela criança”. (p.53). (grifo nosso). (MARCO e FERREIRA, 2011, p.90).*

Desta forma vemos a importância do jogo tanto para desenvolvimento de novos conceitos como também para fixação e revisão de conceitos já conhecidos pelos alunos.

Vale ressaltar ainda a importância dos jogos segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs) (2000), o qual apontam os jogos como um caminho a ser seguido, para o desenvolvimento no ensino da Matemática. Enumera os objetivos que têm como finalidade, levar o aluno a: “Identificar os conhecimentos matemáticos como meios para compreender e transformar o mundo à sua volta e perceber o caráter de jogo intelectual característico da matemática” (PCNs, 2000, p. 51).

Percebe-se a necessidade do discente se sentir seguro da sua própria capacidade de construir conhecimentos matemáticos, tendo em vista que os jogos quando bem trabalhados proporcionam meios para o desenvolvimento de habilidade e competências.

*Um aspecto relevante nos jogos é o desafio genuíno que eles provocam no aluno, que gera interesse e prazer. Por isso, é importante que os jogos façam parte da cultura escolar, cabendo ao professor analisar e avaliar a potencialidade educativa dos diferentes jogos e o aspecto curricular que se deseja desenvolver (PCNs, 2000, p. 49).*

## **O BARALHO GEOMÉTRICO**

Concebemos o material que ora apresentamos com o objetivo inicial de ser ferramenta inovadora na retomada dos conceitos básicos da Geometria Plana durante todos os anos do Ensino Fundamental II. Contudo, a utilização do conjunto de cartas ora produzido pode se tornar uma atraente estratégia para revisão dos conceitos básicos desta mesma geometria durante os anos do Ensino Médio.

O jogo foi concebido buscando:

- Reforçar a Educação Matemática lúdica na aprendizagem da Geometria plana;
- Incitar o interesse pela prática de atividades de Geometria;
- Desenvolver habilidades numéricas e geométricas;
- Trabalhar a memorização e o raciocínio lógico;
- Estimular a capacidade mental entre os discentes;
- Mostrar que a Geometria está presente no nosso dia-a-dia sem nos apercebermos disto;
- Conseguir demonstrar através da Geometria que o fazer Matemática pode ser divertido.

Para a confecção de uma primeira versão destas cartas selecionamos alguns conceitos de Geometria Plana agrupando-os em classes conforme suas semelhanças. Cada classe deu origem a um grupo de cartas.

Em cada carta apresentamos o conceito e algumas de suas propriedades como se ele próprio estivesse se apresentando de forma enigmática, afim de que o aluno possa identifica-lo.

Na Figura 1, apresentamos algumas dessas cartas:

**Figura 1: Cartas Geométricas.**



|                                                                                    |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |
|------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|   | <p>Setor circular</p> <p>A) Sou uma região delimitada por dois segmentos de retas que partem do centro para a circunferência.<br/> B) Esses meus segmentos de reta são os raios de medida “r” do círculo.<br/> C) Sou uma parte da região circular.<br/> D) O ângulo <math>\alpha</math> formado pelos meus segmentos de reta é conhecido como ângulo central.<br/> E) Tenho área <math>A = \frac{\pi r^2 \alpha}{360}</math></p> |
|  | <p>Triângulo isósceles</p> <p>A) Sou um polígono com o menor número de lados.<br/> B) A soma dos meus ângulos internos formam um ângulo raso.<br/> C) Tenho um lado chamado de base.<br/> D) Apresento dois lados com a mesma medida.<br/> E) Tenho dois ângulos congruentes.</p>                                                                                                                                                 |

## AS FORMAS DE JOGAR E ALGUNS RESULTADOS

O Baralho Geométrico é um jogo de cartas que se destina ao estudo da geometria através de perguntas que levem a descoberta de um conceito ou forma geométrica. Este foi criado de modo a ser utilizado em contexto escolar e extraescolar. É um baralho de cartas que acompanha a aprendizagem dos alunos desde o momento que estes iniciam o estudo dos conceitos básicos de Geometria plana podendo ser utilizado até no final do Ensino Médio devido ao seu sistema de gradação de níveis de dificuldade através das perguntas formuladas.

Inicialmente utilizamos um baralho geométrico incluindo 18 cartas, 90 enunciados geométricos com 5 níveis de complexidades que podem ser jogadas entre dois ou mais grupos.

### UMA FORMA PARA JOGAR

- 1- Dividir a sala em grupos (conforme o número de discentes na turma e de cartas).
- 2- Embaralhar as cartas e distribuí-las igualmente para os grupos montados.



- 3- Através de um sorteio o grupo que inicia o jogo seleciona uma carta e faz a cada momento uma pergunta nela presente, para os outros grupos, até que um deles consiga acertar o conceito descrito nos itens da carta.
- 4- Ao acertar a resposta ou não ter conseguido êxito o jogo continua com outro grupo distinto iniciando as perguntas de uma nova carta. O grupo que estiver perguntando devera informar o conceito caso ele não seja descoberto após o último item da carta.
- 5- Os pontos a serem computados pelos grupos que acertarem o conceito, podem seguir a contagem abaixo, conforme o item que levou ao acerto.

Exemplo: A = 10 pontos, B = 8 pontos, C = 6 pontos, D = 4 pontos e E = 2 pontos.

- 6- Cada grupo tem no máximo 20 segundos para discutirem entre si e formularem a resposta.
- 7- Em hipótese alguma outro grupo que já saiba a resposta pode responder se não for a sua vez de resposta.
- 8- Ganha o jogo o grupo que conseguir maior pontuação.

## ALGUNS RESULTADOS

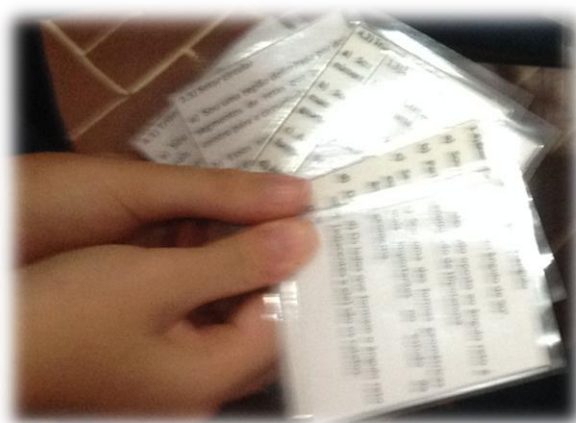
Este jogo foi aplicado para alunos do 8º ano do Ensino Fundamental II. Os alunos foram informados sobre a dinâmica e as regras do jogo e incentivados para que se concentrassem ao fazer as jogadas e não desanimassem caso não obtivessem o resultado esperado.

Os grupos receberam as cartas do jogo, enquanto um jogava o outro observava a resposta de outro grupo ou comentavam entre eles a possível resposta, sempre atento aos erros e acertos dos demais.

No desenvolver do jogo os alunos começaram a perceber as formas de jogar de outros grupos e determinadas respostas dadas sem pensar. Após descobrirem que o diálogo entre os jogadores do grupo era de suma importância, alguns mudaram a estratégia de jogar. Eles ficavam ansiosos para quererem responder as perguntas de outros grupos quando viam que os níveis das perguntas ficavam mais fáceis. Toda esta participação fez com que os alunos, de maneira geral, se mostrassem animados e interessados e para o docente a felicidade em perceber que o jogo estava estimulando e perfazendo um aprendizado significativo na turma do oitavo ano.

Outra característica a ressaltar é a sociabilidade, pois a maior parte do tempo em que o jogo ia se conduzindo a interação com o outro e com o grupo era maior e mais intensa. A figura 2 mostra um momento da aplicação do jogo.

**Figura 2: Aplicação do jogo em sala de aula.**



É indubitável ressaltar que alguns discentes da turma demonstraram facilidade e interesse no jogo, outros alunos não conseguiam entender o processo do jogo, outros fizeram muitas perguntas, questionamentos e até se zangaram, devido a outros grupos que haviam entendido e estavam acertando os conceitos. Teve um grupo que com a afirmação o item A já conseguiu acertar e ficaram motivados.

Através deste jogo vários conceitos e atividades envolvendo conteúdos de geometria plana puderam ser retomados, muitas oportunidades de aprendizado surgiram e muitas dúvidas foram sanadas. Após o início do jogo, os grupos fizeram suas jogadas, houve muita discussão em torno das regras, o professor deixou-os muito a vontade para fazerem questionamentos, reiniciarem as partidas, enfim, os estudantes tiveram liberdade para discussão.

## CONCLUSÕES

Diante de todos os percalços apresentados nas relações do ensino e aprendizagem de Matemática em específico a Geometria, faz-se necessário adotar recursos e metodologias que facilitem o aprendizado.

Nesse sentido, os jogos nas aulas de Geometria são instrumentos motivadores e relevantes para tal intento. Trata-se de uma maneira diferenciada e lúdica para os discentes apreender e revisar conceitos matemáticos.

Este jogo permite, ainda, a concentração, a organização e desenvolvimento de senso crítico, a socialização e o aperfeiçoamento do raciocínio lógico.

Uma das tendências em Educação Matemática é a utilização de jogos, que podem levar a um maior interesse por parte dos alunos, por serem mais agradáveis e atrativos como demonstrado no trabalho.

A utilização do jogo não tem por finalidade apenas a descontração, é por si um instrumento de ensino, onde os conceitos pertinentes aos anos são trabalhados e elaborados.

## REFERÊNCIAS

GRANDO, Regina Célia; MARCO, Fabiana Fiorezi de. O movimento da resolução de problemas em situações com jogo na produção do conhecimento matemático. In: MENDES, J. R., GRANDO, R. C. (orgs.). **Múltiplos olhares: matemática e produção de conhecimento**. São Paulo: Musa Editora, 2007.

GRANDO, Regina Célia. **O jogo e a matemática no contexto da sala de aula**. São Paulo: Paulus, 2004.

GRANDO, Regina Célia. **O conhecimento matemático e o uso de jogos na sala de aula**. Tese (Doutorado em Educação: Educação Matemática). Campinas, SP. Faculdade de Educação, UNICAMP, 2000.

MARCO, F. F. DE e FERREIRA, F. N. **Laboratório de Ensino de Matemática**. São João del Rei: UFSJ, 2011.

MOURA, M. O. O Jogo e a Construção do Conhecimento Matemático. **O Jogo e a Construção do Conhecimento na Pré-escola**. Séries Idéias-FDE, São Paulo, v.10, p. 45-53, 1991.

MOURA, M. O. O Jogo e a Construção do Conhecimento Matemático. **A Construção do Signo Numérico em Situação de Ensino**. São Paulo, SP, 1992a, Tese de Doutorado. Faculdade de Educação, USP.

MOURA, M. O. O Jogo e a Construção do Conhecimento Matemático. **O Professor em Formação**. São Paulo: USP, 1992b. (texto)

MOURA, M. O. O Jogo e a Construção do Conhecimento Matemático. **A Atividade de Ensino como Unidade Formadora**. São Paulo: USP, 1994a. (texto)

MOURA, M. O. A Séria Busca no Jogo: do lúdico na Matemática. **A Educação Matemática em Revista**. SBEM – Nacional, ano 2, n.3, 1994b.

SECRETARIA DE EDUCAÇÃO FUNDAMENTAL. **Parâmetros Curriculares Nacionais. Matemática**. 2 Ed. Rio de Janeiro: DP&A, 2000.

# AS AÇÕES DO PROGRAMA DÁ LICENÇA MATEMÁTICA UFF NA FORMAÇÃO INICIAL E CONTINUADA DO PROFESSOR DE MATEMÁTICA

Natasha Cardoso Dias<sup>1</sup>  
Tahyz Gomes Pinto<sup>2</sup>, Tamires Pereira Pinto da Silva<sup>3</sup>,  
Wanderley Moura Rezende (orientador)<sup>4</sup>

<sup>1</sup> Universidade Federal Fluminense/Aluno Bolsista de Extensão, natashacdias@gmail.com

<sup>2</sup> Universidade Federal Fluminense/Aluno Bolsista de Extensão, tahyzgp@hotmail.com

<sup>3</sup> Universidade Federal Fluminense/Aluno Bolsista de Extensão, tamirespps@id.uff.br

<sup>4</sup> Universidade Federal Fluminense/IME, wmrezende@id.uff.br

## Resumo

O Programa Dá Licença é realizado no Instituto de Matemática e Estatística (IME) da Universidade Federal Fluminense (UFF), de forma ininterrupta, desde 1999, e está associado à Pró-Reitoria de Extensão da UFF. Este Programa consiste em um conjunto de projetos articulados integrando Ensino, Pesquisa e Extensão voltados para a formação inicial e continuada do professor de matemática. Fazem parte do núcleo permanente do Programa Dá Licença os projetos Jornal Dá Licença, Caderno Dá Licença, Eventos em Educação Matemática, Biblioteca Dá Licença e Centro de Memória da Educação Matemática. Até o presente momento foram produzidos 63 Jornais, 8 Cadernos de Pesquisa e realizados mais de 130 eventos (palestras, minicursos e oficinas) na área de Educação Matemática ([www.uff.br/dalicensa](http://www.uff.br/dalicensa)). Neste pôster serão apresentados os produtos e as diversas ações do programa de extensão Dá Licença.

**Palavras-chave:** Formação de Professores de Matemática; Formação Continuada; Educação Matemática.

## INTRODUÇÃO

O Programa Dá Licença vem desempenhando importante papel no Instituto de Matemática e Estatística da UFF, refletidas ao longo da execução dos projetos que o compõem, não só em prol da formação dos alunos do Curso de Graduação em Matemática desta instituição e da integração entre os corpos docentes e discentes desta unidade, como no âmbito da Educação Matemática.

Além disso, pode ser considerado como oportuno pólo instalado em Niterói com condições de atender os municípios vizinhos bem como o interior do Estado do Rio de Janeiro, notoriamente ainda carente em relação ao ensino da Matemática e em especial na formação do professor (inicial e continuada). Dessa forma, as ações desenvolvidas neste Programa atendem também as do Projeto de Desenvolvimento Institucional (PDI) da UFF para avançar na direção de uma Universidade comprometida com o social. Para tal reconhece-se que:

*a ação pedagógica está presente em todas as dimensões e estruturas que caracterizam a Universidade, não se reduzindo, portanto, àquilo que ocorre na sala de aula e nos conhecimentos transferidos [...], que o projeto pedagógico de cada curso materializa-se no cotidiano, através das práticas que o caracterizam, dos modelos que estimula, das atitudes e valores que promove e incentiva, assim como dos*

*recursos materiais disponíveis. E tal materialização é tão importante para a formação do profissional quanto o conhecimento técnico (PDI, 2009, p. 73).*

Além disso, como preconiza o próprio documento, a ação docente, no cotidiano da relação professor-aluno, deve valer-se do próprio espírito científico, incorporando novas metodologias e práticas “que valorizem as experiências de autoaprendizagem e trabalho cooperativo” (PDI, 2009, p. 74).

Desde seu início, fazem parte do núcleo permanente do Programa Dá Licença os projetos Jornal Dá Licença, Caderno Dá Licença e Eventos em Educação Matemática. Em 2010, a proposta foi ampliada com a criação da Biblioteca Dá Licença. Em 2011, com apoio da FAPERJ, foi criado o Centro de Memória da Educação Matemática e realizada uma pesquisa com o objetivo de avaliar o impacto das ações do Programa na formação inicial e continuada do professor de matemática a partir dos múltiplos espaços que o próprio programa permite.

Assim, pretende-se, com este pôster, apresentar os produtos, bem como fazer a divulgação das diversas ações do programa de extensão Dá Licença.

## REFERENCIAIS TEÓRICOS

Em seu texto sobre “Da Formação ao Desenvolvimento Profissional”, Ponte (1998) alerta-nos que “falar de formação é um terrível desafio (...) porque a formação é um daqueles domínios em que todos se sentem à vontade para emitir opiniões, de onde resulta a estranha impressão que nunca se avança”. Acrescenta ainda o pesquisador português que “muitos professores continuam achando que seu papel é receber formação, não se assumindo ainda como os protagonistas que deveriam ser neste processo. A formação 'formal' continua a ser um suporte fundamental do desenvolvimento profissional”. Há de se pensar, no entanto, de outro modo: a profissão docente exige contínuo desenvolvimento profissional. O professor nunca estará formado. Encontra-se, o bom professor, em crescente processo de formação.

Entretanto, há de se destacar que o conceito de desenvolvimento profissional é bem amplo, havendo literatura acadêmica bem diversificada. Para Candau (1996), os ciclos da carreira do professor apresentam, para a formação continuada, o desafio de romper com modelos padronizados e a criação de sistemas diferenciados que lhes permitem explorar e trabalhar os diferentes momentos de seu desenvolvimento profissional, de acordo com as suas necessidades específicas. É fundamental que o professor de matemática acredite no seu potencial, na sua prática. Perez (2004) considera que “as crenças, os valores, as suposições que os professores internalizam sobre o ensino, matéria, conteúdo curricular, alunos, aprendizagem, estão na base de sua prática em sala de aula”.

Por outro lado, torna-se importante que essa prática do professor seja fruto de um processo de reflexão. Donald Schön (1995) explicita o modo como o conhecimento em ação é desenvolvido e adquirido: reflexão-na-ação, reflexão-sobre-a-ação e reflexão-sobre-a-reflexão-na-ação.

Reflexão-na-ação é a que ocorre simultaneamente à prática, na interação com as experiências, permitindo o professor dialogar com a situação, elaborar um diagnóstico rápido, improvisar e tomar decisões diante da ambiguidade, do inesperado e as condições efetivas do momento. Reflexão-sobre-a-ação refere-se ao pensamento deliberado e sistemático, ocorrendo após a ação, quando o professor faz uma pausa para refletir sobre o que acredita ter acontecido em situações vividas em sua prática. A reflexão-sobre-a-reflexão-na-ação é aquela que, tendo como referência as reflexões

anteriores, ajuda o professor a construir sua identidade profissional e sua forma pessoal de conhecer.

Assim, considerando os elementos aqui destacados na formação docente, há de se considerar como paradigma o docente que se torna capaz de refletir na sua prática e sobre ela. O professor pesquisador reflexivo de Donald Schön é, conceitualmente falando, o modelo desejado pelos membros deste programa de formação continuada.

Em consonância com Perez (2004), consideramos o desenvolvimento profissional do professor pesquisador e a prática reflexiva como dois dos principais eixos que devem nortear a formação inicial e continuada do professor. Nesse sentido, entendemos que as ações do Programa Dá Licença vêm contribuindo diretamente, no caso particular do professor de matemática, para esta utopia (no sentido definido por Paulo Freire, como meta a ser atingida). As ações do Programa têm como norte contribuir para a formação inicial e continuada de professores de matemática pesquisadores e reflexivos.

### **BREVE HISTÓRICO E APRESENTAÇÃO DAS AÇÕES DO PROGRAMA**

O Programa Dá Licença dispõe de uma sala localizada no sexto andar do Instituto de Matemática e Estatística da UFF. Tendo seu início em 1999, o Projeto Dá Licença mudou seu status, por recomendação da Pró-Reitoria de Extensão da Instituição, para Programa no ano seguinte, 2000. Suas ações passam então a se constituir projetos que revelam por meio de suas ações articuladas o conteúdo do próprio Programa. Todos os projetos que integraram ou integram o Programa Dá Licença apresentam vocação para a formação continuada de professores de matemática. Esta coordenação entende que o Programa Dá Licença não é apenas “um conjunto de projetos articulados”, mas que é, ele próprio, um projeto que possui metas e linhas de ações comprometidas com o seu objetivo geral. Assim, tendo como premissa básica a indissociabilidade do terno Ensino/Pesquisa/Extensão, o Programa Dá Licença vem desenvolvendo por meio de seus projetos integrantes – com destaque para aqueles que pertencem ao seu núcleo permanente –, e ao longo dos seus dezesseis anos de existência, atividades relacionadas principalmente ao binômio Educação Matemática – Formação do Professor de Matemática. Uma breve descrição desses projetos faz-se necessário para que este relato histórico e a identidade deste Programa se realizem.

Começamos então pelo mais antigo dos projetos: o *Jornal Dá Licença* (ISSN da versão impressa: 2236-899X). Este projeto surge com o PROLICEN UFF – 95<sup>1</sup> e é fomentado por este programa no período de agosto-dezembro/95. Neste período foram editados os jornais de números 1, 2, 3 e 4. As edições de números 5 e 6 foram feitas com apoio e incentivos apenas da comunidade acadêmica do Instituto de Matemática e Estatística da UFF. A partir de agosto/96 este projeto passou a ser financiado com verbas do PADCT UFF – 96/97<sup>2</sup>, sendo gerados, como produtos, mais nove edições desta publicação. Encerrado o financiamento deste último programa, o projeto passa ser subsidiado, a partir de 1999, pela Pró-Reitoria de Extensão da Universidade Federal Fluminense. Em 1999, ele integra uma das linhas de ação do então criado Projeto Dá Licença. A partir de 2000, o *Jornal Dá Licença* passa a fazer parte do núcleo de projetos permanentes do Programa Dá Licença. Todas as edições dos Jornais estão disponíveis *online*, <http://www.uff.br/dalicensa/index.php/jornal-da-licenca/edicoes.html> (ISSN da versão *on line*: 2236-9007), desde a sua primeira edição. Cabe destacar o seu caráter

---

<sup>1</sup> Programa de melhoria das Licenciaturas Científicas subsidiado pelo Ministério da Educação do Brasil

<sup>2</sup> Chamada para Projetos de melhorias dos Cursos de Licenciaturas Científicas do Programa de Apoio ao Desenvolvimento Científico e Tecnológico do Ministério de Ciência e Tecnologia do Brasil.

formativo. Suas seções convergem para uma visão mais ampla do universo que constitui a formação do professor de matemática. Até o presente momento já foram distribuídas mais de trinta mil exemplares das sessenta e três edições produzidas do jornal que tem periodicidade bimestral.

Os conteúdos das atividades realizadas pelo projeto *Eventos em Educação Matemática* estão relacionados a resultados de pesquisas em Educação Matemática ou a experiências docentes no ensino de matemática que têm contribuído efetivamente para o processo de formação inicial e continuada de professores de matemática. São realizados em média oito eventos (seminários, palestras, minicursos e oficinas) em Matemática ou Educação Matemática por ano. Os eventos são abertos também ao público externo. A divulgação é feita por meio de cartazes expostos em murais do Instituto de Matemática e Estatística, pelo site do programa, por mala direta e através de redes sociais. O registro dos participantes é feito por meio de livro ata. Até o presente momento, foram realizados cerca de cento e trinta eventos e distribuídos, aproximadamente, três mil e oitocentos certificados.

O *Caderno Dá Licença* é uma publicação que busca a articulação entre a pesquisa e o ensino da matemática, característica peculiar das pesquisas em Educação Matemática e nas áreas de Ensino de Ciências, procurando incentivar, sobretudo, as contribuições de alunos do curso de Licenciatura em Matemática (monitores ou bolsistas de iniciação científica, iniciação à docência ou de extensão), de professores de matemática que atuam na educação básica e que fazem cursos de pós-graduação em ensino de matemática. Este projeto possibilita efetivamente a “materialização” do professor pesquisador de matemática. Trata-se de uma publicação (ISSN 1809-2896) com corpo editorial, tendo pesquisadores internacionais e de projeção nacional no seu corpo de pareceristas. Desde 1998 até o presente momento, foram elaboradas oito edições do Caderno Dá Licença, tendo sido distribuídos cerca de três mil exemplares desses volumes iniciais. Os artigos desses volumes podem ser visualizados no site do Programa (<http://www.uff.br/dalicensa/index.php/caderno-da-licenca.html>).

A *Biblioteca Dá Licença* vem sendo constituída por meio de doações de livros realizadas por alunos, professores e algumas editoras parceiras. Criado em 2010, o acervo tem por objetivo facilitar a execução de variadas atividades, como a realização de estudos comparativos entre livros didáticos, utilizando também livros paradidáticos e de divulgação científica, além de multiplicar as possibilidades de enriquecimento dos conteúdos abordados, estimulando assim uma visão cada vez mais crítica e diversificada dos temas que permeiam as questões relativas à Educação Matemática. A Biblioteca possui atualmente em torno de mil obras cadastradas, dentre livros didáticos e paradidáticos, além de periódicos com publicações de pesquisas acadêmicas e informativos pertinentes ao meio do licenciando em Matemática, que contribuem para sua formação e estimulam o interesse por tais pesquisas e inovações.

Os trabalhos realizados pelo grupo de pesquisa *História na Educação Matemática*, certificado pelo CNPq, e a doação de cerca de trezentos livros do acervo particular do professor Manoel Jairo Bezerra, pelo seu filho, Roberto Zaremba, estimularam a construção de um *Centro de Memória da Educação Matemática* (<http://www.uff.br/dalicensa/index.php/centro-de-memoria.html>), em 2011, visando a reunir e preservar documentos referentes à história da Educação Matemática. Com objetivo de divulgar e fomentar pesquisas neste campo, estes documentos estão disponíveis para consulta local na sala do Programa Dá Licença.

Um dos elementos de divulgação e avaliação importantes é o *site* do Programa Dá Licença ([www.uff.br/dalicensa](http://www.uff.br/dalicensa)), criado em 2009. A página inicial do portal conta com mais de três milhões e trezentos e vinte mil visitas até o momento. Além de

aumentar a capacidade de divulgação do Programa, as ferramentas disponíveis no site potencializam, sem dúvida, o alcance de suas atividades. Um instrumento de divulgação poderoso aliado ao *site* é a ferramenta de mala direta *Newsletter*, que conta hoje com aproximadamente sete mil e cem usuários cadastrados. São enviados por esta ferramenta, periodicamente, informes, notícias e notas de divulgação dos Eventos em Educação Matemática do Dá Licença e de outras instituições.

**Figura 1: Página inicial do site do Programa Dá Licença**



FONTE: Disponível em [www.uff.br/dalicenca](http://www.uff.br/dalicenca). Acesso em 08 jul 2015.

Em 2012, com o objetivo de aumentar a divulgação de suas atividades e de seus parceiros, o Programa Dá Licença entrou na rede social *Facebook*. No mesmo ano foi criado o *blog* do Programa Dá Licença (<http://dalicencauff.blogspot.com.br>). Até presente data, o *blog* conta com aproximadamente vinte e quatro mil e quinhentas visitas e sessenta seguidores e a página do *Facebook*, com quatrocentos e vinte e cinco adeptos.

Atualmente a equipe do Programa, formada por doze docentes de quatro departamentos de ensino do Instituto de Matemática e Estatística (IME) e da Faculdade de Educação (FE), tem como principal meta planejar ações que promovam a articulação e a integração entre todos os projetos que compõem o Programa, procurando zelar principalmente pela unidade e identidade do Dá Licença. Periodicamente são realizados Seminários Internos do Programa Dá Licença, onde são apresentados os projetos integrantes, os seus conteúdos, as metas alcançadas e os produtos gerados. Os seminários dão visibilidade às ações de cada projeto em particular, buscando, principalmente, uma articulação e integração dos mesmos.

## CONTEÚDO DO PÔSTER E METODOLOGIA DE APRESENTAÇÃO

Fazem parte do conteúdo do pôster as ações e os produtos gerados pelo Programa. Além do pôster, utilizaremos os seguintes recursos para potencializar a apresentação:

- a edição mais recente do Jornal Dá Licença;
- a edição mais recente do Caderno Dá Licença;
- o site do Programa Dá Licença, que contém o acervo de livros da Biblioteca e do Centro de Memória da Educação Matemática, as demais edições do Caderno e do Jornal Dá Licença, resumos dos eventos realizados pelo Programa, dentre outras informações;
- o blog do Programa Dá Licença, com estatísticas de acesso *online*.



Pretende-se, ainda, durante o Encontro, distribuir CDs do Programa Dá Licença com todas as edições já publicadas do Jornal Dá Licença até a data do evento. Nesta distribuição, serão coletados nomes e e-mails dos interessados a serem cadastrados na mala direta do Programa para recebimento de notícias e informativos *à posteriori*.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

Ao longo dos seus dezesseis anos de existência, o Programa Dá Licença tem contribuído, no âmbito regional, para a formação inicial e continuada de professores de matemática. Nesse sentido, o VII EMEM se oferece como excelente meio para divulgação das ações e dos produtos do Programa Dá Licença, para a troca de experiências e para a busca por novos parceiros.

## REFERÊNCIAS

CANDAU, V. M. F. (1996) Formação continuada de professores: tendências atuais. In REALI, A.M.M.R. et al. **Formação de Professores: Tendências Atuais**. São Carlos: Ed. UFSCar.

PDI (2009) **Plano de Desenvolvimento Institucional 2008-2012**. Universidade Federal Fluminense, Niterói. Disponível em: <[http://www.pdi.uff.br/images/images/PDI\\_no\\_EMEC\\_pos\\_Comissao\\_versao\\_30abr091.pdf](http://www.pdi.uff.br/images/images/PDI_no_EMEC_pos_Comissao_versao_30abr091.pdf)>. Acesso em: 10 fev. 2013.

PEREZ, G. (2004) Prática reflexiva do professor de matemática. In BICUDO, M. A. e BORBA, M. de C. **Educação Matemática. Pesquisa em Movimento**. São Paulo: Ed. Cortez.

PONTE, J. P. (1998) Perspectivas de desenvolvimento profissional de professores de matemática. In PONTE, J. P. et al. **Desenvolvimento dos Professores de Matemática: que Formação?** 1. Ed. Lisboa: Sociedade Portuguesa de Ciência da Educação.

SCHÖN, D. A. (1995) Formar professores como profissionais reflexivos. In NÓVOA, A. **Os Professores e a sua Formação**. 2. ed. Lisboa: Dom Quixote.

# ATIVIDADES LÚDICAS NO PROCESSO DE ENSINO E APRENDIZAGEM DE PRODUTOS NOTÁVEIS

Anna Clara Lopes da Silva Santos<sup>1</sup>  
Josué Antunes de Macêdo<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Instituto Federal do Norte de Minas Gerais - Câmpus Januária/ Departamento de Matemática,  
annaclara.santos17@gmail.com

<sup>2</sup>Instituto Federal do Norte de Minas Gerais - Câmpus Januária/ Departamento de Matemática,  
josue.macedo@ifnmg.edu.br

## Resumo

Este trabalho descreve uma atividade lúdica que foi desenvolvida em uma escola parceira do Programa Institucional de Incentivo à docência (PIBID) no município de Januária (MG), nas aulas de Matemática, com o intuito de desenvolver o raciocínio dos alunos dos anos finais do Ensino Fundamental. Ao planejar a atividade, foi observada certa antipatia dos alunos pelos conteúdos relacionados aos produtos notáveis. Neste sentido, foi desenvolvido um jogo denominado ‘Trio Algébrico’ que tem como objetivo associar o lúdico ao conhecimento da disciplina de monômios, binômios e trinômios. O jogo é composto por cartas que contêm as expressões algébricas, o nome da expressão algébrica e como obter os resultados das operações. Ao aplicá-lo, percebeu-se que os estudantes aprenderam brincando, tornando o aprendizado mais espontâneo. Houve melhorias significativas na compreensão deste conteúdo que o professor explicou na sala de aula, porque o uso de jogos tem se mostrado ferramenta eficaz para o trabalho com os adolescentes, mostrando que aprender Matemática também é divertido. Essa atividade possibilita uma aprendizagem significativa nas aulas de Matemática, uma vez que ao jogá-lo, os estudantes refletem e analisam de forma indireta, as cartas do jogo e os conceitos e algoritmos matemáticos que estão envolvidos em cada resolução das expressões algébricas, gerando assim um aprendizado nos conteúdos ensinados pelo professor. Os resultados obtidos foram satisfatórios, pois observou nos alunos uma aprendizagem significativa dos conceitos relacionados aos produtos notáveis e o desenvolvimento de habilidades como a análise, a reflexão e o raciocínio tão importantes na disciplina de Matemática.

**Palavras-chave:** Ensino de Matemática; Atividades Lúdicas; Produtos Notáveis.

## 1 INTRODUÇÃO

Não é de hoje que a Matemática está presente no cotidiano dos alunos em sua vida escolar. Em cada ciclo desenvolvido, percebe-se que as dificuldades apresentadas pelos educandos são levadas para as etapas seguintes do ensino. Sendo assim, observa-se uma grande dificuldade por parte dos alunos em resolverem problemas simples voltados para a aprendizagem de conteúdos matemáticos. O recurso aos jogos desperta o interesse dos alunos em querer aprender como se joga, e conseqüentemente, este conhecimento absorvido através do jogo é interiorizado. Seguindo este conceito, necessitou-se criar um jogo envolvendo produtos notáveis para alunos do oitavo ano do Ensino Fundamental, de uma escola pública parceira do Programa Institucional de Incentivo à docência PIBID, na cidade de Januária (MG), permitindo a associação do lúdico ao conhecimento da disciplina de monômios, binômios e trinômios e o desenvolvimento das expressões algébricas.

Assim propõe-se neste trabalho um complemento ao estudo dos Produtos Notáveis, através de um jogo denominado ‘Trio Algébrico’, cujo objetivo é a aprendizagem e o fortalecimento do ensino do conteúdo abordado no oitavo ano do Ensino Fundamental.

## 2 O JOGO NA APRENDIZAGEM MATEMÁTICA

Os jogos encantam crianças, jovens e adultos desde muito tempo. Sendo assim, utilizá-los como recursos para o desenvolvimento social e intelectual do aluno é importante, mas muitas vezes os professores não sabem quais jogos utilizar e como aplicá-los em sala de aula.

Dessa forma, em se tratando de aulas de Matemática, a utilização dos jogos propõe uma mudança significativa no processo de ensino e aprendizagem, principalmente na resolução de problemas advindos do cotidiano dos alunos, uma vez que o trabalho com jogos desperta o interesse, o raciocínio e a tomada de decisão.

Segundo Borin (1995), um dos motivos para a introdução dos jogos nas aulas de Matemática é a possibilidade de diminuir bloqueios apresentados pelos alunos. Pois eles se sentem mais a vontade para aprender, por estar livre de pressões e avaliações impostas pelo professor. Fortalecendo assim, a aprendizagem e moldando conhecimentos.

Há que se avaliar as práticas existentes em cada sala de aula, porque a mesma dispõe de seres diversificados, com significados e saberes únicos e a formação individual é constante e perpassa todas as esferas sociais às quais estamos inseridos. Desse modo, o professor ao compreender a melhor forma de trabalhar os conteúdos referentes a uma disciplina específica, reflete e aprende também com os alunos.

De acordo com Fiorentini

*Quando estamos imersos numa prática social, em especial na sala de aula, nossas reflexões e significações sobre o que sabemos, fazemos e dizemos podem constituir-se em algo formativo para cada um de nós. É nesse processo de produção de significados e de resignificação de saberes e ações que nos constituímos professores; ou seja, aprendemos a ser professor e professora no trabalho.(FIORENTINI, 2003, p.128)*

Sendo assim, percebe-se que o professor é um agente transformador no processo de ensino e aprendizagem. Neste sentido, os docentes em formação devem analisar as diversas possibilidades e alternativas de se trabalhar em sala de aula depois de formados, procurando assim obter resultados satisfatórios com o uso de novas estratégias, investigações e problematizações. Devendo ainda saber utilizá-las de forma coerente, sabendo a finalidade que se quer alcançar. É na prática docente que ocorre a relação entre professor e aluno. É nela que o docente enxerga o que precisa ser refletido para que haja melhorias dentro de sala de aula.

Nesse sentido, a busca por novas formas que propicie a aprendizagem deve ser constante, uma vez que aprender vai além de memorizar, sendo que ensinar não é somente repassar conteúdos prontos. Uma reconstrução do conteúdo ligada aos jogos matemáticos propicia aos alunos aprenderem. O uso de jogos permite isso, inserir-se e ser modificado pelo que pensa, em toda jogada a fazer. Sendo assim, o conhecimento que os alunos têm com a linguagem Matemática relacionada com os jogos e os conteúdos a serem ensinados transformam aprendizagem tornando-a mais significativa.

Para Fiorentini (2003), os professores mobilizam e produzem saberes e, nesse processo, constituem-se profissionais. Dessa forma, o professor suscita aos alunos a buscarem novas fontes de aprendizagem, sendo que a mesma pode ser adquirida também

nos jogos, através da relação entre os aspectos cognitivos existentes em cada pessoa. Mas para que isso ocorra é preciso levar em conta o conteúdo e a habilidade presente na brincadeira, para que o objetivo do jogo tenha efeito e não seja somente um lazer.

Então, o desenvolvimento cognitivo, social e intelectual por meio dos jogos é trabalhado de forma espontânea, mas tem que ser planejado e embasado em metodologias práticas e contextuais.

### 3 MATERIAIS E MÉTODO

A possibilidade de utilização de um jogo em sala de aula, como recurso para o ensino de Produtos Notáveis, foi inicialmente, vivenciada nas aulas de Matemática de uma escola parceira do PIBID, de Januária (MG). Neste sentido, este trabalho descreve uma atividade lúdica que pode ser utilizada nas aulas de Matemática, com o intuito de desenvolver o raciocínio dos alunos dos anos finais do Ensino Fundamental.

Constatada a necessidade de busca por uma melhoria do entendimento do conteúdo de Produtos Notáveis, a inserção do jogo ‘Trio Algébrico’ é uma possibilidade significativa no processo de ensino e aprendizagem dentro da sala de aula, pois do ponto de vista da pesquisa e do conhecimento dos alunos, a bolsista percebeu que este jogo permite aos alunos ampliar e fixar conhecimentos sobre os Produtos Notáveis.

O jogo desenvolvido na escola foi realizado em dois momentos: **(i)** inicialmente houve a apresentação do jogo ao professor e sua complementação no ensino de produtos notáveis; **(ii)** posteriormente o jogo foi apresentado aos alunos, enfatizando a importância da participação de todos para que a atividade fosse realizada a partir do conhecimento que os mesmos possuíam sobre o conteúdo.

Nessa aula, foi apresentado um jogo de cartas que relacionava as expressões algébricas, o nome da expressão algébrica e como obter os resultados das operações a partir de suas características aprendidas em sala de aula.

O jogo, ‘Trio Algébrico’, foi aplicado para uma turma de trinta e dois alunos do oitavo ano do Ensino Fundamental, sendo o material necessário para a sua confecção um conjunto de treze cartas contendo: quatro expressões algébricas; quatro nomes das respectivas expressões; quatro resultados das operações, e uma carta que não faz parte do trio.

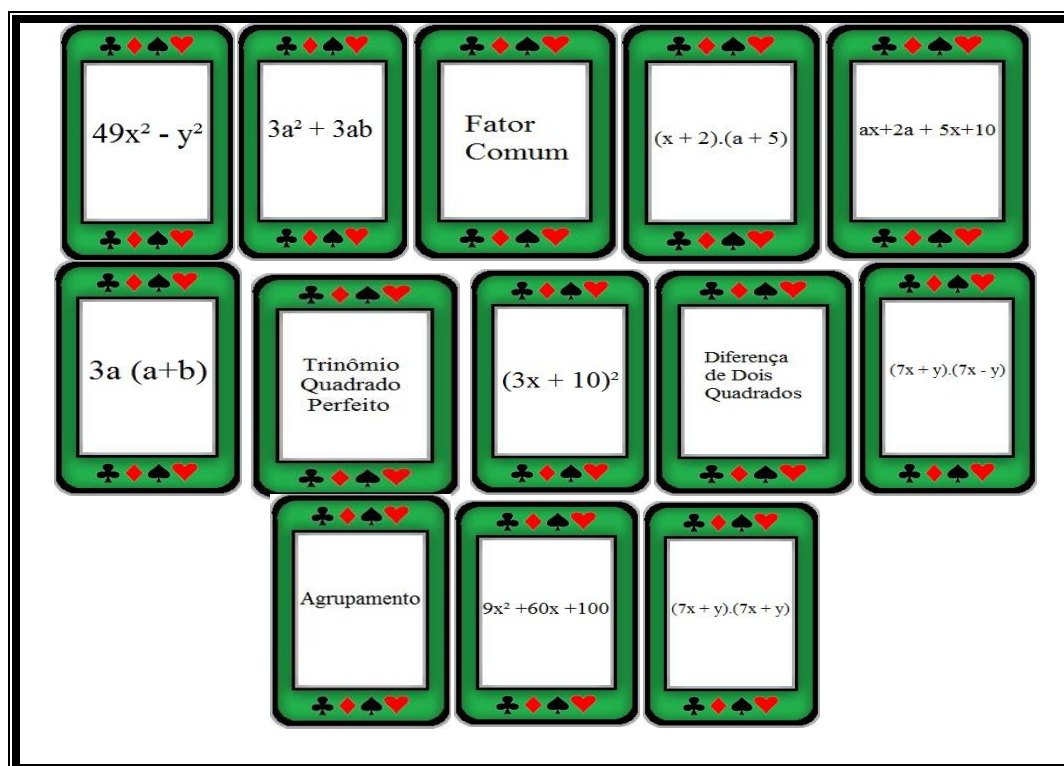
Para jogar é necessário embaralhar as cartas, sendo que cada aluno deve receber três delas no início do jogo, exceto um jogador, que recebe quatro cartas. Em sua jogada, cada um escolhe uma de suas cartas e passa para o jogador seguinte, no sentido horário. O outro jogador olha a carta e decide se deseja ficar com ela ou se deseja passá-la para frente. Caso ele queira ficar com a carta, deverá passar uma de suas cartas para o próximo jogador. Nesse jogo deve ter quatro jogadores. O vencedor será aquele jogador que primeiro completar um trio de cartas contendo a expressão algébrica, o nome da expressão algébrica e o resultado da operação dessa expressão.

A atividade proposta neste trabalho também possibilita desenvolver o espírito de criatividade, respeito pelo outro, interação entre os estudantes e o desenvolvimento do raciocínio lógico.

Dessa forma, essa atividade proporciona uma situação de prazer e aprendizagem significativa nas aulas de Matemática, uma vez que ao jogá-lo, os estudantes refletem e analisam de forma indireta, as cartas do jogo e os conceitos e algoritmos matemáticos que estão envolvidos em cada resolução das expressões algébricas, gerando assim um aprendizado nos conteúdos ensinados pelo professor.

As cartas do jogo são mostradas na Figuras 1.

Figura 1: Treze cartas do 'Jogo Trio Algébrico'



Fonte: Elaborado pelos autores

Nesse sentido, o jogo funciona como suporte, promovendo o desenvolvimento do conhecimento, proporcionando situações que encorajam os alunos a proporem soluções de forma segura, na construção de conceitos e resolução de problemas tornando a aula mais agradável e atraente, gerando, interesse e prazer estabelecendo um caminho para o desenvolvimento do pensamento abstrato (RIBEIRO, 2009). Por isso faz-se necessário à formulação de hipóteses e alternativas de jogadas até se descobrir um caminho que o levaria à vitória. Dessa forma, o jogo toma a dimensão de um instrumento, propiciando clareza de dados, fórmulas, troca de informações e tomada de decisões, abrindo um leque de desafios.

Portanto, o recurso aos jogos é uma ferramenta auxiliar, aliada ao prazer de aprender. E diante do que foi exposto considera-se a utilização do jogo como recurso metodológico nas aulas de Matemática e sendo que o mesmo pode contribuir para a melhoria no processo do ensino e aprendizagem da Matemática, depositando no aluno a certeza de que ele é capaz de construir o seu próprio conhecimento.

O estudo, a investigação, a reflexão e a troca de experiências ajudam no processo interacionista entre aluno e professor e obtêm-se resultados qualitativos. E através do diálogo chega-se a um ponto comum entre ambos, tanto o aluno, quanto professor.

O importante não é transmitir conhecimentos específicos, mas sim apresentar uma relação com a realidade vivida pelo aluno. Assim é possível falar que se trata de uma realidade em que a aprendizagem entre professor e aluno transforma pensamentos e muda a visão de mundo que ambos tinham.

Seguindo esse pensamento, o professor deve compreender o ser e fazer de sua área, para não ser submetido a formas estabelecidas e é preciso recuperar o sentido de planejar, estabelecendo atitudes naturais que nem sempre é encontrada no espaço escolar tido como modelo tradicional. Nesta perspectiva, trabalhar com jogos envolve o planejamento de uma

sequência didática. Exige uma série de intervenções do professor para que, mais que jogar mais que brincar, haja aprendizagem (SMOLE, DINIZ E DANESI, 2007).

Os resultados obtidos através do jogo foram satisfatórios, uma vez que se observou nos alunos uma aprendizagem significativa dos conceitos relacionados aos produtos notáveis e o desenvolvimento de habilidades como observação, análise, reflexão e raciocínio tão importantes na disciplina de Matemática quanto no meio em que se vive.

Acredita-se ainda que, estimulados pela interação, possam socializar o conhecimento e aprenderem os conceitos matemáticos.

Portanto, para se trabalhar na área da educação é necessário desenvolver novas formas para se alcançar o aprendizado dos alunos.

#### **4CONSIDERAÇÕES FINAIS**

Na dinâmica da sala de aula é comum aparecer dificuldades na resolução de conteúdos matemáticos. O que se pretende com este jogo é acrescentar uma nova didática que permita ensinar Matemática de forma prazerosa e que conduza os alunos à aprendizagem, tornando assim, o ensino dos Produtos Notáveis mais atraentes e desafiador.

Durante a aplicação do jogo, foi possível perceber que os alunos estavam aprendendo de forma significativa, uma vez que calculavam a soma algébrica ou o produto dos termos envolvidos em cada expressão. A satisfação dos alunos foi visível, pois o que estavam calculando tinha significado para eles e esse jogo contribuiu muito para se ter uma aula diferenciada de Matemática, tirando a rotina, mas sem deixar de ensinar o conteúdo em si, mostrando que a teoria ligada à prática pode contribuir com a aprendizagem significativa.

Consoante a isso, o professor é um agente transformador no processo de ensino e aprendizagem e analisa as diversas formas como pode e deve se trabalhar na sala de aula e obter resultados satisfatórios com o uso dos novos métodos, investigações e problematizações. Deve-se, no entanto saber utilizá-las de forma coerente, vendo a finalidade que se quer alcançar. É na prática docente que ocorre a relação entre professor e aluno, é nela que o mediador consegue ver o que precisa ser refletido, para que haja melhorias dentro de sala de aula.

Portanto, entende-se que a relação entre professor e aluno parte de um diálogo, em que ambos são sujeitos do ato de conhecer desse processo educativo, sem caráter autoritário para não inviabilizar a dialética presente nesse espaço.

#### **Agradecimentos**

Os autores deste trabalho agradecem à CAPES o apoio recebido através do Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência - PIBID. Agradecem ainda ao Instituto Federal do Norte de Minas Gerais (IFNMG), Câmpus Januária, por incentivar a realização deste trabalho e aos alunos participantes desta pesquisa.

#### **REFERÊNCIAS**

BORIN, Júlia. **Jogos e resolução de problemas: uma estratégia para os alunos de matemática**. São Paulo: IME-USP, 1995.

FIORENTINI, Dario (org.). **Formação de professores de matemática, explorando novos caminhos com outros olhares**. Campinas, Editora: Mercado de Letras, 2003.

RIBEIRO, Flávia Dias. **Jogos e modelagem na educação matemática**. São Paulo:Saraiva, 2009.

SMOLE, Kátia Stocco; DINIZ, Patrícia Cândido; DANESI, Antonio de Pádua. **Jogos de matemática de 1º ao 5º ano**. São Paulo: Ática, 2007.

# ATIVIDADES LÚDICAS PARA O ENSINO DE ARITMÉTICA E ÁLGEBRA

Brenno Silva Mattos<sup>1</sup>

Leonardo Santoro de Oliveira<sup>2</sup>, Wanderley Moura Rezende (orientador)<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Universidade Federal Fluminense/ IME /bsmattos@id.uff.br

<sup>2</sup>Universidade Federal Fluminense/ IME / leosant303@gmail.com

<sup>3</sup>Universidade Federal Fluminense/ IME / wmrezende@id.uff.br

## Resumo:

Ensinar Matemática implica em desenvolver o raciocínio lógico, estimular o pensamento crítico, a criatividade e a capacidade de resolver problemas. Nesse sentido, acreditamos que o uso de atividades de matemática recreativa - adivinhações matemáticas e de jogos educacionais - constituem recursos potenciais para se atingir este objetivo. O jogo, por exemplo, cria um ambiente favorável à participação dos alunos em situações didáticas envolvendo o conteúdo ensinado pelo simples prazer de jogar. Assim, motivados pela realização de atividades de matemática recreativa, resolveu-se desenvolver um projeto cujo objetivo inicial era pesquisar sobre a existência de jogos e de atividades matemáticas lúdicas, voltados para o ensino de aritmética e álgebra na educação básica. Neste trabalho, apresentaremos três dessas atividades desenvolvidas por bolsistas de iniciação à docência do Subprojeto de Matemática do PIBID UFF que foram aplicadas em uma escola pública do estado do Rio de Janeiro.

**Palavras-chave:** Ensino de Aritmética e Álgebra, Matemática Recreativa, Jogos.

## INTRODUÇÃO: O(S) ENSINO(S) DE ARITMÉTICA E ÁLGEBRA

Segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1998), há uma predominância absoluta do ensino de Álgebra na educação básica, abrindo mão do estudo de conteúdos como os de Aritmética. Este último (o ensino de Aritmética) é visto como *mais fácil*, se desenvolve com números, muito embora em alguns casos seja tratado sem qualquer relação a situações reais, no nível das operações formais. Já o primeiro, por lidar intensamente com entidades essencialmente abstratas, é visto como *o mais difícil*. Kaput (1999, p.134-135), especialista no ensino da álgebra, descreve esta importante área do conhecimento matemático como algo que “envolve generalizar e expressar essa generalização usando linguagens cada vez mais formais, onde a generalização se inicia na aritmética, em situações de modelagem, em geometria e virtualmente em toda matemática que pode ou deve aparecer nas séries elementares”.

Embora exista uma vasta literatura sobre “pensamento algébrico”, Van de Walle (2009, p.288) sugere que a descrição de Kaput (1999) seja a mais completa. Segundo este último, existe cinco formas diferentes de raciocínio algébrico:

1. *Generalização da aritmética e de padrões em toda a matemática.*
2. *Uso significativo de simbolismo.*
3. *Estudo de estrutura no sistema de numeração.*
4. *Estudo de padrões e funções.*
5. *Processo de modelagem matemática, que integra as quatro anteriores. (KAPUT, 1999, apud, VAN DE WALLE, 2009, P.288)*



Segundo Lins e Gimenez (1997, p.9), “na comunidade da Educação Matemática, há poucas noções tão enraizadas como a de que aprender aritmética deve vir antes do aprendizado da álgebra”. Concordamos com o pensamento dos autores quando afirmam que essa é uma ideia “infundada, e, na verdade, prejudicial”. Em verdade, não há fronteiras entre esses campos de conhecimento matemático: estudar a estrutura de sistemas de numeração envolve o uso de elementos próprios do raciocínio algébrico. O que se observa é uma relação de simbiose entre essas áreas do conhecimento matemático. Assim, ao se pensar nas ações de ensino de conteúdos dessas áreas, pelo menos em um nível mais elementar, deva-se pensar de forma integrada. Talvez fosse mais apropriado pensarmos para o momento inicial da escolarização matemática em termos de “ensino de aritmética e álgebra”, em vez de ensino(s) de aritmética e de álgebra.

### **DO LÚDICO AO ABSTRATO: A IMPORTÂNCIA DO JOGO NO ENSINO DE ARITMÉTICA E ÁLGEBRA**

Segundo House (1995, p.02), “a necessidade maior dos alunos é uma compreensão sólida dos conceitos algébricos e a capacidade de usar o conhecimento em situações novas e às vezes inesperada”. Por outro lado, observa-se que o ensino de álgebra é realizado, em geral, com ênfase em exercícios técnicos, repetitivos e com pouco sentido para o estudante. Nesse sentido, Lins e Gimenez (1997, p.161) observam que “em ambos os casos, o da aritmética e o da álgebra, a mudança de perspectiva mais importante refere-se a pensarmos em termos de significados sendo produzidos no interior das atividades, e não em termos de técnicas ou conteúdo.”.

Assim, considerando o caráter abstrato destas importantes áreas da matemática escolar, o uso de atividades lúdicas ou de jogos se apresenta como um recurso potencial para a construção de significados na aprendizagem de conceitos aritméticos e algébricos. Fazer “conta com letras”, ou mesmo com expressões numéricas, pode ser uma tarefa enfadonha para as crianças ou adolescentes no ambiente escolar. Por outro lado, na escola “quando crianças ou jovens brincam, demonstram prazer e alegria em aprender. Eles têm oportunidade de lidar com suas energias em busca da satisfação de seus desejos.” (OLIVEIRA, 2007, p. 5).

Vale ressaltar que o uso de atividades lúdicas em sala de aula estimula o raciocínio lógico e a interatividade fazendo com que o aluno obtenha um controle motor, cognitivo e operacional devido a sua gama de atividades. A interatividade possui um papel importante nesse ponto, pois

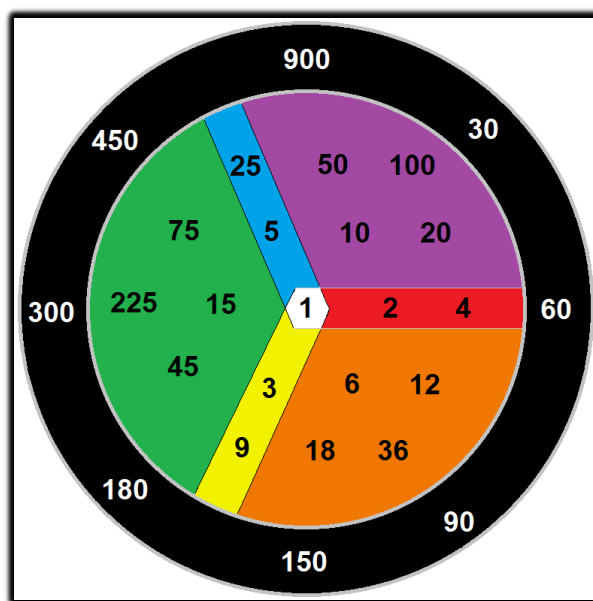
*(...) por meio da troca de pontos de vista com outras pessoas que a criança progressivamente descentra-se, isto é, ela passa a pensar por uma perspectiva e, gradualmente, a coordenar seu próprio modo de ver com outras opiniões. Isso não vale apenas na infância, mas em qualquer fase da vida. (SMOLE, 2007, p. 13).*

Assim, tendo como meta o uso de atividades lúdicas para o ensino de aritmética e álgebra, os autores deste trabalho elaboraram três atividades para serem aplicadas em turmas do ensino fundamental do CE Manuel de Abreu, escola sede do Subprojeto de Matemática do PIBID UFF. As atividades – *Jogo da Fatoração 900*, *Tabelas de Adivinhação* e o *Jogo de Polinômios* – foram aplicadas em formato de oficina. O Jogo de Polinômios é claramente uma atividade com objetos algébricos, apresentando apenas um caráter de consolidação das operações com polinômios. Já o *Jogo da Fatoração 900* e a atividade da *Tabela de Adivinhação* se encontram nos meandros do ensino de aritmética e álgebra. A seguir faremos uma breve descrição de cada atividade.

## DESCRIÇÃO DAS ATIVIDADES

- **JOGO DA FATORAÇÃO 900:** O Jogo da fatoração 900 pode ser jogado por até quatro jogadores, cada um, representado por pinos com cores distintas que os situam numa posição no tabuleiro. Para realizar as jogadas, além do tabuleiro e dos pinos, tem-se um conjunto de vinte e sete cartas: nove cartas com o número “2”, nove cartas com o número “3” e nove cartas com o número “5”. O objetivo específico do jogo é fazer com que o pino que representa os jogadores se mova até a posição 900. O primeiro a ocupar a posição 900 vence o jogo. Para isso os participantes deverão estar atentos às regras do jogo, formular estratégias e ter um pouco de sorte.

Figura 1: Tabuleiro do Jogo da Fatoração



FONTE: Elaborado pelos autores

O objetivo dessa atividade envolve o desenvolvimento da percepção e da capacidade dos alunos em manipular os números em sua forma fatorada. Para complementar a atividade e como meio de avaliação da mesma tem-se uma ficha de exercícios para ser utilizada com os alunos. O primeiro é apenas um exercício de reconhecimento do tabuleiro, atentando o aluno para suas características e a disposição dos seus elementos (os divisores de 900). O segundo trabalha o conceito de fatoração a partir de situações elementares. Já o exercício 3 requer a análise dos números em sua forma fatorada para discutir possíveis estratégias no jogo. O quarto exercício propõe discussões de estratégias de “vitória”, em que se questionam as condições ideais de vitória.

- **TABELAS DE ADIVINHAÇÃO:** A atividade *Tabelas de Adivinhação* consiste em apresentar algumas cartelas para os participantes, requisitar que eles a analisem e solicitar a um dos participantes que escolha, sem revelar publicamente, um número dentre os que aparecem nas cartelas (nas cartelas aparecem todos os números naturais de 1 a 63). Em seguida, uma a uma, mostram-se as cartelas para os participantes e pergunta-se, ao aluno, se o número escolhido se encontra na cartela que esteja sendo apresentada. Após o término deste processo, separam-se somente as cartelas que os participantes afirmaram conter o número escolhido. Pronto, já está feita a mágica! Para obter o número escolhido pelo participante, basta somar os menores números destas cartelas.

O segredo da mágica está na construção das cartelas. A construção de cada uma delas é baseada na representação polinomial de um número natural no sistema binário de numeração. A primeira cartela contém todos os números de 1 a 63 que tem  $2^0$  em sua decomposição. Já a segunda contém todos aqueles que têm  $2^1$  em sua decomposição; e assim por diante, até a sexta cartela. Assim, ao dizer se o número escolhido (e não revelado) está ou não na cartela, o aluno acaba revelando (sem que perceba) a representação polinomial do número no sistema binário.

**Figura 2: Tabelas de Adivinhação**

|    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 1  | 3  | 5  | 7  | 2  | 3  | 6  | 7  | 4  | 5  | 6  | 7  |
| 9  | 11 | 13 | 15 | 10 | 11 | 14 | 15 | 12 | 13 | 14 | 15 |
| 17 | 19 | 21 | 23 | 18 | 19 | 22 | 23 | 20 | 21 | 22 | 23 |
| 25 | 27 | 29 | 31 | 26 | 27 | 30 | 31 | 28 | 29 | 30 | 31 |
| 33 | 35 | 37 | 39 | 34 | 35 | 38 | 39 | 36 | 37 | 38 | 39 |
| 41 | 43 | 45 | 47 | 42 | 43 | 46 | 47 | 44 | 45 | 46 | 47 |
| 49 | 51 | 53 | 55 | 50 | 51 | 54 | 55 | 52 | 53 | 54 | 55 |
| 57 | 59 | 61 | 63 | 58 | 59 | 62 | 63 | 60 | 61 | 62 | 63 |

FONTE: Elaborado pelos autores

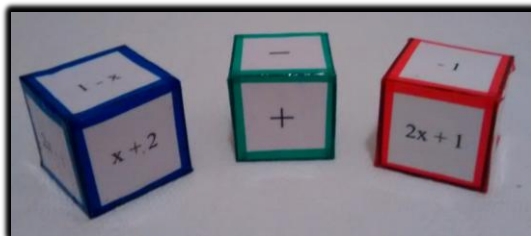
Destarte, em busca de um processo que levasse a compreensão da mágica e revelasse a matemática na que se baseia, elaborou-se uma ficha com cinco atividades. A primeira atividade procura familiarizar o aluno com a forma polinomial dos números no sistema binário. A segunda atividade é o processo de construção das tabelas utilizadas na mágica. Já nas terceira e quarta atividades, o aluno refaz a mágica para si mesmo, desde o processo de escolha do número a ser adivinhado, até a verificação das tabelas em que se encontra o número escolhido. É nesse ponto que os alunos são postos a refletir. Já na última atividade, fazemos uma retomada da terceira atividade após o processo de reflexão das atividades anteriores.

- **JOGO DOS POLINÔMIOS:** O ensino de polinômios está repleto dos conhecidos “exercícios de fixação” que são utilizados para o treinamento da técnica que se quer ensinar. Entretanto, mesmo no universo da consolidação dos conteúdos já ensinados, é possível fazer uso da criatividade. O Jogo dos Polinômios, adaptado a partir de uma atividade proposta no material didático da disciplina de Instrumentação do Ensino de Álgebra e Aritmética (IEAA) do Curso de Licenciatura em Matemática a Distância da Universidade Federal Fluminense, associado ao Centro de Educação a Distância do Estado do Rio de Janeiro (CEDERJ), visa auxiliar na consolidação das operações de soma, subtração e multiplicação entre polinômios, bem como as propriedades comutativas e distributivas associadas a estas operações.

Seu *kit* é composto por: dois dados, onde em cada um deles, existem três polinômios distintos, de tal forma que as faces opostas contenham o mesmo polinômio – nenhum polinômio utilizado no primeiro dado é igual a qualquer um dos polinômios utilizados no segundo dado; um dado contendo os símbolos das operações de soma,

subtração e multiplicação, de tal forma que as faces opostas contenham o mesmo símbolo; pinos de marcação de cores distintas (para cada jogador, uma cor) e um tabuleiro onde os mesmos deverão ser usados para marcar as respostas corretas dadas por cada jogador.

**Figura 3: Dados do Jogo dos Polinômios**



FONTE: Elaborado pelos autores

Para jogar, lançam-se sobre a mesa os três dados e efetua-se a operação correspondente. Na situação ilustrada na figura 3, o aluno poderia escolher entre fazer  $(-1) - (1-x)$  ou  $(1-x) - (-1)$  (isto acontece porque a operação de subtração não é comutativa). Uma vez escolhida a ordem e efetuado o cálculo de forma correta, o aluno deve colocar um de seus pinos na casa correspondente à expressão correta do resultado. Do contrário, ele passa a vez e seu pino, que foi colocado em local errado, é retirado. Os demais jogadores são responsáveis em conferir. Esse procedimento se repete para cada novo jogador. Não se pode colocar uma ficha em um lugar já ocupado. Se alguém conseguir preencher quatro casas consecutivas, na horizontal ou na vertical, vencerá o jogo. Podemos observar na figura 4 que o jogador com pinos amarelos, vence o jogo. Caso nenhum jogador consiga completar a sequência de quatro casas consecutivas, vence aquele que tiver maior número de pinos no tabuleiro.

**Figura 4: Tabuleiro do Jogo dos Polinômios**

|         |         |              |           |           |             |            |             |
|---------|---------|--------------|-----------|-----------|-------------|------------|-------------|
| $x^2+3$ | $2x+2$  | $2x+1$       | 2         | $-x-3$    | $x-1$       | $-2x$      | $x^2+2$     |
| $x+1$   | $x^2-4$ | $-3x+2$      | $3x$      | $2x+6$    | $2x-2$      | $-2x^2-2$  | $-x$        |
| $-x-2$  | $3x-3$  | $x-1$        | $4x^2-1$  | $-3x-1$   | $2x$        | $-2x-1$    | $-x+2$      |
| $-2x+1$ | 0       | $2x^2$       | 4         | $3x^2+9x$ | $2x^2+5x+2$ | $x-3$      | $-3x$       |
| $x+3$   | -1      | $3x+3$       | $x+2$     | $5x+1$    | $-2x-2$     | -2         | $2x-1$      |
| $2x+5$  | $3-x$   | $-x^2+4$     | $-2x+3$   | $-3x+3$   | $-x+1$      | $x^2-3x+2$ | $x+1$       |
| $-2x+4$ | $4x$    | $-2x^2+5x-2$ | $x^2+x+2$ | $4x+1$    | $2x^2+2$    | $2x$       | $x$         |
| $-2x-2$ | $-3x+1$ | 1            | $-2x^2+1$ | $-2x$     | $x-2$       | $3-3x$     | $-2x^2+x+1$ |

FONTE: Elaborado pelos autores

## AVALIAÇÃO DA EXPERIÊNCIA DIDÁTICA E CONSIDERAÇÕES FINAIS

As atividades Jogo dos Polinômios e Tabelas de Adivinhação foram trabalhadas com duas turmas do 9º ano do Colégio Estadual Manuel de Abreu durante o primeiro semestre letivo de 2015, sendo cada uma delas aplicada nas duas turmas durante um período de cem minutos (dois tempos de aulas seguidos).

A fim de obter uma resposta dos alunos sobre as atividades realizadas, aplicamos um questionário com cinco itens, solicitando que cada um deles escolhesse um ícone (um “smile”) que representasse sua opinião com relação à questão proposta. Os dados quantitativos serão sintetizados em forma de gráficos e apresentados na composição do próprio pôster. Por limitação de espaço, optamos por fazer aqui uma avaliação qualitativa.

De modo geral, a receptividade dos alunos em relação às atividades realizadas foi muito boa. Além disso, com base nas observações dos bolsistas e da professora regente, pode-se concluir que os objetivos foram alcançados. Os alunos, estimulados a resolver os exercícios propostos de forma lúdica, refletiram e aprenderam os conteúdos abordados. Em particular, na atividade de Tabela de Adivinhação, o melhor registro que se tem é a execução da mágica, ou melhor, da “*matemágica*”, realizada pelos próprios alunos.

Outro ponto positivo observado foi o nível de participação dos alunos nas atividades propostas. No caso da atividade Jogo dos Polinômios, nota-se que os alunos foram bem solícitos e participativos durante toda atividade. Quando, por exemplo, em algum momento alguma dupla tinha dúvida e solicitava auxílio, os próprios alunos ajudavam os colegas, deixando de lado a rivalidade e o aspecto competitivo da atividade, em favor de uma ação solidária e colaborativa.

## REFERÊNCIA

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. Brasília, DF, 1998.

FROTA, M. C. R. Ambientes que favorecem a visualização e a comunicação em Cálculo. In: FROTA, M. C. R.; CARVALHO, M. F. T.; BIANCHINI, B. L. (Orgs.) **Marcas da Educação Matemática no Ensino Superior**. Campinas: Papirus, 2013. p. 61-88.

HOUSE, P. Reformular a Álgebra da escola média: por que e como? In: COXFORD, A. & SHULTE, A. (Orgs.) **As Ideias da Álgebra**. São Paulo: Atual Editora, 1995. p. 1-8.

KAPUT, J. J. Teaching and learning a new algebra. In: FENNEMA, E.; ROMBERG, T. A. (Eds.), **Mathematics classrooms that promote understanding** (p. 133-155). Mahwah: Erlbaum, 1999.

LINS, R. C.; GIMENEZ, J. **Perspectivas em aritmética e álgebra para o século XXI**. Campinas: Papirus, 1997.

OLIVEIRA, Sandra Alves de. **O lúdico como motivação nas aulas de Matemática**. Disponível em: <http://www.mundojovem.com.br/projetos-pedagogicos/projeto-ludico-motivacao-aulas-matematica>. Acesso em: 24 jul. 2015

SMOLE, K. S.; DINIZ, M. I.; CÂNDIDO, P. **Cadernos do Mathema: Ensino Fundamental: Jogos de Matemática de 1º a 5º ano**. Porto Alegre: Artmed, 2007.

VAN DE WALLE, J. A. **Matemática no ensino fundamental: formação de professores e aplicação em sala de aula**. Edição 6. Porto Alegre: Artmed, 2009.

# CICLO TRIGONOMÉTRICO: E SUA UTILIZAÇÃO EM AULAS PRÁTICAS

**Antonio Kenndy Lopes Dantas<sup>1</sup>**  
**Manassés da Silva Batista<sup>2</sup>, José Arteiro Claudino Chaves<sup>3</sup>,**  
**Orientador: Francismar Holanda<sup>4</sup>**

<sup>1</sup>Instituição/IFPI, e-mail: kennedylopesdantas@hotmail.com

<sup>2</sup>Instituição/IFPI, e-mail: Manassess923@gmail.com

<sup>3</sup>Instituição/IFPI, e-mail: Arteiroclaudino@hotmail.com

<sup>4</sup>Instituição/IFPI, e-mail: Frholanda@ifpi.edu.br

## Resumo:

Devido a sua importância o estudo do ciclo trigonométrico é um dos conteúdos mais enfatizados no currículo da trigonometria, porém, a complexidade dos conceitos relacionados a esse tema, aliada a fragmentação na abordagem do conteúdo em algumas escolas, que muitas das vezes podem dificultar o pensar do estudante de transformar problemas trigonométricos em resolução de equações, sistemas ou inequações. Portanto neste artigo apresentaremos uma proposta de atividade diferenciada da abordagem tradicional, a qual teve como objetivo principal facilitar o desenvolvimento cognitivo dos educandos do ensino médio. Observa-se notoriamente nas aulas que muitos dos estudantes pouco assimilaram o assunto pela dificuldade de visualização do ciclo e suas ferramentas, dessa forma, justifica-se a confecção do ciclo Trigonométrico como estratégia de ensino, com o intuito de propor um novo olhar acerca da compreensão dos alunos e consequentemente ajudá-los em seu aprendizado. Para tanto, realizamos a atividade com 40 alunos do 2º ano do ensino médio de uma escola da rede pública de Teresina, Piauí. Ao final, concluímos que essa iniciativa facilitou aos integrantes da pesquisa um melhor entendimento dos conceitos de seno e cosseno, como resultado os mesmos foram capazes de identificar as posições de seno, cosseno e tangente nos vários conceitos que os diferenciam.

**Palavras-chave:** Ciclo trigonométrico; Cotidiano; Aprendizagem; Situação problema.

## INTRODUÇÃO

Os professores de matemática têm o dever de buscar desmistificar a visão que as pessoas têm da matemática como sendo uma disciplina difícil, complicada e quase impossível de ser compreendida. E para que isso aconteça é preciso um maior empenho desse profissional em buscar uma proposta de trabalho mais interessante e prazerosa que chame a atenção do aluno, despertando simultaneamente o seu interesse e raciocínio. Foi pensando nisso que resolvemos abordar neste projeto a trigonometria, assunto muito comentado durante a segunda série do ensino médio e exaustivamente criticado pelos alunos por causa da complexidade. Levando em consideração esses fatores e de posse da informação de que a matemática sobre o ponto de vista do aprendizado não é simplesmente conhecer uma série muito grande de conteúdos mais sim compreender como aplicar estes assuntos no cotidiano é que desenvolvemos este trabalho.

Hoje em dia, professores apontam alguns problemas encontrados pelos educandos, em relação à apresentação do Ciclo Trigonométrico. Podemos citar dentre essas

dificuldades, as relações de seno e cosseno, jogo de sinais, gráficos das funções, áreas de triângulos inscritos no Ciclo e suas relações envolvendo os ângulos notáveis. A demonstração do Ciclo Trigonométrico em material concreto dará aos estudantes a oportunidade de idealizar esse conteúdo de maneira diferente, facilitando o entendimento. Diante disso, a confecção do Ciclo Trigonométrico, serve também para auxiliar a suprir uma das necessidades encontradas nas aulas, que é a carência de materiais concretos como forma de composição de uma aula diferenciada e dinâmica.

*[...]Ao aluno deve ser dado o direito de aprender. Não um 'aprender' mecânico, repetitivo, de fazer sem saber o que faz e por que faz. Muito menos um 'aprender' que se esvazia em brincadeiras. Mas um aprender significativo do qual o aluno participe raciocinando, compreendendo, reelaborando o saber historicamente produzido e superando, assim, sua visão ingênua, fragmentada e parcial da realidade (FIORENTINI; MIORIN, 2004, p.62).*

A matemática é uma ciência que precisa ser trabalhada detalhadamente em sala de aula com o propósito de conseguirmos atingir os objetivos, objetivos estes que não ocorram somente com metodologias repetitivas de forma mecanizada sem planejamento, assim trabalhar a matemática durante a resolução de problemas é fazer com que os alunos vão além das próprias soluções, ou seja, este método pedagógico faz com que os alunos se sintam desafiados e busquem novas estratégias para tais soluções de modo organizado e dinâmico obtendo com isso uma aprendizagem significativa que os preparem para a vida.

## MATERIAL E MÉTODOS

Esse trabalho foi realizado em âmbito do PIBID, no 2º ano do ensino médio na escola Zacarias De Góis (Liceu) uma das escolas mais tradicionais da rede pública de Teresina.

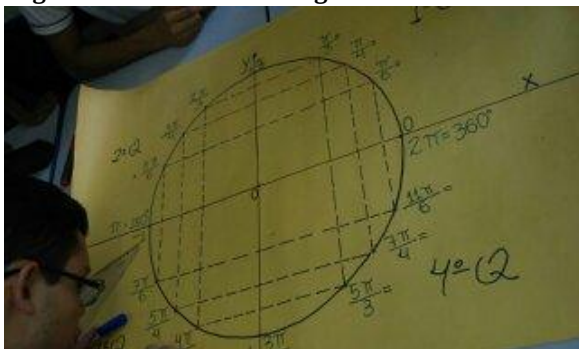
Foram três etapas, sendo que na primeira etapa foram realizadas aulas expositivas utilizando recursos de vídeo-aulas. Na segunda etapa foram realizadas atividades onde os alunos foram separados em grupos para confeccionarem o ciclo trigonométrico. Na terceira e última etapa foi aplicado um questionário com o professor e com os alunos para verificar a efetividade da aplicação de métodos inovadores no ensino da matemática.

Esse trabalho é resultado de um projeto, utilizando atividades diagnóstica e matematizadas que enfatizavam problemas envolvendo a trigonometria do nosso cotidiano. Na aplicação de atividades procuramos verificar como anda o desenvolvimento dos alunos envolvendo essas situações problema.

Durante a realização do projeto houve a observação com registros através de fotografias sobre a utilização do ciclo trigonométrico como ferramenta facilitadora da aprendizagem matemática.

A partir da observação sistematizada foi possível verificar que o ciclo trigonométrico obteve bastante aceitação e por sua vez propiciou uma melhor compreensão das operações trigonométricas da matemática.

**Figura 1-circunferência trigonométrica**



**Figura 2- confecção do ciclo trigonométrico**





**Figura 3: Equipe A mostrando a atividade feita**

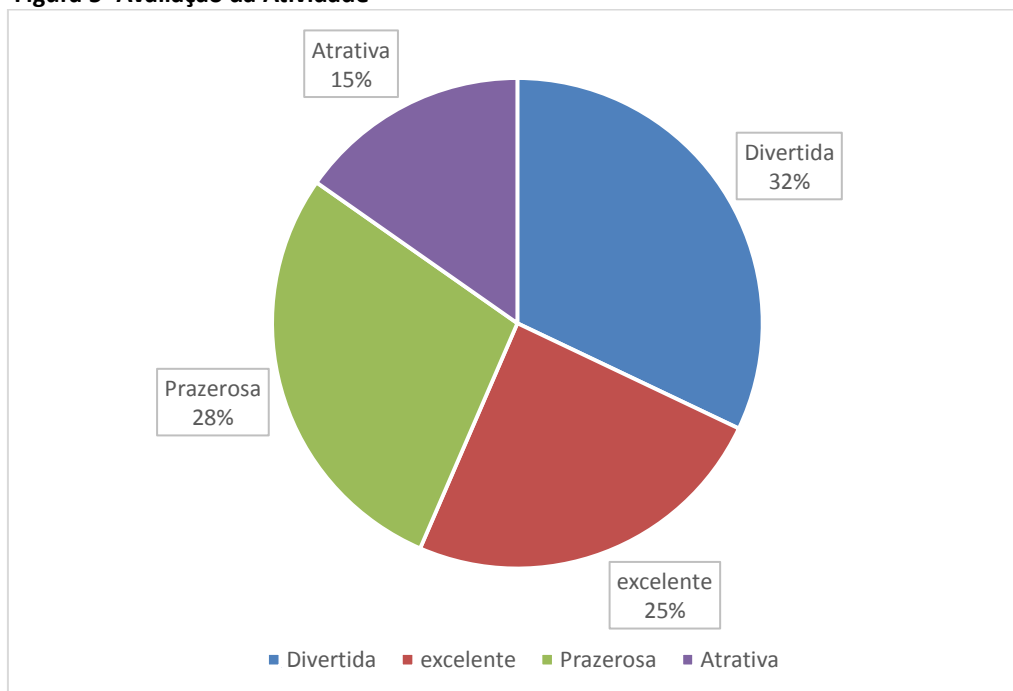


**Figura 4: Equipe B mostrando A atividade feita**



Contudo antes mesmo de darmos início esta atividade, pensávamos que seria um desafio lidar com uma turma de ensino médio, pois o conteúdo abordado teria uma fundamentação maior. Porém, ao longo de toda a aula, percebemos que não se tratava apenas de aplicar um projeto, mas de promover toda uma dinâmica educativa que pudesse atrair o aprendizado daqueles educandos. As aulas se mostraram como uma fonte de compartilhamento de conhecimento, que proporcionaram aos alunos maior interação e reforçaram que o lúdico no ambiente escolar pode ajudar no desenvolvimento dos estudantes. Assim, responderam através de questionário, aplicado ao final da atividade, que aulas desse tipo podem ajudar no ensino da Matemática. Estas afirmações podem ser comprovadas através do Gráfico abaixo.

**Figura 5- Avaliação da Atividade**



Fonte: Pesquisa Direta. Ano: 2015

## CONCLUSÃO

A observação dos resultados mostrou a validade do uso do material concreto na atividade em sala de aula, durante todo o processo de intervenção pedagógica realizados



pelos bolsistas do PIBID, neste cenário de aprendizagem, a análise dos resultados mostrou as práticas dos sujeitos no lúdico e evidenciou-se o processo de formação de conceitos e habilidades matemáticas.

Observar o interesse dos alunos em aprender, e se sentirem capazes de relacionar a aprendizagem escolar com o mundo fora da sala de aula é muito prazeroso para o professor. Desta forma o modelo de ensino que leva em conta o caráter experimental da matemática torna-se mais significativo uma vez que leva ao estudante desta disciplina associar este conhecimento à sua vida cotidiana ao tempo em que funciona como uma ponte para a transição do conhecimento concreto para o abstrato, e assim contribuindo com a organização do pensamento matemático e com o desenvolvimento do raciocínio lógico.

## **AGRADECIMENTOS**

A Deus e aos nossos familiares por ter nos dado forças Para superar as dificuldades. Assim como a Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal do Nível Superior (Capes) e ao Programa de iniciação à docência (PIBID), seus coordenadores e supervisores pela oportunidade ofertada. Ao nosso orientador e coordenador de curso Francismar Holanda pelo suporte na medida do possível que lhe coube, nas orientações e incentivos.

## **REFERÊNCIAS**

1. DUTRA, Alexandre dos Santos, **VALENÇO, Ingrid Regina Pellini. Matemática 1.** Tatuí, SP: Casa Publicadora Brasileira, 2006.
2. FILHO, B. B. e SILVA, C. X. **Matemática Aula por Aula.** vol. único, Editora FTD - 2000.
3. FIORENTINI, Dario. **Alguns modos de ver e conceber o ensino da matemática no Brasil.** Revista Zetetiké, Campinas, ano 3, n. 4, 1995.
4. IEZZI, G. **Fundamentos da Matemática Elementar.** vol.3. Atual Editora – 1993.
5. MATSUBARA, J. B. **Conexões com a Matemática.** vol. 02. Editora Moderna - 2010.
6. Rafaella P. S. **problemas do dia a dia na aprendizagem: as operações fundamentais.** 2013
- 7- Tennyson, R. de S. J. **Ciclo Trigonométrico: sua utilização em modelo concreto.** LABMAT 2013

# CÍRCULO OU CIRCUNFERÊNCIA?

Alysson Rodrigues Lima<sup>1</sup>

Débora Hipólito de Souza<sup>2</sup>, Zilda de Carvalho Pereira Altomare<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Ufla – Universidade Federal de Lavras/DEX, alyssonrl.9@gmail.com

<sup>2</sup> Ufla – Universidade Federal de Lavras/DEX, deborahipolito22@gmail.com

<sup>3</sup>Professora da Rede Pública de Ensino, zildaaltomare@oi.com.br

## Resumo

A perspectiva de resolução de problemas tem se mostrado uma metodologia eficaz no ensino e aprendizagem de conteúdos matemáticos. Esta propicia aos estudantes uma nova maneira de lidar com o conhecimento de forma interativa, permeando um ambiente de aprendizagem mais dinâmico possibilitando a construção do conhecimento por meio de diálogo, interação, formulação e compartilhamento de ideias. O presente trabalho relata uma experiência vivenciada por alunos de graduação em Licenciatura em Matemática da Universidade Federal de Lavras – UFLA, no Programa Institucional de Iniciação à Docência – PIBID, em que o objetivo é a elaboração e execução de atividades diferenciadas a serem desenvolvidas em uma escola municipal da cidade de Lavras. Nesse sentido, foram elaboradas e executadas uma sequência de atividades de geometria, numa perspectiva de resolução de problemas em que o principal objetivo era que os alunos a partir da compreensão pudessem diferenciar círculo de circunferência e com auxílio de materiais manipuláveis conhecer a origem do número  $\text{Pi}(\pi)$ , sua aplicação, e a partir disso calcular a área do círculo.

**Palavras-chave:** geometria, círculo, circunferência

## INTRODUÇÃO

Este trabalho é um relato de experiência de uma sequência de atividades desenvolvidas pelo GT-EMAB<sup>1</sup> no âmbito do Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência - PIBID da Universidade Federal de Lavras - UFLA, em uma escola da rede pública municipal de Lavras/MG, com alunos de 9º ano em que tínhamos como objetivo inicial verificar se os alunos diferenciavam círculo de circunferência para que a partir desta constatação pudessemos explorar e identificar seus elementos e propriedades, para construir gradualmente os conceitos/fórmulas usualmente utilizadas para calcular o comprimento da circunferência e a área do círculo.

## DESENVOLVIMENTO DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA E REFLEXÕES SOBRE O PROCESSO

Inicialmente foram apresentadas aos alunos algumas figuras presentes no dia a dia em que davam ideias de círculo ou de circunferência, (Figura 1).

---

<sup>1</sup> GT-EMAB: Grupo de trabalho da Escola Municipal Álvaro Botelho. O grupo é composto por seis licenciandos em Matemática, uma professora da Educação Básica (Supervisora) e uma professora da Universidade (Coordenadora).

**Figura 1: Representações de Círculo e Circunferência**



Durante a apresentação das figuras questionamos os alunos quais davam ideia de círculo ou circunferência. Alguns alunos disseram:

*Aluna 1: A pizza e a bandeja é círculo, porque pra ser círculo tem que tá cheio.*

*Aluno 2: Esse negócio das olimpíadas é circunferência, porque só tem o contorno.*

*Aluno 3: Acho que as argolas das olimpíadas é círculo, não?*

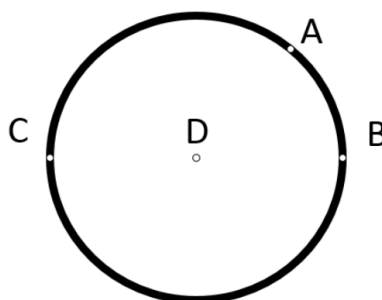
Após as conjecturas dos estudantes, foram apresentadas tais definições:

**Circunferência:** é uma linha fechada em um plano, na qual todos seus pontos estão à mesma distância de um ponto fixo chamado centro.

**Círculo:** se nós fizermos uma circunferência e preencher todo seu interior, ela se torna um círculo. Este, por sua vez, é formado por uma circunferência e pelos infinitos pontos que preenchem seu interior.

Na Atividade 01 – **Identificando os Elementos**, foram apresentados os conceitos dos elementos da circunferência: raio, corda e diâmetro. A proposta da atividade era que a partir da compreensão dos alunos, eles pudessem traçar cada um desses elementos, como mostra a figura abaixo (Figura 2).

**Figura 2: Identificando os Elementos**



Durante a realização dessa atividade percebemos que os alunos não tiveram dificuldades em realiza-la pelo fato de se lembrarem de conteúdos anteriores onde foi

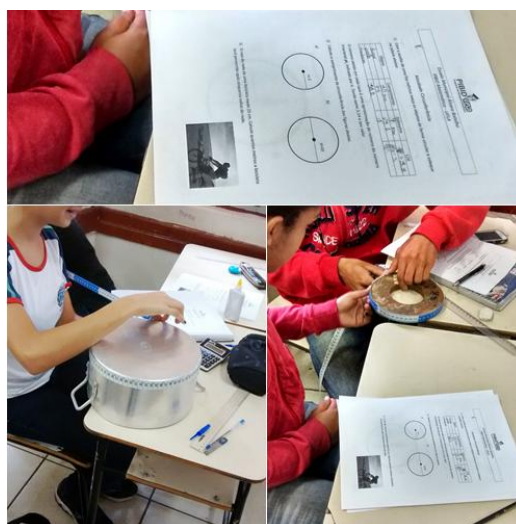
tratado essa temática, desse modo após a socialização, entregamos para os alunos os materiais, nos quais eram utensílios domésticos de formas circulares tais como panelas, tampas, copos, pratos e junto desses, fitas métricas, régua e outra folha de atividade em que os alunos teriam que preencher uma tabela com o nome dos objetos, comprimento, diâmetro e a razão dessas duas medidas, como mostra a figura 3.

**Figura 3: Tabela de preenchimento**

| Objeto | Comprimento | Diâmetro | C/d |
|--------|-------------|----------|-----|
|        |             |          |     |
|        |             |          |     |
|        |             |          |     |

Para a realização dessa atividade orientamos os alunos para que se organizassem em duplas, e que de acordo com que iam terminando as medições (Figura 4) trocassem os utensílios com os colegas para realizar a medição de três objetos diferentes, com o intuito de que quando terminassem pudessem observar que o comprimento da circunferência dividido pelo seu diâmetro sempre dará um valor aproximado de 3,14.

**Figura 4: Realizando as medições**



Assim que finalizaram as três medições, alguns estudantes já questionaram o porquê de todas as razões, comprimento dividido pelo diâmetro – C/D, sempre resultar em valores aproximados a 3,14. Nesse momento falamos que esse valor resultante da razão do comprimento da circunferência pelo diâmetro era denominado  $\pi$  (Pi), e que seu valor é aproximado a 3,14. A partir dessa relação chegaríamos em outras fórmulas como a do comprimento da circunferência, e da área do círculo de forma que os alunos compreendessem a origem do PI para se chegarem a essas fórmulas.

Posteriormente, solicitamos aos estudantes que encontrassem o valor do comprimento da circunferência (ANEXO I). Fornecemos primeiramente o valor do raio e posteriormente o valor do diâmetro. Na realização desta etapa alguns dos alunos conseguiram realizar a atividade sem dúvidas, mas foi necessária uma intervenção na segunda parte onde fornecíamos o valor do diâmetro, pois era necessário manipular a fórmula, após esta intervenção todos finalizaram a atividade. Elaboramos também uma terceira atividade (nº 3-ANEXO I) na qual questionamos: quantos metros uma bicicleta

com raio de sua roda medindo vinte e cinco centímetros percorreria dando cinquenta voltas. Em alguns minutos os alunos finalizaram e fizemos uma socialização enfatizando que o valor encontrado por eles corresponderia a exatamente  $2\pi r$  que é o valor do comprimento da circunferência.

Assim, durante a socialização no quadro, substituímos os valores apresentados nas atividades concluindo que os valores que eles haviam encontrado correspondia ao mesmo quando substituído na fórmula. Essas atividades foram embasadas em uma metodologia na perspectiva de resolução de problemas, e fora concluída em duas aulas de cinquenta minutos.

Iniciamos a terceira aula relembrando os conceitos de círculo e circunferência, além de seus elementos como corda, raio e diâmetro com o intuito de trabalharmos a área do círculo. Desse modo perguntamos os estudantes como poderíamos calcular a área do círculo, já que aprendemos que este é a união de toda parte que preenche o interior da circunferência juntamente com a própria circunferência, no entanto nenhum aluno se manifestou.

Pedimos para que os estudantes formassem duplas e entregamos um material manipulativo denominado “disco de pizzas”<sup>2</sup>. Nosso objetivo era que eles pudessem manipular as partes de forma a determinar uma figura geométrica em que eles já sabiam encontrar sua área. Alguns alunos tentavam formar um triângulo, outros um quadrado, mas sempre sobravam peças e nos perguntavam se poderia ser daquela maneira, porém enfatizamos que era necessário utilizar todo o material, ou seja, todas as partes subdivididas do “disco de pizzas” como mostra na Figura 5.

**Figura 5 – Manipulando o Disco**



Após alguns minutos alguns estudantes conseguiram, formaram um retângulo utilizando todas as partes e mostraram para seus colegas como haviam feito. Além desse material levamos também um recorte em cartolina da representação de um círculo também dividido em várias partes, assim como o material utilizado por eles, para que posteriormente pudéssemos com o auxílio deles observar no que se transformara as

---

<sup>2</sup> Material manipulativo feito em borracha com formato circular, dividido em partes iguais. Geralmente usados seu foco é no trabalho com frações. Mas analisando potencialidade desse material vimos que trabalhar área da circunferência com esse material nos seria muito favorável, e a compreensão dos alunos com esse tipo de material é maior.

partes do círculo quando construímos outra figura geométrica. Em seguida, assim que haviam conseguido montar, perguntamos que figura eles haviam encontrado, quando disseram que foi o retângulo, novamente indagamos: Como? E eles responderam: “uai, é só dividir o tanto de repartições e colocar uma ao contrário da outra”. Sendo assim fizemos o mesmo que eles haviam feito com o material colado no quadro.

Perguntamos aos alunos como eles calculavam a área daquela figura que haviam encontrado, e logo eles responderam, “base vezes altura”. Então perguntamos novamente qual era a medida da base daquele retângulo formado por eles e qual sua altura, neste momento os alunos observaram e disseram que a altura correspondia ao raio. Então perguntamos qual seria a base? Nesse momento os alunos ficaram observando a representação, mas não disseram nada. Então questionamos o que a base representava no círculo, e um aluno logo disse que era o comprimento da circunferência, só que dividido ao meio, porque uma parte estava em baixo e a outra em cima. Nesse momento dissemos: então vimos que a base desse retângulo é  $\pi r$  pois a soma das duas bases seria  $2\pi r$  que é o comprimento da circunferência.

Em seguida, finalizando questionamos os alunos como encontrar essa área, foi quando disseram que seria “ $r \times \pi r = A = \pi r^2$ ”.

O Parâmetro Curricular Nacional de Matemática – PCN (1998) sugere a utilização dos recursos didáticos numa perspectiva problematizadora, neste vimos que os [...] recursos didáticos como livros, vídeos, televisão, rádio, calculadora, computadores, jogos e outros materiais têm um papel importante no processo de ensino e aprendizagem. Contudo eles precisam estar interligados a situações que levem ao exercício da análise e da reflexão. Nesta atividade pudemos perceber as potencialidades do material didático no processo de construção de um conceito matemático, pois como afirma Lorenzato (2004, p.73)

*[...] a importância da experimentação reside no poder que ela tem de conseguir provocar raciocínio, reflexão, construção do conhecimento. Isto pode ocorrer em meio ao silêncio, o que lembra Guimarães Rosa: “mesmo quando nada acontece, há um milagre que não estamos vendo” (LORENZATO, 2004, p.73).*

Ao final desta sequência de atividades os alunos eram capazes de diferenciar círculo de circunferência, e ainda compreendessem e realizassem qualquer tipo de atividade que envolva tais conceitos trabalhados.

Optamos nesta atividade por uma sequência didática que priorizasse a compreensão, para a partir desta permitir a que os alunos formalizassem os conceitos trabalhados.

Finalizamos nossa atividade com uma atividade avaliativa. Nesta solicitamos aos alunos que determinassem a área do círculo, em um círculo fornecemos o raio, no outro o diâmetro e no terceiro o comprimento da circunferência. Encerramos a aula fazendo uma socialização com o intuito de que pudéssemos sanar eventuais dúvidas.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

Diante do exposto, sob uma óptica de estudantes de licenciatura em matemática podemos ressaltar a importância não apenas do desenvolvimento das atividades mas também do quanto a elaboração contribui consideravelmente para nossa formação, pois ao elaborar junto da professora supervisora iremos aprendendo a criar estratégias na

construção de metodologias e como se dá sua aplicação. Quando fomos para sala de aula podemos observar o quanto utilizando de materiais simples e manipuláveis pode-se elaborar atividades exploratórias com resultados positivos dos alunos.

## ANEXO I



*Escola Municipal Álvaro Botelho*  
*PIBID Matemática - UFLA*

### Atividade Circunferência

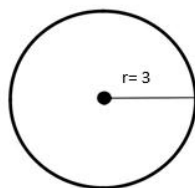
- 1) Com o auxílio de uma fita métrica meça os objetos de forma circular e coloque na tabela abaixo:

| Objeto | Comprimento | Diâmetro | C/d |
|--------|-------------|----------|-----|
|        |             |          |     |
|        |             |          |     |
|        |             |          |     |

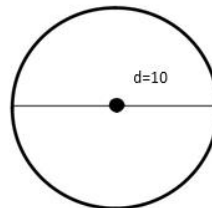
O número obtido em cada caso é uma aproximação do número do número irracional  $\pi$ , indicado por  $\pi$ . Tendo como 3,14 o seu valor.

- 2) Calcule o comprimento da circunferência das figuras abaixo.

a)



b)



- 3) O raio da roda de uma bicicleta mede 25 cm. Calcule quantos metros a bicicleta terá percorrido após cinquenta voltas da roda.



## REFERENCIAIS

FIorentini, D.; Miorim, M. A. **Uma reflexão sobre o uso de materiais concretos e jogos no Ensino da Matemática**. Boletim da Sociedade Brasileira de Educação Matemática, nº 7. São Paulo: SBEM -SP. 1990.

LORENZATO, S. **Para Aprender Matemática**. Autores Associados. Campinas, 2004.

BRASIL, MEC. SECRETARIA DA EDUCAÇÃO FUNDAMENTAL. **Parâmetros Curriculares Nacionais**. Brasília. 1997

# COMO FAZER O CONTROLE DO NÍVEL DOS RESERVATÓRIOS QUE ABASTECEM A CIDADE DE SÃO JOÃO DEL-REI? UMA TENTATIVA À MODELAGEM MATEMÁTICA

Fabíola de Oliveira Miranda<sup>1</sup>  
Débora Ferreira Ricardo<sup>2</sup>  
Deysquele do Nascimento Ávila<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Universidade Federal de São João del-Rei/DEMAT, fabiolaom@ufsj.edu.br

<sup>2</sup>Universidade Federal de São João del-Rei/DEMAT, debora.ricardo30@gmail.com

<sup>3</sup>Universidade Federal de São João del-Rei/DEMAT, deysqueleavila@yahoo.com.br

## Resumo

O artigo relata uma experiência de modelagem matemática vivenciado em uma disciplina do sétimo período do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal de São João del-Rei (UFSJ). O processo de modelagem é desenvolvido sob o tema “Crise Hídrica”, a partir de uma pesquisa feita em um reservatório que abastece a cidade. Aferimos dados e ao analisarmos para desenvolver a matematização, percebemos que não chegaríamos em um modelo idealizado. Nossa abordagem didática envolvendo modelagem matemática foi baseada nas concepções de Biembengut (2002)<sup>1</sup>, onde o processo é mais importante que o produto.

**Palavras-chave:** Modelagem Matemática, Crise Hídrica, Abastecimento.

## INTRODUÇÃO

Nos últimos anos o país tem se deparado com uma situação grave de seca devido à falta de chuvas. A seca deixou de ser uma preocupação só dos pesquisadores e passou a ser uma preocupação de toda população. Algumas regiões que antes não haviam sido afetadas, agora se preocupam e passam também por necessidade com a falta de água, como, por exemplo, a região Sudeste, a mais populosa do Brasil.

Tendo em vista essa temática, vimos a necessidade de preocupar e estudar o que está acontecendo em nossa cidade. São João del-Rei, cidade do interior de Minas Gerais, situada na região do Campo das Vertentes conta com 4 principais centrais de abastecimento de água, sendo 3 (três) estações de tratamento e 1 (uma) de bombeamento.

Com as altas temperaturas e a falta de chuva na cidade, o abastecimento de água funciona no limite, de acordo com entrevista feita ao técnico químico da empresa responsável pelo abastecimento de água na cidade em abril de 2015. Mesmo com a crise acontecendo no país, à cidade não sofreu um impacto tão grande que necessitasse de mudanças no abastecimento. Porém ainda sim a situação é preocupante e pode se agravar caso a população não se conscientize de que é preciso mudar os hábitos.

Segundo dados do Departamento Autônomo Municipal de Água e Esgoto - DAMAE, cerca de 70% dos bairros estavam em estado de alerta e os reservatórios 30% mais baixos do que o normal, na época da entrevista. Se não voltar a chover como é

---

<sup>1</sup> Para Biembengut o processo de modelagem matemática ocorre seguindo as etapas: Interação, Matematização e Modelo Matemático. BIEMBENGUT (2005, P.13)



esperado em algumas épocas do ano, serão necessários racionamento e rodízio no abastecimento.

## **O PROCESSO DE MODELAGEM**

Barbosa (2001) subdivide o trabalho da modelagem em três casos que podem ser escolhidos para o trabalho na sala de aula, em relação ao papel e responsabilidades do professor e dos alunos: Caso 1) o professor apresenta o problema, com dados qualitativos e quantitativos e juntamente com os alunos resolvem-no. Caso 2) o professor apresenta o problema, e os alunos juntamente com o professor coletam os dados e fazem uma investigação. Caso 3) todos os processos são feitos em parceria professor-aluno, ou seja, formulação do problema, coleta de dados e resolução.

As alunas deram sugestões sobre possíveis temas a serem desenvolvidos e, assim, ficou definido entre outros (Gravidez na adolescência, câncer de mama, reflorestamento, educação: burocracia enfrentada pelo professor e desinteresse do aluno) o tema a respeito da Crise Hídrica.

Reunimo-nos em um laboratório de informática da universidade para pesquisarmos sobre a crise hídrica no país, então, começamos a restringir nossas pesquisas e chegamos à conclusão que pesquisariamos e desenvolveríamos o tema no âmbito municipal. As primeiras pesquisas ocorreram através de reportagens e artigos disponibilizados na internet: panoramas, projeções e pesquisas para o abastecimento de água.

Em um segundo momento, desenvolvemos um questionário, em anexo, para entrevistarmos técnicos e funcionários responsáveis do DAMAE que abastece a maior parte da cidade de São João del-Rei. O encontro transcorreu com muita receptividade e aceitação dos entrevistados e, a partir das respostas obtidas, ganhamos uma visão geral sobre a situação da cidade diante da crise que assola o país. Com as respostas em mãos, partimos para a busca da pergunta orientadora, que ficou assim definida: “Como fazer o controle do nível dos reservatórios que abastecem a cidade?”. Passamos, então, para coleta de dados.

Pelo fácil acesso, optamos por fazer as medições em uma das represas que abastecem a cidade. Fizemos visitas semanais ao reservatório nas quais medimos o nível da água com a ajuda de uma régua de madeira não graduada em dois pontos distintos da barragem com o auxílio de um funcionário da empresa de abastecimento que se encontrava de plantão no local. Os dados foram coletados em intervalos aproximados de 5 dias, durante o primeiro semestre de 2015. Nas aulas após as medições, discutíamos a variação do nível de acordo com as medidas encontradas nas semanas anteriores. Os dados coletados estão apresentados na tabela a seguir:

**Tabela 1: Dados obtidos nas medições do Rio**

| MEDIÇÃO         | PRÓXIMO À CASA (CM) | REPRESA (CM) |
|-----------------|---------------------|--------------|
| 1 <sup>a</sup>  | 10                  | 46           |
| 2 <sup>a</sup>  | 10                  | 44,5         |
| 3 <sup>a</sup>  | 9                   | 43,8         |
| 4 <sup>a</sup>  | 8                   | 38,5         |
| 5 <sup>a</sup>  | 8,7                 | 42,4         |
| 6 <sup>a</sup>  | 9                   | 43,8         |
| 7 <sup>a</sup>  | 8                   | 44,2         |
| 8 <sup>a</sup>  | 9                   | 42,5         |
| 9 <sup>a</sup>  | 8,6                 | 43,8         |
| 10 <sup>a</sup> | 9                   | 42           |

Fonte: Tabela formulada pelas alunas

Com base na Tabela 1, podemos observar que o nível do reservatório modifica constantemente. Considerando o período observado, o nível da represa teve algumas variações, entretanto de modo geral o nível baixou em comparação ao nível anterior. Vale ressaltar que não houve muitas chuvas durante o tempo de realização do projeto e as que aconteceram não foram significativas para um aumento no nível da represa. Perante essas observações e o objetivo deste trabalho, tentamos formular uma função que descrevesse a variação do nível de água do rio em função do tempo (dias).

Ao analisarmos os dados da TABELA 1, percebemos que a 4<sup>a</sup> aferição era discrepante em relação às demais. Isso nos causou bastante dúvida sobre a coleta dos dados e sobre o motivo causador de tal discrepância. Percebemos, também, que não poderíamos obter uma função linear. Buscamos então formas de encontrar outra função que descrevesse essa variação. Para tal função, pensamos em nosso futuro em escolas do Ensino Fundamental ou Médio, com o olhar de professoras em formação. Devido as influências que o nível da água sofre, como por exemplo chuvas constantes ou seca prolongada, das quais não temos controle, percebemos que não seria possível encontrar uma função ou controlar essa variação da forma como havíamos pensado inicialmente. Porém observamos que os dados obtidos, e que estão representados na tabela 1, podem nos fornecer uma média do nível da represa.

Dessa forma, resolvemos utilizar conceitos de Estatística e discutir nosso tema por uma abordagem didática. Obtendo como modelo matemático, primeiramente um gráfico representando os níveis do reservatório a cada semana. Mas como ressalta Biembengut (2005), o importante no processo da modelagem matemática como prática pedagógica, são as etapas que antecedem a obtenção do modelo final.

Voltando ao conteúdo abordado, Estatística é uma ciência exata que visa fornecer subsídios ao analista para coletar, organizar, resumir, analisar e apresentar dados. Trata de parâmetros extraídos da população, tais como média ou desvio padrão.

A Estatística nos ajuda a organizar os dados coletados em pesquisas e extrair informações desses dados para melhor compreensão do tema e também reflexão e considerações sobre ele.

Segundo o Conteúdo Básico Curricular – CBC, os alunos do Ensino Médio devem desenvolver as seguintes habilidades:

- ✓ Organizar e tabular um conjunto de dados.
- ✓ Interpretar e utilizar dados apresentados em tabelas.

- ✓ Representar um conjunto de dados graficamente.
- ✓ Interpretar e utilizar dados apresentados graficamente.
- ✓ Selecionar a maneira mais adequada para representar um conjunto de dados.
- ✓ Resolver problemas que envolvam a média aritmética.
- ✓ Interpretar os conceitos de mediana e moda em situações - problema.
- ✓ Resolver problemas que envolvam a mediana e a moda.

Dessa forma percebemos que nosso trabalho poderia contribuir para o desenvolvimento dessas habilidades, utilizando os conceitos de Estatística. Com esse objetivo, desenvolvemos um plano para o conteúdo Tratamento da Informação, que é visto, geralmente no 9º ano do Ensino Fundamental, ou no Ensino Médio. Diante disso, se consideramos os dois conjuntos de dados, o conjunto A será as medidas de profundidade obtidas próximo a casa,  $A = \{10; 10; 9; 8; 8,7; 9; 8; 9; 8,6; 9\}$ , e o conjunto B será as medidas na represa,  $B = \{46; 44,5; 43,8; 38,5; 42,4; 43,8; 44,2; 42,5; 43,8; 42\}$ .

Podemos então analisar a desses dois conjuntos, e encontrar a Média, Moda e Mediana. Elas nos permitirão obter informações mais detalhadas sobre os elementos do conjunto e consequentemente sobre o rio.

Além disso, este projeto pode ser aplicado em outros níveis do ensino básico, explorando-se diversos conteúdos como: obtenção de gráficos, representação e análise de tabelas, proporcionalidade, porcentagem entre outros conteúdos adaptados pelo professor regente.

A entrevista também pode servir como base para que, assim como nós, os alunos visitem a empresa que abastece a cidade e conversem com alguns funcionários, tentando conscientizá-los sobre aspectos que envolvam essa temática.

## CONCLUSÃO

O trabalho envolvendo a questão da crise hídrica em São João del-Rei nos motivou bastante em todas as suas etapas. Todas as atividades desenvolvidas, como as pesquisas, as discussões promovidas em sala e a análise dos dados que obtivemos em nossas visitas a uma das estações do DAMAE, nos conscientizaram acerca do tema. Além disso, tomamos conhecimento sobre o abastecimento da cidade, nos conscientizando dos processos envolvidos para a água chegar à nossas residências, como são feitas as estimativas para cobrança de taxa de abastecimento e esgoto e sobre os problemas que cercam esses processos. Percebemos também o quão importante é tratar deste assunto desde as séries iniciais, objetivando as questões sociais e econômicas envolvidas e analisando-as através de ferramentas matemáticas.

Apesar de não termos chegado a um modelo matemático que respondesse a questão norteadora “como fazer o controle do nível dos reservatórios que abastecem a cidade de São João del-Rei?”, o trabalho desenvolvido nos proporcionou um melhor entendimento acerca da prática de modelagem matemática. Compreendemos as etapas que envolvem um processo de ensino-aprendizagem que a partir desse método, confirmando que, o processo em si é mais importante que o modelo matemático obtido. Passar por todas as etapas, discuti-las, analisá-las e conseguir compreender uma questão tão relevante que envolve nosso cotidiano, formando cidadãos cômicos, criativos, quem entendem a utilidade da Matemática em suas vidas é o maior benefício que podemos conquistar quando desenvolvemos trabalhos com abordagem em modelagem matemática. Esse projeto nos proporcionou isso. Foi possível refletir sobre questões sociais que dizem respeito ao consumo consciente da água e como a água, em nossa região, vem sendo consumida de

maneira insensata. Além disso, é necessário mais esclarecimentos sobre essa temática, tanto por parte da população quanto por parte da empresa responsável pelo abastecimento.

## **REFERÊNCIAS**

BARBOSA, J. C. **Modelagem matemática:** concepções e experiências de futuros professores. 2001. 253.f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2001.

BIEMBENGUT, S. M; HEIN, N. **Modelagem Matemática no Ensino.** São Paulo: Contexto. 4.ed, 2005

# COMPREENDENDO OS NÚMEROS INTEIROS E SUAS OPERAÇÕES

**Éllen Martins<sup>1</sup>,**

**Danilo Magalhães Farias<sup>2</sup>, Wanderley Moura Rezende (orientador)<sup>3</sup>**

<sup>1</sup>Universidade Federal Fluminense/IME, ellenmartins@id.uff.br

<sup>2</sup>Universidade Federal Fluminense/IME, danfarias07@gmail.com

<sup>3</sup>Universidade Federal Fluminense/IME, wmrezende@id.uff.br

## Resumo

Ensinar as operações com os números inteiros é, sem dúvida, um dos grandes desafios para os professores de matemática que lecionam no 7º ano. Explicar porque “menos vezes menos é mais” não é uma tarefa muito simples. O projeto "Compreendendo os Inteiros e suas Operações", desenvolvido por alunos bolsistas do Programa Institucional de Bolsa de Iniciação a Docência (PIBID) da UFF, tem como objetivo auxiliar os alunos na representação dos cálculos feitos com os números inteiros por meio de atividades realizadas com materiais concretos. Acreditamos que o uso de materiais concretos ou jogos podem servir como elementos mediadores para a compreensão das operações formais inerentes à construção deste conceito. O material didático de apoio consiste de um tabuleiro e palitos coloridos em azul, que representam as quantidades positivas, e em vermelho, que representam as quantidades negativas. O uso das cores para diferenciar a natureza das quantidades é motivado pela forma como os chineses antigos faziam os seus registros. As operações com números inteiros são então interpretadas pela adição ou subtração de palitos, utilizando-se, quando necessário, o cancelamento como recurso. Pretende-se com esta comunicação apresentar o material didático elaborado e as oficinas realizadas com turmas do 7º ano da Escola Municipal Honorina de Carvalho.

**Palavras-chave:** Números inteiros; Material concreto; PIBID.

## INTRODUÇÃO

Segundo Glaeser (2010), “a introdução conceitual dos números relativos foi um processo surpreendentemente lento. Durou mais de 1500 anos, da época de Diofantes aos nossos dias”. Durante todo esse período, os matemáticos trabalharam com números relativos tendo deles apenas uma compreensão parcial, com espantosas lacunas.

A "regra dos sinais", mencionada de forma explícita por Diofantes (III D.C.) em seus trabalhos, foi também utilizada por hindus e chineses. Na China, os números negativos são inicialmente representados por barras (construídas com bambu, ferro ou marfim), na cor vermelha, para representar os números positivos e na cor preta, para indicar os números negativos. No entanto, ao longo da evolução histórica deste conceito, houve muita resistência por parte de muitos matemáticos em aceitar uma quantidade negativa como número propriamente dito.

No campo pedagógico, observa-se que as dificuldades de aceitação e manipulação algébrica desses números permanecem até os dias de hoje. Com efeito, tal fato pôde ser verificado por meio de observações de aulas nas turmas da EJA em um colégio público da cidade de Niterói, no qual realizávamos nossas atividades como bolsistas de iniciação à docência do Subprojeto de Matemática do PIBID UFF. Quanto a essas dificuldades dos alunos em trabalhar com números inteiros, Grasiela Martini (2010), também relatando sua

experiência em sala de aula, nos aponta algumas delas. Eis alguns pontos de dificuldades revelados pela pesquisadora:

- Diferenciar o sinal das operações do sinal dos números;
- Resolução das operações de adição e subtração com inteiros;
- Dificuldade em representar os problemas práticos através da escrita;
- Comparar os números inteiros;
- Dificuldade em interpretar problemas. (MARTINI, 2010, p.17).

Com efeito, um problema gerado pela interação com a estrutura desse conjunto numérico é distinguir o sinal dos números negativos do sinal da operação de subtração. Além disso, explicar porque “menos vezes menos é mais” não é tarefa muito simples para o professor de matemática. Seja pela circunstância do momento didático, seja pela falta de maturidade do estudante.

Quanto a isso, faz-se necessário relembrar que a regularidade do saber matemático existe somente na fase final da formulação do texto matemático (PAIS, 2001, p. 41). Ao lecionar um determinado assunto, o docente deve levar em consideração os seus obstáculos epistemológicos do(s) conceito(s) envolvido(s), isto é, os obstáculos que são intrínsecos ao próprio processo de construção do conhecimento. Com relação ao universo dos números relativos destaca-se o trabalho *Epistemologia dos Números Relativos* de Georges Glaeser (2010), publicado originalmente na *Recherches en Didactique des Mathématiques*, em 1981. Segundo o educador matemático, os obstáculos epistemológicos relacionados a este conceito são:

1. Inaptidão para manipular quantidades isoladas.
2. Dificuldade em dar um sentido a quantidades negativas isoladas.
3. Dificuldade em unificar a reta numérica.
4. A ambiguidade dos dois zeros.
5. Estagnação no estágio das operações concretas (era confronto com o estágio das operações formais). É a dificuldade de afastar-se de um sentido “concreto” atribuído aos seres numéricos.
6. Desejo de um modelo unificador.  
É a intenção de fazer funcionar um “bom” modelo aditivo, igualmente válido para ilustrar o campo multiplicativo, em que esse modelo é inoperante. Comentários mais precisos estão disseminados por este artigo. Basta-nos, como exemplo, assinalar que a passagem citada por Piaget faz alusões (conscientes ou não) aos obstáculos 3 e 4. (GLAESER, 2010, p.07)

Em Queiroz (2006), tomando como referência os obstáculos epistemológicos destacados por Glaeser, foram discutidas as abordagens utilizadas por diversos autores de livros didáticos para o ensino das operações com números inteiros. Um dos principais obstáculos observados pela autora em sua análise dos livros didáticos foi “a dificuldade [da abordagem utilizada pelos autores] de afastar-se de um sentido “concreto” atribuído aos seres numéricos”. Como afirma Glaeser (2010) na conclusão do seu artigo, o estudo histórico que ele realizou sobre a construção dos números inteiros “mostra precisamente um caso em que uma pedagogia baseada exclusivamente em exemplos concretos é perniciosa” para a compreensão do conceito. Em concordância com as ideias de Glaeser (2010), os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) reafirmam que as atividades propostas para a construção dos números inteiros não devem ser apoiadas apenas em situações concretas:

*Ao buscar as orientações para trabalhar com os números inteiros, deve-se ter presente que as atividades propostas não podem se limitar às que*

*se apoiam apenas em situações concretas, pois nem sempre essas concretizações explicam os significados das noções envolvidas. É preciso ir um pouco além e possibilitar, pela extensão dos conhecimentos já construídos para os naturais, compreender e justificar algumas das propriedades dos números inteiros. Por outro lado, ao desenvolver um tratamento exclusivamente formal no trabalho com os números inteiros, corre-se o risco de reduzir seu estudo a um formalismo vazio, que geralmente leva a equívocos e é facilmente esquecido. Assim, devem-se buscar situações que permitam aos alunos reconhecer alguns aspectos formais dos números inteiros a partir de experiências práticas e do conhecimento que possuem sobre os números naturais. (BRASIL, 1998, p. 100).*

Diante disso, acreditamos que qualquer intervenção didática que se faça por meio de material concreto para o assunto deverá ser seguida, em momento oportuno, de um tratamento algébrico, ainda que elementar. O ensino de números inteiros é, com efeito, a porta de entrada do ensino de álgebra na educação básica. Por isso, afirmamos desde o início, que o material produzido para o desenvolvimento deste projeto contempla apenas uma iniciação ao tema, procurando dar sentido às “regras” das operações com números inteiros. Nesse sentido gostaríamos de destacar o papel didático da ficha de controle elaborado para o desenvolvimento do projeto.

## **O MATERIAL DIDÁTICO**

Tendo sido inspirado inicialmente em Bigode (2000), o material didático de apoio consiste de um tabuleiro e palitos coloridos em azul, que representam as quantidades positivas, e em vermelho, que representam as quantidades negativas. O uso das cores para diferenciar a natureza das quantidades é motivado pela forma como os chineses antigos faziam os seus registros (EVES, 1995).

Para sua elaboração foram utilizados os seguintes materiais: palitos azuis, palitos vermelhos, papel cartão, cartolina branca, vermelha e azul, papel contact e papel A4. Cada *kit*, distribuído aos alunos, consiste em: 20 palitos azuis; 20 palitos vermelhos; cartas representando números positivos, números negativos e as operações de adição, subtração, multiplicação e divisão; e um tabuleiro, onde, na parte da frente, há um espaço onde as operações são representadas com as cartas e outro espaço para o cálculo com os palitos, na parte de trás há um espaço para a realização das divisões utilizando as cartas numeradas.

Além do *kit*, acompanham o material didático as fichas de controle, que têm como objetivo permitir que o aluno, com o auxílio do professor, possa sistematizar os procedimentos adotados. Esta ficha contém tabelas com duas colunas, de modo que, na primeira coluna, os alunos terão que fazer registros, com barras coloridas, que representem as ações realizadas com os palitos e, na segunda coluna, registros algébricos de operações com números inteiros correspondentes à ação realizada na primeira coluna da mesma linha. Cada linha da tabela corresponde a uma ação realizada no tabuleiro do material didático.

O uso do material concreto é baseado em três regras: 1ª - um palito azul corresponde a uma unidade positiva; 2ª - um palito vermelho corresponde a uma unidade negativa; 3ª - qualquer quantidade de palitos vermelhos se anula com a mesma quantidade de palitos azuis (Regra de cancelamento).

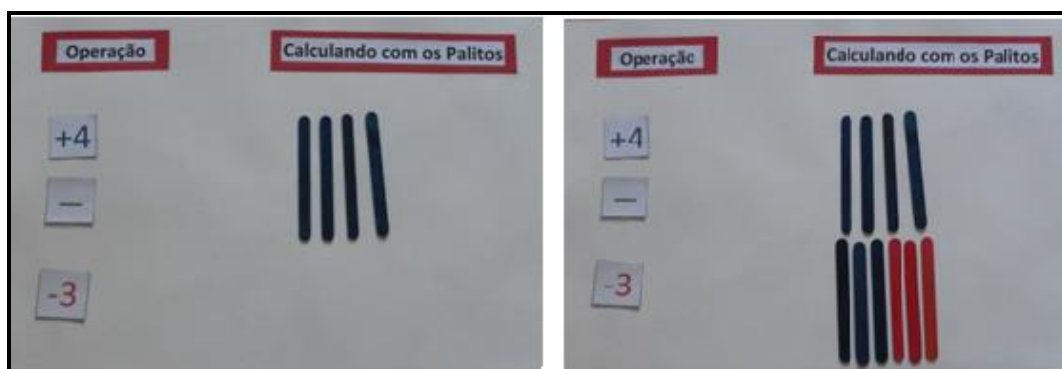
As operações com números inteiros utilizando material concreto são interpretadas então pela adição ou retirada de palitos, podendo-se, conforme o caso, utilizar o cancelamento como recurso. Para efeito de ilustração observemos alguns exemplos.

### Exemplos:

a)  $(+4) - (-3) =$

$(+4)$  é o valor inicial da expressão, então devemos colocar sobre o tabuleiro a quantidade de palitos azuis que representam esse número (primeira imagem da figura 1). Para retirar  $(-3)$  devemos verificar se é possível retirar essa quantidade do valor inicial, isto é, de 4 palitos azuis precisamos retirar 3 palitos vermelhos. Como isso não é possível, devemos representar o  $(+4)$  de modo que sua nova representação tenha três palitos vermelhos. Para isso adicionaremos três palitos vermelhos e, claro, três azuis, a fim de não alterar a quantidade inicial:  $(+4) = (+4) + (+3) + (-3)$  (segunda imagem da figura 1).

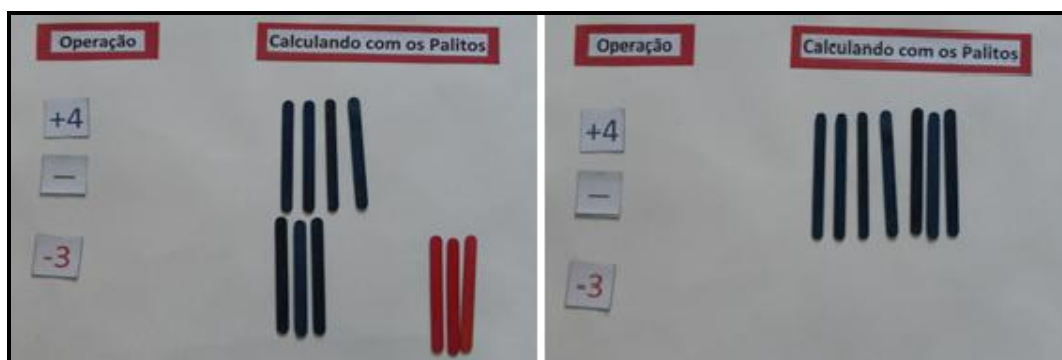
**Figura 1: Ilustração de duas situações do uso do material: representando  $(+4)$  com os palitos azuis e representando  $(+4)$  com palitos azuis e vermelhos**



Fonte: elaborada pelos próprios autores

Agora é possível retirar a quantidade de palitos que representam o  $(-3)$ . Depois de efetuar a retirada (primeira imagem da figura 2), os palitos que restarem sobre o tabuleiro indicam o resultado (segunda imagem da figura 2):  $(+4) - (-3) = (+4) + (+3) + (-3) - (-3) = (+4) + (+3) = +7$ .

**Figura 2 : Ilustração de duas situações do uso do material: Retirando três palitos vermelhos e resultado final**



Fonte: elaborada pelos próprios autores

b)  $(-2) \times (+3) =$

Neste caso precisa-se fazer uma extensão da multiplicação em IN. Se, em IN,  $(+2) \times (+3)$  significa adicionar “dois” grupos de “três”, interpretaremos  $(-2) \times (+3)$  por retirar “dois” grupos de “três”. Para isso teremos que representar o número zero de uma maneira que seja possível fazer a retirada de dois grupos de três palitos azuis. Assim, devemos adicionar no tabuleiro dois grupos de três palitos azuis e dois grupos de três palitos vermelhos, conforme indicado na (primeira imagem da figura 3). Agora é possível retirar



os dois grupos de três palitos azuis, (+3). Depois de efetuar a retirada, os palitos que restam sobre o tabuleiro representa o resultado da operação (segunda imagem da figura 3):

$$(-2) \times (+3) = [(+3) + (+3) + (-3) + (-3)] - (+3) - (+3) = (-3) + (-3) = (-6).$$

**Figura 3: Ilustração de duas situações do uso do material: representando o “0” com palitos azuis e vermelhos e resultado final**



Fonte: elaborada pelos próprios autores

A operação  $(-2) \times (-3)$  é realizada de modo análoga, a diferença é que, neste caso, os que serão retirados são os dois grupos de três palitos vermelhos (-3), sobrando neste caso dois grupos de três palitos azuis: +6.

## A EXPERIÊNCIA DIDÁTICA

O projeto foi aplicado na Escola Municipal Honorina de Carvalho, no Município de Niterói/RJ, no dia 22 de março de 2014. Fizemos uma oficina na escola trabalhando com os tabuleiros e fichas de atividades. Como era um sábado letivo dedicado à realização de atividades de matemática, trabalhamos com dois grupos em horários diferenciados. Cada grupo era formado por 15 alunos de duas turmas do sétimo ano da escola e cada oficina teve duração de 1h e 30min. Cabe destacar que a professora desses alunos já havia ensinado os números inteiros e suas operações.

O primeiro contato com tabuleiro é feito trabalhando com as representações dos números de diferentes maneiras. Percebemos que os alunos tiveram certa resistência com relação ao fato de ter que representar, por exemplo, o número +5 usando palitos vermelhos e azuis, já que para eles é bem mais “lógico” só usar palitos azuis neste caso.

Em seguida foi solicitado que os alunos representassem o zero dos inteiros. Neste ponto percebemos claramente uma manifestação do quarto obstáculo epistemológico citado por Glaeser (2010), visto que os mesmos achavam “impossível representar um número que não possui valor”.

**Figura 4: Imagens da oficina realizada**



Fonte: elaborada pelos próprios autores

Nessas oficinas, com a maioria dos alunos, trabalhamos apenas as operações de adição e subtração. Os alunos que já conheciam as regras tiveram certa resistência em fazer uso do tabuleiro e dos palitos. Entretanto, aqueles que se lançaram no manuseio dos palitos conseguiram dar sentido às operações que estavam realizando. Em ambos os grupos, alguns alunos conseguiram trabalhar com a operação de multiplicação, se surpreendendo e obtendo sucesso com a interpretação das regras dos sinais.

## **CONSIDERAÇÕES FINAIS**

Temos consciência das dificuldades intrínsecas relacionadas ao ensino dos números inteiros. Difícil para os alunos! Mas, difícil também para a tarefa de ensinar! O momento didático (7º ano) talvez seja prematuro para o desenvolvimento da aprendizagem deste conceito e suas operações, principalmente o grande nó da questão: por que “menos vezes menos dá mais”? Nosso projeto não é a solução para esses conflitos, mas um caminho que pode auxiliar na busca de um sentido para algo que muitas vezes é realizado de forma mecânica. Pretendemos, por meio da utilização deste material didático, que o aluno possa construir seu conhecimento sobre números inteiros de forma mais significativa. Que seja ele próprio, o aluno, o construtor dos significados. Neste sentido, acreditamos que o projeto atingiu o seu objetivo. Era evidente o brilho no olhar de cada um dos alunos que conseguiu visualizar a “mágica” das regras dos sinais para a multiplicação.

## **REFERÊNCIAS**

BIGODE, A. J. L. **Coleção Matemática Hoje é feita assim**. 6ª série, ensino fundamental. [s.l]: FTD, 2000.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática (terceiro e quarto ciclos do ensino fundamental)**. Brasília, 1998.

GLAESER, G. **Epistemologia dos números negativos**. Boletim do GEPEM, n. 57, p. 65-102, 2010.

MARTINI, G. **Estratégias de trabalho para a aprendizagem de operações com números inteiros**. 2010, Trabalho de Conclusão de Curso – Faculdade de Matemática de Porto Alegre, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2010.

PAIS, L.C. **Didática da Matemática: uma análise da influência francesa**. Coleção Tendências em Educação Matemática. Belo Horizonte: Autêntica, 2001.

QUEIROZ, F.C. **Números relativos uma análise de natureza epistemológica de alguns livros didáticos nacionais do terceiro ciclo do ensino fundamental**. Monografia. Niterói, 2006.

# CONSTRUÇÃO DE CONHECIMENTOS MATEMÁTICOS ATRAVÉS DA UTILIZAÇÃO DAS PEÇAS DE LEGO

Vinícius Borovoy Sant'ana<sup>1</sup>

Bruno Gonçalo Penedo Souza<sup>2</sup>, Bárbara de Medeiros Marinho<sup>3</sup>

<sup>1</sup>UERJ, UCAM, GEMAT UERJ [viniciusborovoy@gmail.com](mailto:viniciusborovoy@gmail.com)

<sup>2</sup>UERJ, GEMAT UERJ [bruno-penedo@hotmail.com](mailto:bruno-penedo@hotmail.com)

<sup>3</sup>UFF, GEMAT UERJ [barbaramarinho@id.uff.br](mailto:barbaramarinho@id.uff.br)

## RESUMO

Por sua semelhança através do método de resolução que geralmente nos leva a fatoração como mecanismo de solução, o presente trabalho, teve como objetivo traçar reflexões acerca do mínimo múltiplo comum (MMC) e máximo divisor comum (MDC). A técnica utilizada foi a aplicação de peças de lego. O estudo apresentou diversas atividades com o intuito de tornar mais acessível a aplicação de alguns conceitos, tais como: Multiplicações, decomposição dos números em fatores primos, MMC, MDC e potenciação. O método de experiência foi aplicado em um aluno do quinto ano, do ensino fundamental, matriculado no colégio Martins, no Rio de Janeiro. Utilizamos peças de lego, todas do mesmo tamanho e de 8 cores distintas, enumeramos do número 2 ao 9 e construímos cartões de papel, com os números existentes na tabela de multiplicações, a partir daí, foi iniciada a análise da teoria adicionada a “nova” forma lúdica de solucionar as proposições. De acordo com a observação ao final da experiência, percebeu-se que para o aluno, solucionar questões referentes a MDC e MMC era difícil, pois havia uma confusão entre a utilização deles. Após inserirmos as atividades com as peças de lego, tornou-se uma coisa mais concreta e palpável mostrando aos alunos onde se aplica cada caso. Uma atividade, que consistia em enfatizar a aplicabilidade em MMC, MDC e decomposição de números primos com peças de lego, aguçou no aluno a solução de exercícios matemáticos, atingindo o seu objetivo máximo, estimulando o pensamento autônomo, a criatividade e a capacidade de resolver problemas.

**PALAVRAS CHAVE:** Ensino Fundamental, Aritmética, Múltiplos e Divisores

## OBJETIVO

Apresentar de forma lúdica através de peças de lego conhecimentos matemáticos como: Multiplicações, montagem da tabela de multiplicações, decomposição dos números em fatores primos, MMC, MDC e potenciação.

## METODOLOGIA

Foram utilizadas peças de lego, de preferência, todas do mesmo tamanho e de 8 cores distintas, enumerando-as do número 2 ao 9, conforme podemos observar na imagem abaixo:

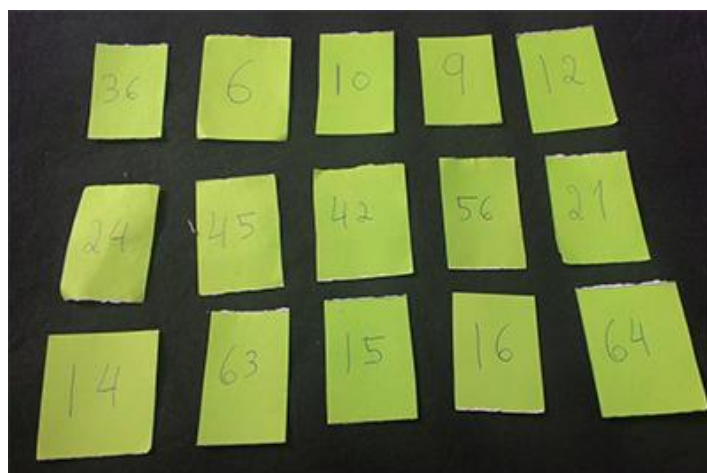
**Figura 1: Peças numeradas do 2 ao 9.**



Fonte: Dados da pesquisa

Fizemos cartões de papel, com os números existentes na tabela de multiplicação do 2 ao 9. Veja alguns exemplos:

**Figura 2: Cartelas com multiplicações do 2 ao 9.**

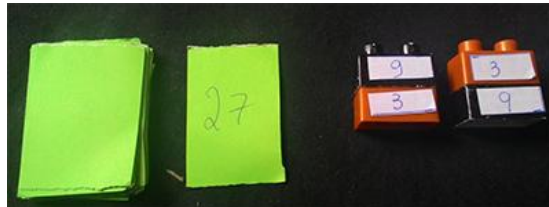


Fonte: Dados da pesquisa

## INSTRUÇÕES

Ao unir uma peça do lego com outra, realizamos a multiplicação com os números indicados nas mesmas. Exemplo: Ao juntarmos a pedra de número 2 com a pedra de número 3, obtivemos a pedra de número 6 ( $2 \times 3$ ). Deste modo, ao retirar os cartões de formas aleatórias, o número que aparecesse na cartela o aluno deveria associar há 2 peças fazendo com que a multiplicação dos números contidos nas peças resultassem ao número do cartão. Veja o exemplo:

**Figura 3: Número 27 decomposto com as peças de lego.**



Fonte: Dados da pesquisa

Note que ele pode colocar a peça 3 em cima e a peça 9 embaixo ou da forma contrária, ambas as formas resultariam o número 27, assim o aluno fixaria que o número 27 poderia ser formado pelo 3x9 ou pelo 9x3. Está seria uma forma divertida de conseguir fixar a tabela de multiplicação entre os números. É uma atividade muito visual, as peças de lego tem cores fortes e diferentes, podendo ser utilizadas para alunos com TDHA. Pretendo assim a atenção desses alunos e objetivando o funcionamento também para alunos com deficiência auditiva, uma vez, que a atividade é bem focada no modelo e método de ensino visual.

## **TABELA DE MULTIPLICAÇÕES**

A extinta “tabuada” que hoje é explicada pelos professores de matemática como a tabela de multiplicações pode ser formada com as peças de lego também. Na foto abaixo, observamos os múltiplos de 2.

**Figura 4: Tabela de multiplicações do número 2.**



Fonte: Dados da pesquisa

Podemos utilizar do mesmo mecanismo para fazer os múltiplos de 2 ao 9.

## DECOMPOSIÇÃO DOS NÚMEROS EM FATORES PRIMOS

Dentre as nossas peças que vai do 2 ao 9, os números 2, 3, 5 e 7 são os nossos números primos, ou seja, aqueles que só possuem como divisor o número 1 e o próprio número. Todo e qualquer número natural pode ser decomposto por números primos. Com essas 4 peças podemos formar diversos números. Note na imagem a baixo a decomposição do número 54.

**Figura 5: Decomposição do número 54.**



Fonte: Dados da pesquisa

Como o número 54 é par começamos dividindo por 2 (peça branca), resultando o número 27 que agora pode ser dividido por 3 (peça laranja), sobrando o número 9 que também pode ser dividido por 3 (peça laranja) e depois novamente por 3 (peça laranja).

### MÁXIMO DIVISOR EM COMUM (MDC)

Como falamos, ao juntarmos 2 ou mais peças de LEGO é feita a multiplicação entre os números que cada uma representa. Para realizar o MDC, utilizamos apenas as peças com os números 2, 3, 5 e 7 que são os números primos.

**Figura 6: MDC entre os números 20 e 15.**



Fonte: Dados da pesquisa

Através da união de duas peças de número 2(branca) com uma peça de número 5(verde) formamos o número 20( $2 \times 2 \times 5$ ) e através da união da peça de número 3(laranja) com uma peça de número 5(verde) formamos o número 15( $3 \times 5$ ). Note que a peça em comum em ambos os números é a peça de número 5(verde). Logo o MDC entre 20 e 15 é o número 5.

Com o processo do MDC também podemos verificar os números primos entre si, pois os mesmos não terão peças de lego em comum, ou seja, não possuem divisores em comum com exceção do número 1.

### MÍNIMO MÚLTIPLO EM COMUM (MMC)

Utilizando-se o mesmo exemplo dos números 20 e 15(figura 6):

O MDC é feito através da(s) peça(s) em comum. Nesse caso é o número 5(peça verde).

Para encontrarmos o MMC faremos o seguinte procedimento:

- Retiramos a(s) peça(s) que constituí(em) o MDC
- unimos as peças restantes.

Logo, os números 20 e 15:

**Figura 7: Resultado do MMC entre 20 e 15.**



Fonte: Dados da pesquisa

O MMC entre 20 e 15 é composto pelos números 2(peça branca), 2(peça branca), 3(peça laranja) e 5(peça verde), resultando 60( $2 \times 2 \times 3 \times 5$ ).



## POTENCIAÇÃO OU EXPONENCIAÇÃO

Potenciação ou Exponenciação significa multiplicar um número real(base) por ele mesmo X vezes, onde X é a potência (número natural). Dessa forma, utilizamos as peças de lego para representar potenciações, conforme segue o exemplo:

**Figura 8: Número 4 como forma de potenciação.**



Fonte: Dados da pesquisa

O número 4 é formado por duas peças de número dois(peças branca), sendo assim estamos fazendo a multiplicação ( $2 \times 2 = 4$ ), que seria também o resultado para a representação  $2^2 = 4$ .

Desta forma concluímos que Com o lego, o ensino da matemática tornou-se uma atividade criativa e extremamente visual, permitindo que o aluno assimilasse melhor o conteúdo.

## REFERÊNCIAS E BIBLIOGRAFIA CONSULTADA

AUSUBEL, D. P. *A aprendizagem significativa: a teoria de David Ausubel*. São Paulo: Moraes, 1982.

CASTELNUOVO, E. *Didática de la Matemática Moderna*. México: Trillas, 1970.

LEFRANÇOIS, G. R. *Teorias de aprendizagem*. São paulo. Cengage Learning. 2008.

LORENZATO, S. (Org.). *O Laboratório de Ensino de Matemática na formação de professores*. Campinas, SP: Autores Associados, 2006. Coleção Formação de Professores.

POWELL, A. B.; BAIRRAL, M. A. *A escrita e o pensamento matemático: interações e pontencialidades*. Campinas: Papirus, 2006

SILVA, D.M.V. *Matemática é ciência*. Revista do professor. Rio Claro. 2014.

VYGOTSKY, L. S. *A Formação Social da Mente* São Paulo: Martins Fontes. 1984.



# CONTRIBUIÇÕES DE DÜRER E LYGIA CLARK ÀS ATIVIDADES INTERDISCIPLINARES ENVOLVENDO A MATEMÁTICA E A ARTE

Rosiney de Jesus Ferreira<sup>1</sup>  
Marco Aurélio Kistemann Jr.<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Universidade Federal de Juiz de Fora/ICE, profneyufjf@hotmail.com

<sup>2</sup>Universidade Federal de Juiz de Fora/ICE, marco.kistemann@ufjf.edu.br

## Resumo

Nos últimos anos tem-se tornado cada vez mais providencial a necessidade de se buscar alternativas à atual maneira de como, nós professores, lidamos com o binômio Ensino e Aprendizagem, ou seja, a maneira de ensinar e aprender Matemática. Tentando responder às questões que surgem é que apresentamos esta pesquisa interdisciplinar, que procura associar a Matemática à Arte de maneira a possibilitar aos professores alternativas viáveis para trabalhar a disciplina em sala de aula. Sendo assim, apresentamos atividades que foram realizadas em uma turma do 9º ano de escolaridade do Ensino Fundamental de uma escola da rede estadual na cidade de São Gonçalo, região metropolitana do Rio de Janeiro. Essas atividades fazem parte de uma proposta de abordagem para determinados conteúdos em que há a possibilidade de trabalhar duas disciplinas que parecem tão distantes, mas que, à medida em que a abordagem interdisciplinar se faz presente vemos o quão promissora é tal abordagem e o quanto podemos nos apropriar da Arte para ensinar Matemática.

**Palavras-chave:** Matemática. Arte. Interdisciplinaridade. Ensino. Aprendizagem.

## INTRODUÇÃO

Como diz Demo (1941, p.30) “Nada é mais degradante na academia do que a cunhagem do discípulo, domesticado para ouvir, copiar, fazer provas e, sobretudo, colar”. Entretanto este é o estudante que comumente vemos espalhados nas escolas brasileiras, talvez por culpa da formação que nós professores recebemos talvez por culpa de políticas públicas que não priorizam a qualidade do ensino, ou talvez por causa do caráter elitista que a Matemática assumiu em nossa sociedade. Talvez todos esses fatores e outros que não listamos aqui, são os culpados pela atual condição na qual se encontra o ensino público no Brasil. Mesmo assim é dever de todo professor trazer à luz tais questões e procurar soluções viáveis para os problemas que envolvem o Ensino e a Aprendizagem da Matemática em sala de aula. Então procuramos contribuir para o repertório de opções na qual o professor possa contar no momento em que for introduzir um determinado assunto, assim como associá-lo de maneira natural a outras áreas do conhecimento.

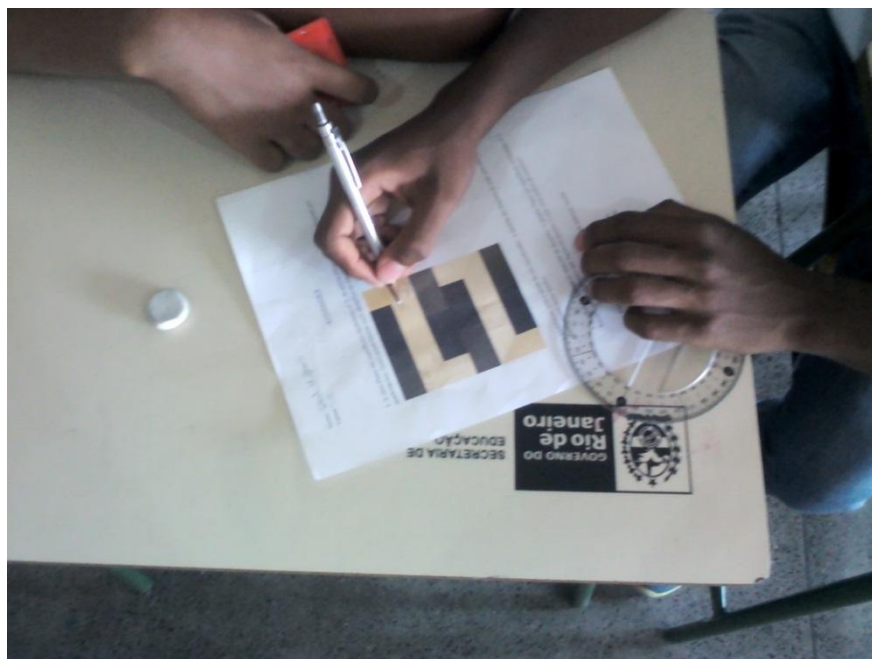
Desta forma propomos uma abordagem interdisciplinar em que atividades que associam a Matemática e a Arte estão a todo momento presentes e podendo vir a fazer diferença na Aprendizagem dos alunos.

A Matemática e a Arte, uma ligação forçada para muitos, uma forma de não dar aula para outros. O que muitos poderiam dizer é que não há relação entre elas, pois a primeira é essencialmente teórica, racional objetiva, dada aos axiomas e teoremas, enquanto que a segunda está voltada para o belo, a subjetividade e os sentidos. Segundo nos diz Bastos, no seu artigo “Matemática como Arte”:

*Matemática: Ciência que estuda as propriedades de seres abstractos, como números, figuras geométricas, funções, ..., bem como as relações entre eles, utilizando um método essencialmente dedutivo. Arte: 1. Habilidade ou conhecimento geral, desdobrado de forma refletida e com uma finalidade, por oposição a natureza que é espontânea e irrefletida. 2. Conhecimento mais ou menos rigorosos, destinados a aplicação prática, por oposição a Ciência, enquanto conjunto de conhecimentos teóricos, puros: técnica geralmente aplicada com engenho, perícia, segundo determinadas regras. (BASTOS, 2002, P.72)*

O presente trabalho traz os resultados parciais de uma pesquisa de cunho qualitativo que procura responder a seguinte questão diretriz: Como a interdisciplinaridade entre a Matemática e a Arte pode contribuir para o Ensino e a Aprendizagem da Matemática no 9º ano do Ensino Fundamental de uma escola pública do Município de São Gonçalo na região metropolitana do Rio de Janeiro? Esta pergunta norteia toda a pesquisa a qual se alicerça sobre vários referenciais teóricos, tais como a proposta de interdisciplinaridade defendida por Hilton Japiassu em seu livro *Interdisciplinaridade e Patologia do Saber* associada à concepção de aprendizagem situada proposta por Lave(1988).

**Figura 1: Alunos realizando atividade de Matemática envolvendo uma obra da pintora Lygia Clark**



Fonte – ATIVIDADE DE TRABALHO DE CAMPO, 2014.

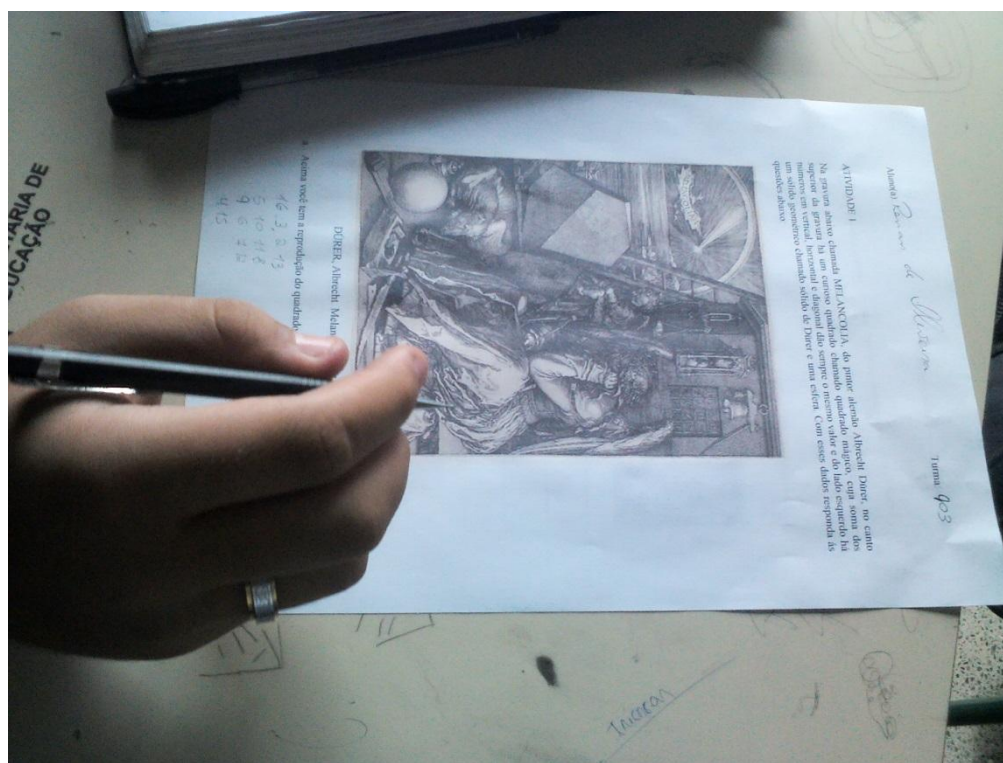
## **EMBASAMENTO TEÓRICO METODOLÓGICO**

Com o objetivo de responder à questão lançada, foram preparadas dez atividades, muitas delas inspiradas nos trabalhos das professoras Estela Kaufman Fainguelernt e Katia Regina Ashton Nunes, que aplicamos entre os meses de setembro a novembro de 2014. Os conteúdos foram apresentados através das atividades em sala de aula, aos 25 alunos do 9º ano, que são os nossos sujeitos de pesquisa, que foram selecionados a partir do interesse despertado em participar de um projeto em que teriam a oportunidade de melhorar as suas notas em Matemática no 3º e 4º bimestres, através de seis atividades trabalhadas em grupo

e quatro individuais. Tais atividades estão terminando de ser analisadas, tanto a sua produção em grupo como a que cada um dos 25 alunos realizou sozinho.

É importante salientar que tais atividades foram preparadas seguindo as ideias de um projeto interdisciplinar idealizado a partir da concepção de interdisciplinaridade do filósofo Hilton Japiassu que coloca a interdisciplinaridade como remédio ao crescente isolamento das disciplinas científicas, assim como a importância de imagens na aprendizagem da Matemática. Segundo Read: “Boa parte do ato de pensar se dá sobre a forma de imagens, ou, de qualquer modo, imagens são oferecidas como a última alternativa para os símbolos matemáticos.” (READ, 2013, p.57) Assim as ideias envolvendo uma abordagem interdisciplinar, em que o uso de obras de arte é o fio condutor para o processo de Ensino e de Aprendizagem de Matemática, encontram respaldo em vários referenciais teóricos aos quais se baseiam a pesquisa.

**Figura 2: Alunos realizando atividade envolvendo Matemática e uma gravura de Albert Dürer**



Fonte – ATIVIDADE DE TRABALHO DE CAMPO, 2014.

## RESULTADOS

Apesar de aparentar ser uma tarefa fácil, criar condições favoráveis, novas possibilidades de abordagens de conteúdos e trabalhar de maneira que as dificuldades dos alunos em compreender determinados conteúdos sejam ultrapassadas, não se mostrou como uma tarefa fácil. A maioria dos alunos se julgou incapaz de desenvolver as tarefas e interagir com seus colegas de maneira a criar condições favoráveis em sala de aula. Motivá-los para as tarefas que foram propostas, ora individualmente, ora em grupo trouxe para a reflexão a necessidade de uma abordagem que mais do que trabalhar o conteúdo priorize a Aprendizagem.

Apesar das dificuldades, a abordagem que utilizamos, em que a Matemática e a Arte se apresentam de forma interdisciplinar, trouxe bons frutos, pois percebemos nos estudantes, que frequentaram regularmente as aulas, uma melhora relaciona à forma como eles veem a Matemática, antes de maneira dicotomizada de outras áreas do conhecimento e fechada em si mesma, sem dialogar com outras disciplinas e com eles mesmos, aceitando tudo aquilo que o professor diz, como uma verdade absoluta, impossibilitando qualquer questionamento. Mesmo com os obstáculos que encontramos durante a aplicação das atividades, notamos uma significativa mudança, não só relacionada à Matemática, mas também, na postura em sala de aula, um aumento na autoconfiança e participação crescente nas tarefas desenvolvidas em grupo, estando, eles mais a vontade para falar e propor soluções nas tarefas que lhes eram apresentadas.

*Definimos interdisciplinaridade como uma abordagem epistemológica que nos permite ultrapassar as fronteiras disciplinares e nos possibilita tratar, de maneira integrada, os tópicos comuns às diversas áreas. Definimos transversalidade como um recurso pedagógico cujo intuito é ajudar o/a aluno/a a adquirir uma perspectiva mais compreensiva e crítica da realidade social, assim como sua inserção e participação nessa realidade. Temos consciência de que, assim como eles, também estamos em processo de adaptação e construção daquilo que julgamos ser apropriado em termos de metodologia. (Moraes, 2005, p. 39)*

## **CONSIDERAÇÕES FINAIS**

A Abordagem interdisciplinar que aplicamos em uma turma de 9º ano do Ensino Fundamental, trouxe-nos uma perspectiva bastante promissora. Além disso, a importância do uso de atividades que utilizam a Arte para ensinar Matemática mostra-se eficaz quando utilizamos as cópias das pinturas no corpo das tarefas associado a uma série de perguntas referentes à própria obra, dentro do contexto de um assunto da Matemática que trabalhamos em sala ou que queremos abordar.

Através das pinturas, de artistas dos diferentes períodos e estilos, tais como; Leonardo Da Vinci, Albrecht Dürer, Maurits Cornelius Escher, Mondrian, Volpi, Tarsila do Amaral, entre outros, propicia-nos, segundo os depoimentos dos alunos, uma forma inovadora de se trabalhar matemática no cotidiano escolar. Olhando por esse ângulo, temos consciência do quão importante tem sido o trabalho realizado em prol do desenvolvimento social e intelectual dos alunos, nos vendo assim na obrigação de superar todas as dificuldades que encontramos e que ainda encontraremos durante a nossa caminhada enquanto professor.

Percebemos com esse trabalho, que a necessidade de incluir tais práticas interdisciplinares no cotidiano da sala de aula, bem como trabalhar de maneira inovadora, questionadora e responsável, cujo objetivo principal seja não cumprir o currículo, mas orientar os alunos para o desenvolvimento sadio de seu Ensino e Aprendizagem é uma ótima opção a todo aquele professor que se sentir desejoso de mudar sua prática cotidiana em sala de aula em prol do Ensino e da Aprendizagem do aluno.

## REFERÊNCIAS

BASTOS, B. V. (s/d). **A Matemática como Arte**. Recuperado em 6 de Julho de 2013 de <http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/opombo/seminario/arte/comentario.htm>.

DEMO, Pedro. Pesquisa: **Princípio Científico e Educativo**. 12.ed. – São Paulo: Cortez, 2006.

FAINGUELERNT, Estela K.; NUNES, Katia Regina A. **Fazendo Arte com Matemática**. Porto Alegre: Artmed, 2006.

JAPIASSU, Hilton. **Interdisciplinaridade e patologia do saber**. Rio de Janeiro: Imago, 1976.

LAVE, J. **Cognition in Practice: Mind, mathematics and culture in every life**. New York: Cambridge University Press, 1998.

MORAES, Silvia Elizabeth. **Interdisciplinaridade e Transversalidade mediante projetos temáticos**. R. Brás. Est. Pedag; Brasília, v.86, n. 213/214, p. 38 – 57. maio/dezembro. 2005.

READ, Herbert. **A Educação pela Arte**. 2.<sup>a</sup> ed. São Paulo: Martins Fontes, 2013.

# CRIAÇÃO E UTILIZAÇÃO DE BLOGS PARA O ENSINO DE MATEMÁTICA: RELATO DE EXPERIÊNCIA DOCENTE

Magno de Souza Rocha<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Instituto Federal do Sul de Minas/Câmpus Pouso Alegre, magno.rocha@ifsuldeminas.edu.br

## Resumo

Este trabalho constitui-se de um relato de experiência sobre o uso de um blog como ferramenta de apoio ao ensino de Matemática para uma turma de 33 discentes do 1º semestre do Curso Técnico em Segurança do Trabalho Subsequente no Câmpus Pouso Alegre do Instituto Federal do Sul de Minas (IFSULDEMINAS). Mediante o acompanhamento do aprendizado dos alunos e fundamentado em referencial teórico atual sobre o tema, buscou-se apontar possibilidades de interação entre Tecnologias da Informação e Comunicação (TIC) e o ensino tradicional de Matemática, destacando desafios e perspectivas para a formação e prática docente.

**Palavras-chave:** Tecnologias, Educação a distância, Prática docente.

## INTRODUÇÃO

A transformação técnica e científica exige a adaptação contínua, num cenário em que os meios de comunicação disponíveis lançam diversas informações que precisam ser interpretadas, tratadas e aplicadas no cotidiano. Desse modo, dos indivíduos é reivindicado “um exercício coletivo de memória, imaginação, percepção, raciocínios e competências para a produção e transmissão de conhecimentos” (BRASIL, 1999, p. 83).

Cientes de nossas jornadas, enquanto indivíduos ativos/passivos em influências no organismo globalizado contemporâneo, somos diariamente testados quanto a eficiência de capacidades para ambientação. O mercado, estruturado pelas inovações promovidas pela ciência em aparato tecnológico, apresenta-se cada vez mais exigente e competitivo: a máquina desafia o humano.

Ao encontro destas demandas, os PCN (1997) abrigam como basilar e merecedora de fomento no ensino fundamental a capacidade do educando de criticar a realidade, apontando problemáticas e propondo meios de resolução. Para a aproximação ao que poderá vir a se confirmar como resposta(s) correta(s), do discente são exigidas habilidades relacionadas ao pensamento lógico, ao raciocínio inferencial, ações mediadas por criatividade e intuição, questionando o cotidiano, analisando os saberes estabelecidos, selecionando procedimentos para o alcance da solução mais adequada e verificando, passo a passo, a conveniência e oportunidade de sua prática.

Apesar da margem crescente de recursos e ambientes de informação (e de formação) em oferta pós-advento da *Internet*, inclusive para o trabalho docente por meio de ferramentas didático-pedagógicas dirigidas a cursos que proporcionam capacitação inicial e continuada, até mesmo na modalidade de educação a distância; persistem inúmeros desafios quanto ao atingimento da qualidade no ensino no Brasil.

Para Galera e Borsoi (2005, p. 1), no contexto cotidiano da caracterizada sociedade do conhecimento, as atribuições do professor alinhado às novas tecnologias não se resume a apenas transmitir conhecimentos, “mas de colaborar, de liderar, de articular e mediar os saberes e as técnicas.”. Defendem as autoras que a tecnologia e a inovação sejam linhas guias afins à mudança e à melhoria do sistema educativo.

Diante este panorama o presente artigo, sem a pretensão de esgotar o assunto, acolhe algumas vertentes compreendidas por estudiosos que se têm dedicado à pesquisa de novas tecnologias aplicadas ao cotidiano escolar. Objetiva servir como fomento à exploração da interação entre as Tecnologias da Informação e Comunicação (TIC) e o ensino de matemática; como estímulo para a reforma de práticas alinhadas ao processo de ensino-aprendizagem.

## **METODOLOGIA**

Para a efetivação dos objetivos apresentados, este trabalho propôs-se a divulgar um relato de experiência quanto ao uso de um blog como ferramenta de apoio ao ensino de Matemática. Este exame constituiu-se tanto como pesquisa exploratória, quanto descritiva; pois envolveu, de um lado, o levantamento bibliográfico, e de outro, o estudo de campo por meio de entrevistas não-estruturadas. A coleta dos dados para a configuração deste estudo ocorreu de 24/02/2015 até 17/04/2015.

Participaram desta investigação trinta e três (33) discentes do 1º semestre do Curso Técnico em Segurança do Trabalho Subsequente do Câmpus Pouso Alegre do Instituto Federal do Sul de Minas (IFSULDEMINAS).

Os discentes, com faixa etária compreendida em torno dos 24 anos (Média=24,64; DP=7,02), residiam no município de Pouso Alegre/MG e região circunvizinha; empregados em sua maioria em áreas diversas à do curso oferecido pelo IFSULDEMINAS, em empresas privadas. Pode-se verificar nos relatos colhidos dos alunos que a escolha do Curso Técnico em Segurança do Trabalho Subsequente deveu-se à pretensão de aprimoramento e ascensão profissional.

A disciplina ministrada para a turma do 1º semestre foi a de Matemática Básica. De acordo com o Projeto Pedagógico (PPC) do Curso Técnico em Segurança do Trabalho Subsequente, documento este aprovado em 2013 pelo Conselho Superior do IFSULDEMINAS, a unidade curricular integra-se por quatro (04) aulas semanais e oitenta (80) semestrais, somando 66h40min de aula.

Nesta configuração, a ementa da referida disciplina é composta pelos seguintes tópicos fundamentais: Grandezas e Números; Operações com Números; Grandezas Proporcionais, Regra de Três e Porcentagens; Funções e o Plano Cartesiano; Funções do Primeiro e Segundo Grau; Logaritmos; Gráficos, Construção de Gráficos e Gráficos Estatísticos; Matrizes e Determinantes; Sistemas Lineares; Progressão Aritmética e Progressão Geométrica.

Há que se destacar que para o acompanhamento dos listados conteúdos, os discentes não dispunham de material didático. O estudo de cada tópico demandava, portanto, a elaboração pelo professor de material impresso auxiliar para a decorrente apresentação à turma. Quanto à prática discente, para o acompanhamento dos temas os alunos, tanto poderiam consultar o acervo da biblioteca do Câmpus, ou efetuar pesquisas por sua própria conta em outros meios de divulgação, a fim de obter aprofundamento dos assuntos tratados em aula.

Após avaliação diagnóstica da turma nos primeiros dias de aula, sobre habilidades e conhecimentos essenciais de Matemática, pode-se constatar considerável déficit em grande parte dos discentes o que motivou a estruturação do planejamento das aulas com a retomada em fundamentos da matemática elementar apreendidos no ensino fundamental, inclusive.

Diante do cenário observado por meio da avaliação diagnóstica aplicada aos alunos, foram elaboradas questões fundamentais que promovessem a exposição pelos discentes de

seus anseios, medos, sugestões e opiniões quanto à instituição de ensino, ao curso no qual estavam matriculados e também quanto aos temas de Matemática apresentados no respectivo PPC.

Por meio das informações comunicadas pelos discentes, julgou-se conveniente o amparo do aprendizado dos mesmos por meio de recursos de tecnologia da informação e comunicação em sala (ambiente) de aula. E o recurso escolhido como o mais adequado para aquele público e oportunidade foi o *blog*.

De modo resumido, pode-se conceituar blog como um site no qual o usuário (ou grupo) responsável por sua administração possui um grupo de ferramentas diversas dos sites convencionais, facilitadoras para a inclusão de postagens e manutenção de suas funcionalidades. O atrativo de maior destaque desta ferramenta é a oportunidade de divulgação de informações sem a necessidade de grandes conhecimentos de informática por parte do usuário proprietário.

A escolha de um blog como ferramenta para compartilhamento de material didático e comunicação com os discentes resultou da observação da oportunidade para a aplicação e incremento do acesso à informação e recursos didáticos auxiliares ao andamento das aulas de Matemática no IFSULDEMINAS.

Foi constatado junto à turma que a maioria dos alunos possuíam computadores em casa e detinham disponibilidade e conhecimentos suficientes para o acesso e pesquisa na *Internet*, inclusive por meio de aparelhos celulares.

Após concluído o levantamento de oportunidades de utilização do blog como recurso de comunicação professor-aluno (e vice-versa) passou-se a fase de seleção e elaboração dos materiais que seriam compartilhados com os discentes para fins de apoio ao estudo dos conteúdos discutidos em sala.

Foi acertado com os discentes que os mesmos deveriam periodicamente acessar o blog do professor, no mínimo uma vez por semana, aos sábados e domingos, preferencialmente, para que tomassem conhecimento dos recursos e sugestões de estudo disponibilizados.

## **BLOG EM DIA COM A MATEMÁTICA: RELATO DE EXPERIÊNCIA DE ENSINO**

A plataforma escolhida para a configuração do blog *Em Dia com a Matemática* foi a do Blogger, esta escolha deveu-se, dentre outros, principalmente pelos seguintes fatores:

- Gratuidade: é possível ter publicado um blog com diversos recursos, com aparência atrativa e intuitiva no acesso às diversas informações sem custo;
- Facilidade de uso: os painéis administrativos à disposição do usuário proprietário são simples e de fácil manipulação; dispensando conhecimentos avançados de informática;
- Configuração: para o início do uso desta ferramenta, é dispensável configuração adicional. O usuário poderá de início da criação de sua conta publicar suas ideias e compartilhar recursos publicamente ou de modo restrito escolhendo com quem e o que distribuir a sua rede de contatos;
- Aparência: com diversas opções de personalização, a plataforma Blogger oferece opções agradáveis e facilitadoras da troca de informação. Tanto o proprietário quanto o leitor, dispõem de atrativas e belas opções de organização e navegação;



- Disponibilidade: como esta plataforma é hospedada nos servidores da Google (empresa de renome internacional), tem-se uma garantia extra de que o blog sempre estará online e acessível para o público.

Na Figura 1 é apresentada tela relacionada a descrição do blog *Em Dia com a Matemática*:

**Figura 1. Descrição do blog Em Dia com a Matemática**



Fonte – ROCHA, M.S. 2015. Disponível em: <<http://profmagno.blogspot.com.br/>> Acesso em: 05 jul. 2015.

O propósito da página web acima ilustrada foi o de apresentar o objetivo e possibilidades aos usuários daquela ferramenta, proporcionando um contato inicial mais amigável com os leitores/alunos; cuja transcrição é a seguinte:

#### *Sobre o Blog*

*Este espaço foi criado para fins de compartilhamento de materiais didáticos relacionados ao ensino de matemática.*

*Navegue pelos links de acordo com o seu interesse. Cada material foi escolhido com muito cuidado, buscando oferecer conteúdos ora introdutórios, ora mais aprofundados sobre os diversos tópicos de estudo da matemática.*

*Bons estudos! :D* (ROCHA, M.S., 2015, s.p.)

Nas próximas linhas, informa-se o leitor sobre os resultados deste trabalho entremeio a discussão dos mesmos. Os apontamentos estão sintetizados de modo a combinar os dados coletados com o referencial teórico apresentado anteriormente, além de sugerir possibilidades e apontar perspectivas de ações aos profissionais da educação.

## **RESULTADOS E DISCUSSÃO**

Por meio da utilização de um blog, o professor pode verificar que os alunos tinham a disposição um recurso de estudo melhor identificado com a demanda do curso. Materiais diversos puderam ser compartilhados, em multimídias, tais como apostilas elaboradas pelo

professor, vídeos-aulas e sugestões de aprofundamento de estudo por meio da indicação de outros ambientes de aprendizado a distância compatíveis com o público-alvo discente.

Defende-se que esta iniciativa alinhou-se adequadamente aos resultados almejados: o aprendizado dos conteúdos pelos alunos, respeitada a escassa disponibilidade de tempo que dispunham o grupo de estudantes devido as suas particularidades pessoais e profissionais.

O sucesso da ação pode ser verificado por meio do resultado das avaliações que seguiram durante o período em que os dados para este relato foram analisados (24/02/2015 até 17/04/2015). Os alunos, mesmo com as deficiências diagnosticadas inicialmente no que se refere a habilidades e conhecimentos dos temas fundamentais de matemática; conseguiram orientar-se para o avanço nos estudos.

Acredita-se também que a estrutura disponibilizada pelo ambiente do blog foi propícia para os discentes, pois estes puderam inclusive manter um canal alternativo de comunicação com o professor e demais colegas por meio de comentários na página específica onde os conteúdos estavam disponibilizados. Portanto, fia-se como compatível com o ensino em formato tradicional a inclusão de novos meios (multimeios) e metodologias para o ensino de Matemática, tais como o empreendido nesta ocasião.

Tendência em Educação Matemática, a escolha adequada de Tecnologias da Informação e da Comunicação, como sugerido neste trabalho, pode alinhar-se paralela e adequadamente ao planejamento docente. Isso demanda, consequentemente, de formação continuada, de aprimoramento de estratégias e de atualização didática do professore demais profissionais ligados com a área de Educação.

Inovar, buscando incorporar os recursos tecnológicos com os quais as pessoas convivem cotidianamente com a prática em sala de aula, propõe-se neste artigo, é de fundamental importância para o incremento dos resultados quanto ao aprendizado, pois, como processo vivo, o ensino-aprendizagem não se mantém estanque, calcificado; mas líquido e fluente ao dia a dia de todos os sujeitos.

## **CONSIDERAÇÕES FINAIS**

Este exame apontou que, apesar da margem crescente de recursos e ambientes de informação (e de formação) em oferta após o surgimento da *Internet*, persistem sérios desafios para que se possa promover o ensino de matemática em sintonia com o aprendizado esperado.

Às entrelinhas deste estudo o leitor poderá entrever demandas diversas ao profissional docente da área de educação matemática para com a prática em sala de aula; e também ao pesquisador sobre a investigação da aprendizagem e do uso de novas tecnologias no processo de ensino-aprendizagem-avaliação. Estes devem ter um olhar em contínua manutenção, atentos aos desdobramentos e avanços das pesquisas que germinam, tomam corpo e florescem muitas vezes sobre terrenos pouco explorados ou cultivados por outras correntes científicas.

Este estudo buscou cooperar com o preenchimento de lacunas referentes às pesquisas brasileiras sobre a aprendizagem matemática e o uso de aparato tecnológico à prática do ensino de matemática. Outros estudos, evidentemente, se fazem necessários nesta empreita, principalmente envolvendo o acompanhamento de recursos e estratégias diversas em uso e estudo pelos pesquisadores para se questionar a prática docente, e englobando um aparato teórico de maior abrangência.

Mesmo diante destas restrições do estudo, acredita-se que foram apresentadas diversas sugestões de pesquisa, as quais configuram novos hiatos que, se investigados,

poderão acrescentar conhecimentos significativos para a compreensão das variáveis envolvidas, seja com aprendizagem de matemática, seja com a utilização de recursos de tecnologia da informação e comunicação em sala (ambiente) de aula.

Têm-se desnublada pelos apontamentos realizados como conhecimentos necessários para que se promova formação escolar/profissional adequada às exigências do mundo contemporâneo. Atualmente tem-se que o perfil profissional docente compreende o adequado preparo para o convívio em ambientes em constantes mudanças, capacidade para informar-se e tomar decisão; e aprender e compartilhar saberes, através de conexões com as experiências vividas com o auxílio do aparato tecnológico. “Um indivíduo dotado de competências e técnicas múltiplas; iniciativa; autonomia; cooperação; comunicação; habilidade no trabalho em equipe; capacidade de raciocínio, de aprender, de resolução de problemas e de adaptar-se a situações novas” (BRYAN, 1996, p.44).

Crê-se que esta pesquisa cumpriu com seu fim de produção de conhecimento científico, portando-se como um ferramental pró-avanço transdisciplinar no que se refere às áreas de Educação, Ciência e Tecnologia em combinação/partilha teórica. Constitui-se, pois, esta empreita como um recurso teórico afim à compreensão das relações estabelecidas pelo discente (e pelo docente) com os recursos tecnológicos e de como estes recursos podem auxiliar no percurso de ensino-aprendizagem dos diversos conteúdos curriculares.

## REFERÊNCIAS

BRASIL. (1999) Ministério da Educação. **Parâmetros Curriculares Nacionais (Ensino Médio)**. Parte III – Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias. Brasília: MEC. Disponível em: < <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/ciencian.pdf>> Acesso em: 05 ago. 2014.

\_\_\_\_\_. (1997) Ministério da Educação. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. Brasília: MEC/SEF. Disponível em: <<http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/livro03.pdf>> Acesso em: 05 abr. 2015.

BRYAN, N. A. P. (1996) Desafios Educacionais da Presente Mutação Tecnológica e Organizacional para a Formação de Professores do Ensino Tecnológico. In: BICUDO, M.<sup>a</sup> V., SILVA JUNIOR, C. A. (Org.). **Formação do Professor – Dever do Estado, Tarefa da Universidade**. Vol. 3. São Paulo: Ed. UNESP.

GALERA, J. M.; BORSOI, B. T. (2014) **Ciência, tecnologia e cidadania: um desafio no cotidiano do professor**. Disponível em: <[www.dacex.ct.utfpr.edu.br/joscelybeatriz7.htm](http://www.dacex.ct.utfpr.edu.br/joscelybeatriz7.htm)> Acesso em: 21 de jun. 2015.

ROCHA, M.S. (2015) Tecnologias da Informação e Comunicação Aplicadas ao Ensino de Matemática: Desafios e Perspectivas. In: **Revista Eixos Tech**. (v.1, n.2, p. 01-14) Disponível em: <<http://200.131.67.2/ojs/index.php/eixostech/issue/current/showToc>> Acesso em: 07 jul. 2015.

# ENSINANDO REGRA DE TRÊS SIMPLES COM MATERIAL DOURADO EM UMA ESCOLA ESTADUAL DE LAVRAS

**Larissa Vilela de Rezende**  
**Lucas Fré Campos**

UFLA/DEX, larissavilela@outlook.com.br  
UFLA/DEX, lucas\_fre@matematica.ufla.br

## Resumo

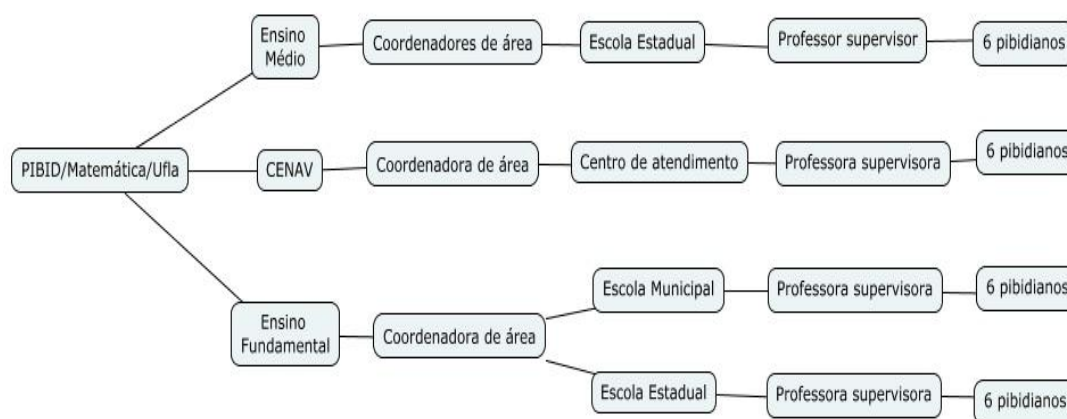
O trabalho em questão foi desenvolvido no primeiro semestre de 2015 com uma turma do sétimo ano de uma Escola Estadual de Lavras no Programa Institucional de Iniciação à Docência (PIBID) do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal de Lavras (UFLA). Este programa busca auxiliar os licenciandos em matemática na sua formação como professores por meio de experiências em sala de aula, estudos de textos, dentre outros. Buscando dar continuidade a um projeto de modelagem matemática sobre sustentabilidade, que tinha como tema escolhido pelos estudantes a reciclagem, queríamos ensiná-los sobre regra de três, que seria um conteúdo necessário para estudos futuros no projeto. Em um primeiro momento, elaboramos uma aula que não deu certo para aquela turma, pois exigia o conhecimento de conteúdos que os estudantes ainda não tinham visto, como por exemplo, equação de primeiro grau. Através de estudos e um novo planejamento de aula, resolvemos nos utilizar do material dourado como material manipulável para facilitar o ensino de regra de três, o que foi uma escolha favorável para aquele momento. Os estudantes, em sua maioria, conseguiram assimilar bem o conteúdo, possibilitando a continuação do projeto.

**Palavras-chave:** Material Manipulativo, Material Dourado, Regra de três simples, PIBID.

Nosso relato foi desenvolvido com base em encontros realizados em uma escola de ensino básico na cidade de Lavras através dos trabalhos desenvolvidos em um dos Grupos de Trabalho (GT) do Programa de Institucional de Bolsas de Iniciação a Docência (PIBID) do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal de Lavras (UFLA). Este programa tem como finalidade a formação de professores através da realização de projetos de ensino nas escolas públicas da comunidade.

No período em que realizávamos estes encontros, o PIBID/Matemática/UFLA era organizado em quatro GT's que atuavam em duas escolas (nos anos finais do Ensino Fundamental e no Ensino Médio em uma e apenas nos anos finais do Ensino Fundamental na outra) e em um Centro de Educação e Apoio às Necessidades Auditivas e Visuais (CENAV) do município. Cada GT era constituído da seguinte maneira: coordenador (es/as) de área responsável pela organização do grupo, auxílio nos estudos teóricos e no planejamento das atividades; um(a) professor(a) supervisor(a) da escola responsável pelas turmas em que se realizavam as atividades; e seis bolsistas – denominados(as) Pibidianos(as) – responsáveis pela execução dos trabalhos. Além dessa divisão, havia uma subdivisão em escolas, como mostrado na Figura 1.

**Figura 1: Organização do PIBID/Matemática/UFLA em 2015/1**



Fonte – PIBID/Matemática/UFLA (04/08/2015)

Nosso GT estava trabalhando com um projeto de modelagem matemática, que consistia em encontrar um modelo matemático para ser trabalhado com os estudantes focado em sustentabilidade. Vale destacar que o PIBID busca auxiliar os licenciandos e licenciandas em seus projetos de pesquisa. Para encontrar esse modelo matemático, eles deveriam escolher um tema a ser trabalhado. No decorrer do projeto, os estudantes escolheram como tema a reciclagem e assim surgiu a ideia por parte deles de que algumas lixeiras fossem colocadas na escola, pois achavam que muito lixo era jogado no chão do pátio. A partir do tema escolhido, chegamos à conclusão, junto com os alunos, de que o modelo matemático que queríamos encontrar era o tamanho ideal de uma lixeira a ser colocada nessa escola.

Neste relato de experiência, narramos uma das atividades desenvolvidas no primeiro semestre de 2015, realizada no Ensino Fundamental em uma turma do sétimo ano, que tinha por objetivo fazer com que os estudantes aprendessem regra de três simples, para que assim pudessem calcular a quantidade de lixo produzida na escola a partir da média de resíduos que um brasileiro produz diariamente.

Em um primeiro momento, entregamos para os estudantes uma folha contendo alguns problemas contextualizados sobre regra de três simples, como por exemplo: “Calculamos a quantidade de resíduos que um brasileiro produz por mês em gramas. Quantos quilos de resíduos são produzidos por ele em um mês? Se em um saco cabe 1 kg de resíduos, quantos sacos são necessários para colocarmos a quantidade de resíduos que um brasileiro produz em um mês? O que podemos concluir?”.

Relembramos com os alunos os conceitos trabalhados anteriormente sobre média aritmética, pois alguns dos problemas exigiam o conhecimento deste conteúdo. Porém, o encontro não saiu como o esperado, pois os estudantes não conseguiam entender o conceito de incógnita e estavam confundindo o “x” do exercício com o “x” utilizado como símbolo para multiplicação, já que os estudantes não haviam aprendido ainda os conceitos de equação do primeiro grau.

Decidimos naquele momento continuar tentando fazer com que entendessem o conceito, passamos alguns exemplos mais fáceis no quadro para fixação, mas não adiantou, mesmo com os exemplos não conseguiram entender e nem resolver os problemas que havíamos proposto e começaram a se dispersar durante aquele momento. Assim, começaram a acontecer muitas conversas paralelas e não conseguimos terminar a aula, pois o período havia acabado. A partir disto, vimos que nem sempre o que é planejado para a aula vai dar certo e que é importante para nossa

formação como professores e professoras saber repensá-la no momento em que acontece.

No dia após esse encontro tivemos uma reunião de GT, que acontece semanalmente em todos os grupos e é feita para avaliar os trabalhos realizados durante a semana e planejar os encontros futuros. Comentamos o quanto estávamos frustrados, pois não alcançamos os resultados esperados, possivelmente por termos levado muito conteúdo de uma só vez fazendo com que eles se confundissem.

Então discutimos o que poderíamos fazer para que pudéssemos melhorar a nossa aula e ajudar a compreensão dos estudantes acerca de regra de três simples. Este era o momento adequado para repensarmos o plano de aula que havíamos proposto, buscando maneiras mais acessíveis de trabalhar o conteúdo com os estudantes. Entendemos que este momento de replanejamento também era importante para a nossa formação, pois tivemos que avaliar o que deu errado e buscar outros modos de ensinar o conteúdo.

Após discutirmos bastante sobre o assunto chegamos à conclusão que poderíamos usar algum material manipulativo para nos ajudar na explicação do conteúdo para os estudantes, pois

Os recursos ou materiais de manipulação de todo tipo, destinados a atrair o aluno para o aprendizado matemático, podem fazer com que ele focalize com atenção e concentração o conteúdo a ser aprendido. Estes recursos poderão atuar como catalisadores do processo natural de aprendizagem, aumentando a motivação e estimulando o aluno, de modo a aumentar a quantidade e a qualidade de seus estudos. (JESUS e FINI, 2005, p. 144)

Consultamos os materiais disponíveis no Laboratório de Ensino de Matemática (LEM) da UFLA, que é o espaço onde são criados/guardados os materiais pedagógicos utilizado nos processos de ensino-aprendizagem no PIBID e no curso de Licenciatura em Matemática da Universidade. Decidimos utilizar o material dourado como recurso didático. Pesquisamos e concluímos que, assim como outros, este material apresentava uma forte

potencialidade para auxiliar a aprendizagem de conhecimentos de naturezas diversas (informações, conceitos, habilidades ou atitude), seu alcance e suas limitações e a sua adequação à competência, levando-se em conta conhecimentos prévios, faixa etária, entre outros elementos. (LORENZATO, 2006, p. 42).

Planejamos a atividade com a ajuda da nossa coordenadora de área, da professora supervisora e também dos demais pibidianos do nosso GT. O nosso objetivo ao planejar a atividade era fazer com que os estudantes trabalhassem com equivalências de unidades, dezenas e centenas, e logo após isso que resolvessem problemas de regra de três usando o material dourado para deduzir intuitivamente as noções de proporção. Também queríamos que os alunos conseguissem resolver problemas contextualizados envolvendo o tema do projeto, que era reciclagem, com a ajuda do material dourado, para que depois pudéssemos esclarecer que o método utilizado por eles é análogo à regra de três simples.

No dia do encontro na escola, nós chegamos à sala de aula e pedimos para que os alunos se dividissem em quatro grupos de aproximadamente seis estudantes e entregamos o material dourado e demos um tempo para que eles se familiarizassem

com o material. Nesse momento eles acharam o material bem interessante e ficavam se perguntando para que servia aquilo, alguns estudantes até começaram a brincar montando objetos com as peças do material dourado, como mostra a Figura 2.

**Figura 2: Estudantes se familiarizando com o Material Dourado**



Fonte – PIBID/Matemática/UFLA (04/08/2015)

Nessa hora percebemos que já poderíamos começar com algumas perguntas, primeiramente começamos a questionar sobre equivalências, como por exemplo: “10 unidades equivalem a quantas dezenas?”. Depois de trabalharmos bastantes exercícios de equivalência com os alunos, passamos para a próxima atividade que planejamos.

Nós levamos uma folha para cada aluno que continha um total de 10 problemas para serem resolvidos com a ajuda do material manipulativo. Ao entregá-las para os estudantes, nós resolvemos que seria mais interessante recortar a folha e entregar uma questão por vez para evitar que uns estudantes se adiantassem e outros não, fazendo assim com que a turma inteira, mesmo estando dividida, avançasse no mesmo ritmo durante o encontro, pois assim, conseguiríamos manter a turma inteira trabalhando e aqueles que ainda tivessem dificuldades, não iriam se dispersar durante aquele momento e se sentiriam mais confortáveis sabendo que estavam acompanhando o andamento do encontro como todos os outros.

Logo após entregarmos o primeiro problema, nós auxiliamos os estudantes e indagamos como acreditavam que poderiam fazer aquele tipo de exercício com o material dourado. Nós optamos por não falar que esses exercícios tinham ligação com o encontro anterior, pois ficamos receosos de rejeitarem a atividade sem ao menos tentar, só por não terem conseguido aprender anteriormente, e também queríamos que eles percebessem que conseguiam resolver problemas de proporção utilizando regra de três intuitivamente.

A maioria dos estudantes se interessou pela atividade e conseguiu resolver os problemas propostos, porém alguns continuaram relutantes e querendo usar o material dourado somente como brinquedo ao invés de resolverem os problemas propostos. Já os que estavam participando tiveram facilidade para realizar os cálculos e ao ponto dos resultados virem naturalmente, sem grandes esforços.

Após isso, decidimos enquanto planejavamos o próximo encontro, levar aos estudantes a mesma atividade contextualizada do primeiro encontro que trataria de regra de três simples. Os estudantes conseguiram realizar a maioria dos cálculos propostos no primeiro encontro, deixando em evidencia a importância do uso do material dourado no encontro anterior, e como a utilização do material manipulativo pode contribuir para a formação matemática do estudante.

### **Considerações Finais**

Em síntese, conseguimos alcançar nosso objetivo de ensinar aos estudantes regra de três simples e dar continuidade ao projeto de modelagem matemática que estava sendo realizado.

Além disso, observamos que os estudantes se mostraram mais familiarizados com o conteúdo trabalhado no encontro após utilizarem o material dourado como material manipulativo, que se mostrou um excelente auxílio no processo de ensino aprendizagem durante o trabalho com proporções e regra de três simples. Através desse trabalho também melhoramos nossa percepção em sala de aula e fora dela, pois conseguimos avaliar o que não deu certo no primeiro encontro e reestruturá-lo conforme as necessidades dos estudantes, que foram momentos muito importantes no nosso processo de formação como futuros professores e professoras.

### **Referências Bibliográficas**

JESUS, M. A. S. de; FINI, L. D. T.. **Uma proposta de aprendizagem significativa de matemática através de jogos**. In: BRITO, Márcia Regina F. de. (Org). Psicologia da Educação Matemática: teoria e pesquisa. Florianópolis: Insular, 2005.

LORENZATO, S. **O laboratório de ensino de matemática na formação de professores**. Campinas. SP: Autores Associados, 2006.



# ENSINO DE ÁLGEBRA NO OITAVO ANO: ANÁLISE DE UMA PROPOSTA DE ENSINO PARA O DESENVOLVIMENTO DO PENSAMENTO E DA LINGUAGEM ALGÉBRICA

Flávia Christiane do Nascimento Regis<sup>1</sup>

## Resumo

O objeto de estudo dessa pesquisa é desenvolver, aplicar e analisar uma sequência de tarefas para o desenvolvimento do pensamento e da linguagem algébrica de alunos de oitavo ano de uma Escola da Rede Estadual de Ensino de Belo Horizonte. Através de atividades envolvendo generalização de padrões em sequências, analisaremos como os alunos, em um ambiente de interação social e mediado por artefatos culturais (linguagens, gestos, objetos), expressam as regularidades observadas, chegam a um padrão e o generalizam. Até o presente momento, por se tratar de uma pesquisa em andamento, de caráter qualitativo, foi feito um levantamento bibliográfico e que será apresentado nesse pôster, acerca do ensino de álgebra, que nos orientará na análise dos dados que serão coletados em fase posterior, em uma oficina ministrada pelo pesquisador, com a colaboração do professor regente. A bibliografia aponta que é possível desenvolver o pensamento algébrico dos alunos através de atividades cuidadosamente planejadas e orientadas pelo professor e que os levem a se familiarizar progressivamente com a linguagem algébrica atribuindo-lhe significado.

**Palavras-chave:** Pensamento algébrico, ensino de álgebra, teoria da objetificação do conhecimento.

## PROBLEMATIZAÇÃO E PROPOSTA

O ensino de álgebra baseado no transformismo algébrico<sup>2</sup> (FIORENTINI, MIORIM E MIGUEL, 1993) vivenciado em minhas experiências como aluna e, posteriormente, por mim adotada como professora nos níveis fundamental, médio e até mesmo superior, suscitou em mim diversas inquietações. Ao longo dos anos, percebia que os alunos não atribuíam significados aos conceitos trabalhados em álgebra e assim iniciei alguns estudos visando a melhoria na qualidade do ensino desse tópico nas minhas aulas. Tal fato resultou na elaboração de um projeto de pesquisa e meu ingresso no Mestrado Profissional em Educação e Docência do PPG/UFMG.

Nesse texto, apresento uma pequena síntese de minhas leituras iniciais acerca do ensino de álgebra, que apontam alternativas a um trabalho que priorize o domínio da linguagem simbólica.

Desde que ingressei na Rede Estadual<sup>3</sup> leciono, de maneira geral, para turmas de oitavo ano. Ao longo desses anos, tenho observado que muitos alunos chegam a essa etapa de escolaridade ainda sem conseguir ler e interpretar enunciados de qualquer disciplina, e, em matemática, sem também saber utilizar as operações básicas. Essa realidade sempre me deixou bastante inquieta. Mesmo nessas condições, ensinava

---

<sup>1</sup> Mestranda em Educação e Docência, na linha de Educação Matemática pela Universidade Federal de Minas Gerais, e-mail: [flaviacnregis@gmail.com](mailto:flaviacnregis@gmail.com). Orientação da professora Teresinha Fumi Kawasaki.

<sup>2</sup> Transformismo algébrico, segundo Fiorentini, Miorim e Miguel (1993, p.83), “é o processo de obtenção de expressões algébricas equivalentes mediante o emprego de regras e propriedades válidas”.

<sup>3</sup> Ingressei na docência em 2004, quando então era ainda aluna de graduação de Licenciatura em Matemática.

matemática – mais especificamente álgebra – de uma forma tradicional que, como mencionado, pouco significava aos alunos.

Tal fato se reflete além do cotidiano da sala de aula. No Sistema Mineiro de Avaliação da Educação Básica (SIMAVE-PROEB), que avalia anualmente os alunos do 5º e 9º anos do Ensino Fundamental e do 3º ano do Ensino Médio, o desempenho de nossos alunos não é considerado satisfatório. Em 2013, o resultado da escola em Matemática foi de 238,7 pontos na escala de proficiência média, sendo o nível recomendado pela Secretaria Estadual de Educação de Minas Gerais é acima de 300 pontos. Particularmente, a proficiência em álgebra é avaliada ao final do 9º ano. Os alunos são avaliados, através da competência em resolver situações problema que envolvem equações de 1º e 2º graus.

Para desenvolver essa competência – resolver situações problema – a Proposta Curricular da Rede Estadual (CBC) sugere que se trabalhe com a linguagem algébrica, através da utilização de símbolos para representar as propriedades observadas na geometria e nos conjuntos numéricos, da tradução de uma situação problema em linguagem verbal e escrita para a linguagem algébrica, do cálculo de valores numéricos de expressões algébricas e da prática de realizar operações com as mesmas.

Contudo, desenvolver habilidades visando a competência em resolver equações, apresentar a álgebra como generalizadora da aritmética e trabalhar expressões algébricas através de treinos não têm sido, a meu ver, suficientes para atingir os objetivos esperados para seu ensino, que abarca não só o desenvolvimento da linguagem algébrica, mas também e, principalmente, o desenvolvimento do pensamento algébrico (FIORENTINI, MIORIM e MIGUEL, 1993). De acordo com esses autores (ibidem, p. 87) o pensamento algébrico se caracteriza pela “percepção de regularidades, percepção de aspectos invariantes em contraste com outros que variam, tentativas de expressar ou explicitar a estrutura de uma situação problema e a presença do processo de generalização”. Em minha percepção, concordo com Fiorentini, Miorim e Miguel (1993) no que diz respeito à importância de se desenvolver o pensamento algébrico dos alunos.

Mas como desenvolver o pensamento algébrico? Radford (2014) afirma que o desenvolvimento do pensamento algébrico se dá em processos de tomada de consciência da síntese codificada sobre números conhecidos e desconhecidos, utilizando-se as operações e os sinais de igualdade e desigualdade de forma analítica. Ou seja, para esse autor, é o desenvolvimento de um modo analítico de pensar sobre quantidades indeterminadas. E é a reflexão sobre tais processos que proporciona o desenvolvimento do pensamento e da linguagem algébrica.

Ao ler a dissertação de Veloso (2012), que fundamentou seu trabalho fortemente em Radford (2009, 2010 e 2011), me atentei para o fato de que, no ensino atual de álgebra, pouca atenção é dada para o desenvolvimento do pensamento algébrico. Veloso (2012), ao desenvolver uma proposta de ensino de álgebra, realizou estudos bibliográficos e observou que

(...) ao menos em parte, a dificuldade dos alunos em traduzir uma sentença escrita na linguagem corrente natural para a linguagem algébrica se relaciona à maneira como o estudo da Álgebra é introduzido e abordado em sala de aula. Assim, conjecturamos que o desenvolvimento do pensamento e da linguagem algébrica pode ser favorecido por uma proposta de ensino que apresente os conceitos de forma gradual. (VELOSO, 2012, p.56)

Sua proposta consistiu em desenvolver e experimentar uma proposta de ensino baseada na generalização de padrões observados em sequências para o desenvolvimento

do pensamento e da linguagem algébrica de alunos de sexto ano de uma escola da Rede Particular de ensino de Belo Horizonte, ainda iniciantes em álgebra. Inspirada na proposta de Veloso (2012), minha pesquisa visa também desenvolver e experimentar uma proposta de ensino baseada na generalização de padrões observados em sequências para o desenvolvimento do pensamento e da linguagem algébrica. Contudo, as observações serão realizadas com os alunos de oitavo ano de uma **Escola Pública**. A proposta será desenvolvida de acordo com a realidade desses alunos, que é bastante diversa dos alunos de rede privada de ensino.

Em particular, chama a minha atenção as ideias de Radford (2014) que, além de propor o desenvolvimento do pensamento algébrico, introduz o fator “interação social” que, segundo esse autor, desempenha papel importante nos processos de ensino e aprendizagem do aluno.

## **A PROPOSTA DE RADFORD**

Como já observado, muitas vezes, o ensino de álgebra consiste no domínio de operar com “letras”, o que muitas vezes não faz sentido para o aluno. Radford (2012) propõe que explorar outros sistemas de significação – ações, gestos e artefatos – pode contribuir muito para a reflexão, de maneira progressiva, dos estudantes sobre os saberes histórica e culturalmente constituídos. Ainda para esse autor, o professor pode exercer papel fundamental nesse processo, valorizando as diversas formas de representação dos alunos e propondo atividades específicas para esse fim.

Esse pesquisador canadense, Luis Radford, desenvolveu a Teoria da Objetificação do conhecimento, centrando seus estudos nas filosofias Bakhtiniana e Marxista e na Teoria Histórico-cultural de Vigotsky. Assim, sua proposta, decorrente de estudos que envolveram diversas pesquisas em sala de aula, com alunos e professores, atribui à cultura e à interação social papéis de destaque nos processos de ensino e aprendizagem.

Para Radford, o aluno deve ser valorizado como detentor de cultura e história únicas. Essa cultura nem sempre se aproxima da cultura e história de vida de colegas e professores, sendo que essa diversidade contribui para o crescimento pessoal de todos os envolvidos no processo de ensino-aprendizagem. Portanto, o objetivo da Educação Matemática, de acordo com Radford é “um esforço político, social, histórico e cultural cuja finalidade é a criação de indivíduos éticos e reflexivos que se posicionam de maneira crítica em práticas matemáticas constituídas histórica e culturalmente” (RADFORD, 2014, P. 135, tradução livre da autora) <sup>4</sup>.

Nesse sentido, a linguagem algébrica com a qual temos contato pela primeira vez na escola, passou por diversas fases ao longo de séculos de atividade humana envolvendo questões relacionadas a números desconhecidos e indeterminações. O pensamento passou por diversos modos de expressão, como oral, gestual, até o modo sistematizado, através de símbolos, que temos hoje. Deste modo, ensinar a linguagem algébrica de forma direta sem valorizar outras formas de expressão do pensamento dos alunos é um fator que em muito contribui para que o trabalho com a álgebra seja desprovido de significado. Radford reforça ao afirmar que “a passagem dos números para as letras não consiste em uma simples transposição”. Em seus estudos, Radford (2011) sugere que

---

<sup>4</sup> “[...]un esfuerzo político, social, histórico y cultural cuyo fin es la creación de individuos éticos y reflexivos que se posicionan de manera crítica en prácticas matemáticas constiuidas histórica y culturalmente”. (RADFORD, 2014, P. 135)

(...) a linguagem algébrica emergiu como uma ferramenta técnica e posteriormente evoluiu sócio-culturalmente a um nível de ser considerado como um objeto matemático. Normalmente, no currículo moderno, a linguagem algébrica aparece desde o início como um objeto matemático em si. Levando em conta este aspecto, é possível alguma mudança quanto à introdução da linguagem algébrica em sala de aula. (RADFORD, 2011, p. 149)

Essa mudança exige que o professor se posicione como um sujeito que já se apropriou do conhecimento historicamente constituído, e que deve ter consciência dessa posição, sendo responsável por, mediante a utilização de diversos artefatos culturais (linguagens, gestos, objetos), proporcionar de maneira intencional, situações que explorem e potencializem os artefatos culturais que os estudantes possuem rumo ao contato, de forma progressiva, com maneiras de pensar sistematizadas e historicamente constituídas.

Algumas pesquisas de Radford (2010) foram com estudantes de 7 e 8 anos de idade. Mesmo com crianças, Radford mostrou ser possível, através de situações-problema envolvendo generalização de padrões e sequências, proporcionar aos alunos um contato informal com a linguagem algébrica, ao fazer generalizações e registros das mesmas.

Deste modo, diante das dificuldades observadas/vivenciadas por mim e das atuais pesquisas em ensino de álgebra, é relevante para a educação básica a elaboração de propostas de ensino que valorizem o desenvolvimento do pensamento algébrico e dos seus diversos meios de representação pelos alunos, e não apenas o simbolismo, desvinculado de questões sócio-históricas, cognitivas e afetivas.

O trabalho com sequências desenvolve o pensamento algébrico na medida em que o professor, de maneira intencional, leva o aluno a utilizar diversos meios de significação para expressar seu pensamento de modo a atribuir significado à tarefa proposta (RADFORD, 2013). Nesse sentido, cabe ao professor auxiliar o aluno na percepção de regularidades e estimular a expressão dessas percepções em linguagem oral, escrita, desenhos, gestos e fórmulas.

## **METODOLOGIA E CONSIDERAÇÕES FINAIS**

Será desenvolvida uma pesquisa de abordagem qualitativa a fim de observar como os estudantes de oitavo ano da escola pública, que já tiveram contato com a linguagem algébrica, mas apresentam dificuldades em utilizá-la para resolver problemas, se envolvem em tarefas com generalização de padrões observados em sequências, mediadas pela interação social e pelo uso de artefatos culturais.

Para desenvolvimento da proposta elaboraremos um produto educacional, que consistirá em um Kit de materiais manipuláveis para o trabalho com sequências, com o objetivo de que esses artefatos facilitem os processos de observação de regularidades e generalização de padrões.

Ao final, produziremos uma dissertação para análise e discussão dos resultados obtidos na pesquisa.

A análise desses modos de pensar e sua relação com o pensamento algébrico tem sido alvo de diversas pesquisas em educação matemática Lins e Gimenez (1997), Fiorentini, Miorim e Miguel (1992,1993), Radford (2014), com vistas à melhoria do ensino de álgebra propondo que o domínio de sua linguagem não seja um conteúdo e sim a apropriação por parte do aluno de modos de pensar historicamente constituídos.

## REFERÊNCIAS

FIORENTINI, D.; MIORIM, M. A.; MIGUEL, A. Álgebra ou Geometria: para onde Pende o Pêndulo? **Pro-Posições**, Campinas, v. 3, no 1[7], p. 39-53, março de 1992.

\_\_\_\_\_. Contribuições para um Repensar... a Educação Algébrica Elementar. **Pro-Posições**, Campinas, v. 4, no 1[10], p. 78-91, março de 1993.

LINS, R.; GIMENEZ, J; **Perspectivas em aritmética e álgebra para o século XXI**. Campinas-SP. Papirus, 1997.

MINAS GERAIS. Secretaria de Estado de Educação de Minas Gerais. PROEB – 2013/ Universidade Federal de Juiz de Fora, Faculdade de Educação, **CAED**. v. 1 (jan. /dez. 2013), Juiz de Fora, 2013 – Anual. Conteúdo: Revista Pedagógica - Matemática - 9º ano do Ensino Fundamental Disponível em: [www.portalavaliacao.caedufjf.net](http://www.portalavaliacao.caedufjf.net) (acesso em 08/ 06/2015)

RADFORD, L. **Cognição matemática: História, Antropologia e Epistemologia**. Tradução e organização de Bernadete Morey e Iran Abreu Mendes. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2011.

\_\_\_\_\_. De la teoría de la objetivación. **Revista Latino-americana de Etnomatemática**, 7(2), 132-150, 2014

\_\_\_\_\_. Grade 2 students' non-symbolic algebraic thinking. In J. Cain & E. Knuth (Eds.), **Early Algebraization**. Berlin: Springer-Verlag, 2011

\_\_\_\_\_. La Evolución de paradigmas y perspectivas em la investigación –El caso de la didáctica de las matemáticas. **L'activitat docente: Intervenció, innovació e investigació**. Org. Joan Valles Villa Nueva, Dolores Álvarez Rodrigues e René Rickemann de Castillo. Girona: Documento Universitario, 2011.

\_\_\_\_\_. Layers of generality and types of generalization in pattern activities. **PNA**, 4(2), 37 – 62.

\_\_\_\_\_. Signs and meanings in students' emergent algebraic thinking: a semiotic analysis. **Educational Studies in Mathematics**, Netherlands, 42, 237–268, 2000

\_\_\_\_\_. Signs, gestures, meanings: Algebraic thinking from a cultural semiotic perspective. **Plenary Lecture presented at the Sixth Conference of European Research em Mathematics Education (CERME 6)**. Université Claude Bernard, Lyon, France, January 28-February 1, 2009.

\_\_\_\_\_. The eye as a theoretician: seeing structures in generalizing activities. **For the Learning of Mathematics**, Alberta, Canadá, 30(2), 2-7, 2010.

VELOSO, D. S. **O desenvolvimento do pensamento e da linguagem algébricos no ensino fundamental**: Análise de tarefas desenvolvidas em uma classe de 6º ano. Dissertação de mestrado. UFOP, Ouro Preto, 2012.

# ETNOMATEMÁTICA NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA DE JOVENS E ADULTOS

Josenilda Aparecida de Oliveira Xavier<sup>1</sup>  
Luciane da Silva Oliveira<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Universidade Estadual de Minas Gerais - UEMG/Departamento de Ciências Exatas,  
[josi\\_xavier@yahoo.com.br](mailto:josi_xavier@yahoo.com.br)

<sup>2</sup>Universidade Estadual de Minas Gerais - UEMG/Departamento de Ciências Exatas,  
[luciane.oliveira@uemg.br](mailto:luciane.oliveira@uemg.br)

## Resumo

Esse trabalho buscou discutir a Etnomatemática no contexto da Educação de Jovens e Adultos, considerando que os estudantes dessa modalidade são trabalhadores de diferentes segmentos e trazem para a escola diversas experiências e conhecimentos do seu cotidiano. Assim, os conteúdos trabalhados em sala precisam estar contextualizados com a realidade do educando para despertar uma maior vontade em aprender. Através de um estudo teórico da Etnomatemática buscou-se uma alternativa metodológica no ensino da matemática em turmas de EJA. Foi realizada também, uma pesquisa sobre o perfil dos estudantes em duas turmas de 3º ano do Ensino Médio, da E. E. Altivo Leopoldino de Souza, no município de Espera Feliz-MG. Observou-se que a maioria dos estudantes são mulheres, com idade entre 18 e 40 anos e trabalhadores com renda familiar variando de um a dois salários mínimos. Mediante as observações, foram elaboradas duas atividades que simulavam situações reais do dia a dia, onde em grupos, os alunos analisaram e discutiram qual a melhor forma de resolver o problema, apresentando seus cálculos e argumentações. Concluiu-se que, apresentando aos alunos uma matemática relacionada com suas vivências, que valoriza seus saberes, é possível despertar mais interesse e envolvimento, pois pode ser aplicada imediatamente no seu cotidiano. Assim, inserir a Etnomatemática na Educação de Jovens e Adultos (EJA) é reconhecer a necessidade de uma Educação diferenciada.

**Palavras-chave:** Etnomatemática; Educação de Jovens e Adultos; Educação Matemática.

## INTRODUÇÃO

A matemática exerce um importante e decisivo papel em nossa vida, em tudo que fazemos, e de acordo com Albuquerque (2007), citado por Farias (2010, p.15), permite resolver problemas e enfrentar melhor situações do cotidiano, pois possui aplicações no mundo do trabalho e possibilita construir conhecimento em outras áreas.

O educando jovem ou adulto, durante sua vida vai acumulando vivências, experiências pessoais, construindo conhecimentos diversificados, e esses conhecimentos acumulados são levados para a sala de aula. Nesse contexto, a prática pedagógica deve ser estruturada para que os conteúdos trabalhados em sala tenham significado.

Na Educação de Jovens e Adultos (EJA), os conteúdos trabalhados em sala precisam estar contextualizados com a realidade do educando para despertar uma maior vontade em aprender, uma vez que, normalmente, esse educando é um trabalhador, pertencente a grupos sociais, coautor na produção de sua cultura. Dessa maneira, cabe ao professor ter a sensibilidade de planejar e elaborar as atividades que estimulam a participação e desperte a curiosidade e o interesse pela matemática.

Nesse sentido, no que se refere ao ensino e à aprendizagem da Matemática, e de acordo com Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática (1997, p. 29), é importante que o professor “conheça a história de vida dos alunos, sua vivência de aprendizagens fundamentais, seus conhecimentos informais sobre um dado assunto, suas condições sociológicas, psicológicas e culturais”.

Para Freire (1996, p. 16), “ensinar exige respeito aos saberes do educando”, assim tanto o professor, quanto a escola, precisa “discutir com os alunos a razão de ser de alguns desses saberes em relação com o ensino dos conteúdos”. Da mesma maneira, D’Ambrosio (2003, p. 3), acredita ser indispensável que o professor/educador mude de atitude no ensino da matemática e considere os conhecimentos trazidos pelo aluno, pois “os educadores precisam é perder o receio de entrar no novo”. Para D’Ambrosio, “falta uma pedagogia na linha da etnomatemática”.

A Etnomatemática, segundo D’Ambrosio (2002, p.7) procura entender “o fazer e o saber matemático que se desenvolve a partir da dinâmica da evolução de fazeres e saberes que resultam da exposição mútua de culturas”. Seus estudos sobre a Etnomatemática apontam a importância para as investigações das formas como cada grupo cultural produz matemática.

Assim, esse trabalho tem por objetivo discutir a Etnomatemática no contexto da Educação de Jovens e Adultos, considerando que os estudantes dessa modalidade são trabalhadores de diferentes segmentos e trazem para a escola diversas experiências e conhecimentos do seu dia a dia.

## **A EDUCAÇÃO DE JOVENS E ADULTOS**

A Educação de Jovens e Adultos (EJA) é uma modalidade de ensino nas escolas do Brasil para jovens e adultos que não cursaram o ensino fundamental e médio na idade apropriada. Está fundamentada nas Diretrizes Curriculares Nacionais de 2000, formuladas no Parecer CNE/CEB nº 11/2000, que sucederam a garantia da modalidade na Lei 9.394/96, e na Constituição brasileira de 1988.

As diretrizes curriculares nacionais para EJA têm por finalidade ajudar o indivíduo a desenvolver suas habilidades, capacidades e potencialidades. Assim, é importante priorizar as práticas pedagógicas que valorizem a pluralidade sócio cultural, as experiências, as opiniões e a história do educando. E, como diria (Freire, 2002, p. 58), que “educadores e educando tenham uma relação de autêntico diálogo”.

No que se refere ao ensino da matemática na EJA, é necessário que os conteúdos sejam trabalhados de forma contextualizada, discutindo-os e relacionando-os a situações que façam sentido para o aluno, como sugerido por Fonseca:

*O processo de ensino e aprendizagem de matemática na EJA deve incorporar à prática pedagógica, conceitos, procedimentos e atitudes relativos ao conhecimento matemático e desenvolvidos em meio às vivências dos alunos, os quais emergem em suas interações sociais, experiências pessoais e profissionais e integram sua cultura. Dessa maneira, é necessário incorporar à educação matemática os conhecimentos e procedimentos construídos e adquiridos nas leituras que esses jovens e adultos fazem do mundo e de sua própria ação nele, de maneira a expandir e diversificar as suas práticas de leitura do mundo, possibilitando o acesso democrático à cultura letrada (FONSECA, 2002, p. 59).*

Segundo Rocha *et. al.* (2002, p. 11), “considerando a própria realidade dos educandos, o educador conseguirá promover a motivação necessária à aprendizagem, despertando neles interesses e entusiasmos”.

## **ETNOMATEMÁTICA NO CONTEXTO DA EDUCAÇÃO DE JOVENS E ADULTOS**

Com o objetivo de integrar os saberes matemáticos populares e os propostos no currículo escolar, a Etnomatemática se apresenta como possibilidade do desenvolvimento de uma aprendizagem significativa, pois procura resgatar, analisar e valorizar o saber e o fazer matemático produzido em diferentes contextos culturais.

Para D'Ambrosio (1986, p.36), “a Matemática é uma atividade inerente ao ser humano, praticada com plena espontaneidade, resultante do seu ambiente sócio cultural”, e por isso, a escola deveria não apenas valorizá-la ou conhecê-la, mas também trazer ao espaço escolar estas diferentes manifestações culturais da matemática.

Os jovens e adultos da EJA entendem a necessidade do conhecimento matemático, e buscam novas alternativas para solucionar os problemas que aparecem no dia a dia. Entretanto reconhecem que novos conhecimentos são necessários e que através da educação poderão atingir muitos objetivos.

Inserir a Etnomatemática na EJA é reconhecer a necessidade de uma Educação diferenciada, que, de acordo com Arbach (2001, p. 19), “requer do educador conhecimentos específicos no que diz respeito ao conteúdo, metodologia, avaliação, atendimento, entre outros, para trabalhar com essa clientela heterogênea e tão diversificada culturalmente”. Para D'Ambrósio:

*A etnomatemática propõe uma pedagogia viva, dinâmica, de fazer o novo em resposta a necessidades ambientais, sociais, culturais, dando espaço para a imaginação e para a criatividade. É por isso que na pedagogia da etnomatemática, utiliza-se muito a observação, a literatura, a leitura de periódicos e diários, os jogos, o cinema, etc. Tudo isso, que faz parte do cotidiano, tem importantes componentes matemáticos. (D' AMBRÓSIO, 2008, p.3).*

A Matemática precisa ser interessante e atrativa, devidamente contextualizada para não acarretar medo, por causa das exigências de rigor e precisão. Deve ser prazerosa, estimular a capacidade de crítica e criatividade do educando. Deve respeitar a diversidade cultural e estimular a troca de experiências e saberes dentro de uma mesma turma. Antes de tudo, cabe ao educador se fazer uma importante pergunta proposta por Freire (1996, p. 17): “Porque não estabelecer uma necessária “intimidade” entre os saberes curriculares fundamental aos alunos e a experiência social que eles têm como indivíduos?”.

## **MATERIAIS E MÉTODOS**

Neste estudo, buscou-se investigar através de um estudo teórico da Etnomatemática como alternativa metodológica no ensino da matemática em turmas de Educação de Jovens e Adultos (EJA). A partir desse estudo, foi observada a necessidade de prosseguir a investigação conhecendo o perfil dos estudantes da EJA. Optou-se em realizar a pesquisa em duas turmas de 3º ano do Ensino Médio, da E. E. Altivo Leopoldino de Souza, no município de Espera Feliz.



Foi aplicado um questionário, com autorização da professora de matemática e do diretor da escola, contendo apenas 11 questões objetivas, com alternativas pré-definidas, com a finalidade de analisar o perfil dos alunos que cursam esta modalidade de ensino. Participaram do estudo todos os alunos presentes no dia da aplicação.

Mediante a essas observações, foram elaboradas duas atividades que simulavam situações reais do dia a dia, onde, em grupos, os alunos deveriam analisar e discutir qual a melhor forma de resolver o problema, apresentar seus cálculos e argumentações.

Na atividade 01, foi criada uma situação em que um casal de noivos, com nomes fictícios, pretendia se casar dentro de seis meses. Na folha de instrução da atividade, foram apresentadas algumas características do casal, como rendimento mensal de cada um e outras informações como, qual deles tinha talão de cheques e/ou cartão de crédito. Na atividade, o casal dispunha de uma conta poupança em banco para gastar na compra dos móveis e eletrodomésticos, para organizar uma casa com o necessário para se viver com conforto básico.

Os alunos foram orientados a vivenciar a situação daquele casal e tinham que decidir o que comprar e como pagar sem que ficassem endividados, levando em consideração ainda, as taxas bancárias de juros do cheque especial e do cartão de créditos. Algumas perguntas norteadoras foram feitas, como: Quais móveis deverão comprar e qual a melhor forma de pagamento? É melhor comprar tudo à vista ou fazer algumas prestações? No caso de escolherem usar o cartão de crédito, é indicado usar o todo o limite do cartão?

Na atividade 02, a situação envolvia uma família de cinco pessoas, composta pelo marido, esposa, um filho adolescente de 15 anos e duas crianças, uma de 7 anos e outra de 08 meses (todos com nomes fictícios). Na folha instruções dizia que a família deveria fazer as compras do mês e que poderiam gastar até 40% da renda na compra de alimentos, material de limpeza e produtos de higiene.

Foram disponibilizadas também algumas informações sobre casal, sobre o rendimento mensal de cada um e quem tinha talão de cheques e/ou cartão de crédito.

Os alunos deveriam considerar os recursos da família, também as taxas bancárias de juros do cheque especial e do cartão de crédito, e, com base nas informações, tomar as decisões como se fossem integrantes da própria família. Algumas questões foram propostas para direcionar a discussão: O que precisamos realmente comprar? Qual a melhor forma de pagamento? No caso de parcelamento das compras, é indicado usar todo o limite de cartão de crédito?

As referidas atividades foram aplicadas para as duas turmas juntas. Os alunos foram divididos em grupos de no mínimo 4 e no máximo 7 estudantes, pois cada grupo deveria ser composto pelos personagens da história, um vendedor e um ou dois conselheiros. Cada grupo dispunha de um kit de materiais.

Após a realização das atividades, cada grupo participante apresentou seus registros e observações.

## **RESULTADOS E DISCUSSÕES**

Com base nos resultados do questionário aplicado sobre o perfil dos alunos, foram observados que 52,4 % desses alunos são mulheres, 86,1% tem idade entre 18 e 40 anos, mais da metade deles são solteiros (55,8%), e que, 53,6% fazem parte de famílias numerosas, constituídas por quatro ou mais pessoas. A maioria, 81,4%, são trabalhadores (sendo que desse percentual 31,4% são domésticas, 25,75% são trabalhadores do comércio e 20% são lavradores/agricultores), a renda familiar de grande parte dessas pessoas

(81,4%) varia de um a dois salários mínimos, ou seja, são famílias com pequeno poder aquisitivo.

Em relação às atividades desenvolvidas, os alunos das duas turmas de 3º anos do ensino médio – EJA foram reunidos em uma única sala. Inicialmente, foram orientados sobre a realização das atividades em questão, os objetivos da pesquisa, a importância da contribuição de cada um, e posteriormente, separados em grupos.

Seis grupos participaram da atividade 01 (casal de noivos). Observou-se que, após a leitura e discussão da atividade, todos os membros dos grupos se envolveram e participaram com empenho. Fizeram anotações e listas do que o casal realmente precisava comprar, de acordo com o ponto de vista de cada grupo, especificando os gastos com os móveis e eletrodomésticos de cada cômodo da casa e somando o total gasto, avaliando assim, como seria a melhor condição de pagamento para o casal.

Observou-se também, que a maioria dos grupos preferiu escolher móveis e eletrodomésticos mais simples e baratos e de extrema necessidade, justificando que assim, teriam condições de pagar à vista, gastando somente o dinheiro que já possuíam em conta. Para quase todos os grupos o pagamento à vista seria ideal, pois poderiam aproveitar os descontos na hora do pagamento das mercadorias. Alguns grupos conseguiram ainda, que sobrasse dinheiro na conta bancária do casal.

A atividade 02 (Família) foi realizada por quatro grupos. Cada grupo fez um esquema com todos os gastos possíveis com alimentação, material de limpeza e higiene, com auxílio de panfletos de supermercados. Levando em consideração a orientação de que a família poderia gastar até 40% de suas receitas com supermercado, de maneira a não comprometer o restante do orçamento, a maioria dos grupos conseguiu gastar abaixo do valor previsto e pagar à vista, todas as despesas.

Um dos grupos da atividade 02 fez ainda, uma simulação de todos os gastos possíveis da família com alimentação, vestuário, contas de água, energia e gás, com medicamentos e outras despesas, e apresentaram suas discussões sobre como organizar o orçamento familiar e não ficar devendo.

Verificou-se que alguns grupos pagaram as despesas com cartão de débito, e que outros não souberam lidar com pagamentos com cartão de crédito, preferindo não usá-lo. Muitos alunos disseram não possuir cartão de crédito e/ou débito e não entender o significado do “limite do cartão de crédito”. Outros ainda somaram os rendimentos dos personagens com o valor do limite do cartão de crédito, e não consideraram as despesas com a fatura cartão para o mês seguinte.

Em relação ao uso de cheques, observou-se um menor receio entre os grupos, onde muitos deles parcelaram as compras com cheques pré-datados. Mesmo assim, foi possível observar que vários alunos nunca preencheram um cheque e não sabiam como fazer isso.

Na exposição final dos grupos, onde todos puderam apresentar suas decisões e considerações, foi observado que a maioria dos grupos optou por comprar apenas o necessário e pagar as despesas à vista, em dinheiro, pois segundo eles, é possível negociar melhores descontos. Além disso, os grupos que usaram o cartão de crédito preferiram não usar todo o limite do cartão, para gastá-lo em possíveis imprevistos.

## **CONSIDERAÇÕES FINAIS**

Considerando as concepções do ensino de matemática nos Programas de Educação de Jovens e Adultos, a Etnomatemática aparece como uma alternativa para modificar

algumas dessas concepções e discutir a importância de valorizar o aspecto histórico e sócio culturais do indivíduo, dinamizando o ensino e a aprendizagem em sala de aula.

Nesse estudo, foi possível observar que propor aos alunos uma matemática relacionada com suas vivências, valorizando seus saberes, foi capaz de despertar mais interesse e envolvimento, pois pode ser aplicada imediatamente no seu cotidiano.

Desse modo, o ensino da matemática inserido na perspectiva da Etnomatemática, traz possibilidades de mudanças na prática docente, conectando a prática pedagógica escolar como conhecimento produzido em situações concretas da vida dos alunos.

## REFERÊNCIAS

ARBACHE, A. P. B. **A formação do educador de pessoas jovens e adultas numa perspectiva multicultural crítica**. Dissertação de Mestrado. Rio de Janeiro. Papel Virtual Editora, 2001.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais: matemática**/Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC/SEF, 1997.

D'AMBROSIO, U. **Da realidade à ação**: reflexões sobre educação e matemática. São Paulo: Summus, 1986.

D'AMBRÓSIO, U. Etnomatemática e Educação. **Reflexão e Ação**, Santa Cruz do Sul, v. 10, n. 1, p. 7-19, jan./jun. 2002.

D'AMBROSIO, U. Etnomatemática. Diário na Escola, **Diário do Grande ABC**, Santo André, 2003. Disponível em:< <http://etnomatematica.org/articulos/boletin.pdf>>. Acesso em: 02 ago. 2015.

D'AMBROSIO, U. O **Programa Etnomatemática: uma síntese**. Acta Scientiae, Canoas, v. 10, n.1, p7-16, jan/jun. 2008.

FARIAS, V. R. B. **A Educação de Jovens e Adultos e a Matemática do dia a dia**. São Leopoldo: FAGED/UFRGS, 2010.

FIORENTINI, D. Alguns modos de ver e conceber o ensino da matemática no Brasil. **Revista Zetetiké**, UNICAMP, Campinas, Ano 3, nº 4, p. 1-16, 1995.

FONSECA, M. C. F. R. **Educação Matemática de Jovens e Adultos**: Especificidades, desafios e contribuições. Belo Horizonte: Autêntica, 2002.

FREIRE, P. **Pedagogia da Autonomia**: Saberes Necessários à Prática Educativa. 25 ed. São Paulo: Paz e Terra, 1996

FREIRE, P. **Ação cultural para a liberdade e outros escritos**. 10ª ed. São Paulo. Paz e Terra. 2002.

ROCHA, H. F., KARL, H. A., VEIGA, M. S., GUIMARÃES, M. **As Práticas Educativas na Educação de Jovens e Adultos**. Pedagogia em Foco. Petrópolis, 2002.

# **IMPLEMENTAÇÃO DE UM PROJETO DE EDUCAÇÃO FINANCEIRA NO CAP-COLUNI UFV: PRIMEIRAS IMPRESSÕES**

**Paulo Tadeu Gandra Campos<sup>1</sup>,  
Cleuza Eunice Pereira Brumano<sup>2</sup>, Renata Pires Gonçalves<sup>3</sup>.**

<sup>1</sup>Universidade Federal de Viçosa/CAP-COLUNI, paulo.gandra@ufv.br

<sup>2</sup>Universidade Federal de Viçosa/CAP-COLUNI, cbrumano@ufv.br

<sup>3</sup>Universidade Federal de Viçosa/CAP-COLUNI, renata.goncalves@ufv.br

## **Resumo**

O Brasil atravessa um momento delicado no âmbito financeiro. Tal conclusão é obtida quando acompanhamos noticiários e diversas palestras, falas e esclarecimentos de profissionais desta área. Nesta perspectiva nossa atenção se volta especialmente para a previdência social uma vez que a pirâmide etária brasileira vem se modificando e tal mudança nos leva a acreditar que estamos cada vez mais próximos de uma realidade em que teremos mais cidadãos usufruindo da previdência social do que contribuindo com a mesma. Esta previsão nos preocupa e inquieta e nos leva a pensar em melhor planejamento de vida em busca de uma aposentadoria mais tranquila, possivelmente sem “apertos” financeiros. Assim, diante deste cenário acreditamos ser de grande utilidade apresentar esta realidade aos nossos alunos e levá-los a refletir, questionar e tomar decisões no sentido de se programarem para uma vida mais equilibrada financeiramente e uma aposentadoria mais tranquila. Neste sentido, propusemos três temas distintos que entendemos se adequarem às diferentes faixas etárias dos alunos da primeira, segunda e terceira série do Ensino Médio, e que acreditamos serem de grande importância no planejamento da aposentadoria. Com este propósito ficou assim distribuído e organizado os temas: Controle da Receita e Impulsividade para alunos da primeira série; Cartão de Crédito e Cheque Especial para alunos da segunda série e Aposentadoria para alunos da terceira série. Faremos aqui um relato dos ocorridos referente a esse projeto nos dois primeiros bimestres época de 2015 e apontaremos nossas intenções para os demais bimestres.

**Palavras-chave:** Educação Financeira, Aposentadoria, Controle da Receita e Cartão de Crédito.

## **INTRODUÇÃO**

O planejamento das atividades do CAP-Coluni para o ano de 2015 teve início no final do ano de 2014, época em que todas as áreas se reúnem para discutir e propor as atividades a serem implementadas. Foi neste período, que os autores do presente trabalho, professores de Matemática dessa escola, após diversas discussões, decidiram incluir o tema Educação Financeira nas três séries, por meio de um projeto, de maneira transversal.

Nossa decisão em trabalhar esse tema tem por base a dificuldade inerente em saber controlar as finanças, seja por parte destes alunos, seja por pessoas da família, colegas de trabalho e/ou amigos em geral. Obtivemos tal constatação por meio de conversas informais, nas quais aparecem relatos de pessoas que se encontram endividados ou “apertados” financeiramente por desconhecimento de simples “regras” do mundo financeiro. Acreditamos assim que este estudo possa transcender os limites físicos da escola podendo contribuir para uma melhor organização da vida financeira familiar e de outros.

Além disso, o futuro da previdência oficial brasileira não se mostra nada animadora para os futuros aposentados, uma vez que a relação “dependentes versus pessoas ativas” tende a se modificar, como aponta Cerbasi:

*Em 2013, havia no Brasil 46 dependentes (jovens e aposentados sem trabalhar) para cada 100 pessoas ativas. Essa relação é chamada de taxa de dependência, que no caso do Brasil está em 46%. Segundo estimativa do banco de investimentos JP Morgan, esta taxa cairá para 43% até 2022, e então começará a se elevar até que, em 2041, o número de dependentes supere o de pessoas ativas, com a taxa de dependência passando de 50% (CERBASI, 2014, p. 17)*

Tal percepção nos faz sentir a necessidade de uma maior reflexão e mudanças no modo de vida em termos de consumo e programação financeira a médio e longo prazo. Neste sentido, escolhemos três subtemas norteadores para o projeto de Educação Financeira: Controle da receita e Impulsividade para a 1ª série, Cartão de Crédito e Cheque Especial para os estudantes da 2ª série e Aposentadoria para os alunos da 3ª série.

A escolha dos temas, nessa ordem, foi proposital por acreditarmos que só poderemos nos preparar para uma aposentadoria se tivermos bom controle da receita, e soubermos usar os cartões de crédito a nosso favor.

#### **PLANEJAMENTO E DETALHAMENTO DO PROJETO**

Para a implementação e acompanhamento do Projeto de Educação Financeira (PEF), decidimos que em cada bimestre um dos quatro professores ficaria responsável pela preparação de materiais, atendimento às dúvidas, orientações e correção das atividades feitas pelos alunos segundo o cronograma proposto. Optamos por não inserir o projeto como conteúdo de sala de aula, mas não excluímos a possibilidade de abordá-lo dessa forma quando necessário. Assim, no início do primeiro semestre, um dos professores responsável pelo PEF, utilizou o horário de aula de matemática para fazer a introdução do PEF, dando informações e esclarecimentos sobre o mesmo. A partir de então, ficou definido que, no decorrer do projeto, utilizaríamos a internet, via plataforma PVAnet<sup>1</sup>, para disponibilizar artigos, vídeos, direcionamentos e explicações das atividades a serem realizadas no decorrer do ano. Atividades estas que estão sendo avaliadas em 10% da pontuação de cada bimestre.

**Tabela 1: Distribuição dos pontos de cada bimestre para o Projeto de Educação Financeira (PEF).**

| <b>Bimestre</b> | <b>Valor do Bimestre</b> | <b>Valor destinado ao PEF</b> |
|-----------------|--------------------------|-------------------------------|
| 1º              | 20                       | 2,0                           |
| 2º              | 25                       | 2,5                           |
| 3º              | 25                       | 2,5                           |
| 4º              | 30                       | 3,0                           |

Fonte – Dados da pesquisa.

---

<sup>1</sup> Plataforma disponível aos professores e estudantes da Universidade Federal de Viçosa, na qual é possível anexar e disponibilizar documentos em vários formatos como word e pdf, além de vídeos e endereços de sites da internet.

Na apresentação do PEF, procuramos motivar os alunos dando esclarecimentos sobre os motivos da implementação do mesmo e utilizou-se para leitura, reflexão e discussão o texto “Programados para Gastar”, de autoria de Tiago Cordeiro, da revista Você s/a.

Foi também apresentado o cronograma de atividades conforme tabela abaixo.

**Tabela 2: Distribuição das atividades bimestrais do Projeto de Educação Financeira.**

| <b>Bimestre</b> | <b>Atividades</b>                                                                                                                        | <b>Modo</b>        |
|-----------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------|
| 1º              | <i>Resenha de partes do livro “O Homem mais rico da Babilônia”.</i>                                                                      | <i>Individual.</i> |
|                 | <i>Relatório sobre os preços dos ovos de Páscoa.</i>                                                                                     | <i>Por turma.</i>  |
| 2º              | <i>Palestra sobre a Educação Financeira.</i>                                                                                             | <i>Individual.</i> |
|                 | <i>Entrega, por escrito, de um Referencial teórico, segundo os temas pré-definidos a cada série.</i>                                     | <i>Por turma.</i>  |
| 3º              | <i>Entrega, por escrito, do desenvolvimento do trabalho, segundo cada tema, apontando uma possibilidade de mudança do cenário atual.</i> | <i>Por turma.</i>  |
| 4º              | <i>Apresentação e entrega, por escrito, do trabalho final.</i>                                                                           | <i>Por turma.</i>  |

Fonte – Dados da pesquisa.

Optamos para o primeiro bimestre por atividades mais abrangentes no que se refere à educação financeira, deixando para os próximos bimestres trabalhos com focados nos temas pré-definidos. Considerando que nosso foco não é o enriquecimento, selecionamos partes, e não sua totalidade, do livro clássico da literatura financeira “O Homem Mais Rico da Babilônia”, de George S. Clason, para serem lidas e resenhadas. Concomitante a esta atividade, as turmas deveriam se organizar e pesquisar o preço dos ovos de Páscoa nos estabelecimentos comerciais da cidade (Viçosa-MG). Estas informações colhidas foram guardadas para que no próximo ano seja feita nova pesquisa e os alunos possam comparar e avaliar a variação de preços.

Para o segundo bimestre agendamos primeiramente, uma palestra com o professor Marco Aurélio Kisteman Jr., da Universidade Federal de Juiz de Fora (UFJF-MG), que coordena, nesta instituição, um grupo de pesquisa e estudo sobre o tema Educação Financeira. Nesta palestra foram abordados os temas do PEF além de diversos outros temas. Ao propor esta atividade, nosso objetivo foi de ampliar os conhecimentos dos alunos e professores, sobre os diversos temas apresentados.

Outra atividade proposta para este bimestre consistiu na pesquisa, escrita e entrega do referencial teórico referente a cada tema pré-definido para cada série. Essa atividade foi a primeira a conter normas de escrita e citações de acordo com as normas científicas. Acreditamos que ao concluir as atividades do primeiro e segundo bimestres, os alunos tenham desenvolvido uma criticidade no que se refere à realidade da economia brasileira além de terem contato com as regras de escrita de trabalhos científicos.

## IMPRESSÕES ATUAIS

Após a conclusão das atividades dos dois primeiros bimestres foi possível coletar algumas impressões a respeito da receptividade do PEF por parte dos alunos.

No decorrer do primeiro mês do primeiro bimestre, destinado à leitura e à redação da resenha do livro “O homem mais rico da Babilônia” observamos baixo comparecimento dos estudantes nos horários destinados às orientações e dúvidas e, dentre os que procuravam o atendimento para esclarecer dúvidas sobre o livro ou sobre o modo como deveria ser feita a resenha, predominaram os alunos da primeira série. Durante a correção da atividade (resenha) constatamos diversas cópias (trabalhos iguais), algumas cópias da internet e também atividades supostamente feitas no último momento uma vez que apresentavam total desorganização e falta de sentido. Alguns alunos foram então chamados para esclarecimentos e nos informaram que esta era uma prática deles em diversos outros trabalhos e que não pensavam que faríamos uma leitura atenciosa das atividades. Por estas razões, cerca de 18% dos alunos não obtiveram resultados satisfatórios.

Quanto ao relatório sobre o preço dos ovos de Páscoa, podemos constatar que foi uma atividade realizada com mais empenho e dedicação. Acreditamos que tal comportamento possa ter sido estimulado por ter sido um trabalho em grupo, com distribuição de tarefas e por isso o cumprimento das mesmas se tornou mais fácil e prazerosa. Ao verificar o conteúdo desta atividade, observamos que alguns equívocos foram cometidos como, por exemplo, a falta da descrição das marcas dos ovos pesquisados.

Quanto às atividades desenvolvidas no segundo bimestre, primeiramente, ocorreu a palestra de educação financeira ministrada pelo Prof. Marco Aurélio Kisteman Jr. cuja presença/participação foi atribuída 1 (um) ponto, observamos a presença da quase totalidade dos alunos. Embora alguns alunos que não puderam comparecer, tenham justificado a ausência, obtendo assim autorização para realizar uma atividade de reposição ao final do bimestre, constatamos que apenas um dos alunos dentre estes compareceu à esta atividade de reposição.

Ao que tange à segunda atividade do projeto referente ao segundo bimestre, a elaboração, redação e entrega de um referencial teórico de acordo com os temas de cada série, novamente observamos que, assim como na produção da resenha do primeiro bimestre, ocorreu baixa procura por parte dos alunos, para o atendimento de dúvidas e orientações, principalmente pelos estudantes da segunda e da terceira série. Acreditamos que esse fato tenha contribuído para que os trabalhos entregues pelos alunos das primeiras séries tenham atendido mais às expectativas da área. Ressaltamos que, para suporte a esta atividade, foi disponibilizado no PVAnet, no início do referido bimestre, uma cartilha com normas e exemplos sobre como elaborar um referencial teórico. Acreditamos que grande parte dos alunos da segunda e terceira séries não leu ou não entendeu o direcionamento para a elaboração do referencial teórico. Infelizmente tal atitude comprometeu o bom desenvolvimento da atividade e lamentamos tal situação, porém nos sentimos confortáveis uma vez que disponibilizamos o atendimento para qualquer tipo de esclarecimento e que como durante o bimestre não houve procura dos estudantes para tais esclarecimentos, estávamos confiantes que saberiam desenvolver a atividade corretamente.

## INTENÇÕES FUTURAS

Após analisarmos as ocorrências nos dois primeiros bimestres, desejamos criar mecanismos capazes de incentivar uma maior participação dos estudantes no projeto, uma vez que ao mesmo tempo em que alguns alunos, principalmente estudantes das primeiras e segundas séries, demonstram interesse pelo tema, os demais demonstram grande desinteresse.

Avaliamos que um possível afastamento de parte dos estudantes ocorre devido à não inclusão do projeto à sala de aula, ou seja, devido ao afastamento do projeto dos diálogos em sala de aula. Dessa maneira, decidimos que o professor responsável pelo PEF no terceiro bimestre visitará cada turma para apresentar um direcionamento das atividades do projeto para esse período. Na Tabela 3 abaixo temos a descrição do direcionamento das atividades do PEF para o terceiro bimestre:

**Tabela 3: Descrição do direcionamento das atividades do PEF para o terceiro bimestre.**

| <b>Série</b>   | <b>Direcionamento</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |
|----------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1 <sup>a</sup> | <i>Utilizando uma amostra (parte da turma), fazer uma análise do controle da receita durante o mês de agosto.<br/>Sugestão: utilizar uma planilha de Excel e fazer um comparativo de gastos com alimentação, transporte, aluguel, festas, etc, com diferentes grupos da sala.<br/>Fazer uma discussão de “o que se pode fazer para minimizar os gastos”?</i> |
| 2 <sup>a</sup> | <i>Fazer uma análise do uso do cartão de crédito utilizando a forma de pagamento parcelado e utilizando o cheque especial para o pagamento da fatura total.<br/>Utilizar o comparativo entre dois bancos de sua preferência.<br/>Discutir sobre o que se pode fazer para não utilizar o cheque especial e conseguir pagar a fatura total do cartão.</i>      |
| 3 <sup>a</sup> | <i>Considerando a perda salarial que o indivíduo tem ao se aposentar (na maioria dos casos), elabore uma estratégia para garantir o bem estar e a renda adequada para este período da vida.</i>                                                                                                                                                              |

Fonte – Dados da pesquisa.

Acreditamos que estreitando o diálogo sobre o projeto com os estudantes haverá maior interação aluno x Educação Financeira x professores e, conseqüentemente, teremos melhores resultados nas atividades.

Ressaltamos que a escolha do tema se deve ao fato de entendermos que a Educação Financeira é um conteúdo relevante para a vida de todo cidadão e que até então não era contemplada pelo Programa Analítico de Matemática do CAp-Coluni. Além disso, é um conteúdo que vem sendo cobrado em vários programas de avaliação para ingresso no ensino superior, tais como nos clássicos vestibulares da UFMG e UERJ e também em avaliações de larga escala como o Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM), além, e principalmente, por se tratar de algo de extrema importância a todo cidadão.



## REFERÊNCIAS

- CAMPOS, M. B. **Educação Financeira na Matemática do Ensino Fundamental**: Uma análise da produção de significados. Ano de depósito. 180 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora, 2012.
- CERBASI, G. **Adeus, aposentadoria**: Como garantir o futuro, sem depender dos outros. 1ª Edição. Rio de Janeiro: Sextante, 2014.
- CLASON, G. S. **O homem mais rico da Babilônia**, 18ª edição. Rio de Janeiro: Ediouro. 2008.
- CORDEIRO, T. Programados para gastar. **Você s/a**, São Paulo, v. seguido do número do volume, n. (25) seguido do número do fascículo, p. seguido dos números das páginas (inicial e final do artigo) separados por hífen, Edição Especial. 2014.
- EDUCAÇÃO, Ministério da. **Educação Financeira nas Escolas**: ensino médio. 1ª Edição. Brasília: CONEF, 2013.
- LEITÃO, M. **Saga brasileira**: a longa luta de um povo por sua moeda. 1ª Edição. Rio de Janeiro: Record, 2011.
- ROCHA, R.; VERGILI, R. **Esticando a mesada**: como fazer mais com a sua grana. Rio de Janeiro: Elsevier, 2004.

# **INTERDISCIPLINARIDADE MATEMÁTICA E FÍSICA COM O APOIO DA TEORIA DA ATIVIDADE**

**Anderson da Silva Moura**

**Marco Antonio Escher**

UFJF, Departamento de Matemática PPGEM e-mail: [anderson\\_espartano@hotmail.com](mailto:anderson_espartano@hotmail.com)

UFJF, Departamento de Matemática PPGEM, e-mail: [escher@ice.ufjf.br](mailto:escher@ice.ufjf.br)

## **Resumo:**

Este artigo trata do resumo de uma pesquisa em desenvolvimento de uma dissertação de mestrado que visa construir conceitos de Matemática e Física, relacionados a Funções e processos de geração e transmissão de Energia. Para desenvolver a pesquisa baseamo-nos na Teoria da Atividade de Leontiev (1959), orientados pela metodologia de pesquisa da Pesquisa-ação de Thiollent (1947). A pesquisa tem como foco alunos do primeiro ano do Ensino Médio, de uma escola particular de proporções pequenas do interior de Minas Gerais. A pesquisa visa construir conceitos de Matemática e Física juntos e trabalhar a Interdisciplinaridade entre as duas disciplinas e como elas estão presentes no cotidiano e são necessárias para a vida moderna atual. A pesquisa está sendo desenvolvida visando desenvolver não apenas conceitos disciplinares mas também a transitoriedade entre as disciplinas que é a Interdisciplinaridade e também a função social da Escola e a posição de cada individuo na mesma e como cada um pode contribuir para a sustentabilidade e desenvolvimento da mesma.

Palavras-chave: Educação Matemática, Teoria da Atividade, Pesquisa-ação, Interdisciplinaridade.

## **Conceitos Teóricos**

A Educação Matemática vem ao longo do tempo buscando uma solução (ou soluções) para os problemas que vêm surgindo no Ensino da Matemática e desenvolvendo-se ao longo dos anos. A necessidade de uma abordagem para estes problemas instiga o desenvolvimento de pesquisas e atividades para melhorar a sala de aula, seja em caráter direto, com as pesquisas realizadas em sala de aula para a sala de aula e em pesquisas realizadas para aprimorar a formação dos professores que vão trabalhar a Matemática em sala de aula.

A Educação Matemática no Brasil possui varias tendências, e estas são voltadas para especificidades desenvolvidas por grandes teóricos da Educação Matemática que desenvolveram suas teorias baseados em sua experiência e com o apoio de estudiosos de outras partes do mundo. Uma das tendências em Educação Matemática é a Interdisciplinaridade que visa a associação de duas ou mais disciplinas para constituir uma metodologia de ensino mais eficaz com a realidade dos estudantes.

Em nossa pesquisa, situaremos-nos na Interdisciplinaridade entre as disciplinas de Matemática e Física, em um primeiro olhar duas disciplinas que são conhecidas popularmente como barreiras ou disciplinas que vão demandar uma quantidade de esforço maior para serem vencidas durante a fase escolar. E também que são disciplinas, principalmente a Matemática, que definem o potencial intelectual de uma pessoa, apenas por ela possuir certo domínio destas disciplinas, uma visão errada de que quem domina estes conhecimentos é mais apto e intelectualmente superior. De acordo com Gardner (1983):

"(. . .) existem evidências persuasivas para a existência de diversas competências intelectuais humana relativamente autônomas abreviadas daqui em diante como 'inteligências humanas'. Estas são as 'estruturas da mente' do meu título. A exata natureza e extensão de cada 'estrutura' individual não é até o momento satisfatoriamente determinada, nem o número preciso de inteligências foi estabelecido. Parece-me, porém, estar cada vez mais difícil negar a convicção de que há pelo menos algumas inteligências, que estas são relativamente independentes umas das outras e que podem ser modeladas e combinadas numa multiplicidade de maneiras adaptativas por indivíduos e culturas." (GARDNER, 1983, p. 7)

Como vimos, existem várias competências humanas a serem desenvolvidas e não apenas a competência na área da Matemática, este é mais um incentivo ao trabalho interdisciplinar, incentivado também pelo governo nacional que em seu documento oficial para a educação os PCN (Parâmetros Nacionais Curriculares) e os PCNEM (Parâmetros Nacionais Curriculares do Ensino Médio), em suas versões mais recentes uniram disciplinas em áreas de conhecimento como a Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias, que envolvem diretrizes disciplinares de Matemática, Física, Química e Biologia.

O incentivo é que as disciplinas trabalhem em caráter de cooperação para a melhora do ensino e da aprendizagem bem como a constituição de um cidadão mais ativo e participativo da sociedade, sem que as disciplinas deixem de ter sua autonomia e conceituações próprias. Consolidando a Interdisciplinaridade como uma estratégia de ensino, vamos agora expor um pequeno apanhado de como é o atual método de ensino da Matemática e da Física. O Ensino da Física de acordo com Brasil (2000):

O ensino de Física tem-se realizado frequentemente mediante a apresentação de conceitos, leis e fórmulas, de forma desarticulada, distanciados do mundo vivido pelos alunos e professores e não só, mas também por isso, vazios de significado. Privilegia a teoria e a abstração, desde o primeiro momento, em detrimento de um desenvolvimento gradual da abstração que, pelo menos, parta da prática e de exemplos concretos. Enfatiza a utilização de fórmulas, em situações artificiais, desvinculando a linguagem matemática que essas fórmulas representam de seu significado físico efetivo. Insiste na solução de exercícios repetitivos, pretendendo que o aprendizado ocorra pela automatização ou memorização e não pela construção do conhecimento através das competências adquiridas. Apresenta o conhecimento como um produto acabado, fruto da genialidade de mentes como a de Galileu, Newton ou Einstein, contribuindo para que os alunos concluam que não resta mais nenhum problema significativo a resolver. Além disso, envolve uma lista de conteúdos demasiadamente extensa, que impede o aprofundamento necessário e a instauração de um diálogo construtivo. (BRASIL, 2000, p. 22.)

O Ensino da Matemática nas salas de aula do país não difere do apresentado para o Ensino da Física e é baseado em um modelo de repetição contínua de algoritmos ou no máximo a interpretação de um problema. É possível observarmos também uma proximidade histórica entre as disciplinas Matemática e Física, onde vemos grandes mentes que contribuíram para o desenvolvimento de ambas disciplinas por vezes trabalhando interdisciplinarmente, ou munindo-se de uma para completar a outra em alguns aspectos.

De posse do que foi abordado anteriormente, vimos que as deficiências do ensino de Matemática e Física estão presentes e necessitam de melhoras. De acordo com a fala de Anildes Cafagne, especialista em Ensino da Física em entrevista para Martins (2005), discorrendo sobre como observa o método de ensino atual de Matemática e Física, possui ideias que confirmam o que foi abordado aqui. De acordo com Cafagne em Martins (2005):

Atualmente, no Ensino Médio, temos apenas um método utilizado pelas duas disciplinas: enunciados, definições, regras e uma cadeia de problemas. A construção conceitual não é feita em nenhum momento. Daí a falta de interesse dos alunos, o incentivo para decorar, a proposição de exercícios pouco criativos descontextualizados do cotidiano. (CAFAGNE in MARTINS. 2005, p. 69.)

Para atender a nossa ideia de pesquisa interdisciplinar precisamos definir a metodologia a ser seguida com a teoria que vai nortear e embasar nossa pesquisa, portanto começamos a pesquisar sobre as metodologias de pesquisa até encontramos a pesquisa qualitativa que é a pesquisa que desenvolveremos. Uma pesquisa de caráter quantitativo também poderia ser adotada porém não é evidência capaz de retratar toda a realidade da sala de aula, deixando as vezes de citar fatores de caráter social que interferem diretamente ou indiretamente na aprendizagem.

Definimos então a metodologia de pesquisa qualitativa para nossa pesquisa, o próximo passo é a definição de uma teoria que embase nossa pesquisa e uma metodologia de trabalho para a pesquisa. Para isso procuramos em fontes bibliográficas, e nas aulas do programa do mestrado fomos apresentados a algumas teorias bem como nos momentos de discussão durante as orientações.

Definimos como teoria para estruturar atividades e tratar com os estudantes a Teoria da Atividade de Leontiev (1959), que é baseada nos preceitos da diferenciação entre a Atividade Animal e a Atividade Humana. É basicamente a diferenciação por meio do pensar e a formação de conexões múltiplas, que diferencia o ser humano dos demais seres do planeta. A Teoria da Atividade, define uma Atividade como humana pela consciência de que a Atividade que por mais distante do objetivo possa aparentar estar, é uma via de atingir o objetivo.

A Teoria da Atividade em pesquisas possui em enfoque também social, que envolve as interações sociais dos envolvidos que também é uma das características que vem definir a Atividade Humana. Esta premissa concorda com o que indicam os PCNEM (2000), que instigam a visão social das disciplinas por eles abordadas com alguns pontos que são elencados para a orientação de como a disciplina Matemática (por exemplo), deve ser vista pela sociedade e como ela auxilia o indivíduo na mesma.

E de acordo com Duarte (2002), a Teoria da Atividade aplicada em pesquisas não pode abandonar o caráter social da mesma, pois este caráter com as interações sociais é marca da Teoria da Atividade e essencial para ela. Como adotamos a Teoria da Atividade como teoria norteadora, precisávamos de uma metodologia de pesquisa que favorecesse a interação social, não apenas entre os alunos e o professor (sujeitos da pesquisa), mas também que possibilitasse o desenvolvimento da visão social deles e onde eles se encaixam na sociedade.

Nas leituras sobre algumas metodologias de pesquisa, optamos por definir a Pesquisa-ação (THIOLLENT, 1947) que favorece a interação, bem como a transição entre as fases da pesquisa, o que vai ao encontro da Teoria da Atividade pois requer conexões sofisticadas de pensamento entre as atividades desenvolvidas que para serem observadas é necessário este transito.

Definidos, nosso tema, teoria norteadora e metodologia de pesquisa, Interdisciplinaridade Matemática e Física, Teoria da Atividade e Pesquisa-ação, respectivamente, vamos agora situar nossa pesquisa que vai abordar atividades envolvendo geração de energia (seus custos e processos) transmissão da mesma, e associado a isto como a Matemática interfere diretamente nestes processos e como ela será meio de percepção e compreensão do que ocorre em nossa volta.

Nossa pesquisa tem como foco, proporcionar por meio da teoria e aplicação da mesma, um meio diferente de abordar os conteúdos da Escola, em particular os conteúdos de Matemática e Física. Preocupamo-nos também com o desenvolvimento de um Produto Educacional (ferramenta de trabalho voltada para a sala de aula), que possa apoiar professores durante o desenvolvimento de conteúdos em sala de aula.

Apresentaremos alguns objetivos de nossa pesquisa que tem por objetivo geral: Trabalhar conteúdos de Matemática e Física, de maneira interdisciplinar, que contemple conceitos de ambas as disciplinas. Os objetivos específicos são: desenvolver o conceito de função com situações aplicáveis na vida cotidiana; desenvolver atividades interdisciplinares envolvendo Matemática e Física para o Ensino Médio embasadas na Teoria da Atividade; desenvolver o conceito de Energia, sua produção e transmissão; e instigar o pensamento e interação social nos alunos.

E para concluir, vamos apresentar nossa questão de investigação que irá nortear a pesquisa:

*É possível aplicar a Interdisciplinaridade associada a Teoria da Atividade e a Pesquisa-ação, para a construção de um roteiro de ensino que auxilie o ensino das funções, baseado em uma situação do cotidiano dos alunos?*

## **Desenvolvimento da Pesquisa**

Vamos descrever agora o desenvolvimento da pesquisa idealizado e as condições da aplicação da mesma. A pesquisa será desenvolvida com uma turma de primeiro ano do Ensino Médio de uma escola particular de uma cidade do interior de Minas Gerais, a escola possui dimensões modestas, com salas de aula que não comportam muitos alunos, e por se tratar de um município do interior não temos muitos alunos por turma, mas por tratar-se de uma pesquisa de abordagem qualitativa as dimensões da turma não influenciam nos resultados obtidos.

Os encontros com os alunos participantes da pesquisa serão realizados extra-turno, e como nós somos o professor da turma, vamos avaliar o trabalho da pesquisa para a media final dos alunos na disciplina de Física, que é a disciplina que lecionamos para eles. Acreditamos que por ser avaliada a participação dos mesmos na pesquisa não haverá problemas de frequência e participação.

Vamos desenvolver uma atividade relacionada aos processos de geração e transmissão de energia e associar este trabalho ao conceito de função, nosso objetivo aqui é construir os conceitos de função e energia, mostrando como estão presentes no cotidiano e contribuem para o estilo de vida atual que a humanidade leva.

Para conceituar melhor a pesquisa pretendemos fazer uma visita a uma PCH (Pequena Central Hidrelétrica) do município, para assim possivelmente entrevistar os profissionais de lá quanto ao objetivos firmados, em sequência vamos fazer uma pesquisa na internet sobre outros processos e seus custos, trabalharemos também com as contas de luz que possuem agora um sistema de bandeiras que altera o preço a ser pago em função do custo da produção da energia, e para isso podemos pesquisar dados na internet ou mesmo visitar o escritório da empresa CEMIG do município.

Reunidos os dados vamos desenvolver a Matemática por trás dos dados para compreendê-los melhor e assim desenvolver o conceito de função. Finalizado todo o processo dos dados precisamos de um produto final de acordo com nossa metodologia (Pesquisa-ação), que afete o meio social onde estamos situados, para realizar isto temos algumas ideias que vão ser discutidas com os participantes da pesquisa que são da confecção de cartazes para serem expostos na escola, a redação de um artigo para submissão a possível publicação no jornal da cidade e possivelmente a gravação de um vídeo para ser publicado no canal Youtube. Algumas destas sugestões foram apresentadas pelos próprios alunos em discussões anteriores, mas ao término da pesquisa vamos analisar qual encaixa melhor aos objetivos da turma e do professor.

### **Referencias:**

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais (Ensino Médio)(PCNEM)**: Parte III: Ciências da Natureza: Matemática e suas Tecnologias. Brasília: MEC, 2000.

DUARTE, Newton. **A Teoria da Atividade como uma Abordagem para a Pesquisa em Educação**. In Perspectiva. v. 20, n. 02, p. 279-301, jul./dez. 2002.

GARDNER, Howard. **Estruturas da mente: a Teoria das Múltiplas Inteligências**. Porto Alegre: Artes Médicas, c1994. Publicado originalmente em inglês com o título: The frames of the mind: the Theory of Multiple Intelligences, em 1983.

LEONTIEV, Alexis. **O Desenvolvimento do Psiquismo**. São Paulo: Moraes LTDA, s/a. Título original: Le développement Du psychisme, em 1959.

MARTINS, Douglas Ap. Nacci. **Tratamento Interdisciplinar e Inter-relações entre Matemática e Física: Potencialidades e Limites da Implementação dessa Perspectiva**. Dissertação (Mestrado em Educação). São Paulo. PUC-SP. 2005.

THIOLLENT, Michel. Metodologia da Pesquisa-ação. 6 ed. São Paulo: Cortez, 1994. by Michel Thiollent, 1947.

VIGOTSKII, L. S; LURIA, A. R; LEONTIEV, A. N. Linguagem, Desenvolvimento e Aprendizagem. 10 ed. São Paulo: Icone, 2006.

# INTERDISCIPLINARIDADE NO AMBIENTE ESCOLAR: MATEMÁTICA E SAÚDE

**Eduardo de Oliveira Lima<sup>1</sup>**

**Luanda Carvalho da Silva Nascimento<sup>2</sup>, Marcio Pereira Amaral<sup>3</sup>, Rodolfo Chaves<sup>4</sup>**

<sup>1</sup>IFES, matematica\_edu@hotmail.com

<sup>2</sup> IFES, luandacsn@gmail.com

<sup>3</sup> IFES, marciocotonete@hotmail.com

<sup>4</sup> IFES, rodolfochaves20@gmail.com

## **Resumo**

Este trabalho relata a experiência do uso da interdisciplinaridade na regência do estágio supervisionado em uma escola estadual do Espírito Santo, numa turma de EJA. O objetivo principal é romper paradigmas de que a matemática é algo imutável, não real, dificultosa e longe da realidade e aplicação cotidiana. Para isso, envolvendo assuntos relacionados a saúde, planejamos nossa regência em quatro momentos onde envolvemos e despertamos a participação dos alunos. Num primeiro momento, realizamos a aferição da pressão sanguínea dos alunos, depois lemos de forma dinâmica um texto educativo abordando o assunto. No terceiro momento, mostramos como interpretar, calcular e transformar as informações obtidas nos rótulos dos alimentos, consequentemente os alunos mostraram surpresa do quão mal faz alguns alimentos de fácil acesso e comum na dispensa de muitos. E por último um “bate-papo” para concluir o processo e saber o que fora absorvido pelos alunos. É notável na prática e nos mais diversos referenciais teóricos de que quando nos apropriamos do processo investigativo de ensino aprendizagem, os resultados alcançados são bastante satisfatórios. Ao final, percebemos um claro entendimento por parte dos alunos em relação ao assunto estendendo para outras atividades afins cuja vertente também está incluída. Ficou claro em nossas considerações finais que ao trabalharmos assuntos diferenciados e que despertam interesse nos alunos, é certo que os frutos são uma boa fixação do assunto, participação e envolvimento, gosto pela matéria e quebra de algumas aversões já adquiridas ao longo da carreira estudantil.

**Palavras-chave:** Interdisciplinaridade; Ensino-aprendizagem; Investigação.

## **INTRODUÇÃO**

A interdisciplinaridade pode ser trabalhada em diversas áreas, no intuito de interagir professores e alunos e seus cotidianos, facilita associação do conhecimento adquirido com o dia-a-dia. Ou seja, uma proposta de trabalhar um determinado assunto abordando várias disciplinas, ampliando os horizontes dos alunos. Nos dias de hoje podemos considerar as ciências naturais possui um leque de opções de trabalho devido as diversas funções existentes.

Percebendo e vivenciando as experiências escolares, nota-se que pouco se fala sobre a saúde e prevenção. A escola tem um grande peso na formação das bases de comportamento no que diz respeito aos hábitos saudáveis. Muitos estados tem demonstrado preocupação com o tema, criando leis proibindo comercialização de alimentos com taxas de nutriente fora dos padrões da OMS.

As doenças cardiovasculares são a causa de morte de cerca de 300 mil pessoas por ano no Brasil. Dentre elas pode-se citar os derrames cerebrais, infarto, insuficiência cardíaca e renal. Um número tão exorbitante de mortes poderia ser evitado caso houvesse, de fato, um trabalho de conscientização, diagnosticados e/ou prevenidos precocemente.

A hipertensão arterial é a principal causa de derrames (AVC), insuficiências cardíaca e/ou renal e ataque cardíaco e tem se tornado cada vez mais comuns em jovens e adultos, em cerca de 10% da população brasileira. Entender suas causas, descobrir como prevenir e incentivar a população a desenvolver hábitos saudáveis é primordial para não ser acometido dessa “assassina silenciosa”. Diante de tantos fatores de risco, tivemos a proposta de incentivar os alunos a aderir alimentações e hábitos saudáveis em suas rotinas.

O presente trabalho visa relatar uma experiência obtida em nosso estágio supervisionado, na escola Admardo, esta possui uma característica diferente das escolas estaduais, onde atua com EJA em diversos pólos com currículo diferenciado. O nosso pólo de observação e intervenção fora no pólo de Bento Ferreira no prédio da Escola de Governo da Prefeitura. A aula de regência foi elaborada em quatro momentos: Aferição da pressão sanguínea de todos os alunos; leitura de um texto sobre hipertensão e o quais fatores podem influenciar no aumento da pressão do indivíduo; aprendendo a calcular e transformar as informações do rótulo dos alimentos para uma melhor interpretação e conclusão da atividade.

No decorrer das aulas, tivemos a oportunidade de curtir as descobertas dos alunos, assim como conscientizá-los que uma alimentação com pouca concentração de sódio pode afetar a saúde cardíaca. Pudemos perceber como o ganho é coletivo e como uma proposta pedagógica diferenciada pode ter sucesso se bem estruturada e bem definida. Então, quando trabalhamos a interdisciplinaridade na escola, as atividades complementam as disciplinas quando vistas como um todo e dando oportunidade dos alunos perceberem e compreenderem melhor o mundo em que estão inseridos.

## FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Entendemos que a interdisciplinaridade é um elo que facilita o entendimento das disciplinas mostrando suas diversas aplicações e áreas, permitindo dinamizar e inovar os recursos de aprendizagem, ampliando suas possibilidades.

A princípio a prática da interdisciplinaridade ainda não possui registros de resultados convincentes, sendo considerado apenas como uma integração de assuntos do currículo escolar, mas acreditamos ser uma prática válida e importante para construção do aprendizado. Segundo o PCN:

*A interdisciplinaridade não dilui as disciplinas, ao contrário, mantém sua individualidade. Mas integra as disciplinas a partir da compreensão das múltiplas causas ou fatores que intervêm sobre a realidade e trabalha todas as linguagens necessárias para a constituição de conhecimentos, comunicação e negociação de significados e registro sistemático dos resultados. BRASIL (1999, p. 89).*

A proposta não é eliminar todas as matérias, mas sim “abrir a comunicação” entre elas. Segundo Fazenda (1993), a interdisciplinaridade abre o diálogo com o cotidiano dos alunos, ampliando o conhecimento científico através do cotidiano. Conforme Bochniak (1998), com a interdisciplinaridade, os professores integram os conteúdos de história e geografia, entre química e biologia, e quiçá interagir todas as disciplinas no início do



ensino, pois avançando um pouco mais o nível de ensino, não consegue-se avançar muito mais.

A interdisciplinaridade nada mais é que uma proposta de se trabalhar um mesmo tema em diferentes disciplinas, com o objetivo de compreender as ligações existentes, aliado a possibilidade do aluno abrir novos horizontes, ultrapassar o limite do pensamento daquela disciplina, buscando e identificando novos saberes.

O PCN orienta para que a interdisciplinaridade faça parte para o desenvolvimento do currículo, mas sem excluir a particularidade de cada disciplina, ou seja, é um trabalho que “partir da necessidade sentida pelas escolas, professores e alunos de explicar, compreender, intervir, mudar, prever, algo que desafia uma disciplina isolada e atrai a atenção de mais de um olhar, talvez vários” (BRASIL, 1999, p. 88-89).

PAVIANI (2008) diz que não é meramente um deslocamento de conceitos e metodologias, mas sim uma recriação conceitual e teórica.

### **A importância da interdisciplinaridade no conhecimento escolar**

O PCN ressalta que para interdisciplinaridade acontecer é necessário utilizar conhecimentos de várias disciplinas para resolver um determinado problema e sob as diversas óticas possíveis. Trata-se de “recorrer a um saber diretamente útil e utilizável para resolver às questões e aos problemas sociais contemporâneos (Parâmetros Curriculares Nacionais - Ensino Médio. Brasília: MEC, 2002, p. 34)”.

*(...) É importante enfatizar que a interdisciplinaridade supõe um eixointegrador, que pode ser o objeto de conhecimento, um projeto de investigação, um plano de intervenção. Nesse sentido ela deve partir da necessidade sentida pelas escolas, professores e alunos de explicar, compreender, intervir, mudar, prever, algo que desafia uma disciplina isolada e atrai a atenção de mais de um olhar, talvez vários. Explicação, compreensão, intervenção são processos que requerem um conhecimento que vai além da descrição da realidade mobiliza competências cognitivas para deduzir, tirar inferências ou fazer previsões a partir do fato observado (Parâmetros Curriculares Nacionais – Ensino Médio. Brasília: MEC, 2002, p. 88 e 89).*

Podemos associar a interdisciplinaridade como uma nova dinâmica na metodologia. Os resultados evidenciam quando o professor efetivamente percebe e usa o diálogo entre as disciplinas. Apesar de prevalecer a metodologia tradicional, acreditamos que a aprendizagem escolar depende dessa relação entre alunos, professores, conteúdos e contexto educacional. Como o aprendizado é objetivo, durante o processo dessa construção, a intervenção pedagógica é de suma importância onde o professor cumpre seu papel de gerir sua aula, provocando estímulos.

Para aplicação da interdisciplinaridade não necessita de um projeto ou alguma formalidade, pode ser incorporada no trabalho de cada professor ou em conjunto, havendo as afinidades,mediando a aprendizagem, levando o aluno a questionar e pesquisar, construindo assim seu conhecimento. É importante que o professor seja capaz de variar técnicas, inovar, pois desempenha um papel fundamental na organização e formulação de ações que propiciem a motivação e a aprendizagem.

## METODOLOGIA

A nossa atuação de Estágio foi na escola Admardo, esta possui uma característica diferente das escolas estaduais. Sua proposta é o EJA, porém em diversos pólos localizados próximos a bairros que possuem demanda. Como a maioria dos alunos de EJA trabalham durante o dia e tem necessidade de estudar, a proposta tem o objetivo de levar a escola o mais próximo possível das comunidades de acordo com a demanda de matrículas, possui horários diferenciados e uma metodologia diferenciada. Por exemplo, o pólo de Bento Ferreira, está bem próximo a várias comunidades, pois o intuito é que os alunos estudem o mais próximo de casa possível afim de evitar faltas e evasão. As aulas acontecem das 18h30min as 21h, sendo flexível de acordo com o horário que a maioria chega, possui lanche para os alunos e as aulas acontecem utilizando a interdisciplinaridade, ou seja, sempre tem dois professores trabalhando simultaneamente no período da aula, procurando sempre trabalhar conteúdos comuns e com abordagens para cada disciplina. Como a carga horária é menor, os alunos realizam as ACS's, que são atividades realizadas extraclasse afim de complementar a carga horária. As aulas de matemáticas eram realizadas concomitantes as aulas de Educação Física.

Em um momento de debate, quase que por acaso, nos veio a idéia de trabalhar a idéia da quantidade de sal contida nos alimentos. Partindo daí fizemos um planejamento para uma regência em parceria com o professor de Educação Física e propomos um processo de investigação e conscientização.

A aula então foi planejada em quatro momentos :

- O primeiro foi destinado à realização da aferição da pressão sanguínea de todos os alunos;
- O segundo foi destinado à leitura de um texto sobre hipertensão e o quais fatores podem influenciar no aumento da pressão do indivíduo;
- O terceiro foi destinado ao ensino de como calcular e transformar as informações do rótulo dos alimentos para uma melhor interpretação
- O quarto foi destinado à realização de uma conclusão sobre a atividade.

A atividade foi realizada no dia 24/03, com início da aferição da pressão sanguínea de todos os alunos utilizando o aparelho próprio, trago pelo professor de Educação Física. Feita a medição foi explicado aos alunos como anotarem os resultados obtidos (ex: uma pressão 12 por 8, anota-se 12/8.)

Feito isso distribuímos uma primeira folha que continha um texto que falava sobre o que pode ser considerada como pressão baixa, normal e alta e que a pressão alta quando diagnosticada por um médico é chamada de Hipertensão. No texto falava também sobre os fatores que influenciam o aumento da pressão. Entre esses fatores o texto falava do sódio, contido na maioria dos alimentos. Explicava que uma pessoa deve consumir no máximo 5g de sal por dia ou 5000 mg, que é a mesma coisa. Ensinava também que nas informações contidas nos rótulos de alimentos estava sódio e não sal, com isso explicava que era preciso multiplicar por 2,5 a quantidade de sódio informada para encontrar a quantidade de sal do alimento. Solicitamos que cada aluno realizasse a leitura de um parágrafo do texto, porém alguns alunos se mostraram vergonhosos e se recusaram a ler.

Após a leitura distribuímos outra folha, com todas as informações que já estavam naquele texto, porém com figuras ilustrando o que havia sido lido no texto, e realizamos a interpretação daquelas imagens junto com os alunos.

Terminada a interpretação das imagens, distribuímos uma última folha que continha uma lista com informações sobre diversos alimentos consumidos em nosso dia-a-

dia com as respectivas quantidades de sódio contida nesses alimentos para aqueles que não haviam trazido sua embalagem pudessem realizar o cálculo com o auxílio da lista.

Propomos que aqueles que trouxeram sua embalagem realizassem o cálculo, multiplicando o valor de sódio contido na sua embalagem por 2,5, encontrando a quantidade de sal contida naquele alimento ou em uma determinada porção, conforme o rótulo. Feito o cálculo, observaram que a quantidade de sódio estava em miligramas e a quantidade de sal recomendada em um dia é de 5 gramas. Fomos ao quadro e explicamos como efetuar a transformação de gramas para miligramas e concluímos que 5 gramas equivale a 5000 miligramas, alterando então o valor de sal que podemos consumir diariamente para 5000 miligramas. Assim o resultado encontrado após a multiplicação poderia ser comparado com mais facilidade. Nessa etapa da aula nos surpreendemos ao perceber alunos com dificuldade de calcular quantos copos de 200 ml (porção presente no rótulo) “cabem” dentro de 2l. Após explicação, sanamos com tranquilidade.

Quando todos terminaram, mostramos uma embalagem de macarrão instantâneo e pedimos para calcular o quanto de sal contem num pacote, concluindo que somente um pacote de macarrão instantâneo já corresponde a quase todo o sal que devemos consumir em um dia de alimentação. Solicitamos aos alunos que trouxessem uma redação sobre o que aprendeu na aula e se gostaram da aula.

Após encerrada a aula fomos abordados por uma aluna dizendo ter aprendido muito com essa atividade e que tinha pessoas hipertensas em sua família e que esse conhecimento adquirido seria de grande utilidade para ela.

Pudemos perceber a necessidade desses alunos de um acompanhamento bem de perto quando trabalhamos matemática, percebemos o quão “deficientes” eles são na disciplina. Notamos também o quanto é difícil trabalhar com esse público realizando essa ligação entre duas disciplinas e o planejamento de aula obedecendo ao tema da escola que é “CIDADE EDUCADORA”, mas foi de grande proveito e muito gratificante essa atividade de regência.

## **CONSIDERAÇÕES FINAIS**

Acreditamos e reconhecemos o ganho de todos ao usufruirmos da interdisciplinaridade. Os ganhos são reais, pois os professores melhoram sua interação entre colegas, escola e aluno; o aluno passa a compreender algumas coisas associadas ao seu dia-a-dia e outra disciplina ou assunto até então visto isoladamente e a escola, que inova e ganha a chance de repensar seu plano pedagógico e quiçá alianças com famílias e comunidade, que são alguns dos mundos em que o aluno está inserido.

Sabemos da complexidade e obstáculos existentes de se trabalhar com a interdisciplinaridade, porém aceitamos o desafio como futuros educadores tentar realizar um trabalho diferenciado, porém de grande valia. Ficamos entristecidos de não poder avaliar o real impacto havido na realização dessa prática, mas acreditamos que o objetivo maior é desenvolver as competências e habilidades, trabalhando diferentes abordagens de alguns assuntos que outrora seria trabalhado isoladamente.

É importante o estímulo a nós licenciando de diferentes metodologias e práticas, pois o professor pode fazer uso de instrumentos para dinamizar o processo de ensino-aprendizagem. Professores de exatas principalmente possui o grande desafio de seduzir o aluno afim de que este se dedique no próprio processo de organização, contextualização, desenvolvimento e construção do seu ser.

Concluimos também, que além do projeto pedagógico, o projeto social que a escola e todos os responsáveis pelo E.J.A estão realizando é de suma importância para “salvar”

muitos desses alunos, que poderiam estar nas ruas roubando , traficando, aprendendo coisas erradas, mas encontraram no projeto a chance de vencer dignamente, e , em um futuro bem próximo, conseguirem um emprego digno e quando olharem para trás terem a certeza que tudo isso valeu a pena, que seguiram o caminho certo.

Por fim, vale ressaltar que a interdisciplinaridade não tem a finalidade de substituir qualquer pratica que seja, mas sim possui o intuito de complementar as disciplinas e temas trabalhados, ampliando a visão do todo, para que os alunos percebam e compreendam melhor o mundo que está inserido.

## **REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS**

BOCHNIAK, Regina. ***Questionar o conhecimento: interdisciplinaridade na escola.*** 2 Edição. Editora Loyola. Soa Paulo, 1998.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. ***Parâmetros Curriculares Nacionais: Ensino Médio.*** Brasília: Ministério da Educação, 1999.

BRASIL. Ministério da Educação - MEC, Secretaria de Educação Básica. ***Orientações Curriculares para o Ensino Médio: Ciências da natureza, matemática e suas tecnologias.*** Brasília, 2002.

FAZENDA, Ivani. ***A Interdisciplinaridade: um projeto em parceria.*** São Paulo: Loyola, 1993.

PAVIANI, Jayme. ***Interdisciplinaridade: conceitos e distinções.*** 2. ed. Caxias do Sul, RS: Educs, 2008.

# **INTERMAT: A ELABORAÇÃO DE UMA MNI GINCANA PARA O 1º PERÍODO DO CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA**

**Lidiane Aparecida de Oliveira<sup>1</sup>**

**Tahieny Kelly de Carvalho<sup>2</sup>, Liliane Martinez Antonow<sup>3</sup>**

1-IF Sudeste MG / e-mail: lidianebjv-91@hotmail.com

2- IF Sudeste MG / e-mail: tahieny174@hotmail.com

3- IF Sudeste MG / e-mail: liliane.martinez@ifsudestemg.edu.br

**Resumo:** A matemática, conteúdo presente em todas as fases da vida do ser humano, é na maior parte trabalhada de forma tradicional, sendo enfoque o aprendizado dos conteúdos por meio da memorização. Segundo (SOUZA, 2011) apud (LIPPMANN, 2009, p. 169) “Por meio dos jogos, as crianças exercitam sua inteligência e compartilham experiências, o que ocasiona o desenvolvimento da autonomia e a descoberta das propriedades dos objetos e de suas formas lógicas”. E ainda segundo (JELINEK, p. 15, 2005) [...] os alunos de hoje não são mais os mesmos de antigamente! Quantas vezes já ouvimos esta afirmação? E a resposta todos nós já sabemos: É claro que não! O desenvolvimento tecnológico vivenciado por todos nós está influenciando não só os alunos, mas toda a sociedade. Sendo que o surgimento da Internet foi o que gerou maior impacto na escola [...]. Devido ao avanço da sociedade e seus recursos vimos a necessidade de criar uma aula interativa com o intuito de se obter resultados mais satisfatórios com relação ao ensino da matemática, assim neste artigo vamos apresentar a elaboração de uma atividade lúdica para ser aplicada na turma do 1º período do curso de Licenciatura em Matemática do IF Sudeste MG.

**Palavra-chave:** ensino, jogos, matemática.

## **INTRODUÇÃO**

A presença da matemática na sociedade está presente em diversas atividades que realizamos. Como afirmam os Parâmetros Curriculares Nacionais [...] A matemática é componente importante na construção da cidadania, na medida em que a sociedade se utiliza, cada vez mais, de conhecimentos científicos e recursos tecnológicos, dos quais os cidadãos devem se apropriar.[...] SOUZA et al. 2011, p. 4

Mas apesar de sua presença enorme é considerada uma disciplina onde os alunos precisam focar o máximo de atenção. Usar o raciocínio lógico é considerado por muitos discentes uma tarefa muito difícil. Por isso os professores devem inserir em sua prática diária atividades diferenciadas que motivem o aluno a aprender a matemática, sendo que é de grande valia que o aluno desenvolva os conhecimentos lógicos matemáticos, compartilhe experiências, desenvolva sua autonomia, tenha um pleno desenvolvimento

e que aprenda a matemática de forma divertida, prazerosa e não por obrigação, pois isso pode lhe causar sérios danos.

Em uma dessas atividades diferenciadas podemos destacar os jogos. Os jogos se tornam um instrumento potencial para a educação no momento em que o professor que irá fazer uso deles tiver clareza dos potenciais desse instrumento e de que tipo de aluno deseja formar. Segundo (SOUZA et al. 2011, p. 3) apud (LIPPMANN.2009, p. 169) “Por meio dos jogos, as crianças exercitam sua inteligência e compartilham experiências, o que ocasiona o desenvolvimento da autonomia e a descoberta das propriedades dos objetos e de suas formas lógicas”.

E ainda mais (JELINEK, 2005, p.38) apud (DOHME, 2003) afirmam que através dos jogos podemos introduzir conteúdos, despertar o aluno para novos aspectos de uma teoria, podemos avaliá-los sobre algum assunto. Através dos jogos permitimos que o aluno crie suas hipóteses e as coloque em teste, desta forma ele estará sendo o agente direto de sua aprendizagem, o centro da ação. Em relação ao fator social estará se reconhecendo, e reconhecendo os outros; ele fará uso de suas habilidades e através da interação e de acordos com a sua equipe buscará a melhor maneira de superar o desafio proposto.

## **JUSTIFICATIVA**

Deseja-se que o ensino de matemática no Ensino Básico vise o aprendizado de forma eficaz, não se preocupando somente com os conceitos científicos em si, mas valorizando o raciocínio, a comunicação e o mais importante à contextualização da vida do aluno na sala de aula.

É natural que os alunos sintam mais prazer quando estão envolvidos em atividades desafiadoras e que permitam a descoberta. Para isso precisam de estímulo, de motivação, de provocação.

Segundo (SÁ, p. 2, 2011) acredita-se que as atividades lúdicas, contrariando o que muitas pessoas pensam, podem ser ao mesmo tempo agradáveis e sérias, combatendo o senso comum de que a Matemática é uma disciplina árida, difícil, chata e que é destinada a apenas um pequeno e seleto grupo de “gênios”.

Ainda (SÁ, p. 3, 2011) afirma que os Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática do Ministério de Educação e Cultura (MEC), em relação à utilização de jogos no ensino de Matemática, ressaltam que estes:

“Constituem uma forma interessante de propor problemas, pois permitem que estes sejam apresentados atrativos e favorecem a criatividade na elaboração de estratégias de resolução de problemas e busca de soluções. Propiciam a simulação de situações que exigem soluções vivas e imediatas, o que estimula o planejamento das ações [...] (BRASIL, PCNEF, 1998, 46).

Além de todas as razões apresentadas para o uso dos jogos ou atividades lúdicas, cabe ainda destacar que eles podem permitir uma abordagem informal e intuitiva de conceitos matemáticos considerados demasiadamente abstratos para algumas etapas da Educação Básica.

## **METODOLOGIA**

A ideia da atividade surgiu nas aulas da disciplina Tópicos Especiais de Ensino (TEE) durante um diálogo com o professor, onde a princípio propôs-se uma atividade que realizasse a integração entre as turmas dos terceiros anos, focando nos conteúdos estudados durante todo o ensino médio por eles. Mas devido ao tempo, preferiu-se aplicá-la num primeiro instante na turma do 1º período no curso de licenciatura em matemática do IF Sudeste MG do campus Rio Pomba, porém com o mesmo foco, trabalhar os conteúdos matemáticos estudados durante todo o ensino médio.

Com a ideia da atividade já em mente, durante as aulas da disciplina de TEE foram reunidos, programando e dividindo as tarefas entre os licenciandos, feitas isso cada qual ficou responsável em elaborar as atividades.

Para a atividade ser realizada foi necessário dividir a turma em quatro grupos, os quais competiam entre si. A mini gincana foi dividida em três fases. Na primeira fase a atividade continha quatro questões focadas no conteúdo matemático, sendo o nível de dificuldade mais alto, tendo o aluno que resolvê-las para assim marcar as alternativas.

Já a segunda fase com três questões procede da mesma forma que a primeira, porém as questões apresentadas não contem conteúdos matemáticos, envolve a parte da lógica, não precisando de fórmulas e nem definições matemáticas.

Por último, a terceira fase não possui o número programado de questões, mas foram elaboradas para tal, duzentas questões com nível menor de dificuldade, com intuito de fazer o aluno pensar e responder com mais agilidade. A fase não possui o número de questões preestabelecidas, pois à medida que os grupos divididos forem respondendo, a mini gincana finalizará quando cada participante do grupo acertar uma questão.

Com a soma da pontuação das três fases, o grupo que obtiver maior pontuação este será o vencedor.

## **RESULTADOS ESPERADOS**

A matemática é uma disciplina que não é bem aceita, pois muitos a consideram difícil, porém vale lembrar que se a mesma for ensinada com o uso de metodologias diferenciadas, como foi apresentada neste trabalho, o seu aprendizado pode se tornar mais divertido e prazeroso. Sendo assim espera-se que esta atividade venha trazer não só conhecimento, mas também que a proposta apresentada desenvolva as habilidades e criatividade de cada aluno e também a consciência da importância do estudo de forma contínua.

## REFERÊNCIAS

ANTUNES, C. **Jogos para a estimulação das múltiplas inteligências**. Petrópolis, Rio de Janeiro: Vozes, 1998.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática/ Secretaria de Educação Fundamental**. Brasília: MEC/SEF. 1997.

DOHME, V. **Jogando: o valor educacional dos jogos**. São Paulo: Informal Editora, 2003.

JELINEK, K. R. **Jogos nas aulas de matemática: brincadeira ou aprendizagem? O que pensam os professores?** Dissertação apresentada pelo Programa de Mestrado em Educação em Ciências e Matemática da Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul. Porto Alegre, 2005.

LIPPMANN, L. **Ensino da Matemática**. Curitiba, PR: IESDE Brasil, 2009.

SÁ, I. P. **A Magia da matemática: Atividades Investigativas, Curiosidades e Histórias da Matemática**. Rio de Janeiro: Editora Ciência Moderna. 3ª Ed. 2010

SOUZA, E. R. ; MUNIZ, V. C. B. Q.;FORGIARINI, V. **Jogos e brincadeiras para aprender matemática**. Revista Científica Eletrônica de Ciências Sociais Aplicadas da EDUVALE - ISSN 1806-6283. Disponível em <  
<http://www.eduvalesl.edu.br/site/educacao/educacao-110.pdf>> Acesso em 5 de junho de 2015.



# INTERPRETAÇÃO GEOMÉTRICA DA SOLUÇÃO DE SISTEMA EQUAÇÃO LINEAR COM O USO GEOGEBRA

Walter Sérvulo Araújo Rangel<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Faculdade Pereira de Freitas/Matemática, wsarangel@yahoo.com.br

## Resumo

Este trabalho tem como objetivo analisar a interpretação geometria que os alunos de uma turma do 9º ano do ensino fundamental fazem do conjunto solução do Sistema de Equações Lineares com o uso do software GeoGebra. Descrevemos as atividades de investigações que podem ser inseridas no estudo de Sistemas de Equações Lineares como instrumento metodológico e prático para produção de conhecimento da interpretação das soluções do sistema. Usamos o GeoGebra como ferramenta integradora da Álgebra, Aritmética e representação gráfica num mesmo ambiente, possibilitando a investigação e despertando o interesse dos alunos para as aulas de matemática. Por meio do desenvolvimento do presente estudo, foi possível observar que utilizando as tecnologias, neste caso o GeoGebra, como ferramenta, é possível explorar mais o estudo de Sistemas Lineares, proporcionando um melhor entendimento dos significados das soluções, trazendo para as aulas um envolvimento significativo dos alunos com o tema em questão.

**Palavras-chave:** Significados, Sistemas Lineares, GeoGebra.

## INTRODUÇÃO

As Novas Tecnologias no Ensino da Matemática, nas quais formamos aqui um tripé de trabalho em sala de aula, envolve o objeto matemático, o computador e o software matemático. Utilizamos as tecnologias para instigar o aluno a interpretar, elaborar conjecturas, concluir as suas observações de forma dinâmica e prazerosa sob as seguintes perguntas de pesquisa: **“Quais as percepções que os alunos possuem ao utilizar o GeoGebra na resolução de problemas que envolvem sistemas de equações lineares? No ensino de Sistemas Lineares o uso do GeoGebra pode facilitar no entendimento das soluções destes sistemas?”**

O objetivo geral da pesquisa é analisar a interpretação geométrica que os alunos de uma turma do 9º ano do ensino fundamental fazem do conjunto solução do Sistema de Equações Lineares com o uso do software GeoGebra. Os objetivos específicos esta calcado em: a) Destacar as contribuições do GeoGebra como um ambiente de aprendizagem para o ensino de Sistemas Lineares; b) Analisar a interpretação geométrica da posição relativa das equações lineares de um sistema associando ao número de soluções para o sistema por meio de software matemático; c) Analisar se o uso do GeoGebra na aprendizagem de Matemática proporciona / motiva a participação dos alunos; d) Identificar as dificuldades encontradas pelos professores na utilização de software Matemáticos no ensino e aprendizagem da Matemática em geral.

O ensino e a aprendizagem de Sistemas Lineares há muito tempo ocorre por meio de expressões algébricas, que são desprovidas de situações reais e ao mesmo tempo mecanicistas. Ponte (2006, p. 5) afirma que “[...] historicamente, as origens da Álgebra remetem para a formalização e sistematização de certas técnicas de resolução de problemas”. Os softwares dinâmicos são aplicativos que possibilitam o aluno interagir com seus elementos, investigando propriedades do objeto matemático e descobrindo os

significados dos conceitos estudados, como afirma Gravina e Santarosa (1998, p. 10) “As novas tecnologias oferecem instâncias físicas em que a representação passa a ter caráter dinâmico, e isto tem reflexos nos processos cognitivos, particularmente no que diz respeito às concretizações mentais”.

Foram realizadas três tipos de pesquisa: a pesquisa bibliográfica, exploratória e qualitativa. Focamos: o Ensino de Álgebra e Aritmética, Novas tecnologia no Ensino da Matemática e Sistemas Lineares e uma pesquisa de campo. Recorremos as publicações de artigos, dissertações e livros didáticos para a elaboração e desenvolvimento de uma sequência de atividades relacionadas a Sistema Linear que foi aplicada aos alunos do 9º ano do Ensino Fundamental de uma escola técnica do município de Ipatinga – MG. Os instrumentos de coletas de dados foram constituídos por três atividades aplicadas em sala de aula, dois questionários com questões abertas: antes e após a execução das atividades, o diário de campo do pesquisador e o questionário de entrevista aberta aplicados aos professores do ensino fundamental

#### **UM POUCO DA ABORDAGEM DAS TECNOLOGIAS NO ENSINO DA MATEMÁTICA: AMBIENTE DE APRENDIZAGEM INFORMATIZADO.**

As Novas Tecnologias no Ensino, aqui representadas pelo uso do computador, possibilitam um ambiente de aprendizagem informatizado, onde o aluno interage com softwares matemáticos dentro da perspectiva de ensino e aprendizagem que lhe é sugerido (GRAVINA, 2001). Suas contribuições para o desenvolvimento cognitivo do aluno se estendem desde a construção dos objetos matemáticos, até a implementação investigativa deste objeto como afirma Andrade e Kaiber (2009, p. 1) “[...] a apropriação de conhecimentos necessita da noção de representação, a qual possibilita a interação entre o indivíduo e as atividades cognitivas de pensamento, permitindo registros de representação diversificados acerca de um mesmo objeto matemático”. A partir deste momento a aprendizagem se consolida como significativa e a assimilação dos conteúdos matemáticos discutidos em sala pelos estudantes é completamente rica de conhecimentos o que diferencia do modelo tradicional de ensino cujo foco está na mera repetição/memorização de textos e fórmulas cobrados em listas de exercícios e em situação de prova.

*a sala de aula deve ser considerada um lugar privilegiado de sistematização do conhecimento, de interação social, onde o professor é um articulador na construção do saber e todos devem ter poder de fala, levantar suas hipóteses e, negociando, chegar a conclusões que ajudem o aluno a se perceber parte de um processo dinâmico de construção (VYGOTSKY, 2007, p. 83).*

#### **A IMPORTÂNCIA DOS SIGNIFICADOS NUMÉRICO, ALGÉBRICO E GRÁFICO DO OBJETO MATEMÁTICO: SIGNIFICADOS DOS NÚMEROS E DE SUAS OPERAÇÕES.**

Nos Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN, encontramos orientações educacionais privilegiando a produção de significados dos números e de suas operações incentivando os alunos a buscarem relações entre eles aprimorando a capacidade de análise para uma tomada de decisão como podemos ver em Brasil (1998, p. 63),

*Assim, é fundamental que os alunos ampliem os significados que possuem acerca dos números e das operações, busquem relações existentes entre eles, aprimorem a capacidade de análise e de tomada de*

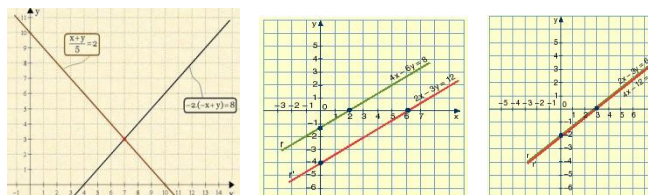
decisões, que começam a se manifestar. Também é necessário explorar o potencial crescente de abstração, fazendo com que os alunos descubram regularidades e propriedades numéricas, geométricas e métricas. Com isso criam-se condições para que o aluno perceba que a atividade matemática estimula o interesse, a curiosidade, o espírito de investigação e o desenvolvimento da capacidade para resolver problemas.

Dar sentido a uma expressão algébrica; Não ver a letra como representando um número; Atribuir significado concreto às letras; Pensar uma variável com o significado de um número qualquer; Passar informação da linguagem natural para a algébrica; Compreender as mudanças de significado, na Aritmética e na Álgebra, dos símbolos  $+$  e  $=$ ; Não distinguir adição aritmética  $(3+5)$  da adição algébrica  $(x+3)$  (PONTE, 2006, p.10).

## O ENSINO DE SISTEMAS LINEARES NAS SERIES INICIAIS

Segundo Andrade e Kaiber (2009, p. 1), fazendo referências as estas representações afirmam que “a teoria dos registros de representação semiótica pode ser vista pelo docente, como uma opção para auxiliar na compreensão de como melhor organizar situações de aprendizagem na disciplina”, assim, o desenvolvimento cognitivo do indivíduo está relacionado à noção da representação, a qual possibilita a interação entre o indivíduo, o objeto matemático e as atividades cognitivas do pensamento.

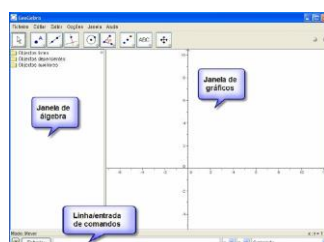
**Figura 1: Posições relativas entre retas num plano cartesiano: secantes, paralelas e coincidentes**



## O USO DO GEOGEBRA NA PRODUÇÃO DE CONHECIMENTOS

Com a sua utilização, o professor poderá melhorar a compreensão dos alunos pela visualização da representação algébrica e gráfica. Conforme Borba e Penteado (2007, p. 46) “O uso da informática está vinculado à construção do conhecimento que privilegia todo o processo e não o resultado em sala de aula e à epistemologia, que entende que a construção do conhecimento depende do sujeito”. O aluno tem uma participação direta no seu processo de aprendizagem.

**Figura 2: Janelas de Álgebra, Gráfica e linha de comandos do GeoGebra**



## RESUMO/ANÁLISE DA PESQUISA APLICADA

Figura 3: Alunos desenvolvendo atividades no GeoGebra em dupla

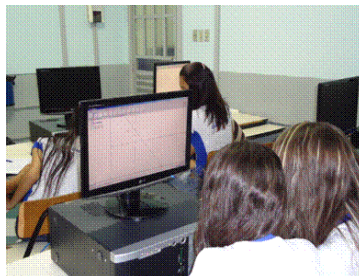


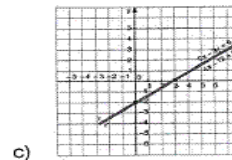
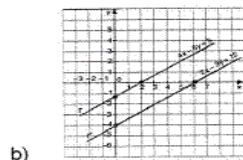
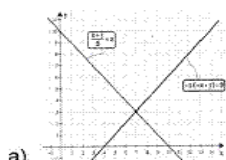
Figura 4: Questão 3 do Questionário inicial

3) Responda com suas palavras: O que significa resolver um sistema linear?

Eu encontro o valor de  $x$ ,  $y$ , valores desconhecidos na base da substituição.

Figura 5: Questão 4 do Questionário inicial: Soluções dos Sistemas Lineares

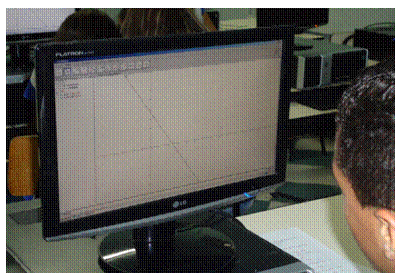
4) Nas figuras abaixo escreva quantas soluções cada gráfico representa e explique o porquê:



Resposta:

a) Não sei, eu esqueci como se resolve.  
b) Esqueci eu não me lembro.  
c) Não sei, esqueci como se resolve.

Figura 3.5: Atividade 1 – 1ª situação: Retas concorrentes



- 3) Na segunda caixa de ferramentas tem a função “interseção entre dois objetos”, representado por  interseção de Dois Objetos. Dê um clique nesta opção e a seguir clique em cima das duas retas. O que aconteceu na janela de visualização? E na janela de álgebra? O que isto significa?

Apareceu escrito:  $(A=11.6, 1.2)$ . O ponto de encontro de uma reta a outra.

- 4) Existe mais algum ponto em comum às duas retas na janela de visualização? Porque? Fale com suas palavras.

Não, porque as retas só se encontram em um determinado ponto.

Na atividade 3 ao construírem a segunda equação, foi notado o relato das duplas dizendo: “A reta aparece uma em cima da outra reta”, disse uma dupla. Dos 9 relatos coletados das duplas, 5 (cinco) deles convergiram as suas observações dizendo que as retas possuem vários pontos em comum (Figura 7)

**Figura 7: Relato da Atividade 3 – 3ª situação**

- 2) Digite a segunda equação:  $9x + 6y = 21,60$ . O que aconteceu?

Quando colocamos a  $9x + 6y = 21,60$  no ambiente, o ponto “a” ficou em cima da outra, isso significa que as duas retas tem um ponto em comum.

- 3) O que aconteceu na janela de visualização? E na janela de álgebra? O que isto significa?

O “a” é indefinido, significa que não temos daí um ponto em comum, mas sim várias.

- 4) Existe algum ponto em comum às duas retas na janela de visualização? Porque? Fale com suas palavras.

Sim, pois um ponto está sobre o outro, isso significa que as duas retas tem um ponto.

Quando questionados sobre a importância de se utilizar o computador com software Matemático nas aulas de Matemática e as suas possíveis contribuições na aprendizagem (anexo 5) os alunos relataram (Figura 9):

- |                                                                                                                                                                                                                                             |           |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| “é muito mais fácil entender e fica mais prático”                                                                                                                                                                                           | (Aluno A) |
| “ajuda muito das atividades e na resolução”                                                                                                                                                                                                 | (Aluno B) |
| “... ajuda a gente a entender melhor as equações, o computador ajudou a fazer cálculos e entender eles em gráficos, na janela de visualização nos mostram as retas, e na janela de Álgebra, nos mostram as equações que formaram as retas”. | (Aluno C) |
| “É importante usar o computador porque é uma forma mais rápida de se descobrir se a equação tem uma solução, várias ou nenhuma e também descobrir qual o resultado dele”.                                                                   | (Aluno D) |

**Figura 9: Questionário final – Questão 5: Relato contribuições do computador**

5) Você acha importante utilizar o computador nas aulas de matemática? porquê? O que o computador ajudou? Como?

Sim, é muito importante, ele me ajudou a ter uma visão melhor sobre sistemas e a facilidade para fazer exercícios.

## CONCLUSÕES

A partir dessa pesquisa respondemos as seguintes perguntas de pesquisa: **“Quais as percepções que os alunos possuem ao utilizar o GeoGebra na resolução de problemas que envolvem sistemas de equações lineares? No ensino de Sistemas Lineares o uso do GeoGebra pode facilitar no entendimento das soluções destes sistemas?”**. Alcançamos as respostas, uma vez que os alunos compreenderam, de forma visual e algébrica, o que é a solução de um Sistema Linear, bem como, a classificação do sistema quanto ao número de soluções, ou seja, o sistema “tem uma solução”, “não tem solução” e “tem várias soluções”. Com relação aos objetivos geral e específicos concluímos que: O GeoGebra proporciona um ambiente diferenciado e dinâmico para o estudo de Sistemas Lineares; Os alunos visualizaram duas representações do mesmo objeto, associando suas soluções com as posições relativas das retas argumentando o que estava acontecendo em cada atividade; Verificamos que o uso do computador / software nas aulas de matemáticas é um elemento “inovador” e “diferente” evidenciando a **motivação** dos alunos em realizar as atividades. As atividades proporcionaram melhor **interação** entre os alunos; o **interesse** de construir os gráficos e observar o que acontece no software, os **instigaram** a realizar as atividades.

## REFERÊNCIAS

- ANDRADE, L. S.; KAIBER, C. T.. **A formação de professores em matemática e os registros de representação semiótica**. Comunicação Científica apresentado no X Encontro Gaúcho de Educação Matemática. Ijuí/RS, 2009.
- BORBA, M. C.; PENTEADO, M.G. **Informática e Educação Matemática**. (Coleção Tendências em Educação Matemática, 3). Belo Horizonte: Autêntica, 2007.
- BRASIL, Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: matemática**. Brasília, MEC – DF, 1998.
- GRAVINA, M. A.; SANTAROSA, L. M.. **A aprendizagem da matemática em ambientes informatizados**. IV Congresso RIBIE, Brasília, 1998.
- GRAVINA, M. A. **Os ambientes de geometria dinâmica e o pensamento hipotético-dedutivo**. Tese de doutorado em Informática na Educação. UFRGS. 2001. Disponível em: <http://hdl.handle.net/10183/2545>. Acesso em 15 de julho de 2014.
- PONTE, J. P. da. **Números e álgebra no currículo escolar**. In I. Vale, T. Pimentel, A. Barbosa, L. Fonseca, L. Santos, & P. Canavarro (Eds.), Números e álgebra na aprendizagem da Matemática e na formação de professores – Actas do XIV EIEP (pp. 5-27). Lisboa: SEM-SPCE, 2006.
- VYGOTSKY, L. S. **A formação social da mente: o desenvolvimento de processos psicológicos superiores**. 7ed. São Paulo: Martins Fontes, 2007.

# **JOGO “TODA LINHA SOMA 15” NA CONSTRUÇÃO DO CONHECIMENTO ARITMÉTICO**

**Fernanda Coelho Goodwin**

**Mestrando em Ensino de Ciências e Matemática (PUC-MG), Especialista em Matemática do Ensino Básico (UFMG), Licenciada em Matemática (UEMG), Professora do Ensino Básico do Colégio Metodista Izabela Hendrix.  
fernandacoelhog@terra.com.br**

## **RESUMO**

Este trabalho é parte de uma pesquisa em andamento sobre o uso de ferramentas, como jogos e equipamentos eletrônicos, no ensino de matemática. Aqui se apresenta uma proposta para trabalhar o jogo “Toda Linha Soma 15” como recurso pedagógico para o processo ensino aprendizagem, a partir do conceito de progressão aritmética no Ensino Médio. A abordagem de alguns fundamentos matemáticos por meio do jogo é apresentada como forma eficaz de contornar os preconceitos comuns aos alunos quanto à dificuldade da matemática. Sendo o objetivo do jogo organizar as peças numa determinada ordem que atenda a uma regra pré-determinada, propõe-se então que o aluno comece a questionar, a raciocinar a lógica do jogo, para descobrir o conceito de progressão aritmética e como este estrutura a regra do jogo. Esta experiência sugere uma reflexão sobre estratégias para o ensino de matemática, utilizando o jogo como base lúdica para a construção do conhecimento e a compreensão da teoria.

**Palavras-Chave:** Jogo Matemático, Progressão Aritmética; Ensino de Matemática.

## **1. INTRODUÇÃO**

Proponho apresentar neste trabalho a possibilidade de utilizar o jogo “Toda Linha Soma 15” como recurso pedagógico com a finalidade de aprofundar o conteúdo de progressão aritmética que o jogo apresenta e criar um ambiente lúdico que desafie os alunos a vencerem seus temores diante do aprendizado de matemática.

Esse jogo, muitas vezes, é jogado apenas por descontração; o resultado, quando encontrado, é fruto de tentativa e erro, sem conhecimento matemático que explique a distribuição dos números no tabuleiro. O resultado não está errado, porém o jogo tem um conceito de progressão aritmética, que nem sempre é percebido por quem o joga. Daí o desafio para que o aluno, ao manipular as peças, trace estratégias para a solução do jogo e, ao fazer isso, perceba a construção do conhecimento matemático.

Sabemos que muitas pesquisas de Educação Matemática sobre a aplicação de jogos matemáticos em sala de aula têm mostrado resultados satisfatórios (GOODWIN, 2011). Para a fundamentação teórica deste artigo, foram consultados alguns estudos nessa área do conhecimento, inspirados no trabalho de Jean Piaget: Claudia Renata Pissinatti Pauleto (2001). Rômulo Campos Lins e Joaquim Gimenez (2006) e Gabriela dos Santos Barbosa (2008).

Essa ideia surgiu, também, a partir de algumas aulas e leituras feitas no Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática em relação ao estudo de aritmética, pois percebi a existência de problemas no ensino e na aprendizagem matemática, levando-me a pensar mais sobre minha conduta em sala de aula. Isto despertou maior interesse sobre pesquisas abordando a questão do ensino, buscando melhorar meu exercício profissional.

## O JOGO NO ENSINO DE MATEMÁTICA

Pesquisas já realizadas mostraram que jogos na sala de aula, além de propiciarem o prazer, o desafio e a curiosidade, proporcionam também o engajamento dos alunos no processo ensino-aprendizagem e na construção de conceitos matemáticos. A presença de jogos nas aulas de matemática vem sendo incentivada e, atualmente, é cada vez mais incomum que se discuta o ensino desta ciência sem fazer uso desse recurso de ensino. Entretanto, não basta a utilização dos jogos se esses ficarem restritos apenas à sua manipulação pelos alunos de forma lúdica e sem função educativa. É necessário que seu uso esteja atrelado a objetivos bem definidos quanto à promoção da aprendizagem matemática.

Para Fiorentini e Miorim (1990) o importante da ação é que ela seja reflexiva e que o aluno aprenda de modo significativo, desenvolvendo atividades nas quais raciocine, compreenda, elabore e reelabore seu conhecimento, sendo que o uso de materiais pode trazer uma grande contribuição nesse sentido. O aluno é um sujeito ativo na construção do seu conhecimento; ele aprende a partir de suas experiências e ações, sejam elas individuais ou compartilhadas com o outro (FIORENTINI; MIORIM, 1990, p. 6).

Manoel Ariosvaldo de Moura (APUD Pauleto, 2001, p.5) nos alerta que o jogo na Educação Matemática tem uma intencionalidade, ele deve estar carregado de conteúdo. E um conteúdo que não pode ser apreendido pelo aluno apenas ao manipular livremente objetos. É preciso jogar. E, ao fazê-lo, é que se constrói o conhecimento a que se quer chegar.

Já Grando (1995) aponta que, apesar de jogos apresentarem várias vantagens para a aprendizagem, é preciso que os educadores tomem alguns cuidados para evitar que o jogo não se torne uma desvantagem no processo ensino aprendizagem. Por exemplo, o educador não deve forçar o aluno a jogar, pois, se o fizer, o jogo perde sua função lúdica e passa a ser uma tarefa desprovida de significados. Também não deve interferir constantemente. Por outro lado, é preciso cuidado para que o aluno não fique jogando aleatoriamente, sem saber o porquê de estar jogando. É preciso dosar adequadamente sua intervenção (Pauleto, 2001, p.3).

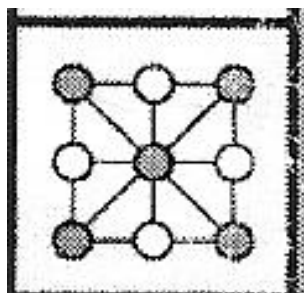
## O JOGO “TODA LINHA SOMA 15” E O CONHECIMENTO ARITMÉTICO

No dia a dia é muito comum utilizarmos conjuntos em que é conveniente dispor seus elementos em uma ordem, constituindo o que se chama sequência ou sucessão. Assim, podemos falar na sequência dos dias da semana, dos meses do ano, sequência dos números naturais e números das casas da rua etc. Matematicamente, podemos apresentar a seguinte definição: uma sequência ou sucessão de números reais é uma função definida em  $N^* = (1,2,3,4...n)$ .

O jogo “Toda linha soma 15” tem como objetivo ordenar as peças numeradas de 1 a 9 no tabuleiro, de forma que a sequência numérica em todas as linhas – horizontais, verticais e diagonais – resulte numa soma 15. Como só há uma “peça” com cada numeral, não é possível repetir números; as sequências devem ser montadas utilizando os números 1 a 9. O tabuleiro tem o formato de um quadrado, composto de nove espaços divididos em linhas de três, conforme a figura 1:



Figura 1 – Tabuleiro do jogo “Toda linha soma 15”



O jogo permite que se explore conhecimentos matemáticos. Com as nove peças numeradas (1,2,3,4,5,6,7,8,9) temos uma sequência dos números naturais, uma progressão aritmética. A razão dessa progressão é igual a 1 (um).

Para demonstrar o posicionamento de cada número, para que todas as linhas – horizontais, verticais e diagonais – somem 15, utilizarei características da progressão aritmética.

### SOMA DE UMA PROGRESSÃO ARITMÉTICA – PA

O conceito de soma de uma PA permite trabalhar com a sequência numérica, visando encontrar uma relação entre os números que permita sua distribuição espacial no tabuleiro do jogo, atendendo à regra proposta de que toda linha some 15.

A fórmula dessa PA pode ser assim escrita:

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n) \cdot n}{2}$$

Sendo  $a_1$  o primeiro termo e  $a_n$  o último. Ou, para já utilizar os termos encontrados no jogo, a fórmula dessa PA pode ser escrita de forma mais clara:

$$S_n = \frac{(1 + 9) \cdot 9}{2} = 45 \text{ soma total dos termos.}$$

Sabemos que o somatório de todos os termos vale 45, e que serão utilizados 3 termos para somar 15. Dividindo, pois, 45 por 3, encontramos 15 – demonstrando que, no formato apresentado pelo jogo, 15 é o resultado inevitável da soma dos 3 elementos. Desde que as peças numeradas estejam dispostas corretamente, bem entendido. Para conseguir a correta distribuição das peças, o espaço ao centro do tabuleiro é fundamental, uma vez que 4 das 8 linhas do jogo passam por ele. Para encontrar o termo central utilizaremos duas propriedades da aritmética:

1ª. Em uma PA finita, a soma de dois termos equidistantes é igual à soma dos termos extremos.

$$\begin{aligned} (1,2,3,4,5,6,7,8,9) \\ 9 + 1 &= 10 \\ 8 + 2 &= 10 \\ 7 + 3 &= 10 \\ 6 + 4 &= 10 \end{aligned}$$

2ª. Em uma PA com número ímpar de termos, o termo médio é igual à média aritmética dos termos extremos:

$$M = \frac{a_1 + a_n}{2}$$

Ou, para usarmos os termos do jogo em questão:

$$M = \frac{1 + 9}{2} = 5$$

Assim, descobrimos que o 5º termo é o termo médio. A partir da definição do termo central como 5, a etapa seguinte é usar o raciocínio matemático para descobrirmos a posição de cada peça numérica no tabuleiro do jogo. Esta é uma compreensão conceitual do jogo. Também podemos apresentar o pensamento de outra forma:

$$(5 - 1) + 5 + (5 + 1) = 15$$

$$(5 - 2) + 5 + (5 + 2) = 15$$

$$(5 - 3) + 5 + (5 + 3) = 15$$

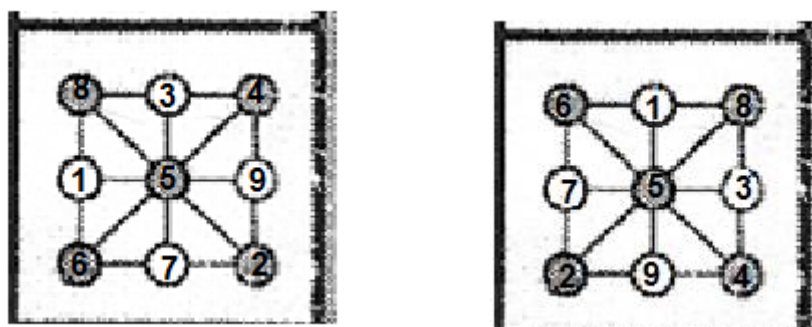
$$(5 - 4) + 5 + (5 + 4) = 15$$

E sucessivamente. Se tomarmos os valores que identificam os números em relação ao número médio (2 é 3 unidades inferior a 5, ou seja, 5-3; 8 é 3 unidades superior a 5, isto é, 5+3), elas se equivalem 15 = 15. Temos também que os termos extremos são simétricos e, portanto, se anulam; por exemplo, (5 - 3) + 5 + (5 + 3) = 15. Assim, (5 - 3) + 5 + (5 + 3) = 15. Ao final, todas as linhas podem ser sintetizadas como variações que resultam sempre em 5 + 5 + 5 = 15. Esta é uma forma de resolver o problema pela algoritmização, usando os números e sua posição na linha sequencial como o fundamento da solução proposta.

Vemos, portanto, que há duas maneiras de visualizar a solução do problema; uma, por algoritmos e outra, pela formulação conceitual. Embora os algoritmos possam ser mais facilmente reconhecíveis pelos alunos, é importante que eles percebam a conceitualização como uma maneira de sistematizar o que apreenderam do jogo.

A partir dessas formas de solucionar o problema, os números podem ser colocados no tabuleiro. Temos, por exemplo, as seguintes possibilidades de distribuição das peças numéricas. Outras maneiras de distribuir os números são, basicamente, variações espelhadas dessas distribuições. Os números ímpares e pares, todavia, não podem ter seu posicionamento alterado: pares nas quinas, ímpares no meio das linhas. Esta distribuição é determinada pelo fato de a peça com o 5 precisar ser colocada sempre no centro do tabuleiro. Como mostra a figura abaixo:

Figura 2 – Distribuição das peças no tabuleiro



## CONSIDERAÇÕES FINAIS

O jogo “Toda linha soma 15” apresenta-se como um bom exemplo do uso didático de jogos matemáticos e objetos concretos que apresentam desafios aos alunos. O jogo tem a possibilidade de despertar nos alunos o interesse pela resolução de problemas, a partir de uma perspectiva lúdica. Isto pode levar os alunos ao envolvimento com o raciocínio matemático, ainda que este seja considerado “difícil” por muitos deles. O jogo revela um nível de dificuldade que pode ser superado e, ao mesmo tempo, apresenta o envolvimento com a matemática – especificamente a aritmética – como uma experiência prazerosa.

Todavia, é importante que o jogo não seja jogado apenas como uma atividade lúdica, pelo prazer. Esse não pode ser o único objetivo do jogo em sala de aula. A intenção maior de seu uso como instrumento pedagógico é que o jogo motive os alunos a refletir sobre o problema colocado e as estratégias envolvidas na sua solução.

Para dizer de forma mais formal, o jogo deve ser utilizado para levar o aluno, após momentos de desafio e diversão, a refletir sobre a matemática (e a aritmética, especificamente) e tentar entender, *conceitualmente*, a resolução do jogo. A intenção é que o aluno seja capaz de entender – e, preferencialmente, explicar – o motivo do somatório ter que ser 15, porque o número central tem que ser 5, porque as peças são distribuídas de uma forma específica. E, para isso, o aluno deve perceber que a aritmética tem conceitos e que estes podem ajudá-lo a responder a todas as questões acima.

A proposta do uso do jogo não é, simplesmente, levar o aluno a encontrar a solução, mas que ele descubra os conceitos da matemática que subjazem à resolução do desafio. Neste caso, a progressão aritmética.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BARBOSA, G. S. **O Teorema Fundamental da Aritmética: jogos e problemas com alunos do sexto ano do Ensino Fundamental**. Tese de Doutorado em Educação Matemática. Orientadora: Sandra Maria Pinto Magina. Pontifícia Universidade Católica de São Paulo – PUC-SP. São Paulo, 2008. Disponível em:

[http://www.sapientia.pucsp.br/tde\\_arquivos/13/TDE-2009-01-21T10:37:09Z-6970/Publico/Gabriela%20dos%20Santos%20Barbosa.pdf](http://www.sapientia.pucsp.br/tde_arquivos/13/TDE-2009-01-21T10:37:09Z-6970/Publico/Gabriela%20dos%20Santos%20Barbosa.pdf). Acesso em 21/02/2015.

CARAÇA, B. J. **Conceitos Fundamentais da Matemática**. Tipografia Matemática, Lisboa, 1951. Disponível em:

[http://im.ufrj.br/~nedir/disciplinas-Pagina/Caraca\\_ConceitosFundamentais.pdf](http://im.ufrj.br/~nedir/disciplinas-Pagina/Caraca_ConceitosFundamentais.pdf). Acesso em 21/02/2015.

DANTE, L. R.. **Projeto Múltiplo: Matemática**. Ensino Médio. Volume 1 – parte 2. Manual do Professor. São Paulo, Editora Ática, 2014.

FIORENTINI, D.; MIORIM, M. Â. Uma reflexão sobre o uso de materiais concretos e jogos no ensino da Matemática. **Boletim da SBEM-SP**, n. 7. Julho-agosto 1990. Disponível em:

[http://www.google.com.br/url?sa=t&rct=j&q=&esrc=s&source=web&cd=1&ved=0CB8QFjAA&url=http%3A%2F%2Fwww.mat.ufmg.br%2F~espec%2Fmef%2Ffiles%2FUmareflexao\\_sobre\\_o\\_uso\\_de\\_materiais\\_concretos\\_e\\_jogos\\_no\\_ensino\\_da\\_Matematica.doc&ei=](http://www.google.com.br/url?sa=t&rct=j&q=&esrc=s&source=web&cd=1&ved=0CB8QFjAA&url=http%3A%2F%2Fwww.mat.ufmg.br%2F~espec%2Fmef%2Ffiles%2FUmareflexao_sobre_o_uso_de_materiais_concretos_e_jogos_no_ensino_da_Matematica.doc&ei=)

CODrVKSmPPf9sATdzIKgDg&usg=AFQjCNGXidltWtDUFS5RJtPtYqNjWJ-Vw&bvm=bv.86475890,d.cWc. Acesso em 23/02/2015.

GOODWIN, F. C. **Teses e dissertações sobre jogos matemáticos nos programas de Pós Graduação em Educação**. Monografia de Especialização. Orientadora: Nora Olinda Cabrera Zúñiga. Instituto de Ciências Exatas-Universidade Federal de Minas Gerais, UFMG. Belo Horizonte 2011.

GRANDO, R. C. **O conhecimento matemático e o uso de jogos na sala de aula**. Tese de Doutorado. Orientadora: Lucila Diehl Tolaine Fini. Faculdade de Educação – UNICAMP. Campinas, 2000. Disponível em:  
<http://www.bibliotecadigital.unicamp.br/document/?code=vtls000223718>. Acesso em 23/02/2015.

GRANDO, R. C. **O jogo [e] suas possibilidades metodológicas no processo ensino-aprendizagem da matemática**. Dissertação de Mestrado em Educação. Orientador: Sergio Aparecido Lorenzato. Faculdade de Educação – UNICAMP. Campinas, 1995. Disponível em: <http://www.bibliotecadigital.unicamp.br/document/?code=vtls000084233>. Acesso em 23/02/2105.

LINS, R. C.; GIMENEZ, J. **Perspectivas em Aritméticas e Álgebra para o século XXI**. Campinas, Papirus, 2006.

MACHADO, A. S. **Matemática**: Trigonometria e progressão. São Paulo, Atual, 1986.

PAULETO, C. R. P. **Jogos de regras como meio de intervenção na construção do conhecimento aritmetico em adição e subtração**. Dissertação de Mestrado. Orientadora: Rosely Palermo Brenelli. Programa de Pós-Graduação em Educação. UNICAMP. Campinas, 2001. Disponível em:  
<http://www.bibliotecadigital.unicamp.br/document/?code=vtls000235243>. Acesso em 21/02/2015.

# LABORATÓRIO DE ENSINO E SUAS IMPLICAÇÕES NA FORMAÇÃO INICIAL DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA

Jailson Fernandes Irineu<sup>1</sup>  
Priscila Geralda Claudino Santos<sup>2</sup>,  
Raiane Rodrigues<sup>3</sup>.

<sup>1</sup>Instituto Federal de Minas Gerais/*Campus* São João Evangelista, jailson-irineu@hotmail.com

<sup>2</sup>Instituto Federal de Minas Gerais/*Campus* São João Evangelista, priscilaclaudino.bigirl@hotmail.com

<sup>3</sup>Instituto Federal de Minas Gerais/*Campus* São João Evangelista, raiane3000@hotmail.com

## Resumo

Este trabalho tem como objetivo investigar a contribuição que o Laboratório do Ensino de Matemática do Instituto Federal de Minas Gerais de São João Evangelista, tem para a formação acadêmica dos futuros professores do curso de Licenciatura em Matemática; tendo em vista que um laboratório de matemática é essencial na vida escolar do aluno e do graduando, pois tem o intuito de melhorar a qualidade do ensino e abstração dos conceitos matemáticos, por meio de experimentação desenvolvida pelo aluno. Para que este estudo seja elaborado, serão realizadas leituras de bibliografias que discorram sobre o LEM e os requerimentos necessários para a implantação do mesmo, tais como espaço físico próprio e adequado, quais recursos didáticos poderão ser utilizados dando suporte às pesquisas, às aulas, etc. Acredita-se que o Laboratório de Ensino de Matemática pode contribuir tanto para a formação de professores quanto para melhorar a aprendizagem dos alunos, uma vez que o professor tenha conhecimento de como utilizar o laboratório.

**Palavras-chave:** laboratório de ensino de matemática; formação de professores; prática pedagógica

## 1 INTRODUÇÃO

Muitas pesquisas existentes na área da Educação Matemática indicam que na formação inicial do professor deve haver o uso frequente do Laboratório de Ensino de Matemática.

Atualmente, o ensino de Matemática requer dos professores uma diversificação em suas práticas pedagógicas, tendo em vista as características de desenvolvimento da sociedade, principalmente pelo avanço da tecnologia. O ensino da Matemática, que antes era marcado pela memorização de regras, repetição e treino de exercícios, atualmente é caracterizado por novas formas de ensinar, priorizando técnicas que possibilitem um processo de ensino e aprendizagem reflexivo. Porém, essas novas formas de se ensinar não são utilizadas corretamente ou simplesmente não são utilizadas.

A sociedade moderna está cada vez mais exigente de conhecimentos por parte do cidadão. Não se pode dar a escola como um lugar onde se reproduza conhecimentos, mas que possa relacionar os conhecimentos já existentes aos novos conhecimentos. Nesse caminho de transformação de uma sociedade, a educação permite ao ser humano ser uma pessoa capaz de propor estratégias de resolução de problemas, argumentar e, sobretudo, tomar sua própria decisão em meio à situação problema proposta. Deste modo, o

Laboratório de Ensino de Matemática surge com o objetivo de fazer com que o ensino de matemática seja de ampla compreensão, atraente e compreensível para seus aprendizes.

Acredita-se que para que esse objetivo seja alcançado, é necessária a formação de futuros professores de matemática no contexto da utilização de materiais manipulativos, concretizados pelo Laboratório de Ensino de Matemática. Lorenzato (2006) afirma que:

*Se lembrarmos que mais importante que ter acesso aos materiais é saber utilizá-los corretamente, então não há argumento que justifique a ausência do LEM nas instituições responsáveis pela formação de professores, pois é nelas que os professores devem aprender a utilizar os materiais de ensino; é inconcebível um bom curso de formação de professores de matemática sem LEM.*

*(Sérgio Lorenzato, 2006, p.10).*

Na formação inicial do professor, percebe-se que há falta de uma relação entre a teoria e a prática. As mudanças estão se tornando cada vez maiores no sentido da implantação de Laboratórios especializados, mas ainda é evidente a dificuldade de diálogo entre as disciplinas e seus conteúdos como tais laboratórios. Diante deste problema, averiguar se os discentes do curso de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal de Minas Gerais *campus* São João Evangelista, vivenciam os conceitos matemáticos teóricos vistos em sala de aula de forma prática no LEM dessa instituição, e se há alguma contribuição que o LEM oferece à formação dos mesmos, torna-se crucial para a melhoria no processo de formação desses futuros docentes. E assim, constitui-se a questão central a ser tratada ou o problema a ser discutido por este estudo.

Assim, propor-se a investigar indícios das concepções de futuros docentes acerca da importância e da contribuição de um LEM em sua formação é importante, uma vez que estes profissionais devem ter um contato mínimo com o laboratório e com as práticas lá desenvolvidas. Os achados nessa investigação servirão de subsídio para o desenvolvimento de estratégias para inseri-los neste contexto ou reforçar sua atuação no LEM, antes e após se formarem.

## 2 JUSTIFICATIVA

Com o avanço da tecnologia, o uso de computadores, e celulares com acesso a internet tornou-se mais frequente, especialmente pelos alunos. Assim, tornou-se mais fácil e rápido o acesso às informações de qualquer natureza.

Este acesso à informação é positivo quando bem utilizado, porém pode tornar explícita uma questão: a formação de alguns professores acabou se tornando vulnerável e no processo de ensino e aprendizagem os alunos acabam rejeitando as práticas de ensino tradicionais. Alguns professores, que têm como apoio o uso exclusivo dos livros didáticos e das atividades de fixação de conteúdo, têm vivenciado em suas disciplinas um número de reprovações elevadas, o que sinaliza a necessidade de mudanças e a inclusão de novas práticas de ensino nas disciplinas desses docentes.

Segundo Silva e Silva

*A tarefa dos educadores em geral não é mais a de transmitir, e, sim, dar condições para que a aprendizagem realmente aconteça. O interesse na aprendizagem depende das situações estimuladoras criadas pelo educador para proporcionar ao educando o maior número possível de descobertas e desafios, estimulando, assim, a curiosidade dos alunos. (SILVA; SILVA, 2004, p.10).*

A prática pedagógica é muito importante, pois acaba sendo considerada como um trabalho que repassa saberes específicos, ou até processo que está intrinsecamente ligado à teoria e à prática da docência. Com isso, acredita-se que é muito importante investigar como os professores estão compreendendo suas práticas e quais suas percepções sobre as mesmas.

O LEM é um recurso importante no processo de ensino e aprendizagem de matemática, pois possibilita a realização de experimentos. Para isto, deve existir um espaço destinado somente a ele para que o aluno possa criar, pensar e descobrir alguma maneira para contribuir com o ensino e a aprendizagem. O laboratório também possibilita que sejam criadas situações pedagógicas que são desafiadoras. Por se tratar de um espaço com muitos recursos, o aluno passa ter diversos materiais que poderão ser capazes de incentivá-lo participar de forma ativa das atividades propostas.

Nesse sentido, Lorenzato diz que:

*Para aqueles que possuem uma visão atualizada de educação matemática, o laboratório de ensino é uma grata alternativa metodológica porque, mais do que nunca, o ensino da matemática se apresenta com necessidades especiais e o LEM pode e deve prover a escola para atender as necessidades. (LORENZATO, 2006, p. 6).*

Entretanto, Lorenzato informa que não basta apenas o professor ter o LEM por perto e não ter conhecimento. “[...] tendo em vista que ninguém ensina o que não sabe, é preciso conhecer matemática, mas também metodologia de ensino e psicologia, enfim, possuir uma boa formação matemática e pedagógica.” (LORENZATO, 2006, p.07).

O LEM é fundamental para o ensino de matemática, oferecendo um espaço para o desenvolvimento de recursos didáticos que darão suporte aos conceitos teóricos trabalhados em sala, bem como proporcionarão a possibilidade do docente trabalhar tais conceitos de forma lúdica. Pretende-se, com a realização desse estudo, averiguar a contribuição que o LEM tem para a formação dos graduandos do curso de licenciatura em Matemática do câmpus São João Evangelista na percepção dos próprios graduandos e dos docentes.

### **3 OBJETIVO GERAL**

Investigar as contribuições do Laboratório de Ensino de Matemática, do Instituto Federal de Minas Gerais Câmpus São João Evangelista, para a formação acadêmica dos futuros professores de Matemática.

#### **3.1 OBJETIVOS ESPECÍFICOS**

- Averiguar como um Laboratório de Ensino de Matemática pode contribuir para a formação de professores na percepção dos discentes do curso de licenciatura em Matemática;
- Investigar como um Laboratório de Ensino de Matemática pode contribuir para a formação de professores na percepção dos docentes do curso de licenciatura em Matemática;
- Investigar as atividades que são desenvolvidas no LEM;
- Investigar os egressos do Curso de Licenciatura em Matemática.

### **4 REFERENCIAL TEÓRICO**

No referencial teórico serão abordadas algumas concepções acerca de Laboratórios

de ensino de Matemática, bem como sua utilização, objetivos de se ter um LEM nas instituições de ensino superior e sua função na formação de professores.

#### **4.1 LABORATÓRIOS DE ENSINO DE MATEMÁTICA: UMA ALTERNATIVA PARA A EDUCAÇÃO MATEMÁTICA**

Até o presente momento encontram-se várias publicações que foram dedicadas a estudar diversas formas de intervenções pedagógicas, uma em especial para o uso do Laboratório de Educação Matemática (LEM), jogos lúdicos, aulas práticas, experimentos e feiras de matemática, indicada como possíveis alternativas para a educação da matemática. O objetivo é melhorar a qualidade do ensino da Matemática por meio de reflexões e discussões através de diferentes abordagens metodológicas.

Entre as várias pesquisas realizadas acerca do ensino e da aprendizagem matemática encontra-se o uso do Laboratório de Ensino da Matemática e o ensino através do experimento.

A função do professor num laboratório é de instigar e pesquisar outras formas de incentivar o gosto pela disciplina, além de organizar e planejar esse espaço de modo que torne fácil e agradável a aprendizagem do aluno. O laboratório precisa conter material didático como jogos, instrumentos de medidas, e materiais didáticos diversos que forneçam a possibilidade de trabalhar de forma prática os principais conceitos matemáticos. É importante ressaltar que o laboratório de ensino de Matemática, enquanto um ambiente de aprendizagem significa uma melhoria na relação pedagógica. Porém, tão importante quanto um espaço de aprendizagem, é a metodologia que se usa no ensino de Matemática por meio de experimentos, que pode ser elaborada em vários espaços da comunidade escolar.

Portanto, o estudo que será elaborado admite que há possibilidade do Laboratório de Ensino de Matemática contribuir para a formação profissional do estudante da licenciatura. É relevante destacar que:

*para que o futuro professor possa adquirir uma postura de professor pesquisador, é preciso que a licenciatura de Matemática tenha como meta tanto a construção da autonomia intelectual e profissional do professor como o desenvolvimento de uma postura reflexiva e questionadora acerca da prática escolar.*

*(FIORENTINI, 1994, p. 40).*

#### **4.2 O LABORATÓRIO DE ENSINO DE MATEMÁTICA (LEM)**

Há diversos conceitos sobre o que pode ser um LEM, entre eles: uma sala de estudos na qual podem ser realizadas pesquisas, projetos e experiências.

De acordo com Lorenzato “um LEM pode ser inicialmente um depósito/arquivo de instrumentos, livros, materiais manipuláveis, transparências, filmes, matérias-primas, entre outros e, posteriormente, se tornar um espaço organizado com a colaboração de educandos e educadores.” (LORENZATO, 2006, p.6).

De acordo com Mendes, os materiais que são fornecidos pelo LEM, contribuem para que o professor desenvolva um trabalho melhor com seus alunos. As atividades que são feitas através desses materiais “tem uma estrutura matemática a ser redescoberta pelo aluno que, assim, se torna um agente ativo na construção de seu próprio conhecimento matemático.” (MENDES, 2009, p. 25)

O laboratório de ensino é um ambiente onde os alunos tendem a expor suas ideias, trocar informações, etc. O LEM fornece suporte aos professores, tanto para realizar planejamentos de ensino quanto ministrar suas aulas.



Segundo Lorenzato, o LEM deve “ser o centro da vida matemática da escola”, “um lugar onde os professores estão empenhados em tornar a matemática mais compreensível aos alunos”, “uma sala-ambiente para estruturar, organizar, planejar e fazer acontecer o pensar matemático” (LORENZATO, 2006, p. 6-7).

Apesar de necessidades específicas, para sua efetivação é preciso o empenho de todos, pois nada se constrói sem conhecimento, dedicação, criatividade. O uso do laboratório depende muito da atitude do professor e a sua busca pelo conhecimento, pois mesmo que o laboratório tenha uma infinidade de materiais, estes de nada adiantarão se não forem devidamente explorados ou se estes simplesmente forem mostrados ao aluno.

Já ressaltava Tahan que “o professor de matemática, que dispõe de um bom laboratório, poderá, com a maior facilidade, motivar seus alunos por meio de experiências e orientá-los mais tarde, com a maior segurança, pelo caminho das pesquisas mais abstratas.” (TAHAN *apud* JESUS, 2010).

## 5 METODOLOGIA

A pesquisa será qualitativa e de campo e realizada com os discentes e docentes do curso de licenciatura em Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Minas Gerais-Câmpus São João Evangelista, na qual estes responderão questionários a respeito do LEM, sobre a utilização e benefícios que o laboratório pode oferecer.

Assim, este estudo será dividido em quatro etapas distintas: na primeira, será realizada uma pesquisa bibliográfica relativa ao assunto a ser investigado, ou seja, o uso do Laboratório de Educação Matemática na formação de professores. A partir da análise do conteúdo de artigos, teses, livros e dissertações, os pesquisadores envolvidos neste estudo iniciarão um processo de elaboração dos instrumentos de coleta dos dados, caracterizando a segunda etapa do estudo. Na terceira etapa, será realizada uma avaliação da adequação do Laboratório de Ensino de Matemática por meio do uso de um *check list* e ainda serão aplicados questionários aos docentes do câmpus, que atuam no curso de Licenciatura, aos discentes do curso que estiverem no primeiro e oitavo período e também um questionário aos egressos do curso que já estão atuando na área, com o intuito de coletar dados acerca da percepção de ambos sobre a importância do Laboratório de Ensino de Matemática, bem como sobre a inserção deste laboratório nas disciplinas lecionadas ou cursadas pelos sujeitos da pesquisa. Na quarta e última etapa da pesquisa, será realizada a análise do conteúdo relativo às informações colhidas por meio de questionários e documentos institucionais existentes e apresentação do trabalho “LABORATÓRIO DE ENSINO DE MATEMÁTICA E SUAS IMPLICAÇÕES NA FORMAÇÃO DE PROFESSORES” que constitui o produto final dessa pesquisa.

Os instrumentos de avaliação que serão utilizados serão elaborados segundo autores referendados da área. O *check list* utilizado é embasado nas diretrizes propostas por Lorenzato (2006) e adaptado para avaliar a adequação do Laboratório de Ensino de Matemática do Instituto Federal de Minas Gerais Campus São João Evangelista em relação ao proposto pelo autor.

Os questionários que serão aplicados aos docentes, aos discentes e aos egressos do curso de Licenciatura em Matemática do IFMG SJE foram adaptados a partir dos questionários utilizados no estudo de PASSOS (2013).

## REFERÊNCIAS

FIORENTINI, D. Rumos da Pesquisa Brasileira em Educação Matemática: o caso da produção científica em cursos de Pós-Graduação. Campinas, 1994. Tese de Doutorado. Faculdades de Educação – UNICAMP.

JESUS, Danielle Souza. 2010 O Laboratório de Ensino de Matemática. Disponível em: <<http://www.pedagogia.com.br/artigos/laboratoriomatematico/index.php?pagina=2>>. Acesso em: 23 de Maio, 2015.

LORENZATO, Sérgio (Org.). O Laboratório de Ensino de Matemática na formação de professores. Campinas, SP: Autores Associados, 2006. Coleção Formação de Professores.

MENDES, Iran Abreu. Matemática e Investigação em sala de aula: Tecendo redes cognitivas na aprendizagem. São Paulo, SP: Editora Livraria da Física, 2009.

PASSOS, Natália Caroline dos. Laboratórios de Educação Matemática: atividades do subprojeto PIBID da Licenciatura em Matemática da UDESC. 2013. 129f, Trabalho de Conclusão de Curso. Universidade do estado de Santa Catarina.- UDESC, Licenciatura em Matemática, Joinville,.

SILVA R. C; SILVA J. R. O papel do laboratório no ensino de matemática. In: VIII Encontro Nacional de Educação Matemática. Recife: UFPE, 2004. Disponível em: <<http://www.sbem.com.br/files/viii/pdf/07/RE75541815487.pdf>>. Acesso em: 06 de Maio, 2015

# LETRAMENTO: A CONSTRUÇÃO DE HABILIDADES MATEMÁTICAS NA EDUCAÇÃO DE JOVENS E ADULTOS

Maria Rejane Correia Ramos<sup>1</sup>

Natanailza Martins Alves<sup>2</sup>,

<sup>1</sup>FFPG/Departamento de Matemática, [takaicorreia@hotmail.com](mailto:takaicorreia@hotmail.com)

<sup>2</sup>UFPB/Departamento de Matemática, [natanailsa@hotmail.com](mailto:natanailsa@hotmail.com)

## RESUMO

É bastante contraditória a análise de um professor sobre aquele aluno excluído do ensino regular pela idade inapropriada, cuja modalidade de ensino adequada para estes casos é a Educação de Jovens e Adultos (EJA), que reconhece as letras e os números, sabe utilizá-los em seu meio de forma a praticar a cidadania dentro da comunidade em que está envolvido e ainda considerá-lo analfabeto conforme as políticas curriculares educacionais vigentes. Este trabalho busca analisar criticamente as discussões sobre Letramento em Matemática na Educação de Jovens e Adultos e o comportamento do professor perante este desafio, levando em consideração as definições e os levantamentos dos principais autores da área acerca do fenômeno do letramento e numeramento (letramento matemático) e quais as possibilidades de alfabetizar esses alunos. Ressalta-se também o conhecimento prévio do educando, o uso de novas tecnologias no ensino-aprendizagem, bem como a utilização do letramento como elo entre as situações cotidianas e a escola, inserindo este cidadão participativo da EJA em um mundo letrado para a construção de habilidades matemáticas e desenvolvimento das potencialidades de aprendizagem do mesmo.

**Palavras-chave:** Educação de Jovens e Adultos, Letramento em Matemática, habilidades matemáticas.

## INTRODUÇÃO

O letramento é um fenômeno de cunho social, e salienta as características sócio-históricas ao se adquirir um sistema de escrita por um grupo social. Ele é o resultado da ação de ensinar e/ou aprender a ler e escrever, e denota estado ou condição em que um indivíduo ou sociedade obtém como resultado de ter-se “apoderado” de um sistema de grafia. A UNESCO (Organização das Nações Unidas para a Educação, a Ciência e a Cultura) conceitua o letramento como sendo mais do que a mera tecnologia de ler e escrever: considera-a como a forma de comunicação na sociedade. Nesse sentido, o letramento se refere às práticas sociais e suas relações ao conhecimento, à linguagem e a cultura.

*Letramento – o uso da comunicação escrita – acha seu lugar em nossas vidas através de outros caminhos de comunicação. Na verdade, o letramento, propriamente dito, assume várias formas: no papel, na tela do computador, na TV, nos pôsteres e símbolos. Aqueles que usam o letramento o fazem por concessão – mas aqueles que não podem usá-lo são excluídos de muitas formas de comunicação no mundo atual. (UNESCO, 2003, p. 1).*

Para o indivíduo ser considerado alfabetizado, na década de 1950, pelos critérios da UNESCO, era preciso ser suficientemente capaz de ler e escrever um enunciado simples, relacionado à sua vida diária. Caso não houvesse o domínio dessas técnicas, o indivíduo era considerado analfabeto. Mas, dentro dessa perspectiva que para o estado/condição daquele que sabe ler e escrever, e, que respondem de maneira ampla e satisfatória as demandas sociais fazendo uso de alguma maneira da leitura e da escrita, não basta apenas saber ler e escrever, necessário é saber fazer uso do ler e do escrever, saber responder às exigências de leitura e escrita que a sociedade faz. Foi nesse contexto que começou a surgir a ideia de letramento, ou seja, é o sentido mais amplo de alfabetização. Não é tão somente o domínio das práticas de leitura e escrita, vai mais além daquilo que estas ações permitem, é a inserção do indivíduo no meio social e cultural em que está habitando, é apropriar-se dos fatos e tornar-se um cidadão crítico e participativo.

Não basta somente considerar alfabetizados funcionais àqueles que se utilizam da leitura e escrita em suas atividades sociais; as habilidades matemáticas também são indicadores de extrema importância para serem avaliados. O conceito de alfabetismo vem sendo concebido de maneira mais ampla para dar conta da diversificação e crescente sofisticação das demandas de leitura e escrita colocadas pelas situações do cotidiano. Entender um texto, se comunicar e se fazer entender não passa simplesmente pela compreensão da língua, mas do entendimento de números, tabelas e cálculos. Essa concepção produz um entendimento ampliado das práticas de leitura e escrita, na qual o papel social da matemática é reconhecido e explicitado passando a ser vista mais presente no cotidiano, desmistificando a clássica dicotomia “Matemática Escolar e Matemática do dia-a-dia”, ainda resistente e persistente em manter-se nos currículos escolares. O momento de encontro do aprendiz com o conhecimento matemático necessita ser humanizado em todos os sentidos da palavra, devem-se fazer abordagens a respeito não apenas da Matemática e de sua linguagem, mas também do modo como essa linguagem é socialmente comunicada, tendo como principal base o ensino e a aprendizagem da Matemática, apoiada em sua habilidade. Entende-se por habilidade matemática a capacidade de mobilização de conhecimentos associados à quantificação, à ordenação, à orientação e as suas relações, operações e representações, na realização de tarefas ou na resolução de situações-problema, tendo sempre como referência tarefas e situações com as quais a maior parte da população brasileira se depara rotineiramente, explicita o Indicador Nacional de Alfabetismo Funcional (INAF, 2001).

## **REVISÃO DE LITERATURA**

Para construir a ponte que liga letramento a matemática é importante destacar a concepção de Educação Matemática seguida por este trabalho como sendo referente, preferencialmente, ao termo Ensino de Matemática, entendendo que o primeiro é mais abrangente que o segundo e se refere a um conjunto de reflexões que superam aspectos conteudistas e essencialmente formais a Matemática. Essa formação de idéias que reflete tanto uma compreensão abrangente das práticas de leitura, identificada com a adoção da perspectiva do letramento e não exclusivamente da alfabetização, quanto um compromisso com a explicitação do papel social da Educação Matemática. Isto é, assumindo uma responsabilidade de promover o acesso e o desenvolvimento, mais democrático e consciente, de estratégias e possibilidades de leitura do mundo para as quais conceitos e relações, critérios e procedimentos, resultados e culturas matemáticos possam contribuir.

As justificativas apontadas por D'Ambrósio (1990) para se trabalhar com a Matemática na escola: “por ser útil como instrumentador para a vida”; “por ser útil como instrumento para o trabalho”; “por ser parte integrante de nossas raízes e culturas”; “porque ajuda a pensar com clareza e a raciocinar melhor”; “por sua beleza intrínseca como construção lógica, formal etc.”; são, em sua maioria, voltadas para situações cotidianas relacionais nas diversas situações de vida. Esses aspectos são considerados fundamentais para a Educação Matemática e conseqüentemente, cai por terra a imagem dicotômica antes concebida e assim passa-se a construir uma ponte de mão-dupla entre conteúdos escolares e formais da Matemática e o cotidiano do aluno (casa, comunidade, escola, sociedade, mundo).

Mediante essa concepção, o PISA (Programa Internacional de Avaliação de Estudantes) define em seus relatórios publicados pela OECD (Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômicos):

*Letramento Matemático é a capacidade de um indivíduo para identificar e entender o papel que a Matemática representa no mundo, fazer julgamentos matemáticos bem fundamentados e empregar a matemática de forma que satisfaçam as necessidades gerais do indivíduo e de sua vida futura como um cidadão construtivo, preocupado e reflexivo (OECD/PISA, 2002, p. 41).*

E mais adiante ainda afirma: “[...] Demanda o uso de competências matemáticas em vários níveis (conteudistas, processuais e situacionais), abrangendo desde a realização de operações básicas até o raciocínio e as descobertas matemáticas.” (OECD/PISA, 2002). Segundo este relatório, o domínio do letramento matemático diz respeito a capacidade dos alunos para analisar, julgar e comunicar idéias efetivamente propondo, formulando e resolvendo problemas matemáticos em diversas situações.

Para Machado (2003) existem três categorias fenomenológicas (categorias de significados ou de compreensões) e com abordagem qualitativa para a escrita da matemática: como “Realização da linguagem na Matemática”, a linguagem como objeto da filosofia existencialista; como “Letramento Matemático”, pertinente a um conjunto multidimensional de condições para a relação adequada entre o sujeito e a matemática, e como condição do “aparecimento” da matemática para o sujeito. Partindo da pesquisa de diversos autores e analisando as noções de alfabetização e letramento, Machado (2003) chegou ao seguinte conceito:

*[...] podemos explicitar nosso entendimento para ‘letramento matemático’ como expressão da categoria que estamos a interpretar, como: um processo do sujeito que chega ao estudo da Matemática, visando aos conhecimentos e habilidades acerca dos sistemas notacionais da sua língua natural e da Matemática, aos conhecimentos conceituais e das operações, a adaptar-se ao raciocínio lógico-abstrativo e dedutivo, com o auxílio e por meio das práticas notacionais, como de perceber a Matemática na escrita convencionalizada com notabilidade para ser estudada, compreendida e construída com aptidão desenvolvida para a sua leitura e para a sua escrita. (p. 135).*

É perceptível que Machado (2003) em suas colocações não descreve, explicitamente, a aproximação da leitura e escrita matemática de uma pessoa considerada letrada, com sua realidade cotidiana e diversificada. No entanto, a leitura e

a escrita são, sem dúvida, a base para que estruturas mais complexa de pensamento e formas diversificadas de raciocínios lógicos se construam.

## CONCLUSÃO

É perceptível que Machado (2003) em suas colocações não descreve, explicitamente, a aproximação da leitura e escrita matemática de uma pessoa considerada letrada, com sua realidade cotidiana e diversificada. No entanto, a leitura e a escrita são, sem dúvida, a base para que estruturas mais complexa de pensamento e formas diversificadas de raciocínios lógicos se construam.

A falta do uso do letramento torna-se evidente em depoimentos de professores sobre as dificuldades que seus alunos enfrentam na leitura de enunciados e de problemas matemáticos. A primeira vista, estes professores dizem que “os alunos não sabem interpretar o que o problema pede”. Smole e Diniz (2001) defendem que as dificuldades não são solucionadas apenas através dos professores de língua portuguesa. Integrando o letramento na ação pedagógica do professor da disciplina, estas dificuldades tomarão proporções cada vez menores. Isto é, a leitura e a produção de enunciados de problemas, as instruções para exercícios, as descrições para procedimentos, definições, enunciados de propriedades, teoremas, demonstrações, sentenças matemáticas, diagramas, gráficos, etc., demandam e merecem investigações e atitudes específicas no fazer pedagógico que contemplem o desenvolvimento de estratégias de leitura, a análise de estilos, a discussão de conceitos e de acesso aos termos envolvidos, trabalho este que o educador matemático precisa reconhecer e assumir como de sua responsabilidade.

À luz dessas constatações, sabemos que a conquista de um nível mínimo de letramento pressupõe oportunidades de reflexão de textos que circulem no cotidiano. Por isso, existem exigências de uma escolarização que não termina com o ano letivo. O grande problema é: como despertar o aluno do EJA a apropriar-se de uma linguagem que se usa ao escrever e a mesma ao ler e que ambas possuem as mesmas finalidades?

A construção de um sujeito letrado se dá com experiências culturais e com práticas de leitura e escrita que eles podem vivenciar, mesmo antes de sistematizar o conhecimento. O que difere a EJA da educação para crianças é que essa, já desde muito cedo são expostas ao ambiente letrado e são incentivadas a refletir sobre as características dos diferentes textos que circulem ao seu redor, sobre seus estilos, usos e suas finalidades. Por isso, é necessária uma implementação pedagógica que reduza as diferenças sociais. A escola tem que assegurar a todos os alunos práticas reais para que o aprendiz possa assim compreender melhor o mundo em que vive. Para que isso ocorra não é necessário encher a sala de aula com jornais, rótulos, faturas bancárias, mas sim com algo que o aluno possa relacionar com sua vivência.

De maneira geral, as situações que envolvem dados numéricos organizados sob a forma de gráficos e tabelas veiculadas de diferentes maneiras na mídia impressa, eletrônica e televisiva estão cada vez mais presentes no dia-a-dia do mundo contemporâneo. E estar inserido neste mundo contemporâneo requer uma atuação consciente e efetiva por parte do jovem e adulto, na análise e compreensão dessas informações, o que significaria, em outras palavras, ser letrado e ser numerado.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

D'AMBRÓSIO, U. **Etnomatemática**. São Paulo: Ática, 1990.

FREIRE, Paulo & DONALDO, Macedo. **Alfabetização: leitura da palavra leitura do mundo**. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1990.

IBGE. **Manual do recenseador para o X recenseamento geral do Brasil – 1999**. Rio de Janeiro: Fundação Instituto Brasileiro de Estatística, 1999.

INAF – INDICADOR NACIONAL DE ALFABETISMO FUNCIONAL. Um diagnóstico para a inclusão social – Primeiros resultados. São Paulo: Instituto Paulo Montenegro, Ação Educativa, 2001. (mimeo - [www.ipm.org.br](http://www.ipm.org.br)).

INAF – 2º INDICADOR NACIONAL DE ALFABETISMO FUNCIONAL. Um diagnóstico para a inclusão social pela Educação. São Paulo: Instituto Paulo Montenegro, Ação Educativa, 2002. (mimeo - [www.ipm.org.br](http://www.ipm.org.br)).

MACHADO, A. P. **Do significado da escrita da matemática na prática de ensinar e no processo de aprendizagem a partir do discurso de professores**. 2003. 291 p. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Instituto de Geociência e Exatas/Universidade Estadual Paulista, Rio Claro.

OECD. Sample Tasks from Pisa 2000 Assesment. Reading mathematical and scientific literacy, 2002.

RIBEIRO, Vera Masagão. **Alfabetismo e atitudes: pesquisa com jovens e adultos**. Campinas-SP: Papirus; São Paulo: Ação Educativa, 1999.

UNESCO. **Projeto de Avaliação Diagnóstica da EJA**. Programas Brasil Alfabetizado e Fazendo Escola. Brasília. Disponível em <http://portal.mec.gov.br/secad>. 2003.

FONSECA, Maria da Conceição Ferreira Reis. **Letramento no Brasil: habilidades matemáticas. Reflexões a partir do INAF 2002**. São Paulo: Global, Instituto Paulo Montenegro, 2004.

GONÇALVES, Tadeu Oliver. **A constituição do formador de matemática: a prática formadora**. Belém: CEJUP ED, 2006.

MELLO, Maria Cristina de & RIBEIRO, Amélia Escotto do Amaral (org). **Letramento: significados e tendências**. Rio de Janeiro: Wak, 2004.

SMOLE, Kátia C. S. & DINIZ, Maria Ignez. **Ler e aprender matemática**. In: SMOLE, Kátia C. S. & DINIZ, Maria Ignez (Orgs.). **Ler, escrever e resolver problemas: habilidades básicas para aprender Matemática**. Porto Alegre: Artmed, 2001.

SOARES, Magda. **Letramento: um tema em três gêneros**. 2. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2005.

TFOUNI, L. **Adultos não-alfabetizados: o avesso do avesso**. Campinas-SP: Pontes, 1988.

# MATEMÁTICA EM AÇÃO: UMA ATITUDE DINÂMICA NO ESPAÇO PÚBLICO ESCOLAR

Diego Melo da Cruz<sup>1</sup>  
Tayná Lobo<sup>2</sup>, Bianca da Silva Lopes Nogueira<sup>3</sup>,  
Wanderley Moura Rezende (orientador)<sup>4</sup>

<sup>1</sup>UFF/IME, diego15\_wolf@hotmail.com

<sup>2</sup>UFF/IME, taynalobos@gmail.com

<sup>3</sup>UFF/IME, bianca\_kadu@hotmail.com

<sup>4</sup>UFF/IME, wmrezende@id.uff.br

## Resumo

O conhecimento a que temos acesso hoje em dia e os fenômenos que ocorrem fora da escola são cada vez mais difíceis de serem enquadrados em uma única disciplina. Por conta disso, a interdisciplinaridade, já há algum tempo, vem ganhando espaço na literatura acadêmica e na forma de organização do trabalho escolar. Não cabe mais pensarmos as disciplinas como ilhas, áreas de conhecimento dominadas pela visão de um especialista. O filósofo francês Descartes concebia a Matemática como a seiva que percorre e alimenta toda a árvore do conhecimento. Corrigindo esta alegoria, o professor Nilson José Machado propõe outro componente para a seiva: a língua materna. Segundo o autor, a língua materna e a Matemática compõem uma linguagem mista que precisa ser alcançada para se chegar ao conhecimento de qualquer outra área. Assim, inspirado nesta revisão da alegoria da árvore cartesiana, foi elaborado como ação permanente do subprojeto de Matemática do PIBID UFF em suas escolas sede o projeto de ensino “Matemática em Ação”. Este projeto, tendo como referência o ensino e aprendizagem da Matemática e como objetivo a resolução de situações-problema contextualizadas e de natureza interdisciplinar, tem ainda outro aspecto importante: é um espaço onde o licenciando vive a experiência da prática docente dentro da realidade da educação pública, ampliando e dando maior significado a arte de ensinar. Assim, neste trabalho descreveremos detalhes do projeto relacionados à motivação, confecção do material, dinâmica de aplicação e resultados obtidos.

**Palavras-chave:** Formação de Professores; Contextualização; Interdisciplinaridade.

## INTRODUÇÃO

Muito se discute sobre o fracasso escolar na educação básica como forma de se repensar a lógica da escola que tem persistido em altos índices de evasão ou de retenção. Nesse contexto, a disciplina de Matemática é considerada como uma das disciplinas mais difíceis de ser ensinada e compreendida pelos alunos, ela tem sido apontada, inclusive, como uma das principais responsáveis pelo aumento do fracasso escolar e pela evasão de vários alunos.

*Os que abandonam a escola o fazem por diversos fatores de ordem social e econômica, mas também por sem sentirem excluídos da dinâmica de ensino e aprendizagem. Nesse processo de exclusão, o insucesso na aprendizagem matemática tem tido papel destacado e determina a frequente atitude de distanciamento, temor e rejeição em relação a essa*



*disciplina, que parece ao aluno inacessível e sem sentido. (BRASIL, 2002, p.13)*

Os conhecimentos a que temos acesso e os fenômenos que ocorrem fora da escola estão cada vez mais difíceis de serem enquadrados em uma única disciplina. Por conta disso, a interdisciplinaridade (ou transposição de saberes), já há algum tempo, ganha espaço na literatura acadêmica e na forma de organização do trabalho escolar. Não cabe mais pensarmos as disciplinas como ilhas, áreas de conhecimento dominadas pela visão de um especialista. Uma das grandes competências propostas pelos Parâmetros Curriculares Nacional do Ensino Médio (PCNEM), diz respeito à contextualização sociocultural como forma de aproximar o aluno da realidade e fazê-lo vivenciar situações próximas que lhe permitam reconhecer a diversidade que o cerca, reconhecendo-se como indivíduo capaz de ler e atuar nesta realidade.

Segundo Machado (1995, p.39), “a matemática não se caracteriza como um conteúdo em si mesmo, ainda quando aplicamos a determinados temas, mas como um sistema de representação com as características de uma linguagem”. Para Descartes, a matemática representava, em sua alegoria, a “seiva da árvore do conhecimento”. Nessa perspectiva, a matemática foi considerada a condição de possibilidade da construção do conhecimento em qualquer ramo. Ao fazer uma revisão da alegoria cartesiana, Machado (1993) sustenta a tese de que a língua materna e a matemática formam dois sistemas básicos de representação da realidade. São instrumentos de expressão e de comunicação e, conjuntamente, são uma condição de possibilidade do conhecimento em qualquer área.

*“O par Língua/Matemática compõem uma linguagem mista, imprescindível para o ensino e com características de um degrau necessário para alcançarem-se linguagens específicas das disciplinas particulares”. (MACHADO, 1993, p.33)*

Em consonância com as ideias do autor, consideramos, de fato, que a matemática e a língua materna compõem uma linguagem mista necessária para se chegar ao conhecimento de qualquer outra área. Por outro lado, pensamos que a matemática, responsável por desempenhar na construção do conhecimento o papel fundamental de seiva, pode se alimentar por meio dos outros componentes da “árvore” de modo a dar significado e sentido aos seus próprios conceitos e resultados. Nesse sentido, pode-se afirmar que o projeto Matemática em Ação caracteriza-se por um processo dinâmico no espaço escolar que tem como um de seus objetivos o ensino e a aprendizagem da matemática de forma mais significativa para os alunos.

## **DESCRIÇÃO DO PROJETO**

O projeto Matemática em Ação teve início com o desenvolvimento das atividades do Subprojeto de Matemática do PIBID UFF (edital da CAPES de 2011). Trata-se de um projeto de ensino permanente que se adapta às necessidades e características da escola sede onde é aplicado. Nos dois últimos anos, este projeto vem sendo desenvolvido no Colégio Estadual Manuel de Abreu, situado no município de Niterói. Neste ano, em particular, suas ações são realizadas todas as segundas, quartas e sextas-feiras, das 08h40min às 12h20min, para alunos de seis turmas de terceiro ano do Ensino Médio. Tendo seu início coincidido com o início do ano letivo.

Como atividade inaugural tivemos uma apresentação comentada do vídeo “A História do Número 1” – um documentário que conta a história dos números ao longo do tempo – pelo coordenador de área do Subprojeto de Matemática do PIBID UFF. Devido à

limitação do espaço físico do auditório do Colégio, a atividade foi realizada três vezes e, em cada uma delas, estavam presentes os bolsistas, os professores supervisores responsáveis pelo desenvolvimento do projeto e duas das turmas participantes do projeto.

Para cada turma, que possui, em média, 30 alunos regularmente inscritos, são designados três ou quatro bolsistas de iniciação à docência para o acompanhamento e desenvolvimento das atividades do projeto. As sessões semanais ocorrem em formato de estudo dirigido, com duração de dois tempos de 50 minutos para cada turma. Todo material didático utilizado no desenvolvimento do projeto é confeccionado pelos dez bolsistas em parceria com os dois supervisores, ambos regentes das turmas participantes.

Inicialmente, as atividades propostas para este primeiro semestre visaram uma equalização do conhecimento adquirido pelos alunos nos anos letivos anteriores, pois, devido a questões operacionais da instituição de ensino, alguns dos alunos envolvidos no projeto não tiveram total acesso ao conhecimento previsto no currículo dos anos antecedentes. Desta forma, as primeiras atividades a serem executadas foram planejadas tendo como matriz de referência os conteúdos, já abordados em anos anteriores, do SAERJINHO<sup>1</sup>, adquirindo assim um novo formato de atuação. Nosso principal intuito com esse tipo de abordagem era minimizar ‘lacunas de conhecimento’ existentes, de forma a potencializar a ação principal do projeto.

Nesse processo de equalização, as questões trabalhadas nas fichas de atividades foram retiradas de livros didáticos, edições antigas do SAERJINHO/SAERJ<sup>2</sup>, vestibulares, ENEM (Exame Nacional do Ensino Médio), etc. Juntamente das listas, foram elaborados gabaritos comentados, planejamento semanal das atividades a serem desenvolvidas em cada turma, e um resumo referente ao conteúdo abordado em cada ficha de atividade proposta. Após esse primeiro momento, pretende-se maximizar as ações tendo como foco os objetivos do projeto. Além da resolução de questões contextualizadas e interdisciplinares, como as que são abordadas, por exemplo, no ENEM, pretende-se dar mais ênfase à realização de oficinas com os alunos da escola.

A dinâmica aplicada em sala de aula é realizada em formato de estudo dirigido, destacando-se três momentos: no primeiro momento os bolsistas fazem uma breve introdução/revisão do conteúdo da ficha a ser trabalhada; no segundo momento, os alunos se organizam em duplas, ou trios, e recebem as fichas de atividades; e, no terceiro momento, os alunos com dúvidas/dificuldades pedem auxílio aos bolsistas, visando à compreensão das atividades propostas. Ao final da sessão, as resoluções dos alunos são recolhidas para que seja realizada uma análise e correção das mesmas. Após este processo, são liberados os gabaritos comentados e pode-se diagnosticar se ocorreu, de fato, a aprendizagem dos conteúdos ensinados, ou se há alguma outra dificuldade não relacionada ao foco da atividade proposta. As atividades do projeto também são utilizadas pelos professores como instrumento de avaliação, seja como reposição de atividades perdidas ou como atividades extras na intenção de estimular a participação e auxiliar os alunos. O projeto atua de maneira complementar ao processo de ensino realizado pelos professores responsáveis, sendo executado em tempos vagos do quadro de horário das turmas

---

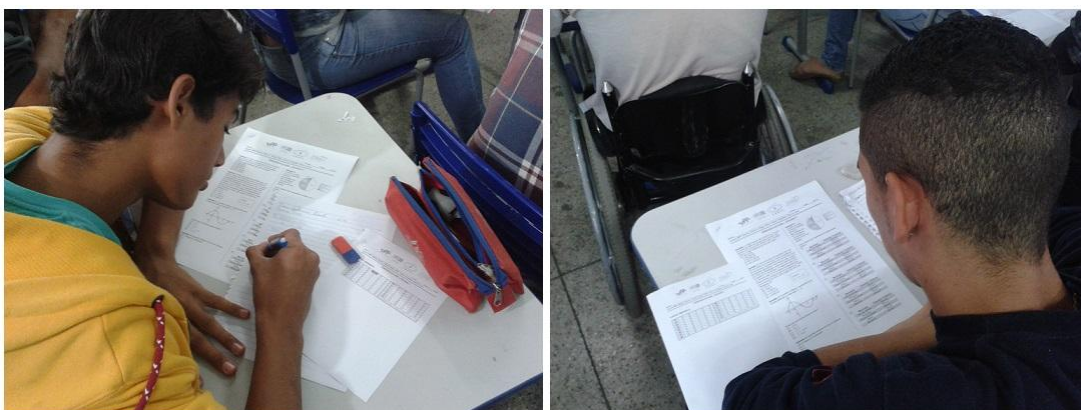
<sup>1</sup> SAERJINHO - Sistema de avaliação bimestral que consiste aplicação de provas de Língua Portuguesa e de Matemática em alunos do 5º e 9º ano do Ensino Fundamental e das três séries do Ensino Médio escolas estaduais de ensino regular presencial do Estado do Rio de Janeiro, ao final de cada bimestre.

<sup>2</sup> SAERJ - Sistema de Avaliação da Educação do Estado do Rio de Janeiro criado em 2008, com o objetivo de promover uma análise do desempenho dos alunos da rede pública do Rio de Janeiro nas áreas de Língua Portuguesa e Matemática. O exame é aplicado em turmas do 5º e do 9º ano do Ensino Fundamental, da 3ª série do Ensino Médio.

participantes. Cabe aos bolsistas a regência das atividades, que conta com a supervisão dos professores supervisores e do professor universitário, coordenador da área.

Ao final de um “módulo” de atividades propostas, que geralmente coincide com a duração de um bimestre escolar, há a aplicação de simulados. Nesta atividade ocorre uma mudança na dinâmica de atuação, não há uma breve explicação dos conteúdos a serem trabalhados, assim como não há a possibilidade de auxílio, por parte dos bolsistas, na resolução dos problemas propostos. É realizado de forma individual pelos alunos, sem possibilidade de consulta ao material didático. Para sua confecção, realiza-se a seleção/elaboração de 20 questões e estas, referem-se aos conteúdos abordados nas fichas de atividades trabalhadas anteriormente. Os simulados contam com um caderno de questões e com um cartão resposta, ambos entregues aos estudantes que possuem 1h e 40min para respondê-lo e entregá-lo. Após a aplicação do simulado em todas as turmas participantes do projeto, são divulgados os resultados e o gabarito comentado, com o intuito de que os alunos tenham a possibilidade de averiguar os erros cometidos.

**Figura 1: Alunos em ação**



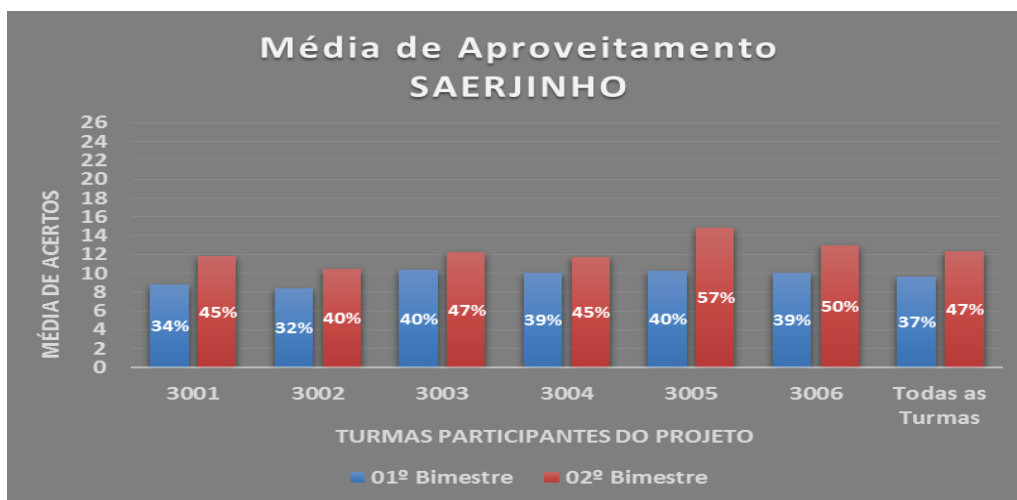
Elaborada pelos autores, 2015, Disponível em: [https://drive.google.com/file/d/0B9-YA9lO\\_oxHYXNPZ0R4aldqVEE/view](https://drive.google.com/file/d/0B9-YA9lO_oxHYXNPZ0R4aldqVEE/view). Acesso em: 22/jul/2015.

## **AValiação e Considerações Finais**

Como um indicador dos resultados obtidos pelas ações desenvolvidas no projeto, até o presente momento, podemos citar o desempenho na avaliação, SAERJINHO, do 1º e 2º bimestre das turmas participantes do projeto Matemática em Ação. Para a avaliação do 1º bimestre, os alunos contaram com cinco semanas de projeto, sendo as quatro primeiras semanas, uma revisão de conteúdos em formato de estudo dirigido com aplicação de fichas de atividades e na última semana, a aplicação de um simulado, contemplando todos os conteúdos abordados nas semanas anteriores. Já para a avaliação do 2º bimestre, os alunos dispuseram de seis semanas de projeto, executadas de forma similar à do 1º bimestre, sendo reservada a última semana para a aplicação do simulado.

De acordo com os resultados obtidos no SAERJINHO dos dois primeiros bimestres, verificamos que, ao total, as turmas obtiveram um aumento na média de questões respondidas corretamente, por aluno. Esse aumento equivale a aproximadamente três acertos ou 10%. No gráfico a seguir (figura 2), apresenta-se o cenário da média de acertos de cada turma participante do projeto, em relação ao SAERJINHO. Podemos tanto observar o aumento no número de acertos de um bimestre para o outro como também, pode-se verificar o percentual aproximado da diferença de aproveitamento das questões entre os bimestres.

**Figura 2: Média de acertos das turmas nas avaliações do SAERJINHO dos dois primeiros bimestres do ano letivo de 2015**



Elaborada pelos autores, 2015.

Com a realização deste projeto, espera-se como fruto muito mais do que resultados pragmáticos em termos de rendimentos escolares: espera-se, sobretudo, despertar o interesse do estudante pela Matemática. Como diria Lins (2004), “fazer os alunos verem ‘a matemática na vida real’, ‘trazer a vida real para a sala de aula’”.

*O aluno que estuda geografia na escola, vê, em jornais e revistas ou na televisão, falarem de outros países, de rios, de mares, de montanhas, de povos e do que eles fazem. E mesmo para a biologia, a química e a física, eles aparecem nas notícias e nos gibis. Uma solução que parece indicada nesta situação é buscar fazer os alunos verem ‘a matemática na vida real’, ‘trazer a vida real para a sala de aula’. (LINS, 2004, p.93)*

Acreditamos que uma visão mais ampla da educação deva priorizar uma formação integral do estudante. Machado (1997), em seu texto, discute como a noção de cidadania deve estar articulada aos projetos individuais e coletivos de uma sociedade. Desta forma, “educação para a cidadania” deve envolver uma discussão sobre valores pessoais e da sociedade como um todo. A Educação deve promover a crítica em relação aos próprios valores que a envolvem. Com esse intuito, planejou-se a realização de algumas palestras e oficinas com os alunos participantes do projeto para o início do segundo semestre letivo.

Por ora, pode-se dizer que o retorno obtido, através de feedbacks dos próprios alunos e do desempenho dos mesmos nas atividades propostas durante a atuação do projeto, vem sendo bastante positivo.

*Têm sido uma experiência muito interessante. Eu tenho aprendido muitas coisas novas e tenho aprendido de um jeito diferente de resolver várias coisas que eu tinha aprendido no colégio. Hoje em dia eu vejo que é tudo bem mais fácil. (Carlos Henrique, depoimento do aluno da turma 3001<sup>3</sup>)*

Assim, para o VII Encontro Mineiro de Educação Matemática, pretendemos compartilhar com os participantes do evento, nossas experiências, angústias e desejos por conta deste projeto que, para nós, é um grande desafio, mas que é também uma ação potencial para a prática da educação matemática, para a formação docente dos licenciandos e para a formação continuada dos professores supervisores e coordenador.

<sup>3</sup> Disponível em [https://drive.google.com/open?id=0B9-YA9IO\\_oxHbUstVndzSkdHcGs](https://drive.google.com/open?id=0B9-YA9IO_oxHbUstVndzSkdHcGs)

## REFERÊNCIAS

BRASIL. **PCN + Ensino Médio:** Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares. Brasília: MEC/SEMTEC, 2002.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais:** Ensino Médio. Brasília: MEC/SEMTEC, 2000.

LINS, R. C. Matemática, monstros, significados e educação matemática. In: BICUDO, M.A.V.; BORBA, M. C. B. (Orgs.). **Educação matemática: pesquisa em movimento.** São Paulo: Cortez, 2004. v. 1, p. 92-120.

MACHADO, N.J. **Matemática e Língua Materna:** Análise de uma impregnação mútua. São Paulo. Cortez, 1993.

MACHADO, N.J. **Epistemologia e Didática:** As Concepções de Conhecimento e Inteligência e a Prática Docente. São Paulo: Cortez, 1995.

MACHADO, N.J. **Cidadania e Educação.** 4º Edição. São Paulo: Escrituras, 1997.

# MODELAGEM MATEMÁTICA COM O SUPORTE DO FACEBOOK, RUMO A UMA BLENDED-LEARNING?

Neil da Rocha Canedo Junior<sup>1</sup>  
Marco Aurélio Kistemann Junior<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Prefeitura de Juiz de Fora/Universidade Federal de Juiz de Fora, neilcanedo@gmail.com

<sup>2</sup> Universidade Federal de Juiz de Fora /Departamento de Matemática, marco.kistemann@ufjf.edu.br

## Resumo

Este trabalho relata nossas experiências com o uso do *Facebook* como ferramenta pedagógica no desenvolvimento de projetos de Modelagem Matemática no contexto do Ensino Fundamental, em uma escola pública do município de Juiz de Fora (MG). Apresentamos o uso que fazemos dessa rede social tanto na interação multimodal que ela permite entre professor e alunos em nossos trabalhos de Modelagem, como na colaboração on-line entre professores e/ou pesquisadores que se interessam por essa temática. Entendemos que o relato das nossas experiências didáticas com o *Facebook* traz reflexões a respeito de uma problemática bastante atual, a saber, a presença das redes sociais nos meios educacionais.

**Palavras-chave:** Educação Matemática; Modelagem Matemática; Seres-humanos-com-mídias; Redes Sociais On-line.

## INTRODUÇÃO

Neste trabalho buscamos compartilhar com a comunidade de Educadores Matemáticos nossas experiências com a presença do *Facebook* como suporte às atividades de Modelagem<sup>1</sup> de alunos do segundo segmento do Ensino Fundamental em uma escola pública do município de Juiz de Fora (MG). A Modelagem é prática pedagógica presente à Educação Matemática praticada pelo primeiro autor deste trabalho, desde o ano de 2010, de maneira que veio a se tornar o lócus investigativo da nossa pesquisa mestrado<sup>2</sup>.

O uso do *Facebook* como suporte pedagógico à Modelagem que praticamos em nossas aulas emerge, de um lado, como resposta à atitude que observamos em alguns alunos ao longo da nossa pesquisa de mestrado de acessarem seus perfis nessa rede em vez de se dedicarem às suas atividades de Modelagem. Por outro lado, a exploração das possibilidades oferecidas pela Internet, dentre as quais as redes sociais, em atividades escolares como os trabalhos com Modelagem, é uma questão que vem sendo considerada por alguns autores. Malheiros e Franchi (2013, p. 188), por exemplo, apontam que “as redes sociais permeiam o cotidiano de parte dos estudantes e podem ser exploradas com finalidades educacionais”. Já Diniz e Borba (2012, p. 956) acrescentam que “o uso de blogs, de redes sociais como o *Facebook* (a mais popular do Brasil no momento) e a

---

<sup>1</sup> Desse ponto em diante, vamos usar o termo Modelagem para nos referirmos à Modelagem Matemática enquanto prática letiva no contexto da Educação Matemática.

<sup>2</sup> Pesquisa de mestrado desenvolvida pelo primeiro autor entre os anos de 2012 e 2014, tendo o segundo autor como orientador.

contínua transformação da Internet, com suporte cada vez maior para vídeo, podem transformar a modelagem”.

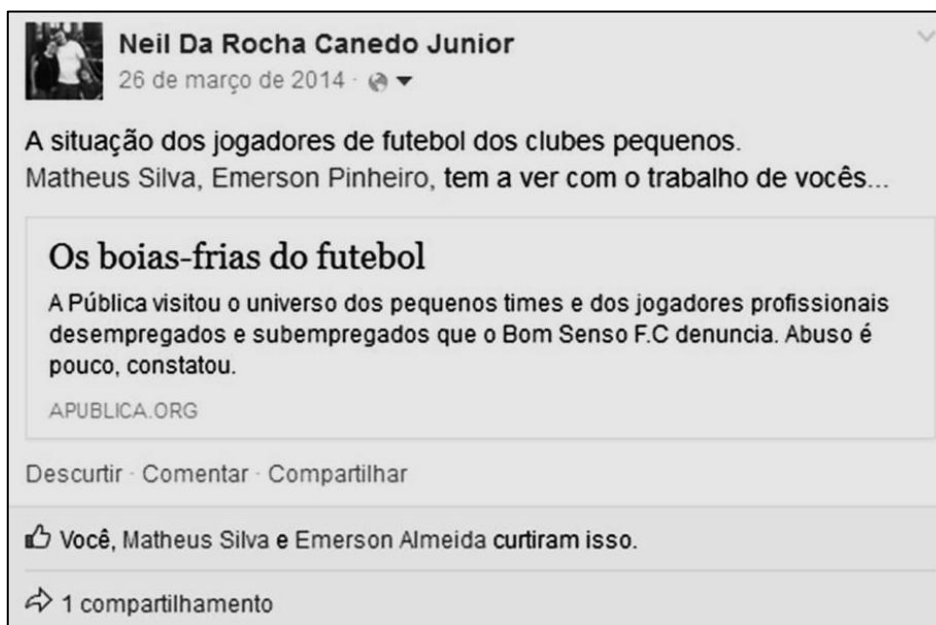
Além disso, o uso dessa rede social como suporte pedagógico vai ao encontro das nossas concepções de conhecimento e de Modelagem, uma vez que entendemos a Modelagem como uma abordagem pedagógica em que os alunos, divididos em grupos, elegem um tema a respeito do qual problematizam e investigam por meio da Matemática (BARBOSA, 2001), mediados pelo professor e na presença de diferentes mídias (oralidade, escrita e informática), as quais participam como atrizes dos processos de produção de conhecimentos (BORBA; VILLAREAL, 2005). Dessa forma, o *Facebook* constitui mais uma mídia a integrar um coletivo pensante de seres-humanos-com-mídias.

Apresentaremos as possibilidades do uso do *Facebook* enquanto suporte didático às práticas de Modelagem começando com a descrição que vai desde as primeiras trocas espontâneas de informação entre alunos e professor, até uma interação mais sistemática que vem acontecendo por meio de grupos e eventos criados nessa rede para esse fim específico. Acrescentamos que tais possibilidades têm extrapolado as relações entre professor e alunos ao ponto de contribuir, também, com a formação inicial e continuada de professores e com o desenvolvimento de pesquisas acadêmicas.

## O FACEBOOK E O FAZER MODELAGEM

A atitude de alguns alunos, observada ao longo da nossa pesquisa de mestrado, sugere uma relação um tanto quanto dissonante entre o *Facebook* e as tarefas de Modelagem, uma vez que preferiam acessar seus perfis nas redes sócias em vez de se dedicarem às suas tarefas de Modelagem (CANEDO JR, 2014).

**Figura 1:** Postagem que apresenta aos alunos informações úteis a uma atividade de Modelagem.



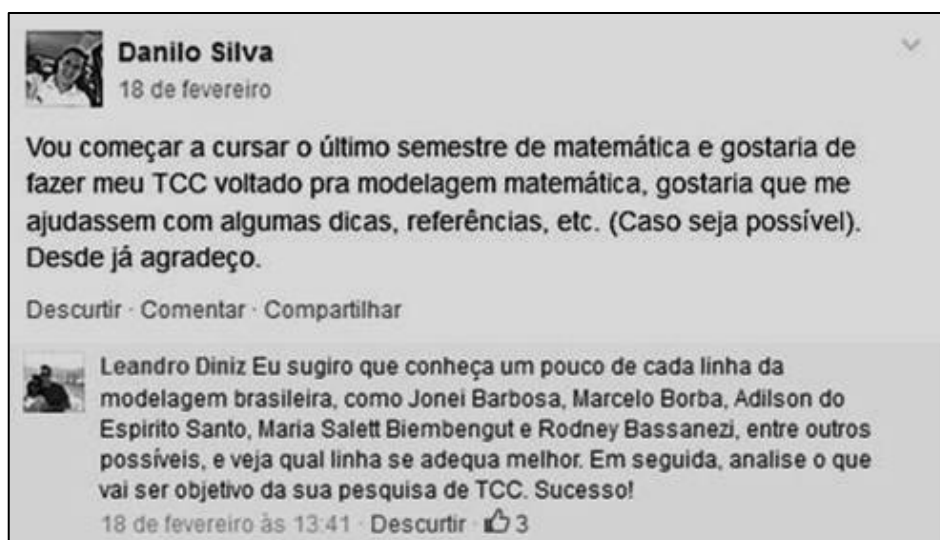
**Fonte:** Perfil no Facebook do primeiro autor deste trabalho.

Contudo, a continuidade das práticas de Modelagem, para além da pesquisa de mestrado, cuidou de estabelecer a ressonância entre o fazer Modelagem dos alunos e a

presença do *Facebook*. A princípio, o suporte dessa mídia às tarefas de Modelagem acontecia por meio de trocas de informações espontâneas e esporádicas entre professor e alunos por meio de *postagens* no *Facebook* (figura 1). Da intensificação dessa comunicação on-line surgiu a possibilidade de uma interação mais sistemática que poderia ser feita por meio de grupos criados nessa rede social.

Primeiro foi criado um grupo público denominado *Projetos de Modelagem Matemática*<sup>3</sup>, em 21/11/2014. O fato de ser um grupo aberto fez com que alguns professores e/ou pesquisadores viessem a participar do mesmo, alguns por iniciativa própria, através de *solicitação* e outros a convite nosso. O grupo em questão tem servido de veículo de divulgação dos nossos trabalhos e também como uma espécie de colaboração on-line entre professores e pesquisadores, como exemplifica a postagem apresentada na figura 2.

**Figura 2:** Postagem com aluno de graduação buscando sugestões para o seu TCC.



**Fonte:** Grupo do Facebook Projetos de Modelagem Matemática.

Se, por um lado, esse grupo de natureza aberta favorece a divulgação de nossos trabalhos e a colaboração on-line entre professores e pesquisadores, por outro, a presença desses *intrusos* inibiu a participação dos alunos interferindo de forma negativa na interação entre eles e o professor. Em outras palavras, ao assumir a função de colaboração e divulgação, o grupo perdeu a função de ferramenta pedagógica de suporte às tarefas de Modelagem dos alunos. Frente a essa constatação, criamos, em 12/02/2015, um *grupo fechado* denominado *Modelagem Matemática EMJGR*, no âmbito do qual temos promovido a interação entre os alunos e o professor no sentido de favorecer as nossas práticas de Modelagem. A posterior criação de eventos no interior desse grupo permitiu que cada uma das equipes de alunos compartilhasse informações específicas a respeito do trabalho de Modelagem que desenvolve. A figura 3 mostra uma postagem por meio da qual o professor apresenta aos alunos de uma equipe que desenvolve um trabalho de Modelagem a respeito da temática Crise Hídrica e Desmatamento, um link de um vídeo a respeito de um projeto de reflorestamento desenvolvido por uma ONG nas nascentes do Rio Doce.

<sup>3</sup> Em <https://www.facebook.com/groups/503588186449462>.



**Figura 3:** Postagem em que o professor compartilha o link de um vídeo com os alunos.



**Fonte:** Evento do grupo do *Facebook Modelagem Matemática EMJGR*.

Entendemos que o *Facebook* tem oferecido ao nosso fazer Modelagem um ambiente de interação multimodal, pois permite trocar informações na forma de arquivo de texto, imagem, links de vídeo, *chat*, etc. Além disso, essas interações à distância, mescladas às aulas presenciais, trazem para a Educação Matemática que praticamos elementos de uma tendência a qual Borba, Scucuglia e Gadanidis (2014, p. 77) denominam “*blended-learning*, ou *b-learning*, que pode ser traduzido como ensino misturado, ensino de modalidades combinadas, sugerindo uma articulação entre o presencial e o virtual”.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

Ao longo do texto, procuramos compartilhar com a comunidade de educadores matemáticos nossas experiências com o uso do *Facebook* como suporte pedagógico ao nosso fazer Modelagem.

Reiteramos que a presença dessa rede na Educação Matemática que praticamos busca superar a relação de dissonância observada em nossa pesquisa de mestrado entre o *Facebook* e o fazer Modelagem dos alunos, mas também vai ao encontro das sugestões de autores que, a exemplo de Malheiros e Franchi (2013) e Diniz e Borba (2012), apontam para a necessidade de se explorar e investigar as potencialidades do uso pedagógico das redes sociais.

, Frente ao exposto, esperamos que as experiências aqui descritas possam contribuir no sentido de inspirar a prática letiva de professores e futuros professores, no sentido de explorar as possibilidades oferecidas pelas redes sociais no sentido de torna-las ferramentas a serviço da Educação Matemática. Também é nossa esperança oferecer a pesquisadores e futuros pesquisadores possibilidades de pesquisas que tenham o uso pedagógico das redes sociais como lócus investigativos, uma vez que entendemos essa problemática como uma fecunda região de inquérito.

## REFERÊNCIAS

BARBOSA, J. C. **Modelagem matemática: concepções e experiências de futuros professores**. 2001. 268f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2001.

BORBA, M. C.; SCUCUGLIA, R. R. S.; GADANIDIS, G. **Fases das tecnologias digitais em Educação Matemática: sala de aula e internet em movimento**. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2014.

BORBA, M. C.; VILLARREAL, M. E. **Humans-With-Media and the reorganization of mathematical thinking: information and communication technologies, modeling, experimentation and visualization**. v. 39, New York: Springer, 2005.

CANEDO JR. N. R. **A modelagem como uma “atividade” de “seres-humanos-com-mídias”**. 2014. 238f. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática) – Universidade Federal de Juiz de Fora. Instituto de Ciências Exatas. Programa de pós-graduação em Educação Matemática, Juiz de Fora, 2014.

DINIZ, L. N.; BORBA, M. C. Leitura e Interpretação de Dados prontos em um ambiente de modelagem e tecnologias digitais: o mosaico em movimento. **Bolema**, Rio Claro (SP), v. 26, n. 43, p. 935-962, ago. 2012.

MALHEIROS, A. P. S.; FRANCHI, R. H. O. L. **As tecnologias da informação e comunicação nas produções sobre modelagem no GPIMEM**. In: BORBA, M. C.; CHIARI, A. (org.). **Tecnologias Digitais e Educação Matemática**. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2013. P. 175-189.

# **O ENSINO DA MATEMÁTICA NA EJA: UM RELATO DE EXPERIÊNCIA NO NÚCLEO DE EDUCAÇÃO DE ADULTOS**

**Angélica Martins da Silva<sup>1</sup>**  
**Edgar Pereira Coelho<sup>2</sup>**

<sup>1</sup>Universidade Federal de Viçosa/ Departamento de Educação, angelica.martins@ufv.br

<sup>2</sup>Universidade Federal de Viçosa/ Departamento de Educação, edgar.coelho@ufv.br

## **Resumo**

A aprendizagem da disciplina matemática na Educação de Adultos (EJA) no Núcleo de Educação de Adultos (NEAd) é constituída a partir do conhecimento do educando. Neste contexto, tendo por objetivo uma formação cidadã, o NEAd busca proporcionar aulas de matemática-ensino fundamental firmadas nos referenciais de Paulo Freire. As aulas são estabelecidas mediante uma proposta didática com atividades que possibilitam a construção de significados. Verifica-se que o educando é capaz de relacionar de modo crítico o conteúdo da disciplina juntamente com o seu cotidiano. A efetivação deste ato indica que os estudantes estão desenvolvendo pensamento crítico no que se refere ao estudo do saber matemático. Ocorre um processo de formação humana, que propicia ao educando-adulto refletir, sem desvalorizar o conhecimento que já está estabelecido em sua identidade e superar a situação de excluído imposta pela sociedade. Com tudo, a educação matemática na perspectiva da EJA consiste em um meio político, devido a estabelecer uma relação entre o conhecimento e as relações de poder, direcionando o educando para mudanças na sua atuação na sociedade.

**Palavras-chave:** Educação Matemática; Paulo Freire; EJA.

## **INTRODUÇÃO**

A Universidade é composta pelo ensino, pesquisa e extensão. Estes três pilares são fundamentais para a formação do estudante ao decorrer do período em que está inserido no meio acadêmico. Verifica-se que proporciona ao graduando autonomia, criticidade, responsabilidade. Contudo, a Universidade “formar profissionais nas diferentes áreas do saber, promovendo a divulgação de conhecimentos culturais, científicos e técnicos e comunicando-os por meio do ensino” (LIBÂNEO, OLIVEIRA e TOSCHI, 2003, p.259).

No que diz respeito ao ensino, pode-se destacar que a Universidade Federal de Viçosa (UFV) possibilita inserção de estudantes em projetos que viabilizam a

aprendizagem da disciplina Matemática no Núcleo de Educação de Adultos (NEAd). Este núcleo é constituído a partir do conhecimento do educando, por meio de suas experiências profissionais e cotidianas vividas em sua trajetória pessoal.

## DESENVOLVIMENTO

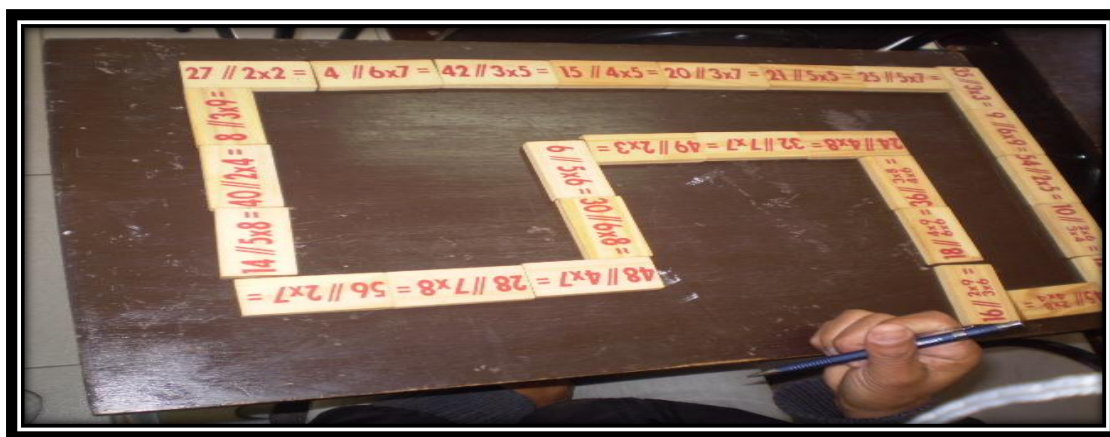
O Núcleo de Educação de Adulto busca ofertar aulas da disciplina acadêmica Matemática- Ensino Fundamental, firmadas nos princípios filosóficos e referenciais educativos do educador Paulo Freire, a partir da realidade em que o educando está inserido. As concepções freirianas neste processo são importantes, devido:

*(...) uma aproximação entre a teoria de Paulo Freire e a Educação Matemática no sentido de que ambos buscam uma melhor compreensão do seu objeto de estudo pelo oprimido. Seja no ensino contextualizado, na busca de elementos que façam parte da realidade do aluno, tem-se como meta obter elementos para rediscutir seu papel na sociedade e buscar uma compreensão mais problematizadora da realidade, abandonando a concepção ingênua (...)*

(FORGES, 2005, p.52)

Por meio de uma proposta didática fundamentada em círculos de cultura que contenham atividades firmadas na ação e diálogo, as aulas são estabelecidas. Ao decorrer do período letivo, o educador aplica atividades que efetivam a participação do educando como jogos matemáticos (Figura 1), resolução de problemas, cálculo de operações, discussão de temas geradores, entre outras atividades. Constituem um meio de construção de significados e não aplicação de resolução de exercícios sem relação com o que sucede em seu cotidiano.

**Figura 1: Jogo Matemático**



Fonte – ANFGÉLICA MARTINS DA SILVA, 2011.

Os educandos são levados a refletir sobre sua situação na sociedade e as ações que deve realizar para transformá-la. A partir deste instante, a educação torna-se um processo de libertação da opressão. No que diz respeito ao educador, este é o facilitador e orientador dos educandos para uma aprendizagem crítica e engajada na realidade vivida. Este

profissional possui uma postura alicerçada num processo permanente de reflexão, exercendo também o lugar de aprendiz na sala de aula.

Observa-se que é despertado no educando a autonomia intelectual e moral, pressuposta por uma aprendizagem libertadora. Estes indivíduos agora são capazes de tomar suas próprias decisões frente a diversas situações que antes os afligiam, de forma que este processo garanta uma participação ativa e consciente na sociedade. Além disso, libertam-se de uma relação opressora e da injustiça, passando a questionar e criticar sua situação perante a sociedade. Isto se deve pela articulação do saber científico mediado por suas leituras de mundo.

## **CONSIDERAÇÕES FINAIS**

A educação de adultos emerge firmada no segmento da formação humana, que propicia ao educando-adulto a questionar-se sobre o processo de agir e refletir, sem desvalorizar o conhecimento primário que já está estabelecido em sua identidade. Superando a sua situação de excluído, que a sociedade o impõe.

A educação matemática na perspectiva do educando adulto consiste em um meio político, devido ao fato de estabelecer relação entre o conhecimento e as relações de poder, direciona-se a possíveis mudanças de lugar na sociedade em que está inserido. Uma espécie de transição de uma consciência alienada para uma visão mais crítica.

Uma forma de educação para a conscientização, muito além de uma técnica, de maneira que a pessoa seja agente de sua própria transformação, construindo uma nova pedagogia onde a práxis exerce o papel transformador baseada em uma natureza política. Todo o processo educacional torna-se um ato político não neutro, uma vez que a educação emerge firmada no processo de conscientização humana.

## **REFERÊN**

### **CIAS BIBLIOGRÁFICAS**

**FORGER, R. Paulo Freire e a educação matemática: reflexões sobre a formação do professor.** 2005. f.193. Dissertação (Mestrado em Educação) – Pontífice Universidade Católica de Campinas, Campinas, 2005.

**LIBÂNEO, J. C.; OLIVEIRA, J. F. de; TOSCHI, M. S. Educação escolar: políticas, estrutura e organização.** São Paulo: Atlas, 2003.

**FREIRE, P. A importância do ato de ler.** São Paulo: Cortez Editora, 1997.

\_\_\_\_\_. **Extensão ou comunicação.** 13 Edição. São Paulo: Paz e Terra: 2006.

\_\_\_\_\_. **Pedagogia da esperança: um reencontro com a pedagogia do oprimido.** Rio de

\_\_\_\_\_. **Pedagogia da autonomia: saberes necessários à prática educativa.** São Paulo: Paz e Terra, 1996.

Janeiro: Paz e Terra, 1992.

\_\_\_\_\_. **Pedagogia do oprimido**. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1970.

GADOTTI, Moacir. **Educação e Poder**. 10 Edição. São Paulo: Cortez, 1991.

# O ENSINO DE GEOMETRIA ALIADO A ARTE

**Juliana De Souza Oliveira<sup>1</sup>**  
**Marla De Jesus Oliveira<sup>2</sup>**

<sup>1</sup> Universidade Estadual de Feira de Santana/ Departamento de Educação, jullyana\_olyvera@hotmail.com

<sup>2</sup> Universidade Estadual de Feira de Santana/ Departamento de Educação, marlauefs@gmail.com

## Resumo

Este trabalho tem como objetivo relatar uma experiência desenvolvida por duas estudantes do curso de licenciatura em Matemática da Universidade Estadual de Feira de Santana - UEFS com o Programa Institucional de Iniciação à Docência - PIBID, realizada no Centro de Integração Assis Chateaubriand localizado em Feira de Santana – Bahia numa turma do projeto Ressignificando a Aprendizagem. Este trabalho foi desenvolvido sobre o tema: O ensino da geometria aliado a arte, apresentando a importância de se trabalhar temas por intermédio das artes o qual torna possível a inserção de diversos conceitos geométricos de forma sutil, mas sem que o rigor matemático seja esquecido. Trazendo assim aos docentes do ensino fundamental, um método para que o ensino da geometria plana se torne mais instigante.

**Palavras-chave:** Ensino; Arte; Geometria.

## INTRODUÇÃO

Desde muito tempo há a necessidade em dividir terra observar e prever movimentos, construir e montar casas, caracterizar as origens da Geometria e que está longe de ser abstrata devido ao seu caráter perceptivo. Sua origem parece coincidir com as necessidades do dia-a-dia.

O pensamento geométrico desenvolve-se inicialmente pela visualização: a criança conhece o espaço como algo que existe ao redor delas. As figuras geométricas são reconhecidas por sua forma, por sua aparência física, em sua totalidade, e não por suas partes ou propriedades. (BRASIL, 1997, p.127).

A Geometria está presente em diversas áreas do conhecimento, sendo uma subárea da matemática, empregada para resolver problemas práticos. Uma área a qual utilizamos a Geometria é a arte. A arte se apresenta sob várias formas: a plástica, música, escultura, cinema, arquitetura, etc. Alguns tipos de artes podem permitir que apreciadores participem da obra, dependendo da nossa disposição no momento. O homem utiliza-se da arte como um meio de vida, para distrair, explorar formas novas, observar objetos, cenas e sentimentos.

Na arte a Geometria esta sempre presente, seja nas construções, pinturas, cinemas, etc. Suas formas bem como o seu estudo é um dos mais importantes ramos da matemática, estando presente em quase tudo. Porém, nem sempre é fácil mostrar aos educando aplicações, práticas e realista acerca do conteúdo proposto, bem como motivá-los com problemas contextualizados, porque as qualidades de trabalhos estruturas das escolas, falta de material dentre outras pode nos impossibilitar de realiza-los.

O referido trabalho tem como objetivo tornar possível trabalhar conceitos geométricos, por intermédio das artes (arquitetura) de forma simples, mas sem que o rigor

matemático seja esquecido, potencializando um ensino onde o conhecimento seja construído a partir da investigação e exploração, tendo como finalidade apresentar aos docentes do ensino fundamental forma diferenciada, tornando assim o ensino de geometria, prazeroso e fascinante.

## **METODOLOGIA**

A experiência vivenciada em sala de aula pode ser considerada como qualitativa uma vez que teve como objetivo, tornar possível trabalhar conceitos geométricos por intermédio das artes de forma simples sem que, a formalidade matemática seja esquecida, fazendo com que o aluno interprete e busque soluções para determinada questão.

Quanto à metodologia, utilizamos matérias manipuláveis, trabalho em conjunto, porque nos possibilita atingir uma melhor concepção no nosso tema, assim possibilitando aos estudantes interpretar, manusear e estimular o raciocínio lógico. Foi realizado no Colégio Assis Chateaubriand localizado em Feira de Santana, por bolsista do PIBID, numa turma do projeto Ressignificando a Aprendizagem, nesse projeto os estudantes cursam em um ano letivo o equivalente aos quatro anos do ensino fundamental sendo eles 6º, 7º, 8º e 9º ano, esses alunos são o público alvo desta pesquisa, necessários para esse relato à medida que o processo das atividades acontece.

As atividades foram programadas para três momentos, no primeiro momento uma introdução com auxílio de dois vídeos, sendo eles, “Oscar Niemeyer e suas obras geniais” e “Sólidos geométricos”<sup>1</sup>, no segundo momento pedimos aos alunos que façam uma planta baixa de uma cidade, bairro, casa, fica a disposição dos alunos. Esta atividade deve ser livre. Além de estimular a criatividade, pode servir para avaliar os conhecimentos dos alunos sobre conceitos geométricos e de medida, depois de trabalhado esses conceitos, pediremos que os alunos façam uma maquete, esse seria o no terceiro momento, que é um trabalho artesanal.

Nesse processo, o relato foi realizada por meio de observação direta, o que permite relação direta com o público alvo. O material documentado e as referentes análises foram se constituídos neste relato de experiência.

## **APLICAÇÃO**

A escola é composta por 3 módulos. O primeiro possui o laboratório, diretoria geral, auditório, biblioteca. Os demais são compostos de salas de aula bem como sala de direção, banheiros, cantinas e etc. É um colégio considerado de grande porte, já que nele estudam alunos do bairro onde ele se localiza e alunos vindos de outros bairros da cidade.

Ao chegarmos à escola fomos primeiramente falar com as professoras que nos cederam às turmas A e B do projeto Ressignificando a Aprendizagem, as quais nos disponibilizaram a sala para que fosse aplicada a atividade. As professoras nos conduziram para a sala que fica no módulo 1 do ensino fundamental, onde já nos aguardavam alguns alunos. Ao entrarmos fomos apresentadas a turma pelas professoras regentes, que continha 35 alunos, como sendo alunas da UEFS/bolsistas do PIBID e que junto com eles iríamos desenvolver uma atividade, nos deixando logo em seguida como regentes da aula naquele dia. Dando início as atividades, às 14h00min, explicamos aos alunos como desenvolveríamos esta atividade, então no 1º momento anunciamos o nosso tema “Geometria e Arte” e pedimos que dissessem de início o que eles entendem por geometria.

---

<sup>1</sup> Todos os vídeos estão disponíveis nos site: <https://www.youtube.com/watch?v=cgyaP-1pXfQ> e <https://www.youtube.com/watch?v=3RB8AAPxqPE>, respectivamente.



*Aluno 1: Acredito que trabalha as formas geométricas.*

Então, pedimos que eles nos dissessem se na sala se encontrava geometria e a maioria respondeu com convicção que sim, e a partir dessa resposta pedimos para que eles identificassem as formas geométricas presentes dentro da sala de aula.

*Aluno 1: Retângulo no quadro.*

Partindo dessa resposta, explicamos as características do retângulo. E pedimos mais exemplos.

*Aluno 3: Azulejo da sala, que tem forma de quadrado.*

Mais uma vez explicamos as características do quadrado, que também possui ângulos de  $90^\circ$ , porém todos os lados possuem a mesma medida. Então, fizemos a relação de que todo quadrado é um retângulo, mas o retângulo não pode ser um quadrado, pois para ser retângulo é necessário que possua todos os ângulos de  $90^\circ$  e para ser quadrado além dos ângulos iguais seus os lados também devem ter a mesma medida. Além disso, outras formas foram analisadas a partir da fala dos alunos.

No 2º momento pedimos a eles que dividissem a turma em sete grupos, porém alguns grupos foram formados por quatro e cinco até seis pessoas e um aluno que resolveu fazer individual. Optamos por não intervir nesse momento tendo em vista que uma negativa da nossa parte para essa forma aleatória de disposição dos grupos poderia gerar um atrito e influenciar no rendimento da atividade. Em seguida distribuímos folhas de ofício para que descrevessem o que é geometria para eles. Passeamos pelos grupos e observamos que alguns sentiram dificuldade em expor o assunto mesmo após as discussões. Com isso, fomos de grupo em grupo instigando o raciocínio, após alguns minutos recolhemos as atividades e passamos para o terceiro momento.

No 3º momento comunicamos a eles que iríamos apresentar uns slides, bem como vídeo e que esperávamos contar com todos, pois mostraríamos que a geometria está presente em todo nosso espaço e que seriam expostas obras de um arquiteto brasileiro, que tem em seus desenhos arquitetônicos formas geométricas bem como elementos da geometria, sendo ele Oscar Niemeyer.

A partir daí, fomos apresentando os slides que continham algumas obras desse arquiteto e a relação com a geometria, além do vídeo com um pouco da história desse arquiteto, que mostrava suas obras ainda no papel e depois construídas. Queríamos mostrar para eles que a geometria se faz presente no nosso cotidiano desde as coisas simples até as grandes construções. Ainda na apresentação do vídeo, pedimos que falassem que formas geométricas eles encontraram nas obras.

Após a conclusão do vídeo explicamos que essas obras eram utilizadas as várias formas geométricas e que essas formas, nas construções, aproveitando para explicar a diferença de figuras planas e sólidas, por meio de um cubo sua planificação e introduzimos a ideia de que o sólido (altura, largura e profundidade), como por exemplo: o quadrado é um cubo, o retângulo é um prisma, o círculo é uma esfera e o triângulo é uma pirâmide.

No 4º momento, depois de discutimos as formas, de expor suas visões através da escrita e visualizarem as formas geométricas no nosso cotidiano por meio das obras de Oscar Niemeyer. Distribuímos uma cartolina, régua, compasso e lápis de cor e pedimos que cada grupo, baseado nas formas que foram discutidas nas salas e nas obras do arquiteto, desenhasse a escola, um bairro, praça, etc. todo em forma geométrica. Passeamos pelos grupos explicando novamente como desenvolver a atividade e foi aí que eles começaram a fazer.

As 16h10min retornaram à sala para continuar a atividade e assim concluir, porém eles voltaram um pouco agitados, alguns agitados para ir para suas casas sendo preciso até chamarmos a atenção pela desordem. Após alguns minutos começaram a nos entregar

os desenhos concluídos, fomos mostrando para a classe o trabalho dos demais e pedindo que algum componente do grupo pudesse falar sobre seu trabalho.

Por fim, agradecemos a colaboração de todos os alunos e que nosso projeto possa ter colaborado para o enriquecimento do raciocínio e crescimento de informação, além de um interesse melhor na disciplina.

## **CONSIDERAÇÕES FINAIS**

Diante do relato aqui apresentado, que se pautou na exposição de uma experiência de ensino que articulou nas obras de Oscar Niemeyer, evidenciamos que as estratégias de ensino aqui propostas podem ser utilizadas em outros momentos de ensino/aprendizagem. Também ressaltamos que para alcançar uma melhor aprendizagem do aluno, é interessante que a professora da turma procure realizar atividades semanais que envolvam conteúdos relacionados à geometria, sempre que possível permeando estas com as sugestões aqui apresentadas nesse relato.

Durante todos os momentos da aplicação da atividade percebeu-se o interesse por parte da maioria dos alunos, o que, a nosso ver, pode ter acontecido devido o tema ser interessante para eles ao visualizarem que a geometria faz parte do cotidiano. Também era notável que os vídeos e as discussões supriram possíveis dificuldades, pois grandes partes dos grupos de alunos conseguiram alcançar o objetivo de se trabalhar somente com figuras geométricas.

Poucas dificuldades foram encontradas durante o desenvolvimento da atividade, como falta de concentração por parte de alguns ou mesmo de interpretação do que foi pedido, talvez por não souberem o conceito das figuras geométricas apresentadas. É na superação destes obstáculos que reside o sucesso dessa pesquisa (BACHELARD, 1996, p.17). Sendo esse o momento de maior êxito aonde vimos à superação dos alunos, nossa e dos professores.

## **REFERÊNCIAS**

BRASIL. **Educação de Jovens e Adultos** - Proposta para o 1º segmento do Ensino Fundamental. Brasil/MEC, 1997, p. 127.

CANDIDO, Suzana Laino. **Formas num mundo de formas**. São Paulo: Moderna, 1997.

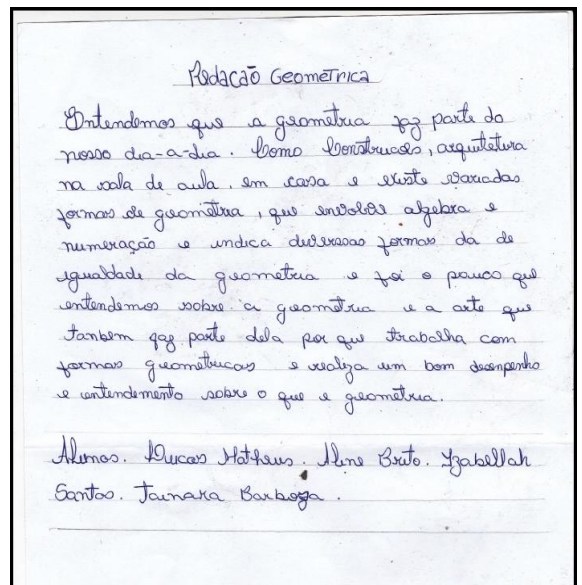
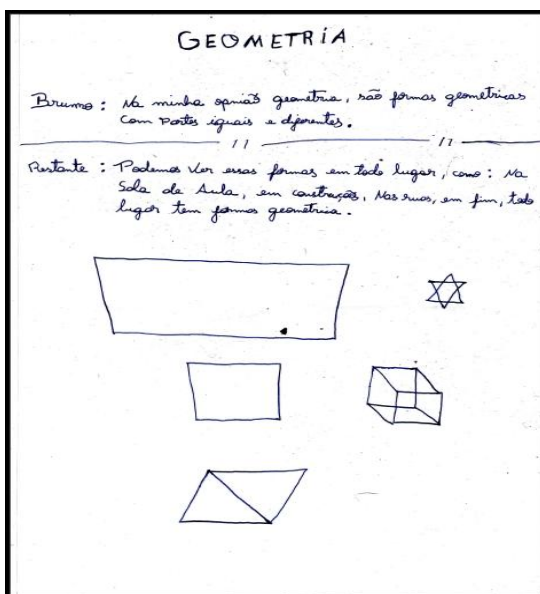
LINGUIST, Mary Montgomery, SHULTE, Albert. **Aprendendo e Ensinando Geometria**. São Paulo: Atual, 1994.

## ANEXOS

### 1º Momento



### 2º Momento



### 3º Momento



# O ENSINO DE GEOMETRIA ESPACIAL ATRAVÉS DOS POLIEDROS DE PLATÃO

**Francisca Edna Amanda Silva Rodrigues<sup>1</sup>; Elson Domingos Morais Miranda<sup>2</sup>;  
Wemerson José Silva<sup>3</sup>; Silvino Domingos Neto<sup>4</sup>.**

<sup>1</sup>IFMG, Campus São João Evangelista / Acadêmica do Curso de Licenciatura em Matemática, [nandinha.mg.1996@hotmail.com](mailto:nandinha.mg.1996@hotmail.com)

<sup>2</sup>IFMG, Campus São João Evangelista/ Acadêmico do Curso de Licenciatura em Matemática, [domingoselson@gmail.com](mailto:domingoselson@gmail.com)

<sup>3</sup>, IFMG, Campus São João Evangelista/ Acadêmico do Curso de Licenciatura em Matemática, [wemjs@yahoo.com.br](mailto:wemjs@yahoo.com.br)

<sup>4</sup> IFMG, Campus São João Evangelista /Professor Orientador, [silvino.neto@ifmg.edu.br](mailto:silvino.neto@ifmg.edu.br)

## Resumo

O relato de experiência apresenta a forma de trabalhar sólidos de Platão com estudantes do 1º ano do Ensino Médio. Este trabalho foi desenvolvido com os alunos da Escola Estadual “Major Lermínio Pimenta”, localizada no distrito de Nelson de Sena, MG, orientado pelos estudantes de Licenciatura em Matemática do IFMG, *Campus* São João Evangelista, bolsistas do PIBID (Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência). O trabalho teve como objetivo introduzir conceitos sobre geometria espacial utilizando os Sólidos de Platão por serem poliedros regulares. Foi realizada na escola a I Feira de Matemática, este trabalho foi apresentado de forma expositiva, onde os estudantes construíram os sólidos em papelão, canudinhos e papel cartão, para explicar de forma clara o conceito dos mesmos. Após a exposição e a explicação do tema buscando interligar a teoria e prática percebeu-se que os estudantes conseguiram desenvolver imaginação criadora e compreender o conteúdo de forma clara.

**Palavras-chave:** Geometria espacial; Conhecimento; Sólidos.

## INTRODUÇÃO

A experiência descreve a realização de um trabalho com o ensino de geometria espacial através dos poliedros de Platão, o qual foi apresentado I feira de matemática da Escola Estadual “Major Lermínio Pimenta” (EEMLP) pelos estudantes do primeiro ano do Ensino Médio. Tendo atuação efetiva do professor regente de Matemática desta escola e dos bolsistas do Programa de Iniciação à Docência (PIBID), a Feira foi uma exposição de trabalhos matemáticos, produzidos pelos próprios estudantes.

A proposta deste trabalho foi explorar os conceitos geométricos espaciais utilizando materiais abstratos e relacionando-os com a realidade. Foi proposto aos estudantes pesquisar sobre poliedros de Platão e sua história, visto que por estes poliedros serem regulares facilitam o cálculo da capacidade do sólido e da área das figuras que compõe o mesmo.

O objetivo do trabalho é introduzir os conceitos de geometria espacial de forma a facilitar a compreensão dos estudantes no estudo dessa disciplina, sendo assim, foi utilizado os Poliedros de Platão, que por serem regulares facilitam para o cálculo de área e volume buscando recursos na geometria plana.

A Geometria pode ser vista em vários lugares inclusive em ambientes que os estudantes frequentam, a partir do momento que os mesmos têm um conhecimento geométrico ele passa a ter um pensamento crítico em relações a essas situações.

Tendo em vista este conhecimento Verona e Lopes (2008, p.2) afirmam que:

Os profissionais da educação entendem que a Geometria é uma parte importante na vida cotidiana dos alunos e que praticamente todas as ocupações usam seus princípios de uma forma ou de outra. Sabe-se também, que muitos alunos oriundos da escola pública não ingressam na Universidade e vão para o mercado de trabalho. Devido a isso, é de suma importância criar uma forma para articular o saber teórico com o fazer prático a fim de formar alunos com melhor desempenho de suas capacidades, principalmente no que diz respeito à Matemática e em especial a Geometria (VERONA E LOPES, 2008, p.2).

Neste sentido, percebe-se a importância em articular teoria e prática afim de que os estudantes percebam de forma clara e objetiva a relação entre o conteúdo estudado em sala de aula com cotidiano. Um exemplo claro sobre esta relação é que em jornais sempre são encontradas publicações sobre áreas desmatadas comparando-as com a equivalência a um número de campos de futebol. Neste trabalho utilizaram-se os sólidos de Platão construídos de papelão, canudos e papel pelos próprios estudantes para associar os conteúdos trabalhados com o material manipulável.

## **MATERIAL E MÉTODOS**

Através do desenvolvimento do trabalho de geometria espacial no ensino da matemática, os estudantes desenvolvem habilidades em cálculos de área e volume de figuras tridimensionais. Desta forma o estudante compreende com mais facilidade conceitos matemáticos que são trabalhados pelo professor de Matemática em sala de aula, como: noção de espaço, área, volume, propriedades de figuras planas, entre outros.

Segundo Martins e Goldoni (2010, p. 476), “Platão foi o primeiro a demonstrar que existem apenas cinco poliedros regulares”. Os Poliedros de Platão são: o cubo ou hexaedro (seis faces quadradas), o tetraedro (quatro faces triangulares) o octaedro (oito faces triangulares), o dodecaedro (doze faces pentagonais) e o icosaedro (vinte faces triangulares). Para ser poliedro o sólido tem que atender as seguintes características: ser convexo; ter o mesmo número de lados em todas as faces e em todo vértice chegar o mesmo número de arestas.

Para explicar aos estudantes de forma clara que os poliedros de Platão eram sólidos convexos, trabalhamos a relação de Euler que  $V - A + F = 2$ , onde V: número de vértice; A: número de arestas; F: números de faces.

A primeira etapa do trabalho consistiu em duas aulas teóricas explicando todo o conteúdo que seria trabalhado ao decorrer do projeto, como: cálculos de área de figuras planas, perímetro, ponto, reta, plano, entre outros assuntos. Antes de iniciar o trabalho com os estudantes foi elaborada uma apostila com informações básicas sobre o assunto tratado na aula.

Em seguida buscamos explorar com os estudantes a construção de figuras geométricas planas, neste momento os mesmos estabeleceram relações do conteúdo trabalhado anteriormente com as figuras que estavam sendo construídas. Após este processo foi apresentada a planificação de alguns sólidos, assim construindo a ideia de como uma figura tridimensional está situada em um plano. Depois de ter apresentado essas ideias básicas que os estudantes precisariam para a compreensão de uma figura

espacial, foi explicado sobre os sólidos Platônicos. Para melhor compreensão do que eram Poliedros de Platão, foram levados alguns textos contendo a história da geometria, a história de Platão e sobre os sólidos Platônicos.

Buscando concretizar os conhecimentos adquiridos até o momento foi proposto aos estudantes montarem alguns sólidos de papel, onde suas planificações foram impressas em papéis colorsete cortados em tamanho A4. Ao final deste processo a maioria dos estudantes gostaram da ideia de trabalhar o conteúdo teórico com o material concreto em mãos. A partir daí os estudantes trabalharam o cálculo de volume, a relação de Euler e resolveram exercícios propostos a cerca do tema abordado, neste momento observou-se que a maioria da turma participou ativamente das atividades e mostraram cada vez mais interesse pelo assunto.

Na construção dos outros tipos de poliedros foi ainda mais produtivo, entregamos um material didático aos estudantes onde tinham as instruções da montagem dos sólidos de Platão em canudos de plástico. Em sequência a outra proposta foi construir os sólidos Platônicos de papelão, cortando os lados das figuras em papelão e depois com o auxílio de fitas adesivas fixar uma face na outra até obter o sólido desejado.

Ao fim da construção dos trabalhos e do estudo da parte teórica os estudantes apresentaram o mesmo na I Feira de Matemática da EEMLP, explicando os conceitos Matemáticos e geométricos dos Poliedros de Platão e relacionando-os com situações encontradas no cotidiano.

## **RESULTADOS E DISCUSSÃO**

O trabalho sobre os Sólidos de Platão foi criado através da necessidade de conciliar a teoria com a prática, assim facilita o reconhecimento das figuras planas regulares e cálculo da área, pois o mesmo é formado por faces congruentes e regulares, assim juntamente com os alunos construímos os sólidos usando canudinho, papelão e linhas com o objetivo de facilitar a compreensão dos conceitos de sólido de Platão. Percebemos indícios que os alunos não estavam conseguindo compreender de forma clara e objetiva, pois, se tratava de uma figura geométrica tridimensional.

A construção dos sólidos por partes dos alunos possibilitou aos mesmos trabalhar com material concreto, desta forma possibilitando-os a reconhecer de forma tátil as faces, as arestas e os vértices, podem-se observar indícios de aprendizagem a partir da construção dos sólidos platônicos, os alunos conseguiram compreender melhor os conceitos de poliedros.

Para calcular o número de vértices, faces e arestas se buscam recursos na Relação de Euler. O matemático Euler descobriu uma relação importante para a determinação do número de arestas, e faces de qualquer poliedro convexo através da equação. Esta equação permite calcular o número de elementos de um poliedro. Onde  $V$  = número de vértices,  $A$  = número de arestas e  $F$  = número de faces de um poliedro.

## **CONCLUSÕES**

Percebemos que o referido trabalho ajudou os alunos a fixarem os conteúdos de geometria espacial relacionando-os com os conceitos da geometria plana.

Este foi o primeiro contato dos alunos do primeiro ano do ensino médio com poliedros, mas de acordo com o CBC (Currículo Básico Comum) de Matemática, a geometria espacial deve ser trabalhada no terceiro ano do ensino médio.

Foi alcançado o objetivo principal que é a definição dos poliedros platônicos e a relação de Euler, porém, conseguimos avançar ainda mais e trabalhamos os cálculos de área e volume dos poliedros.

Desta feita, percebemos grandes indícios de aprendizagem, pois, os alunos compreenderam as propostas do trabalho, se envolveram na construção dos sólidos e aprofundaram nas aplicações dos conceitos dos poliedros. Com a realização desse projeto observamos que os alunos se satisfaziam com a descoberta de seus próprios conhecimentos, os autores do projeto serviram apenas mediaram conhecimento. Percebeu-se também que trabalhar com materiais manipuláveis auxilia a compreensão de conceitos geométricos.

O trabalho buscou interligar a geometria espacial com o cotidiano, neste sentido Bassanezi (p. 16, 2010) afirma que “O estudo de geometria consiste na arte de transformar problemas da realidade em problemas matemáticos e resolvê-los interpretando suas soluções na linguagem do mundo real”. Sendo assim, trabalhamos a construção dos poliedros relacionando-as com os fatos atuais e enriquecendo a aquisição de conhecimento, dentro de uma nova perspectiva, construindo uma visão ampla sobre o tema abordado.

## REFERÊNCIAS

VERONA, V. A; LOPES M. R. M. **Aplicação da Geometria Espacial em Ambientes Diversos**. P. 02, dez. 2008.

VITORINO FILHO, Paulo Roberto. **Geometria espacial: os poliedros de Platão**, 2011. Disponível em: < <http://cursoathenas.webnode.com.br/news/geometria-espacial-platao/>> Acesso em 05/04/2015.

MARTINS, T. D; GOLDONI. V. **Descobrimos os poliedros de Platão**. P. 406, maio 2010.

CAMARGO, C. E. O. et al. Comportamento agrônomo de linhagens de trigo no Estado de São Paulo. **Bragantia**, v. 60, n. 2, p. 35-44, set. 2001.

BASSANEZI, Rodney Carlos. **Ensino-Aprendizagem com Modelagem Matemática**. 3ed. São Paulo: Contexto, 2006.

WAGNER, E. **V-A+F=2. Existe o poliedro?** Revista do professor de matemática, 47.Comitê Editorial da RPM. 2010. Disponível em: < [http://www.educadores.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/2010/veiculos\\_de\\_comunicacao/RPM/RPM47/RPM47\\_02.PDF](http://www.educadores.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/2010/veiculos_de_comunicacao/RPM/RPM47/RPM47_02.PDF)> Acesso em 09/04/2015.

# **O ESTÁGIO SUPERVISIONADO NA FORMAÇÃO DO FUTURO PROFESSOR DE MATEMÁTICA: EXPECTATIVAS, DIFICULDADES E REALIZAÇÕES**

**Nathália Pereira Tavares<sup>1</sup>**  
**Lucélida De Fátima Maia da Costa<sup>2</sup>**

<sup>1</sup>Universidade do Estado do Amazonas/ Licenciatura em Matemática, nath\_g15@hotmail.com

<sup>2</sup>Universidade do Estado do Amazonas/Matemática, ldamaiadc@gmail.com

## **Resumo**

Este artigo apresenta um recorte de uma pesquisa realizada no Centro de Estudos Superiores de Parintins (CESP), da Universidade do Estado do Amazonas (UEA) com o objetivo de compreender como o estágio supervisionado contribui para a formação docente de licenciandos em matemática. Para tanto, adotamos princípios da metodologia da pesquisa narrativa ao realizar, com os sujeitos colaboradores, narrativas de formação. Os resultados parciais obtidos nos permitem afirmar a importância do estágio supervisionado à formação do futuro professor de matemática como espaço de articulação entre teoria e prática e, de reflexão sobre como cada um se torna professor.

**Palavras-chave:** Estágio supervisionado. Formação de professor. Ensino de matemática.

## **INTRODUÇÃO**

Ao longo da formação no Curso de Licenciatura em Matemática percebemos que o estágio se faz necessário para que o licenciando possa ter contato com seu futuro campo de trabalho e a partir desse contato inicial adquira experiência e tenha uma visão mais próxima da realidade que adentrará como profissional. Nesse período investigativo e de regência o estagiário tem a oportunidade de observar e experimentar a prática docente no ensino da matemática do nível Fundamental ao Médio.

A partir de nossa vivência no processo de estágio ao longo da Licenciatura em Matemática delineou-se o contexto à seleção da temática abordada neste projeto de pesquisa, pois percebemos o quanto ele é relevante na formação dos futuros professores, haja vista que é o momento onde o licenciando entra em contato com a realidade escolar. É nesse período que começamos a delinear a postura a ser exercida perante os alunos dentro da sala de aula, onde podemos realizar reflexões sobre as dificuldades enfrentadas pelos professores no âmbito de ensino e onde percebemos se realmente essa é a profissão que queremos seguir.

O estágio supervisionado nos dá a oportunidade enquanto licenciandos de pôr em prática o que aprendemos na teoria e nos permite a criação de bases fortes à docência ao aproximar a teoria da prática e ao viabilizar um espaço para reflexões sobre nossa própria formação.

Assim sendo, esclarecemos que a pesquisa apresentada reflete parte da história de formação de uma estudante e de mais cinco acadêmicos do 7º período do curso de Licenciatura em Matemática, desenvolvido no Centro de Estudos Superiores de Parintins (CESP), da Universidade do Estado do Amazonas (UEA). A pesquisa tem por objetivo compreender como o estágio supervisionado contribui para a formação docente de



licenciandos em matemática e, adota princípios da metodologia da pesquisa narrativa. (GÜNTHER, 2006), (CLANDININ; CONNELLY, 2011), (GONZÁLEZ REY, 2006).

No desenvolvimento da pesquisa a construção dos dados se dá por meio da narrativa de formação (CHENÉ, 1988) elaborada pelos sujeitos da pesquisa e pela análise documental (MARCONI; LAKATOS, 2010), análise do Projeto Político Pedagógico (PPP) do curso de Licenciatura em Matemática do CESP.

Neste artigo fazemos um recorte da pesquisa e apresentamos apenas partes da narrativa de formação da primeira autora deste texto. Os resultados alcançados nos permitem dizer que o ato de ouvir os envolvidos nesse processo de formação, refletir sobre suas percepções, expectativas, dificuldades e realizações, pode contribuir para futuras reflexões e ações voltadas à formação do professor de matemática no Centro de Estudos Superiores de Parintins.

### **PARA INÍCIO DE CONVERSA: EXPECTATIVAS SOBRE O ESTÁGIO**

A formação do futuro professor de matemática exige uma dinâmica que o aproxime da realidade escolar, ambiente no qual desenvolverá a docência. Essa aproximação, geralmente, fica sob a responsabilidade da prática do estágio supervisionado. Ação formativa desenvolvida, na Licenciatura em Matemática da UEA, somente a partir do 5º período do curso.

Tradicionalmente, para Pimenta e Lima:

*O estágio sempre foi identificado como a parte prática dos cursos de formação de profissionais, em contraposição à teoria. Não é raro ouvir, a respeito dos alunos que concluem seus cursos, referências como “teóricos”, que a profissão se aprende “na prática”, que certos professores e disciplinas são por demais “teóricos”. Que “na prática a teoria é outra”. No cerne dessa afirmação popular, está a constatação, no caso da formação de professores, de que o curso nem fundamenta teoricamente a atuação do futuro profissional nem toma a prática como referência para a fundamentação teórica. Ou seja, carece de teoria e de prática (2012, p.33, grifo do autor).*

Em relação à formação do professor partimos do pressuposto que para se formar “bons” profissionais é necessário tempo e disposição tanto por parte de quem ensina quanto de quem se dispõe a ensinar “Não haverá nenhuma mudança significativa se a ‘comunidade dos formadores de professores’ e a ‘comunidade dos professores’ não se tornarem mais permeáveis e imbricadas” (NÓVOA, 2009, p. 14, grifo do autor).

Nessa perspectiva, pensamos que o estágio supervisionado oportuniza uma aproximação entre o professor formador, o professor em formação e o professor da escola. É um momento aberto às aprendizagens em diversos contextos, pois nos leva a aprender ao confrontar teorias e a realidade vivida pelos professores da instituição.

Concordando com Leite, Ghedin e Almeida (2008), percebemos que:

*A experiência de estágio oferece aos professores supervisores e aos alunos a oportunidade de uma convivência acadêmica profundamente enriquecedora. Esta convivência é favorecida, sobretudo, pelas horas dedicadas ao acompanhamento de alunos nas escolas e pelo tempo disponibilizado à orientação individual das pesquisas (2008, p. 69).*

O estágio supervisionado possibilita a construção de experiências docentes, pois é um momento de transição onde somos sujeitos aprendentes, somos expostos e nos

envolvemos com muitos processos necessários a nossa formação, momentos que efetivamente podem se transformar em momentos de aprendizagens experienciais.

*Os processos de formação dão-se a conhecer, do ponto de vista do aprendente, em interações com outras subjetividades. Os procedimentos metodológicos ou, se preferirmos, as práticas de conhecimento postas em jogo numa abordagem intersubjetiva do processo de formação, sugerem a oportunidade de uma aprendizagem experiencial por meio da qual a formação se daria a conhecer. (JOSSO, 2004, p. 38).*

Tais experiências nos levam a compreender aspectos que compõem as realidades envoltas na formação docente. Percebemos que uma das ações essenciais nesse processo é o desenvolvimento do saber-fazer, evidenciado por meio de narrativas de formação, quando falamos o que e como aprendemos a fazer durante o estágio. Assim, segundo Josso (2004, p. 39), “a situação de construção da narrativa exige uma atividade psicossomática em vários níveis, pois pressupõe a narração de si mesmo, sob o ângulo da sua formação, por meio do recurso a recordações-referências, que balizam a duração de uma vida”.

Ao falarmos de nossas experiências formadoras, partimos do pressuposto de que estamos a falar de nossas próprias histórias, sendo que acabamos dando maior atenção aos acontecimentos mais marcantes, às experiências, vivências, sobre as quais exercemos um processo de reflexão, fatos particulares que de alguma forma sobrepõem-se em nossa consciência ao procurarmos informações (JOSSO, 2004).

Essas experiências construídas a partir de práticas docentes fazem parte da formação do professor, em particular, do professor de matemática, em que estão inclusos também os saberes da formação profissional.

Para Tardif (2012):

*Pode-se chamar de saberes profissionais o conjunto de saberes transmitidos pelas instituições de formação de professores (escolas normais ou faculdades de ciências da educação). O professor e o ensino constituem objetos de saberes para as ciências humanas e para as ciências da educação. Ora, essas ciências, ou pelo menos algumas dentre elas, não se limitam a produzir conhecimentos, mas procuram também incorporá-los à prática do professor (TARDIF, 2012, p. 36).*

De igual modo acontece no curso de formação de professores de matemática, objeto de estudo da pesquisa em desenvolvimento. Pois, ao observar a narrativa de formação da primeira autora deste artigo, ao revisitar suas memórias, refletir sobre suas vivências nesse processo de formação, em especial no estágio supervisionado, percebemos que o modo de agir, os saberes teórico e práticos do professor da turma em que realiza seu estágio são tidos como possíveis elementos a serem incorporados à sua formação profissional.

Durante as etapas do estágio pude vivenciar muitas situações e construir inúmeras experiências, isto porque quando somos encaminhados às escolas, para estagiar, é justamente para nos adaptarmos e entendermos como se dá a vida profissional de um docente. Assim sendo, o estágio me causou certas decepções, pois tinha expectativas que não foram alcançadas. Em certos momentos esperava mais do que obtive em relação às relações estabelecidas dentro de uma sala de aula, quando digo isso, me refiro a situações vivenciadas onde presenciei a falta de respeito de aluno para com o professor e até professor que não estava preocupado em fazer com que os alunos realmente aprendessem o conteúdo ensinado. Mas, o estágio também me permitiu perceber que, quando alunos, não entendemos o grau da importância do papel do professor em uma sala de aula, a grande responsabilidade que o mesmo tem com a educação, porém quando mudamos de posição, quando

nos tornamos professores em formação, começamos a vê-los sob outros olhares, haja vista que durante esse período os professores titulares da turma tornam-se um espelho para nós licenciados, pois tentamos aprender e aprimorar junto com eles as melhores maneiras de conduzir uma sala de aula e ao mesmo tempo nos tornamos professores capacitados para exercer a profissão.

Nesse sentido, o estágio supervisionado pode ser entendido como um processo que viabiliza ao professor em formação conhecer e desenvolver saberes necessários ao exercício da profissão, pois são vivenciados na ambiência docente/escolar, os conflitos no processo de ensino, em particular da matemática, e refletindo sobre essas vivências que, dia a dia, construímos experiências individuais e coletivas, aprimoramos ou construímos habilidades, saberes e fazeres.

### **ESTÁGIO: DIFICULDADES E REALIZAÇÕES**

A formação docente não é para exercer o repasse de conhecimentos, é sobretudo para proporcionar momentos de reflexão sobre práticas pedagógicas que guiam a ação do profissional da área da educação com o fim de levar o licenciando a tornar-se construtor de seu próprio conhecimento e um crítico consciente de saberes pedagógicos de acordo ao momento contemporâneo no qual e para o qual esteja se formando (TARDIF, 2012). Nessa direção de pensamento Leite, Ghedin e Almeida (2008), afirmam que:

*É necessário possibilitar, ao futuro professor, a construção de uma identidade profissional com os saberes docentes necessários às exigências da população envolvida e as demandas atuais. É preciso investir numa formação que vincule teoria e prática desde o início do curso, a partir da pesquisa e de uma efetiva inserção no interior da escola (LEITE; GHEDIN; ALMEIDA, 2008, p. 48).*

No entanto, nem sempre essa vinculação entre teoria e prática ocorre de maneira tranquila, às vezes, dificuldades se apresentam, sejam elas de caráter institucional ou pessoal. A realização do estágio depende de fatores externo ao próprio curso, depende de relações saudáveis entre a instituição formadora e a escola que acolhe os estagiários. Bom quando esse processo ocorre de maneira saudável, sem atropelos, como encontramos na narrativa de formação da primeira autora deste texto.

Ao refletir sobre minhas vivências no estágio supervisionado percebo que não se apresentaram dificuldades que eu tenha enfrentado para a realização do mesmo, sempre fui muito bem recebida pela direção e professores das escolas nas quais tive a oportunidade de estagiar, situação fundamental para que o licenciando possa executar suas atividades com êxito. Pois, na realização do estágio interagimos com o ambiente e as pessoas que lá estão inseridas, em particular os alunos e professores.

O estágio abre espaço para o professor em formação realizar ações pertinentes à prática do ensinar matemática, por exemplo, permite-o adentrar o espaço escolar e sentir-se realizado ao colaborar com a aprendizagem dos alunos com os quais interage. Nesse sentido, a primeira autora do artigo, relata:

Juntamente com alguns colegas do curso confeccionamos jogos que pudessem auxiliar os alunos na aprendizagem de alguns conteúdos matemáticos. Durante a realização de atividades com os alunos da escola percebemos o quanto os educandos gostavam e interagiam com as atividades propostas. Apesar do tempo de estágio não ser tão longo, nos permitiu constatar que os alunos precisam ser motivados para o ensino que vai acontecer. Quando fiz minha regência foi um

momento de muita ansiedade e apreensão, pois estava sendo avaliada tanto pelo professor titular da turma quanto pela professora do estágio, no entanto me sentia preparada, pois sempre soube que gostaria de seguir na profissão docente e foi na regência que obtive minha maior realização que foi de lecionar para uma turma de 2º do Ensino Médio, naquele momento sentia como se tivesse a atenção de todos voltada para mim, procurando entender o que eu ali explicava, alguns alunos chegaram até interagir no momento da minha explicação, e isso me fez entender que o que eu estava falando, de alguma forma despertou o interesse dos alunos, o que me deu segurança de seguir em frente e felicidade por ter contribuído um pouquinho para a formação daqueles alunos.

O estágio supervisionado é assim, um espaço de construção de conhecimentos tanto para o estagiário quanto para aqueles com o qual interage.

### **ALGUMAS CONSIDERAÇÕES PARA FINALIZAR**

Os resultados obtidos até este momento, o que temos vivido, ouvido e refletido sobre o estágio supervisionado nos permitem afirmar que a formação possibilitada pelo estágio supervisionado pode levar o licenciando ao conhecimento das demandas, exigências e expectativas atuais dentro de sua área de formação e ao mesmo tempo inseri-lo no caminho da pesquisa o que lhe permitirá estabelecer um vínculo entre teoria e prática.

Esse é um caminho sinuoso, com idas e vindas, que pode ser melhor compreendido se o sujeito da formação, o licenciando, também tiver voz para exprimir suas expectativas, dificuldades e realizações durante o processo formativo.

### **REFERÊNCIAS**

CHENÉ, A. A narrativa de formação e a formação de formadores. In: NÓVOA, A.; FINGER, M. **O método (auto)biográfico e a formação**. Caderno de formação nº1. Lisboa: Ministério da saúde Centro de formação e aperfeiçoamento profissional, 1988. p. 87-98.

CLANDININ, D. J.; CONNELLY, F. M. **Pesquisa narrativa: experiência e história na pesquisa qualitativa**. Uberlândia: EDUFU, 2011.

GONZÁLEZ REY, F. **Investigación Cualitativa y Subjetividad**. Guatemala: ODHAG, 2006.

GÜNTHER, H. Pesquisa Qualitativa *Versus* Pesquisa Quantitativa: Esta É a Questão? **Psicologia: Teoria e Pesquisa**. Mai-Ago 2006, Vol. 22 n. 2, pp. 201-210.

JOSSO, M-C. **Experiências de vida e formação**. São Paulo: Cortez, 2004.

LEITE, Y. U. F.; GHEDIN, E.; ALMEIDA, M. I. **Formação de professores: caminhos e descaminhos da prática**. Brasília: Líber livro, 2008.

MARCONI, M. A.; LAKATOS, E. M. **Fundamentos de metodologia científica**. 7. ed. São Paulo: Atlas, 2010.

NÓVOA, A. **Professores imagens do futuro presente**. Lisboa: Educa, 2009.

PIMENTA, S. G.; LIMA, M. S. L. **Estágio e docência**. 7. ed. São Paulo: Cortez, 2012.

TARDIF, M. **Saberes docentes e formação profissional**. 14. ed. Petrópolis, RJ: Vozes, 2012.

# O PAPEL DE UM *PUFF* EM FORMA DE CUBO NA CONSTRUÇÃO DO CONHECIMENTO GEOMÉTRICO<sup>i</sup>

Darling Domingos Arquieres<sup>1</sup>

Karina Costa do Nascimento<sup>2</sup>

<sup>1</sup>SEEDUC-RJ, [reidarling@gmail.com](mailto:reidarling@gmail.com)

<sup>2</sup>IFRJ – campus Paracambi-RJ, [karinascimento.costa@gmail.com](mailto:karinascimento.costa@gmail.com)

## Resumo

Relato acerca de um plano de aula sobre prismas ministrada em 3 turmas do 2º ano do ensino médio, com cerca de 30 alunos em cada turma, do Colégio Estadual Brasil situado em Mesquita – Rio de Janeiro. As atividades foram elaboradas com o objetivo de trabalhar planificação e área de paralelepípedo através da construção de um objeto, um *puff*, em forma de cubo, que é um caso especial de paralelepípedo reto retângulo, feito de garrafas PET. Durante a execução da construção desse objeto, útil em qualquer ambiente, e das atividades realizadas por grupos de alunos, as discussões e o comportamento deles demonstraram ampliação da visão espacial e compreensão dos conceitos de face, aresta, vértice e área, sendo esta a partir da planificação do paralelepípedo. Portanto o uso deste recurso facilitou a construção do seu conhecimento acerca do tema. É um fato que muitos conceitos matemáticos da geometria não apresentam facilidade na sua abstração, o que torna a sua compreensão dificultada pela falta de apoio tátil e visual. Por isso o professor tem a necessidade de usar recursos pedagógicos apropriados na mediação do processo de ensino e aprendizagem.

**Palavras-chave:** Didática. Materiais Concretos. Educação Matemática. Ensino Médio

## Introdução

Ao perceber a dificuldade dos alunos na visualização e conceituação dos sólidos geométricos buscamos uma alternativa pedagógica que promovesse o aprendizado significativo deste tema. Pensando como Freire (1996) que menciona que ensinar vai além de uma concepção bancária de aprendizado, sendo necessário que criemos condições pedagógicas para que ele ocorra.

Com este intuito encontramos subsídios a este objetivo no curso de formação continuada para professores da rede estadual do Rio de Janeiro (Curso Virtual de Formação Continuada para Professores de Matemática da rede SEEDUC RJ convênio com a Fundação CECIERJ), no qual selecionamos um dos roteiros de ação (são planos de aulas sugeridas pela coordenação e organizadas em arquivos disponíveis na plataforma do curso com sequências de atividades a partir de um texto gerador e de acordo com os descritores do currículo mínimo estadual, o ano de escolaridade e o bimestre no qual o professor está lecionando e se inscreveu para participar do curso), pois este atendia às nossas necessidades pedagógicas ao abordar o tema em questão, segundo os parâmetros curriculares nacionais para o ensino médio:

“[...] o desenvolvimento das habilidades de visualização, desenho, argumentação lógica e capacidade de solucionar problemas na geometria provém de resultados de um plano pedagógico

adequado, somente assim, observa-se que o aluno terá condições de usar os conceitos geométricos para representar e visualizar certas situações do cotidiano”( PCNEM, 1999, p44).

Com a intenção de sair da rotina de apresentação de conteúdo e aplicação de fórmulas, foi realizada a construção do *puff* como um estímulo para apropriação gradativa do conteúdo e com o objetivo de mostrar que a Matemática está presente em cada etapa da construção do objeto, pois segundo Piaget (1998) o conhecimento é fruto de um desenvolvimento num meio interativo.

## **Desenvolvimento das atividades/experiências a serem relatadas**

### **Organização do trabalho**

Para o desenvolvimento desta atividade, uma semana antes houve a separação dos grupos de alunos e pedimos que selecionassem em casa os seguintes materiais para construção do *puff* na sala de aula:

- 32 garrafas PET (PoliTereftalato de Etileno) de formato igual;
- 1 almofada ou travesseiro velho;
- 3 rolos de fita adesiva transparente;
- 1 estilete;
- 1 tesoura;
- papelão para envolver o prisma;
- jornal para desenhar o molde da capa.

### **Construindo o *puff* e o conhecimento**

Com os materiais em mãos demos início à construção: Primeiramente cortamos 16 garrafas na altura em que afunilam, desconsideramos os bicos e encaixamos nas outras 16 garrafas (figura 1).

Apesar da variedade de tipos de garrafas PET no mercado, não houve dificuldade no corte e no encaixe das garrafas, já que houve um aviso prévio de seleção de garrafas iguais e durante a execução do trabalho houve muita conversa entre os componentes dos grupos. Algumas equipes juntaram mais garrafas, com o objetivo de doar para os grupos que necessitassem.

**Figura 1: Materiais necessários para a confecção do *puff***



Fonte: Dados de pesquisa

Separamos as garrafas duas a duas, mantendo uma de bico para cima e outra para baixo e prendemos com fita adesiva.

Organizamos duas fileiras com 2 garrafas e prendemos com fita adesiva, mantendo a alternância dos bicos (figura 2). O trabalho em grupo foi necessário para a construção do objeto e assim eles se sentiram bem, em um trabalho cooperativo e que promoveu o bem-estar mútuo.

**Figura 2**



Fonte: Dados de pesquisa

Repetimos este processo até que terminassem as garrafas, formando um cubo com 4 fileiras com 4 garrafas (figura 3). Até aqui, todos os grupos da turma chegaram juntos até esta etapa.

Reunimos as 4 fileiras constituindo um cubo e passamos fita adesiva (figura 3). A união entre os componentes do grupo foi importantíssima, pois para juntar as 4 fileiras de 4 garrafas e prender com fita adesiva foi preciso que dois integrantes segurassem e outro membro do grupo cercasse com fita adesiva o prisma a ser formado, no caso o cubo. Nesse momento o trabalho em equipe foi imprescindível e eles gostaram muito desta condição, além disso, todos os grupos se auxiliaram mutuamente para que todos chegassem ao mesmo objetivo, com o esqueleto (figura 3) do cubo pronto.

**Figura 3**



Fonte: Dados de pesquisa

Na sequência, colocamos a almofada ou travesseiro na parte de cima e prendemos com fita adesiva. Envolvemos a lateral do cubo com papelão e prendemos com fita adesiva (figura 4). Em relação ao papelão, teve um grupo que não trouxe e buscou uma alternativa, verificaram na escola e encontraram este material disponível.

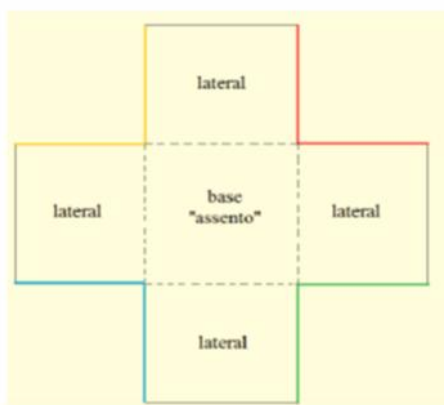
**Figura 4**



Fonte: Dados de pesquisa

Para confeccionar a capa, fizemos um molde utilizando jornal, no qual desenhamos um quadrado com as medidas da face do assento e 4 quadrados com as medidas das faces laterais (figura 5).

**Figura 5**



Fonte: Dados de pesquisa

Reunimos as faces mantendo 1 cm de folga entre as laterais e cole com fita adesiva. Vestimos o molde no *puff* e verificamos que as medidas estavam corretas. Então confeccionamos a capa e finalizamos o *puff*.

Para confecção da capa foram necessários os seguintes materiais:

- napa de couro;
- linha de costura;
- agulha para costurar napa.

Finalizando a construção: De forma geral desenhamos o molde na napa, recortamos e costuramos na folga de 1cm nas laterais (figura 6). Com pequenas alterações para cada grupo, pois, alguns confeccionaram a capa em outro dia no pátio da escola, outros preferiram pedir auxílio de mãe, tia, avó ou vizinhas para costurar a capa na máquina de costura. Cada grupo escolheu a cor ou estampa da napa para confeccionar a capa.



**Figura 6**



Fonte: Dados da pesquisa

Na data marcada, uma semana depois, os grupos trouxeram os *puffs* e foram levantados alguns questionamentos sobre o cubo como, por exemplo, quantas arestas, vértices e faces ele possui, de que polígonos ele é formado e qual a área total do cubo construído. Tal conversa aconteceu na Biblioteca, que foi o lugar eleito pelos alunos para doar os *puffs* construídos por eles (figura 7).

**Figura 7**



Fonte: Dados de pesquisa

## **Reflexões**

Em uma aula expositiva em que o aluno está sentado e agindo de forma passiva, está ocorrendo apenas um processo de cópia e de memorização. Assim, Beatriz D'Ambrósio nos alerta que neste sentido:

"[...] alunos passam a acreditar que a aprendizagem de matemática se dá através de um acúmulo de fórmulas e algoritmos. Aliás, nossos alunos hoje acreditam que fazer matemática é seguir e aplicar regras. Regras essas que foram transmitidas pelo professor."  
(D'AMBRÓSIO, B, 1989, p.1)

Para ela, ao oferecer situações que deem direito ao aluno de pensar, de ser curioso e ativo na aprendizagem de matemática no ambiente escolar colabora de forma decisiva para o processo de construção de seu conhecimento. E que quando o professor escuta o que o aluno diz e dá importância no que é dito, a autoestima do aluno é reforçada, pois numa

atividade como essa descrita aqui que dá ao estudante a oportunidade de ser criativo e investigativo em seu processo de aprendizagem, em uma atividade onde a cooperação mútua é imprescindível, e além disso, em uma tarefa onde o fracasso não existe traz a esse discente uma nova dimensão do que seja aprender matemática.

Concluimos através dessa experiência, que os materiais manipuláveis são ferramentas que auxiliam na aprendizagem da geometria espacial, motivando os estudantes nas aulas de matemática, tornando o ensino do conteúdo mais prazeroso para todos. Além disso, o uso deste recurso facilitou a construção do seu conhecimento acerca do tema, pois é um fato que muitos conceitos matemáticos da geometria não apresentam facilidade na sua abstração, o que torna a sua compreensão dificultada pela falta de apoio tátil e visual.

### **Referências Bibliográficas:**

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. Parâmetros Curriculares Nacionais: Ensino Médio. Brasília: MEC/SEMTEC, 1999.

D'AMBROSIO, Beatriz S. Como ensinar matemática hoje? Disponível em [http://educadores.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/2010/artigos\\_teses/MATEMATICA/Artigo\\_Beatriz.pdf](http://educadores.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/2010/artigos_teses/MATEMATICA/Artigo_Beatriz.pdf). Acesso em jul. 2015.

FREIRE, P. Pedagogia da autonomia: saberes necessários à prática educativa. São Paulo: Paz e Terra, 1996.

PIAGET, J. A psicologia da criança. Ed. Rio de Janeiro: Bertrand, 1998.

---

<sup>i</sup> Revisão de trabalho apresentado na categoria histórias de sala de aula no V Seminário Nacional de Histórias e Investigações de/em Aulas de Matemática realizado pela Faculdade de Educação da UNICAMP.

# O USO DO GEOGEBRA COMO INTRODUÇÃO NO ENSINO DE CIRCUNFERÊNCIAS

Virgínia Moreira de Freitas<sup>1</sup>  
Orientador (a): Liliane Martinez Antonow<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Instituto Federal de Educação Ciência e Tecnologia do Sudeste de Minas Gerais – Câmpus Rio Pomba/  
DMAFE, vivi.f.m@hotmail.com

<sup>2</sup>Instituto Federal de Educação Ciência e Tecnologia do Sudeste de Minas Gerais – Câmpus Rio Pomba/  
DMAFE, liliane.martinez@ifsudestemg.edu.br

## RESUMO

O presente trabalho descreve uma experiência vivenciada com alunos do terceiro ano técnico integrado em Zootecnia de uma escola da rede federal do município de Rio Pomba/MG, no primeiro semestre do ano de 2015, ao estudarem Geometria Analítica. Foi elaborado um planejamento de aula voltado para o uso do laboratório de informática da escola com o uso do software matemático Geogebra. Com o uso deste software conseguimos explorar os conteúdos de maneira significativa e eficaz, pois o mesmo possibilitou despertar o interesse da turma permitindo aos alunos construções de retas e circunferências. Analisar formas que façam com que os alunos tenham mais interesse, facilidade e uma melhor interpretação, como consequência uma aprendizagem significativa em Matemática, é um dos objetivos do trabalho. No conteúdo da Geometria Analítica, focando no estudo de circunferências, pretendeu-se contribuir para que os estudantes, através do programa Geogebra, conseguissem ao final visualizar, explorar e refletir, sobre suas propriedades e conceitos. Ao final da atividade foi realizada uma análise para verificar se a utilização do software Geogebra contribuiu para uma melhor compreensão dos conteúdos de Geometria Analítica.

**Palavras-chave:** Ensino/aprendizagem, Geogebra, Geometria analítica.

## INTRODUÇÃO

A matemática é um assunto onde muitos alunos apresentam dificuldades, cujas são perceptíveis também em grande número de professores que encontram obstáculos para ensinarem aos alunos, razões pelas quais a geometria é frequentemente deixada em segundo plano na educação básica.

O Geogebra é um software gratuito de matemática dinâmica. Ele foi elaborado por Markus Hohenwarter, e desenvolvido para o ensino e aprendizagem da matemática nos vários níveis de ensino. O Geogebra busca reunir recursos de geometria, álgebra, tabelas, gráficos, probabilidade, estatística e cálculos simbólicos em um único ambiente, assim, o Geogebra tem a vantagem didática de mostrar, ao mesmo tempo, representações diferentes de um mesmo objeto que interagem entre si.

Os alunos e professores gostam do Geogebra porque ele cria uma conexão entre a geometria de um modo inovador e visual, tornando a matemática dinâmica, interativa e divertida. O Geogebra facilita no ensinamento, bem como no entendimento do aluno e o interesse na matéria. Segundo Borba e Penteado (2007),

*“O trabalho com a modelagem e com o enfoque experimental que sugere que há pedagogias que se harmonizam com as mídias informáticas de modo a aproveitar vantagens de suas*

*potencialidades. Essas vantagens podem ser vistas como sendo a possibilidade de experimentar, de visualizar e de coordenar de forma dinâmica as representações algébricas, tabulares, gráficas e movimentos do próprio corpo.” (BORBA, M. C.; PENTEADO, M. G., 2007, p. 44)*

O objetivo do trabalho é analisar formas que façam com que os alunos tenham mais interesse em matemática e melhorem seu raciocínio e desenvolvimento nas atividades que são apresentadas. A introdução das TICS (Tecnologias de Informação e Comunicação) nas salas de aula deve ser cada vez mais constante, pois as tecnologias fazem com que os alunos se interessem, já que atualmente vive-se em mundo completamente tecnológico.

Diante da necessidade do uso da tecnologia na formação de alunos e professores, segundo Floriano e João Pedro (2012),

*Os recursos tecnológicos de comunicação mediada pelo computador constituem uma ferramenta de complemento da supervisão da prática pedagógica dos futuros professores, sobretudo pelas interações que permitem. (VISEU, F.; PONTE, J. P., BOLEMA, RIO CLARO (SP), v 26, n. 42ª, p.331, abr. 2012)*

Este trabalho traz propostas de atividades para serem trabalhadas com o auxílio da informática: ponto, reta e circunferência. A atividade foi elaborada como forma de introdução da matéria de Geometria Analítica, em estudo as circunferências. Mas para a realização da atividade, fez-se necessária a utilização de subsunçores:

*Ausubel recomenda o uso de organizadores prévios que sirvam como âncora para a nova aprendizagem e levem ao desenvolvimento de conceitos subsunçores que facilitem a aprendizagem subsequente. O uso de organizadores prévios é uma estratégia proposta por Ausubel para, deliberadamente, manipular a estrutura cognitiva a fim de facilitar a aprendizagem significativa. A principal função do organizador prévio é a de servir como de ponte entre o que o aprendiz já sabe e o que ele deve saber, a fim de que o material possa ser aprendido de forma significativa (MOREIRA, 2001, p.21).*

## **DESCRIÇÃO DAS ATIVIDADES**

Buscando alcançar o objetivo apresentado acima, que é o interesse e desenvolvimento do aluno na disciplina de Matemática, foi aplicada no dia 29 de maio de 2015 no Instituto Federal do Sudeste de Minas Gerais – câmpus Rio Pomba, uma atividade na qual se exigia o uso do software Geogebra, para a turma do terceiro ano técnico integrado em Zootecnia. Na ocasião, estavam presentes 18 alunos e um professor.

Para se ter uma dimensão da aplicabilidade do programa para um melhor entendimento dos alunos, num primeiro momento foi aplicado um questionário avaliativo, buscando relacionar o interesse e o conhecimento dos alunos em Geometria Analítica, e também se eles já conheciam o programa.

Em seguida, com os questionários já respondidos, foi dada uma breve explicação sobre a utilização das ferramentas do Geogebra, que seriam necessárias para a realização das atividades, que foi feito através da apresentação de slides. Posteriormente, foi abrangido também o conteúdo da matéria, posições relativas da circunferência,

completando o entendimento dos alunos sobre o software, para se ter um melhor desenvolvimento e alcançar o objetivo proposto.

Após esta etapa os alunos realizaram as atividades, nas quais alguns alunos ainda encontravam dificuldades. Assim, foi sugerida a realização dos exercícios em duplas para que os alunos se ajudassem. Dessa forma, todos conseguiram utilizar o programa e realizar as atividades, já que este facilitava a resolução das questões.

Ao final das atividades os alunos responderam o questionário pós-avaliativo, buscando saber o real proveito e aprendizado.

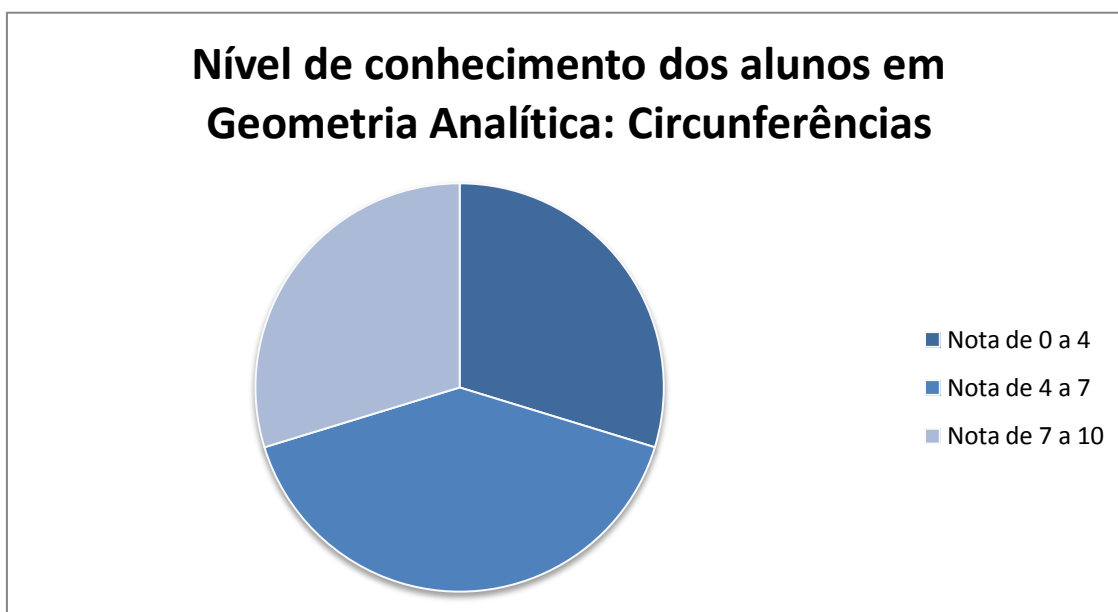
O professor que estava presente fez alguns questionamentos ao final da atividade, e isso fez com que eles assimilassem conceitos já aprendidos de outras formas com a visualização no programa, compreendendo que o Geogebra facilita na realização das atividades, estimulando-os em sua aprendizagem.

Em uma análise geral, a atividade foi muito proveitosa para os alunos, a grande maioria conseguiu realizar os problemas com o uso da Geogebra. Perguntados sobre o que acharam da matéria de Geometria Analítica após o uso do software para resolução das questões, muitos responderam que acharam interessante, porém complicada, e apenas um aluno dentre os demais respondeu que resolveria as questões sem o uso do software GeoGebra. Alguns relataram ter dificuldades. Outro aluno disse que a Geometria Analítica não tem utilidade para o dia a dia.

Os alunos esperavam que o Geogebra contribuísse para facilitar a aprendizagem de matemática, tornando-a mais interessante e divertida, o que de fato ocorreu. Cerca de quinze alunos não conheciam o Geogebra, e três alunos sabiam da existência do programa, mas nunca haviam utilizado, e não sabiam da sua aplicabilidade.

Ao final da atividade foi aplicado outro questionário, com a intenção de identificar erros, acertos e se houve êxito na atividade. Os alunos foram questionados se seriam capazes de realizar os exercícios sem o uso do Geogebra, e muitos responderam que não. A aula dada teve a intenção de contribuir para a aprendizagem, e segundo os alunos, facilitou a visualização, e os exercícios que eram complicados se tornaram mais fáceis. A aula se tornou divertida e interessante. Devido a uma dimensão diferente que é mostrada em sala, o aprendizado se torna mais eficaz.

**Gráfico 1: Nível de conhecimento dos alunos em Geometria Analítica**

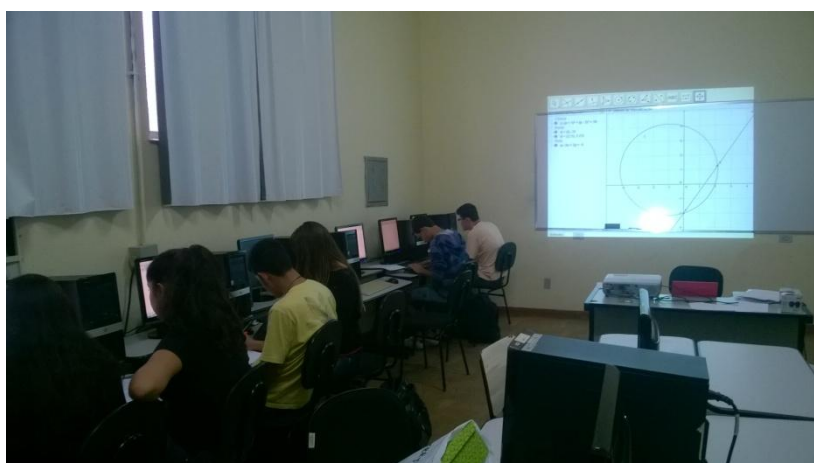


**Figura 1: Aplicação da atividade**



Os alunos do terceiro ano no momento da realização das atividades, onde se nota grande interesse.

**Figura 2: Aplicação da atividade**



O momento da aplicação da atividade, com o fundo a apresentação do software.

## **CONSIDERAÇÕES FINAIS**

A experiência vivenciada nos permite refletir sobre o significado e a importância do planejamento quando os recursos a serem utilizados são as novas tecnologias. Sendo assim, a defasagem de algumas competências nos alunos pode ser trabalhada pelo professor com o uso de estratégias diversificadas. Constatou-se que os alunos ficaram mais motivados e interessados a aprender Matemática, pois a grande maioria conseguiu realizar os problemas com o uso do Geogebra. Considerando as dificuldades encontradas pelos alunos na realização da atividade, conclui-se que o projeto foi muito significativo para os conhecimentos matemáticos, deixando a certeza de permanecer registrado uma iniciativa que pode fazer a diferença no ensino da matemática.

## **REFERÊNCIAS**

BORBA, M. C.; PENTEADO, M. G. **Informática e Educação Matemática**. 3 ed. 2 reimp. Belo Horizonte: Autêntica, 2007.

WISEU, F.; PONTE, J. P. A formação do professor de matemática, apoiada pelas TIC, no seu estágio pedagógico. **Bolema** (Boletim de Educação Matemática), Rio Claro (SP), v. 26, n. 42A, p. 329 – 357, abr. 2012.

MARINS, L. S. **O uso do geogebra no ensino da geometria analítica: estudo da reta**. Disponível em: <[http://bit.proformat-sbm.org.br/xmlui/bitstream/handle/123456789/590/2011\\_00433\\_LEONARDO\\_DE\\_SOUZA\\_MARINS.pdf?sequence=1](http://bit.proformat-sbm.org.br/xmlui/bitstream/handle/123456789/590/2011_00433_LEONARDO_DE_SOUZA_MARINS.pdf?sequence=1)> Acesso em: vinte de maio. 2015.

OLIVEIRA, T. P. **O Ensino de Geometria Analítica com o Uso do GeoGebra**. Disponível em: <[http://bit.proformat-sbm.org.br/xmlui/bitstream/handle/123456789/510/2011\\_00405\\_TE%C3%93FILO\\_OLIVEIRA\\_DE\\_PAULA.pdf?sequence=1](http://bit.proformat-sbm.org.br/xmlui/bitstream/handle/123456789/510/2011_00405_TE%C3%93FILO_OLIVEIRA_DE_PAULA.pdf?sequence=1)> Acesso em: vinte de maio. 2015.

WERNECK, J. S. **Uso do Geogebra no Ensino de Matemática com Atividades de Aplicação em Geometria Analítica: A Circunferência**. Disponível em: <[http://www.proformat.unir.br/menus\\_arquivos/1819\\_jorge\\_da\\_silva\\_werneck.pdf](http://www.proformat.unir.br/menus_arquivos/1819_jorge_da_silva_werneck.pdf)> Acesso em: vinte e seis de maio. 2015.

Instituto GeoGebra. Disponível em: <<http://www.geogebra.im-uff.mat.br/>> Acesso em: nove de junho. 2015.

# POSSIBILIDADES E LIMITES DO ENSINO EM MATEMÁTICA POR MEIO DO *WHATSAPP*

Lilian Regina Araujo dos Santos<sup>1</sup>,

Ângelo Pedrote Caon<sup>2</sup>

Cristiane Marcelino Sant'Anna<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Unigranrio, liliaraujo76@hotmail.com

<sup>2</sup>UFF, angelopedrote@hotmail.com

<sup>3</sup>UERJ, cris\_marcelino@oi.com.br

## Resumo

Este relato de experiência tem como objetivo refletir acerca das transformações que os processos de ensino-aprendizagem vêm passando através do uso das TDICs (Tecnologias Digitais da Comunicação e Informação). Uma das formas de se inserir nessa nova realidade é através do uso do *Whatsapp*. Através de experiência com dois grupos de alunos, pudemos perceber que a utilização do aplicativo apresentou resultados positivos, não apenas quanto aos resultados, mas, sobretudo, acerca da aceitação dos alunos em aprender matemática desta forma. Por meio de uma rede de cooperação mútua, obteve-se um comprometimento maior com o aprendizado, o que facilitou o cumprimento do currículo dentro do planejamento.

**Palavras-chave:** *Whatsapp*. Tecnologias Digitais da Comunicação e Informação (TDICs). Ensino-aprendizagem.

## RELATO DE EXPERIÊNCIA

Para Pérez Gómez (2000), a função do professor é a de facilitador, ao fomentar a compreensão comum no processo de construção do conhecimento compartilhado, o que, segundo ele, se dá somente pela interação. Neste sentido, a aula deve provocar a reflexão sobre as ações dos próprios alunos, suas consequências para a construção do conhecimento e para a ação educativa.

Na mesma linha de raciocínio, Rey (1995) defende a ideia de que a relação professor-aluno é afetada pelas ideias que um tem do outro, e até mesmo por suas representações mútuas. Deste modo, tal interação não pode ser reduzida ao processo cognitivo de construção de conhecimento, pois se encontra influenciada também nas dimensões afetiva e motivacional.

Nesse contexto, com a finalidade de enfrentar algumas das situações-limite impostas pelo cotidiano escolar, vimos, na utilização do aplicativo *Whatsapp* como recurso pedagógico, a oportunidade de fomentar uma maior aproximação dos alunos e de tentar conseguir o interesse destes, ainda que em médio prazo, para as questões desenvolvidas durante as aulas presenciais.

Nesse sentido, entendemos que a comunicação com os alunos por meio do aplicativo poderia vir também ser uma possibilidade de superação de alguns problemas de cunho relacional, uma vez a interação professor-aluno, mediatizada pelo ambiente digital, se veria deste modo desprovida das demarcações simbólicas de poder que historicamente estigmatizam esta relação. Isto construiria, por sua vez, uma atmosfera de respeito mútuo e camaradagem que extrapolaria os objetivos primários – a aplicação dos conteúdos planejados para a disciplina no período – fomentando uma cultura escolar que vê a



horizontalidade das relações e da construção do conhecimento como uma postura ética e epistemológica.

[...] as tecnologias móveis, que chegam às mãos de alunos e professores, trazem desafios imensos de como organizar esses processos de forma interessante, atraente e eficiente dentro e fora da sala de aula, aproveitando o melhor de cada ambiente, presencial e digital. (MORAN ET AL., 2013, p. 13)

Ao analisarmos o perfil de nossas turmas para a escolha dos grupos de amostragem, optamos por desenvolver o presente estudo com duas turmas: um grupo de alunos do oitavo ano, com média de idade de 12 anos, e outro grupo de alunos do primeiro ano do ensino médio, com idades entre 15 e 16 anos. A escolha destes grupos foi influenciada por características como receptividade, interesse e gentileza, o que, acreditamos, funcionaria com elemento facilitador nos processos interacionais.

A primeira etapa consistiu em se buscar antever e adotar dispositivos preventivos para possíveis problemas decorrentes da maximização relacional, uma vez que a intensificação dos processos comunicativos implicaria no aprofundamento do contato entre professor e alunos, o que poderia acarretar no acirramento dos desgastes já observados em sala de aula.

Ainda em dúvida se esta seria uma prática viável do ponto de vista pedagógico, investimos no contato pontual via *Whatsapp* com alguns alunos com diferentes perfis comportamentais, a fim de sondar como seria a dinâmica deste “novo” relacionamento. Fomos positivamente surpreendidos com os resultados, pois os alunos demonstraram ter uma clara compreensão dos objetivos da atividade, e não tomaram a iniciativa de conversar sobre nada além de matemática. Percebemos, então, que essa relação poderia vir a ser muito produtiva, pois quando ampliamos o relacionamento entre professor-aluno-escola-família e sociedade, criamos um ambiente adequado para mudar a educação. (MORAN, 2013) Com essa atividade, abrimos mão do lugar do professor intocável – que, ao término da aula suspende o contato com o aluno, retomado apenas na próxima aula - e passamos a ser mais presentes na vida dos alunos.

Após este primeiro “teste”, avaliamos que era o momento de se dar o próximo passo. Adicionamos, pois, ao *Grupo de Estudos* outros alunos que apresentavam interesse e dificuldades em matemática. No decorrer de algumas semanas, estes foram iniciando conversas sobre questões diversas da disciplina, desde dúvidas nos trabalhos de casa e informações sobre datas e avaliações, a curiosidades que não estavam diretamente vinculadas com a matéria estudada no momento, mas que faziam parte da percepção do uso aplicado da matemática no cotidiano.

Ao longo de um mês, os alunos foram divulgando entre si as novas possibilidades que tinham de aprender e tirar suas dúvidas em matemática pelo *Whatsapp*, “viralizando” o processo. Por conta disso, outros alunos foram se integrando e interagindo por meio do recurso e, mais do que isso, construindo uma rede de cooperação mútua, que funcionou não apenas para a mobilização com fins acadêmicos, mas que fomentou a construção de vínculos solidários. Desta forma, as ações de reforço por meio do aplicativo contribuíram para a integração dos estudantes com suas turmas, pois, se antes não eram capazes de reconhecer tantos aspectos em comum, agora, por poder contar com a ajuda de colegas que tinham mais facilidade em aprender matemática, puderam intercambiar informações e saberes, propondo ações pedagógicas que extrapolavam o que inicialmente se pretendia desenvolver, inclusive em outras disciplinas

Não obstante a expressiva aderência dos alunos ao uso continuado da ferramenta, pudemos observar sua utilização pontual por alguns alunos, sobretudo devido à possibilidade de se obter um *helpdesk* nos dias próximos à data da prova. Isto,

naturalmente, atraiu uma grande quantidade de alunos solicitando reforço emergencial e/ou paliativo por meio do aplicativo. Em certos casos, o que nos pareceu foi que alguns queriam tanto utilizar o *Whatsapp* como rede social que procuravam outras formas de fazê-lo, mesmo que estudando matemática. Este curioso e inesperado fenômeno, cuja iniciativa partiu dos próprios alunos, aponta para a necessidade de um estudo mais aprofundado sobre tal aspecto desta experiência.

## ATIVIDADES REALIZADAS

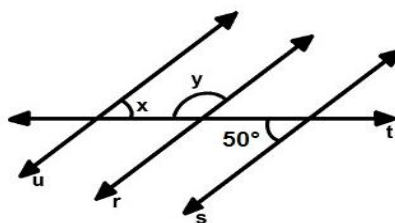
Como já mencionamos, ao se aproximar do período de provas, alguns alunos que não participavam do grupo do *Whatsapp* passaram a procurar ajuda para se preparar. A partir deste fenômeno, pudemos observar o surgimento de dois perfis de usuário: alguns que, mobilizados pela nova perspectiva de aprendizado, passaram a participar com frequência do grupo, e o segundo grupo, mais numeroso, que acessava o grupo pontualmente, como *helpdesk*. Ambas as possibilidades eram admissíveis no contexto em questão, e não é nosso objetivo estabelecer juízo de valor quanto às mesmas. No entanto, julgamos importante a citação de um caso para ilustrar o *modus* pelo qual ocorriam as situações de aprendizagem.

Vinícius<sup>1</sup> é um estudante dedicado, mas que sempre apresentou dificuldades para o aprendizado da matemática em seu percurso escolar. A partir de ingresso no oitavo ano, observou-se uma nítida redução no seu ritmo de aprendizagem, atribuído à introdução de tópicos notadamente mais avançados de geometria,

É importante considerarmos que, a exemplo do ocorrido com o estudante em questão, a abstração para o pensamento geométrico se constitui como uma nova forma de estruturação cognitiva para a maioria dos estudantes, o que implica na adoção de uma abordagem diferenciada para o ensino. No entanto, ainda que se reconheça sua necessidade e relevância, mesmo tal mudança de paradigma não se mostra capaz de evitar que as dúvidas continuem a ocorrer, ainda com maior frequência, nesta área específica da matemática, e foi justamente o que se pôde observar com o aluno em questão. Seus apontamentos sobre geometria se concentravam mais especificamente em ângulos opostos pelo vértice (OPV), e no estudo sobre os ângulos gerados por duas retas paralelas cortadas por uma reta transversal.

Em uma conversa pelo *Whatsapp*, o aluno enviou uma imagem com um exercício sobre o tema. Perguntou, então, se alguém no grupo poderia ajudá-lo a resolvê-la e a estudar para a prova.

Figura 1 – Primeiro exercício sugerido pelo aluno



Fonte: [www.mundoeducacao.com](http://www.mundoeducacao.com)

O exercício em si era muito simples, e então lhe foi mostrado que seria preciso mais para que este pudesse fazer uma boa prova. Recomendou-se que ele começasse por este, e

---

<sup>1</sup> Nome fictício

depois fosse evoluindo até o ponto que lhe seria possível fazer os exercícios desafiadores do seu próprio livro.

Mobilizado pela proposta, o aluno enviou, então, a página e o número de outra questão do livro, que se aplicava muito bem ao conteúdo a ser estudado. Após as instruções iniciais, a conversa seguiu conforme a transcrição abaixo:

- Isso, boa (A),
- Esse eh mt bom msm (A)
- Vou tentar fazer aq (V)
- Qualquer dúvida posso chamar? (V)
- Pode sim (A)
- Obg (V)
- Terminei, n sei se tah certo mas fiz do jeito q eu sei (V)
- Envio de imagem (...) E aí? (V)
- Contém alguns erros... (A)
- O ângulo que fica do lado esquerdo do  $3x$  tem a mesma medida q o de 120, então  $3x + 2x$  nesse caso eh igual a quanto falta p 180 (A)
- $3x + 2x = 180$ ? (V)
- N (A)
- $180 - 3x - 2x = 120$  (A)
- Ata (...)  $X = 12$ ? (V)
- Isso! Agora tenta descobrir y e z (A)
- Tah ok, qnd acabar te passo (V)
- Ok (A)
- [...]
- O Diogo tah fazendo a mesma questão q vc (A)
- A gente tah por Skype (V)
- Ele tah tentando me ajudar a fazer (V)
- Ótimo! (A)

Como podemos observar na conversa acima, o aluno Vinícius mostrou-se preocupado com o desenvolvimento de seu aprendizado, e mais do que isso, entusiasmado com a possibilidade de fazer uso de algo que era definitivamente muito presente em sua vida para tornar o aprendizado da matemática mais interessante. Mobilizado pela proposta, ele passou a interagir com outros membros que tinham certa facilidade com Geometria, construindo, assim, uma rede de aprendizagem.

Uma outra atividade foi realizada com um grupo de alunos do 1º ano do ensino médio de uma escola da rede estadual do Rio de Janeiro. Esta se deu a partir da utilização de telefones celulares para a elaboração de um trabalho em dupla, tendo por base um vídeo de um desafio matemático, já bastante difundido no *Whatsapp*, e cuja lógica proposta para a resolução contraria os princípios matemáticos.<sup>2</sup>

Dada a ausência de acesso à internet *wi-fi* na unidade de ensino, o compartilhamento do vídeo se deu por *bluetooth* tendo sido pedido a um membro de cada dupla que pareasse o celular para o recebimento dos dados. Em seguida, lhes foi proposta a seguinte tarefa: eles deveriam assistir ao vídeo e explicar o que os seis amigos estavam fazendo de errado na resolução. Abaixo, selecionamos três respostas para cada operação que nos chamaram mais a atenção.

---

<sup>2</sup> Eis o problema proposto: *Seis amigos que foram comer uma pizza, a conta deu R\$ 36,00. Zezinho dividiu 36 por 6 e encontrou 15 reais. Um dos amigos não concordou e pediu a prova real. Zezinho então multiplicou 15 por 6 e o resultado deu 36. Outro amigo não ficou satisfeito com o resultado e resolver faz a conta, mas ele só sabia somar. Então ele somou o 15 seis vezes e como resultado deu 36 reais.*

Para a primeira conta, que era  $36 : 6 = 15$ , uma das respostas obtidas foi:

Figura 2 – Resposta 1

Para a segunda operação,  $15 \times 6$ , uma dupla respondeu o seguinte:

Figura 3 – Resposta 2

Já na terceira e última operação,  $15+15+15+15+15+15$

Figura 4 – Resposta 3

O trabalho fez com que os alunos refletissem sobre os algoritmos da divisão, multiplicação e adição, agregando valor crítico a operações que geralmente são realizadas de maneira automática.

Outro ponto importante considerado foi o desenvolvimento da argumentação teórica, habilidade que extrapola os limites do campo disciplinar. Este incremento às atividades regulares é entendido por nós como um avanço na compreensão da matemática como um fenômeno dinâmico e social, uma vez que trabalhar a argumentação é importante para desenvolver e visualizar melhor a importância dos algoritmos. Em um primeiro momento, eles queriam somente fazer a conta de maneira correta, considerando que isso seria uma justificativa, e com o tempo, passaram a construir justificativas mais elaboradas.

Com estes mesmos alunos, utilizou-se outro vídeo, que fala sobre: “maneiras estúpidas de se morrer no Rio”. A animação, faz uma crítica às más condições de segurança e bem-estar da população, chamando a atenção para alguns dos acidentes que podem vir levar alguém que passeia pela cidade maravilhosa a óbito. São eles: *atropelamento pelo BRT, capotar de carro ao se desviar de buracos, ser atingido por um bueiro, ser assaltado quando estiver parado no sinal, morrer na fila de um hospital...* São estas “algumas maneiras estúpidas de se morrer no Rio”, como diz um trecho da música cantada em inglês.

A ideia inicial era problematizar as informações apresentadas, cruzá-las com os dados oficiais, e, a partir dos resultados, construir gráficos que seriam apresentados na *Feira Cultural de Ciências Exatas e da Natureza*, que ocorre anualmente. Contudo, ao nos aprofundarmos sobre as questões abordadas, vimos que seria de grande relevância ir além nas discussões em torno dos problemas enfrentados pelos cariocas no cotidiano, o que, acreditamos, é bastante enriquecedor para a formação de um cidadão crítico. Entendemos que nossa função como educadores não se resume a cumprir o currículo prescrito, mas sim contribuir para a formação crítica de pessoas/cidadãos, que tenham conhecimento das políticas públicas e da legislação de nosso país e exerçam de maneira efetiva sua cidadania.

A ampliação das discussões apresentou a possibilidade de uma atividade transdisciplinar, para a qual a participação dos docentes de outras disciplinas seria, fundamental. Assim, antes de enviarmos o material para os alunos no *Whatsapp*, convidamos os professores de filosofia e história para desenvolverem um projeto integrado

Aceito o convite, o primeiro passo foi enviar o vídeo e aguardar as reações dos alunos, que se mostraram diversas. A maioria achou engraçado; três reclamaram, pois acreditavam que o vídeo teria sido feito por “gringos”, e apenas um não se posicionou. Depois de algum tempo de observação, esclareci que o vídeo havia sido produzido por um grupo de publicitários do Rio, em 2013, e que “viralizou”.

Na aula seguinte, já com a presença dos demais professores, fizemos uma mesa redonda, durante a qual os alunos se colocaram ativamente. Falaram que algumas coisas não eram culpa do governo, como ser atropelado pelo BRT, e também mencionaram outras situações, como a abordagem violenta de policiais. Ao final da atividade, fizemos a proposta de trabalharmos cada uma das situações abordadas, não apenas utilizando a Matemática para montarmos os gráficos estatísticos, mas ampliando a discussão em um âmbito maior, buscando apontar possíveis soluções para os problemas em debate.

No momento, estamos na fase inicial do processo, recolhendo informações em jornais, revistas e sites sobre o assunto. A próxima etapa será buscar entender o que motiva esses acontecimentos, e discutir como podemos minimizá-los, ou mesmo evita-los.

A partir da observação deste, e dos demais casos relatados, percebemos que a utilização desse aplicativo de comunicação em tempo real se apresentou como um importante recurso para a potencialização do processo de ensino-aprendizagem, pois permitiu que as discussões pudessem prosseguir para além da sala de aula, extrapolando os limites e tempos do espaço escolar. Se antes o “calor das discussões” era comumente abrandado pelo hiato entre os encontros, a incorporação das redes sociais permitiu o prolongamento da prática pedagógica, suscitando o aprofundamento e a problematização de temáticas que, muitas vezes, eram subitamente interrompidas, e não raramente, esquecidas.

A fim de pensarmos na superação deste cenário, se fazem oportunas as palavras de D’Ambrósio: o mundo mudou muito e a escola não acompanhou essa mudança. Vivemos em um mundo cibercultural, que se atualiza a uma velocidade tão grande que converte as diferentes gerações de professores em imigrantes digitais, num contínuo fluxo de atualização a fim de se manterem relevantes em contexto comunicacional. É necessário, pois, que nos apropriemos das diversas formas de comunicação disponíveis no mundo contemporâneo e que usemos os recursos tecnológicos não apenas no ensino de matemática, mas também em outras discussões, contribuindo para a formação de indivíduos críticos e questionadores. Deste modo, será possível esboçar uma aproximação entre o espaço escolar e o mundo dos alunos, derrubando a barreira invisível existente entre professores e alunos.

## REFERÊNCIAS

**Maneiras estúpidas de morrer no Rio de Janeiro** (vídeo). Disponível em <<https://www.youtube.com/watch?v=yJh4M6K1Nvs>>. Acesso em: 03 jun. 2015.

**Como se faz uma conta no restaurante com os amigos** (vídeo). Disponível em <<https://www.youtube.com/watch?v=09MI729A8CM>>. Acesso em: 08 mai. 2015.

FREIRE, Paulo. **Pedagogia do Oprimido**. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1975.

MORAN, J. M.; MASETTO, M. T.; BEHERENS, M. A.. **Novas tecnologias e mediações pedagógicas**. Campinas, SP: Papirus, 2013.

PÉREZ GÓMEZ, A. I. **Compreender e transformar o ensino**. 4.ed. Porto Alegre: Artmed, 2000.

# **PRIMEIRAS EXPERIÊNCIAS NO ESTÁGIO SUPERVISIONADO: FAZENDO SABÃO COM ÓLEO DE COZINHA E APRENDENDO MATEMÁTICA NO ENSINO FUNDAMENTAL**

**Ricardo Figueiredo<sup>1</sup>**  
**Ana Cristina Ferreira (orientadora)<sup>2</sup>**

<sup>1</sup> UFOP/Departamento de Matemática, ricardinop@yahoo.com.br

<sup>2</sup> UFOP/Departamento de Matemática, anacf@iceb.ufop.br

## **Resumo**

Apresento aqui uma experiência vivenciada durante meu primeiro estágio supervisionado de regência. Nele, acompanhei uma classe de 6º ano do Ensino Fundamental de uma escola pública de Ouro Preto. A experiência relatada aconteceu no início de 2015. A professora de Matemática desenvolveu um projeto de ensino no qual procurou revisar e construir conhecimentos matemáticos relacionados ao processo de confecção de sabão caseiro produzido a partir da reutilização de óleo de cozinha. A classe, marcada pela indisciplina e por dificuldades em relação às operações básicas, especialmente a multiplicação e a divisão, se envolve intensamente com o projeto. Também observamos o potencial da experiência no sentido de criar oportunidades contextualizadas de se realizar cálculos matemáticos e de se trabalhar com medidas e grandezas.

**Palavras-chave:** Educação Matemática, Estágio Supervisionado, Ensino Fundamental.

## **SITUANDO O RELATO DE EXPERIÊNCIA: PRIMEIRO ESTÁGIO SUPERVISIONADO DE REGÊNCIA NO CURSO DE MATEMÁTICA**

Meu primeiro contato com a escola, não mais na perspectiva de aluno, mas de futuro professor, se deu, no terceiro período da graduação, no Pibid da UFOP. Desenvolvíamos algumas atividades com os alunos, sempre seguindo uma dinâmica: em uma semana trabalhávamos na preparação das atividades e na seguinte as aplicávamos em turmas variadas da escola parceira. Foi uma experiência muito importante para minha formação, porém, com o tempo comecei a perceber que me proporcionava pouca vivência com os alunos, pois tínhamos um tempo relativamente pequeno com eles e as turmas eram alternadas, uma vez necessitávamos de disponibilidade dos professores para a aplicação da oficina.

No quarto período do curso, ainda atuando no Pibid, tive a oportunidade de cursar uma disciplina obrigatória do curso de Licenciatura em Matemática que envolvia a observação de aulas em uma classe do Ensino Fundamental e a construção de um relatório minucioso sobre a mesma. Tanto o cotidiano da sala de aula como a relação professor-aluno deviam ser cuidadosamente observados e descritos. Esta experiência ampliou minha percepção acerca do contexto sala de aula, pois me permitiu conviver com uma mesma classe durante oito aulas consecutivas.

No início de 2015, iniciei minha primeira experiência de estágio. Pude vivenciar, ao longo de quatro meses, o cotidiano de uma turma do sexto ano. Parte do tempo foi dedicada à observação – porém, uma observação participante, uma vez que apoiava os trabalhos realizados pela professora regente – e em parte do tempo, ministrei aulas nessa turma.

Apresento aqui um recorte dessa experiência: o projeto sabão caseiro com óleo reaproveitado, desenvolvido pela professora regente com minha colaboração e de outro colega do curso de Matemática.

Escolhi essa experiência, pois os alunos manifestaram um interesse muito além do usual, participaram ativamente da produção de sabão e também das tarefas matemáticas propostas. Também me pareceu particularmente interessante observar os alunos trabalhando tanto com as quatro operações quanto com conceitos que ainda não haviam sido formalmente estudados como frações e números decimais.

## **A ESCOLA E A CLASSE NA QUAL A EXPERIÊNCIA ACONTECEU**

Meu primeiro estágio supervisionado ocorreu em uma escola estadual, próxima ao centro da cidade de Ouro Preto (MG). A escola atende a todos os anos do Ensino Fundamental e funciona nos períodos da manhã e da tarde.

A escola possui pátio e uma quadra para os alunos, e as salas de aulas estão em sua quase totalidade localizadas em um edifício antigo, de dois pavimentos. As salas de aula são pequenas para o número de alunos atendidos (entre trinta e quarenta alunos, em alguns casos) e tanto o prédio quanto os mobiliário se encontram em estado crítico (carteiras e mesas danificadas, paredes sujas com pintura deteriorada, etc.).

Segundo informações da professora regente e da pedagoga da escola, os alunos são oriundos de regiões variadas da cidade, nem todos moram próximos à escola. Geralmente, o 6º ano é formado por alunos que cursaram os anos iniciais do Ensino Fundamental na própria escola acrescido de alunos advindos de uma escola próxima que possui apenas os anos iniciais. No caso específico da turma descrita, temos também alunos advindos de duas outras escolas e da Casa Lar<sup>1</sup>.

A turma em questão é muito variada. Dos quase quarenta alunos matriculados no início do ano, cerca de dez têm idade superior à ideal e acumulam mais de dois anos de repetência. Há informações de sérios problemas familiares e sociais, há pais de alunos presos, pais com problemas de abuso de drogas, alunos abandonados pelos pais, etc. O comportamento de vários alunos em classe era marcado pela desobediência às normas, não participação nas tarefas, desrespeito aos colegas e, em alguns casos, aos professores. A gestão da classe é uma tarefa muito difícil para a maioria dos professores dessa turma. Observa-se ainda uma dificuldade significativa por parte dos alunos em acompanhar as aulas, devido à defasagem de conteúdos.

No período relacionado à experiência relatada, esse era o cenário.

Passo a seguir a relatar o projeto de produção de sabão caseiro a partir de óleo de cozinha reutilizado. Tal experiência aconteceu logo nos primeiros dias do primeiro semestre letivo de 2015.

## **O PROJETO PRODUÇÃO DE SABÃO COM ÓLEO DE COZINHA REUTILIZADO**

As aulas de Matemática neste 6º ano são sempre nos últimos horários. Isso faz com que os alunos – normalmente já agitados – se tornem mais difíceis de controlar. Os alunos estão cansados e ansiosos para irem embora.

Durante a aula há interrupções. Alunos de outras classes buscando mesas ou carteiras, recados da direção da escola etc.

---

<sup>1</sup> Instituição destinada ao acolhimento de menores em situação de risco. [www.ouropreto.mg.gov.br/veja/5/16/o-creas](http://www.ouropreto.mg.gov.br/veja/5/16/o-creas)

No primeiro dia de estágio, a professora me apresenta à classe e passa à correção de exercícios passados em aulas anteriores.

Ao bater o sinal, os alunos saem em disparada e a professora comenta comigo que a turma é muito difícil e que há outros professores que adotaram critérios de colocar os alunos mais indisciplinados para fora da sala, para que a aula transcorra melhor, mas ela acredita que isto não é a solução. Segundo ela, é uma turma com muitos problemas, mas que se não tiver paciência, acabamos tirando a oportunidade de o aluno aprender alguma coisa.

No dia seguinte, os alunos foram convidados a ler o texto “Óleo de cozinha: Danos na natureza”. Distribuí o texto e, após alguns minutos, a professora conversa com os alunos sobre ele. Por meio de perguntas, ela verifica se entenderam o texto, se compreenderam as ideias centrais. As respostas são muito variadas, os alunos têm dificuldade de interpretar.

- \_ Qual o assunto abordado no texto? (pergunta a professora).
- \_ Sobre o óleo de cozinha. (responde um aluno).
- \_ Seja mais específico.
- \_ Que ele prejudica o meio ambiente, se for jogado em lugar errado (respondem vários alunos).
- \_ Isto mesmo, está correto! Vocês leram no final do texto as três perguntas<sup>2</sup>?

A professora vai fazendo as perguntas, estimulando os alunos a pensar sobre o assunto. Esta discussão ocupa todo o tempo da primeira aula. Contudo, foi muito legal, pois os alunos se interessaram pelo assunto e a professora diz a eles que irão realizar uma atividade relacionada à fabricação do sabão com óleo de cozinha reutilizado na próxima aula.

No dia seguinte, a professora coloca os materiais que serão utilizados na fabricação do sabão em sua mesa. Os alunos estão um pouco agitados e peço-lhes que se acalmem. A professora orienta os alunos a terem cuidado com os produtos que serão utilizados, usando luvas e máscara quando estivessem próximos aos mesmos.

A professora pede a dois alunos que meçam os ingredientes necessários para a produção do sabão segundo a receita seguida. Embora ela peça aos demais que se comportem e não falem alto, observo que estão muito entusiasmados e que é difícil conter a ansiedade em ver o processo. De modo geral, os alunos participam bastante e querem ajudar.

Figura 1: mistura dos ingredientes



Figura 2: fabricação do sabão



---

<sup>2</sup> -Qual é o risco para o meio ambiente quando descartamos o óleo de cozinha usado no ralo da pia, no vaso ou no lixo comum? -Como minimizar o efeito do óleo de cozinha no ambiente? -Como a Matemática pode contribuir para a preservação do meio ambiente?



Distribuo, a pedido da professora, uma folha para cada aluno contendo questões relacionadas à fabricação do sabão. As questões, de uma forma geral, envolvem operações básicas.

Para a realização de uma das questões a professora trouxe folhas de cartolina e distribuiu-as entre os alunos. O propósito era simular a área do tabuleiro de modo que pudesse investigar qual seria a melhor forma de cortar o sabão em pedaços. O único critério era que os pedaços deveriam ser do mesmo tamanho.

Vários alunos dobram a cartolina algumas vezes e afirmam que o tabuleiro poderia ser dividido em 16 pedaços. Outros riscam o pedaço de cartolina com a régua e encontram outras quantidades. A aula termina e a professora propõe que pensem e construam soluções em casa.

Figura 3: divisão do sabão



Figura 4: medindo o tabuleiro



Na aula seguinte, a professora retoma o trabalho realizado na aula anterior e corrige as questões propostas. Durante a correção, ela pede aos alunos para explicar como pensaram para resolver cada questão. E destaca para a classe caminhos distintos utilizados pelos alunos para realizarem as tarefas. Durante toda a correção os alunos participaram ativamente e debateram as respostas.

A professora convida o aluno Vitor (nome fictício) a realizar uma das tarefas no quadro (dividir R\$12,40 – custo dos materiais necessários para fazer um tabuleiro – por 30 – número de pedaços de sabão). O aluno tenta, mas, como ainda não estudou números decimais, a vírgula o confunde. Outros alunos fazem perguntas e a professora os convida a ir ao quadro. Alice afirma que “cortou os dois zeros e dividiu 12,4 por 3”.

$$\begin{array}{r} 12,40 \div 30 \\ \underline{12} \phantom{40} \\ 04 \phantom{0} \\ \underline{03} \phantom{0} \\ 10 \phantom{0} \\ \underline{09} \phantom{0} \\ 10 \phantom{0} \\ \underline{09} \phantom{0} \\ 10 \phantom{0} \end{array}$$

A professora explica que há muitas formas de dividir o tabuleiro. Ela acrescenta que não existe forma certa ou errada, cada um pode escolher o tamanho que achar adequado.

Na questão cinco, é perguntado qual poderia ser o preço de venda do sabão. As opiniões são muito variadas, os preços vão de cinquenta centavos a cinco reais. A professora questiona os alunos sobre as medidas dos pedaços de sabão e seu preço.

- \_ se for muito caro, conseguiremos vendê-lo?
- \_ será justo vender o sabão por um valor muito superior ao que gastamos para produzi-lo?
- \_ se vendermos barato demais valerá a pena produzi-lo?

Ela discute com os alunos o preço do sabão, propondo que considerem não somente o tamanho do sabão, mas o custo para ser fabricado.

Nesta discussão, a maioria dos alunos está participando e a professora faz registros no quadro das ideias, para que todos possam copiar em seus cadernos. A questão número seis, que fala sobre vender o sabão mais caro que a vizinha, ela pediu então, que uma aluna leia e após a leitura, as opiniões dos alunos vão surgindo e são bem variadas, algumas do tipo: "mais bem feito"; "mais barato"; "o tamanho do sabão"; "maior durabilidade". A professora explica que a resposta dos alunos é pessoal e que todas estão certas.

Durante a próxima atividade os alunos perguntam que cálculos devem fazer, eles fazem uma leitura superficial e tentam adivinhar a operação:

\_ Professora, a primeira eu tenho que fazer vezes?

\_ é  $20 \times 48$ ?

A professora lembra os alunos que as tarefas estão relacionadas com a receita do sabão, que a receita gasta quatro litros de óleo e rendeu 48 pedaços de sabão. A partir disso, alguns alunos começam a resolver corretamente as questões.

As formas de encontrar a resposta são muito variadas. Alguns somam  $4+4+4+4+4$  até obter 20 e depois multiplicam  $5 \times 48$  para obter o resultado. Um aluno me pergunta:

\_ Professor eu achei 240, isto é litros ou pedaços de sabão?

\_ Você multiplicou cinco receitas por quarenta e oito pedaços, o que vai obter?

\_ Pedaços de sabão

Na questão dois, a divisão de 30 por 4 produz resto 2 e confunde os alunos. Eles não entendem ou não associam corretamente o resto à metade da medida necessária para uma receita, logo poderia gerar metade dos pedaços de sabão. Eu e a professora fomos conversando e questionando os alunos até entenderem que o resto dois representava meia receita; com isto a aula foi passando rapidamente, mas o envolvimento dos alunos foi muito legal e todos puderam explorar suas diversas formas de se chegar ao resultado.

É bom ressaltar que há alunos que nem sempre fazem os exercícios no caderno, mas que participam das discussões.

A professora me diz que fez uma nova atividade em folha impressa para os alunos, as questões são parecidas com as do dia anterior, mas com os valores diferentes e que ela achava que seria bom trabalhar novamente, para verificar se houve entendimento das ideias e também pelo número de alunos que faltaram no dia anterior. A professora pede que façam na folha e que ira recolher para corrigir em casa.

Os alunos que estavam presentes na aula anterior desenvolveram bem as atividades e acabaram fazendo mais rápido que aqueles alunos que faltaram; durante a atividade eles perguntaram sobre a receita, como no dia anterior; houve questionamentos, mas compreenderam rapidamente.

Algumas outras aulas semelhantes são desenvolvidas. De modo geral, os alunos se mostraram participantes e atuantes em todas elas. O interesse gerado pela experiência de produção do sabão permaneceu durante a maior parte do tempo.

## REFLEXÕES SOBRE O PROCESSO.

Essa experiência me permitiu vivenciar a realidade de uma sala de aula marcada pela diversidade de comportamento, estrutura familiar e social, faixa etária dos alunos, mas também marcada pelo fato de contar com uma professora de Matemática persistente, dedicada e empenhada em fazê-los avançar como estudantes e como pessoas.

Aprendi que o cotidiano e a história familiar e social dos alunos são muito importantes para sua aprendizagem em sala e seus reflexos se notam claramente.

Também aprendi que o ambiente físico possui um papel relevante nesse processo: as problemáticas de salas cheias de alunos que não conseguem se concentrar devido à falta de espaço, ruídos externos contínuos, etc. acabam por influenciar na aprendizagem.

Por outro lado, verifiquei como a metodologia adotada pode influenciar positivamente (no projeto descrito) todo esse cenário. Entre aulas tradicionais<sup>3</sup> ou aulas voltadas para o contexto atual e realidade dos alunos, há uma grande diferença no que tange à participação, envolvimento e aprendizagem.

Quando o aluno – especialmente os do grupo estudado – tem a possibilidade de aprender Matemática de modo contextualizado, integrado a temas atuais, ele pode vivenciar coisas que são ‘palpáveis’, interessantes e até inusitadas (aprender Matemática fazendo sabão caseiro?). Nesse sentido, observei resultados importantes, alunos que na maioria das vezes não faziam as atividades começaram a fazê-las e nas discussões sobre o tema passam a compartilhar suas ideias e por sinal boas ideias, o trabalho em grupo também foi algo que criou um ambiente mais harmonioso entre os alunos, nas atividades as conversas paralelas em sala na maior parte do tempo estava voltada para o tema, sendo que estas conversas lhes proporcionam conhecimento e também com o projeto alunos que a princípio não se sentiam pertencentes ao grupo passaram a pertencer.

Observei comportamentos se transformarem, quando os alunos se engajaram em uma atividade que discutia questões que poderiam ser empregadas em seu cotidiano. Nesses casos, o interesse em aprender muda radicalmente e tem-se um aproveitamento maior das aulas.

Quanto à relação professor-alunos, pude observar que o professor é uma figura que deve se posicionar de forma amigável e fazer com que este ambiente, seja um ambiente seguro, confiável e interessante para o aluno. O professor pode ser uma figura que transmita segurança e ao mesmo tempo proximidade, empatia. Ao mesmo tempo uma figura de autoridade e que transmita muita seriedade e responsabilidade aos seus alunos e que tenha pulso firme nas horas certas.

Em síntese, participar como estagiário, dessa experiência me trouxe ganhos muito significativos, tanto em termos de compreensão do ambiente escolar e da sala de aula, quanto em termos do papel do professor e da importância das estratégias adotadas junto aos alunos. Conseguir manter o interesse dos alunos por um tempo maior é um desafio.

Também destacaria a importância da escolha das atividades, pois, além de desenvolver competências e habilidades matemáticas, é importante despertar em nossos alunos uma conscientização de valores sociais, econômicos, ambientais e pessoais. Tudo isso, sempre que possível, investindo no desenvolvimento do senso crítico de modo a formar cidadãos.

---

<sup>3</sup> Por aulas tradicionais me refiro àquelas orientadas basicamente pela seguinte estrutura: alunos passivos acompanham o professor expor uma ideia matemática, apresentar alguns exemplos e então propor uma série de exercícios similares. Não significa que esse tipo de aula não tenha seu mérito, especialmente na fixação de conteúdos, porém, se apenas esse modelo predomina, geralmente, a atenção, envolvimento, potencial criativo e qualidade da aprendizagem caem significativamente.

# **“GEOMETRIA NA ESCOLA, NA VIDA...” UTILIZANDO O TANGRAM E SÓLIDOS GEOMÉTRICOS NA ELABORAÇÃO DE CONCEITOS**

**Giselle de Jesus Pereira Soares<sup>1</sup>**  
**Genielson de Jesus Nasaré Mendes<sup>2</sup>, Jasmine Fernandes Chaves<sup>3</sup>**

<sup>1</sup>IFMA/DEMAT, [carvalhoesoes@gmail.com](mailto:carvalhoesoes@gmail.com)

<sup>2</sup>IFMA/DEMAT, [genielsonmendes@hotmail.com](mailto:genielsonmendes@hotmail.com)

<sup>3</sup>IFMA/DEMAT, [jasminefernandes2010@hotmail.com](mailto:jasminefernandes2010@hotmail.com)

## **Resumo**

O texto apresenta um relato de experiência constituído a partir de atividades desenvolvidas por bolsistas do subprojeto de Matemática do Programa Institucional de Bolsas de Iniciação a Docência – PIBID/CAPES desenvolvido no Instituto Federal do Maranhão - IFMA – campus São Luís - Monte Castelo, em duas escolas públicas de Ensino Fundamental da rede de ensino de São Luís - Maranhão e parceiras do subprojeto. O contato dos bolsistas do subprojeto com os alunos durante as atividades semanais de interação possibilitou identificar lacunas de aprendizagem de conceitos básicos de geometria plana e espacial. A geometria ocupa pouco espaço no currículo dessas escolas. Essa percepção impulsionou a elaboração de um projeto intitulado “*Geometria na escola, na vida...*” contendo atividades de geometria cujo desenvolvimento utiliza como recursos didáticos materiais manipuláveis como o tangram, o geoplano, sólidos geométricos e outros, na perspectiva de possibilitar aos alunos a elaboração de significados aos conceitos geométricos e a percepção da geometria nas atividades cotidianas do homem. Neste relato descrevem-se as experiências vividas no desenvolvimento das atividades envolvendo o tangram e sólidos geométricos abordando respectivamente tópicos da geometria plana e espacial. Com o tangram, foram trabalhados temas como polígonos, convexidade e formas geométricas; com os sólidos, desenvolvemos uma ponte entre as duas áreas da geometria.

**Palavras-chave:** Ensino. Aprendizagem. Geometria. PIBID.

## **INTRODUÇÃO**

Ao abordar sobre *espaço* e *forma* no ensino fundamental os Parâmetros Curriculares Nacionais - PCNs de Matemática reconhecem os conceitos geométricos como parte importante do currículo de Matemática destacando que, por meio desses conceitos o aluno desenvolve um tipo especial de pensamento que lhe permite compreender, descrever e representar, de forma organizada, o mundo em que vive (BRASIL, 1998). Mas parece que esse reconhecimento não tem tido ressonância no currículo de Matemática de muitas escolas da Educação Básica.

Durante as atividades de observação dos bolsistas do Programa Institucional de Bolsas de Incentivo à Docência – PIBID/ IFMA nas escolas parceiras do subprojeto de Matemática – campus São Luís – Monte Castelo percebeu-se que os alunos tanto do ensino fundamental como do ensino médio apresentavam lacunas de aprendizagem frente às

tarefas propostas que envolviam ideias de geometria. Diagnosticou-se que conteúdos de geometria são pouco abordados pelos professores, principalmente nas séries do ensino fundamental, e quando trabalhados a apresentação é feita de forma isolada, bem no final do ano letivo, reduzida à apresentação de fórmulas e desvinculada do cotidiano dos alunos. Há casos em que os conteúdos de geometria deixaram de ser abordados pelos professores sob a alegação de não ter tempo suficiente no ano letivo para trabalhar tais conteúdos.

Embora o crescente número de publicações nos campos do Ensino e da Educação Matemática que trazem à tona discussões e propostas metodológicas para o ensino e aprendizagem da matemática, se percebe que no cotidiano do contexto escolar algumas concepções de prática pedagógica se mantêm. Ainda é bastante comum nos depararmos com práticas em sala de aula pautadas num trabalho em que o professor é o centro de todo o processo, detentor de todo o conhecimento e, o aluno é aquele que recebe todas as informações de forma passiva, sem interagir e não é visto como parte no processo de construção do conhecimento matemático. São concepções que se distanciam daquelas que entendem a necessidade de se trabalhar de forma diferenciada na tentativa de atender as demandas de cada indivíduo; que concebem a sala de aula como espaço de atualização constante, de experimentação de metodologias e métodos que possibilitem ao aluno abandonar o papel de meros coadjuvantes e se assumam como artistas principais no processo de construção dos seus próprios conhecimentos.

Tais percepções geraram inquietações e impulsionou a equipe responsável pelo desenvolvimento do subprojeto a elaborar um projeto, intitulado “*Geometria na escola, na vida...*”, com o objetivo de despertar nos alunos o interesse pela geometria estabelecendo a sua relação com o mundo vivido. Esse projeto foi desenvolvido utilizando materiais manipuláveis como recurso, durante o ano de 2014, com alunos de duas escolas do ensino fundamental, parceiras do subprojeto: a Unidade de Educação Básica Alberico Silva (CIEP) e Unidade Integrada Barbosa de Godóis.

*A metodologia de projetos tem se mostrado como uma boa alternativa no trabalho do ensino e aprendizagem de conteúdos matemáticos dada a liberdade que o aluno tem para organizar e executar as atividades planejadas para a aquisição de determinados conhecimentos e desenvolvimento de competências e habilidades. O professor nesta abordagem assume o papel de orientador, responsável pela condução das atividades e incentivo a participação dos alunos (MOURA & BARBOSA, 2006, p.12).*

Dentre as atividades desenvolvidas no projeto “*Geometria na escola, na vida...*” optamos aqui por apresentar o trabalho realizado utilizando o tangram e os sólidos geométricos.

#### **“GEOMETRIA NA ESCOLA, NA VIDA...”: PRIMEIROS PASSOS.**

O projeto foi desenvolvido em quatro etapas. A primeira consistiu na seleção dos conteúdos a serem trabalhados de acordo com as séries participantes. Durante a reunião de elaboração do projeto analisamos alguns conteúdos referentes ao ensino de Geometria e selecionamos alguns que envolvessem conceitos introdutórios, a história de alguns geômetras, entes geométricos, noções de perímetro, área de figuras planas, polígonos e formas espaciais. Sempre preocupados em estabelecer a relação desses conteúdos com o cotidiano dos alunos, levando-os a perceberem a presença no seu dia-a-dia de cada tema

estudado na escola. Após a seleção dos conteúdos partimos para a organização de atividades e escolha de materiais lúdicos. Foram elaboradas no total 19 atividades. A terceira etapa consistiu na elaboração de um plano de interação para o desenvolvimento de cada atividade envolvendo materiais lúdicos, com informações sobre os conteúdos que seriam trabalhados, materiais que seriam utilizados, os objetivos e metodologia.

Com a conclusão das etapas iniciais do projeto, partimos para a etapa final que consistiu no trabalho das atividades de interação com os alunos nas escolas parceiras. Essas atividades foram desenvolvidas pelos bolsistas e o supervisor do subprojeto na escola, no contra turno das aulas dos alunos. Foram realizados 16 encontros e em cada um deles tivemos a preocupação de fazer registros escritos acerca da reação dos alunos frente à proposta de atividade apresentada, bem como dos conhecimentos prévios dos alunos e das condições estruturais oferecidas pelas escolas para o desenvolvimento da atividade.

## **TRABALHANDO COM O TANGRAM**

A abordagem de conceitos geométricos pode ser realizada através da utilização de materiais didáticos lúdicos diversos, entre eles, o Tangram. Com esse material realizamos atividades nas quais foram trabalhados os conceitos de área, perímetro e caracterização de figuras planas.

Iniciamos as atividades apresentando o material para os alunos e um pouco da sua história. Em seguida, foi sugerido aos alunos que cada um construísse um tangram utilizando E.V.A, régua, cola, tesoura e cartolina. Esta atividade de construção teve como objetivo levar os alunos à percepção das formas geométricas das 07 (sete) peças que compõem o material e a partir daí explorar as características das figuras planas. Inicialmente dividimos os alunos em equipes e distribuímos os materiais a serem utilizados na atividade. Em seguida, com o pincel, um bolsista foi mostrando as etapas de construção do tangram no quadro branco, enquanto os demais auxiliavam as equipes formadas a realizarem os passos feitos em quadro. Durante a aplicação da atividade, os alunos manifestaram dúvidas como: o que é Ponto Médio e como encontrá-lo? Após a discussão dessas dúvidas com todos os alunos, foram lançadas aos alunos algumas perguntas do tipo: Quais as figuras planas que compõe o tangram? Quais as características que estas figuras possuem? Entre outras.

Ao final da construção do tangram solicitamos aos alunos que criassem figuras e realizassem os desafios estabelecidos no plano de interação como: formar as figuras geométricas presentes no material da atividade; identificar as principais características dos entes geométricos como número de lados, número de ângulos, etc. e tentar montar um quadrado e outras figuras com determinado número de peças, com duas, três, quatro, cinco, seis e sete peças, e em particular, o caso se é ou não possível formar um quadrado utilizando seis peças do tangram e tentar explicar por que isso ocorre.

Esta atividade fazendo a utilização do tangram foi dividida em duas interações, Numa foi realizada a confecção e na outra a formação das figuras e desafios propostos. Para conhecer as impressões dos alunos sobre cada uma destas atividades realizadas, ao final de cada atividade era solicitado aos alunos a realização de um breve relato oral sobre as atividades propostas destacando dificuldades encontradas durante a realização, o que mais gostaram, entre outros.



**Figura 1: Alunos construindo o tangram**



**Figura 2: Alunos construindo figuras com as peças do tangram**

## **TRABALHANDO OS SÓLIDOS GEOMÉTRICOS**

Na tentativa de melhorar a compreensão dos alunos a atividade com os sólidos geométricos foi realizada em etapas. Inicialmente foi solicitado aos alunos trouxessem materiais de casa como embalagens, latas ou caixas vazias, e imagens que lembrassem alguma figura geométrica que eles conhecessem. Os materiais que os alunos trouxeram foram arrumados sobre a mesa e os analisados através de perguntas como: você pode virar esse objeto? Se você apoiar o objeto e colocar a sua mão sobre ele, ela ficará na mesa? Esse objeto é fino? Grosso? Largo? Estreito?

Após essa análise solicitamos aos alunos que escrevessem as características destes objetos e os dividissem em dois grupos explicando o porquê desta escolha. Logo depois, trabalhamos a linguagem matemática questionando-os sobre o uso de outras palavras similares a fino e grosso e explicando o conceito de dimensão. Num segundo momento, utilizando o material fornecido pelos alunos e solicitamos que os que representassem figuras planas fossem retirados, justificando a sua escolha. Foram analisadas as características do material restante, através de questionamentos sobre quais dimensões podiam ser medidas e o nome destas.

Na segunda parte da interação utilizando os sólidos geométricos, deixamos que os alunos os manipulassem (empurrando, deslizando ou puxando), e depois pedimos que os dividissem em figuras planas e espaciais. Após a separação, os alunos analisaram cada grupo e registraram suas características. Conceituamos os sólidos em corpos redondos e poliedros. Para melhor compreensão realizamos um jogo de adivinhação utilizando os sólidos geométricos. Dispomos um conjunto de sólidos geométricos em uma mesa. Pedimos que um aluno escolhesse secretamente um dos sólidos enquanto os demais tentavam descobrir a figura selecionada fazendo perguntas que tenham "sim" ou "não" como resposta. Aquele que adivinhava o sólido era o próximo a escolher. Para melhor aprendizagem, nas perguntas não eram utilizados os nomes dos corpos geométricos, mas

suas características, estimulando assim a utilização de descrições dos sólidos e do vocabulário específico da área de espaço e forma. Disponibilizamos papel e caneta para que os alunos fizessem um relato escrito sobre as atividades, registrassem suas conclusões sobre o conceito de figuras planas e espaciais, exemplificando por meio de desenhos.



**Figura 3: Alunos construindo os sólidos geométricos**

### CONSIDERAÇÕES FINAIS

Na atividade na qual foi utilizado o tangram os alunos conseguiram identificar figuras como triângulo, quadrado e tiveram problemas em identificar figuras como o paralelogramo e suas características. Apresentaram dificuldades em identificar e nomear certos polígonos que podiam ser montados com o uso do material. Ao final destas tarefas os alunos tiveram a condição de identificar os entes geométricos presente no material, como por exemplo, nome, número de lados, etc.

Segundo depoimentos, um dos alunos da escola parceira considerou que ao trabalhar com figuras geométricas planas conseguiu relacioná-las com sua vida fora da escola, as reconhecendo no quadro, na porta de casa entre outros. Falou também que aprenderam a nomear estas figuras como o losango, octógono, hexágono e as variedades de quadriláteros, gostando de fazer e montar os desenhos, socializando o seu conhecimento adquirido e seu devido uso.

*“O meu entendimento sobre trabalhar com as figuras geométricas, resumindo o tangram, foi bastante enriquecedor por aprender sobre área, perímetro, o nome das figuras, as formas que eu posso montar etc... Foi divertido e ao mesmo tempo gratificante relembrar sobre a geometria.”*

E nas outras interações nas quais utilizamos os sólidos geométricos podemos perceber que a princípio os alunos não conseguiam defini-los por seus nomes, mas pela figura plana que o compõe, como chamar o cubo de quadrado ou uma pirâmide de triângulo, mas com o contato deles com os sólidos foi possível notarem as características e principalmente as diferenças entre as figuras planas e espaciais que não se podiam ver através do livro didático.



## **REFERENCIAS**

BRASIL, Ministério da Educação - Secretaria de Educação Fundamental - PCN'S

**Parâmetros curriculares nacionais.** Brasília: MEC/SEF, 1998.

MOURA, D. G; BARBOSA, E. F. **Trabalhando com Projetos – Planejamento e Gestão de Projetos Educacionais.** Editora Vozes, Petrópolis-RJ, 2006.

# HQ'S NO ENSINO DE MATEMÁTICA

Gabriel Martins Felix<sup>1</sup>  
Gabriella Marie Lobo Alves Sodré<sup>2</sup>  
Wanderley Moura Rezende<sup>3</sup>

<sup>1</sup>UFF/IME, gabrfelix@felixcontabilidade.com

<sup>2</sup>UFF/IME, gabriellamarielobo@gmail.com

<sup>3</sup>UFF/IME, wmrezende@id.uff.br

## Resumo

É notória a importância do uso de quadrinhos no processo de alfabetização e no aprendizado da Língua Portuguesa. O uso deste recurso além de estimular os alunos no seu processo de aprendizagem, auxilia efetivamente na compreensão dos tópicos específicos ensinados nesta disciplina escolar. Diante disso surge uma questão natural: poderia ser esse recurso utilizado no ensino da Matemática? Acreditamos que sim. Apostamos que o uso de quadrinhos associado à resolução de problemas pode ser um excelente recurso para a aprendizagem de conceitos matemáticos. Assim, com essa perspectiva, desenvolveu-se no âmbito do subprojeto de Matemática do PIBID UFF o projeto *HQ's no Ensino de Matemática*. Neste trabalho apresentaremos as etapas já realizadas deste projeto, o material didático elaborado, bem como as experiências realizadas com sua aplicação.

**Palavras-chave:** Resolução de problemas; História em quadrinhos; PIBID.

## INTRODUÇÃO

Segundo Vergueiro (2004), em muitos países, os órgãos oficiais de educação reconhecem a importância do uso da história em quadrinho no currículo escolar, desenvolvendo orientações específicas para isso. No âmbito nacional, e citando a LDB (Lei de Diretrizes e Bases) e os PCN (Parâmetros Curriculares Nacionais) como referência, o autor enumera diversos fatores favoráveis ao uso de Quadrinhos como instrumento de ensino, a saber: “Os estudantes querem ler os quadrinhos”; “Palavras e imagens, juntos, ensinam de forma mais eficiente”; “Existe um alto nível de informação nos quadrinhos”; “As possibilidades de comunicação são enriquecidas pela familiaridade com as histórias em quadrinhos”; “Os quadrinhos auxiliam no desenvolvimento do hábito de leitura”; “Os quadrinhos enriquecem o vocabulário dos estudantes”; “O caráter elíptico da linguagem quadrinhística obriga o leitor a pensar e imaginar”; “Os quadrinhos têm um caráter globalizador” (por serem veiculadas no mundo inteiro); “Os quadrinhos podem ser utilizados em qualquer nível escolar e com qualquer tema” (VERGUEIRO, 2004, pp.21-25).

É um desafio saber olhar os quadrinhos como um recurso didático. Ainda assim é possível observar o uso de tirinhas de diferentes histórias em quadrinhos (HQ's) em disciplinas como Língua Portuguesa, Biologia, Geografia, entre outras. Todavia, este recurso ainda é pouco explorado como instrumento didático no ensino de Matemática, o que para nós é um fato injustificável. Afinal, Matemática, além de ser ciência, também é linguagem!

Além de ser um facilitador que gera contribuições ao educador, a leitura de histórias em quadrinhos é um elemento motivador para o adolescente. É bem difícil

conhecer alguém que nunca gostou de algum quadrinho, seja na infância, ou mesmo na fase adulta, como um hábito de leitura, ou como um *hobby*. As histórias em quadrinhos, assim como os desenhos animados, por seus visuais bem atrativos, sempre foram uma mídia sedutora para o público infanto-juvenil. Eles estão presentes em almanaques, em tirinhas de jornais e até em algumas publicações específicas que reúnem uma grande quantidade dessa arte.

Por outro lado, no âmbito do ensino da matemática, cabe destacar que a resolução de problemas é uma atividade fundamental para a construção do conhecimento matemático, já se constituindo como um campo de pesquisa consolidado na Educação Matemática. Na forma de ensinar matemática através da resolução de problemas, o ensino-aprendizagem de um conteúdo matemático ocorre a partir de uma situação-problema contextualizada. O aluno tanto aprende matemática resolvendo problemas como aprende matemática para resolvê-los. No momento em que o professor adota essa metodologia, os alunos podem aprender tanto *sobre* resolução de problemas, quanto aprendem matemática *para* resolver novos problemas, enquanto aprendem matemática *através* da resolução de problemas (GAERTNER & POFFO, 2010, p.5).

No fim dos anos 1970, como nos revela Onuchic (1999), a Resolução de Problemas ganhou espaço no mundo inteiro, culminando com a publicação do NCTM – *National Council of Teachers of Mathematics* –, em 1980, nos Estados Unidos, que apresentou recomendações para o ensino da Matemática no documento “Agenda para a Ação”, na qual a resolução de problemas é o foco do ensino da Matemática dos anos 80. E essas recomendações, cerca de vinte anos depois, são incorporadas aos PCN (Parâmetros Curriculares Nacionais), nossa referência nacional em termos de parâmetros educacionais. Os PCN (1998) consideram a resolução de problemas como eixo organizador do processo de ensino e aprendizagem de Matemática. Desde então, a resolução de problemas encontra-se no âmago das discussões acerca de metodologias para o ensino de matemática, fazendo parte de diversas pesquisas na literatura acadêmica e, também, nas recomendações para elaboração de livros didáticos. Se a resolução de problemas pode não estar presente em algumas salas de aula de matemática, pelo menos ela encontra-se na noosfera do professor de matemática. Essa metodologia de ensino, segundo Onuchic & Allevato (2004), tem como propósito:

*(...) fazer com que os alunos possam pensar matematicamente, levantar ideais matemáticas, estabelecer relações entre elas, saber se comunicar ao falar e escrever sobre elas, desenvolver formas de raciocínio, estabelecer conexões entre temas matemáticos e de fora da Matemática e desenvolver a capacidade de resolver problemas, explorá-los, generalizá-los e até propor novos problemas a partir deles. (ONUCHIC & ALLEVATO, 2004, p.218)*

Porém, está havendo um desgaste por parte de professores e alunos, devido aos métodos padronizados e mecânicos na forma de contextualizar as questões. Tais métodos não estimulam a criatividade dos alunos e acabam não suprimindo os objetivos gerais do ensino da Matemática. Além disso, é notória a reclamação dos professores de que seus alunos não conseguem resolver problemas porque têm dificuldades de “interpretar” o enunciado das questões propostas. Nesse contexto misturam-se as dificuldades com língua materna com as da própria linguagem matemática.

Pensando nesta problemática, apostamos que a linguagem dos quadrinhos pode otimizar de forma criativa e atrativa a funcionalidade da língua materna na enunciação do problema matemático. Assim, ao articular problemas matemáticos contextualizados com histórias em quadrinhos, acreditamos que poderemos as dificuldades quanto ao manuseio

da língua materna para tarefa primeira de interpretar o enunciado do problema matemático. Além disso, não temos dúvida de que haverá mais interesse pelo problema proposto por parte do aluno. Além de ser uma linguagem mais atrativa, o estilo é também mais próxima ao seu universo de leitura. Os estudantes, ao se depararem com quadrinhos em alguns exercícios, serão convidados a ler a história. A leitura das imagens e a escrita dos balões, além de possibilitar interpretação e compreensão da situação problema proposta, leva à percepção de como as diversas informações captadas, ditas ou não, se relacionam com a questão proposta a eles.

Assim, como parte de nossas ações como bolsistas de iniciação à docência do subprojeto de Matemática Niterói do PIBID UFF, desenvolveu-se o projeto *HQ's no ensino da matemática* cujo principal objetivo é auxiliar o professor na utilização desse recurso como cenário para resolução de problemas matemáticos. O que se quer com o desenvolvimento desse projeto é potencializar a metodologia de resolução de problemas por meio da linguagem própria estabelecida pela dinâmica da história em quadrinhos. Tudo isso em prol da sala de aula de matemática.

Essa ideia partiu de um gosto comum entre os bolsistas. Gosto esse não só por quadrinhos, mas também por tentar desmistificar a cultura de que matemática é uma matéria muito difícil, ou até impossível, de entender e distante do cotidiano das pessoas.

## DESCRIÇÃO DO PROJETO

Devido ao seu caráter original, imaginou-se o desenvolvimento do projeto em cinco etapas: mapeamento de histórias em quadrinhos; elaboração de questões a partir de histórias em quadrinhos selecionadas; criação dos personagens; elaboração de problemas e soluções matemáticas em formato de histórias em quadrinhos usando nossos personagens; realização de oficinas com estudantes do Ensino Fundamental II de uma escola pública do Estado do Rio de Janeiro.

Faremos a seguir uma breve descrição de cada uma dessas etapas.

### 1ª ETAPA: MAPEAMENTO DE HISTÓRIA EM QUADRINHOS

Na primeira etapa foi realizado um mapeamento de tirinhas de histórias em quadrinhos de algumas das obras mais populares. Foram selecionadas tirinhas das coleções de histórias em quadrinhos da *Toda Mafalda* (QUINO, 1993), do *Calvin e Haroldo* (WATTERSON, 2010)<sup>1</sup> e do *Peanuts* (SCHULZ, 2014), organizadas em forma de um catálogo considerando as seguintes categorias: Matemática, Contexto Matemático, Ensino da Matemática e Temas Transversais.

Figura 1: Exemplo de uma tirinha já mapeada de *Toda Mafalda*.



Fonte – QUINO, 1993, p.265.

<sup>1</sup> Além do volume citado foram utilizados outros 6 volumes da coleção.

## 2ª ETAPA: ELABORAÇÃO DE QUESTÕES A PARTIR DE HISTÓRIAS EM QUADRINHOS SELECIONADAS

Tendo como referência o catálogo elaborado na etapa anterior (além de tirinhas de outras HQ's) foram produzidas 38 questões contextualizadas relacionadas a diversos temas matemáticos como geometria, porcentagem, funções dentre outros. Dentro desse universo foram produzidas algumas questões relacionadas com outras áreas do conhecimento como a Língua Portuguesa, a Geografia, a História e tantas outras presentes na vida escolar. Acreditamos que a construção de questões de natureza interdisciplinar favorece a integração de saberes. Assim como Mendonça (2013), julgamos que o caráter interdisciplinar é fundamental para “que a construção do conhecimento não seja fragmentada, e para que cada área contribua com diferentes possibilidades de interpretação, entendimento e vínculo com a realidade” (MENDONÇA, 2013, p.59). Essas questões estão disponibilizadas em [www.repositorio.uff.br/jspui/handle/1/668](http://www.repositorio.uff.br/jspui/handle/1/668).

Figura 2: Exemplo de questão interdisciplinar utilizando quadrinhos.

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |  |  |  |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--|--|--|
| <b>TIRA:</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |  |  |  |
|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |  |  |  |
| <p>Fonte: Calvin e Haroldo: e foi assim que tudo começou - por Bill Watterson; prefácio de Garry Trudeau; [tradução Luciano Machado e Adriana Schwartz]. - 2. Ed. - São Paulo: Conrad Editora do Brasil, 2010. Título Original: Calvin &amp; Hobbes.</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                            |  |  |  |
| <b>Enunciado:</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |  |  |  |
| <p>Considerando que a afirmação do primeiro quadrinho é verdadeira e que 1 milha marítima equivale a 1.852 metros, responda as seguintes perguntas.</p> <ol style="list-style-type: none"><li>Quantos metros têm dois nós?</li><li>Considere que uma embarcação navega na velocidade de 15 nós por hora. Qual é a velocidade da embarcação em km/h?</li><li>Calcule quanto vale 1 metro em milhas marítimas. Represente em forma de fração.</li><li>Há um erro de concordância no primeiro quadrinho. Reescreva a frase da forma correta.</li></ol> |  |  |  |

Fonte – Disponível em [www.repositorio.uff.br/jspui/handle/1/668](http://www.repositorio.uff.br/jspui/handle/1/668) Acesso em: 22 jul 2015

## 3ª ETAPA: CRIAÇÃO DOS PERSONAGENS

Com o limitado número de quadrinhos com contextos matemáticos e a preocupação com a cessão de direitos autorais, optou-se pela criação de novos personagens. Os nove personagens foram criados partir de modelos muito presentes no universo escolar: é o caso do professor atencioso, da professora autoritária e indiferente, do

aluno *nerd*, ou com muita dificuldade de aprendizagem, ou hiperativa, ou questionador, etc. Para a produção desses personagens contamos com a participação de alguns alunos do Colégio Estadual Manuel de Abreu – escola sede do Subprojeto de Matemática do PIBID UFF – com talento para desenhar. Cada aluno desenhou sua versão dos personagens e foi feita uma votação para escolher qual versão se encaixava melhor no perfil definido de cada personagem. A seguir apresenta-se uma ilustração das imagens escolhidas para os personagens Tati Fúria, Buzz, Holento e Leozin (os demais personagens são: professor Pierre, professora Morgana, Tio Wand, Zé Porque e Meyre Ellen).

**Figura 3: Imagens escolhidas para os personagens Tati Furia, Buzz, Holento e Leozin**



Fonte – Elaborado por estudantes do CE Manuel de Abreu.

#### **4ª ETAPA: ELABORAÇÃO DE PROBLEMAS E SOLUÇÕES MATEMÁTICAS EM FORMATO DE HISTÓRIAS EM QUADRINHOS**

Tendo como referência o catálogo de questões contextualizadas construídas na 2ª etapa do projeto, será iniciada a produção de problemas matemáticos em formato de história em quadrinhos, considerando novos cenários e a participação dos personagens criados na etapa anterior. Esta etapa encontra-se em andamento. A ideia é que tanto o problema como sua solução sejam partes de uma mesma história em quadrinhos.

#### **5ª ETAPA: REALIZAÇÃO DE OFICINAS**

Concluídas as etapas anteriores, serão realizadas no mês de setembro duas oficinas com os alunos do ensino fundamental do Colégio Estadual Manuel de Abreu, procurando trabalhar temas correspondentes ao nível de conhecimento da turma escolhida. Pretende-se com a aplicação das oficinas, verificar a mudança do desempenho dos alunos na resolução de problemas matemáticos quando estes lhes são apresentados no formato de histórias em quadrinhos.

#### **CONSIDERAÇÕES FINAIS**

As HQ's estão diretamente relacionadas ao cotidiano das pessoas, em especial ao dos nossos estudantes da educação básica. Reafirmamos aqui nossa aposta de que a utilização desse importante meio de comunicação visual será de grande eficiência para a aprendizagem dos nossos alunos por meio da resolução de problemas. Além disso, temos elementos suficientes para acreditar no sucesso deste projeto, afinal ler histórias em quadrinhos é muito bom e muito divertido!

Por se tratar de um projeto em andamento, nem todas as etapas estão concluídas. Futuramente, como já foi anunciado, realizaremos oficinas em salas de aula, utilizando as situações problema criadas no formato de história em quadrinhos. Neste momento poderemos comprovar, de fato, a eficácia de nossas ideias. Por ora, podemos dizer que, pelo menos para nós, bolsistas, futuros professores de matemática, desenvolver este projeto já está valendo a pena. Com ele estamos aprendendo várias coisas. Aprendemos a elaborar questões contextualizadas e de naturezas interdisciplinares, aprendemos que a elaboração de material didático exige muita pesquisa e muito trabalho, mas aprendemos, sobretudo, que a aula de matemática pode ser agradável e dinâmica. Afinal, como já dizia o sábio mestre Júlio César de Melo e Souza, Matemática é para ser “divertida e curiosa”!

## REFERÊNCIAS

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais – terceiro e quarto ciclos do ensino fundamental: matemática**. Brasília, D. F.: MEC/SEF, 1998.

GAERTNER, R; POFFO, E. A Resolução de Problemas como Orientação para o Ensino da Matemática. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, X, 2010, Salvador. **Anais do X ENEM**. Salvador: SBEM, 2010. p.1-10. Versão digital.

MENDONÇA, J. M. P. Biografias em quadrinhos. In: VERGUEIRO, Waldomiro; RAMOS, Paulo. **Quadrinhos na educação: Da rejeição à prática**. São Paulo: Contexto, 2009, p. 43-72.

ONUCHIC, L. R. Ensino-aprendizagem de Matemática através da resolução de Problemas. In: BICUDO, M. A. V. (Org.). **Perspectivas em Educação Matemática**. São Paulo: Editora da UNESP, 1999, p. 199-218.

ONUCHIC, L. R.; ALLEVATO, N. S. G. Novas reflexões sobre o ensino-aprendizagem de matemática através da resolução de problemas. In: BICUDO, M. A. V.; BORBA, M. C. (Org.). **Educação Matemática – pesquisa em movimento**. 2 ed. São Paulo: Cortez, 2004, p. 213-231.

QUINO. **Toda Mafalda**. Tradução: Andréa Stahel M. da Silva et al. São Paulo: Martins Fontes, 1993.

SCHULZ, C. M. **Peanuts completo**: Vol. 1, 2, 3, 4, 5, 6. Porto Alegre: L&PM, 2014.

VERGUEIRO, W. Uso das HQs no ensino. In: RAMA, A. et al. **Como usar as histórias em quadrinhos na sala de aula**. São Paulo: Contexto, 2014, p. 7-29

WATTERSON, B. **Calvin e Haroldo**: e foi assim que tudo começou. Tradução: Luciano Machado; Adriana Schwartz. 2 ed. São Paulo: Conrad Editora do Brasil, 2010.

# **O LÚDICO E O ENSINO DA MATEMÁTICA: O USO DE JOGOS DE CARTAS NAS AULAS DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS**

Isabel Cristina Pereira dos Santos Coelho <sup>1</sup>  
Ronaldo da Silva<sup>2</sup>, Erika de Carvalho Cabral<sup>3</sup>

<sup>1</sup>SEEDUC, CEDERJ, isabelcpsc@yahoo.com.br

<sup>2</sup>SEEDUC, SME Rio de Janeiro, CEDERJ, ronaldosilvamat@yahoo.com.br

<sup>3</sup>CNEC, BONFIN, CEDERJ, erikadccabral@yahoo.com.br

## **RESUMO**

Com base no índice de Desenvolvimento da Educação Básica (IDEB), o estado do Rio de Janeiro já ocupou as piores posições em âmbito nacional. Para tentar reverter esse quadro, um conjunto de políticas foram implementadas na área da educação, tais como a adoção de um novo currículo mínimo e uma avaliação externa que acontece bimestralmente nas turmas de 9º ano do ensino fundamental e no ensino médio (SAERJINHO). No tange o ensino da matemática em 2013 foi inserida na grade curricular a disciplina Resolução de Problemas Matemáticos, já que estudos da SEEDUC comprovam o baixo rendimento dos alunos no que se refere à resolução de problemas. Os alunos ainda apresentam grande resistência ao ensino da Matemática, já que consideram a disciplina de difícil entendimento. Desta maneira é necessário que se busque novas ferramentas para tornar as aulas mais atraentes e motivadoras. O jogo desperta a curiosidade, a competitividade e o espírito de equipe, fazendo com que os discentes não sejam apenas meros receptores de conteúdos, mas sim questionadores e participantes ativos do processo de ensino-aprendizagem. Nesta perspectiva, esse trabalho objetivou mostrar o jogo como uma ferramenta motivacional para as aulas de Resolução de Problemas Matemáticos, sugerindo a utilização de um jogo simples de cartas para estimular as aulas da disciplina supracitada.

**Palavras-Chave:** jogo, problemas, Matemática.

## **INTRODUÇÃO**

O estado do Rio de Janeiro já ocupou as piores posições com base no Índice de Desenvolvimento da Educação Básica (IDEB). O IDEB considera fatores tais como: taxas de aprovação e reprovação, percentual de abandono escolar e desempenho na Prova Brasil (prova que avalia 5º e 9º ano do ensino fundamental e o 3º ano do ensino médio). Segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais, o ensino de Matemática deve se preocupar em desenvolver nos alunos competências e habilidades relacionadas à representação, compreensão, comunicação e, também à contextualização sociocultural.

Nessa perspectiva, um conjunto de políticas públicas foram implementadas na área de educação no estado tais como: a adoção de um novo currículo mínimo e o SAERJINHO (prova que avalia bimestralmente os alunos do 9º ano do ensino fundamental e o ensino médio).



De acordo com a Secretaria Estadual de Educação (SEEDUC), estudos comprovam o baixo desempenho dos alunos no que tange a resolução de problemas. Para atender essa demanda, especificamente na área de matemática, foi inserida na grade curricular a disciplina Resolução de Problemas Matemáticos em 2013.

Em geral, a Matemática não é uma disciplina muito apreciada pelos alunos, já que os mesmo acreditam que a mesma é maçante e de difícil entendimento. Desta maneira, faz-se necessário que se busque meios para tornar tal disciplina mais interessante aos olhos dos alunos.

Através da utilização de atividades lúdica o professor pode tornar suas aulas mais interessantes para os alunos, uma vez que, as mesmas, desperta a curiosidade, a competitividade e o espírito de equipe, fazendo com que os discentes não sejam apenas meros receptores de conteúdos, mas sim questionadores e participantes ativos do processo de ensino-aprendizagem.

*Notamos que, para o ensino da matemática, que se apresenta como uma das áreas mais caóticas em termos da compreensão dos conceitos nela envolvidos, pelos alunos, o elemento jogo se apresenta com formas específicas e características próprias, propícias a dar compreensão para muitas das estruturas matemáticas existentes e de difícil assimilação.*

*(GRANDO, 1995 apud ALVES 2001, p. 22)*

Ressalta-se também o fato de que muitos pesquisadores, entre eles, Piaget (1998), Montessori (1965) e entre outros, defendem o uso do lúdico no desenvolvimento da aprendizagem abordando situações concretas, dentre elas, os jogos e materiais manipulativos como sendo ferramentas enriquecedoras no processo educacional. Segundo Souza (1996, p. 343) a importância desse tipo de atividade foi descoberta há muito tempo, pois “entre os egípcios, romanos e maias, o lúdico se destacava em importância, pois era através dos jogos que as gerações mais jovens aprendiam com os mais velhos os valores e conhecimento de sua cultura”.

Além disso, Alves (2001), Aranão (1996), Lucchesi (1994, apud, Alves 2001), Faria (2002) defendem o uso dos jogos como método de ensino de matemática.

Nesta perspectiva, esse trabalho objetivou mostrar que a utilização de brincadeiras com caráter competitivo além de ser um ótimo recurso pedagógico é uma ferramenta motivacional para as aulas de Resolução de Problemas Matemáticos, sugerindo a utilização de um jogo simples de cartas para estimular as aulas da disciplina supracitada.

## **METODOLOGIA**

Os discentes foram distribuídos em dois grupos de acordo com o número de alunos presentes e as regras do jogo foram explicadas:

1º O jogo era composto por dezesseis cartas (numeradas de 1 a 16), cada carta tinha um problema referente ao conteúdo estudado, havia três níveis de dificuldade (fácil, médio e difícil) e a pontuação (1, 2 ou 3 pontos) variava de acordo com o nível de dificuldade.

2º Deveria ser decidido que equipe iniciaria o jogo, essa equipe deveria escolher uma carta, ler o problema contido nela em voz alta para que a outra equipe também ouvisse o problema proposto e a partir desse momento o tempo seria marcado com uma ampulheta (cerca de 2 minutos). Finalizado esse tempo, a equipe deveria dar sua resposta. Caso a

resposta estivesse correta a equipe receberia a pontuação referente ao nível de dificuldade do problema proposto, caso a equipe errasse, a carta voltava ao jogo.

3º A segunda equipe então deveria escolher uma carta, poderia ser a mesma carta (caso a primeira equipe tenha errado), já que conheciam o problema ou poderia escolher outra carta. E assim o jogo continuaria até o término das cartas.

Após explicadas as regras supracitadas iniciou-se o jogo. O jogo foi aplicado numa turma de 2º ano de Ensino Médio cujo conteúdo trabalhado foi resolução de problemas envolvendo números reais. Desta forma todas as cartas continham problemas envolvendo números reais, variando apenas seu nível de dificuldade.

O jogo correu em clima bastante satisfatório, pois além de prender a atenção da equipe que estava jogando naquela rodada, a outra equipe também resolvia o problema ao mesmo tempo, uma vez que, segundo as regras do jogo, se a resposta estivesse errada poderia pedir a mesma carta e apenas conferir seus resultados.

## **RESULTADOS E DISCUSSÃO**

O jogo de cartas fez com que os alunos resolvessem diversos problemas propostos sem perceberem. Os alunos também puderam discutir as questões em grupo e assim compartilhar o conhecimento sobre o assunto trabalhado, além de ter estimulado seu raciocínio, uma vez que dispunham apenas de 2 minutos para resolver cada questão.

A competição se deu de forma bastante saudável e em todas as rodadas todos os alunos estavam envolvidos nas atividades da brincadeira.

O jogo de cartas além de ter proporcionado uma atividade diferente, tornou a aula mais atraente e interessante para os alunos, despertando a curiosidade dos mesmos em relação à aula dada.

## **CONCLUSÃO (OU CONSIDERAÇÕES FINAIS)**

A dinâmica proporcionada pelo jogo pode se tornar uma grande aliada para o professor e alunos. O jogo instigou o espírito de equipe, o raciocínio lógico e rápido, além de ter provocado discussões bastante enriquecedoras para os grupos. A atividade aplicada propiciou aos alunos uma grande motivação para resolução de cada problema proposto. Os resultados obtidos após aplicação do jogo sugerem o emprego desse tipo de atividade como o grande facilitador na resolução de problemas matemáticos.

Esse jogo de cartas pode ser adaptado para qualquer conteúdo e através dele os alunos podem discutir e pensar, em grupo, soluções para cada problema proposto além de terem de pensar rápido na solução de cada problema.

## **REFERÊNCIAS**

ALVES, Eva Maria Siqueira. **A ludicidade e o ensino da matemática: Uma prática possível**. Campinas, SP: Papirus, 2001.

ARANÃO, Ivana Valéria Denófrio. **A Matemática Através de Brincadeiras e Jogos**, 5 Ed. Campinas, SP: Papirus, 1996

BRASIL: Ministério da Educação, **Parâmetros Curriculares Nacionais**. Brasília, Secretaria de Educação Fundamental, 1997-1998.

GRANDO, R. C. **Tese: O Conhecimento Matemático e o Uso de Jogos na sala de aula** (2000)

FARIA, Anália Rodrigues. **Desenvolvimento da Criança e do Adolescente Segundo Piaget**. 4 Ed. Ática, Marília, SP, 2002

PISCARRETA, S.; CÉSAR, M. **Malmequer, bem-me -quer, muito, pouco ou nada: Representações sociais da matemática**. Disponível em:  
<<http://cie.fc.ul.pt/membrosCIE/mcesar/textos%202001/Malmequer.pdf>>. Acesso em: fev. 2015.

SOUZA, Edison Roberto. **O lúdico como possibilidade de inclusão no ensino fundamental**. Revista Montrivivência. V.8, n. 9, 1996.

# **O PIBID NA FORMAÇÃO E NA PRÁTICA DO PROFESSOR DE MATEMÁTICA: DIÁLOGOS ENTRE UMA BOLSISTA E UM PROFESSOR SUPERVISOR**

**Valdilene Rodrigues Guerreiro<sup>1</sup>**  
**Lucélida de Fátima Maia da Costa<sup>2</sup>**

<sup>1</sup>Universidade do Estado do Amazonas/Licenciatura em Matemática, valdileneguerreiro7@hotmail.com

<sup>2</sup>Universidade do Estado do Amazonas /Matemática, ldfmaiacd@gmail.com

## **Resumo**

Neste texto apresentamos resultados parciais de uma pesquisa qualitativa que tem o objetivo de compreender as percepções de uma bolsista e de um professor supervisor, ambos, participantes do Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência- PIBID sobre as contribuições deste programa para a formação e para a prática do futuro professor de matemática. O *locus* da pesquisa é uma escola estadual localizada na cidade de Parintins-AM que recebe o projeto e na qual trabalha o professor supervisor. A metodologia utilizada adota procedimentos da pesquisa narrativa e realiza também, análise documental. Os resultados obtidos nos permitem afirmar que as ações do PIBID contribuem à formação do professor de matemática de modo significativo ao leva-lo a viver na prática muitas situações apresentadas de forma teórica na universidade.

**Palavras-chave:** formação de professor, ensino de matemática; PIBID; teoria e prática.

## **INTRODUÇÃO**

Durante a formação de Licenciatura em Matemática sentimos a necessidade de uma maior aproximação entre as teorias aprendidas na Universidade e a realidade escolar. Nesse contexto surge o Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência (PIBID) que possibilita a inserção do licenciando no âmbito escolar e consequentemente uma aprendizagem junto ao professor supervisor que ministra Matemática na escola receptora do PIBID.

A primeira autora deste artigo participa, desde a primeira turma, no PIBID do curso de Licenciatura em Matemática do Centro de Estudos Superiores de Parintins (CESP), da Universidade do Estado do Amazonas (UEA). Esta participação tem lhe proporcionado muitas vivências no âmbito do ensino de matemática tanto na universidade como na escola junto ao professor supervisor, realidade que se constituiu contexto motivador ao desenvolvimento da pesquisa apresentada.

No desenvolvimento do PIBID o licenciando pode observar a dinâmica de ensino da matemática contemplando metodologias, modo de avaliação, postura do professor diante dos alunos, comportamentos em sala de aula, e outros aspectos pertinentes à realidade escolar.

Nesse contexto, pensamos ser importante a realização de uma pesquisa que nos permita conhecer percepções, de distintos pontos de vista, sobre as contribuições do PIBID à formação e à prática do professor de matemática, pois deste modo poderemos contribuir para que novas ações formativas surjam para atender expectativas dos sujeitos envolvidos neste processo de formação docente.

A pesquisa tem o objetivo de compreender as percepções de uma bolsista e de um professor supervisor do PIBID sobre as contribuições deste programa para a formação e a prática do futuro professor de matemática. Para tanto, utilizamos processos metodológicos que caracterizam a pesquisa como qualitativa com contribuições da metodologia da pesquisa narrativa, onde as vivências, tanto da pesquisadora, primeira autora deste texto, (bolsista do PIBID) quanto do professor supervisor tornam-se o cerne do estudo. (MORAES; GALIAZZI, 2007). A obtenção de informações se dá por meio da entrevista narrativa (BAUER; GASKELL, 2012), da abordagem biográfica (JOSSO, 2004), e da análise documental (MARKONI; LAKATOS, 2010).

### **UM PRIMEIRO DIÁLOGO: A FORMAÇÃO**

De modo geral, a formação do professor de matemática ainda apresenta lacunas no que se refere a uma formação para o ambiente escolar, carecemos de mais ações que aproximem os licenciandos da realidade escolar, pois de acordo com Moreira e David (2005, p.15), “a construção de vínculos substantivos da formação com a prática é vista como uma tarefa a ser executada basicamente no exterior da formação matemática”.

Algumas ações que visam essa aproximação começam a surgir no panorama de formação do professor de matemática, no âmbito do Centro de Estudos Superiores de Parintins, como é o caso do Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência que dentre seus objetivos visa “incentivar escolas públicas de educação básica, mobilizando seus professores como coformadores dos futuros docentes e tornando-as protagonistas no processo de formação inicial [...]” (BRASIL, 2008).

O PIBID possibilita aos bolsistas uma aproximação com a prática docente e a dinâmica escolar o que pode contribuir para a formação do licenciando em matemática, pois cria um espaço de aprendizagem a partir da prática, das vivências, dos diálogos estabelecidos e viabiliza a construção de variadas experiências.

Entendemos por diálogo uma conversa onde nenhum participante intenciona convencer o outro sobre aquilo que fala, é um momento de troca, de partilha, é um espaço de aprendizagem (WARSCHAUER, 2001). No desenvolvimento da pesquisa, um dos primeiros diálogos estabelecidos com o professor supervisor teve como assunto principal a formação docente. O supervisor, ao ser questionado pela bolsista, narrou como se deu sua formação inicial:

Minha formação inicial é no curso Normal Superior pela Universidade do estado do Amazonas-UEA, onde conclui este curso no ano de 2004, no entanto trabalho como professor desde quando tinha 19 anos de idade e durante todo esse tempo venho adquirindo muitas experiências na questão do magistério, pois a realidade das escolas era sempre assim, não tinha professor que tivesse formação em Matemática então “eles” pegavam aqueles professores que tivessem mais habilidades em Matemática, ou seja, tivesse mais afinidade com cálculos para ministrar essa disciplina. Eu aceitei esse desafio de trabalhar com a Matemática. (PROFESSOR SUPERVISOR, 2015, informação verbal).

Ouvindo a narração do supervisor, a bolsista reflete e fala:

Professor, lhe ouvindo percebo que o senhor também se formou com a prática. Hoje, eu penso que minha formação não está atrelada somente ao que estou aprendendo na universidade ela está intimamente ligada às vivências que tive em sala de aula acompanhando suas aulas. Ou seja, as experiências construídas por meio do PIBID têm me ajudando bastante em relação a minha formação como futura docente e como acadêmica de matemática.

É importante salientarmos que nem toda vivência se torna uma experiência. A experiência exige uma reflexão sobre o que se vive ou viveu. Para Josso (2004, p.55):

*[...] A experiência existencial diz respeito ao todo da pessoa, diz respeito à sua identidade profunda, à maneira como ela vive como ser; enquanto a aprendizagem a partir da experiência, ou pela experiência, está relacionada apenas às transformações menores. Ainda que adquirir uma competência ou um saber-fazer instrumental ou pragmático possa mudar um certo número de coisas numa existência, não há verdadeiramente uma metamorfose do ser; há uma contribuição, por vezes, uma perda, mas não ocorre, na verdade, uma metamorfose.*

No caso das experiências construídas no âmbito de nossa formação profissional, elas não nos transformam em outras pessoas, mas podem contribuir para que nossa prática docente seja de melhor qualidade e possibilite a criação de sentidos e significados para aquilo que estamos fazendo.

### **CONTRIBUIÇÕES DO PIBID PARA A FORMAÇÃO E PARA A PRÁTICA DO PROFESSOR**

A vivência possibilitada pelas ações do PIBID nos permite conhecer a complexidade dos problemas enfrentados por professores e alunos no ambiente escolar. Devemos conhecer a complexidade das práticas institucionais e as ações praticadas na escola, pois servirá como aprendizado para quando atuante na profissão (LEITE, GHEDIN; ALMEIDA, 2008). Nessa vivência somos orientados e nossas ações são supervisionadas por um professor da escola que recebe a função de professor supervisor. Compete ao professor supervisor mediar a ação do bolsista visando à construção de conhecimentos docentes para o ensino de matemática.

Na percepção do professor supervisor sua participação no PIBID e as ações desenvolvidas pelos participantes deste programa contribuem para a melhoria de sua formação e de sua prática em sala de aula.

Atualmente estou no 5º período da Licenciatura em Matemática e aqui na escola sou supervisor do PIBID. O PIBID foi/é uma oportunidade de melhoria para a minha formação e para minha prática, como professor de matemática, pois é um programa que estimula o professor a trabalhar melhor, levar métodos diferenciados para a sala de aula, e, o acompanhamento dos pibidianos só tem a somar porque me ajudam com aqueles alunos que têm mais dificuldades no aprendizado e também com aqueles que entendem mais, é importante lembrar os bons resultados que obtemos, pois é gratificante. Então, o PIBID tem sim melhorado minha prática e acredito que futuramente teremos melhores resultados em se tratando da educação matemática na escola pública.

Para a bolsista:

No decorrer do desenvolvimento do PIBID fui adquirindo experiências; experiências estas que estão me ajudando enquanto acadêmica e futura docente de matemática, pois, colabora em uma boa postura diante dos alunos e dos assuntos ensinados, pois quando iniciei no projeto eu ainda não havia tido a oportunidade de conhecer a realidade escolar como alguém que estaria ali para educar, pois sabemos que há muito que aprender quando se trata de educar para a sala de aula, e estar em um ambiente escolar é uma busca contínua de aquisição de novos conhecimentos e uma tentativa de moldar o tipo de profissional que queremos ser daqui a algum tempo.

Formar-se professor é um processo inacabado, ou seja, é um processo de constante aprendizagem que se inicia na graduação e perdura por toda a vida profissional. No caso particular da formação em Matemática devemos lembrar que a vida escolar não pode ser vista independente da realidade na qual a escola e a universidade estão inseridas, pois a educação matemática deve acompanhar o desenvolvimento da sociedade.

Participar de um programa com as características e os objetivos do PIBID nos leva a pensar sobre a formação de um professor e pode nos levar a compreender os caminhos e descaminhos que a prática docente percorre, caminho extenso, que exige paciência e superação. Para Leite, Ghedin e Almeida (2008):

*Compreender os caminhos e descaminhos da prática é uma tentativa de interpretar nosso modo de ser, que não se esgota no fazer cotidiano, mas se prolonga historicamente para além dele. É aquilo que fazemos que projeta o futuro, pois é através das ações pessoais e institucionais que projetamos modos de ser e modelos para poder-ser mais do que aquilo que somos.(LEITE; GHEDIN; ALMEIDA, 2008, p.14, grifo do autor).*

Nesse sentido, a relação estabelecida com o professor supervisor, de certa forma, nos leva a colocar limites naquilo que podemos ou não fazer, nos permite aprender pelo exemplo, viabiliza a construção de diálogos enriquecedores, pois conversar com alguém que tem experiência naquilo que estamos tentando aprender é uma oportunidade de ir muito além de uma formação teórico-prática, e levantar questões sobre a formação docente pode desencadear uma autoformação que nos exige refletir sobre a atuação no campo profissional que adentraremos futuramente, nos exige também refletir sobre como seria se estivéssemos no lugar de outro, como utilizaríamos as teorias aprendidas e nos comportaríamos em distintas realidades escolares.

Nesse sentido, pesquisar sobre a formação de um professor de Matemática implica observarmos as metodologias que lhes são apresentadas, as ações didático-formativas que lhes são oferecidas, pois de acordo com Borba (2006, p. 46) “[...], tem havido um crescente apoio à noção de que existem especificidades na maneira como os professores organizam e utilizam a Matemática [...]”, o que, provavelmente reflete a formação que receberam para isso.

## **CONSIDERAÇÕES FINAIS**

Dialogar sobre as ações do PIBID constitui-se em momentos enriquecedores e, conseqüentemente, nos leva a refletir sobre a realidade escolar e sobre a formação e a prática docente. Esses diálogos nos levam a conhecer através das narrativas dos sujeitos envolvidos neste processo aspectos relevantes que colaboram para a vida acadêmica e para a vida de um futuro docente.

Durante nossa participação no PIBID foi possível percebermos diversas situações de ensino. Observamos como os alunos se relacionam com os conteúdos e com o professor. Muitas das observações confirmam o que as teorias ensinadas na universidade falam, mas outras evidenciam a necessidade de criação de elos entre a teoria e prática.

O PIBID nos proporciona a oportunidade de adentrarmos em sala de aula e aprender com o professor que ministra matemática, e com as demais relações que se estabelecem nesse ambiente. Desde o início de nossa participação percebemos muitas dificuldades presentes no processo de ensino e de aprendizagem de matemática, mas percebemos também, que tais dificuldades podem sim ser superadas, desde que haja uma constante colaboração entre todos os membros da sociedade escolar.

## REFERÊNCIAS

BAUER, M. W.; GASKELL, G. **Pesquisa qualitativa com texto, imagem e som: um manual prático**. Petrópolis, RJ: Vozes, 2012.

BRASIL. **Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência (PIBID)**. Brasília: MEC,

2008. Disponível em:

[http://mecsrv125.mec.gov.br/index.php?option=com\\_content&view=article&id=233&Itemid=467](http://mecsrv125.mec.gov.br/index.php?option=com_content&view=article&id=233&Itemid=467). Acesso em: 19/06/15 às 20:00h.

BORBA, M. C. **Tendências Internacionais em Formação de Professores de Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2006.

JOSSO, M-C. **Experiências de vida e formação**. São Paulo: Cortez, 2004.

LEITE, Y. U. F.; GHEDIN, E.; ALMEIDA, M. I. **Formação de professores: caminhos e descaminhos da prática**. Brasília: Líber Livro, 2008.

MARCONI, M. A.; LAKATOS, E. M. **Fundamentos de metodologia científica**. 7.ed. São Paulo: Atlas, 2010.

MORAES, R.; GALIAZZI, M. C. **Análise textual discursiva**. Ijuí-RS: Unijuí, 2007.

WARSCHAUER, C. **Rodas em rede: oportunidades formativas na escola e fora dela**. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 2001.



# O PROGRAMA ETNOMATEMÁTICA NA SALA DE AULA: UMA EXPERIÊNCIA COM ALUNOS SURDOS

Rodrigo Carlos Pinheiro<sup>1</sup>  
Milton Rosa<sup>2</sup>

<sup>1</sup>UFOP/PPGEDMAT<sup>1</sup>, rodrigocarlos2011@hotmail.com

<sup>2</sup>UFOP/CEAD, milton@cead.ufop.br

## Resumo

O presente artigo apresenta uma etapa de uma experiência – ainda em desenvolvimento – conduzida com alunos surdos de uma escola estadual especial, em Belo Horizonte, Minas Gerais. A quadra poliesportiva encontra-se em condições desfavoráveis para a prática de atividades físicas. Então, os professores de Matemática, Educação Física, Inglês e Artes e os seus alunos elaboraram um projeto de reforma dessa quadra. A participação ativa dos alunos nessa experiência mostra resultados positivos relacionados com a ação pedagógica do Programa Etnomatemática. As atividades propostas envolveram os saberes dos alunos, bem como o contexto cultural no qual estão inseridos. Tal experiência é analisada à luz do Programa Etnomatemática. Os resultados sugerem que os alunos aprenderam novos conteúdos e puderam rever conceitos matemáticos aprendidos anteriormente por meio da realização de atividades, como medições da quadra, transformações de medidas e estudos de figuras geométricas.

**Palavras-chave:** Programa Etnomatemática, Surdos, Cultura Surda.

## INTRODUÇÃO

A ação pedagógica do Programa Etnomatemática visa contribuir no desenvolvimento das habilidades e competências dos alunos, valorizando os seus conhecimentos culturais por meio do estudo das ideias, procedimentos e práticas matemáticas retiradas do contexto sociocultural no qual estão inseridos (ROSA e OREY, 2006). Dessa maneira, existe a necessidade de que o Programa Etnomatemática seja utilizado em sala de aula (D'AMBROSIO, 1990).

De acordo com esse contexto, a experiência vivenciada com os alunos surdos no contexto escolar relaciona-se com a abordagem pedagógica desse programa. É importante ressaltar que os surdos são as pessoas que se identificam como surdas, pois:

*Surdo é o sujeito que apreende o mundo por meio de experiências visuais e tem o direito e a possibilidade de apropriar-se da língua brasileira de sinais e da língua portuguesa, de modo a propiciar seu pleno desenvolvimento e garantir o trânsito em diferentes contextos sociais e culturais (QUADROS, 2004, p. 10).*

Nesse direcionamento, realizamos, juntamente com nossos alunos e os professores de Matemática, Educação Física, Inglês e Artes, um projeto de reforma da quadra poliesportiva da escola na qual lecionamos. Ressalta-se que os alunos foram os principais personagens do trabalho desenvolvido, pois calcularam as medidas da quadra, realizaram

---

<sup>1</sup> PPGEDMAT – Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática

as transformações de medidas, escolheram as cores para a pintura da quadra e construíram a maquete que a representa.

## **O PROGRAMA ETNOMATEMÁTICA COMO SUPORTE PEDAGÓGICO**

Como o Programa Etnomatemática possui uma conceituação ampla, é importante entender quais são os seus objetivos e como a sua ação pedagógica pode ser aplicada em sala de aula. A Etnomatemática pode ser definida como um:

*(...) programa de pesquisa em história e filosofia da Matemática, com implicações pedagógicas, que se situa num quadro muito amplo. Seu objetivo maior é dar sentido a modos de saber e de fazer das várias culturas e reconhecer como e por que grupos de indivíduos, organizados como famílias, comunidades, profissões, tribos, nações e povos, executam suas práticas de natureza Matemática, tais como contar, medir, comparar, classificar (D'AMBROSIO, 2008, p. 7).*

De acordo com essa asserção, o programa tem o objetivo de analisar as práticas matemáticas realizadas pelos membros de um grupo cultural específico. Além disso, a etnomatemática possui uma dimensão sócio-crítica que pode esclarecer a natureza do conhecimento matemático dos membros desses grupos (D'AMBROSIO, 1990). Esse programa, então, possibilita que os professores reflitam sobre a sua prática pedagógica, o que contribui para o crescimento dos membros desses grupos culturais.

Assim, o Programa Etnomatemática possui diversas ações pedagógicas que valorizam os conhecimentos matemáticos dos membros de grupos culturais distintos, que contribuem para a interação entre os alunos e os professores, tornando-os críticos para refletir sobre os problemas enfrentados no cotidiano. O programa, logo, possibilita o processo de socialização dos grupos minoritários ou marginalizados, pois a matemática atua como um instrumento que contribui para melhorar a qualidade de vida e a dignidade nas relações humanas (ROSA e OREY, 2006).

É importante ressaltar que o Programa Etnomatemática também possui aplicações importantes na sala de aula que podem contribuir de diversos modos no processo de ensino e aprendizagem em matemática. Por exemplo, Rosa e Orey (2006) ressaltam que a “sala de aula pode ser vista como uma possibilidade de estudo inspirado em práticas pedagógicas que são desenvolvidas no movimento etnomatemático, isto é, numa perspectiva etnomatemática para a ação pedagógica” (p. 15).

O contexto descrito por Rosa e Orey (2006) possibilitou que a experiência descrita nesse documento fosse fundamentada no movimento etnomatemático. Nesse sentido, essa experiência foi conduzida em uma escola estadual, em Belo Horizonte, Minas Gerais, especializada em alunos surdos que se comunicam em Libras, que é Língua Brasileira de Sinais utilizada pelas comunidades surdas brasileiras (QUADROS, 2004).

Dessa maneira, é importante enfatizar que os indivíduos surdos pertencem a um grupo cultural específico, que é parte integrante da Cultura Surda, a qual possui uma língua própria e uma visão de mundo diferenciada dos ouvintes (SANTANA e BERGAMO, 2005). Então, a cultura surda desenvolve o:

*(...) jeito de o sujeito surdo entender o mundo e de modificá-lo a fim de se torná-lo acessível e habitável ajustando com suas percepções visuais, que contribuem para a definição das identidades surdas e das almas das comunidades surdas. Isso significa que abrange a língua, as ideias, as crenças, os costumes e os hábitos do povo surdo (STROBEL, 2009, p. 27).*

Em concordância com essa asserção, a comunidade surda pode ser considerada como um grupo cultural específico, que possui uma cultura própria, pois desenvolveu os seus próprios jargões e técnicas para solucionar os problemas que enfrentam diariamente. Essa abordagem, portanto, está diretamente relacionada com a definição de etnomatemática, ao estabelecer que:

*Etno é hoje aceito como algo muito amplo, referente ao contexto cultural, e, portanto inclui considerações como linguagem, jargão, códigos de comportamento, mitos e símbolos; matema é uma raiz difícil, que vai na direção de explicar, de conhecer, de entender; e tica vem sem dúvida de techné, que é a mesma raiz de arte e de técnica (D'AMBROSIO, 1993, p. 5).*

Dessa maneira, nessa experiência houve a proposição de atividades diferenciadas que considerou a utilização dos conhecimentos prévios dos alunos surdos e buscou valorizar a sua cultura. Assim, essa abordagem se configurou como uma ação pedagógica baseada no Programa Etnomatemática, que pode proporcionar transformações positivas na vida desses alunos.

## **DESENVOLVIMENTO DA EXPERIÊNCIA**

A iniciativa dessa atividade partiu do professor de Educação Física. Ele tinha como objetivo contribuir com a reforma da quadra poliesportiva da escola, que se encontrava em condições desfavoráveis para a prática de esportes. No entanto, várias etapas desse projeto possuem relações com os conteúdos curriculares desenvolvidos nas aulas de Matemática. Então, essa característica interdisciplinar promoveu o desenvolvimento de uma atividade colaborativa. Contudo, devido ao número reduzido de alunos na escola, todas as turmas do turno da manhã participaram dessa experiência.

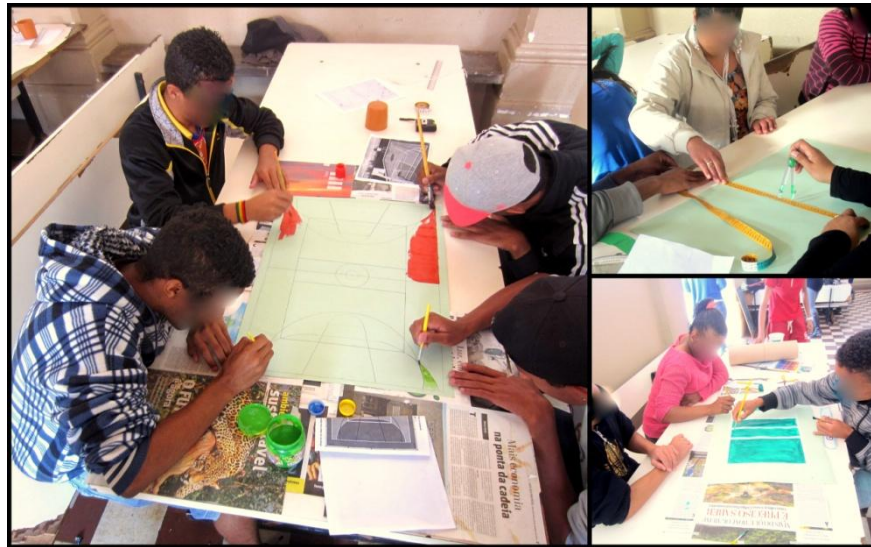
Nessa escola, algumas modalidades de jogos são realizadas com maior frequência, portanto, os alunos construíram o projeto de acordo com a sua realidade e o seu interesse esportivo. Assim, a quadra é utilizada para a realização do futebol, do vôlei, do handebol e do basquetebol. Tal aspecto poliesportivo é importante para o desenvolvimento dessa experiência, pois as marcações coloridas realizadas no piso da quadra são utilizadas para diferenciar as linhas demarcatórias de cada uma dessas modalidades esportivas.

O primeiro passo foi medir as dimensões da quadra. Assim, os próprios alunos mediram a largura e o comprimento da quadra, que possui forma retangular, com a utilização de uma trena. Após realizarem as medições e as anotações, os alunos retornaram para a sala de aula a fim de estudar os conteúdos matemáticos relacionados com a determinação da área e do perímetro do retângulo e, também, trabalhar com as transformações de medidas.

No segundo passo, os alunos trabalharam com as medidas esboçadas nas cartolinas para que pudessem elaborar a escala para a construção da maquete. Então, os alunos, sob orientação do professor de Matemática, determinaram a escala para desenhar na cartolina as demarcações de cada modalidade esportiva a ser delineada na quadra. Após realizarem os cálculos necessários para determinarem essas demarcações, os alunos iniciaram a parte prática dessa experiência, que estava relacionada com o desenhar e a pintura das cartolinas.

Para a realização dessa atividade, os alunos foram agrupados em quatro grupos, sendo que cada um dos mesmos ficou responsável pela demarcação da quadra de uma modalidade. A figura 1 mostra os alunos realizando as medições, os desenhos e as pinturas na cartolina.

**Figura 1: Alunos construindo a maquete**



Fonte – arquivo pessoal do pesquisador.

Posteriormente, os alunos trabalharam com a construção da maquete da quadra poliesportiva. A figura 2 mostra projeto da maquete finalizado.

**Figura 2: Maquete da quadra poliesportiva**



Fonte – arquivo pessoal do pesquisador.

O projeto desta experiência ainda está em andamento. As próximas etapas envolvem:

- o cálculo da quantidade de materiais que serão necessários para a reforma da quadra, como, por exemplo, litros de tinta para pintar a quadra, objetos para a construção do gol, a confecção da rede de vôlei e da cesta de basquetebol.
- uma pesquisa para determinar o preço de cada material de construção e, posteriormente, calcular o valor total da reforma da quadra.

- a organização de um evento na escola para arrecadar fundos para realizar a reforma da quadra.

Nesse evento, serão apresentados os trabalhos desenvolvidos pelos alunos, bem como todas as etapas de desenvolvimento do projeto dessa experiência. Todos os alunos, os seus familiares e a equipe da escola serão convidados para participarem do evento. Ressalta-se que a direção da escola está ciente e apoiando a realização do projeto dessa experiência.

## **CONSIDERAÇÕES FINAIS**

Observamos que os alunos ficaram muito interessados nessa experiência, sendo que estão participando ativamente de todas as etapas de seu desenvolvimento. Como um fator positivo na realização da experiência, nota-se que os alunos não apresentaram dificuldades na realização dos cálculos ensinados pelo professor.

Assim, pode-se afirmar que a realização de práticas educacionais que condizem com o contexto cultural e social dos alunos pode contribuir para o processo de ensino e aprendizagem em matemática. Nesse contexto, o “Programa etnomatemática enfatiza a importância da comunidade para a escola, buscando conectar a matemática escolar com o contexto cultural da comunidade” (ROSA e OREY, 2006, p. 16).

No caso específico dessa experiência, o contexto cultural refere-se à cultura surda deste grupo específico, cujos membros compartilham um desejo comum, que é a reforma da quadra poliesportiva. Além disso, o projeto relacionado com essa experiência envolve a participação de toda a comunidade escolar em sua realização.

Tendo como base alguns dos objetivos do Programa Etnomatemática, tais como promover a socialização entre os alunos, valorizar a cultura e diminuir os preconceitos, as atividades propostas na experiência em questão revelam-se intimamente relacionadas ao cumprimento da ação pedagógica do referido Programa.

## **REFERÊNCIAS**

D’AMBROSIO, U. **Educação matemática: da teoria à prática**. São Paulo, SP: Papirus, 1996.

D’AMBROSIO, U. **Etnomatemática**. São Paulo: Ática, 1990.

D’AMBROSIO, U. O Programa Etnomatemática: uma síntese. **Acta Scientiae**, v. 10, n. 1, p. 7-16, 2008.

QUADROS, R. M. **O tradutor e intérprete de língua brasileira de sinais e língua portuguesa**. Brasília, DF: MEC/ SEE/ SEESP, 2004.

ROSA, M.; OREY, D. C. Abordagens atuais do programa etnomatemática: delinendo-se um caminho para a ação pedagógica. **BOLEMA**, v. 19, n. 26, p. 1-26, 2006.

SANTANA, A. P.; BERGAMO, A. Cultura e identidade surdas: encruzilhada de lutas sociais e teóricas. **Educação Social**, v. 26, n. 91, p. 565-582, 2005.

STROBEL, K. **As imagens do outro sobre a cultura surda**. Florianópolis, SC: UFSC, 2009.

# O TRIÂNGULO E A NATUREZA: UMA RELAÇÃO ABSTRATA OU CONCRETA

William Moura<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Instituto Federal de Alagoas/ Licenciatura em Matemática, william.silva.ma@gmail.com

## Resumo

Este estudo trata de uma pesquisa bibliográfica que tem como objetivo investigar a existência de relações importantes entre o modelo matemático, no caso, o triângulo, e possíveis semelhanças com ocorrências na natureza. Mesmo admitindo que esse modelo matemático é fácil de ser compreendido, em algumas situações, não é fácil perceber de forma imediata como possíveis relações possam ser concebidas. A discussão a ser desenvolvida tem como intenção construir argumentos que possam dar sustentação a algumas indagações, tais como: o triângulo é um elemento da natureza ou é fruto da imaginação humana? Como perceber a ocorrência dos triângulos na natureza? Para compreender tais situações seria necessário revisitar algumas ideias de pensadores matemáticos tais como: Tales de Mileto, Pitágoras de Samos e Euclides de Alexandria, visando identificar o ponto de partida que fundamentou as concepções adotadas, no sentido de compreender os conceitos matemáticos por eles construídos. Para realização deste estudo serão adotados como referencial teórico as ideias desenvolvidas por Boyer (2010), em seus estudos sobre a história da matemática e Garbi (2010), quando trata a compreensão da matemática como a Rainha das ciências. A falta de respostas para algumas indagações justifica a relevância deste estudo. Espera-se um bom aprimoramento da metodologia dos professores. Tendo como recurso o uso das relações triângulo-natureza como recurso de ensino-aprendizagem.

**Palavras-chave:** Triângulo. Natureza. Abstrato. Concreto.

## RELEVÂNCIA HISTÓRICA DA MATEMÁTICA

Com base na história, percebemos que o passado da humanidade deixou registro e marcas na Idade da Pedra, propagando sua cultura à Europa e partes da Ásia e da África. Percebendo registros cronológicos das civilizações que deixaram marcas foram encontradas em vales de rio, como do Egito, Mesopotâmia, Índia e China, e dispondo de informações seguras sobre o povo ao longo do Nilo e no crescente fértil do Tibre e Eufrates. Antes de milênio a.C. uma forma primitiva de escrita estava em uso tanto no vale mesopotâmico como no Nilo, onde o barro era abundante, marca em forma de cunha eram feitas com estilete sobre tabelas moles que depois era cozida em forno ou ao calor do sol. O significado a ser transmitido em cuneiforme era determinado pelos arranjos das marcas em cunho, por isso muitos milhares de tais tabelas sobrevivem até hoje.

No período Mesopotâmico foi notável progressão cultural trazendo o uso da escrita, da roda e dos metais, havendo uma civilização de alto nível. Ali, os sumérios tinham construído casas e templos decorados com cerâmica e mosaicos artísticos em desenho geométricos. Nem os egípcios, nem babilônios introduziram uma medida de ângulos, isso evidentemente não pode ser fruto do acaso. Não só o arranjo foi cuidadosamente

planejado, mas as dimensões do triângulo também seguem uma regra. Confirma BOYER (2010, p. 27): O teorema de Pitágoras, por exemplo, não aparece em forma alguma nos documentos egípcios encontrados, mas tabelas até do período babilônio antigo mostram que na Mesopotâmia o teorema era largamente usado. Assim, o conhecimento babilônio do teorema de Pitágoras não se limitava ao caso do triângulo, usando também para a diagonal do quadrado.

### **DO CONCRETO AO ABSTRATO: COMPREENDENDO IMPORTÂNCIA DOS TRIÂNGULOS PELAS IDEIAS DOS ESTIRADORES DE CORDAS ÀS MARGENS DO NILO.**

Tendo como base a inundação do Nilo, que apagavam as marcações de terra feitas, era necessário os conhecimentos dos estiradores de corda. Diziam que os egípcios tinham conhecimento do Teorema de Pitágoras, mas não há traços disso nos Papiros de Ahmes, e que os problemas geométricos encontrados não tinha registro do Teorema. Assim, a área do triângulos isósceles era achada tomando a metade do que chamaríamos de base e multiplicando isso pela altura. Assim, Ahmes diz: que os triângulos isósceles pode ser pensado como dois triângulos retângulos. Hoje, a área do triângulo isósceles pode ser achada usando o Teorema de Pitágoras, a altura ao quadrado igual a o lado ao quadrado menos a metade da base (lado) ao quadrado, assim sua altura é igual a lado raiz de três sobre dois, logo sua área é igual altura vezes a base sobre dois, usando a altura encontrada, encontram a área igual a lado a quadrado vezes raiz de três sobre dois. O trapézio isósceles é calculado de modo que a base maior é seis, a menor é quatro e a distância entre elas é vinte. Tomando a metade da base, de modo a fazer um retângulo, Ahmes multiplica isso por vinte para achar a área. Porém, em transformações como essa, vê o início de uma Teoria de congruências e da ideia de provar em geometria, mas os egípcios não foram além. Percebe também que a área do trapézio isósceles pode ser encontrada das seguintes forma, usando o Teorema de Pitágoras para encontrar a altura do trapézio, atribuindo valores a base do triângulo reto formado pela altura e o lado congruente do trapézio e pela forma trigonométrica do seno ou cosseno, de modo que, o seno do ângulo congruente da base maior do trapézio, sendo assim, a altura é igual a o seno do ângulo vezes o lado congruente do trapézio, ou a altura é igual a cosseno do ângulo da base maior do trapézio vezes a base formada pela altura do mesmo. Segundo BOYER (2010, p.15), A geometria pode ter sido uma dádiva do Nilo, como Heródoto acreditava, mas os egípcios pouco aproveitaram. A matemática de Ahmes era a de seus antepassados e descendentes.

Texto de problemas antigos fornecem problemas que poderíamos chamar de geometria, mas BOYER (2010, p. 27), afirma que os babilônicos provavelmente consideravam como aritmética aplicada. Como, um problema em que a escada ou prancha de comprimento  $0;30$  está apoiada a uma parede; a questão é , de quanto a extremidade inferior se afastará da parede se a superior escorregar para baixo de uma distância de  $0;6$  unidades? A resposta é encontrada corretamente usando o teorema de Pitágoras. Se o topo escorrega de três unidades quando a extremidade inferior se afasta da parede de nove unidades, qual o comprimento da vara? A resposta é dada corretamente como sendo quinze unidades.

Existem muitos e belíssimos teoremas na Matemática, mas a aura de surpresa, originalidade, estética e importância que cerca o teorema de Pitágoras faz dele

algo realmente incomparável em relação aos demais: todos os caminhos da Rainha das Ciências conduzem a ele (GARBI, 2010, p.27).

Os babilônios antigos conheciam outras importantes relações geométricas. Como os egípcios, sabiam que a altura de um triângulo isósceles bisseca a base. Esta denominação da geometria é sintomática da dificuldade em avaliar a influência da matemática pré-helênica sobre culturas posteriores.

### **3. A RELAÇÃO DA NATUREZA COM O TRIÂNGULO É UMA FORMA ABSTRATA OU CONCRETA**

Não devemos admitir os conceitos concreto e abstrato como coisas distintas e opostas, mas vê-los como um contínuo que vai do abstrato para a concretização, sendo todo o processo interno ao cérebro. Quando nos deparamos com alguma coisa que nunca vimos, ou nos encontramos em um lugar novo, estamos diante de algo do qual formamos uma ideia abstrata. Imediatamente começamos a olhar, examinar, mexer, procurar relações e, aos poucos, começamos a ficar por dentro, a por ordem, a ficar mais seguros, porque começamos a nos apossar, a ter controle. Assim, o triângulo tem suas formas de aparecer na natureza, devido à imaginação e criatividade do indivíduo, sendo que a imaginação deve sair de um pressuposto, de que na natureza é formada de diversas formas geométricas e que tudo existe matemática. Sendo assim, encontram triângulos em uma árvore, na construção de edifício, localização geográfica e no espaço.

O conhecimento físico diz respeito às propriedades físicas dos objetos. É por meio das ações exercidas sobre eles que a criança vai descobrindo e construindo noções de tamanho, altura, espessura, densidade, textura, além de que são feitos, sua flexibilidade, temperatura etc. (ARANÃO, 2011, p. 15).

Como viram até agora, a interação do indivíduo se dá com algo concreto, ou seja, seu conhecimento é construído à medida que se relaciona e interage com matérias concretas (objetos) e com pessoas. Como, por exemplo, a distância em linha reta da cidade Maceió à cidade Rio Largo e Marechal Deodoro, formam assim um triângulo escaleno entre elas. Uma construção muito conhecida é a torre de Pisa, onde podem imaginar um triângulo retângulo formado pela sua altura perpendicular ao solo e sua hipotenusa sendo o lado inclinado da torre em relação ao solo. Devido a ocorrência do triângulo está em todos lugares, onde ele é a forma geométrica mais rígida que podemos encontrar na geometria, logo que nada se sustenta sem um triângulo na sua construção.

### **CONSIDERAÇÕES FINAIS**

Neste estudo, analisamos a importância da relação do triângulo na sua forma primitiva quanto da relação na natureza, e suas mudanças significativas na construção do conhecimento matemático, assim como, a concepção de sua origem. Que mesmo com as dificuldades encontradas ao imaginar onde encontrar o triângulo, percebemos que a geometria, especificamente o triângulo entre outras figuras geométricas, está relacionada ao fruto da imaginação. Onde aprendemos criar e visualizar objetos ao nosso redor para perceber que existem triângulos, devido à ocorrência na relação do abstrato para o concreto, dessa maneira, a imaginação é o ponto de partida para a criação e confecção da



figura encontrada. Assim, incentivando a criatividade do indivíduo na criação de novas figuras, levando o mesmo a pensar melhor matemática e melhorando sua matemática dedutiva, fazendo diretamente indivíduo ter uma competência para a interpretação de um mundo abstrato.

## **REFERÊNCIAS**

ARANÃO, Ivana Valéria D. **A matemática através de brincadeiras e jogos**. 7ª Ed. Campinas, SP: Papirus, 2011.

BOYER, Carl B. **História da matemática**. 3ª. Ed. São Paulo: Blucher, 2010.

D'AMBROSIO, Ubiratan. **Etnomatemática - elo entre as tradições e a modernidade**. 5ª. Ed. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2013.

GARBI, Gilberto G. **A Rainha das Ciências: um passeio histórico pelo maravilhoso mundo da matemática**. 5ª. Ed. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2010.

# **OBJETO DE APRENDIZAGEM PARA EDUCAÇÃO PROFISSIONAL TÉCNICA - SISTEMAS DE EQUAÇÕES ALGÉBRICAS COM APLICAÇÕES EM CIRCUITOS**

**Fábio Mendes Ramos<sup>1</sup>**

<sup>1</sup>Instituto Federal do Norte de Minas Gerais/Departamento de Ensino, fabio.ramos@ifnmg.edu.br

## **Resumo**

Trata-se de um trabalho em desenvolvimento sobre o uso do Objeto de Aprendizagem para a educação profissional, como método de ensino dinâmico e interativo no ensino/aprendizagem de matemática utilizando circuitos elétricos de malhas baseado na 1ª e 2ª Lei de Kirchhoff – 1ª) Lei de Kirchhoff das Correntes (LKC) que estabelece que é nula a somatória algébrica das correntes incidentes em qualquer nó de um circuito eletrônico; e 2ª) Lei de Kirchhoff das tensões (LKT) ou lei de malha, que estabelece que é nulo o somatório das quedas e elevações de tensão ao longo de um caminho fechado em um circuito elétrico; aplicado no ensino de Sistemas de Equações Algébricas, conteúdo de matemática da educação básica. A presente pesquisa tem como finalidade solucionar problema em relacionar corrente de circuitos de malhas com o Sistema de Equações Algébricas nos cursos técnicos em Eletroeletrônica, por isso classifica-se em pesquisa aplicada. Espera-se que o Objeto de Aprendizagem possa contribuir para a reflexão e compreensão dos alunos dos cursos técnicos, possibilitando uma relação entre os conteúdos de matemática com os ensinamentos das áreas técnicas na resolução de problemas de sistemas Lineares de fenômenos físicos em correntes de malhas elétricas.

**Palavras-chave:** Objeto de aprendizagem. Ensino Técnico. Sistemas de Equações Algébricas. Circuitos.

## **MOTIVAÇÃO**

O trabalho está sendo desenvolvido em parceria entre a Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais (PUC-Minas) e o Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais (CEFET-MG), cujos professores de Matemática de ambas as instituições se interagem por meio dos grupos de pesquisa: Grupo de Pesquisa em Informática e Metodologia em Educação matemática – GRUPIMEM da PUC Minas e o CEFETMAT do CEFET, para estudos e intervenções no ensino de Matemática com foco na incorporação das Tecnologias da Informação e Comunicação (TIC's) em sala de aula. Os colaboradores dessas instituições se reúnem e discutem as dificuldades de ensino/aprendizagem dos alunos e buscam de forma dinâmica realizar suas intervenções de ensino com o auxílio da tecnologia.

Por se tratar de um tipo de intervenção pedagógica eficaz, este trabalho propõe a aplicação da mesma metodologia em toda rede de instituições de Educação Profissional Técnica, especialmente no Instituto Federal do Norte de Minas Gerais – IFNMG e no Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais - CEFET-MG, que também contempla o ensino técnico.

Segundo Moran (2014), estamos caminhando para uma nova fase de convergência e integração das mídias: tudo começa a integrar-se com tudo, tudo pode ser divulgado em alguma mídia, todos podem ser produtores e divulgadores das informações. O mundo

físico se reproduz em plataformas digitais, e os serviços podem ser realizados presencialmente e virtualmente. Há um diálogo crescente entre o mundo físico e o mundo digital, onde as informações são compartilhadas nas atividades de pesquisa, lazer, relacionamentos e outros serviços que estão impactando profundamente a educação escolar e as formas de ensino e aprendizado que estamos habituados.

Moran (2014) é um defensor do uso da tecnologia no ensino, para ele “a tecnologia digital móvel desafia as instituições a sair do ensino tradicional, em que o professor é o centro, para uma aprendizagem mais participativa e integrada” (MORAN, 2014, p.30).

Na perspectiva de criar um material didático que auxilia no ensino de Matemática no conteúdo de Sistemas de Equações Algébricas, a pesquisa está desenvolvendo um Objeto de Aprendizagem para os professores e alunos, que utilizam da tecnologia no ensino-aprendizagem.

## **OBJETOS DE APRENDIZAGEM – OA**

Hoje em dia não é raro ver em ambientes públicos cada vez mais, pessoas conectadas na internet sejam via notebook, tablet, smartphones ou outra “criação” tecnológica, que permita a inserção da comunidade em geral em um ambiente digitalizado e virtualizado em tempo real.

Criar um ambiente tecnológico que auxilia os alunos no processo de ensino aprendizagem torna-se desafiador, devido a nossa metodologia de ensino não ter acompanhado com a mesma rapidez os avanços tecnológicos. Ao propor a criação de um Objeto de Aprendizagem (OA) para alunos dos cursos técnicos em eletroeletrônica que trabalham com correntes de malhas em circuitos elétricos relacionando esse conteúdo ao conteúdo de Sistemas de Equações Algébrica da Matemática, teremos uma grande expectativa nos resultados.

Nossa proposta de OA, utiliza-se da definição do grupo de estudos Learning Objects Metadata (LOM), isto é

Objetos de Aprendizagem são definidos aqui como qualquer entidade, digital ou não-digital, que pode ser utilizada, reutilizada ou referenciada, durante a aprendizagem aplicada tecnologicamente. Exemplos de tecnologia de suporte de aprendizagem incluem sistemas de treinamento baseado em computador, ambiente de aprendizagem interativos, sistemas de instrução inteligentes auxiliado por computadores, sistemas de ensino a distância e ambientes de aprendizagem colaborativa. Exemplos de Objetos de Aprendizagem incluem conteúdo multimídia, conteúdos educacionais, objetos de aprendizagem, software instrucional e ferramentas de software e pessoas, organizações ou eventos referenciados durante a aprendizagem tecnológica suportada (LOM, 2000 apud WILEY, 2000, p. 5)

Como essa definição ainda é muito ampla, focaremos o nosso trabalho no objeto de aprendizagem em um ambiente digital que utilizam da tecnologia como facilitadora no processo de ensino aprendizagem.

Projeta-se no OA, uma sequência de atividades que desenvolve os conceitos e aplicações dos Sistemas de Equações Algébrica. Conforme os conceitos de Munhoz (2013), o OA não é apenas um elemento tecnológico e sim elemento desenvolvido com finalidade didática e pedagógica específica, capaz de oferecer conteúdo de alta qualidade.

Sendo o Objeto de Aprendizagem uma tecnologia recente, não existe um consenso universal a respeito dessa definição, segundo Galafassi (2013) existe um consenso que para ser um Objeto de Aprendizagem, a mesma deve apresentar características técnicas e ser

aplicada na educação. Desta forma, os OAs podem ser analisados em duas perspectivas: pedagógica e técnica.

Segundo a autora, são consideradas aspectos pedagógicos importantes:

*Interatividade*: indica se há suporte às concretizações e ações mentais, requerendo que o estudante interaja com o conteúdo de alguma forma, podendo ver, ouvir ou responder algo.

*Autonomia*: indica se os recursos de aprendizagem apoiam a iniciativa e tomada de decisão.

*Cooperação*: indica se há suporte para os usuários trocar ideias e trabalhar coletivamente sobre o conceito apresentado.

*Cognição*: refere-se às sobrecargas cognitivas colocadas na memória do aprendiz durante o processo de ensino-aprendizagem.

*Afetividade*: está relacionado com sentimentos e motivações do aluno com sua aprendizagem e com seus professores e colegas. (GALAFASSI, 2013, p. 43)

As características técnicas serão importantes, para uma melhor padronização das OAs, facilitando a busca, classificação e armazenamento, para Galafassi (2013) são características técnicas específicas das OAs:

*Acesso*: indica se um OA pode ser utilizado remotamente em muitos outros locais.

*Agregação*: indica se recursos podem ser agrupados em conjuntos maiores de conteúdos, incluindo estruturas tradicionais de cursos.

*Autonomia*: verifica se o objeto pode ser usado individualmente;

*Classificação*: permite a catalogação dos objetos auxiliando na identificação dos mesmos, facilitando o trabalho dos mecanismos de busca.

*Formatos*: refere aos formatos dos conteúdos digitais.

*Durabilidade*: indica se a contínua usabilidade de recursos educacionais se mantém quando a base tecnológica muda, sem reprojeção ou recodificação.

*Interoperabilidade*: verifica se é possível utilizar os OA em diferentes locais ou ambientes, independente de ferramentas ou plataformas.

*Reusabilidade*: indica as possibilidades de incorporá-los em múltiplas aplicações. (GALAFASSI, 2013, p. 43)

Esse tipo de padronização e características são de suma importância para a criação de um Objeto de Aprendizagem, onde será mais explorado para que se possa desenvolver um OA que possa auxiliar aos professores e alunos das escolas técnicas no processo de ensino aprendizagem.

## **ENSINO DE SISTEMAS DE EQUAÇÕES ALGÉBRICA**

O tema central desse trabalho será o ensino dos conteúdos de Sistemas de Equações Lineares associado aos circuitos de correntes de malhas elétricas, para os alunos dos cursos técnicos integrado com o ensino médio, por isso, focar-se-á no ensino de sistemas de equações lineares de duas e três incógnitas, proporcionando a compreensão de sistemas de equações que posteriormente poderão ser generalizadas.

Lima (2006) define sistemas lineares de duas incógnitas: “Ao escrever uma equação  $ax + by = c$ , estaremos admitindo tacitamente que  $a^2 + b^2 \neq 0$ , isto é, que os coeficientes  $a$  e  $b$  não se anulam simultaneamente”.

Uma solução do sistema linear

$$\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases} \quad (1)$$

é um par  $(x,y) \in \mathbb{R}^2$  cujas coordenadas  $x, y$  satisfazem ambas as equações. O sistema (1) se diz indeterminado, impossível ou determinado quando admite mais de uma solução, nenhuma solução ou uma única solução, respectivamente.

Ainda, segundo Lima (2006) sistema de três equações com três incógnitas é como planos. Consideremos agora o sistema (2)

$$\begin{cases} a_1x + b_1y + c_1z = d_1 \\ a_2x + b_2y + c_2z = d_2 \\ a_3x + b_3y + c_3z = d_1 \end{cases} \quad (2)$$

de três equações com três incógnitas. Estas definidas em ordem de planos em termos de  $(x,y,z) \in \mathbb{R}^3$  e a solução do sistemas quando o ponto  $P = (x,y,z)$  pertence à interseção dos três planos, quando  $P$  estiver simultaneamente em cada um dos três planos.

Pretende-se relacionar os OAs desenvolvidos com uma sequência de atividades em GeoGebra de sistemas de equações lineares de duas e três incógnitas com circuitos de correntes de malhas.

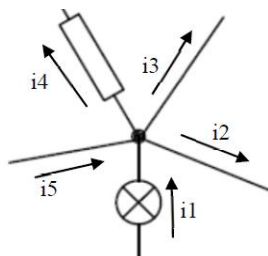
As atividades de Sistemas de Equações Lineares ficarão mais restritas aos alunos do ensino técnico que estudam circuitos, não impedindo que estudantes que não sejam da área técnica possam compreender o conteúdo. Os OAs desenvolvidos são as aplicações de Sistemas de Equações Lineares nas áreas técnicas. Para a melhor compreensão da proposta, define-se alguns conceitos a seguir.

A Lei de Kirchhoff das correntes (LKC) estabelece que é nulo o somatório das correntes incidentes em qualquer nó de um circuito elétrico, pois devido ao nó não armazenar corrente, a quantidade de corrente que chega em um nó é igual a quantidade de corrente que sai desse, ou seja, a soma algébrica das correntes é sempre igual a 0.

$$\sum_{i=1}^n I_i = 0 \quad (3)$$

Para melhor compreensão ilustra-se um exemplo na figura1 abaixo,

**Figura 1 – Nó lei de Kirchhoff para corrente (LKC)**



Fonte – Imagem produzida pelo Autor

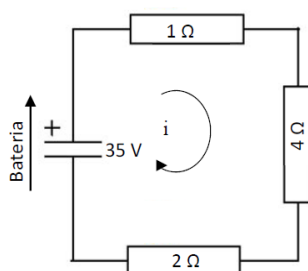
Nota se que as correntes  $i_1$  e  $i_5$  chegam ao nó e as correntes  $i_2$ ,  $i_3$  e  $i_4$  saem do nó logo  $i_1 + i_5 = i_2 + i_3 + i_4$ , assim a soma algébrica de  $-i_1 - i_2 - i_3 + i_4 + i_5 = 0$ .

A Lei de Kirchhoff das tensões (LKT), ou lei das malhas, estabelece que é nulo o somatório das quedas e elevações de tensão ao longo de um caminho fechado de um circuito elétrico, ou seja a soma algébrica das quedas e elevações de tensão ao longo de uma malha elétrica é igual a zero.

$$\sum_{i=1}^n V_i = 0 \quad (4)$$

Temos que a tensão aplicada é igual à soma das quedas de tensão, seja  $V_a$  a tensão aplicada e  $V_1$ ,  $V_2$  e  $V_3$  as quedas de tensão, logo  $V_a = V_1 + V_2 + V_3$ , ou seja, a soma algébrica de  $-V_a + V_1 + V_2 + V_3 = 0$ . Por exemplo: calcular a corrente  $i$  na figura2 abaixo.

**Figura 2 – Circuito de Malha**



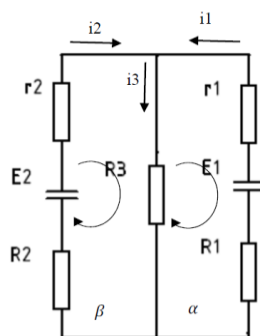
Fonte – Imagem produzida pelo Autor

*Resposta:* Como tensão pode ser calculado pela lei de Ohm onde  $V = R.I$  e utilizando a Lei de Kirchhoff das tensões (LKT), podemos dizer que:

| PASSOS                                                                                                                                                         | RESOLUÇÃO                                                                                                                                                                                                                                            |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Se temos pela lei de Kirchhoff que substituindo os valores na equação, somando os valores da resistência, isolando a corrente temos, Assim o valor da corrente | $V_a = 35 \text{ V}$ , $V_1 = 1 \Omega.i$ , $V_2 = 4 \Omega.i$ e $V_3 = 2 \Omega.i$ ,<br>$V_a = V_1 + V_2 + V_3$<br>$35\text{V} = 1 \Omega.i + 4 \Omega.i + 2 \Omega.i$<br>$35\text{V} = 7\Omega i$<br>$i = 35\text{V}/7\Omega$<br>$i = 5\text{A}$ . |

Para realização deste trabalho serão utilizadas algumas atividades relevantes no processo ensino/aprendizado, como o exemplo a seguir, em que se apresenta uma aplicação de sistemas de equações lineares em circuitos, retirado do livro de Nascimento (1989): No circuito a seguir,  $R_1 = 5,5 \Omega$ ,  $R_2 = 4,5 \Omega$ ,  $R_3 = 3,0 \Omega$ ,  $r_1 = 0,5 \Omega$ ,  $r_2 = 0,5 \Omega$ ,  $E_1 = 1,5 \text{ V}$ ,  $E_2 = 1,5 \text{ V}$  determinar as correntes  $i_1$ ,  $i_2$  e  $i_3$  são tais que:

**Figura 3 – Aplicação de sistemas lineares em circuitos de malha**



Fonte: (NASCIMENTO, 1989, p.75)

**Solução:** Utilizando a Lei de Kirchhoff, temos que  $i_1 + i_2 - i_3 = 0$ ; e as malhas  $\alpha$ :  $R_1 i_1 + R_3 i_3 + r_1 i_1 = E_1$ ;  $\beta$ :  $r_2 i_2 + R_3 i_3 + R_2 i_2 = E_2$  observando o circuito e substituindo os valores temos:  $\alpha$ :  $0,5i_1 + 5,5i_1 + 3i_3 = 1,5$  e  $\beta$ :  $4,5i_2 + 0,5i_2 + 3i_3 = 1,5$ . Utilizando desses dados podemos criar um sistema de equações lineares.

$$\begin{cases} i_1 + i_2 + i_3 = 0 \\ 6i_1 + 3i_3 = 1,5 \\ 5i_2 + 3i_3 = 1,5 \end{cases} \quad (5)$$

Resolvendo o sistema de equações lineares teremos:  $i_1 = 0,12$  A;  $i_2 = 0,144$  A e  $i_3 = 0,26$  A.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

Acredita-se que o objeto de aprendizagem representa uma possibilidade de aprendizagem diferenciada, promovendo um maior interesse no aprender. Com o auxílio da tecnologia o estudante que gosta da matemática e que quer aprofundar seus estudos, poderá ter maior facilidade na compreensão dos conteúdos, através deste tipo de metodologia. Para aqueles alunos que não possuem uma predisposição para o conteúdo de matemática, esse método traz a matemática diferente do que ele está acostumado, podendo dessa maneira relacionar o conteúdo matemático com o seu cotidiano, despertando nele um maior interesse.

## REFERÊNCIAS

GALAFASSI, Fabiane Penteado; GLUZ, João Carlos; GALAFASSI, Cristiano. Análise Crítica das Pesquisas Recentes sobre as Tecnologias de Objeto de Aprendizagem e Ambientes virtuais de Aprendizagem. *RBIE*. Vol 21 N.3, Pg. 41-53, 2013.

LIMA, Elon Lages; CARVALHO, Paulo Cezar Pinto; WAGNER, Eduardo; MORGADO, Augusto César. *A Matemática do Ensino Médio - Volume 2*. 6 ed. Rio de Janeiro: SBM 2006.

MUNHOZ, Antônio Siemsen. *Objeto de Aprendizagem*. Curitiba: Intersaberes, 2013.

NASCIMENTO, Aquiles Leite; GARCÊS, Edina Santiago; LOVATEL, Theonesto. *Matemática: para escolas técnicas industriais e centros de educação tecnológica. Matrizes Determinantes Sistemas Lineares*. Curitiba: Centro Federal de Educação Tecnológica do Paraná, 1989.

WILEY, D.(2000) *Connecting Learning Objects to Instructional Design Theory: A definition, a metaphor, and a Taxonomy*. On-line. Disponível em <http://reusability.org/read/chapters/wiley.doc> Acessado em 19 de Janeiro de 2015.

# **PENSAMENTO ARITMÉTICO E SUA IMPORTÂNCIA PARA O ENSINO DE MATEMÁTICA**

**Nádia Aparecida dos Santos Sant'Ana**

**Prof Dr João Bosco Laudares**

**PUC- MINAS/ Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática, nadiajoinha@gmail.com**

## **Resumo**

Este artigo tem como principal objetivo discutir a importância que o pensamento aritmético pode oferecer ao ensino de matemática. Deseja relatar a existência da aritmética escolar e aritmética da rua, de acordo com Lins e Gimenez, autores que propiciaram embasamento teórico para essa discussão, na leitura de uma aritmética voltada para a produção de significados oferecem condições para que o estudante possa desenvolver o sentido numérico, sendo inquestionável o seu desenvolvimento em matemática em todos os campos.

**Palavras-chave:** pensamento aritmético, aritmética da escola e da rua.

## **PENSAMENTO ARITMÉTICO E ENSINO DE MATEMÁTICA**

O ensino de matemática depende de vários fatores, tornando-o, pois, bastante complexo. A aprendizagem de matemática é fundamental na educação em todos os níveis, uma vez que a estrutura instrumental de seus conteúdos possibilita ao estudante entender o mundo ao seu redor, interagir com ele sendo assim capaz de promover mudanças e implementando-as no seu cotidiano. Assim, busca-se um ensino de aritmética fundamentado na produção de significados que ofereça condições para que o ensino de matemática seja consistente e legítimo.

O objetivo do artigo é realizar uma revisão literária educacional, possibilitando a construção do conceito da importância que, o desenvolvimento do pensamento aritmético propicia ao estudante da educação básica, promovido pela aproximação da realidade da rua com a realidade escolar, especialmente aos que apresentam rupturas neste desenvolvimento. E aos que não apresentam problemas de rupturas ou aprendizagem; é possível com introdução desses novos conceitos de pensar a aritmética, a melhoria no padrão de desenvolvimento matemático do mesmo. Busca ainda apresentar em que essa associação como o desenvolvimento do pensamento aritmético pode possibilitar ao estudante ganhos no processo de aprendizagem. Trata-se, portanto, de perceber como os estudantes apresentam dificuldades em matemática especialmente porque aconteceram falhas no ensino da aritmética. Torna-se necessário perceber e discutir que os erros no processo de desenvolvimento do algoritmo, erros de contagem e ou ainda erros de cálculo mental acontecem pelo fato de não ter conexão com o mundo da escola com o mundo da rua. Assim, perceber que condicionantes múltiplos estão envolvidos nessa questão e mais, verificar quais ações possibilitam as aproximações desses dois mundos tão distantes.

A avaliação nesse sentido das inúmeras vantagens, bem como possibilidades do ensino de aritmética deve destacar especialmente os ganhos no processo de ensino aprendizagem, pautada na discussão da necessidade de uma aproximação coerente da



aritmética da escola com a aritmética da rua, de modo que o ensino e a aprendizagem aritmética possam produzir significado na vida do aluno. Com essa busca de significado, o conhecimento será estimulado, terá consistência e legitimação propiciando nesses termos o refinamento do pensamento aritmético, sendo dessa maneira fator de crescimento do estudante na aprendizagem matemática.

A Educação Básica compreende a educação infantil, o ensino fundamental um, dois e o ensino médio. Em todo esse espaço de aprendizagem, a Matemática ocupa um lugar ímpar, visto que junto com a habilidade inerente à leitura e escrita, constitui como uma das aprendizagens mais fundamentais, de extrema necessidade para o ser humano. Isso porque a matemática possibilita ao homem um preparo para vida, que nenhuma outra disciplina pode oferecer. Napoleão Bonaparte já dizia que “O progresso de um povo depende exclusivamente do desenvolvimento da matemática.” A frase é oportuna, uma vez que ela propicia segurança a quem a domina, e abre caminhos para aquele que a entende e ainda promove o desenvolvimento em todos os setores da sociedade inquestionavelmente, seja o setor econômico, social ou agrícola, até mesmo porque a matemática está em tudo.

A matemática fornece conhecimento necessário para resolver, para dominar os números que estão presentes em tudo na vida. Além disso, desenvolve o raciocínio deliberando a inteligência. E é, nesse contexto, que essa discussão é pautada na importância que pensamento aritmético determina ao desenvolvimento da aprendizagem de matemática. A aritmética é o ramo mais elementar da matemática. É a parte da matemática que lida com cálculos como a adição, a subtração, a multiplicação e a divisão. Todos os outros ramos da matemática utilizam os princípios e as regras da aritmética. Com isso, quando os princípios básicos da aritmética não estão suficientemente consolidados, aparecem os problemas da matemática. Isso porque as pessoas usam a aritmética todos os dias. Ela é usada para comprar algo em um supermercado, dar e receber trocos, medir velocidades, quantificar ou ainda contar algo. O termo “aritmética” vem da palavra grega *arithmos*, que significa “número”. É bastante discutido como o ensino de matemática apresenta tantas rupturas, evidenciado pela insuficiente fundamentação aritmética. O grande exemplo disso pode ser verificado pelo baixo desempenho dos alunos, bem como nas dificuldades que esses vêm enfrentando no cotidiano.

*“Se a matemática é uma disciplina base de todas as ciências e todas as artes; se o domínio dos números e das operações é decisivo para o sucesso numa sociedade competitiva; se o desenvolvimento tecnológico está fundamentado em cálculos e logaritmos; se o Brasil é a terra de Malba Tahan... por que 89% dos estudantes chegam ao final do Ensino Médio sem aprender matemática ?”(LORENZI, 2008).*

A busca de respostas para o quadro então instaurado mostra claro um problema de ampla pertinência presente no dia a dia. O discurso de políticos, educadores estão cheias de desejos em prol de uma solução que possa mudar esse paradigma. A cada dia percebe-se que o desenvolvimento dos alunos em matemática está mais decadente, com muitos espaços abertos, com muitas perguntas sem respostas, totalmente fragmentado. Assim, como alcançar um nível considerável de desenvolvimento, quando o ensino de matemática não está sendo suficientemente significativo?

Neste sentido, o enfoque dado sugere que, voltar para aritmética como o estudo que classifica e determina números e operações em todas as naturezas, a define com um caráter simplista, sem riqueza de detalhes, sem condicionantes que permitem construir alicerce para definição e construção do pensamento aritmético. O estudo da aritmética sendo processado nessa perspectiva, somente ajuda a responder a questionamentos como: o porquê do ensino da matemática apresentar os resultados atuais.

Lins e Gimenez, em seu livro “ Perspectivas em Aritmética e Álgebra para o século XXI” ; chama a atenção “... a aritmética e álgebra se relacionam de forma diferente das leituras tradicionais, do tipo álgebra é a aritmética generalizada ou álgebra é a estrutura da aritmética”( Lins e Gimenez, 2006 p 9).

Essa abordagem dos autores defende que, a aritmética não pode ser descrita com algo que deve com certeza preceder a álgebra, pois assim uma seria o desenvolvimento da outra, ou como é tratado no trecho, como uma generalização. Generalizar vem definir um termo de complemento, e, o que se espera da educação matemática, extrapola esse domínio. Até porque, essas leituras tradicionais permitem esclarecer como equivocado se fazem presentes, as estruturas de conteúdo ensinado nas classes das escolas brasileiras relacionadas à aritmética e também com a álgebra.

Isso se faz presente porque existe uma aritmética da rua e outra da escola, cada uma com seus significados e especificidades. A existência de uma aritmética da rua e uma aritmética da escola permite verificar um campo de grande tensão e conflitos nesse espaço aberto. O que se vê é que os algoritmos tratados na escola são da escola e mecanismos que possibilitam fazer as contas nas ruas são da rua. Segundo, LINS e Gimenez, “A aritmética escolar, hoje, embora plenamente justificada do ponto de vista dos significados matemáticos, parece não levar em conta as necessidades da rua, embora muitas vezes se diga que sim.” ( LINS E GIMENEZ, 2006, p 16).

Do ponto de vista dos autores, pode-se perceber que a aritmética hoje ensinada, não deve se resumir à apenas simples tradução de algoritmos, deve haver uma inclusão de uma aritmética que seja próxima ao que o aluno se identifica, ora, somente se aprende o que está próximo, faz parte de sua vivência. O ensino da aritmética deve produzir significados, legitimando assim o processo de aprendizagem. Assim como traz PIAGET; a matemática é resultado do processo mental da criança em relação ao cotidiano, arquitetado mediante atividades e se pensar o mundo por meio da relação com objetos.

Dessa forma, não se pode pensar o ensino da Matemática de acordo com o sistema tradicional de educação, o mundo é outro, os recursos tecnológicos estão aí, muitos deles inclusive, acessíveis. E, um ensino voltado para a repetição e verbalização de conteúdos, é algo que não deve mais pertencer a este tempo. Piaget realiza discussões em que atribui ao método tradicional a condição de fracassado, pois o mesmo não oferece ao estudante a possibilidade de construir seus conhecimentos. A possibilidade de um ensino formador de um raciocínio lógico matemático que conduz à compreensão e interpretação, ao contrário do que fazia o ensino tradicional, presa ao ideal de memorização de fatos e teorias.

Após a conclusão do ensino fundamental um, logo no sexto ano, início do ensino fundamental dois, é possível observar que os alunos apresentam inúmeras dificuldades em Matemática, especialmente no domínio dos algoritmos básicos das quatro operações fundamentais. Isso acontece por inúmeros motivos, esses provenientes talvez pelo método tradicional aplicado tão discutido, e, ainda hoje, presentes nas salas de aula. Um exemplo para descrever são as cópias de tabuada para memorizar os fatos da multiplicação e divisão. Outros fatores também se fazem presentes como a falta de tempo de compreensão do algoritmo usado, metodologias usadas sem rigor, dentre outros. É fato que essas dificuldades tradicionais em aritmética, tendem-se a se acentuar, como um efeito dominó, visto que o domínio das operações fundamentais são requisitos mínimos para os conteúdos do próximo bloco, no caso o Ensino Fundamental dois sejam efetivamente consolidado em aprendizagem. E não obter domínio sobre elas nada mais tem produzido que a aversão a Matemática, dificultando cada vez mais a aprendizagem. Certamente, esses não domínios das operações aritméticas ajudem a explicar o fato de que cerca de 90% dos adolescentes

concluem o ensino médio com um nível de dificuldade muito grande em matemática, dados esses divulgados pelo Movimento Todos pela Educação.

Como tratam Lins e Gimenez, a aritmética escolar traz situações que envolvem números e processos, que sempre deixam de fazer parte do cotidiano dos estudantes, e em contrapartida, a aritmética da rua leva em conta as necessidades reais, para resolver uma ou outra situação do momento, sem se preocupar com os algoritmos aprendidos na escola, sem se ater com o conteúdo matemático. E, portanto, quando não há conexão nas aritméticas disponíveis, formam-se problemas de assimilação dos significados aritméticos, desencadeando assim nos problemas então disponíveis no ensino de matemática, resultando dessa forma no quadro de ensino aprendizagem de hoje.

A possibilidade de reverter esse quadro está em atacar o problema pela raiz. Nesse caso, com a efetiva aprendizagem das operações fundamentais, traduzida em uma dinâmica de aproximação entre a aritmética da rua e a aritmética da escola irão produzir uma aprendizagem mais sólida. Uma possibilidade que poderá reverter um quadro tão complicado, que evidencia um fator de grande preocupação no ensino de matemática em todos os níveis. O efetivo trabalho com a aritmética no tocante à produção de significados em sala de aula legitimaria o ensino e aprendizagem de matemática no sistema de numeração decimal e dos algoritmos para efetuar as operações fundamentais. Pode-se perceber que no ensino tradicional, os estudantes acabam “dominando” os algoritmos a partir de atividades cansativos, memorizações regulares, mas sem conseguir compreender o que fazem. O professor conclui isso no estudante, especialmente quando esse lida muito bem com as operações aritméticas e seus cálculos fora da escola, ou seja, em situações de seu cotidiano; como brincadeiras, jogos, compras e tarefas caseiras simples como o auxílio na confecção de um bolo.

Nota-se ainda que se muitos estudantes lidam muito bem com as operações aritmética fora da escola, existe aí um ponto que merece discussão, porque o aluno não consegue naqueles problemas que a escola apresenta? Na realidade, o que se pode concluir é que grande quantidade dos alunos nem apresentam problemas de raciocínio. O problema realmente começa quando é necessário fazer a transposição para o papel. Os algoritmos apresentados em sala de aula, não apresentam conexão com a matemática trabalhada na rua. E esse fato permite afirmar que o uso de produções de significados que estimulem a aprendizagem das quatro operações fundamentais, é o pontapé para melhoria do quadro educacional que temos hoje no que diz respeito à aprendizagem matemática.

Os jogos aritméticos vêm nesse sentido, mostrar como que o trabalho com a aritmética no tocante à produção de significados pode ser um elo produtor de aprendizagem. Qualquer tipo de jogos de aprendizagem atua em um campo que possibilita ao aluno lidar com suas frustrações e ainda agir estrategicamente, é trabalhado o lúdico de forma concreta e ainda possibilita processos que intervêm no ato de aprender. Na verdade, os jogos possibilitam crescimento com a discussão e são grandes espaços abertos para trabalho coletivo, afetivo que ainda produz aprendizagem. Segundo PIAGET, a competição nos jogos é parte de um desenvolvimento maior, vai do egocentrismo a uma habilidade cada vez maior em descentrar e coordenar pontos de vista.

Quanto ao tratamento relativo às dificuldades aritméticas, sendo vistas por atividades coletivas como os jogos, ou mesmo em desenvolvimento de sequências didáticas, percebe-se que os erros mais comuns, em relação às operações aritméticas, pouco mudam de um ano para outro. Trata-se de indivíduos de uma mesma geração, mas que estão predispostos a condicionantes distintos, especialmente por se tratar de que essa dificuldade ou não aprendizagem, foca-se no que diz respeito à falta de significado no tratamento com os números. Assim, torna-se fundamental entender, bem como discutir

qual o lugar que a simples ação de fazer contas, seja de que grupo for, irá pertencer a vida do aluno e em que auxilia o seu processo de formação. Ora, como a aritmética da escola repassa para o aluno algoritmos que não servirão para aplicação na rua, é imprescindível questionar qual o lugar que a aritmética ocupa na escola e fora dela. Assim, como explicar uma situação em que o aluno, brincando de bolinhas de gude, consegue quantificar cada uma delas, desenvolver todo o processo do jogo, mas quando a mesma situação está descrita de forma teórica, o aluno não consegue desenvolver o resultado?

Assim é possível verificar que o que interessa essencialmente para a escola é a aplicação do algoritmo de forma exata, que os meios usados na rua, devem ficar por lá, pois ocupa um lugar de desvantagem que não são próprios ao ambiente escolar.

Discutir os jogos matemáticos na formulação de pensamento aritmético vem nesse contexto, atender as perspectivas no que diz respeito à legitimação do que é considerado da escola e do que é considerado da rua. Sendo assim, pensar que um estudante não conseguiu adquirir as habilidades numéricas desejadas, devem ser consideradas em que essa fala se traduz, visto que, as habilidades tratadas são da rua ou são da escola. Reconhecer porém que os contextos tratados, determinarão contribuições efetivas para o ensino de matemática acontecerá na medida em que os conceitos matemáticos lhes derem significados para relacionar questões do cotidiano.

Buscar significação para o ensino de aritmética, estará associado a formulação do pensamento numérico. Para Lins e Gimenez a entrada de um sentido numérico concorda com ações cognitivas, sistematizadas no reconhecimento de operatividade de técnicas, não se limitando à execução do pensamento algoritmo; processo de auto-regulação do pensamento; multiplicidade de caminhos e diversidades de soluções; inclusão de complexidade, esforço e atribuição de significados. E, para isso, torna-se essencialmente importante destacar as inumeráveis experiências que o estudante pode ter na rua e na escola e buscar a conexão entre elas, oportunizando assim uma aprendizagem completa, com a busca de significados e como consequência com sentido.

Conduzido pelo sentido numérico, verifica-se a necessidade da construção do pensamento aritmético se constitui como um processo que depende de raciocínio e pensamentos como: a valorização do raciocínio intuitivo e figurativo; o pensamento relativo e absoluto aplicado às estimativas; o raciocínio estruturado aditivo; o pensamento proporcional. Partindo desses pensamentos, pode-se conseguir o ensino de uma aritmética baseada na produção de significados. E quando isso é possível partimos da premissa de que o ensino da matemática se fundamentará e de fato será possível mudar o quadro que a mídia mostra a cada dia. O ensino da matemática será consistente, uma vez que a aritmética foi ensinada baseada na produção de significados, base de todo o ensino da matemática. Como a discussão aqui é sobre os pensamentos aritméticos que são de importância impar no desenvolvimento da matemática, a valorização do pensamento intuitivo e figurativo, coloca em debate as ações priorizadas pelos professores em sala de aula baseadas em aspectos formais de ensino.

O ponto que torna objetivo inicial é a mudança de concepção do professor, que deverá promover as abordagens investigativas para que o pensamento aritmético aqui discutido apresente significações, uma vez que o estudante está construindo e reconhecendo noções que lhes são fornecidas. Com isso, produzir ideias focadas na produção de afirmações e respostas aponta que o caminho para o ensino de aritmética adequado, sem que esse fique destinado apenas a resolver problemas e ou exercícios tão somente, ou limitado a uma justificativa matemática. No pensamento relativo aplicado às estimativas manifesta a situação em que o estudante tem a capacidade de reconhecer a ideia de número sem se preocupar com a situação em que está inserido. Assim, existe a

possibilidade de que o estudante extrapole o seu conhecimento, sem é claro, ficar limitado apenas à solução de cálculos e ou algoritmo para resolução de um problema. Com efeito, há a visualização concreta de significação da aritmética escolar de posse de interpretações, construções e ou ainda justificações possíveis no contexto da matemática que ao final produzem uma aprendizagem efetiva, significativa e legítima. Quando o pensamento é raciocínio estruturado aditivo, percebe-se que o estudante observa as propriedades do tipo de fenômeno que trata, realizam assimilações e a partir do desenvolvimento de estratégias que determinam um nível de abstração que pode ser antecipado o que melhora as condições nas quais os estudantes são capazes de produzir o seu próprio conhecimento em matemática. No pensamento proporcional corresponde a estrutura de comparação entre as partes e o todo, no ensino de matemática, é de grande importância, pois associa-se em razões especiais de comparação em forma de contexto multiplicativo e aditivo . O trabalho conjunto com esses pensamentos proporcionar-se-á um bom trabalho aritmético, que implica no desenvolvimento do sentido numérico, pois com isso, o estudante será capaz de realizar formulações, interpretações e visualizações concretizando assim um trabalho matemático diferenciado com superação e assimilação das dificuldades. Desta forma, o ensino de aritmética no contingente de produção de significados efetivamente promoveria o desenvolvimento completo do pensamento aritmético com a consolidação do sentido numérico, e como esse, incontestavelmente é o alicerce para o ensino em matemática, o ideal seria que uma reforma se iniciasse nesse sentido para melhorar o padrão de ensino-aprendizagem em matemática.

### **CONSIDERAÇÕES FINAIS**

A matemática é uma ciência que engloba o ser humano em todos os sentidos. Em cada indivíduo gera uma possibilidade e uma expectativa de aprender novamente e de forma diversificada da anterior. O conhecimento matemático oferece possibilidade para criar, recriar e modificar. Em tudo que se olha, a matemática se faz presente, seja na natureza, setor econômico, social, político. Na música, nas profissões a apropriação de conhecimento matemático torna viável a condição de fazer diferente. Assim, o mecânico, pedreiro, físico, trabalhador da roça e demais profissionais, usam um conhecimento matemático que nem sempre foi adquirido nas escolas.

Nessa linha de pensamento, pautado no referencial teórico, retoma-se que o ensino de aritmética voltado para a produção de significados é fator concreto de conceder contribuições de fato importantes para o ensino de matemática.

Com isso é necessário que seja promovida a consolidação do sentido numérico, fazendo-se presentes raciocínios e pensamentos, como: raciocínio intuitivo, raciocínio estruturado aditivo, pensamento proporcional e pensamento aplicado à estimativas. Esses definem o estabelecimento de uma associação de aritmética da rua e da escola voltada para a singular produção de significados que legitima o processo ensino aprendizagem de matemática sendo de importância inquestionável para a consolidação do processo de ensino aprendizagem.

### **REFERÊNCIAS**

GRANDO, R. C. **O jogo na educação: aspectos didático-metodológicos do jogo na educação matemática.** Unicamp, 2001 Acesso em 18/fevereiro/2015.

LINS, Rômulo C., GIMENEZ Joaquim. **Perspectivas em Aritmética e Álgebra para o Século XXI** 7a. ed. São Paulo: Papirus, 2006

# **PRESENÇA DOS SOFTWARES EDUCATIVOS NA FORMAÇÃO INICIAL: ONDE E COMO?**

**Camila Tenório Freitas de Oliveira<sup>1</sup>**  
**Danielli Ferreira Silva<sup>2</sup>**

<sup>1</sup>Instituto Federal de Minas Gerais/São João Evangelista, shinenvy@yahoo.com.br

<sup>2</sup>Instituto Federal de Minas Gerais/São João Evangelista, danielli.silva@ifmg.edu.br

## **Resumo**

O presente artigo discute sobre a presença das Tecnologias de Informação e Comunicação nos cursos de licenciatura em matemática das universidades melhores conceituadas pelo MEC. Para tal, realizamos uma análise documental nas matrizes curriculares para verificarmos em que momentos existem discussões sobre TIC nas disciplinas dos referidos cursos. A partir da análise, foi possível perceber que os *softwares* educativos estão presentes ainda timidamente nos cursos de licenciatura em Matemática, seja na forma de discussões sobre o uso destes para prática docente, seja na indicação do uso prático pelos professores que lecionam disciplinas pedagógicas ou matemáticas, para que o futuro professor possa experimentar como aluno, atividades de ensino com TICs.

**Palavras-chave:** Formação Inicial. Currículo de Matemática. TIC.

## **INTRODUÇÃO**

Desde 1970, recursos digitais vêm atraindo o interesse de pesquisadores em Educação Matemática, que tentam utilizá-los para o ensino e a aprendizagem da matemática (FIORENTINI; LORENZATO, 2007, p.45). No meio educacional, lidamos com alunos imersos à tecnologia e sabemos que “os meios de comunicação informática, revistas, televisão, vídeo têm atualmente grande poder pedagógico visto que se utilizam da imagem e também apresentam conteúdo com agilidade e interatividade” (SOUZA et al., 2011, p.24/25).

De acordo com Carneiro e Passos (2010), “a utilização da tecnologia pelos professores em sua prática de sala de aula demanda mudanças nos cursos de formação inicial (...), uma delas refere-se aos novos currículos, com disciplinas que possibilitem discussões acerca das potencialidades e dos limites das TIC na educação” (Id., p.780). É perceptível que a Educação sofre constantes mudanças ao longo dos anos e isso reflete em todo sistema escolar, exigindo mudanças em metodologias adotadas pelos docentes, em planos de ensino, em grades curriculares. Com isso,

*(...) é de se esperar que a escola, tenha que “se reinventar”, se desejar sobreviver como instituição educacional. É essencial que o professor se aproprie de gama de saberes advindos com a presença das tecnologias digitais da informação e da comunicação para que estes possam ser sistematizadas em sua prática pedagógica (SOUZA et al., 2011, p. 20).*

É na formação docente onde mais se pleiteiam mudanças, tendo em vista que esse terá sempre de estar atualizado de forma a caminhar paralelamente às inovações presentes na educação. Borba e Penteado (2007) sugerem que “a relação entre a informática e a educação matemática não pode ser pensada de forma dicotômica, mas sim como a transformação da própria prática educativa”. Com isso, o uso das TIC na educação

pressupõe mudança na prática docente, como também da sua postura em relação ao uso das mesmas (Id.). Assim, Carneiro e Passos (2010) sugerem que “devem ser proporcionados aos professores em formação inicial ambientes de reflexão, avaliação e discussão sobre as dificuldades, os limites e as possibilidades do uso das TIC nas aulas de Matemática na Educação Básica” (Id., p.781).

Segundo as Diretrizes Curriculares Nacionais para os Cursos de licenciatura em Matemática,

*desde o início do curso o licenciando deve adquirir familiaridade com o uso do computador como instrumento de trabalho, incentivando-se sua utilização para o ensino de matemática, em especial para a formulação e solução de problemas. É importante também a familiarização do licenciando, ao longo do curso, com outras tecnologias que possam contribuir para o ensino de Matemática. (BRASIL, 2001, p.5).*

Desta forma, surgiram os seguintes questionamentos: **Como as disciplinas dos cursos de licenciatura em Matemática têm contribuído para discussões sobre a utilização de TIC no ensino de Matemática? De que forma as TIC estão inseridas nas metodologias de ensino na formação inicial?**

Nesse sentido, questionamos o incentivo às TIC, e ainda mais precisamente, a utilização de softwares matemáticos dentro e fora de sala de aula, e a relevância atribuída em disciplinas na formação inicial as quais possam discutir a fundo essa questão. Assim, nossa proposta de pesquisa tem como objetivo principal investigar como tem sido abordada a inserção de softwares educativos no ensino de Matemática dentro do Curso de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Minas Gerais – Câmpus São João Evangelista.

## **EMBASAMENTO TEÓRICO**

Assim como outras disciplinas, a matemática exige curiosidade e interesse por parte dos estudantes para que possa ser compreendida. Nota-se que, quanto mais estimulada a reflexão, mais os estudantes conseguirão compreender o conteúdo abordado (SMOLE; DINIZ, 2001, p.16). De acordo com os PCN's (Parâmetros Curriculares Nacionais) (1997), “o papel do professor, nesse processo é, portanto, crucial, pois a ele cabe apresentar os conteúdos e atividades de aprendizagem de forma que os alunos compreendam o porquê e o para que do que aprendem” (Id., p.48). Lucchesi (1994) afirma que “os conceitos que os alunos têm ao chegarem à escola são formados por interação com situações da vida cotidiana e pela concepção prévia que eles já têm das relações matemáticas” (Id., p.87). Diante disso, pressupõe-se que a abordagem de situações as quais envolvam o cotidiano do estudante poderá auxiliá-los, tendo em vista que incentivará o mesmo a aprender sobre coisas que a ele interessam.

Atualmente, o mundo está se desenvolvendo em meio à grande difusão da tecnologia. No âmbito da educação, especificamente, dispõe-se de máquinas digitais (lousas, ipads, smartphones, notebooks...) que servem, além de pesquisas sobre qualquer área/conteúdo, para a utilização de softwares educativos e práticos. Nesse meio, a postura do professor diante das tecnologias pode variar entre a *zona de conforto* – onde tudo é mais seguro, conhecido e previsível – e a *zona de risco*, na qual o professor corre o risco da perda de controle (BORBA & PENTEADO, 2007; BORBA et. al., 2008). Moran (2012) analisa que esse modelo de professor atual, o qual transmite informações, “precisa de uma preparação em competências mais amplas, além do conhecimento do conteúdo, como saber adaptar-se ao grupo e a cada aluno; planejar, acompanhar e avaliar atividades significativas

e diferentes” (Id., p.48). É de se notar que o computador se destaca como símbolo do avanço tecnológico em si e (Smole e Diniz, 2001, p. 175) “ignorá-lo significa alienar o ambiente escolar, deixar de preparar os alunos para um mundo em mudança constante e rápida”.

Entretanto, concordamos ser importante ressaltar que,

*mais importante do que o programa, é o modo como ele será utilizado. Nenhum software é válido por si só; as interferências que o professor fará e o ambiente criado a partir delas determinarão a qualidade do trabalho. O uso de um excelente software não é garantia de um bom trabalho, assim como um software ruim não produz, obrigatoriamente, maus resultados (Id., p.178).*

Diante destas evidências, acreditamos na importância da discussão sobre as TIC, assim como suas influências na formação do professor atual. Embora seja perceptível que “a rapidez das inovações tecnológicas nem sempre correspondem à capacitação dos professores para a sua utilização e aplicação, o que muitas vezes, resulta no uso inadequado ou na falta de criação diante dos recursos tecnológicos disponíveis(...)” (SOUZA et al., 2001, p. 24), faz-se necessária a preocupação do docente em acompanhar as demandas da escola atual, principalmente no que se refere à utilização das Tecnologias de Informação e Comunicação.

## **METODOLOGIA**

Nesta fase inicial da pesquisa, selecionamos alguns cursos de licenciatura em Matemática a fim de realizar uma análise documental nas matrizes curriculares para verificarmos em que momentos existem discussões sobre TIC nas disciplinas dos referidos cursos. O objetivo é fazer uma análise inicial de como tem sido a presença de TICs na formação inicial de outros cursos no país para fazer um comparativo com o curso que será aprofundado o estudo.

O critério de seleção dos cursos se deu com base nas melhores notas no Conceito Preliminar de Curso (CPC)<sup>1</sup> e na nota do Enade através de uma busca no site do e-mec<sup>2</sup>. Foram selecionados os cursos de licenciatura em Matemática que obtiveram simultaneamente notas altas (4 ou 5) nos dois indicadores de avaliação de acordo com o e-mec. Assim, foram selecionadas as seguintes instituições de ensino superior: Universidade Federal de Alenas (UNIFAL), Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS), Universidade Federal do Rio de Janeiro (UFRJ) e Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho” (UNESP).

Realizamos análise das matrizes curriculares a partir dos Projetos Pedagógicos de Curso (PPC) disponibilizados nos sites das instituições. Selecionamos disciplinas que traziam claramente no nome ou na ementa questões voltadas ao uso de Tecnologias de Informação ou Comunicação, e disciplinas que traziam na ementa indiretamente questões relacionadas a Tecnologias.

## **RESULTADOS E DISCUSSÕES**

---

<sup>1</sup> O referido conceito é composto por diferentes variáveis, que traduzem resultados da avaliação de desempenho de estudantes, infraestrutura e instalações, recursos didático-pedagógicos e corpo docente. O índice varia de 1 a 5.

<sup>2</sup> Informações que podem ser obtidas em <https://emec.mec.gov.br/>



Em se tratando do curso de licenciatura em Matemática da UNESP campus Rio Claro, encontramos três disciplinas obrigatórias que tratavam das TIC, das quais uma (Introdução à Ciência da Computação) traz na ementa o estudo de programação e uma pequena parte de *hardware*. As outras duas disciplinas (Prática de Ensino e Estágio Supervisionado I, Prática de Ensino e Estágio Supervisionado II) trazem discussões sobre metodologias de ensino que incluem indiretamente práticas de ensino com o uso de softwares educativos. O curso traz também outras disciplinas na modalidade de Optativas (Instrução Auxiliada por Computador, Introdução à Ciência da Computação II), onde a primeira trata profundamente sobre softwares educativos no ensino de matemática com estudos teóricos sobre o tema e parte de prática de ensino com objetivo de preparar o futuro professor para o uso de softwares na sua prática docente.

No curso de licenciatura em Matemática na UFRGS encontramos onze disciplinas obrigatórias que tratam direta ou indiretamente das TICs. Destas, apenas duas tratam especificamente da temática (Computador na Matemática Elementar I, Educação Matemática e Tecnologia) onde a primeira trata de estudo de conteúdos matemáticos com o uso do software educativo LOGO. Já a segunda traz softwares educativos na área de Matemática de forma mais abrangente com análise e prática de propostas de utilização de diferentes softwares para o ensino e aprendizagem da Matemática na escola, além de trazer outros recursos como uso de web sites para o ensino. As outras nove disciplinas tratam indiretamente com discussões metodológicas que possivelmente podem incluir TICs (Estágio Supervisionado, Laboratório de Práticas de Ensino). Dentre as disciplinas na modalidade Eletivas, encontramos três que tratam diretamente sobre a inserção de TICs no ensino de Matemática (Introdução a Softwares Estatísticos, Projetos de Aprendizagem em Ambientes Digitais, Software Livre na Educação). Estas trazem discussões teóricas sobre softwares e outros recursos tecnológicos no ensino, além de incentivarem a criação de projetos e planos de aulas que focalizem o uso de TICs.

Ao analisar a matriz do curso de licenciatura em Matemática da UFRJ, encontramos dentre as disciplinas obrigatórias seis disciplinas, das quais apenas duas (Informática Aplicada ao Ensino, Introdução à Computação) tratam diretamente das TICs no ensino. As outras quatro trazem indiretamente discussões sobre metodologias de ensino com recursos digitais nas disciplinas de Estágio Supervisionado e Prática de Ensino. Algo interessante encontrado no curso foi disciplinas de conhecimento específico de Matemática que trazem na ementa a possibilidade do professor utilizar softwares para o ensino, são elas: Fundamentos de Geometria, Fundamentos de Funções e Conjuntos, Vetores no  $R^2$  e  $R^3$ . Não foram encontradas disciplinas optativas ou eletivas que tratassem da temática.

Já na UNIFAL, o curso de licenciatura em Matemática traz duas disciplinas obrigatórias que traz na ementa menção ao uso de TICs. A disciplina “Tecnologias no Ensino de Matemática” busca discutir softwares e outras tecnologias digitais no ensino, com discussões teóricas e aulas práticas. Já a disciplina “Fundamentos da Educação” traz indiretamente discussões metodológicas que fazem uso de TICs. Em se tratando de disciplinas optativas encontramos duas disciplinas que estudam e discutem Estatística com uso de softwares educativos (Planejamento e Análise de Experimentos, Recursos Computacionais para Análise Estatística de Dados).

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

Nos quatro cursos pesquisados, todos possuem disciplinas que tratam direta ou indiretamente do uso de TICs no ensino de matemática, seja com uso de softwares educativos ou outros recursos tecnológicos. Ao analisar disciplinas que trazem como

objetivo principal a temática, percebemos que existem mais disciplinas nas modalidades optativas ou eletivas do que obrigatórias.

Além disso, existem mais disciplinas que trazem indiretamente questões metodológicas que podem ou não repercutir no uso de TICs na prática docente. Estas, em geral, são disciplinas de Estágio e Prática de Ensino. Além disso, encontramos disciplinas de conhecimento específico Matemático que trazem indicações do uso de TICs. Lembramos que esta análise se trata apenas do que consta nas matrizes curriculares, que trata de um documento que servirá de ponto de partida para o planejamento do professor da referida disciplina. Portanto, não temos garantia de que nas disciplinas que trazem a temática indiretamente sejam realmente abordadas.

No geral, percebemos que os softwares educativos estão presentes ainda timidamente nos cursos de licenciatura em Matemática, seja na forma de discussões sobre o uso destes para prática docente, seja na indicação do uso prático pelos professores que lecionam disciplinas pedagógicas ou matemáticas, para que o futuro professor possa experimentar como aluno, atividades de ensino com TICs.

Esta análise servirá para realizar um comparativo com a matriz curricular do curso de licenciatura em Matemática do IFMG, Campus São João Evangelista. No andamento da pesquisa ainda verificaremos em que momentos existem discussões sobre TIC nas disciplinas do referido curso; averiguaremos a familiaridade que docentes e discentes têm com softwares educativos; descreveremos a opinião de discentes e docentes do curso sobre a utilização de TIC no âmbito escolar e verificaremos se houve/há experiências de aulas com a utilização de softwares educativos. Assim, buscaremos contribuir para discussões sobre as TICs na formação inicial de professores de Matemática por compreendermos que é fundamental que o professor atenda as demandas da escola atual.

## REFERÊNCIAS

BORBA M. C.; PENTEADO, M. G. **Informática e a Educação Matemática**. Belo Horizonte: Autentica, 2007.

BRASIL. Conselho Nacional de Educação. **Diretrizes curriculares nacionais para os cursos de matemática, bacharelado e licenciatura**. Brasília: CNE/CES, 2001.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais: introdução aos parâmetros curriculares nacionais**. Brasília: MEC/SEF, 1997.

CARNEIRO, R. F.; PASSOS, C. L. B. **As concepções de professores de matemática em início de carreira sobre as contribuições da formação inicial para a utilização das tecnologias de informação e comunicação**. Bolema, Rio Claro – SP. v. 23, vol. 36, 2010, p.775-800.

CARVALHO, D. L. **Metodologia do ensino da matemática**. 2º ed. São Paulo: Cortez, 1994.

FIORENTINI, D.; LORENZATO, S. **Investigação em educação matemática: percursos teóricos e metodológicos**. 2º ed. rev. Campinas, SP: Autores Associados, 2007.

MORAN, J. M. **A educação que desejamos: novos desafios e como chegar lá**. 5º ed. Campinas: Papirus, 2012.

SMOLE, K.; DINIZ, M. **Ler, escrever e resolver problemas: habilidades básicas para aprender matemática**. Porto Alegre: Artmed, 2001.

SOUSA, R. P.; MOITA, F. M. C.; CARVALHO, A. B. G. **Tecnologias digitais na educação**. Campina Grande: EDUEPB, 2011.

# PROJETO “CONSUMO CONSCIENTE DA ÁGUA”

**Vitor Paulo Roolfo de Souza**<sup>1</sup>,  
**Eliézer Amilton Marques**<sup>2</sup>  
**Ana Clara Dias Bernardino**<sup>3</sup>  
**Neyson Lucas Rosa**<sup>4</sup>  
**Zilda Carvalho Pereira Altomare**<sup>5</sup>  
**Stefania Efigenia Iza da Silva**<sup>6</sup>

<sup>1</sup>UFLA/DEX, vitorprds@hotmail.com

<sup>2</sup>UFLA/DEX, eliezermarquesmat@gmail.com

<sup>3</sup>UFLA/DEX, anaclaradias.matematica@gmail.com

<sup>4</sup>UFLA/DEX,

<sup>5</sup>E.M. Álvaro Botelho, zildaaltomare@oi.com.br

<sup>6</sup>UFLA/DEX, stefaniaefigeniaiza@gmail.com

## Resumo

Neste trabalho, compartilhamos as experiências vividas na atividade “quanto cabe” desenvolvida no projeto “Consumo Consciente da Água”, com alunos do oitavo e nonos anos de uma Escola Municipal de Lavras/MG e coordenada pelo grupo de trabalho (GT) do Programa Institucional de Bolsas de Iniciação a Docência - PIBID de Matemática da Universidade Federal de Lavras, no primeiro semestre de 2015. O Objetivo da atividade era trabalhar intuitivamente com os conceitos de volume, razão, proporção e porcentagem, dando ênfase no problema mundial de racionamento da água, para que na sequência pudéssemos iniciar o projeto consumo consciente de água que abordaria os conceitos de estatísticas além de discutir assuntos sociais e políticos obre o consumo de água. Utilizamos recipientes como garrafa, jarras, copos e um cubo de acrílico, para medir e conseguir as razões 97%, 3%, 1/3, as quais retratam as quantidades de água salgada, água doce no estado solido e água doce no estado líquido em nosso planeta. Utilizamos esses resultados pra discutir sobre o que essas proporções representam em nossa sociedade atual e calcular como anda nosso consumo no cotidiano. Tivemos com perspectiva a metodologia de resolução de problemas de Van de Walle.

**Palavras-chave:** Estatística, água, consumo.

No ano de 2015, ao iniciar nossos trabalhos do PIBID, nos propusemos a elaborar uma sequência de atividades que abordassem conteúdos referentes ao tratamento de informação, pois no ano anterior havíamos estudado sobre o tema e decidido que trabalharíamos durante o primeiro semestre desse ano com atividades que envolvessem tais conteúdos e conceitos. No ano anterior, havíamos pensado em trabalhar com um projeto que abordasse assuntos relacionados ao exercício da cidadania entre os moradores da cidade de Lavras. No entanto, durante algumas discussões e

devido à situação de escassez de água que estávamos vivenciando no momento, percebemos que levantar o tema, “Consumo Consciente da Água”, este atenderia nossos objetivos de trabalhar com o tratamento de informação além de propiciar reflexões sobre a importância da água e as consequências de seu mau uso.

A partir dessas percepções, iniciamos o planejamento das atividades selecionando um documentário<sup>1</sup> que mostrava a situação da água em nosso planeta e algumas iniciativas para reaproveitá-la em atividades industriais e domésticas. Em seguida foi sugerida uma atividade do livro Programa Gestão da Aprendizagem Escolar- GESTAR II<sup>2</sup>, a qual sugeria que cada aluno medisse a água consumida em litros durante um minuto de seu banho e o tempo gasto em cada banho. Como o volume de água consumido é medido pelo hidrômetro, em metros cúbicos, vimos a necessidade de desenvolver uma atividade que retomasse a conversão de unidades, pois a água medida pelos estudantes seria em litros. Então percebemos que com essas atividades seria necessário retomar conceitos de área, volume e conversão de medidas. Posteriormente, os dados coletados seriam utilizados para elaborar atividades relacionadas às medidas de tendência central, além da possibilidade de organizar dados em tabelas e interpretar gráficos.

Assim com estas ideias e reflexões iniciamos nosso trabalho elaborando uma sequência de atividades que seriam desenvolvidas durante o projeto. A atividade que relatamos a seguir foi a primeira atividade do projeto, a qual intitulamos de “quanto cabe”, esta foi desenvolvida com alunos do oitavo e nono anos de uma Escola Municipal de Lavras/MG e coordenada pelo grupo de trabalho (GT) do Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência (PIBID) de Matemática da Universidade Federal de Lavras, no primeiro semestre de 2015. Tínhamos como objetivo trabalhar intuitivamente os conceitos de volume, razão, proporção e porcentagem, dando ênfase no problema mundial de racionamento da água. Para o desenvolvimento dos trabalhos utilizamos como recursos didáticos recipientes como garrafa, jarras, copos, um cubo de acrílico e um corante para facilitar a visualização da água dentro dos recipientes.

Não foi possível exibir o vídeo para introdução do projeto, como havíamos planejado, pois o som do computador estava baixo, não havíamos levado caixa de som e a que tinha na escola não funcionou. Assim, decidimos exibir o vídeo na próxima aula e seguir o restante do planejamento, que era relembrar os conceitos de área e volume, conversão de unidades e porcentagem.

Inicialmente, informamos que o assunto do vídeo era a escassez de água no planeta e apresentamos alguns dados referentes à quantidade de água disponível (97% de água salgada e 3% de água doce). Desse modo, desenhemos um círculo no quadro para representar a quantidade de água e perguntamos como seria a representação de 3% neste. A princípio, apresentamos algumas opções equivocadas e perguntamos se estavam coerentes, repetimos esse processo até chegarmos a uma opinião comum dessa representação.

Em seguida, pedimos para que eles nos ajudassem a calcular o volume de um cubo de acrílico. Nosso objetivo era associar esse volume com a quantidade total de água no planeta. Para isso, questionamos como se calcula o volume do cubo. Após algumas discussões chegaram à conclusão que era preciso medir o tamanho das arestas. Com o auxílio de uma régua, medimos as arestas da base e calculamos a área. Perguntamos se isso era suficiente, então disseram que estava faltando a medida da

---

<sup>1</sup> Matéria de Capa - Água, escassez e soluções. Disponível em <https://www.youtube.com/watch?v=IYT2odOomAA>

<sup>2</sup> Atividade em anexo 1

altura. Medimos a altura e calculamos o volume. Questionamos qual seria a unidade de medida e surgiram dúvidas. Logo, fizemos intervenções com o auxílio de um desenho do cubo na lousa. Escrevemos:  $V = 10 \text{ cm} \times 10 \text{ cm} \times 10 \text{ cm} = 1000 \text{ cm}^3$ , pois  $10 \times 10 \times 10 = 1000$  e  $\text{cm} \times \text{cm} \times \text{cm} = \text{cm}^3$ .

Perguntamos quanto de água caberia dentro daquele cubo. Após algumas sugestões dadas por eles (600 ml, 850 ml, 500 ml, 1000 ml, entre outros), sugerimos medir a água e colocar dentro do cubo. Medimos 1 litro de água e colocamos dentro de uma garrafa de vidro com capacidade de 1 litro. Perguntamos se aquela quantidade de água caberia dentro do cubo e a maioria disse que não. Após colocarmos aproximadamente metade da garrafa dentro do cubo, muitos disseram que caberia. Terminamos de colocar a água no cubo e perceberam que coube 1 litro.

**Figura 1: fotos atividade “Quanto cabe”**



Fonte – Própria

Fizemos a comparação de  $\text{cm}^3$  com litros ( $1000 \text{ cm}^3 = 1 \text{ L}$ ) e perguntamos quantos ml tem 1 litro. Todos responderam que 1 L equivale a 1000 ml. Após alguns exemplos, concluímos que  $1 \text{ cm}^3 = 1 \text{ ml}$ .

Voltamos ao desenho do círculo e pedimos que considerassem que naquele cubo havia toda a água da Terra, então queríamos calcular 3% da água do cubo, ou seja, 3% de 1000 ml. Muitos não recordaram como calcular porcentagem, então perguntamos como representar 100% em forma de fração. Demos alguns exemplos para mostrar que 100% corresponde ao todo, ou seja,  $\frac{100}{100} = 1$ . Então, perguntamos novamente como representar 3% a partir desse exemplo, e concluímos que  $\frac{3}{100} \cdot 1000 \text{ ml} = 30 \text{ ml}$ .

Colocamos 30 ml em um copo e perceberam que, comparando com a água do cubo, 3% era pouco. Dissemos que, desses 3%, apenas  $\frac{1}{3}$  é em estado líquido e  $\frac{2}{3}$  em geleiras. Perguntamos como calcular  $\frac{1}{3}$  de 30 ml. Nesse momento não apresentaram dificuldades, pois associaram com o exemplo anterior (3% de 1000 ml).

Ao final da aula, fizemos uma breve socialização sobre a quantidade de água disponível, comparando os resultados. Discutimos sobre as causas da escassez de água e algumas soluções possíveis. Houve comentários sobre máquinas que retiram o sal da água e transformam o oxigênio em água. Para finalizar, combinamos que na aula seguinte apresentaremos o vídeo sobre o assunto.

### **Considerações finais**

As experiências que nos proporcionou essa atividade e os estudos que fizemos durante esse projeto, nos faz pensar em algumas questões que procuramos responder a nós mesmos sobre o que faz de uma atividade ser significativa aos alunos que dela participa. Acreditamos que uma atividade tem grande chance de ser significativa quando é dada aos estudantes a possibilidade de participação ativa, a condição de questionar todo e qualquer argumento, independentemente se esses são de colegas ou professor, devemos

*saber que ensinar não é transferir conhecimento, mas criar as possibilidades para a sua própria produção ou a sua construção. Quando entro em uma sala de aula devo estar sendo um ser aberto a indagações, à curiosidade, às perguntas dos alunos, a suas inibições, um ser crítico e inquiridor, inquieto em face da tarefa que tenho - a ele ensinar e não a de transferir conhecimento. (FREIRE, 1996, p.27).*

Pois, a autoridade do professor deve vir de seus argumentos fundados em seu conhecimento teórico e não pela sua posição que assume em sala de aula.

*É importante que os alunos percebam o esforço que faz o professor ou a professora procurando sua coerência. É preciso também que este esforço seja de quando em vez discutido na classe. Há situações em que a conduta da professora pode parecer aos alunos contraditória. Isto se dá quase sempre quando o professor simplesmente exerce sua autoridade na coordenação das atividades na classe e parece seus alunos que ele, o professor, exorbitou de seu poder. Às vezes, é o próprio professor que não está certo de ter realmente ultrapassado o limite de sua autoridade ou não. (FREIRE, 1996, p.64).*

Claro que não se deve abrir mão da disciplina, pois é papel de todos e não só do professor assegurar que pessoas se respeitem em qualquer espaço ou circunstância. Em nenhum momento colocamos essa atividade citada acima como modelo para se conseguir algum resultado, apenas desenvolvemos uma sequência que acreditávamos ser possível a partir dos nossos estudos e pela escola que já havíamos acompanhado a algum tempo. Por isso temos a consciência que essa poderia não ter os mesmos resultados, se fosse desenvolvidas com outros estudantes, em outras escolas ou se não estivéssemos em grupo assim como no PIBID onde atuamos com seis bolsistas.

## REFERÊNCIAS

FREIRE, P. **Pedagogia da autonomia:** saberes necessários à prática educativa. 25. ed. São Paulo: Paz e Terra, 1996. – (Coleção Leitura).

VAN DE WALLE, J. A. Ensinando pela resolução de problemas. In: VAN DE WALLE, J. A. **Matemática no ensino fundamental:** formação de professores e aplicação em sala de aula. Porto Alegre: Artmed, 2009.



## Anexo-1



### ATIVIDADE 03

#### PIBID DE MATEMÁTICA/UFLA

#### ESCOLA MUNICIPAL ÁLVARO BOTELHO

Para desenvolver esta atividade, você vai precisar de uma conta de água da sua casa. O consumo de água é marcado pelo hidrômetro, que é instalado em todos os estabelecimentos comerciais e residenciais que dispõem de água encanada. O hidrômetro mede o volume de água em metros cúbicos (m³). Assim que você puder, dê uma olhada no hidrômetro da sua casa ou da sua escola.

Pegue a conta de água da sua casa e vamos analisar.

Toda conta de água possui um campo com o registro de quantos m³ de água são usados por mês.

Registre aqui quantos m³ de água foram gastos: \_\_\_\_\_ m³

Agora transforme a quantidade de água gasta em litros: \_\_\_\_\_ litros

Registre também o valor cobrado pelo consumo de água: R\$ \_\_\_\_\_

Quanto custa um banho que você toma? Você já pensou sobre isso?

Que tal descobrir quanto de água você gasta em um banho? Você tem alguma ideia de como pode fazer isso?

Quantidade de água (litros) do chuveiro em 1 minuto: \_\_\_\_\_

Tempo médio do seu banho: \_\_\_\_\_

Traga para a próxima aula esses dados para que possamos analisar algumas questões relacionadas ao consumo de água doméstico.

$$\frac{\text{Água do chuveiro em um minuto}}{\text{Tempo médio do seu banho}} \times \frac{\text{Custo}}{\text{Litro de água}} = \frac{\text{Volume da água usada em um banho}}{\text{Custo total do banho}}$$

Calcule agora o custo do seu banho:

$$\frac{\text{Volume de água usada em um banho}}{\text{Custo/Litro de água}} \times \frac{\text{Custo}}{\text{Litro de água}} = \frac{\text{Custo total do banho}}{\text{Custo total do banho}}$$

Agora responda:

- Considerando todos os membros da sua casa, quantos litros de água são gastos com banho por mês? Qual o valor gasto?
- Se reduzir 1 minuto do seu banho, quanto litros de água você economizará por mês? E financeiramente?
- Se todos os membros da família fizerem o mesmo, quanto será economizado?  
\_\_\_\_\_ Litros de água - R\$ \_\_\_\_\_
- Considerando uma caixa d'água com capacidade de 500 litros, em um mês quantas caixas são usadas na sua casa para o banho?

# PROJETO TUTORES PARA ALUNOS DA REDE PÚBLICA

Ludmila Ariel Torquato<sup>1</sup>  
Dayane Carolina Gonçalves<sup>2</sup>, Camila Molina Palles<sup>3</sup>

<sup>1</sup>IFSP, aluna da Licenciatura em Matemática, ludy-torquato@hotmail.com

<sup>2</sup> IFSP, aluna da Licenciatura em Matemática, dayan.carol@hotmail.com

<sup>3</sup> IFSP, coordenadora do projeto e professora da Licenciatura em Matemática, camilapalles@uol.com.br

## Resumo

O projeto Tutores para Alunos da Rede Pública tem como objetivo principal auxiliar a aprendizagem de conteúdos de matemática em que os alunos apresentam dificuldades, visto que na escola em que é desenvolvido há um baixo rendimento nessa disciplina. Como objetivo secundário, propiciar aos bolsistas do projeto, alunos de Licenciatura em Matemática do IFSP campus Campos do Jordão, a prática da docência integrada a extensão universitária. O projeto é desenvolvido com cerca de 30 alunos de uma escola estadual da cidade de Campos do Jordão que atua com o novo modelo de ensino médio integral. Os participantes do projeto foram selecionados a partir dos resultados da 8ª Avaliação da Aprendizagem em Processo/2015 realizada em fevereiro, que tem como objetivo diagnosticar o nível de aprendizado dos estudantes matriculados na rede estadual de ensino tendo como base o conteúdo do Currículo Oficial do Estado de São Paulo. Ao se trabalhar com situações de aprendizagem diversas, que abordam os conteúdos em que os estudantes apresentaram maior defasagem, visamos inserir diferentes abordagens de ensino através do uso de novas tecnologias, materiais manipulativos e jogos. Por outro lado, também esperamos com isso que os bolsistas possam fazer um elo entre a teoria aprendida e a prática docente. Este artigo traz os primeiros relatos desse projeto que ainda está em andamento.

**Palavras-chave:** Ensino de Matemática; Situações de Aprendizagem; Escola Pública; Projeto de Extensão.

## O PROJETO

O projeto Tutores para Alunos da Rede Pública tem como objetivo principal auxiliar a aprendizagem de conteúdos de matemática em que os alunos apresentam dificuldades segundo o resultado da 8ª avaliação da aprendizagem em processo realizado em fevereiro desse ano. Como objetivo secundário visa proporcionar aos tutores a experiência de atuar em uma sala de aula, além de poderem fazer um elo entre a teoria aprendida no curso e a prática da profissão.

O projeto é desenvolvido em parceria com a Escola Estadual de Tempo Integral da Vila Albertina, situada na cidade de Campos do Jordão/SP, e conta com cerca de 30 alunos dos 1º e 2º anos do ensino médio que participam de oficinas a cada 15 dias e nos intervalos das oficinas participam de atividades monitoradas referente ao conteúdo da última oficina realizada.

Os conteúdos abordados até o momento foram áreas de figuras planas, equação do 1º grau, trigonometria e sólidos geométricos, que serão melhor detalhados no item “As Oficinas”. São utilizados diversos recursos, tais como objetos de aprendizagem, softwares

matemáticos, jogos e materiais manipulativos, para abordar os conteúdos que serão trabalhados.

O projeto conta com 3 bolsistas, alunos do curso de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo – IFSP, campus Campos do Jordão, que atuam como tutores nas oficinas.

## FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Para Perrenoud (2000), a melhoria do processo de aprendizagem e familiarização dos alunos com as novas tecnologias exigem a necessidade de desenvolver competências. Sendo uma destas competências o uso da tecnologia na educação, ele sugere que em situações-problema, os professores utilizem de preferência softwares didáticos ou aplicativos que são auxiliares diários das mais diversas tarefas intelectuais.

A utilização do computador é uma poderosa ferramenta para melhorar a qualidade do ensino-aprendizagem, porém a mera introdução dessa ferramenta nas escolas em nada modifica o ensino. Salientamos que o computador nada mais é do que uma máquina que obedece a um programa sendo que esse programa deve ser adequado aos objetivos que se quer alcançar.

As novas tecnologias, em especial na área da informática, estão cada vez mais presentes no cotidiano dos alunos, sendo que aqueles que não se adaptarem com essa realidade, correm o risco de serem considerados analfabetos tecnológicos. Portanto, para evitar tal situação, as escolas, com a responsabilidade de preparar e desenvolver este aluno para atuar como cidadão crítico e ativo na sociedade, começam a observar a necessidade de seguir o ritmo do desenvolvimento tecnológico

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) já direcionam para a importância do ensino da matemática junto às novas tecnologias de comunicação e informação, principalmente, com o uso dos computadores. Estes são instrumentos que podem levar o aluno a testar suas hipóteses e construir sua reflexão e censo crítico através da interação com a máquina.

Nesse contexto, ressalta-se a necessidade da informática com o uso de softwares ou aplicativos, podendo fazer um auxílio no desenvolvimento do raciocínio lógico e da criatividade dos alunos, auxiliando assim na qualidade do ensino da matemática.

Não podemos também nos esquecer do recurso ao jogo, que segundo os PCN

*é uma atividade natural no desenvolvimento dos processos psicológicos básicos; supõe um “fazer sem obrigação externa e imposta”, embora demande exigências, normas e controle.[...] São fonte de significados e, portanto, possibilitam compreensão, geram satisfação, formam hábitos que se estruturam num sistema. [...]. Os jogos com regras têm um aspecto importante, pois neles o fazer e o compreender constituem faces de uma mesma moeda. [...] um aspecto relevante nos jogos é o desafio genuíno que eles provocam no aluno, que gera interesse e prazer. (BRASIL, 1997, p. 35-36)*

Sobretudo, o que se vê nas instituições de ensino é uma metodologia que privilegia o ensino tradicional de quadro e giz, onde não existe a possibilidade e oportunidade dos alunos interagirem e aprenderem com seus acertos e erros, o que se acredita poder ser facilitado com a utilização de diversos recursos de apoio ao ensino, como os jogos e os softwares educacionais.

Conhecendo a realidade da grande maioria dos professores brasileiros, sabemos que os mesmos não dispõem de tempo para o planejamento de aulas com uma nova metodologia.

Mediante a todas essas questões, observa-se que diversos recursos são oferecidos pela inovação tecnológica para o aperfeiçoamento do ensino, onde pode-se destacar a utilização de softwares ou aplicativos educacionais. Com base nisso, este projeto visa oportunizar aos alunos rede pública de Campos do Jordão/SP, especificamente aos alunos da escola pública de tempo integral da Vila Albertina, atividades relacionadas a conteúdos matemáticos do ensino fundamental e médio, visando inserir diferentes metodologias de ensino através do uso de novas tecnologias.

## **AS OFICINAS**

Na primeira oficina foi utilizado o Tangram para explorar o conceito de área de figuras planas. Inicialmente, foi falado sobre a origem do quebra cabeça chinês. Em seguida, foram formadas duplas e entregue a cada uma um Tangram, que foi feito pelos bolsistas do projeto.

A primeira atividade consistia no reconhecimento das peças pelos alunos cujo objetivo era avaliar o conhecimento dos alunos sobre polígonos. Houve dificuldade dos alunos em classificar os triângulos como triângulos retângulos, pois para eles a classificação mudava de acordo com a posição da peça.

Na segunda atividade foi explorado o cálculo da medida da área de cada uma das peças que compõe o Tangram. Num primeiro momento uma das figuras era fixada como uma unidade de área e a partir dela os alunos tinham que calcular a medida da área das demais figuras. Num segundo momento os alunos tinham que construir uma figura, utilizando as peças do Tangram, que tivesse uma medida de área pré-determinada.

Na terceira atividade foi explorado o Tangram como um quebra-cabeça e os alunos tinham que montar diversas figuras conforme a sombra que lhes era mostrado.

Ao término da oficina foi lançado um desafio e cada dupla que conseguisse resolver ganhava um bombom.

Os alunos mostraram-se participativos durante a execução da oficina, porém alguns tinham receio de falar suas respostas, talvez por medo de errarem e outros mostravam ter um maior domínio do conteúdo respondendo rapidamente os questionamentos feitos.

Uma das dificuldades encontradas foi o reconhecimento das figuras que compunham o quebra-cabeça chinês quando as mesmas eram colocadas em posições diferentes do habitual.

**Figura 1 – Oficina 1**



Fonte: Próprio dos autores.

Na segunda oficina foi utilizado o objeto de aprendizagem “Resolvendo Equações Através da Balança” desenvolvido pela Rede Interativa Virtual de Educação (Rived), para auxiliar na resolução de equações do primeiro grau.

Este objeto de aprendizagem trabalha o conceito de equilíbrio utilizando uma balança de dois pratos e tomates, mostrando que tudo que se faz em um dos pratos da balança precisa ser repetido no outro prato para que o equilíbrio seja mantido.

Novamente foram formadas duplas e cada uma tinha um netbook para manusear o seu objeto de aprendizagem. Um dos objetivos principais dessa oficina foi mostrar o conceito matemático que está por trás do “passa para lá, passa para cá”.

As atividades do objeto de aprendizagem trazem um pacote com tomates de valor  $x$ , representando a incógnita, e tomates. Conforme o aluno movimenta os tomates nos pratos da balança ele descobre o valor da incógnita, ou seja, a quantidade de tomates que estava dentro do saco. O grande questionamento dos alunos ao começarem as atividades foi de que modo eles poderiam isolar o  $x$ , o que nos fez perceber a dificuldade dos alunos em aplicar a operação inversa para obter o valor do  $x$ .

Num segundo momento, foi apresentado aos alunos uma situação problema que precisavam equacionar e resolver. A maioria das duplas teve problemas para equacionar e resolver aplicando operações inversas.

Ao final da oficina pudemos perceber uma maior compreensão do processo de resolução de equações através dos comentários dos alunos, tais como “finalmente descobri o porquê disso!”. Pode-se perceber também a dificuldades dos alunos em interpretar situações problema.

Na terceira oficina trabalhou-se o conceito de razões trigonométricas no triângulo retângulo, mostrando as relações de seno, cosseno e tangente e demonstrando seus valores para ângulos notáveis.

Os alunos foram divididos em três grupos. Inicialmente foi feito o reconhecimento do triângulo, de suas propriedades e da nomenclatura dos lados. Em seguida, foi demonstrado porque os valores de seno, cosseno e tangente dos ângulos notáveis eram aqueles que eles só sabiam montando a tabela. Depois foi trabalhada a aplicação desses conceitos em situações problema.

A principal dificuldade encontrada pelos alunos foi em reconhecer quais relações utilizariam para solucionarem as questões, como por exemplo, ao propor um exercício em que era necessário descobrir a distância de um observador até o alto de um prédio, conhecidos a altura do prédio e o ângulo formado entre o chão e o observador, os estudantes não sabiam se utilizariam seno, cosseno ou tangente na resolução, pois tinham dificuldades em relacionar as relações com os respectivos nomes.

Na quarta oficina abordou-se os sólidos geométricos e suas propriedades através de um jogo de cartas retirado do livro “Cadernos do Mathema”.

Iniciou-se com uma revisão do conteúdo: o que são sólidos geométricos, como podem ser classificados, suas propriedades, etc. Foram utilizados sólidos geométricos de acrílico para explorar com os alunos esses conceitos.

Após o reconhecimento dos poliedros e não poliedros, explicou-se como funcionaria o jogo de cartas e dividiu-se a sala em grupos. O objetivo do jogo é a identificação de poliedros e não poliedros, utilizando-se da visualização de figuras, do reconhecimento de um objeto a partir de suas propriedades ou de sua planificação e os relacionando aos respectivos nomes.

Os alunos encontraram dificuldades para nomear alguns sólidos ou para nomeá-los conforme o tipo de base, como por exemplo, reconheciam que era uma pirâmide, mas tinham dificuldades em identificar a base em triangular ou quadrangular.

**Figura 2 - Oficina 4**



Fonte: Próprio dos autores.

## **CONSIDERAÇÕES FINAIS**

Levando em consideração a dificuldade dos alunos constatadas por meio da 8ª Avaliação de Aprendizagem em Processo, optou-se por trabalhar cada conteúdo com um tipo de abordagem diferente do tradicional, visto todo dia em sala de aula. Com isso espera-se despertar o interesse pela matemática nos alunos.

Os tutores, ao estarem na sala de aula como professores, percebem que os alunos demonstram pouco conhecimento dos conceitos matemáticos e que não conseguem relacioná-los com o cotidiano. Mesmo que eles conheçam as definições, dificilmente conseguem aplicá-los na resolução de situações problemas. Para minimizar tais dificuldades tentamos em cada oficina permitir que eles percebam as relações existentes entre a matemática e o cotidiano.

As situações vivenciadas pelos tutores ao longo do projeto têm servido como estímulo para prosseguir na carreira docente, apesar com as dificuldades encontradas, seja para ensinar a outros estudantes um conteúdo que até então só aprenderam na teoria, seja para controlar os alunos dentro de sala ou até mesmo motivá-los a estudar. Eles têm tido consciência de que são responsáveis pelo ensino de jovens que buscam um futuro melhor. São situações como essa que os levam a perceber a necessidade do uso de diferentes estratégias metodológicas no ensino, pois uma aula tradicional não tem conseguido motivar esses alunos.

Retomando os objetivos do projeto, auxiliar os alunos da rede pública e integrar os bolsistas a prática da docência, vemos que ambos estão sendo concretizados. Esperamos que no decorrer dos próximos meses, com a realização de mais oficinas e de uma nova avaliação, os alunos apresentem uma melhora no índice de desempenho e que os tutores continuem firmes no propósito de serem professores.

## **REFERÊNCIAS**

BRASIL, Secretária de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. Brasília: MEC/SEF, 1997. 148 p.

PERRENOUD, P. **Dez Novas Competências para Ensinar**. Porto Alegre: Artes Médicas Sul, 2000. 192 p.

SMOLE, K.; DINIZ, M. I.; PESSOA, N.; ISHIBARA, C. **Cadernos do Mathema: jogos de matemática de 1º a 3º ano**. Porto Alegre: Editora Penso, 2008. 120 p.

# REFLEXÕES SOBRE O USO DO MATERIAL DOURADO NAS SÉRIES INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL: ANOTAÇÕES DE ESTÁGIO

**Ednaid Santos Faria<sup>1</sup>**

**Tayná da Silva Vieira<sup>2</sup>, Janaína de Azevedo Corenza<sup>3</sup>**

<sup>1</sup>IFRJ/ednaidrja@hotmail.com

<sup>2</sup>IFRJ/tayna\_297@hotmail.com

<sup>3</sup>IFRJ/janaina.corenza@ifrj.edu.br

## Resumo

O presente trabalho foi elaborado a partir de experiências observadas nas turmas do ensino fundamental onde realizamos estágio supervisionado. A partir das observações das aulas e das leituras sobre o uso do material dourado, percebemos que os alunos poderiam ter um aprendizado mais significativo se o ensino das operações aritméticas fosse desenvolvido com o uso do material dourado. Para provocar uma reflexão sobre o material supracitado, iniciaremos com um breve relato sobre a importância do material e suas contribuições para um ensino com mais qualidade. Em seguida apontaremos algumas questões que envolvem a importância dos cursos de formação de professores explorarem o uso de materiais didáticos que possibilitem a melhoria do ensino da educação básica, gerando uma aprendizagem mais significativa aos alunos do ensino fundamental I. Como resultado parcial, apresentamos que os conceitos abordados no ensino das operações aritméticas com o uso do material dourado pode viabilizar uma maior interação entre os alunos e uma aprendizagem mais significativa, mas para isso o professor precisa receber uma formação adequada.

**Palavras-chave:** Material Didático, Operações Aritméticas, Educação Fundamental I.

## INTRODUÇÃO

Durante a realização do estágio supervisionado pudemos observar que um número significativo de alunos do Ensino Fundamental I encontra dificuldades na aprendizagem das operações aritméticas. A partir destas observações e da leitura de artigos que tratavam do uso de recursos didáticos no ensino da matemática, buscamos provocar uma reflexão sobre a importância do uso do material dourado neste processo de ensino e aprendizagem.

O estágio supervisionado, realizado em uma turma de ensino fundamental I provocou um olhar crítico sobre o desenvolvimento das aulas ministradas com o objetivo de ensinar as operações aritméticas. O recurso “quadro e giz” era a única fonte didática utilizada, gerando, ao nosso ver, um desinteresse por parte dos alunos e consequentemente, a dificuldade na aprendizagem. Os debates travados sobre o uso do material dourado para esta aprendizagem nos provoca uma importante reflexão, a respeito da formação de professores. Questionamos se o professor apenas reproduz o que é ensinado da mesma forma pelo qual aprendeu. Com base na teoria de Maria Montessori, buscamos conhecer o material e o método a ser usado e a partir deste estudo, um repensar o ensino das operações aritméticas e o curso de formação de professores.

## A IMPORTÂNCIA DO USO MATERIAL DOURADO



Para apresentarmos o material dourado, elaborado por Maria Montessori, é preciso antes, afirmar que sua teoria parte do concreto rumo ao abstrato. De acordo com Gallego (2007) o seu método baseia-se na observação de que meninos e meninas aprendem melhor pela experiência direta de procura e descoberta. Mas para tornar esse processo o mais rico possível, a educadora italiana desenvolveu materiais didáticos que constituem um dos aspectos mais importantes e conhecidos do seu trabalho. Os objetos desenvolvidos por Montessori são simples e muito atraentes. As peças dos jogos são projetadas com o objetivo de auxiliar o aprendizado do sistema decimal à estrutura da linguagem. Para completar este dado, Azevedo cita Montessori e afirma que para ela não havia aprendizado sem ação:

*"Nada deve ser dado a criança, no campo da matemática, sem primeiro apresentar-se a ela uma situação concreta que a leve a agir, a pensar, a experimentar, a descobrir, e daí, a mergulhar na abstração" (AZEVEDO, 1979, p. 27).*

Montessori não desenvolveu apenas o material dourado. Ela elaborou vários materiais, como os blocos maciços de madeira para encaixe de cilindros, bloco de madeira agrupado em três sistemas, encaixes geométricos, material das cores, barra com segmentos coloridos vermelho/azul, algarismos em lixa, blocos lógicos, cuisenair, ábaco, dominó e, também, o material dourado. Este último será o nosso objeto de reflexão.

Daltoé e Strelow (s/d), em seus estudos apontam que o material dourado foi elaborado para o trabalho com aritmética, mas a idealização deste material seguiu os mesmos princípios montessorianos para a criação de qualquer um de seus materiais. Os princípios são:

*"Desenvolver na criança a independência, confiança em si mesma, a concentração, a coordenação e a ordem; Gerar e desenvolver experiências concretas, estruturadas para conduzir, gradualmente, a abstrações cada vez maiores; Fazer a criança por ela mesma, perceber os possíveis erros que comete ao realizar uma determinada ação com o material; Trabalhar com os sentidos da criança" (GALLEGO, 2007, p. 33)*

Como foi apontado, o trabalho com o uso do material dourado busca desenvolver as relações abstratas e tende a ter uma imagem mais concreta, facilitando a compreensão dos algoritmos, viabilizando assim um aprendizado significativo e mais estimulante. Dialogamos, neste sentido, com a formação de professores. Muitas iniciativas e mudanças no ensino da matemática, ocorridas nas últimas décadas, ainda não atingiram diversos professores que não transformaram suas práticas pedagógicas. O professor precisa compreender e valorizar o uso de materiais didáticos diferenciados e lúdicos em sua sala de aula, e ter a clareza que estes podem contribuir para uma aprendizagem com mais qualidade, por parte dos alunos. De acordo com Kishimoto,

*O material sensorial é construído por uma série de objetos agrupados segundo uma determinada qualidade dos corpos, tais como cor, forma, dimensão, som, grau de aspereza, peso, temperatura, etc. (Kishimoto, 2000. p.103).*

Estas características dos materiais, desenvolvidos por Montessori, possibilitam o toque, o estímulo aos sentidos e um caminhar do abstrato para o concreto de uma forma mais prazerosa. É preciso, também, realçar que o debate a respeito da melhoria do

desempenho dos alunos na matemática é uma discussão que acontece, não só no Brasil, mas em todo mundo. A partir da leitura de estudos sobre o tema, notamos que há um amplo debate que trata da melhoria da qualificação dos professores e também da adaptação do ensino à realidade na qual estamos inseridos. Acreditamos que a formação precisa oportunizar, aos futuros professores, o uso de novas metodologias de ensino, em busca de novas ferramentas, viabilizando que o aluno construa seu conhecimento de forma lúdica e significativa, assim como é preciso estar atendo a realidade atual, que fornece novas fontes de reflexão e de pesquisa a respeito do processo de ensino aprendizagem.

Embora o material dourado não seja um recurso didático considerado “novo”, este ainda possibilita que a aprendizagem seja significativa, pois trabalhado como um recurso didático lúdico, cria nos alunos um ambiente de competição, descontração e aprendizagem que não se limita ao registro em caderno ou o “quadro e giz”.

De acordo com Brito,

*O objetivo dos professores de matemática deverá ser o de ajudar as pessoas a entender a matemática e encorajá-las a acreditar que é natural e agradável continuar a usar e aprender matemática. Entretanto, é essencial que ensinemos de tal forma que os estudantes vejam a matemática como uma parte sensível, natural e agradável.” (BRITO, 2001,p.43).*

Observamos que nem sempre os professores, que já atuam na educação básica, compreendem a importância de trabalhar com o lúdico com os alunos. Acreditam, muitas vezes, que os jogos não são eficazes e até, arriscamos em afirmar, que geram uma “perda” de tempo. Neste ponto, enquanto professores em formação, acreditamos que nem sempre os cursos de formação de professores provocam uma reflexão sobre a problemática. As disciplinas de prática de ensino, nem sempre ensinam aos futuros professores que a utilização de jogos, ou de outros recursos didáticos que viabilizam uma aprendizagem mais significativa por parte dos alunos, como por exemplo, o uso do material dourado possa e devem ser usados e praticados com o objetivo de provocar um ensino de melhor qualidade.

Nossa reflexão parte do pressuposto que as mudanças estão acontecendo e precisamos tomar iniciativas de melhorar e de compreender as situações atuais nas salas de aula da educação básica, onde, em breve, atuaremos. Para que possamos compreender o debate atual, é preciso retornar à história e analisar as mudanças que ocorreram nas últimas décadas sobre o ensino da matemática. Apresentaremos, de forma breve, as mudanças ocorridas e como chegamos aos dias atuais com as reflexões hoje colocadas.

As Reformas curriculares que ocorreram no século XXI, tentaram buscar e aprimorar as práticas pedagógicas com o intuito de diminuir as dificuldades apresentadas em sala de aula, pelos alunos. Dando ênfase a partir da década de 1960, podemos afirmar que o ensino da Matemática sofreu uma forte influência do movimento conhecido como “Matemática Moderna”. Segundo Burigo:

*O adjetivo moderno, todavia, trazia outras conotações, tais como a de atualização do ensino de forma a adequá-lo às exigências de uma sociedade em acelerado desenvolvimento técnico e a de sintonia com os avanços nas pesquisas nos campos da Psicologia e da Didática, as quais, acreditava-se, deveriam alimentar o ensino da Matemática. A expressão Matemática moderna, assim, carregava uma forte valorização positiva em nosso país (BURIGO, 2012, p. 34)*

Assim, como resultado desse movimento, incorporou-se ao trabalho em sala de aula, entre outros conteúdos, a linguagem dos conjuntos de maneira exagerada e formalizaram-se, precocemente, as ideias matemáticas que ainda não poderiam ser

compreendidas pelos alunos. Um benefício do movimento foi o maior interesse pela busca e a pesquisa de novas metodologias de ensino, além do aprimoramento dos recursos didáticos, levando-se em consideração que o aluno precisava participar de forma ativa na construção de seu próprio conhecimento.

A partir da Década de 1980, os educadores matemáticos tiveram maior preocupação em estabelecer uma proposta de educação que permitisse a todos os alunos do ensino fundamental, a oportunidade de desenvolver competências básicas e necessárias para o exercício da cidadania. Podemos afirmar que a década de 80 foi decisiva para a Educação Matemática no Brasil, pois “as sementes plantadas”, anteriormente, começavam a germinar. Essa conotação poética reflete o surgimento de cursos, programas e pesquisas que surgiram posteriormente. Praticamente em todo o país existem profissionais preocupados com o Ensino da Matemática.

Entrando na década de 1990, os Parâmetros curriculares Nacionais (PCN) trazem novas perspectivas e a preocupação iniciada na década anterior foi concretizada através de diferentes propostas:

- a) O ensino de a Matemática ter como base os problemas do cotidiano e as demais áreas de conhecimento;
  - b) A exploração de vários conteúdos, ocupação de forma equilibrada e articulada de números e operações, espaço e forma, grandezas e medidas, além do tratamento da informação, incluindo-se os elementos de estatística, da probabilidade e da combinatória;
  - c) utilização de maneira responsável de recursos tecnológicos disponíveis: vídeo, calculador, computador entre outros, como verdadeiros instrumentos de aprendizagem.
- Atualmente, ainda de acordo com os PCNs,

*O que se observa em termos escolares é que muitas vezes os conteúdos matemáticos são tratados isoladamente e são apresentados e exauridos num único momento. Quando acontece de serem retomados (geralmente num mesmo nível de aprofundamento, apoiando-se nos mesmos recursos), é apenas com a perspectiva de utilizá-los como ferramentas para a aprendizagem de novas noções. De modo geral, parece não se levar em conta que, para o aluno consolidar e ampliar um conceito, é fundamental que ele o veja em novas extensões, representações ou conexões com outros conceitos. (BRASIL, 1998).*

Dialogamos, neste sentido, com a formação de professores. Muitas iniciativas de mudança no ensino da matemática, ocorridas nas últimas décadas, conforme apontamos, ainda não mudaram, pois não atingiram diversos professores que não transformaram suas práticas pedagógicas. A formação, de acordo com os PCNs, pouco tem contribuído para qualificá-los para o exercício da docência. Não tendo oportunidade e condições para aprimorar sua formação e não dispondo de outros recursos para desenvolver as práticas da sala de aula. É possível afirmar que os professores usam muito o livro didático e pouco explora outros recursos, como neste caso específico de estudo, os recursos didáticos caracterizados pelo lúdico.

Com este pensamento, buscamos colaborar com o debate no que tange os futuros professores que em breve estarão nas salas de aula da educação básica. Apontamos que, se durante a formação não for provocado a reflexão sobre o uso de recursos didáticos diferenciados, voltados para o lúdico, assim como, se não tiverem acesso a uma didática que ensine a usar tais recursos, provavelmente reproduzirão o fracasso. Este fracasso, retomando o que apontamos inicialmente, muitas vezes é gerado pelo desinteresse causado por aulas desmotivadas e pouco atrativas.

## CONCLUSÕES PRELIMINARES

Acreditamos que o uso do material dourado, como mais uma ferramenta no processo de ensino aprendizagem, pode ser um valioso caminho de mudança da realidade nas salas de aula, para o ensino das operações aritméticas. Apontamos que é preciso repensar o ensino da matemática, e para isso indicamos que esta reflexão deve iniciar na formação de professores. A partir de nossas vivências no estágio e nas aulas práticas do curso de formação, identificamos que é preciso provocar nos futuros professores a importância de propor aos alunos, atividades com mais desafios, abrindo espaço para construção de suas próprias descobertas e experiências, assim como estimular que sejam capazes de provocar questões e representações. Para tal é necessário que sejam formados com criticidade e com possibilidades de construção de seus próprios saberes.

## REFERÊNCIAS

AZEVEDO, E. D. M. **Apresentação do trabalho Montessoriano**. In: Ver. de Educação & Matemática nº 3 (pp. 26 - 27), 1979.

Brasil. **Secretaria de Educação Fundamental**. Parâmetros curriculares nacionais: Matemática / Secretaria de Educação Fundamental. Brasília : MEC / SEF, 1998.

BRITO, M. R. F.(org). **Psicologia da educação matemática: teoria e pesquisa**. Florianópolis: Insular, 2001.

BÚRIGO, E. **Matemática Moderna: progresso e democracia na visão de educadores brasileiros dos anos 60**. Teoria e Educação, n. 2, p. 255-265, 1990. CIDADE?. In: Gomes, Maria Laura Magalhães. História do ensino da matemática: uma introdução. Editora CAED-UFMG. 2012.

DALTOÉ, K.; STRELOW, S. **Trabalhando com material dourado e blocos lógicos nas séries iniciais**. Disponível em <http://www.somatematica.com.br/artigos/a14/>: acessado dia 21/07/2015.

GALLEGO, Julia Perucchetti. **A utilização dos jogos como recurso didático no didático no ensino aprendizagem da matemática**. 2007. f 80. Trabalho de Conclusão de Curso – Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, Bauru, 2007.

KISHIMOTO, M.T. **Jogo, brinquedo, brincadeira e a educação**. Cortez editora. 5ªed São Paulo, 2001.

# RELAÇÃO ENTRE MATRIZ ADJUNTA E INVERSA ATRAVÉS DA INVESTIGAÇÃO MATEMÁTICA

**Tahieny Kelly de Carvalho<sup>1</sup>**

**Valter Costa Fernandes Junior<sup>2</sup>, Marcelo Cunha Figueiredo<sup>3</sup>**

1- IF Sudeste MG / e-mail: tahieny174@hotmail.com

2- IF Sudeste MG / e-mail: valter.costa@ifsudestemg.edu.br

3- IF Sudeste MG / e-mail: marcelo.cunha@ifsudestemg.edu.br

## RESUMO

Este artigo relata uma atividade aplicada no PIBID, usando como metodologia de ensino em sala de aula, a Investigação Matemática. A atividade foi aplicada no IF- Sudeste MG no município de Rio Pomba no Ensino Médio do Técnico Integrado. O público alvo eram alunos do 2º ano do Curso Técnico em Alimentos. O tema escolhido para trabalhar foi o conteúdo de matrizes e determinantes, com o objetivo de obter a matriz inversa através da matriz adjunta utilizando o software wxMaxima. Com esta experiência pode-se perceber a importância no uso de novas metodologias de ensino em sala de aula.

**Palavras-Chave:** Determinantes; Educação Matemática; Tendências de Ensino; Matrizes.

## INTRODUÇÃO

Considerando outras formas de envolvimento e pensamento na matemática em sala de aula, as investigações matemáticas têm-se destacado por proporcionarem oportunidades de criar e consolidar os conhecimentos matemáticos dos alunos, desenvolvendo sua capacidade, criatividade e tornando-o sujeito de sua própria aprendizagem.

“A Investigação Matemática é descobrir relações existentes entre conteúdos matemáticos e também descobrir suas propriedades. Para que isso aconteça é necessário que o aluno esteja envolvido na construção de seu conhecimento, o que torna a Investigação Matemática uma alternativa que busca incentivar o aluno a essa busca pelo conhecimento”. (APPEL & LUIZ, 2009)

Na sociedade hoje, as tecnologias estão cada vez mais avançadas, com isso trazendo uma intensa mudança no nosso dia a dia. Tudo isso também pode se considerar válido na sala de aula, pois como nossos alunos estão inseridos nesse avanço, muitas metodologias de ensino podem vir de encontro com essa atualização na educação.

“Considerando as rápidas mudanças nas condições materiais e intelectuais da sociedade e a consequente complexidade da sala de aula na contemporaneidade, torna-se necessário que o educador matemático se volte, cada vez mais, para as possibilidades metodológicas de atuação qualificada.” (GRANDO & BALKE, p. 9, 2013)

Nesta perspectiva a atividade que relata-se neste trabalho visou oportunizar aos alunos a possibilidade de aprender por meio da investigação matemática. É importante ressaltar que, com esta metodologia, os “erros” passam a ter um papel importante no processo de aprendizagem, conforme Braumann:

“Aprender Matemática sem forte intervenção da sua faceta investigativa é como tentar aprender a andar de bicicleta vendo os outros andar recebendo informação sobre como o conseguem. Isso não chega. Para verdadeiramente aprender é preciso montar a bicicleta e andar, fazendo erros e aprendendo com eles (BRAUMANN, 2002, p.5).”

Apresenta-se neste trabalho um relato de experiência sobre a aplicação de uma atividade investigativa com alunos do 2º Ano do Ensino Médio do Técnico Integrado em Alimentos do IF Sudeste MG campus Rio Pomba, cujo tema trabalhado foi o conteúdo de matrizes e determinantes, utilizando o software wxMaxima.

## JUSTIFICATIVA

Segundo (APPEL & LUIZ, 2009, p.3) “o uso da Investigação Matemática em sala de aula favorece o desenvolvimento de aptidões cognitivas no aluno, afinal, ele precisa fazer conjecturas para conseguir chegar ao desfecho de uma determinada situação”.

E ainda segundo (PONTE, BROCARD & OLIVEIRA, 2006, p.34), “para os matemáticos, investigar é descobrir relações entre objetos matemáticos conhecidos ou desconhecidos, procurando identificar as respectivas propriedades”.

[...] uma investigação é uma viagem até o desconhecido [...], o objetivo é explorar todos os caminhos que surgem como interessantes a partir de uma dada situação. É um processo divergente. [...] sabe-se qual é o ponto de partida mas não se sabe qual será ponto de chegada (FONSECA, BRUNHEIRA e PONTE, 2008, p.4).

Uma aula investigativa pode oferecer oportunidades aos alunos de escolher o melhor caminho para que estes consigam construir o seu conhecimento. Numa aula investigativa não há imposição somente do que o professor acha que é importante. Uma aula assim pode oferecer ao aluno um ensino significativo, onde eles procurarão construir seus conhecimentos matemáticos e não decorá-los.

Na investigação matemática, segundo (PONTE, BROCARD E OLIVEIRA, 2009, p. 47), o estudante é participativo, interativo e utiliza seus recursos tais como os cognitivos e afetivos para conseguir determinada meta. No mesmo instante em que o docente dá ao aluno autonomia, ele cuida para que haja um conhecimento significativo do ponto de vista da Matemática, realizando o papel de desafiar, instigar o aluno.

Nesse novo paradigma no ensino de Matemática, onde o aluno sai de uma postura de passividade e participa da construção do conhecimento, tornando-se pesquisador, a Matemática deixa de ser encarada como um corpo de conhecimento fechado, universal e pronto a ser ensinado. Uma aula investigativa, ao contrário, pressupõe a participação ativa dos alunos na sua construção. (FERNANDES e FIORENTINI, 03)

Um dos objetivos da Educação Matemática é propiciar aos alunos um aprendizado de conhecimentos e métodos em desenvolvimento, não um aprendizado já pronto, sem

## METODOLOGIA

## - Procedimientos

7º Em grupo, obter a expressão geral da inversa.

[illegible]

## **- Resultados obtidos pelos alunos**

A medida que foram inserindo as matrizes e encontrando a matriz adjunta, foram feitas perguntas a eles a respeito da relação entre o produto de uma matriz  $A$  pela sua adjunta. Perceberam pelo resultado do produto destas matrizes que nada mais é que uma matriz diagonal principal, sendo que os valores numéricos na diagonal principal é o valor do determinante da matriz  $A$ . Em seguida todos chegaram na relação entre matriz adjunta e matriz inversa.

## **CONCLUSÃO**

Com a aplicação da atividade e acompanhando o desenvolvimento dos alunos, percebemos o quanto eles estavam interessados pelo conteúdo em questão. O resultado obtido com essa experiência foi o esperado, os alunos conseguiram compreender a relação entre matriz adjunta e a matriz inversa através do auxílio do wxMaxima. O que impressionou foi o rápido entendimento deles em cada atividade solicitada.

Nos questionários avaliaram como positiva a atividade, pois acharam mais atraente o uso dos computadores na aula de matemática, e ainda gostaram de conhecer um software diferente dos que já viram.

Após essa experiência, pode-se afirmar que a utilização de novas alternativas de ensino em sala de aula, especialmente a Investigação Matemática é muito positiva, pois instiga os alunos a pensar matematicamente, há obterem relações matemáticas, e por si sós.

## **REFERÊNCIAS**

APPEL, E.M; LUIZ, E.A.J. **Uma experiência no ensino médio com investigação matemática e resolução de problemas**. Encontro paranaense de Educação Matemática. Disponível em :< <http://www.unicentro.br/editora/anais/xeprem/RE/19.pdf>>. Acessado em junho de 2015.

BORBA, M. C. e PENTEADO, M. G.. **Informática e Educação Matemática**. - 3ª ed. - Belo Horizonte- MG: Autêntica, 2007. 98 p.

BRAUMANN, C. **Divagações sobre investigação matemática e o seu papel na aprendizagem da matemática**. P. 5-24. Lisboa: SEM-SPCE, 2002.

FIORENTINI, D. **Alguns Modos de Ver e Conceber o Ensino de Matemática no Brasil**. Zetetiké. Campinas: UNICAMP, ano 3, n. 4, p. 1-36, 1995.

FONSECA, H.; BRUNHEIRA, L.; PONTE, J. P. **Educação Matemática – Um outro olhar sobre a tabuada**. Disponível em: <<http://educ.matematica.googlepages.com/asactividadesdeinvestigao.pdf>>. Acessado em: junho de 2015.



GRANDO, N.I.; BALKE, M. E. **Investigação matemática na sala de aula: tratamento da informação no ensino fundamental** . Zetetiké – FE/Unicamp – v. 21, n. 40 – jul/dez 2013.

PONTE, J. P.; BROCARD, J.; OLIVEIRA, H.. **Investigações matemáticas na sala de aula**. 1. ed., 2. reimpr. Belo Horizonte: Autêntica, 2006.

# **REPENSANDO A UTILIZAÇÃO DAS IDEIAS DA TEORIA DOS CONJUNTOS E DE SUA CONSTRUÇÃO E ORGANIZAÇÃO DE RACIOCÍNIO NO ENSINO FUNDAMENTAL**

**Eduardo dos Santos de Oliveira Braga**  
Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro / IM  
obeduardobraga@hotmail.com

## **RESUMO**

O presente trabalho tem por finalidade relatar uma experiência vivida, durante o estágio do Programa de Iniciação à Docência – PIBID, referente ao curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro (UFRRJ), em uma escola pública, na cidade de Nova Iguaçu - RJ, com a turma de sexto ano do ensino fundamental, na qual foi realizada, de forma lúdica, divertida e proveitosa, a construção de alguns conceitos fundamentais da Teoria dos Conjuntos e também da Lógica Matemática. Tais conceitos foram relacionados ao cotidiano dos discentes e, para isso, fez-se o uso de recursos didáticos e tecnológicos como computadores e dinâmicas em sala de aula. O objetivo principal consistiu em motivar a participação dos estudantes nas aulas e desenvolver o raciocínio lógico. Os resultados obtidos, com esta experiência, mostraram uma maior aceitação e interesse dos discentes pela disciplina, favorecendo assim o processo de ensino-aprendizagem.

**Palavras-chave:** PIBID; Teoria dos Conjuntos; Ensino-Aprendizagem.

## **INTRODUÇÃO**

Um desafio constante que permeia a trajetória de um educador consiste em encontrar meios efetivos que tornem a aprendizagem dos alunos atraente, sem perder a fundamentação teórica. O processo de ensino e aprendizagem, neste sentido deverá estar fundamentado nas bases científicas da psicologia cognitiva e dotado de uma metodologia científica, na qual o professor possa conduzir este processo com as particularidades da didática específica.

Neste contexto, o processo de ensino e aprendizagem deve utilizar outros recursos como a história da matemática, jogos, modelagem e tecnologias. Com frequência, verifica-se que o ensino das ciências matemáticas faz-se de modo tradicional e, por esse motivo, estamos procurando desenvolver e aplicar meios modernos, atuais e atrativos no processo de aprendizagem.

Para tal fim, busca-se trabalhar com o lúdico, fazendo uso de dinâmicas, tecnologias e problemas que se apropriam da realidade e vivência dos discentes, objetivando aguçar o desejo de querer aprender e apresentando aos alunos uma matemática mais leve, porém com todas as formalidades que a mesma possui.

Desta forma, o presente trabalho tem por objetivo relatar uma experiência vivida no projeto PIBID, no qual será descrita uma atividade didática que buscou introduzir a noção de lógica matemática e teoria dos conjuntos, por meio de atividades interativas, utilizando materiais didáticos e tecnológicos, tendo como contexto situações ligadas aos temas transversais. Direcionado para alunos do Sexto Ano do Ensino Fundamental, procuramos

desenvolver formas mais dinâmicas de ensino e, assim, levar o aluno a assumir o papel de agente ativo na construção do seu próprio conhecimento, tendo como partida conhecimentos que lhes são familiares e cabendo ao professor o papel de organizador do ambiente de aprendizagem e intermediador entre o conhecimento já dominado pelo aluno e o conhecimento novo a ser apreendido.

Importa ressaltar que este relato de experiência não tem a pretensão de resgatar a discussão sobre a inserção da Teoria dos Conjuntos como conteúdo do ensino fundamental. Mas, sim, repensar a utilização das suas ideias na construção e na organização do raciocínio e das argumentações lógicas, nesta fase de escolarização.

## **O PIBID**

O PIBID é um programa que oferece bolsas para estudantes de cursos de licenciatura plena, para que os mesmos exerçam atividades pedagógicas em escolas públicas de ensino básico. Segundo a CAPES (Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior), dentre os principais objetivos que o PIBID pretende atingir estão: incentivar a formação de professores para a educação básica; valorizar o magistério, incentivando os estudantes que optam pela carreira docente; inserir os licenciandos no cotidiano de escolas da rede pública de educação, promovendo a integração entre educação superior e educação básica; e incentivar escolas públicas de educação básica, tornando-as protagonistas nos processos formativos dos estudantes das licenciaturas. O PIBID é um parceiro da UFRRJ desde o edital de 2007. O nosso ingresso ao projeto foi dado pelo edital de 2011, onde temos 11 subprojetos atuando em nove escolas parceiras, com um total de 113 bolsistas de iniciação à docência em Matemática (Nova Iguaçu/Seropédica), Química, Física, Ciências Agrícolas, Ciências Biológicas, Geografia (Nova Iguaçu/Seropédica), Educação Física e História (Nova Iguaçu /Seropédica).

## **A FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA APLICADA NO PROJETO**

Uma de nossas principais preocupações como futuros educadores é a forma como a matemática vem sendo abordada no âmbito escolar. As constantes mudanças vivenciadas pelos indivíduos requerem que estes tenham capacidade de se adaptar criticamente frente às diversas situações. E isto exige uma participação ativa do aluno, onde todos devem aprender não somente os conteúdos, mas também como acessá-los, processá-los e aplicá-los em novas situações e trabalhando em grupo na busca de sobreviver e de transcender as condições físicas e socioculturais, objetivos maiores da educação, segundo D'AMBRÓSIO, (1996).

LAUDARES (2002) aborda os processos de ensino baseados na Pedagogia Conservadora Tradicional e Tecnicista e na Pedagogia Progressista. Afirma que, na Pedagogia Tradicional o professor é detentor do conhecimento, responsável pela transmissão e o aluno o receptor do conhecimento. Já em relação à Pedagogia Progressista fala que há um rompimento com a passividade do aluno, o aprendiz, e também com o tratamento do conhecimento como algo transmitido/receptivo.

O professor precisa criar em suas aulas situações para que consiga despertar o interesse e a curiosidade dos alunos, levando-os a participar como autor e não como um receptor passivo. Para isto pode fazer uso de recursos materiais como meios de ensino, que o ajudará no processo de ensino aprendizagem, bem como usar métodos de ensino, por exemplo, método de elaboração conjunta: *“uma forma de interação de novos*

*conhecimentos, habilidades, atividades e convicções, bem como a fixação e consolidação do conhecimento e convicções já adquiridos” (LIBÂNIO, 1994, p.161).*

Em face do exposto, nossa pesquisa visa introduzir em aula, a noção de lógica matemática, por meio de aplicações e dinâmicas contextualizadas, possibilitando ao aluno vivenciar situações que acreditamos ser relevantes à sua formação.

## **O RELATO DA EXPERIÊNCIA VIVIDA**

Assim que chegamos à escola para realizarmos nossas atividades do projeto PIBID, conhecemos o ambiente escolar e os professores que lá trabalham. Logo após, dirigimo-nos para a sala de aula do 6º ano para conhecermos os alunos e observarmos a aula do professor de matemática, com intuito de refletir e subsidiar a nossa própria prática de ensino.

Neste primeiro momento estávamos de frente a uma difícil situação que permeia diversas escolas: as superlotações de alunos em sala de aula. Ficamos preocupados em como proceder nosso trabalho nessas condições. Além disso, deparamo-nos com outra dificuldade: a aceitação da turma. Isto aconteceu pelo fato de nosso trabalho ser desempenhado no contra turno dos alunos. Este problema foi sendo solucionado com o decorrer de nossos encontros, onde o interesse pela aula foi ficando cada vez mais aguçado.

Nesta primeira aula, para nos conhecermos melhor, levamos os alunos para a sala de informática para jogarmos no computador. Só o fato de sairmos da sala de aula, onde os alunos estão habituados a ficarem todos os dias, para irmos à sala de informática já foi um grande incentivo, que fez da aula um encontro mais interessante e relevante para os alunos. Então, nesta sala, antes de ligarmos os computadores, nós perguntamos a eles se os mesmos conheciam o jogo *Sudoku* e a maioria dos alunos disse que não. Então, ensinamos a eles que este é um jogo que se baseia numa concordância racional de números, cuja finalidade é preencher as células vazias com um número em cada célula, de forma que cada coluna, linha e região contenham os números de 1 a 9, apenas uma única vez. Após tal explicação propusemos uma disputa. Ligamos os computadores e todos, ao mesmo tempo, começaram a jogar. Aquele que terminasse primeiro o jogo, ganharia. Ao decorrer do tempo algumas dúvidas surgiam e nós as solucionávamos individualmente em cada computador.

Durante a dinâmica apresentada, era perceptível o interesse da turma na aula, todos queriam participar e não houve nenhuma recusa em executar a tarefa proposta, bem como os deixou motivados a resolverem os problemas propostos posteriormente. Vale ressaltar que escolhemos tal jogo por ser este de fácil acesso e por nos permitir observar os alunos mais de perto, além de aguçar o raciocínio lógico e a imaginação dos alunos. Esta aula foi bastante proveitosa, pois não somente desenvolvemos a atividade que havíamos planejado, como também conseguimos o interesse e a participação ativa de todos.

Na aula seguinte começamos a introduzir o conceito de *Lógica* presente na *Teoria dos conjuntos*, assunto que trabalhamos no decorrer de todo o projeto. Vale ressaltar que escolhemos introduzir a Lógica presente na Teoria dos Conjuntos, desde o 6º ano, tendo em vista as inúmeras dificuldades que os alunos apresentam com tal conteúdo nas séries posteriores. Acreditamos que isso se dá pelo fato de os alunos não terem, em sua formação, um contato próximo com uma lógica, desde as séries iniciais, que permeará boa parte da matemática não só no ano em foco, mas, principalmente, nos anos posteriores.

Então, todos nós sentamos no chão em círculo. Colocamos um conjunto com quinze canetas no chão e começamos a traçar algumas características das canetas.

Podemos, com isso, notar que existiam canetas pretas, azuis e vermelhas; que algumas tinham tampa e outras não; que algumas eram grandes e outras pequenas; e que havia canetas sem tampa que eram de apertar e outras não.

Com isso, formamos diversos conjuntos com diferentes características. Percebemos, posteriormente, que havia conjuntos que podiam ser divididos em outros pequenos conjuntos (aqui chegamos a ideia de subconjunto, onde um aluno definiu que *subconjunto* é um conjunto menor que o outro, mas que mantém as características do maior). Por exemplo, vimos que o conjunto das canetas azuis podia ser dividido em: conjunto das canetas azuis com tampa e conjunto das canetas azuis sem tampa. Nesta aula fomos conhecendo o conjunto maior, que possuía uma característica: ser caneta. Assim analisamos as possibilidades de subconjuntos que podiam ser formados a partir deste conjunto.

Além disso, em todos os nossos encontros tentamos trazer a ideia de conjunto para a nossa realidade, citando os diferentes povos, as diferentes características que predominam nossa cultura. Trabalhamos também a lógica presente na teoria dos conjuntos utilizando os alunos da sala de aula como exemplo de elementos de um conjunto. Nesta aula eles se separaram em diferentes subconjuntos com características específicas e percebemos que no final só existiam subconjuntos com um único elemento e chegamos à conclusão que cada um de nós somos único, com características intrínsecas, individuais e chamamos esses subconjuntos com um único elemento de *conjunto unitário*.

Nos encontros seguintes nos dividimos em grupos para podermos realizar uma brincadeira. O primeiro grupo ficava com o conjunto das quinze canetas. O grupo em questão escolhia uma das canetas sem que os outros grupos soubessem qual era a caneta escolhida. E os alunos dos outros grupos tentavam adivinhar qual era a caneta fazendo perguntas positivas: É verde? É com tampa? Enquanto o grupo que estava com a posse da caneta respondia somente sim ou não. Ganhava o primeiro grupo a identificar em qual grupo (com quais características) estava inserida a caneta.

Em um segundo momento, começamos a trocar as perguntas. Os grupos só podiam realizar perguntas negativas, como, por exemplo: Não é verde? Não é com tampa? Enquanto que o outro grupo se limitava a responder sim ou não. Com isso eles deveriam usar uma lógica de eliminação para tentar chegar à resposta certa.

Houve grande entusiasmo da turma. Todos ficaram entusiasmados com as atividades desenvolvidas e o professor de matemática pode notar a diferença em suas aulas. Foi muito proveitoso o trabalho por revelar aos alunos outra face da matemática. Uma visão menos tradicional, onde o jogo e a brincadeira os induzem a pensar e refletir sobre suas ações, ao mesmo tempo em que os possibilita um aprendizado imensurável.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste relato de experiência, apresentamos formas e recursos didáticos que usamos em aulas de matemática no ensino fundamental e os resultados obtidos por estas. A partir desta experiência constatamos a importância do professor oportunizar aos alunos meios de participarem das aulas para que se sintam motivados em resolverem situações problemas de forma contextualizada, desenvolvendo conhecimentos, habilidades e competências demandadas pela sociedade contemporânea.

Houve grande interação entre os participantes, o que auxiliou no esclarecimento das dúvidas, na troca de ideias para desenvolver o projeto na sala de aula. Tanto os comentários, as participações de todos, como as trocas de saberes e experiências foram

indispensáveis para o projeto, pois assim acontece e concretiza-se a formação de educadores matemáticos.

O nosso objetivo foi alcançado ao trabalhar na perspectiva de um ensino novo, em que o aluno participasse da aula e que fosse um agente ativo na construção do seu próprio conhecimento e o professor um agente mediador do processo de ensino-aprendizagem.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ÁVILA, G. **Objetivos do Ensino da Matemática**. São Paulo: SBM, 1995.

CAPES. Pibid - Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência. Disponível em: <<http://www.capes.gov.br/educacao-basica/capespibid>> Acesso em: 18 de março de 2013.

D'AMBROSIO, B. S. **Como ensinar matemática hoje? Temas e Debates**, Brasília, DF, ano2, n. 2, p. 15-19, 1989. Disponível em: <[http://200.189.113.123/diaadia/diadia/arquivos/File/conteudo/artigos\\_teses/MATEMATICA/Artigo\\_Beatriz.pdf](http://200.189.113.123/diaadia/diadia/arquivos/File/conteudo/artigos_teses/MATEMATICA/Artigo_Beatriz.pdf)>. Acesso em: 15 Jan. 2013

D'AMBRÓSIO, U. **História da Matemática e Educação**. Campinas, SP: Papirus, 1996.

LAUDARES, J. B. **Uma nova abordagem para a educação em Matemática e Ciências**. Revista Presença Pedagógica, Edição Especial: Educação Matemática, Belo Horizonte, Editora, Dimensão, 2002.

LIBÂNEO, José C. **Didática**. São Paulo: Cortez Editora, 1994.

MALUCELLI, V. M. P. B.; COSTA, R. R. da. **Inovações metodológicas e instrumentais para o ensino de Ciências e Matemática**. Curitiba: IBPEX, 2003.

# **SIMETRIA E ORNAMENTOS NO PLANO EUCLIDIANO: UMA ABORDAGEM PARA O ENSINO FUNDAMENTAL II**

**Luiza Vasconcelos Coimbra<sup>1</sup>**  
**Fernanda da Costa Calsavara<sup>2</sup>, Ana Carolina Ferreira Rangel<sup>3</sup>,**  
**Wanderley Moura Rezende (orientador)<sup>4</sup>**

<sup>1</sup>Universidade Federal Fluminense/IME, luizavasconceloscoimbra@id.uff.br

<sup>2</sup>Universidade Federal Fluminense/IME, calsavara.fernanda@gmail.com

<sup>3</sup>Universidade Federal Fluminense/IME, ana.carolina.ferreira.rangel@gmail.com

<sup>4</sup>Universidade Federal Fluminense/Departamento de Matemática Aplicada, wmrezende@id.uff.br

## **Resumo**

O conceito de simetria é estudado e aplicado em diversos campos da ciência, da tecnologia e das artes, tornando-se de forma natural em um tema potencial para o desenvolvimento de projetos interdisciplinares. O tema ainda tem grande destaque nas orientações dos PCN de Matemática para o ensino de geometria no terceiro ciclo do ensino fundamental II, sendo ressaltada sua importância para o desenvolvimento de atividades com outras áreas de conhecimento. Apesar disso, o tema é pouco explorado ou abordado muitas vezes de forma equivocada em grande parte dos livros didáticos nacionais. Assim, no âmbito das ações do subprojeto de Matemática do Programa de Iniciação à Docência (PIBID), investiu-se no desenvolvimento do projeto “Simetria e Ornamentos no Plano Euclidiano” para ser aplicado em turmas do Ensino Fundamental II. Este projeto propõe uma abordagem mais significativa deste tema, possibilitando ao aluno construir o conceito de simetria e utilizá-lo na construção de ornamentos do plano euclidiano. Para o desenvolvimento das atividades utilizamos como recurso didático o brinquedo “Espelho Mágico”, alguns exercícios de dobraduras e diversas figuras de natureza geométrica ou do artista gráfico holandês Maurits Cornelis Escher. Na realização das atividades estimula-se uma participação ativa e criativa dos alunos, que interagem com os colegas e com o material elaborado, proporcionando um ambiente de aprendizagem colaborativo. Assim, neste trabalho, discutiremos sobre a importância do tema, sobre as atividades propostas e sobre as experiências vivenciadas com a aplicação da sequência didática. Ao final faremos uma avaliação e algumas considerações sobre o projeto.

**Palavras-chave:** Simetria; Ornamentos no plano; Ensino Fundamental II; PIBID.

## **1. INTRODUÇÃO**

As formas e o espaço são, sem dúvida, objetos de estudo da Geometria. Segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais (1998), “os conceitos geométricos constituem parte importante do currículo de Matemática no ensino fundamental” e tais conceitos possibilitam que o aluno compreenda o mundo em que vive, realizando sua descrição e representação. E para o desenvolvimento de habilidades de percepção espacial, cabe destacar a importância do estudo das transformações geométricas no plano:

*Deve destacar-se também nesse trabalho a importância das transformações geométricas (isometrias, homotetias), de modo que permita o desenvolvimento de habilidades de percepção espacial (...). Além disso, é fundamental que os estudos do espaço e forma sejam explorados a partir de objetos do mundo físico, de obras de arte,*

*pinturas, desenhos, esculturas e artesanato, de modo que permita ao aluno estabelecer conexões entre a Matemática e outras áreas do conhecimento. (BRASIL, 1998, p.51).*

No entanto, a partir de pesquisas em alguns livros didáticos nacionais do 6º ano do Ensino Fundamental II, pode-se identificar que, em geral, esse tema é abordado ao fim dos capítulos ou até mesmo no final dos livros didáticos como “saiba mais”, “curiosidades” etc., e muitas vezes de forma equivocada. Em sua dissertação, Mendes (2014, *apud* PASQUINI, 2015, p. 92) conclui, a partir da análise de três coleções de livros didáticos, que o conceito moderno de simetria tem pouco eco no Ensino Fundamental. Dentre os erros identificados, o autor destaca um deles que está relacionado à dimensão das figuras e é, com efeito, “especialmente gritante”:

*(...)muitos autores de livro didático fazem uma “análise de simetria bidimensional” usando fotografias e gravuras bidimensionais para o estudo de objetos que são tridimensionais (eles, por exemplo, falam de “eixo de simetria” de uma borboleta, enquanto que, sendo a borboleta um objeto tridimensional, o correto seria considerar “plano de simetria”). (MENDES, 2014, *apud* PASQUINI, 2015, p. 92).*

Em nossa opinião, os equívocos cometidos na abordagem desse conceito estão diretamente relacionados à ausência da transformação geométrica como o elemento central do processo. Não concordamos com este papel secundário atribuído ao estudo das simetrias. Assim, foi com este pensamento que elaboramos e desenvolvemos, no âmbito das ações do Programa de Iniciação à Docência (PIBID), o projeto Simetria e Ornamentos no Plano Euclidiano.

## **2. DESCRIÇÃO DO PROJETO**

O projeto “*Simetria e Ornamentos no Plano Euclidiano*” tem como objetivo desenvolver uma sequência de atividades significativas e interativas para um estudo inicial de simetria e ornamentos no plano euclidiano no Ensino Fundamental II de Matemática, potencializando o desenvolvimento de atividades interdisciplinares. O material didático do projeto é constituído de quatro fichas de atividades e um material manipulativo: o “Espelho Mágico”.

O Espelho mágico é um brinquedo composto por uma placa de polipropileno (tipo de plástico semelhante ao acrílico). Este instrumento é usado para refletir imagens do outro lado do espelho. A imagem refletida é simétrica à original.

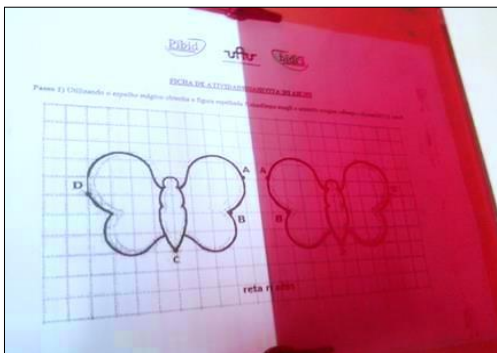
**Figura 1: Espelho Mágico (apresentação)**



Fonte – Elaborada pelos próprios autores



**Figura 2: Espelho Mágico (funcionamento)**

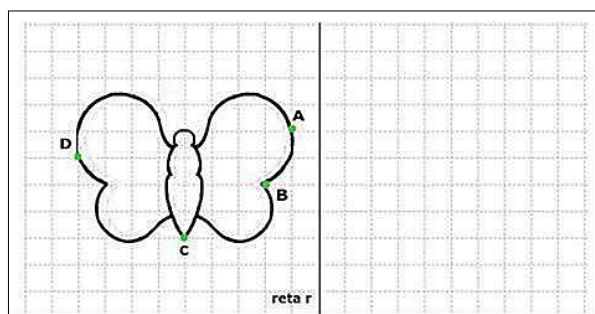


Fonte – Elaborada pelos próprios autores

Segundo Bastos (2006, apud Giesta, 2012, p.68) o estudo das transformações geométricas pode ser “o ponto de partida para projetos interdisciplinares onde a matemática, em geral, e a geometria, em particular, assumam papéis importantes”. Com efeito, as transformações geométricas podem privilegiar a conexão interna entre os ramos da Matemática (geometria, álgebra e aritmética) e entre esta e outros domínios do saber. Para a elaboração do material didático foram propostas atividades que articulem Matemática e Arte. De modo sintético, pode-se afirmar que as quatro fichas de atividades contemplam os seguintes objetivos:

Ficha de atividade 1: compreensão do conceito de simetria;

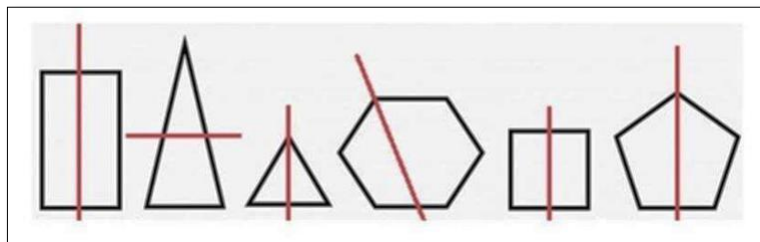
**Figura 3: Atividade da ficha de atividade 1**



Fonte – Elaborada pelos próprios autores

Ficha de atividade 2: identificação dos casos de simetria e assimetria;

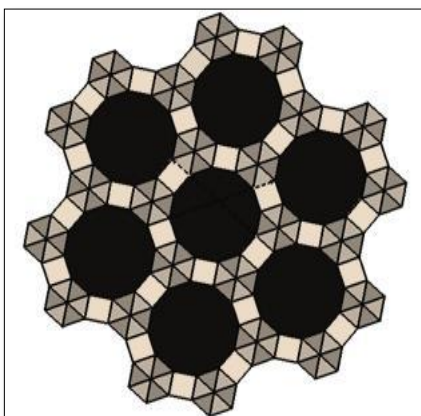
**Figura 4: Atividade da ficha de atividade 2**



Fonte – Disponível em: <http://www.infoescola.com/wp-content/uploads/2010/01/poligonos-550x153.jpg> Acesso em: 19 jun. 2015.

Ficha de atividade 3: ornamentação de uma malha com padrão de repetição geométrico;

**Figura 5: Atividade da ficha de atividade 3**



Fonte – Disponível em:

[http://platea.pntic.mec.es/~mcarrier/images/mosaico\\_doble.gif](http://platea.pntic.mec.es/~mcarrier/images/mosaico_doble.gif) Acesso: 19 jun. 2015.

Ficha de atividade 4: ornamentação de uma região utilizando simetrias e estabelecendo um padrão não geométrico.

**Figura 6: Atividade da ficha de atividade 4**



Fonte – Disponível em:

<http://webquest1.no.comunidades.net/imagens/gal5.gif> Acesso em: 19 jun. 2015.

Com a realização da atividade 4 dá-se um destaque ao trabalho do artista gráfico holandês Maurits Cornelis Escher.

*Na obra de Escher é constante o revestimento e a pavimentação regular de uma superfície, usando padrões que se justapõem sem deixar nenhum espaço vazio. Escher utilizou demasiado em seus trabalhos as isometrias do plano, entre elas a simetria e a translação. Os seus trabalhos impressionam dois mundos – o das Artes e o da Matemática. Articulando Artes e Matemática é possível explorar na geometria dos mosaicos de Escher os conceitos matemáticos que compõem suas construções. (NINA, MENEGASSI e SILVA, 2008, p.21).*

Por meio das obras de Escher, pretende-se que o aluno perceba a utilização da Matemática na elaboração de obras de arte, permitindo a ele uma visão mais objetiva da disciplina.

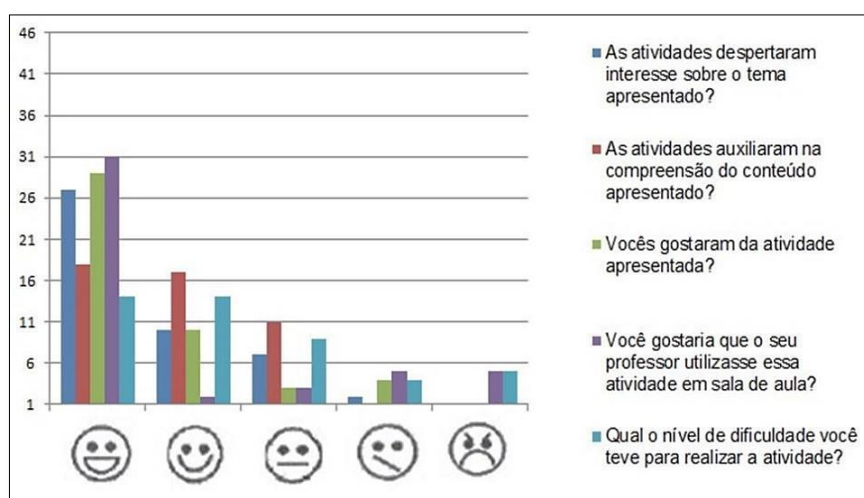
*A conexão entre Artes e Matemática pode trazer uma nova visão para o ensino, neste caso, de geometria. Nas obras de Escher os alunos podem perceber a presença da Matemática em um contexto que a princípio não teria ligação nenhuma com ela, e ainda, que não é necessariamente só os matemáticos que utilizam a Matemática. (NINA, MENEGASSI e SILVA, 2008, p.21)*

### 3. EXPERIÊNCIA DIDÁTICA

As atividades descritas neste trabalho foram aplicadas em turmas do 6º e 9º anos do ensino fundamental II, em 2014 e 2015, no Colégio Estadual Manuel de Abreu na cidade de Niterói – RJ, escola sede do subprojeto de Matemática do PIBID UFF. Com base nessas experiências, pôde-se avaliar necessidades e problemáticas relacionadas à aceitação e a adequação das atividades propostas, bem como a funcionalidade dos recursos utilizados.

A fim de obter uma resposta dos alunos sobre as atividades realizadas, aplicamos nas duas últimas edições da experiência didática um questionário com cinco itens, solicitando que cada um deles escolhesse um ícone (um “smile”) que representasse sua opinião com relação à questão proposta. Responderam ao questionário 44 alunos das turmas 901 e 902 que participaram das atividades. Como síntese dos dados, apresentamos o gráfico a seguir:

**Figura 7: Gráfico de avaliação dos alunos em última aplicação**



Fonte – Elaborada pelos próprios autores

Ao analisar o gráfico, percebe-se que a realização das atividades agradou a grande maioria do público participante. Cabe destacar, no entanto, que há ainda um pequeno grupo (cerca de 9 estudantes) que ainda tiveram bastante dificuldade na hora de realizar as atividades. Atribuímos isso à dificuldade ou aversão que alguns alunos possuem com respeito ao ato de desenhar (que era pedido ao final da quarta e última atividade). De modo geral, o gráfico reflete as considerações levantadas pelos autores do projeto.

### 4. CONSIDERAÇÕES FINAIS

O uso do “Espelho Mágico” e instrumentos de desenho e pintura despertou a curiosidade dos alunos, motivando-os para a realização das atividades. Este recurso, aliado às atividades propostas, permitiu ainda que os alunos observassem que “as simetrias estão muito presentes no cotidiano” (BRASIL, 1998, p. 124); basta observar objetos do mundo

físico como, por exemplo, tapeçarias, cerâmicas, bordados, ladrilhamento de azulejos etc. – o que foi levantado pelos próprios alunos.

De modo resumido, pode-se considerar que os objetivos e propostas levantados obtiveram êxitos e alcançaram suas metas iniciais. Ressaltam-se aqui alguns relatos dos alunos que posteriormente às aplicações afirmaram identificar a simetria não somente nos objetos físicos apresentados e discutidos durante a atividade, mas também em outros momentos da aprendizagem matemática, como nas aulas sobre funções quadráticas, onde conseguiram identificar a simetria na parábola.

Nossa prática com pesquisa e a avaliação das atividades elaboradas e aplicadas culminaram com o interesse de dar prosseguimento ao desenvolvimento do projeto. No presente momento, os autores estão desenvolvendo quatro grupos de conteúdos digitais para o estudo de simetrias no plano euclidiano, construídas com o auxílio do software Geogebra. O próximo passo é a realização de novas oficinas com os alunos da escola. Contudo, cabe destacar que este grupo de atividades digitais não substitui a anterior. Ele apenas complementa o que consideramos ter sido um bom começo.

## REFERÊNCIAS

- BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática** (terceiro e quarto ciclos do ensino fundamental). Brasília: MEC/SEF, 1998.
- BASTOS, R. Transformações Geométricas. Notas sobre o ensino da Geometria. **Revista Educação e Matemática**. n. 88, p. 23-27, set/out. 2007.
- GIESTA, L. F M. **Dando movimento à forma: as transformações geométricas no plano, na formação continuada à distância de professores de Matemática**. 123 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática), Universidade Severino Sombra, Vassouras, 2012.
- LAURO, M. M. **Percepção – Construção – Representação – Concepção os quatro processos do ensino da Geometria: uma proposta de articulação**. 396 f. Dissertação (Mestrado em Educação), Universidade de São Paulo, São Paulo, 2007.
- MENDES, C. O. de A. e S. **O Conceito Moderno de Simetria nos Livros Didáticos do Ensino Fundamental: Uma Análise**. 48 f. Dissertação (Especialização em Ensino de Matemática), Universidade Federal Fluminense, Niterói, 2014.
- NINA, C. T. D.; MENEGASSI, M. E. J. e SILVA, M. M. Exploração de trabalhos de Escher em aulas de geometria. **Boletim Gepem**, nº 53, p.111-132, jul./dez.. 2008.
- PASQUINI, R. C. G. e BORTOLOSSI, H. J. **Simetria: história de um conceito e suas implicações no contexto escolar**. Série história da Matemática para o ensino, v. 9. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2015.

# TEORIAS EDUCACIONAIS E SUAS IMPLICAÇÕES PARA O USO DE NOVAS TECNOLOGIAS DA INFORMAÇÃO

Jasmines Fernandes Chaves<sup>1</sup>

<sup>1</sup>IFMA/DEMAT, [jasminefernandes2010@hotmail.com](mailto:jasminefernandes2010@hotmail.com)

## RESUMO

Historicamente, a Matemática sempre foi vista como uma das disciplinas mais difíceis de compreender, principalmente devido a sua natureza extremamente axiomática onde prevalecia a *Teoria Behaviorista*. No contexto da sala de aula, essa disciplina é tratada como isolada da realidade do aluno. Com o avanço crescente das novas tecnologias, a sociedade tem passado por inúmeras transformações nos costumes, nos valores, meios de comunicação, e outros. A Educação não fugiu dessa nova realidade, onde as metodologias de ensino sofrem constantemente mudanças também em decorrência destes avanços. Assim, este trabalho tem como objetivo discutir as formas de inserção de tecnologias no processo de ensino-aprendizagem de Matemática em uma abordagem construtivista.

**Palavras-chave:** Educação, Matemática, Tecnologias, Construtivismo, Construção de Conceitos.

## INTRODUÇÃO

Com o crescente uso de tecnologias nos mais diversos setores sociais, metodologias de ensino em que a transmissão de conhecimento restringe-se à sala de aula, ao uso do livro didático e ao domínio do conteúdo por parte do docente tornam-se obsoletas a cada dia. Dos professores que hoje atuam em sala de aula poucos são aqueles que tiveram uma formação acadêmica que lhes permitiram um contato com tecnologias da informação e comunicação. E pode ser percebido que os docentes em muitos momentos utilizam as tecnologias e este uso se resume apenas editores de texto e em alguns casos estendem-se as planilhas eletrônicas que se restringem a confecção de tabelas de notas sem a devida exploração na sala de aula.

*Muitas crianças e jovens cresceram inseridas no mundo onde as NTIC influenciam basicamente todos os setores da sociedade, além disso, essas crianças e jovens de hoje são muito diferentes dos vividos por nossos pais e professores, passam por experiências muito mais computadorizadas, conhece a linguagem digital, a audiovisual, a televisão, o cinema, os filmes, os vídeos games, brinquedos modernos [...]. (JESUS, 2011, p.1)*

A Matemática tem sido conceituada como ciência dos números e das formas, das relações e das medidas, das inferências e as suas características apontam para a precisão, rigor, exatidão, como aponta D'AMBRÓSIO (2007, p.113). Seguindo essa definição, própria da concepção behaviorista, a grande maioria dos professores de Matemática tenta “transmitir” os conceitos com o máximo rigor, através de fórmulas

prontas e exercícios de repetição que o aluno copia do quadro branco para o seu caderno sem compreender a aplicação dos conceitos no cotidiano, fazendo do mesmo apenas um coadjuvante na sua própria formação da vida escolar. Mantendo essa rigidez de conceito de forma exagerada faz o aluno perder a vontade de ficar atento aos assuntos que fazem parte da grade curricular do seu curso e levando consigo esta lacuna para outras fases de ensino. Para JESUS (2011, p.01), essa maneira de ensinar e aprender não condiz com a realidade que a sociedade está desenvolvendo para um futuro cada vez mais tecnológico e digitalizado.

Faz-se necessário que o docente reconheça que o uso de tecnologias no ensino de Matemática é uma ferramenta importante para contribuir no rendimento escolar dos alunos. Nessa nova abordagem, o professor precisa assumir o papel de mediador que contribui para que o aluno seja capaz de construir conceitos através de suas próprias observações. Para que essa metodologia construtivista tenha sucesso, é necessário que o professor receba uma formação tecnológica e faça um planejamento prévio das atividades que serão aplicadas na sala de aula, abordando com clareza os conteúdos.

Para que possamos entender, refletir um pouco mais sobre quais as influências recebidas pelos docentes em suas práticas educacionais e as tendências seguidas por estes na sala de aula lançaremos mão de duas teorias educacionais pertinentes ao nosso estudo. Explorando sobre o behaviorismo, como os profissionais agem em meio aos questionamentos, dúvidas existentes entre os diversos alunos. E em contrapartida o construtivismo quais os aspectos comuns, as diferenças e as igualdades existentes nas teorias, quais as tendências mais utilizadas pelos diversos profissionais em educação.

## **USO DE NOVAS TECNOLOGIAS EM RELAÇÃO ÀS TEORIAS DE ENSINO**

Durante a formação docente os alunos da graduação têm contato com diversas disciplinas que o auxiliam para a sua futura prática profissional, anteriormente o curso de matemática era dividido de forma que as disciplinas conhecidas como específicas eram em determinado tempo enquanto as que se tratavam das teóricas ou pedagógicas apenas no final do curso. Uma disciplina que atualmente vem auxiliando os professores na sua formação é a Psicologia da Educação que em algumas teorias estudadas melhoram a visão de mundo dos docentes, dentre elas a Teoria Behaviorista. De acordo com essa teoria o comportamento de professores e alunos podem ser alterados e assim melhorar a educação. Fazendo um link com a inserção das novas tecnologias informação – NTIC na educação, a utilização do computador na sala de aula poderá produzir intensas mudanças na vida dos professores e alunos de maneira inteligente.

*Se o computador pode ser usado para catalisar e auxiliar a transformação da escola, mesmo diante dos desafios que essa transformação nos apresenta, essa solução, a longo prazo, é mais promissora e mais inteligente do que usar o computador para informatizar o processo de ensino. (Valente, 1996, p. 4)*

Pensar em inserir NTIC o docente deve ter um cuidado especial de preparar as atividades referentes aos conteúdos abordados em sala, explorando o máximo possível o local onde são colocados os computadores da escola, ou seja, o laboratório de ensino, onde também são colocados os outros materiais que podem e devem auxiliar o aluno a construir os conceitos a partir das suas experiências e práticas.

*As tecnologias digitais exercem na atualidade uma influência muito forte nas atividades e no desenvolvimento humano. Temos já certa quantidade de pesquisas sobre o aprendizado com tecnologia digital,*

*que vem aumentando nos últimos anos. Algumas questões se apresentam nessa área da pesquisa, que, necessariamente, precisam ser respondidas. (Piccoli, 2006, p. 21)*

A outra teoria da Psicologia da Educação que podemos fazer um determinado link com a prática educacional é a teoria construtivista. Nela o sujeito constrói seu próprio conhecimento a partir das suas experiências adquiridas. O professor deve incentivar seus alunos a conhecerem o mundo da matemática de forma diferente do habitual, com exercícios de repetição e copiando apenas o conteúdo do quadro.

## **CONSIDERAÇÕES FINAIS**

A educação matemática como vemos hoje sofre uma intensa influência das tecnologias da informação e comunicação fazendo com que o docente se aproprie de tais inovações com o intuito de contribuir no processo educacional dos alunos de forma diferente do que ocorria anteriormente fazendo o discente o centro das atenções no processo. Encontrar uma nova maneira didática de “repassar” o conteúdo aprendido na faculdade para estes requer acima de tudo uma tentativa de mudar seus próprios conceitos enquanto professor, incentivando os alunos na construção do seu próprio conhecimento e nessa nova proposta utilizar o auxílio de uma máquina, o computador. Criando atividades, auxiliando o aluno a refazer os conceitos a partir das suas próprias observações. A *Teoria Construtivista* de aprendizagem diz que o aluno é o construtor do conhecimento aprendendo a partir da sua interação com o objeto a ser estudado. Segundo o observado durante a pesquisa de investigação o computador em suas especificidades pode agregar valor ao trabalho docente de modo a contribuir com um novo modo de conceber determinados conceitos de forma mais dinâmica com a devida experimentação do discente estabelecendo novos parâmetros ao seu próprio conhecimento.

## **REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS**

D’Ambrósio, U. Sociedade, cultura, matemática e seu ensino. **Educação e Pesquisa**, São Paulo, v. 31, n. 1, p. 99-120, jan./abr. 2005. Acessado em 23/06/2015.

JESUS, S. S. O ensino da matemática através das novas tecnologias. **Webartigos.com – publicação de artigos e monografias, fevereiro de 2011**. Disponível em <http://www.webartigos.com/artigos/oensinodamatematicaatravesdasnovastecnologias/59479> . Acessado em 23/06/2015.

PICCOLI, L.A.P. A construção de conceitos em matemática: uma proposta usando tecnologia de informação. **Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul**, 2006. Disponível em: <http://repositorio.pucrs.br/dspace/bitstream/10923/2977/1/000383787-Texto%2BCompleto-0.pdf>. Acessado em 23/06/2015.

ROCHA, E.M. Tecnologias digitais e ensino de matemática: compreender para realizar. **Faculdade de educação da universidade federal do Ceará**, Fortaleza 2008.

VALENTE, J.A. O uso inteligente do computador na educação. ***Pátio - revista pedagógica*** Editora Artes Médicas Sul Ano 1, Nº 1, pp.19-21.

dos SANTOS, I. G. D. SOUZA, J. R. BERTI, J. V. Educação matemática e mídias tecnológicas: uma probabilidade para a ação educativa? Disponível em: <http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/1955-6.pdf>. Acessado em 23/06/2015.



# **TRABALHANDO COM MEDIDAS DE TENDÊNCIA CENTRAL COM O AUXÍLIO DE CARTAS DE BARALHO**

**Maria Aparecida Teixeira de Siqueira<sup>1</sup>**

**Rosana Maria Mendes<sup>2</sup>**

<sup>1</sup> Universidade Federal de Lavras/Departamento de Ciências Exatas/mariatsiqueira@hotmail.com

<sup>2</sup> Universidade Federal de Lavras/Departamento de Ciências Exatas/rosanamendes@dex.ufla.br

## **Resumo**

O presente trabalho é um relato de experiência vivida no grupo de trabalho do Programa Institucional de Bolsas de Iniciação a Docência da Universidade Federal de Lavras com estudantes do curso de Licenciatura em Matemática. A atividade foi planejada e desenvolvida pelo PIBID/Matemática/UFLA no ano de 2014 em uma Escola Estadual da cidade de Lavras-MG em quatro turmas do segundo ano do Ensino Médio, com duração de 50 minutos/cada. Para o planejamento desta, foram feitos estudos sobre avaliação diagnóstica, conceitos estatísticos e atividades diferenciadas sobre essa temática. Para a realização, foi dada uma avaliação diagnóstica anteriormente para que percebêssemos se havia dúvidas em determinados conteúdos estatísticos, esses quando identificados deram origem a esta atividade. Por isso, tivemos como tema: “Trabalhando com Medidas de Tendência Central com o auxílio de cartas de baralho”. Delimitamos como objetivo ensinar os conceitos e cálculos das Medidas de Tendência Central com o auxílio de algumas cartas de baralho.

Palavras-chave: PIBID; Medidas de Tendência Central; Material Manipulativo.

## **Introdução**

Este relato tem a intenção de descrever a experiência vivida pelos participantes do Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência (PIBID) de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal de Lavras (UFLA).

O programa é composto por estudantes de cursos de Licenciatura, professores (as) da rede pública que atuam como supervisores (as) na escola, professores (as) dos cursos de Licenciatura que trabalham como coordenadores de área dos subprojetos e pelo (a) coordenador (a) institucional.

## **Dinâmica de trabalho do grupo**

O subprojeto da Licenciatura em Matemática da UFLA era dividido em quatro Grupos de Trabalho (GT) que atuavam no Ensino Fundamental e Médio. Cada GT possuía uma professora supervisora e uma coordenadora.

---

A dinâmica do PIBID/Matemática/UFLA são reuniões semanais com cada GT que são realizados estudos teóricos, planejamentos de atividades e reflexões dos resultados obtidos em cada atividade.

A seguir mostraremos um destes processos vivenciados por nós em uma de nossas práticas.

### **Planejando a aula: a utilização de Materiais Manipulativos**

A justificativa para a escolha deste tema foi devido à necessidade do ensino e aprendizagem de estatística para estudantes do Ensino Médio, uma vez que é pedido frequentemente em vestibulares e concursos questões que envolvem tal temática.

Primeiramente fizemos uma avaliação diagnóstica com o objetivo de identificar os conhecimentos/dificuldades em estatística dos estudantes. Percebemos que a maioria não dominava os conceitos de Média, Moda e Mediana. Sendo assim, decidimos explicar estes conceitos de forma diferenciada, mudando a rotina de quadro e giz, optamos por utilizar algumas cartas de baralho e socializar com os estudantes durante todos os questionamentos, fazendo com que estes participassem o tempo todo da aula.

Segundo Lorenzato (2006, p.18) material didático “é qualquer instrumento útil ao processo de ensino-aprendizagem. Portanto, pode ser um giz, uma calculadora, um filme, um livro, um quebra-cabeça, um jogo, uma embalagem, uma transparência, entre outros”. Sendo assim, as cartas do baralho também são consideradas materiais manipulativos. Acrescentamos ainda que

*qualquer material pode servir para apresentar situações nas quais os alunos enfrentam relações entre os objetos que poderão fazê-los refletir, conjecturar, formular soluções, fazer novas perguntas, descobrir estruturas. (PASSOS, 2006, p.81).*

Já Reys (1971, *apud* MATOS & SERRAZINA, 1996) define materiais manipuláveis como “objetos ou coisas que o aluno é capaz de sentir, tocar, manipular e movimentar. Podem ser objetos reais que têm aplicação no dia-a-dia ou podem ser objetos que são usados para representar uma ideia”.

Concordando com Passos (2006) as cartas ajudaram os estudantes refletir, formular soluções e associações, de modo que percebessem que a Moda apresentada nas cartas, por exemplo, é a mesma Moda que geralmente é representada por sequências numéricas, e com Reys, que as cartas permitiram o sentir, tocar e foram utilizadas para representarem uma ideia.

Sendo assim, planejamos e desenvolvemos esta atividade de forma que os estudantes utilizassem o material manipulativo durante todo o processo.

### **Desenvolvimento da aula**

Iniciamos a aula conversando sobre a avaliação diagnóstica feita, conversamos que os erros cometidos com mais frequência eram de interpretação e de conceitos matemáticos.

Questionamos os estudantes quanto às definições (de forma informal) de Média, Moda e Mediana, mas não obtivemos nenhuma resposta. Conduzimos então esses questionamentos para o cotidiano perguntando o que é Moda. Assim, aos poucos, os estudantes foram descrevendo que era o que as pessoas estavam usando na rua, a roupa,

mais comum que se via, entre outros. Desse modo, explicamos que assim como a Moda de vestuários, por exemplo, a Moda em estatística também é o termo que mais se repete. Para ensinar Média e Mediana utilizamos cartas do baralho, escolhidas aleatoriamente e posteriormente, retomamos o conceito de Moda também com a utilização destas.

Pedimos que cinco estudantes fossem à frente da sala (conforme figura 1) e pegassem uma carta do baralho cada, lembrando-os que para o cálculo das Medidas de Tendência Central é necessário que os dados estejam ordenados e que é usual ordená-los de forma crescente, solicitamos então que organizassem conforme o número da carta.

Perguntamos qual era a Moda, Mediana e Média desses números representados nas cartas, e aos poucos os estudantes foram respondendo o que estava sendo perguntado. Lembrando que a princípio, sem a utilização das cartas, estavam com receio de falar.

Convidamos mais dois estudantes e fizemos o mesmo questionamento, a participação dos estudantes aumentava no decorrer das discussões. Por último, chamamos mais um estudante (conforme figura 2) para que desta vez ao calcular a Mediana eles percebessem que deveriam calcular de forma diferenciada devido ao número par de estudantes/cartas. Fomos questionadas quanto à definição de Moda, caso não tivesse cartas repetidas, explicamos então que neste caso não há Moda, e que existem também duas Modas (Bimodais) ou várias Modas (Multimodais).

Percebemos de imediato que ao questionar os estudantes quanto aos conceitos, a maioria soube nos responder os resultados, fazendo com que ficássemos surpresas já que sem as cartas do baralho eles “não sabiam”.

**Figura 1: Estudantes à frente da turma mostrando as cartas de baralho sorteadas.  
Mediana de número ímpar.**



Fonte: Acervo pessoal.

**Figura 2: Estudantes à frente da turma mostrando as cartas de baralho sorteadas.  
Mediana de número par.**



Fonte: Acervo pessoal.

Durante as perguntas de Média e Mediana, frequentemente os estudantes respondiam descrevendo o nome dos colegas e não os números das cartas, fazendo com que interagissem o tempo todo e despertassem a atenção entre eles.

Repetimos este processo para observar se todos os estudantes compreenderam estes conteúdos/conceitos.

Agradecemos a participação dos estudantes que foram à frente, uma vez que em ambas as salas eles tiveram muito receio, demorando a atenderem ao pedido, fazendo com que insistíssemos várias vezes, isto aconteceu principalmente na primeira vez que os convidamos, já que na segunda eles sabiam o que deveriam fazer e que não teriam dificuldades em nos ajudar escolhendo as cartas e se organizando em ordem crescente, pois as respostas (qual a Moda, Mediana e Média) todos os estudantes da turma deveriam responder.

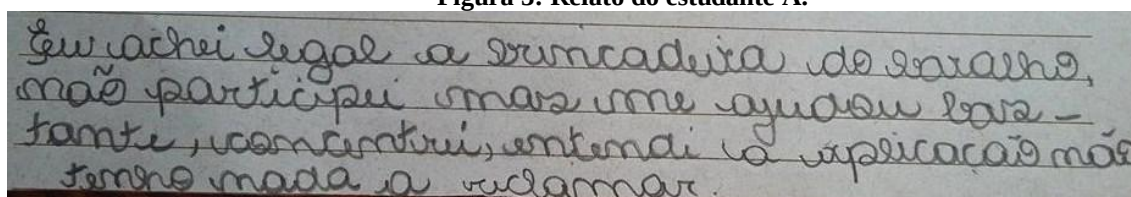
Escrevemos as definições no quadro e pedimos para que copiassem em seus cadernos para que ficassem registrados estes conceitos e posteriormente pudessem relembrar/estudar caso houvesse dúvidas. Para cada definição, descrevemos alguns exemplos e enfatizamos os exemplos de Moda, Bimodal e Multimodal, já que foram as questões mais questionadas em ambas as turmas.

Essas definições foram escritas de forma sucinta, com o objetivo de facilitar a recordação das mesmas. Registramos no quadro as definições da seguinte maneira: Moda: é o valor que ocorre com maior frequência, ou seja, o que mais se repete. Quando todos os valores apresentarem a mesma frequência, não há Moda. Existem também conjuntos de dados com duas Modas (Bimodais) ou mais Modas (Multimodais). Exemplos: (2, 2, 3, 3, 4, 4, 5, 5), neste caso, não há Moda e (2, 2, 3, 3, 4, 5, 6), que o conjunto possui duas modas: 2 e 3. Mediana: é o valor que está no meio dos dados quando o conjunto é ordenado. Se o número de valores for ímpar, a Mediana será o valor do termo central. Caso o número seja par, a Mediana será a soma dos dois valores centrais divididos por dois. Média: é a soma de todos os valores divididos pela quantidade de valores.

### **Registros dos estudantes sobre o jogo**

As figuras a seguir relatam as opiniões de alguns estudantes sobre a atividade proposta.

**Figura 3: Relato do estudante A.**



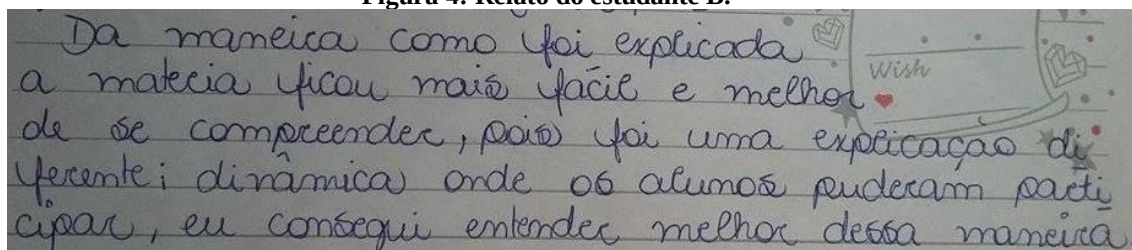
Eu achei legal a brincadeira do baralho, não participei mas me ajudou bastante, concentrei, entendi a explicação não tenho nada a reclamar.

Fonte: Acervo pessoal.

Transcrição: Eu achei legal a brincadeira do baralho, não participei mas me ajudou bastante, concentrei, entendi a explicação não tenho nada a reclamar.

Conforme a figura 3, notamos que o estudante A considerou a atividade como uma brincadeira, talvez por ser algo diferente das aulas tradicionais de quadro, giz e poucas discussões, além disso, as cartas possibilitaram o lúdico durante a aula. Este estudante destaca que não participou da dinâmica de ir à frente da turma, mas que isso não o impediu de concentrar e entender as explicações dos conceitos estatísticos.

**Figura 4: Relato do estudante B.**



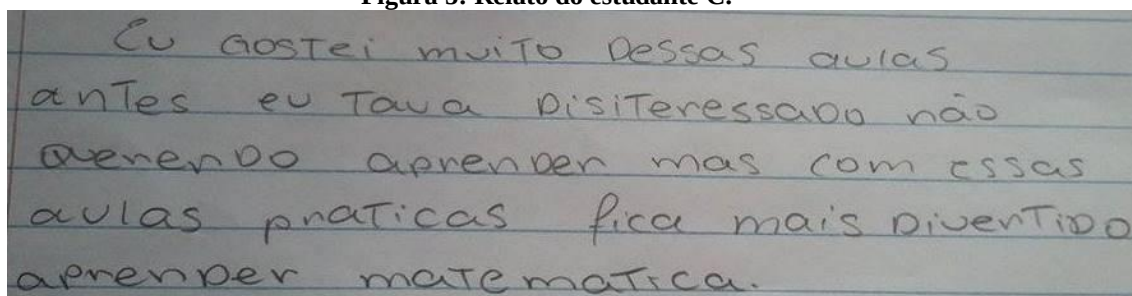
Da maneira como foi explicada a matéria ficou mais fácil e melhor de se compreender, pois foi uma explicação diferente; dinâmica onde os alunos puderam participar, eu consegui entender melhor dessa maneira.

Fonte: Acervo pessoal.

Transcrição: Da maneira como foi explicada a matéria ficou mais fácil e melhor de se compreender, pois foi uma explicação diferente, dinâmica onde os estudantes puderam participar, eu consegui entender melhor dessa maneira.

A partir da figura 4, percebemos que o estudante B aprovou a maneira como planejamos/fizemos esta atividade, descrevendo que ficou mais fácil de entender e diferente da tradicional em que o professor passa a matéria no quadro e na maioria das vezes não há discussões e aulas diferenciadas.

**Figura 5: Relato do estudante C.**



Eu gostei muito dessas aulas antes eu tava desinteressado não querendo aprender mas com essas aulas praticas fica mais divertido aprender matemática.

Fonte: Acervo pessoal.

Transcrição: Eu gostei muito dessas aulas antes eu tava desinteressado não querendo aprender as com essas aulas praticas fica mais divertido aprender matemática.

De acordo com o estudante C, figura 5, compreendemos o quanto é importante planejarmos aulas em que os estudantes participem e interagem com todos da sala. Percebemos a partir deste relato que o estudante estava desinteressado e desanimado com as aulas de matemática e com o auxílio desta atividade, o qual achou divertida, foi um caminho para motivar e despertar o interesse não só deste estudante como também de muitos outros.

### **Conclusões**

A utilização do baralho mostrou que é possível planejar e desenvolver uma atividade de forma simples e diferenciada, ajudando na construção do conceito de Medidas de Tendência Central (Média, Moda e Mediana).

Ficamos entusiasmadas e otimistas com o resultado desta atividade, uma vez que os estudantes participaram efetivamente do processo, nos questionando em algumas dúvidas e respondendo tudo o que estava sendo perguntado. Além disso, demonstraram em todos os relatos que gostaram da atividade, descrevendo-a como diferente e se entusiasmando para aprenderem matemática.

Ressaltamos a importância de utilizarmos materiais manipulativos no ensino e de socializarmos/conversarmos durante as explicações, uma vez que possibilitam uma aula diferenciada das tradicionais e permitem que os estudantes demonstrem suas opiniões e inquietações durante a aula. Além disso, destacamos que é possível fazer uma aula diferente, de forma que desperte a atenção desses estudantes utilizando apenas cartas de baralho e diálogos entre professor e aluno.

### **Referências bibliográficas**

LORENZATO, S. A. (org.) **O laboratório de ensino de matemática na formação de professores**. Coleção formação de professores. Campinas: Autores Associados Ltda. 2006.

MATOS, J.M. & SERRAZINA, M.L. **Didáctica da matemática**. Lisboa: Universidade Aberta. 1996.

PASSOS, C. L. B.; **Materiais manipuláveis como recursos didáticos na formação de professores de matemática**. In: LORENZATO, (org.). Laboratório de Ensino de Matemática na formação de professores. Campinas: Autores Associados. 2006.

# **TRAÇOS DA EDUCAÇÃO BÁSICA EM SÃO LUÍS- MA: UM DIAGNÓSTICO DO PERFIL SOCIOCULTURAL E EDUCACIONAL DE ALUNOS DAS ESCOLAS PARCEIRAS DO PIBID.**

**Alcenir Amorim de Sousa<sup>1</sup>**

<sup>1</sup>Instituto Federal de educação Ciência e Tecnologia do Maranhão/Departamento de Matemática.  
alcenir\_ppslz@hotmail.com

## **Resumo**

A constituição de um ambiente escolar satisfatório para o desenvolvimento do educando não se pauta apenas na estrutura física e pedagógica, mas, também, em aspectos relacionados à vida social do aluno fora do ambiente escolar. Faz-se necessário conhecer sobre as condições estruturais em que esse aluno vive e quais suas expectativas em relação à educação escolar. O presente texto apresenta uma análise de um levantamento de dados realizado com o objetivo de traçar o perfil sociocultural e educacional dos alunos de uma das escolas parceiras do subprojeto de Matemática do PIBID/CAPES/IFMA- Campus São Luís – Monte Castelo, a Unidade de Educação Básica Alberico Silva – CIEP, São Luís-MA. Para tanto, recorreremos à pesquisa de campo, com abordagem quantitativa, utilizando como instrumento de coleta de dados questionário com perguntas abertas e fechadas, aplicado junto a 131 alunos do 6º ao 9º ano. A análise possibilitou compreender que a estrutura familiar na qual o aluno está inserido, o nível de escolaridade dos pais são elementos intimamente relacionados ao desempenho acadêmico dos alunos; as expectativas dos alunos em relação ao ambiente escolar estão configuradas em estratégias pedagógicas que possam tornar o ensino e aprendizagem mais agradáveis e significativos. O diagnóstico esboçou uma realidade desconhecida até mesmo pelos envolvidos no processo educacional dentro da escola.

**Palavras-chave:** PIBID. Perfil sociocultural. Estrutura familiar. Desempenho acadêmico.

## **INTRODUÇÃO**

A constituição de um ambiente escolar satisfatório para o desenvolvimento do educando não se pauta apenas na estrutura física e pedagógica, mas, também, em aspectos relacionados à vida social do aluno fora do ambiente escolar. O trabalho da escola vai além da transmissão de conhecimentos ou conceitos didáticos necessários para a formação de cidadãos aptos a conviverem no meio social e em ambientes profissionais variados.

Para ir além, a escola necessita traçar estratégias que possibilitem conhecer a realidade do aluno passando pelo meio social em que ele está inserido, sua condição financeira, sua relação familiar, bem como suas expectativas em relação à escola. A interpretação desses elementos nos dá subsídios para criar mecanismos particulares capazes de auxiliar no desenvolvimento individual dos alunos. Para tanto, a escola necessita conhecer e entender como vive esse aluno também fora da escola e dentro dela, o que ele observa de mais importante e necessário para satisfazer seus anseios e expectativas.

O levantamento feito na Unidade de Educação Básica Alberico Silva – CIEP em São Luís, pelos bolsistas do PIBID, subprojeto de Matemática objetivou entre outras coisas, traçar um perfil dos alunos desta unidade a fim de observar mais de perto a estrutura de cada um e assim poder entender alguns fatores que barram o seu crescimento dentro da escola e o desinteresse do aluno pela aprendizagem.

Foram aplicados 131 ( cento e trinta e um) questionários em turmas do 6º ao 9º ano, mesmo aquelas em que os bolsistas não tinham contato com os alunos, mas, seria importante a inserção dentro do universo da pesquisa visto que também fazem parte da unidade de ensino onde o subprojeto de Matemática estava sendo aplicado. Após coletados iniciou-se a fase de análise das respostas e tabulação dos dados para que os gráficos por fim representassem os resultados conclusivos da pesquisa.

## **UM OLHAR, UMA REALIDADE...**

Estudar o perfil sociocultural do indivíduo é uma prática bastante utilizadas em vários órgãos tanto públicos quanto particulares para esboçar a imagem de um cliente, funcionário ou mesmo conhecer o perfil da população. No contexto escolar esse estudo contribui na preparação de forma mais objetiva, das atividades e até mesmo do chamado conhecido PPP (Projeto Político Pedagógico); entender a personalidade do educando é fonte rica de informações ao educador na condução do seu trabalho em sala de aula e principalmente na relação entre “mestre e aprendiz”.

Alguns profissionais ainda são contrários a uma aproximação entre professor e alunos. Talvez alguns remanescentes da educação tradicional que posicionava os dois cada um de um lado da parede de vidro que os separavam em sala de aula. Porém, quando o professor ou mesmo a escola cria um ambiente mais agradável para o educando, possibilita também que este desperte para as praticas educativas e assim contribua para sua aprendizagem.

*A relação professor-aluno é uma condição do processo de aprendizagem e não se pode desvinculá-la daquilo que a permeia: um programa, normas da instituição de ensino que, em dúvidas, influenciam nesse processo. E daí surge um conflito inerente a essa relação na escola brasileira (talvez mundial): é uma relação que se baseia no convívio de classes sociais, culturas, valores e objetivos diferentes. (OLIVEIRA-SILVA, 2008, p. 23)*

Cada aluno dentro do contexto escolar é um participante desse conflito exposto na citação acima porque as suas relações com a sociedade estão de acordo com essas variações relacionadas; são diferentes classes sociais (baixa, média...), culturas (sejam elas advindas do histórico familiar ou da absorção social), valores (positivos e negativos) e objetivos diferenciados.

Antes mesmo do início da vida escolar, o indivíduo vem do convívio em casa com a família e esse ambiente também influencia na relação do aluno com a escola. Levando em consideração que a educação inicial vem dos ensinamentos na família, temos que uma estrutura desorientada e a falta de acompanhamento do processo de ensino aprendizagem na escola são fatores que contribuem para o desinteresse e afastamento do educando.

Os motivos mais citados para a evasão escolar são necessidade de trabalhar muito cedo, distâncias entre as residências e escolas (principalmente para aqueles que residem na zona rural), gravidez na adolescência, grande número de reprovações e as condições precárias do ensino. Porém, em muitas colocações não são observadas outras situações como desestrutura familiar, condição social e financeira, políticas escolares e a falta de dinamismo nas atividades realizadas pelos professores.

## **APRESENTAÇÃO DOS RESULTADOS**

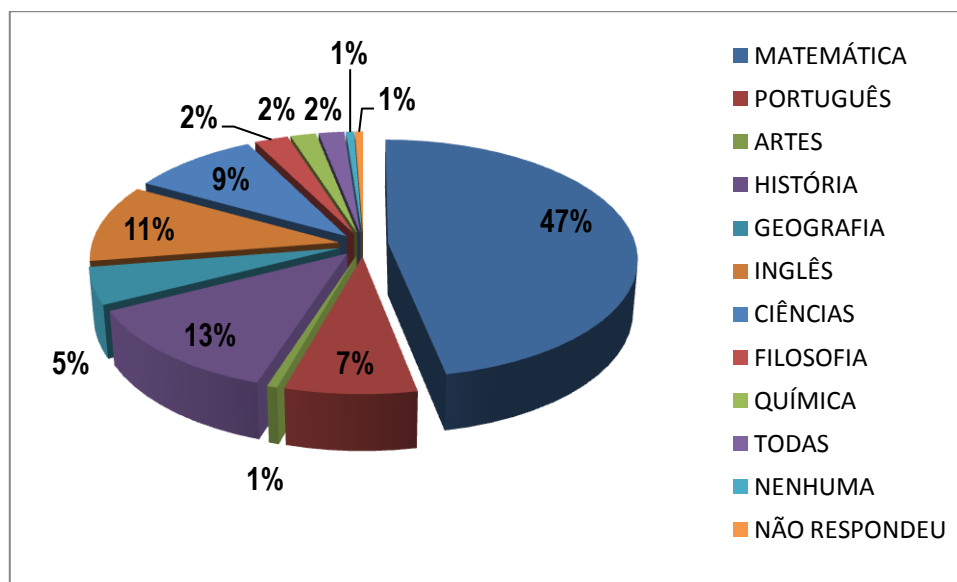


O questionário aplicado aos alunos era composto de 25 questões sobre detalhes simples do cotidiano, indo desde as informações pessoais como idade, sexo, bairro, passando pela formação dos pais até alcançar itens da vida escolar. Dos entrevistados 50,4% eram do sexo masculino e 49,6% feminino, com idades que variam de 10 a 16 anos.

A estrutura familiar e a quantidade de pessoas na mesma residência estavam em um nível aceitável; 31,5% convivem com mais 3 pessoas dentro da mesma casa. Apesar de 30,4% citarem a mãe como sendo uma dessas pessoas, nem sempre a figura paterna foi incluída. Em algumas situações a mãe, irmã ou irmão, avó ou tio ou tia; da mesma forma quando o pai era citado nem sempre era mencionada a figura materna nos levando a constatar que aquela constituição familiar dita normal para os padrões sociais de pai e mãe não existia. Com relação à escolaridade dos pais, 18,3% possuem ensino médio completo e 20,6 % das mães estão no mesmo nível. 48,1% não frequentam regularmente as reuniões convocadas na escola.

Quando o questionário passou a abordar situações do cotidiano escolar conseguimos observar algumas opiniões com relação à própria instituição e o trabalho docente. Do total pesquisado, 39,7% já haviam sido reprovados sendo que 32,1% desses, na disciplina Matemática (a que mais reprovou). Consideramos também que alguns obtiveram resultados negativos em outras disciplinas, porém, como nosso trabalho estava concentrado na disciplina de Matemática, procuramos avaliar mais a fundo, detalhes que a envolviam. Foi constatado que mesmo sendo a mais reprovativa, era considerada com a 2ª em preferência dos alunos. Segundo o gráfico a seguir, ela também se apresenta como a mais difícil de ser absorvida.

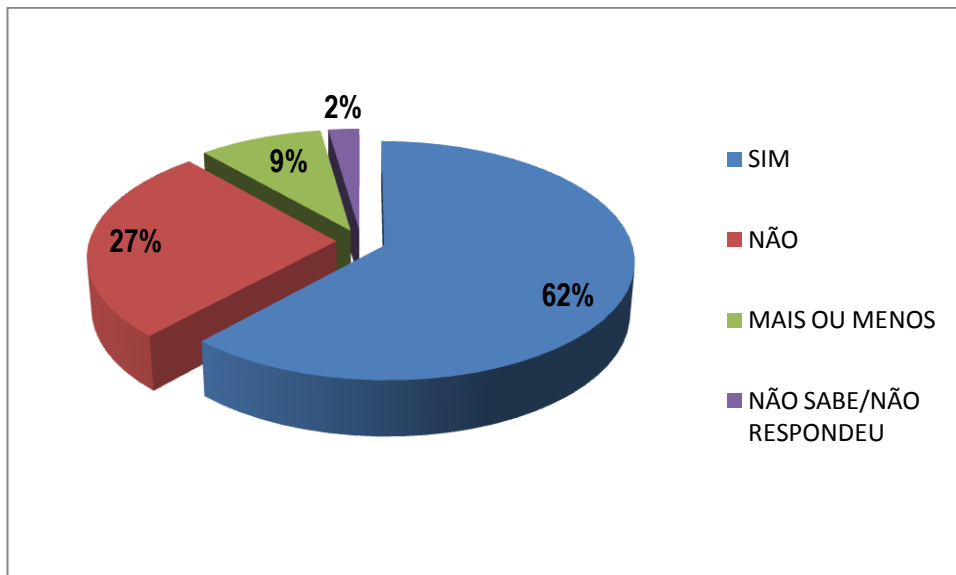
**Gráfico 1: Disciplina que o aluno apresenta mais dificuldade de aprendizagem**



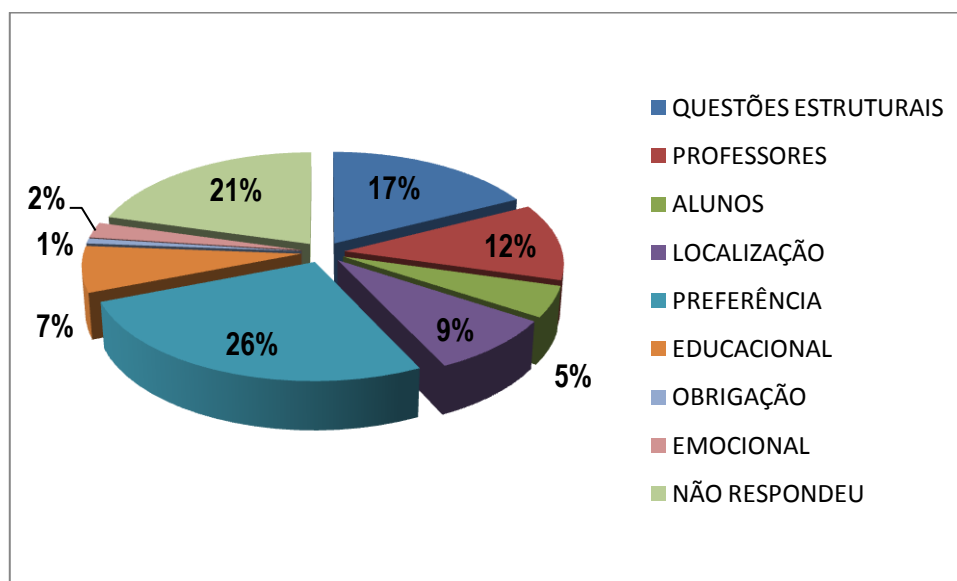
Analisando a seguir o universo que envolve a Matemática, 74,8% dos alunos não possuíam o livro didático da disciplina, mas, 43,5% afirmaram que o professor utilizava em sala de aula principalmente para a resolução de atividades extras. Para 65,6% as aulas são ótimas ou boas e 68,8% consideram que o professor explica bem o conteúdo, porém, manifestaram o desejo de que as aulas fossem mais dinâmicas e menos “chatas e cansativas”. 28,7% ainda demonstram dificuldades em assuntos básicos como as quatro operações matemáticas e as potenciações, por exemplo.

Apesar das dificuldades apresentadas a grande maioria demonstra sua aprovação com relação à escola onde estudam. Os 27% que disseram não gostar da escola, elencaram os pontos que acreditam necessitar de melhorias para que eles possam alterar sua opinião.

**Gráfico 2: Percentual de alunos que gostam da escola onde estudam**



**Gráfico 3: Itens citados que necessitam de melhorias no ambiente escolar**



Com relação aos itens citados as justificam foram: a estrutura precária da escola que não oferece condições principalmente para o recreio, com quadra mal conservada e poucas áreas de lazer; algumas disciplinas no período da pesquisa encontravam-se sem aula por falta de professores e isso atrapalhou bastante o ano letivo; se a escola possuísse normas mais rígidas com obrigações para os alunos, talvez os mesmo pudessem apresentar melhor comportamento; a preferência pela escola em questão era baixa principalmente pela localização e mesmo que nela se conhecessem novas pessoas, o emocional com relação à escola anterior e os velhos amigos ficou prejudicado. Essas foram as observações feitas pelos alunos com relação a não preferência por está na Unidade de Ensino Alberico Silva.

## CONCLUSÕES

O levantamento feito na Unidade de Ensino Alberico Silva nos apresentou um quadro bastante relevante do perfil dos alunos e suas relações com o meio familiar e o escolar. Na estrutura do lar observamos a disparidade da formação sendo que muitos estão com o pai, mãe e irmãos, outros com apenas o pai ou a mãe e um terceiro membro que venha a ser irmão ou tio, avó, uma constituição que às vezes o próprio adolescente estranha porque não aquela da qual tem conhecimento. A separação dos pais é um momento complicado e mais difícil ainda é quando ela ocorre ainda na infância; um deles (pai ou mãe) tem de assumir as responsabilidades pela educação do filho. O baixo nível de escolaridade e a falta de emprego fixo contribuem na desestruturação familiar porque compromete a parte financeira, privando-os de terem acesso a uma boa alimentação e componentes importantes como o computador e internet que muito contribui nesse mundo digital do qual pertencemos hoje.

Na escola, o desinteresse e os índices de reprovação tem entre outros motivos o descaso com o próprio sistema percebido pelos próprios alunos que reclamam da falta de áreas de lazer, má conservação da quadra (única área disponível para as atividades durante o recreio) e a falta de professores em algumas disciplinas o que atrasa ainda mais o ano letivo. O livro didático, instrumento necessário para o acompanhamento das disciplinas é escasso e no trato com as aulas principalmente de Matemática bastante utilizado para as atividades, mesmo assim os alunos observaram que as aulas são monótonas e não despertam maior interesse.

Avaliando essas observações temos que o trabalho docente está resumindo-se apenas à transmissão básica de conteúdos sem que para tanto a escola e o professor conheça as deficiências de seus alunos e consequentemente suas necessidades básicas. A escola inicialmente em cada ano letivo poderia adotar um questionário sociocultural como forma de manter um cadastro atualizado de seus alunos e assim, em consonância com os educadores dispor de mais um artifício para a construção tanto do PPP quanto dos planejamentos mensais de atividades a serem desenvolvidas. De posse dessas informações sobre o aluno e na mesma estrutura informativa, dos seus responsáveis, elaborar também ações que objetivem aproximá-los do ambiente escolar não apenas na convocação de reuniões, mas fazer desse ambiente um local de visitação frequente.

## REFERÊNCIAS

OLIVEIRA-SILVA, Janaína. **O aluno, a escola, o professor: relações do aprender.** Revista Multidisciplinar da UNIESP Saber acadêmico - n ° 06 - Dez. 2008/ ISSN 1980-5950. Disponível em: < <http://www.uniesp.edu.br/revista/revista6/pdf/4.pdf>>. Acesso em: 14 abr. 2015.

## UM ESTUDO CRÍTICO SOBRE OS PROPÓSITOS DA OBMEP

**Marcílio Dias Henriques<sup>1</sup>, Cristimara Rodrigues de Castilho<sup>2</sup>, Maylson Vanucci de Macedo Cardoso Ramos<sup>3</sup>, Priscila Fontes Juste<sup>4</sup>, Tamara Lamas Müller<sup>5</sup>, Tamiris Moraes Dias<sup>6</sup>**

<sup>1</sup>Instituto Estadual de Educação de Juiz de Fora, mdhenriques@oi.com.br

<sup>2</sup>Universidade Federal de Juiz de Fora, cristimaracastilho@hotmail.com

<sup>3</sup>Universidade Federal de Juiz de Fora, vanuci@ice.ufjf.br

<sup>4</sup>Universidade Federal de Juiz de Fora, priscilaj-jf@hotmail.com

<sup>5</sup>Universidade Federal de Juiz de Fora, tamara.muller@hotmail.com

<sup>6</sup>Universidade Federal de Juiz de Fora, tamirisd.2011@hotmail.com

Agência financiadora: CAPES

### Resumo

O presente artigo tem como objetivo central exibir um estudo acerca dos propósitos institucionais, econômicos e político-educacionais dos gestores da Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP), a partir de uma extensa revisão bibliográfica relacionada ao tema e utilizando os aportes teóricos de Pierre Bourdieu e Romulo Lins. Este estudo faz parte de uma pesquisa em andamento, desenvolvida no subprojeto PIBID/UFJF/Matemática Presencial, integrante do Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência (PIBID), da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) do Ministério da Educação, e é desenvolvido na Universidade Federal de Juiz de Fora (UFJF), junto ao Instituto Estadual de Educação de Juiz de Fora, escola parceira neste subprojeto. Embora os referidos propósitos pareçam bastante claros nos documentos oficiais e no *site* da OBMEP, queremos colocar em questão fatos que temos observado envolvendo as percepções de alunos e professores sobre as provas da OBMEP, problematizando tais propósitos em função da realidade que vivenciamos no interior das escolas em que atuamos.

**Palavras-chave:** OBMEP; Educação Matemática; Objetivos Educacionais.

### INTRODUÇÃO

Nos últimos anos, muitos trabalhos têm sido publicados acerca dos impactos da Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP) na educação básica e na formação de professores, via de regra ratificando o sucesso do empreendimento ao dar por alcançados muitos dos objetivos gerais “prescritos” pelos organizadores desta política pública, que se encontram publicados no *site* oficial (OBMEP, 2015), quais sejam:

*3.1 Estimular e promover o estudo da Matemática entre alunos das escolas públicas; 3.2 Contribuir para a melhoria da qualidade da Educação Básica; 3.3 Identificar jovens talentos e incentivar seu ingresso nas áreas científicas e tecnológicas; 3.4 Incentivar o aperfeiçoamento dos professores das escolas públicas, contribuindo para a sua valorização profissional; 3.5 Contribuir para a integração das escolas públicas com as universidades públicas, os institutos de pesquisa e sociedades científicas; 3.6 Promover a inclusão social por meio da difusão do conhecimento. (OBMEP, 2015, site)*

Embora a clareza aparente destes objetivos ou propósitos gerais da OBMEP, as percepções de alunos e professores que temos registrado, sobre as provas desta olimpíada, a cada ano, fazem-nos indagar se não há um direcionamento equivocado da realização destas provas e de todo o maquinário acadêmico-político-institucional que envolve a competição, ou se a realização da OBMEP atende a propósitos de gestores/realizadores que não foram plenamente revelados.

Em função de tais indagações, que assumimos como nossas questões de investigação, lançamo-nos a uma pesquisa envolvendo a presente discussão teórica, que se iniciou com uma extensa revisão da literatura sobre a OBMEP e temas correlatos. Com esta pesquisa, não pretendemos simplesmente revelar “verdades” subjacentes ao arcabouço da instituição chamada OBMEP, mas temos a intenção primeira de problematizar “verdades” que fizeram/fazem parte de nossas realidades como estudantes, professores e pesquisadores. Há muitos anos, vivenciamos percepções diversas e por vezes antagônicas em relação a este “mito”, que por desconhecido e ao mesmo tempo grandioso, é um “monstro monstruoso” que encanta a alguns e assombra a outros tantos, a exemplo da Matemática acadêmica, ensinada na escola, como defende Lins (2004). Desde a primeira edição da OBMEP, ocorrida em 2005, temos observado sentimentos e impressões de alunos da Educação Básica, após as provas, que nos têm deixado perplexos, pois não raro eles expressam seu terror em relação às provas da OBMEP e seu progressivo afastamento do interesse em aprender Matemática, a cada edição da olimpíada.

Por outro lado, temos nos dedicado a promover oficinas de preparação para as provas da OBMEP em uma escola pública estadual, desde o ano de 2012, como uma das ações do subprojeto de formação docente, intitulado PIBID/UFJF/Matemática Presencial (HENRIQUES et al., 2014), que desenvolvemos no Instituto Estadual de Educação de Juiz de Fora, sob a coordenação de professores da Universidade Federal de Juiz de Fora (UFJF). Tais oficinas são oferecidas gratuitamente, em diferentes horários fora do turno letivo, a todos os alunos de 6º ao 9º anos do Ensino Fundamental e alunos do Ensino Médio que demonstre interesse em discutir questões das edições anteriores da OBMEP e aprender métodos de resolução de problemas, juntos aos bolsistas do subprojeto. Não obstante nosso esforço e disponibilidade, a cada ano o número de alunos interessados em participar destas oficinas é menor. E nos perguntamos, então: *O que podemos fazer a este respeito? Que decisão tomar sobre as oficinas voltadas para a OBMEP?*

Destes fatos e indagações advém nosso interesse em pesquisar sobre os propósitos da OBMEP, porquanto, lidando com a formação de professores que ensinam Matemática, concordamos com Lins (2005), quando afiança que o centro da atividade profissional do professor, seja de que for, é ler os alunos e tomar decisões sobre o que está acontecendo e como seguir. Pensar a formação docente a partir deste paradigma é propiciar o desenvolvimento de um profissional politicamente crítico, ou seja, aquele que subordina suas decisões docentes aos seus pressupostos teórico-epistemológicos e ao seu projeto político e, desta forma, assume uma *autonomia crítica* (SKOVSMOSE, 2001) em sua formação profissional.

## **ALGUNS CONTRASTES E DIVERGÊNCIAS**

Os trabalhos de Bourdieu (2007) e Lins (2004) permitem-nos uma visão crítica das práticas e políticas públicas, a exemplo do que entendemos ser a OBMEP. Com tais aportes, sentimo-nos mais à vontade para defender que a ciência e a escola não são instituições neutras, mas sofrem influências diretas do desenvolvimento político, econômico, etc. assim como também são e fazem política por meio das alianças que

estabelecem com estes setores. Propostas como a de Baldino (1995) rejeitam as práticas avaliativas vigentes – baseadas na docimologia, ou seja, na medida do conhecimento (produto) para seleção, classificação ou corte – que se entendem politicamente neutras e, segundo estes autores, contribuem para o fracasso na aprendizagem e para a exclusão de alunos.

Algumas concepções (e práticas) comuns de avaliação são explicitadas por Lins (1999) nos seguintes termos:

*Há muitas maneiras de se entender o que seja avaliar ou qual o propósito de se avaliar. Com relação a esse propósito podemos, por exemplo, pensar em: (A1) para saber o que está acontecendo; (A2) para saber se o que está acontecendo corresponde ao que queríamos; (A3) para selecionar as pessoas que se comportam, em algum sentido, de uma certa forma dominante e que é considerada correta. (LINS, 1999, p.76)*

E o que é correto, para os gestores da OBMEP, pode não ser o melhor no sentido que explicitamente eles propõem, em relação à Educação Básica, como citamos acima. Ou seja, de acordo com o site oficial (OBMEP, 2015), a Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas “tem como objetivo estimular o estudo da matemática e revelar talentos na área [além de] (...) despertar nos alunos o gosto pela matemática e pela ciência em geral e motivá-los na escolha profissional pelas carreiras científicas e tecnológicas”. Talvez esta escolha profissional seja um fim almejado, dentro das necessidades de formação de engenheiros e profissionais das áreas tecnológicas, estratégicas para o país no contexto econômico mundial. Segundo Vilela e Souza Neto (2012), as primeiras olimpíadas de Matemática surgiram da necessidade de fortalecimento econômico das nações, à época da corrida armamentista e espacial, que engendrou alianças entre os setores acadêmico e político, resultando no Movimento da Matemática Moderna, com o propósito de assegurar o desenvolvimento tecnológico e, por conseguinte, o desenvolvimento econômico das nações do bloco capitalista, no final do século XIX.

Ainda de acordo com o site do programa (OBMEP, 2015), esta olimpíada é uma realização do Instituto Nacional de Matemática Pura e Aplicada (IMPA) com apoio da Sociedade Brasileira de Matemática (SBM), é promovida com recursos do Ministério da Ciência e Tecnologia e Inovação (MCTI) e do Ministério da Educação (MEC), e é dirigida aos alunos do 6º ao 9º ano do Ensino Fundamental e aos alunos do Ensino Médio das escolas públicas municipais, estaduais e federais, que concorrem a prêmios de acordo com a sua classificação nas provas; professores, escolas e secretarias municipais de educação dos alunos participantes também concorrem a prêmios. Mas o que é de fato a OBMEP?

Um estudo sobre os impactos da OBMEP nas escolas públicas (CGEE, 2011), encomendado pelo Ministério da Ciência e Tecnologia, deixa transparecer que, para os especialistas responsáveis pela elaboração daquele documento, a OBMEP é uma política pública educacional, senão vejamos, no capítulo introdutório, o trecho “Essa avaliação tomou como base os próprios objetivos da OBMEP e sugeriu algumas recomendações para aprimorar essa política pública” (Ibidem, p. 7).

Sudbrack e Cocco (2013), com base em extensa revisão bibliográfica envolvendo o mapeamento de dissertações e teses sobre políticas públicas para a educação e avaliação educacional, consideram pertinente enquadrar a OBMEP como uma avaliação de larga escala, pois tem servido de indicador de qualidade educativa na área de Matemática, atendendo a objetivos governamentais (MEC e MCTI) e institucionais (IMPA e SBM).

De forma mais objetiva, Pinheiro (2014) define a OBMEP:

*Apesar de a OBMEP ser tomada pelo Governo como uma política pública de inclusão, examino-a como uma rede de táticas de*

*governo. Em outras palavras, um meio para chegar-se a um fim (estratégia), nesse caso, uma das maneiras para conseguir alunos que saibam competir e ser empreendedores de si. O Governo utiliza a competitividade como estratégia para constituir sujeitos competitivos e individualistas que desempenhem seu papel na sociedade neoliberal. Para conseguir alcançar seus objetivos, um dos meios é a OBMEP, pois esta possui a característica de ocorrer no campo prático. A OBMEP é um esquema operante que se modifica e se transforma no decorrer das avaliações dos resultados obtidos para alcançar as estratégias almejadas. (PINHEIRO, 2014, p.78)*

Uma pesquisa recente (NASCIMENTO, 2014) entrevista, entre outros, uma ex-presidente da SBM, que revela os objetivos iniciais da criação da OBMEP, suas expectativas e decepções:

O meu principal objetivo ao criar a OBMEP era motivar alunos e professores da rede pública no estudo da matemática e dentro de 10 anos integrá-los à OBM que já existia há muitos anos, mas que praticamente não contava com a participação das escolas públicas, obviamente contava com as escolas federais. A minha ideia foi oferecer atividades e materiais interessantes. A integração à OBM não foi alcançada nesses 10 anos de existência da OBMEP. Creio que a prova/prêmios conseguem motivar uma parcela das escolas, mas em número muito reduzido para a demanda nacional. (...) A OBMEP não evoluiu no aprimoramento da prova, em particular no que diz respeito à segurança do sigilo da prova, nem no modelo de prova, e o PIC funciona precariamente. Esses motivos me levaram a sair em 2011 da Direção da OBMEP, uma vez que me vi impotente para mudar essa situação. A OBMEP continua sendo um bom projeto, mas muito aquém das reais possibilidades de alcance que tracei em seu início. (NASCIMENTO, 2014, p.104)

Alves (2010), em sua pesquisa, se propôs a analisar como a OBMEP pode estimular e promover o estudo da Matemática entre os estudantes de escolas públicas e que contribuições a OBMEP oferece para a melhoria da qualidade do ensino da Matemática na Educação Básica. Nesta pesquisa (Ibidem), foram investigados, através de uma abordagem qualitativa, 117 alunos de uma escola estadual da periferia de São Paulo, concluindo, entre outras coisas, que a desmotivação dos alunos em participar das provas da OBMEP se deve à falta de informações e ineficiente divulgação, mas não chega a apontar as possíveis contribuições da OBMEP para a melhoria do ensino da Matemática.

Um estudo realizado por três economistas (BIONDI, VASCONCELLOS & MENEZES-FILHO, 2009), avaliou o retorno econômico desta política pública e concluiu que a realização da OBMEP proporciona benefícios para a qualidade da educação pública do país, com impacto direto nos ganhos futuros em termos de rendimento no mercado de trabalho dos alunos participantes. Neste estudo, através de métodos econométricos específicos, apresenta-se a conclusão de que a OBMEP melhora o desempenho médio das escolas nas avaliações, e mais do que isso, esse ganho ocorre para todos os alunos e não somente para os melhores. Além disto, o retorno monetário esperado da participação dos estudantes na OBMEP foi calculado a partir dessa melhora no desempenho, por número de participações, concluindo que a melhora no desempenho dos jovens na 8ª série afetará positivamente os salários futuros dos jovens no mercado de trabalho. (Ibidem) Nesse documento, fica claro o objetivo de retorno econômico com a OBMEP, o que entendemos ser lícito, embora não seja explicitado entre os objetivos oficiais (OBMEP, 2015). A falta de dados da pesquisa empreendida (BIONDI *et al.*, 2009) é explícita, o que exigiu um levantamento de hipóteses frágeis e pouco prováveis, tornado os resultados da investigação tendenciosos, beirando uma previsibilidade insustentável e reducionista.

Um estudo recente (SOARES, CIPRIANO & SOARES, 2014), também provavelmente encomendado pelos gestores da OBMEP, propôs-se a avaliar o impacto do envolvimento das escolas com a OBMEP sobre os resultados obtidos em Matemática por alunos do nono ano na Prova Brasil dos anos de 2007, 2009 e 2011, no Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) dos anos de 2010, 2011 e 2012 e *do Programme for International Student Assessment (PISA)* em 2009. Os resultados dessa pesquisa, que entendemos um tanto incipientes, apontam para um impacto muito significativo do envolvimento de uma escola com a OBMEP sobre a nota de seus alunos em Matemática, a partir do qual sugerem um envolvimento contínuo da escola com esta iniciativa. Embora os pesquisadores reconheçam a limitação dos dados analisados e o fato de que esse estudo não identifica o mecanismo pedagógico que explique o impacto observado, eles arriscam considerar que o efeito se dá porque as escolas envolvidas com a OBMEP, por um período maior de tempo, modificaram seu projeto pedagógico para o ensino de Matemática incluindo na sua rotina atividades que oportunizam o aprendizado dessa disciplina. E de modo também tendencioso, afirmam que “[os professores das escolas participantes] se envolvem mais com as atividades da OBMEP e com isso se qualificam para melhor ensino” (Ibidem, 2014, p.26).

Realizada de modo inconsistente e duvidoso, outra pesquisa (CGEE, 2011, p.11) traz resultados incoerentes sobre os impactos da OBMEP na motivação de alunos, como estes: “60% dos professores confirmaram que os alunos passaram a estudar mais após a participação na Olimpíada; 41% afirmaram não ter visto alteração em relação aos estudos de seus alunos; para 25% dos gestores, não houve mudança no desempenho dos alunos.”

Victor (2013) conclui sua pesquisa de mestrado revelando uma visão platônica sobre ensinar Matemática, típica de egressos do IMPA (LORETE, 2003), a partir da qual afirma: “Fazer o aluno gostar de estudar Matemática é uma tarefa desafiadora para o professor, e criar instrumentos incentivadores para esse jovem competir numa Olimpíada de Matemática deve ser uma preocupação inserida nessa tarefa” (VICTOR, 2013, p.80).

Diante desses (e de outros tantos) contrastes, incongruências e divergências relativas às características e aos propósitos da OBMEP, que caminhos tomaremos em nosso trabalho no subprojeto PIBID/UFJF/Matemática e em nossos posicionamentos como professores de Matemática? Ainda não o sabemos. Mas sabemos que precisamos ter bem claros nossos objetivos e nossos pressupostos, para levar a termo a investigação da qual a presente revisão/discussão faz parte, e para levar adiante nossos trabalhos como pesquisadores e como educadores matemáticos.

## REFERÊNCIAS

ALVES, W. J. S. **O impacto da Olimpíada de Matemática em alunos da escola pública.** 2010. 30 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2010.

BALDINO, R. R. Avaliação emancipadora ou opressora? **ANDE - Revista Nacional de Educação.** Ano 13, Nº. 21, p. 61-67, 1995.

BIONDI, R. L. ; VASCONCELLOS, L. M. ; MENEZES-FILHO, N. Avaliando o Impacto da Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas no desempenho de matemática nas avaliações educacionais. In: 31º Encontro da Sociedade Brasileira de Econometria, 2009, Foz do Iguaçu. **Anais...** Encontro Brasileiro de Econometria - SBE, 2009.

BOURDIEU, P. **Escritos da Educação.** NOGUEIRA, M. A.; CATANI, A. (orgs.). Petrópolis, RJ: Editora Vozes, 2007.



CENTRO DE GESTÃO E ESTUDOS ESTRATÉGICOS - CGEE. **Avaliação do impacto da Olimpíada Brasileira de Matemática nas escolas públicas** – OBMEP 2010. Brasília: Centro de Gestão e Estudos Estratégicos, 2011.

HENRIQUES, M. D.; CASTILHO, C. R.; JUSTE, P. F.; RAMOS, M. V. M. C.; MULLER, T. L.; DIAS, T. M. Experiências formativas do projeto PIBID/UFJF/Matemática: um lado de dentro da escola pública. In: VI COLÓQUIO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 2014, Juiz de Fora, MG. *Anais...* Juiz de Fora, MG: NIDEEM/UFJF, 2014. v. 1. p. 1-9.

LINS, R. C. A formação pedagógica em disciplinas de conteúdo matemático nas licenciaturas em Matemática. **Revista de Educação PUC-Campinas**, Campinas, v. 18, p. 12, 2005.

LINS, R. C. Matemática, monstros, significados e educação matemática. In: BICUDO, M.A.V.; BORBA, M. C. B. (Orgs.). **Educação matemática: pesquisa em movimento**. São Paulo: Cortez, 2004. v. 1, p. 92-120.

LINS, R. C. Por que discutir teoria do conhecimento é relevante para a Educação Matemática. In: Bicudo, M. A. V. (Org.). **Pesquisa em Educação Matemática: concepções e perspectivas**. São Paulo: Editora da UNESP. p. 75-94, 1999.

LORETE, W. J. S. **Concepções de matemáticos e egressos do IMPA sobre matemática e educação matemática**. 2003. 154 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Centro Pedagógico da Universidade Federal do Espírito Santo, Vitória, 2003.

NASCIMENTO, L. C. **Políticas educacionais de avaliação dos conhecimentos escolares de matemática: campos, agentes e suas filiações**. 2014.162 f. Tese (Doutorado em Educação) – Setor de Educação, Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2014.

OLIMPÍADA BRASILEIRA DE MATEMÁTICA DAS ESCOLAS PÚBLICAS - OBMEP. **Apresentação 2015**, 2015. Disponível em: <<http://www.obmep.org.br/apresentacao>> Acesso em: 01 Ago.2015.

PINHEIRO, J. M. **Estudantes forjados nas arcadas do Colégio Militar de Porto Alegre (CMPA): “novos talentos” da Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas**. 2014. 228 f. Tese (Doutorado em Educação). Universidade do Vale do Rio dos Sinos, São Leopoldo, RS, 2014.

SKOVSMOSE, O. **Educação Matemática crítica: A questão da democracia**. Campinas: Papirus, 2001.

SOARES, C. M. M.; CIPRIANO, E. L. G.; SOARES, J. F. **Impacto da Olimpíada Brasileira de Escolas Públicas (OBMEP) no desempenho em matemática na Prova Brasil, ENEM e PISA**. 2014. Disponível em: <<http://server22.obmep.org.br:8080/media/servicos/recursos/420951.o>> Acesso em 01 Ago.2015.

SUDBRACK, E. M. ; COCCO, E. M. Olimpíada de Matemática das escolas públicas e avaliação em larga escala: contribuições à qualidade educativa. **Pleiade** (Uniamérica) , v. 12, p. 55-71, 2013.

VICTOR, C. A. S. **Olimpíada de Matemática: que preciosidades matemáticas envolvem os problemas desta competição e qual o seu impacto para o professor de matemática sem experiência em olimpíadas e a sua importância para o estudante?** 2013. 95 p. Dissertação (Mestrado em Rede Nacional – PROFMAT). Instituto de Ciências Exatas, Departamento de Matemática, Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, RJ, 2013.

VILELA, D. ; SOUZA NETO, J. A. Práticas de avaliação e capital simbólico da matemática: o caso da OBMEP. **REMATEC**. Revista de Matemática, Ensino e Cultura (UFRN), v. 11, p. 65-84, 2012.

# UMA INVESTIGAÇÃO SOBRE AS DIFICULDADES DOS ALUNOS DAS SÉRIES INICIAIS DO ENSINO MÉDIO ENVOLVENDO FRAÇÕES

Taciany da Silva Pereira<sup>1</sup>,  
Nora Olinda Cabrera Zúñiga<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Universidade Federal de Minas Gerais / Departamento de Matemática, tacyanyp@gmail.com

<sup>2</sup>Universidade Federal de Minas Gerais/ Colégio Técnico da Escola de Educação Básica e Profissional da UFMG, ncabrerazuniga@gmail.com

## Resumo

Desenvolvemos um trabalho com intuito de analisar os principais erros e dificuldades que os alunos apresentam ao resolver problemas que envolvam frações. Existem vários fatores que contribuem para o déficit deste conteúdo. De acordo com várias pesquisas, para que a criança tenha uma ampla compreensão das ideias que estão relacionadas com o conceito de fração, é indispensável que ocorra vários planejamentos e sequências no ensino. Nosso trabalho foi realizado, com alunos do 1º ano do Ensino Médio, de uma escola pública de Belo Horizonte - Minas Gerais. Foi aplicada uma avaliação com questões referentes ao conteúdo de frações, sendo essas apropriadas para o ano que os alunos estão cursando, que nos deram base para refletir em quais pontos os conceitos não estão claros e para que possamos avaliá-los e detectar as dificuldades dos alunos. Com essa pesquisa, foi possível observar nem sempre os alunos compreendem a importância de utilizar o conhecimento de um conteúdo em outras situações. Percebemos que, uma vez que ele entende o significado de uma operação, não quer dizer que consiga utilizar essa “ferramenta” em outros contextos. Através das dificuldades mostradas pelos alunos notamos que as escolas parecem estar trabalhando com regras de caráter algébrico antes que os alunos tenham desenvolvido a ideia central, que é a base do conteúdo. Mas, quando existe um bom planejamento, as operações algébricas são transformadas em algo prazeroso a ser trabalhado pelos alunos, não se tornando então um problema.

**Palavras-chave:** Análise de erros. Frações. Dificuldades

## INTRODUÇÃO

Percebendo a dificuldade dos alunos no conteúdo de Números Racionais, optamos por desenvolver um trabalho com intuito de analisar os principais erros e dificuldades que eles apresentam ao resolver problemas que envolvam frações.

Existem vários fatores que contribuem para o déficit desse conteúdo, como por exemplo o fato dele ser tratado até o sétimo ano do ensino básico, pois os anos seguintes são reservados para álgebra e funções. É necessário que sejam bem trabalhados com crianças de até 10 anos de idade os conceitos de frações aparentes, impróprias e também o fato de que existem frações que representam números inteiros. Caso isso não seja feito, é provável que seja gerado então dificuldades que os acompanharão até o Ensino Superior.

Vários resultados de pesquisas realizadas com referência ao processo de ensino-aprendizagem na área de frações são capazes de indicar que, para que uma criança consiga uma ampla compreensão de todas as ideias que se relacionam com o conceito fração, é preciso que sejam sempre planejadas sequências no ensino, de modo que seja

proporcionado à criança, com o passar do tempo uma experiência adequada com maioria das interpretações.

## **OBJETIVO**

Existem hoje várias pesquisas que investigam a fundo as soluções de questões matemáticas associadas aos erros cometidos pelos alunos. Através delas é possível encontrar dificuldades apresentadas em diversos conteúdos matemáticos. Devido a isso, nosso trabalho tem como objetivo principal analisar os erros recorrentes e tentar entender o ponto em que o conteúdo de Frações não se estruturou. A explicação para isso é que, em uma mesma resolução feita por um aluno, podemos tirar várias conclusões a respeito de sua aprendizagem. Segundo Cury,

*“As investigações apoiadas nos erros não têm o propósito de avaliar o aluno, mas de contribuir para compreender como ele se apropria de um determinado conhecimento e quais as dificuldades que ainda precisa superar até ser capaz de trabalhar com o conteúdo em questão.”.*  
(CURY, 2013, p. 01).

## **METODOLOGIA**

O erro pode ocorrer de várias formas, seja ele por descuido, em que o aluno sabe resolver a questão, e então, refazendo-a, ele é capaz de acertar na próxima tentativa. Se o aluno ainda não conseguiu interpretar a ideia central do exercício, de modo que não consiga organizar seu pensamento, a ajuda do professor é de extrema importância. Com ela, o aluno tem a capacidade de desenvolver seu raciocínio, conseguindo então compreender o conteúdo através desse tipo de erro; nesse caso, chamamos de erro construtivo. Mas, além desses, existem os casos em que o aluno não compreende de forma alguma o que lhe foi pedido, e então não consegue apresentar nenhuma solução para o problema. São esses os alunos que iremos trabalhar na pesquisa. Através de seus erros iniciais, é acarretado diversos outros em situações-problemas distintas pelo fato do aluno não compreender o que está estudando, como consequência não se sente motivado e desafiado com a atividade.

Para essa pesquisa, trabalhamos com alunos do 1º ano do Ensino Médio, de uma escola pública de Belo Horizonte - Minas Gerais amplamente conhecida na cidade e elogiada pela maioria. Seu nome e dos alunos serão mantidos em sigilo, por isso seu nome fictício será “Colégio Bháskara”. A autora Taciany acompanhava a turma com o Programa Institucional de Bolsa de Iniciação a Docência (PIBID), enquanto a orientadora Nora era a professora da turma.

A turma era composta por alunos do 1º ano do Ensino Médio que ainda mostravam dificuldades em conteúdos do Ensino Fundamental e as aulas ocorriam todas as quintas-feiras, com duração de 1 hora e 40 minutos. Paralelo com o ensino regular, foi formada uma turma para esses alunos com dificuldades. A medida que esses alunos se mostravam capazes de fazer as avaliações referente ao conteúdo, ele avança para o próximo conteúdo.

O trabalho desenvolvido com estes alunos é separado em 4 etapas, que denominamos por módulos. Em cada módulo, o aluno fará exercícios relacionados a um determinado conteúdo, e quando finalizar todos os exercícios com a ajuda da professora e dos monitores da sala, eles fazem uma prova com intuito de avaliá-los. Se conseguirem uma nota satisfatória, iniciam outro módulo relacionado a outro conteúdo. As listas de exercícios relacionados aos conteúdos são preparadas basicamente por problemas contextualizados. Baseado nisso, suas avaliações também seguem os mesmos estilos.

Diante disso, conduziremos nosso trabalho com o estudo dos erros cometidos pelos alunos na primeira avaliação do ano de 2015 com o conteúdo de Números Racionais, mais especificamente as Frações, que é o conteúdo encontrado no primeiro módulo.

## RESULTADOS

A turma observada era composta por 30 alunos. Mas, como dito anteriormente, a avaliação poderia ser feita por quem conseguiu concluir as listas de problemas relacionados ao conteúdo. De acordo com isso, no dia da aplicação não se encontravam todos os alunos. No total recebemos 13 avaliações para serem analisadas. A avaliação era composta por 6 questões abertas mas entre elas, escolhemos apenas 3 para fazer nossa análise.

Os problemas propostos aos alunos tinham como objetivo levá-los a perceber o quanto o número fracionário é importante para sua vida e seu aprendizado. Segundo LLINARES et al., 1997, nem sempre o aluno tem a capacidade de transferir o conhecimento do conteúdo em diferentes situações, pois, supondo que ele tenha compreendido o significado da fração em uma situação, fazendo sua representação com diagrama e com a forma numérica ou até mesmo reconhecendo o significado das operações naquele contexto, mas isso necessariamente não implica que ele saiba utilizar essa mesma “ferramenta” em outros contextos, ainda que carregue consigo, de forma implícita a ideia de fração.

É comum que conheçamos algum aluno de matemática, seja da educação básica e até mesmo do ensino superior que tenha passado por dificuldades no aprendizado e na compreensão do número fracionário. Não podemos generalizar, mas, ainda segundo LLINARES et al., 1997, alcançar totalmente o conceito de fração com suas relações requer um processo de aprendizagem em longo prazo. Existe uma grande variedade de estruturas cognitivas no qual as diferentes interpretações das frações se conectam e assim, condicionam o processo de aprendizagem. Não chegamos ao conceito global de fração de uma só vez.

Na avaliação feita pelos alunos, a primeira questão era a seguinte:

1. *Que números devem ser colocados no lugar  $a$ ,  $b$ , e  $c$ , de forma a tornar as frações abaixo equivalentes?*

$$\frac{8}{a} = \frac{2}{5} = \frac{14}{b} = \frac{c}{10}$$

De acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) de 1998, “Ao trabalhar com os números racionais, os alunos acabam tendo de enfrentar vários obstáculos: cada número racional pode ser representado por diferentes (e infinitas) escritas fracionárias: por exemplo  $\frac{1}{3}, \frac{2}{6}, \frac{3}{9}, \frac{4}{12}, \dots$  são diferentes representações de um mesmo número.”. Esse foi um dos obstáculos citados que define corretamente nosso problema. Para essa questão, o aluno deve ser capaz de lembrar o conceito de Frações Equivalentes, no qual são frações distintas e que representam a mesma quantidade.

Na avaliação feita pelos alunos, a resposta correta seria  $a = 20$ ,  $b = 35$  e  $c = 4$ , mas 69% dos alunos do Colégio Bháskara erraram. Aqui, o maior erro foi baseado no fato de que era possível encontrar uma fração equivalente a  $\frac{8}{a} = \frac{2}{5}$  apenas achando um número que, multiplicando por 2 resultasse em 8. Da mesma forma aconteceu para encontrar  $b$ , no qual o aluno, multiplicando 2 por um número que resultava em 14, usou esse mesmo para encontrar  $b$ . Mas, todos os erros giravam em torno de  $c$ , pois existia a dupla igualdade entre  $\frac{8}{2} = \frac{2}{5}$  e  $\frac{2}{5}, \frac{14}{b}$ , mas não existia entre  $\frac{14}{b} = \frac{c}{10}$ , ou seja, não era fácil encontrar um

fração equivalente com essa igualdade. O aluno esquece que, por se tratar de várias igualdades, as frações  $\frac{2}{5} = \frac{c}{10}$  também indicam o mesmo resultado e, a partir disso, ele deixa de ver que também consegue operar de modo que encontre frações equivalentes. É relativamente grande o número de alunos que tentaram de alguma forma encontrar o valor de  $c$ , mas que não obtiveram sucesso. Na maioria dos casos, o aluno nem sequer explicou seu raciocínio. Dentre as respostas estavam:  $c = 8, 7, 40$  e  $6$ . Diante disso, acreditamos que o aluno não estava acostumado a fazer exercícios desse tipo ou então faltou atenção em perceber que a igualdade vale para todas frações.

Ainda de acordo com os PCN, os alunos do sexto e sétimo ano do ensino fundamental “têm boas condições para perceber que os números têm múltiplas representações e compreender melhor as relações entre representações fracionárias e decimais, frações equivalentes, escritas percentuais e até a notação científica.”. Mas, no nosso trabalho acompanhamos alunos do 1º ano do Ensino Médio, que nos diz que as dificuldades ultrapassam o ensino fundamental. As dúvidas que, teoricamente deveriam ser sanadas quando ainda estavam no ensino fundamental passam a bloqueá-los no andamento dos seus estudos do ensino médio.

Dando sequência à avaliação entregue aos alunos, a segunda questão analisada é a seguinte:

*3) Numa competição de caminhada, João, Pedro, Ana e Maria partiram no mesmo instante, cada um no seu ritmo. Após uma hora, João tinha andado seis oitavos do caminho; Pedro, nove doze avos; Ana, três oitavos; e Maria, quatro sextos. Com base nessas informações, determine a ordem em que os quatro competidores se encontram após esse intervalo do tempo.*

Novamente se trata de frações equivalentes. Diferente da questão anterior, essa é baseada em fatos, no qual o aluno deve perceber que existem diversas formas de se abordar o mesmo conteúdo, seja com exercícios algébricos ou com situações-problemas. Nessa questão obtivemos 54% de acerto. A única forma que pensamos para a resolução dessa questão é baseado em, transformar as frações dadas pelo problema em outras equivalentes às iniciais e posteriormente utilizar o conceito de parte-todo, no qual devemos tomar o denominador como um todo e o numerador fará o papel de determinar a ordem em que os competidores se encontraram depois do intervalo de tempo.

Os erros dos alunos nos mostraram que eles não sabiam que, utilizando parte-todo, eles chegariam no resultado esperado. Então, as respostas foram as mais diversas: alunos incluíram “x”, de modo que tentassem resolver com a ajuda da álgebra e outros somaram as frações e, com o mínimo múltiplo comum (m.m.c) tentaram encontrar o mesmo denominador, provavelmente na intenção de transformá-las em frações equivalentes.

A partir da análise da segunda questão pudemos perceber que a ideia central de fração como parte-todo ainda é vaga na cabeça dos alunos. Isso nos dá mais clareza da tamanha deficiência na aprendizagem de números racionais ainda no ensino fundamental. E, a consequência dessa dificuldade vem acarretando vários erros no ensino médio, como podemos perceber nessa avaliação.

Além disso, voltamos a ideia de frações equivalentes. Nos PCN podemos encontrar a seguinte afirmação: “O conceito de equivalência, assim como a construção de procedimentos para a obtenção de frações equivalentes são fundamentais para resolver problemas que envolvem a comparação de números racionais expressos sob a forma fracionária e efetuar cálculos com esses números.”. E, é exatamente o que a nossa questão propõe, mas isso ainda é um desafio para os alunos que não sabem o porquê e para quê as frações equivalentes existem.

Nós, no papel de professores, devemos levar em conta que, no conjunto dos números racionais é possível que encontremos diversas interpretações a partir de um mesmo assunto e ainda considerarmos o processo de aprendizagem a longo prazo das frações. Devemos equilibrar o significado das frações em contextos concretos práticos, que são as situações-problema e o significado das frações em contextos abstratos que são feitos cálculos sem nenhum contexto, totalmente com caráter algébrico, segundo LLINARES et al., 1997. Então, na segunda questão voltamos ao que já foi dito que, o aluno tem dificuldade de interpretar e fazer uso da mesma “ferramenta” em contextos diferentes.

Dando continuidade, analisamos então a terceira e última questão escolhida da avaliação, que foi a seguinte:

4) *Uma corda de  $7\frac{1}{2}$  m deve ser cortada em 30 pedaços de igual comprimento. Quanto deve medir cada pedaço?*

Confessamos que essa foi nossa maior surpresa: Apenas 23% dos alunos acertaram a questão, que é o equivalente à apenas 3 alunos.

O que foi possível observar é que os alunos apresentaram grande dificuldade em transformar fração mista em fração imprópria. Mas, conforme acompanhamos a turma, observamos que os alunos fizeram muitos exercícios relacionados à isso. Além disso, encontramos muitos erros envolvendo as operações, como somar e subtrair frações, o que consideramos erros graves. Acreditamos que um possível motivo para o resultado não satisfatório dessa questão, seria que o aluno não consegue imaginar uma corda de  $7\frac{1}{2}$  m, portanto não conseguem pensar em como fariam a divisão de 30 pedaços iguais.

Como já foi citado, a turma trabalha, antes da realização das avaliações, com listas de exercícios contextualizados, que tem como função fazer o aluno pensar, interpretar e resolver a questão usando o raciocínio, ou seja, adequando seu aprendizado em situações-problemas diferentes. E, essa é então uma questão que, antes que o aluno pegue seu lápis, ele deve pensar no real significado de uma corda ser medida através de uma fração mista. Está aí nosso maior inimigo: a deficiência na interpretação.

Durante as aulas era possível notar que os alunos aplicavam ‘macetes’ na transformação das frações mista para imprópria. Para esse procedimento, os livros didáticos indicam que, devemos fazer a soma de  $7 + \frac{1}{2}$ . Mas não é uma regra, já que a professora da turma exige apenas que o aluno exponha seu raciocínio e que, com o uso de macetes ou formalmente, consiga encontrar o mesmo resultado. Mas, dentre todos os erros, foi notório o fato de que a maioria não soube fazer a transformação de frações. De acordo com o PCN, “Quanto ao cálculo da adição e da subtração envolvendo frações com denominadores diferentes, pode-se transformá-las em frações com o mesmo denominador (não necessariamente o menor), aplicando as propriedades das frações equivalentes.”, mas infelizmente não encontramos esse tipo de resolução na questão, o que nos mostra o quanto as frações equivalentes são importantes, mas mal interpretadas.

Concordamos com LLINARES et al., 1997 quando dizem que precisamos então aceitar que os alunos podem desenvolver a ideia de fração relacionado com parte-todo em um certo momento do ensino e, quando ele amplia seu conhecimento do conceito de frações para outras interpretações, a noção primitiva se readapte, e então se modifica a cada contexto diferente. Digamos que esse é o real processo de aprendizagem no conteúdo de frações. Mas, infelizmente escolhemos essa turma para mostrar que nem sempre isso ocorre. É visível que os alunos resolvem o exercício sem sequer fazer qualquer tipo de ligação entre um contexto e outro, tornando então as mais diversas questões em exercícios individuais, resolvidas mecanicamente.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

Concordamos que, inicialmente as interpretações de números racionais são diversas, de modo que cada uma delas sejam tratadas individualmente. Mas, conforme é apresentado outras maneiras, essas divisões de significados vão diminuindo, de modo que, o trabalho algébrico, envolvendo números e equações, passa de uma interpretação à outra sem nenhum impedimento conceitual. A generalização e a síntese do conteúdo matemático pode ser a peça chave para que o aluno desenvolva seu raciocínio com facilidade. Então, por isso acreditamos que fosse importante trabalhar com os erros dos alunos, de forma a identificar suas falhas e posteriormente ajudá-los a diminuí-las.

Quando se trata de frações, sabemos que esse é um tema complexo. O professor deve então trabalhar o conteúdo de formas diferentes, de maneira que o aluno seja capaz de identificar as frações em variados contextos. Um exemplo disso é o uso das resoluções de problemas, pois, com eles o aluno parte do conhecimento prévio da sua vivência e então adapta a ele o que está estudando no momento. Com isso, o professor cria oportunidades de trabalhar o mesmo conceito de várias formas.

Mas, concordamos com Ferreira *et al.* quando dizem que

*“alguns erros cometidos pelos alunos da escola podem indicar falhas estratégicas no processo de ensino. Muitas vezes as questões conceituais e mais sutis ou não são trabalhadas em sala de aula ou, quando trabalhadas, não se leva em conta, efetivamente, o caráter processual do aprendizado”.*

e isso foi bem representado no nosso trabalho, pois estávamos tratando de alunos do 1º ano do ensino médio com dificuldades que não foram sanadas no ensino fundamental. O que nos leva a concluir que seu aprendizado não foi suficiente e houve falhas no percurso. Quando focamos na relação parte-todo e frações equivalentes pudemos, através delas identificar claramente seus erros e dúvidas.

As dificuldades apresentadas pelos alunos podem estar diretamente relacionadas com o fato de que as escolas começam trabalhando com as regras de caráter algébrico sem que antes os alunos consigam ter a base do conteúdo desenvolvido suficientemente. Mas, um bom trabalho com as frações contribui para que as operações algébricas não se tornem um problema para os alunos, e sim uma solução.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

CURY, H. N. O papel do erro na aprendizagem de matemática. Disponível em: < [www.sbembrasil.org.br/files/ix\\_enem/Palestra/PA%20-%202013.doc](http://www.sbembrasil.org.br/files/ix_enem/Palestra/PA%20-%202013.doc) > Acesso em: 20 jul. 2015

FERREIRA, M. C.C.; MOREIRA, P. C.; SOARES, E. F. Frações: o que os erros dos alunos podem ensinar aos professores. Presença Pedagógica, Belo Horizonte, v. 5, n.29, set./out.1999.

LLINARES, S.; SÁNCHEZ, M. V. As frações: diferentes interpretações. **Fracciones: la relación parte-todo**. Madrid: Síntesis, 1997.

PARÂMETROS CURRICULARES NACIONAIS. Disponível em: < <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/matematica.pdf> > Acesso em: 19 jul. 2015

# UMA PROPOSTA PARA A UTILIZAÇÃO DE PLANILHAS ELETRÔNICAS EM PROBLEMAS DE SISTEMAS DE EQUAÇÕES LINEARES

Hugo Luiz Gonzaga Honório<sup>1</sup>  
Marinalva Passamai Alvarenga<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Ufjf/Educação Matemática/ hugohonorio12@gmail.com

<sup>2</sup> Ufjf/ Educação Matemática/ passamai.marinalva@gmail.com

## Resumo

Este trabalho apresenta sugestões de exercícios exploratórios que visam utilizar as potencialidades de planilhas eletrônicas no ensino de Sistemas de Equações Lineares. Devido a facilidade de manipulação das ferramentas e fácil acesso ao seu pacote, a planilha eletrônica escolhida foi o Excel. Um fator que contribuiu para a escolha da planilha eletrônica como a tecnologia utilizada na atividade é a representação por Equação Matricial de Sistemas Lineares que torna a planilha eletrônica uma tecnologia adequada à representação de um sistema. Os problemas resolvidos na atividade são contextualizados e representam situações reais que podem ser modelados por sistemas de equações lineares.

**Palavras-chave:** Matemática, Tecnologias, Planilhas Eletrônicas, Matrizes, Sistemas Lineares.

## INTRODUÇÃO

As reflexões sobre a utilização das novas tecnologias de informação e de comunicação (NTICs) nas aulas de matemática estão cada vez mais presentes nas pesquisas em Educação Matemática, que procuram maneiras de aplicá-las de modo a contribuir no processo de aprendizagem.

A partir do final da década de 90, os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs) acompanhando o desenvolvimento das tecnologias no país, já apontavam a importância das NTICs na educação, bem como sua utilização integrada ao ensino da matemática. Segundo Castro (2000):

*Para os PCNs o computador é, ao mesmo tempo ferramenta e instrumento de mediação. Ferramenta porque permite ao usuário realizar atividades que, sem ele, seriam muito difíceis ou mesmo impossíveis: construir objetos virtuais, fazer simulações, realizar cálculos complexos com rapidez e eficiência, editar textos. (CASTRO, 2000, p. 1)*

A utilização de computadores nas aulas de matemática no ensino médio pode ter vários objetivos pedagógicos, como por exemplo desenvolver atividades com softwares que possibilitem aos alunos a investigar, pensar e resolver problemas.

Atualmente, existe uma grande diversidade de softwares livres. E, Campos (2009) define como sendo estes “softwares que podem ser usados, copiados, estudados, modificados e redistribuídos sem restrição”. Como exemplos de softwares livres temos o Geogebra, o Cabri, Graphiquation e Winplot, que são chamados softwares educacionais, pois foram projetados por uma metodologia que o inserem no processo de aprendizagem.



Outro software com um grande potencial pedagógico é a planilha eletrônica. A planilha eletrônica é um software aplicativo, ou seja, é um tipo de software concebido para desempenhar tarefas práticas ao usuário para que este possa concretizar determinados trabalhos. Elas possuem uma forma de registro de dados muito comum no dia-a-dia de nossas anotações

Pacotes de programas para escritório contêm vários tipos de programas, incluindo as planilhas eletrônicas. Os mais populares são o Microsoft Office e MS Works, LotusWorks, iWork, AppleWorks, WordPerfect e StarOffice/BrOffice. Os programas de planilhas eletrônicas de cada um deles são respectivamente: Excel, Lotus 123, Numbers, AppleWorks Spreadsheet, Quattro Pro e Calc. O Excel da Microsoft será a planilha eletrônica utilizada nas atividades descritas nesse trabalho.

Muitos são os trabalhos que discutem o uso de softwares como a planilha eletrônica do Excel no ensino da matemática: Shinoda (1998), Stieler (2007) e Branco (2005) relataram o uso do Excel no ensino da Matemática Financeira. Sampaio (2008) relatou sua experiência no ensino de proporcionalidade, Lapponi (2005) na Estatística, Neurath & Stephens (2006) estudaram o efeito do uso do Excel no ensino de álgebra em turmas de ensino médio nos EUA, observando o aumento do interesse dos alunos.

Neste contexto, o presente trabalho explora as potencialidades de uma planilha eletrônica, no caso o Microsoft Excel, aplicada à resolução de problemas de Sistemas Lineares, fazendo o uso de sua representação na forma matricial.

## **SISTEMAS LINEARES, MATRIZES E PLANILHAS ELETRÔNICAS**

A importância do estudo de sistemas lineares é destacada por vários autores. Segundo Lima (1993), os sistemas lineares configuram um tópico importante na grade curricular do ensino médio devido seu grande potencial de aplicação. Ainda para ele, a utilização de computadores em problemas de sistemas lineares oferece a oportunidade de explorar diversas estratégias de resolução.

Nesse sentido, ao pensar na resolução de sistemas lineares com o auxílio de um computador, deve-se levar em consideração se a metodologia tecnológica utilizada é adequada à sua forma de representação.

No que se refere a representação de sistemas lineares, a representação por equação matricial trazida em livros pode justificar a utilização de planilhas eletrônicas em resolução de problemas. De fato, um sistema de equações algébricas de ordem  $n$ , que é um conjunto de  $n$  equações com  $n$  incógnitas,

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n} = b_{11} \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2n} = b_{21} \\ \vdots \\ a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \cdots + a_{nn} = b_{n1} \end{cases}$$

Podemos representá-lo pela equação matricial

$$AX = B$$

onde  $A = \begin{pmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & \cdots & a_{nn} \end{pmatrix}$  é a matriz dos coeficientes,  $X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix}$  é a matriz das variáveis e

$$B = \begin{pmatrix} b_{11} \\ b_{21} \\ b_{31} \\ \vdots \\ b_{n1} \end{pmatrix}$$
 é a matriz dos termos independentes.

Dessa forma, pode-se ver a relação entre matrizes e sistemas lineares quanto à representação, já que todo sistema pode ser escrito na forma de equação matricial.

Para Boldrini (1980) a matriz é uma tabela de elementos dispostos em linhas e colunas, assim como a planilha eletrônica, que é um software que utiliza tabelas para realização de cálculos, tornando-a uma ferramenta tecnológica adequada para se utilizar nas atividades propostas.

Para a resolução dos sistemas propostos nas atividades, será utilizado o Método da Matriz Inversa, pois:

- Os problemas serão modelados em sistemas quadrados, ou seja, cuja matriz dos coeficientes é uma matriz quadrada e, no caso dos exercícios propostos é inversível.
- Os cálculos que serão necessários são facilmente executados com os comandos do Excel, que será a planilha utilizada.

O interesse em utilizar matrizes inversíveis é pelo fato de dado um sistema de  $n$  equações e  $n$  incógnitas, de equação matricial  $AX=B$ , se soubermos que a matriz  $A$  é inversível ou soubermos calcular sua inversa, então o sistema se resolve apenas efetuando a multiplicação da matriz  $A^{-1}$  com  $B$ , pois

$$AX=B \Rightarrow X=(A^{-1}A)X=A^{-1}(AX)=A^{-1}B$$

A partir da metodologia descrita nesse tópico serão apresentadas no próximo tópico as resoluções de exercícios de sistemas lineares por meio da planilha eletrônica.

## ATIVIDADES REALIZADAS

O primeiro exercício a ser resolvido trata de um problema de adubação de um terreno. Os dados do problema são números decimais que são difíceis de serem manipulados sem o auxílio de calculadora ou algum software.

Exercício 1: Para adubar um terreno, um agrônomo necessita acrescentar a ele 210 g de nitrogênio, 260g de fósforo, 280g de potássio e 310g de magnésio. Ele dispõe de quatro marcas de adubo:

- O adubo A que em cada quilograma contém 10g de nitrogênio, 50g de fósforo, 90g de potássio e 45g de magnésio.
- O adubo B que em cada quilograma contém 10g de nitrogênio, 75g de fósforo, 40g de potássio e 30g de magnésio

- O adubo C que em cada quilograma contém 55g de nitrogênio, 20g de fósforo, 20g de potássio e 40g de magnésio.
- O Adubo D que em cada quilograma contém 10g de nitrogênio, 25g de fósforo, 20g de potássio e 60g de magnésio

Quanto de cada adubo esse agrônomo deve misturar para obter a mistura comercial desejada?

Para a resolução desse exercício, o problema foi modelado pelo seguinte sistema:

$$\begin{cases} 10x+10y+55z+10t=210 \\ 50x+75y+20z+25t=260 \\ 90x+40y+20z+25t=280 \\ 45x+30y+40z+60t=310 \end{cases}$$

Onde  $x, y, z$  e  $t$  representam as quantidades dos adubos A, B, C e D respectivamente. Na figura 1 que é apresentada abaixo, temos a resolução do problema na planilha eletrônica do Excel.

Figura 1 – Resolução do exercício 1 na planilha Excel

| B                           | C        | D        | E        | F        | G | H | I                   | J        | K |
|-----------------------------|----------|----------|----------|----------|---|---|---------------------|----------|---|
| Matriz dos Coeficientes     |          |          |          |          |   |   |                     |          |   |
|                             | 10       | 10       | 55       | 10       |   |   |                     | 1,522161 |   |
| A=                          | 50       | 75       | 20       | 25       |   |   | $A^{-1} \times B =$ | 1,168184 |   |
|                             | 90       | 40       | 20       | 25       |   |   |                     | 3,076283 |   |
|                             | 45       | 30       | 40       | 60       |   |   |                     | 1,390098 |   |
| Matriz Inversa de A         |          |          |          |          |   |   |                     |          |   |
|                             | -0,00068 | -0,0076  | 0,017391 | -0,00397 |   |   | Adubo A=            | 1,53g    |   |
|                             | -0,00077 | 0,019888 | -0,0087  | -0,00453 |   |   | Adubo B=            | 1,17g    |   |
| $A^{-1}=$                   | 0,020804 | -0,00166 | 0        | -0,00277 |   |   | Adubo C=            | 3g       |   |
|                             | -0,01298 | -0,00314 | -0,0087  | 0,023759 |   |   | Adubo D=            | 1,4g     |   |
| Matriz Termos independentes |          |          |          |          |   |   |                     |          |   |
|                             | 210      |          |          |          |   |   |                     |          |   |
| B=                          | 260      |          |          |          |   |   |                     |          |   |
|                             | 280      |          |          |          |   |   |                     |          |   |
|                             | 310      |          |          |          |   |   |                     |          |   |

Pode-se observar na resolução que a matriz  $A^{-1}$  e o produto  $A^{-1} \times B$  foram calculados através das fórmulas da planilha eletrônica do Excel. Respondendo à questão, temos que serão necessários 1,53g do adubo A, 1,17g do adubo B, 3g do adubo C e 1,4g do adubo D.

O segundo exercício proposto foi retirado do livro Álgebra Linear, 3º edição do autor José Luiz Boldrini, na página 54.

Exercícios 2: Sabe-se que uma alimentação diária equilibrada em vitaminas deve constar de 170 unidades (u) de vitamina A, 180 u de vitamina B, 140 u de vitamina C, 180 u de vitamina D e 350 u de vitamina E. Com o objetivo de descobrir como deverá ser uma refeição equilibrada, foram estudados 5 alimentos. Fixada a mesma quantidade (1g) de cada alimento, determinou-se que:

- o alimento I tem 1 u de vitamina A, 10 u de vitamina B, 1 u de vitamina C, 2 u de vitamina D e 2 u de vitamina E.
- o alimento II tem 9 u de vitamina A, 1 u de B, 0 u de C, 1 u de D e 1 u de E.
- o alimento III tem 2 u de vitamina A, 2 u de B, 5 u de C, 1 u de D e 2 u de E.
- o alimento IV tem 1 u de A, 1 u de B, 1 u de C, 2 u de D e 13 u de E.

(v) o alimento V tem 1 u de A, 1 u de B, 1 u de C, 9 u de D e 2 u de E. Quantos gramas de cada um dos alimentos I, II, III, IV e V devemos ingerir diariamente para que nossa alimentação seja equilibrada?

Se denotamos por  $x_1$  a quantidade de alimento 1 (em gramas) ingeridas diariamente e assim sucessivamente,  $x_j$  denota a quantidade do alimento j ingerida diariamente, teremos o sistema linear

$$\begin{cases} x_1 + 9x_2 + 2x_3 + x_4 + x_5 = 170 \\ 10x_1 + x_2 + 2x_3 + x_4 + x_5 = 180 \\ x_1 + 0x_2 + 5x_3 + x_4 + x_5 = 140 \\ 2x_1 + x_2 + x_3 + 2x_4 + 9x_5 = 180 \\ 2x_1 + x_2 + 2x_3 + 13x_4 + 2x_5 = 350 \end{cases}$$

Onde a resolução na planilha eletrônica é apresentada na figura 2 a seguir.

Figura 2 – Resolução do exercício 2 na planilha Excel

| A                           | B        | C        | D        | E        | F        | G | H | I | J | K  | L |
|-----------------------------|----------|----------|----------|----------|----------|---|---|---|---|----|---|
| Matriz dos Coeficientes     |          |          |          |          |          |   |   |   |   |    |   |
| A=                          | 1        | 9        | 2        | 1        | 1        |   |   |   |   |    |   |
|                             | 10       | 1        | 2        | 1        | 1        |   |   |   |   |    |   |
|                             | 1        | 0        | 5        | 1        | 1        |   |   |   |   |    |   |
|                             | 2        | 1        | 1        | 2        | 9        |   |   |   |   |    |   |
|                             | 2        | 1        | 2        | 13       | 2        |   |   |   |   |    |   |
| Matriz Inversa de A         |          |          |          |          |          |   |   |   |   |    |   |
| A <sup>-1</sup> =           | -0,01078 | 0,106558 | -0,03565 | -0,00585 | -0,00372 |   |   |   |   | 10 |   |
|                             | 0,112877 | -0,00512 | -0,04011 | -0,00659 | -0,00419 |   |   |   |   | 10 |   |
|                             | 0,005299 | -0,01537 | 0,213006 | -0,01976 | -0,01257 |   |   |   |   | 20 |   |
|                             | -0,00641 | -0,01071 | -0,02326 | -0,01377 | 0,082147 |   |   |   |   | 20 |   |
|                             | -0,00931 | -0,01902 | -0,00612 | 0,118398 | -0,01556 |   |   |   |   | 10 |   |
| Matriz Termos Independentes |          |          |          |          |          |   |   |   |   |    |   |
| B=                          |          | 170      |          |          |          |   |   |   |   |    |   |
|                             |          | 180      |          |          |          |   |   |   |   |    |   |
|                             |          | 140      |          |          |          |   |   |   |   |    |   |
|                             |          | 180      |          |          |          |   |   |   |   |    |   |
|                             |          | 350      |          |          |          |   |   |   |   |    |   |

Assim como na primeira atividade, as matrizes  $A^{-1}$  e o produto  $A^{-1} \times B$  foram obtidos pelas fórmulas da planilha eletrônica do Excel. Assim, respondendo à questão serão necessários 10g do alimento I, 10g do alimento II, 20g do alimento III, 20g do alimento IV e 10g do alimento V.

A atividade pode ser mais explorada pelo professor, percebendo que a medida em que mudamos os valores na matriz dos coeficientes ou dos termos independentes, o resultado final também muda, sem a necessidade de fazer novamente os mesmos cálculos. Por exemplo, se nessa mesma planilha alterarmos o valor do elemento da primeira linha e primeira coluna da matriz dos coeficientes para 0, teremos um resultado final diferente, como segue abaixo na figura 3.

Figura 3 – Resolução do exercício 2 com alterações em elementos da matriz A

| B                           | C        | D        | E        | F        | G        | H | I | J | K        |
|-----------------------------|----------|----------|----------|----------|----------|---|---|---|----------|
| Matriz dos Coeficientes     |          |          |          |          |          |   |   |   |          |
| A=                          | 0        | 9        | 2        | 1        | 1        |   |   |   |          |
|                             | 10       | 1        | 2        | 1        | 1        |   |   |   |          |
|                             | 1        | 0        | 5        | 1        | 1        |   |   |   |          |
|                             | 2        | 1        | 1        | 2        | 9        |   |   |   |          |
|                             | 2        | 1        | 2        | 13       | 2        |   |   |   |          |
| Matriz Inversa de A         |          |          |          |          |          |   |   |   |          |
| A <sup>-1</sup> =           | -0,01066 | 0,105422 | -0,03527 | -0,00579 | -0,00369 |   |   |   | 9,893393 |
|                             | 0,111674 | 0,006778 | -0,04409 | -0,00724 | -0,00461 |   |   |   | 11,11674 |
|                             | 0,005243 | -0,01481 | 0,212819 | -0,01979 | -0,01259 |   |   |   | 20,05243 |
|                             | -0,00634 | -0,01138 | -0,02303 | -0,01373 | 0,082171 |   |   |   | 19,93661 |
|                             | -0,00921 | -0,02001 | -0,00579 | 0,118452 | -0,01553 |   |   |   | 9,90787  |
| Matriz Termos Independentes |          |          |          |          |          |   |   |   |          |
| B=                          |          | 170      |          |          |          |   |   |   |          |
|                             |          | 180      |          |          |          |   |   |   |          |
|                             |          | 140      |          |          |          |   |   |   |          |
|                             |          | 180      |          |          |          |   |   |   |          |
|                             |          | 350      |          |          |          |   |   |   |          |

Para tal alteração teríamos como resultado 9,89g do alimento I, 11,11g do alimento II, 20,05g do alimento III, 19,93g do alimento IV e 9,9g do alimento V.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

O conteúdo de sistemas lineares tem um grande potencial exploratória quanto a resolução de questões de aplicação. A utilização da planilha eletrônica nas atividades descritas pode proporcionar aos alunos um momento de investigação, pois como descrito no exercício dois, a medida em que se modifica algum valor da matriz dos coeficientes ou a matriz dos termos

Independentes, é possível verificar as alterações na resposta final sem a necessidade de colocar novamente as matrizes na planilha.

Essas atividades podem ser trabalhadas com turmas do ensino médio ou até mesmo com alunos do ensino superior.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BOLDRINI, J. L.; COSTA, S. I.; FIGUEREDO, V.; WETZLER, H. G. **Álgebra linear**. 3ª ed. São Paulo: Harper & Row do Brasil, 1980

CAMPOS, A. **O que é um software livre**. Disponível em: < <http://br-linux.org/2008/01/faq-softwarelivre.html> >. Acesso em: 28 maio. 2015.

CASTRO, J. A. d., Barreto, A. R., & Corbucci, P. R. **A reestruturação das políticas federais para o ensino fundamental**: descentralização e novos mecanismos de gestão. Rio de Janeiro: Ipea, 2000.

LAPPONI, J. C. **Estatística usando excel**. Rio de Janeiro: Elsevier, 2005.

LIMA, E. L. Sobre o ensino de sistemas lineares. **Revista do Professor de Matemática**, São Paulo, n. 23, p. 8-18, mês. 1993.

NEURATH, R. A., & STEPHENS, L. J. (2006). The effect of using Microsoft Excel in a high school algebra class. **International Journal of Mathematical Education in Science and Technology**, v. 37, n.6, p. 721-726.

SAMPAIO, P. A. S. R. **Uma experiência com o Excel sobre proporcionalidade directa, utilizando o quadro interactivo**. In ProfMat2008. Elvas: APM, 2008.

SHINODA, Carlos. **Matemática Financeira para usuários do Excel**. 2. Ed. São Paulo: Atlas, 1998.

STIELER, E. C. **Uso da tecnologia da informática no Ensino Superior**: um estudo da aplicação da planilha eletrônica Excel na disciplina de Matemática Financeira. 2007. 85 f. Dissertação (Mestrado Profissionalizante em Ensino de Física e de Matemática) – Centro Universitário Franciscano, Unifra, Santa Maria, 2007.

# UMA REFLEXÃO SOBRE O ENSINO DE ÁLGEBRA E A TEORIA DE VYGOTSKY

Vanessa Rodrigues Ferreira

Silvana Cordeiro de Oliveira

João Bosco Laudares

PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DE MINAS GERAIS – PUC/MG

e-mail: vanrofer@yahoo.com.br

## Resumo

O presente artigo tem como objetivo inspirar os professores a conhecerem as teorias de Vygotsky, para auxiliá-los no ensino-aprendizagem de álgebra, pois este conteúdo tem se tornado um verdadeiro tormento para os alunos nos dias atuais. Faz uma abordagem verificando o porquê do déficit de aprendizagem e apresenta novas propostas para o efetivo ensino da álgebra, não tendo com isto, a pretensão de apresentar uma fórmula mágica que sanaria todas as dificuldades encontradas pelos alunos e professores ao trabalharem com o conteúdo algébrico.

**Palavras-chave:** Álgebra; Ensino; Aprendizagem.

## A sistematização da matemática

O saber matemático para ser considerado um saber científico, necessita ser registrado por uma linguagem codificada e passar pelos membros da comunidade científica e estes devem respeitar o conjunto de idéias. Por conseguinte, após a validação por parte dessa comunidade, o conhecimento passa a ser um saber científico como lembra Pais (2002, p. 18).

No entanto, o conhecimento matemático produzido ao longo da história da humanidade, conforme argumenta Davis<sup>1</sup> (apud Pais, 2002), fundamenta-se em três concepções sendo uma delas tratada como *platonismo*, que consiste em relatar os objetos matemáticos já existem na natureza como idéias puras e acabadas. Sendo assim, o saber matemático consiste na generalização do real. Ou seja, não se poderia dizer que houve a invenção dos conceitos matemáticos, mas sim, a sua descoberta, pois estes já existiam antes de qualquer esforço intelectual.

Portanto, o saber científico da matemática consiste em uma codificação do real afastando-se o máximo possível de sua aplicação concreta. Nas academias são estes saberes, dentre outros, os ensinados aos licenciados em matemática. Cabendo aos futuros professores durante o exercício de sua profissão, fazer a transposição didática de uma linguagem codificada carregada de símbolos tal como são encontrados nos textos e relatórios técnicos, para uma linguagem acessível ao aluno sem tornar o saber científico num saber puramente simplificado como destaca Pais (2002, p.21).

Para que o ensino da matemática tenha um significado para o aluno é necessário fazer a contextualização, por isto, cabe ao educador todas as vezes que ensina determinado conteúdo questionar o contexto de sua origem e quais são os fatores que justificam a sua presença no currículo escolar.

## Algumas considerações sobre Vygotsky

---

<sup>1</sup> DAVIS, P. e HERSH, R. A experiência Matemática. Rio de Janeiro: Francisco Alves, 1985.

A luz de Oliveira (2009, p.19), Lev Semenovich Vygotsky nasceu na hoje extinta União Soviética em 1896 e morreu prematuramente aos 37 anos devido à tuberculose, casou-se e teve duas filhas.

A sua educação formal até os 15 anos foi em casa com tutores particulares. Fez os dois últimos anos do curso secundário num colégio privado e daí ingressou na Universidade de Moscou onde fez o curso de direito. Ao mesmo tempo frequentou o curso de história e filosofia na Universidade Popular de Shanyavskii. No entanto, não recebeu nenhum título acadêmico nesta universidade.

Todavia, foi nesse local que aprofundou seus conhecimentos em psicologia, filosofia e literatura, o que foi de grande valia para a sua vida profissional posterior. Devido ao seu interesse por problemas neurológicos e como forma de compreender o funcionamento psicológico do ser humano, ingressou no curso de medicina, parte em Moscou e outra em Kharkov.

A vida profissional e sua produção literária foram muito diversificadas, segundo relato de Oliveira (2009, p.21). Atuou como professor e pesquisador nas áreas de psicologia, pedagogia, filosofia, literatura, deficiência física e mental, atuando em diversas instituições de ensino e pesquisa, e concomitantemente, escrevia, lia e proferia conferências.

A produção de Vygotsky não chega a ser um sistema explicativo completo, articulado do qual se pudesse extrair uma “teoria vygotkiana” bem estruturada. Mas sim, textos repletos de ideias fecundas e de entusiasmo. Não se trata de um trabalho individual, teve alguns colaboradores, dos quais, destacam-se Alexander Romanovich Luria e Alexei Nikolaievich Leontievas.

Os temas centrais dos estudos de Vygotsky foram o desenvolvimento humano, aprendizagem e as relações entre desenvolvimento e aprendizagem. O desenvolvimento de uma pessoa se dá no campo pessoal, como um indivíduo da espécie humana.

O desenvolvimento ocorre também de acordo com a aprendizagem do sujeito com o meio externo Oliveira (2009, p.56) diz que o indivíduo que convive em um grupo social que desconhece a escrita jamais será alfabetizado. O processo de leitura e escrita será desencadeado somente se este indivíduo for submetido a um processo de alfabetização, sendo assim o seu desenvolvimento será alterado.

*“E essa importância que Vygotsky dá ao papel do outro social no desenvolvimento dos indivíduos cristaliza-se na formulação de um conceito específico dentro de sua teoria, essencial para a compreensão de suas idéias sobre as relações entre desenvolvimento e aprendizado: o conceito de zona de desenvolvimento proximal.” (Oliveira 2009, p.58)*

A capacidade de um indivíduo de realizar uma tarefa sozinho sem o auxílio de outra pessoa Vygotsky chama esta capacidade de zona de desenvolvimento real. Caracteriza-se como sendo o resultado do processo de desenvolvimento já completado, já consolidado. Vygotsky chama a atenção para atividades que um indivíduo pode desempenhar com o auxílio de outra pessoa mais capacitada, dando dicas ou pistas. A esse desenvolvimento ele chama de zona de desenvolvimento potencial.

Essa capacidade de realizar uma atividade com a ajuda de outra pessoa é fundamental na teoria de Vygotsky, Oliveira lembra que “... representa, de fato um momento do desenvolvimento: **não é qualquer indivíduo que pode, a partir da ajuda de outro, realizar qualquer tarefa.**” (2009, p.59). O negrito fica por conta da autora que cita a situação de uma criança de cinco anos ser capaz de construir uma torre de cubos sozinho mas o mesmo não acontece com uma criança de três anos, que para construir a torre necessita da assistência de alguém. Este momento do desenvolvimento caracteriza-se não a capacidade desenvolvida pela

criança, porém etapas futuras nas quais com o auxílio de outra pessoa, afeta primordialmente a sua ação individual.

A zona de desenvolvimento potencial é importante na teoria de Vygotsky, porque demonstra a importância das relações entre o sujeito e o ambiente social para o desenvolvimento das funções psicológicas humanas.

*“...zona de desenvolvimento proximal como “ a distância entre o nível de desenvolvimento real, que se costuma determinar através da solução independente de problemas, e o nível de desenvolvimento potencial, determinado através da solução de problemas sob a orientação de um adulto ou em colaboração com companheiros mais capazes.” (Oliveira 2009, p.60)*

Zona de desenvolvimento proximal é, portanto, um domínio psicológico em constante transformação, aquilo que não se consegue fazer sozinha hoje, a criança conseguirá amanhã. Os membros mais desenvolvidos de uma sociedade ajudando no desenvolvimento dos mais imaturos.

Sendo assim, para Vygotsky o professor tem um papel fundamental, de interferir na zona de desenvolvimento proximal dos alunos provocando avanços que não ocorreriam espontaneamente. Segundo Oliveira (2009, p.62) **“O único bom ensino, afirma Vygotsky, é aquele que se adianta ao desenvolvimento.”**

As metodologias utilizadas na escola como demonstrações, assistência, fornecimento de pistas, instruções e outros são muito importantes para promover o ensino. A intervenção do professor e interação com os colegas gera ambiente propício e muito rico para gerar um desenvolvimento individual.

Convém destacar que a intervenção defendida por Vygotsky, não significa uma volta ao ensino tradicional, diretiva e autoritário, em que o professor é o centro do saber, pelo contrário, este deverá interagir e instigar o aluno a reconstruir o saber, de acordo com Oliveira (2009, p.63) “Vygotsky trabalha explícita e constantemente com a idéia de reconstrução, de reelaboração, por parte do indivíduo, dos significados que lhe são transmitidos pelo grupo cultural.”

Neste contexto o trabalho em equipe é fundamental, pois um indivíduo tende a fazer o que o outro fez e com isso desenvolver o seu aprendizado, isto é, na situação em que o aluno se encontra na zona de desenvolvimento proximal de um conteúdo sabe fazer mais com a ajuda e pistas dos colegas. Oliveira (2009, p. 63) “Imitação, para ele não é mera cópia de um modelo, mas reconstrução individual daquilo que é observado nos outros.”

A postura da interação e da troca de experiências foi vivida por Vygotsky e seus colaboradores também no nível da pesquisa, pois, interagiam com os sujeitos da pesquisa, para assim, provocar transformações importantes no seu comportamento.

### **Algumas aplicações das teorias de Vygotsky no ensino de matemática**

Oliveira (2009, p.78) relata que para Vygotsky “a inserção do indivíduo num determinado ambiente cultural é parte essencial de sua própria constituição enquanto pessoa.” Ao analisar essa concepção na escola, percebe-se o relevante papel que as instituições de ensino fornecem à vida do cidadão. Porque é neste ambiente em que várias pessoas se interagem, trocam experiências, buscam excessivamente neste meio, as várias ciências sistematizadas.

Dentre essas ciências temos a matemática, um dos conteúdos estudados por todo aluno que frequentou ou frequenta uma escola em qualquer parte do mundo é a álgebra.



Como relata Lins e Gimenez (1997, p.9) para muitos alunos representa um grande corte na matemática, pois de repente há introdução de operações com letras e isto ocorre na 7ª série do ensino fundamental. Alguns podem interpretar a grande dificuldade encontrada pelos alunos, ao fato de não terem maturidade, no entanto, Lins e Gimenez (1997, p.94) relatam uma experiência em que o ensino de álgebra foi iniciado de forma tardia (por volta dos 14-15 anos de idade). Isto ocorreu na Inglaterra com o projeto CSMS.

Este projeto teve grande repercussão, pois ao colocar em prática esta sugestão obteve como resultado alunos que terminavam o ensino fundamental sem qualquer educação algébrica, no máximo, os alunos considerados na faixa superior em matemática, aprendiam álgebra de uma forma bastante superficial. Ainda hoje a universidade inglesa sente o efeito desse processo sobre os alunos que fizeram parte deste projeto.

No entanto Lins e Gimenez (1997, p.104) fazem uma análise das várias abordagens algébricas chegando à conclusão que todas elas possuem em comum o fato de voltarem o seu olhar para onde o aluno deve chegar, mas se o aluno não atinge o objetivo desejável, os modelos tendem a trazê-lo para o desejável sem procurar saber onde ele está. De acordo com as observações feitas por Vygotsky, pode ser uma das razões pelas quais os alunos apresentam dificuldades no aprendizado de álgebra.

Na tentativa de trazer um significado para o estudo de álgebra e sanar as dificuldades encontradas pelos alunos, Lins e Gimenez (1997, p. 113) lembra que os estudos do russo V. V. Davydov com alunos de 7 e 8 anos, este procura dar significado para expressões através da utilização de diagramas e a constante intervenção do professor, tomando como base este estudo, Lins e Gimenez (1997, p.124), apresenta uma releitura desta proposta para o ensino de álgebra.

Coxford e Shulte (1995, p.113), descrevem alguns métodos para a resolução de equações, sendo que a construção é feita de tal maneira a levar em consideração o desenvolvimento e capacidade de compreensão do aluno. Os métodos oferecidos são para a construção de uma sequência de ensino evolutiva que consiste em: gerar, avaliar, esconder, desfazer e equações equivalentes tendo como base constante a intervenção do professor no sentido de provocar o aluno, sendo que os conhecimentos da álgebra vão sendo introduzidos de forma progressiva e tendo como ponto de partida o conhecimento prévio do aluno.

Outro aliado do ensino de álgebra seria a modelagem matemática, sendo que esta consiste em partir de onde o aluno se encontra e é necessário conhecer a sua realidade e reconhecer a existência de um problema real, por conseguinte, adequar este problema a linguagem matemática no sentido de procurar a sua solução matemática e social.

*“... quem nos deu o direito de tirar o cotidiano dos alunos para depois devolver isso a ele? Não é que nós não possamos devolver, é muito mais: nunca conseguiremos tirar-lhes esse cotidiano; quando eles vêm para a escola, o cotidiano deles vem junto com eles, ou seja, o que eles são, foram, gostam ou não, de que eles têm medo, tudo está ali na hora de se dar o aprendizado, junto com eles na aula de Matemática.” (Meyer 2011, p. 26)*

Ao trabalhar matemática fazendo uso de modelagem, aproxima-se do Programa Etnomatemática:

*“A cultura, que é o conjunto de comportamentos compatibilizados e de conhecimentos compartilhados, inclui valores. Numa mesma cultura, os indivíduos dão as mesmas explicações e utilizam os mesmos instrumentos materiais e intelectuais no seu dia-a-dia. O conjunto desses instrumentos se manifesta nas maneiras, nos modos, nas habilidades, nas artes, nas técnicas, nas **ticas** de lidar com o ambiente, de entender e explicar fatos e fenômenos, de ensinar e compartilhar tudo isso, que é o **matema** próprio do grupo, à*

*comunidade, ao etno. Isto é, na sua etnomatemática.” (D’Ambrosio, 2005, p. 35)*

Outro forte aliado no ensino de álgebra seriam as atividades de investigação a matemática, porque elas possibilitam ao aluno trabalhar em equipe, de forma que para Ponte (2009, p.14) investigar é descobrir relações matemáticas entre objetos desconhecidos e conhecidos procurando encontrar propriedades para estes objetos. Sendo assim o ensino de álgebra através de atividades de investigação matemática seria de grande valia, pois assim, o aluno tem a possibilidade de formular, provar a veracidade e aprimorar hipóteses, em seguida, expor através de argumentação e discussão para os colegas e professores, os resultados obtidos. Nesse sentido a investigação matemática trás para a sala de aula um espírito de atividade matemática pura e o aluno é chamado a agir como um matemático. Neste tipo de atividade o professor tem o papel de moderador e ao mesmo tempo garantir que sejam transmitidos os resultados, os processos mais significativos da investigação e estimular a participação dos alunos. Assim sendo, atividade de investigação matemática é um excelente auxílio na aprendizagem de álgebra, porque permite atingir os dois objetivos centrais apresentados por Lins e Gimenez (1997, p.152): “ 1) permitir que os alunos sejam capazes de produzir significados (em nosso sentido) para a álgebra; 2) permitir que os alunos desenvolvam a capacidade de pensar algebricamente.”

## **Conclusão**

Ao fazer um paralelo entre o ensino de álgebra e as teorias de Vygotsky, observa-se que para o ensino deste conteúdo, primeiramente, deve-se saber em que nível encontra-se o aluno e assim desenvolvê-lo. Isto explica o porquê do desafio do ensino de álgebra na sétima série ou oitavo ano do ensino fundamental, pois até então o aluno não havia trabalhado com álgebra, e de repente, é feita esta introdução, em que ocorre uma ruptura no processo de aprendizagem da matemática.

Sendo assim, Lins e Gimenez, nos alerta e sugere que o ensino de álgebra seja introduzido nas séries iniciais. Logo, no decorrer de uma vida escolar, o aluno progressivamente, se familiarizará e adquirirá intimidade com a álgebra, por sua vez, modificando a sua zona de desenvolvimento proximal, para assim, atingir em álgebra o nível de desenvolvimento real.

O mesmo pode-se observar quanto à interferência do professor na aprendizagem do aluno, pois ele é a pessoa mais indicada e experiente, para dar dicas, pistas e até mesmo estimular a cooperação mútua dos alunos em sala, a fim de oferecer uma maior socialização do saber, ou seja, aquele que já alcançou o nível de desenvolvimento real em álgebra poderá ajudar quem ainda encontra-se na zona de desenvolvimento proximal, há se transformar em nível de desenvolvimento real.

É impossível pensar na aprendizagem matemática sem a presença do professor, tendo em vista que a matemática é uma ciência que ao ser reconhecida como saber sistematizado, afasta-se o máximo possível do real. Com isto é usada uma linguagem própria cheia de códigos, e às vezes, até ler um livro de matemática, torna-se complicado, se o leitor não tiver um conhecimento prévio do código ou símbolo usado no texto.

Mais complexa ainda torna-se a tarefa do aluno em ler, decodificar os símbolos e interpretá-los, para em seguida, aplicá-los em seu cotidiano, como ser social do qual todo indivíduo faz parte. Portanto, o professor de matemática é primordial, para a aprendizagem, principalmente em álgebra, pois se trata da interpretação, operação e generalização do real em uma linguagem toda codificada sejam por meio de cálculo literal, equações, funções, gráficos, dentre outros.

## REFERÊNCIAS

COXFORD, Arthur F. e SHULTE, Alberto P.. **As ideias da álgebra**. São Paulo: Atual, 1995.

D'AMBROSIO, Ubiratam. **Etnomatemática – elo entre as tradições e a modernidade**. Belo Horizonte: 2 ed. Autêntica, 2005.

LINS, Rômulo Camos; GIMENEZ, Joaquim. **Perspectivas em aritmética e álgebra para o século XXI**. Campinas, SP: Papirus, 7ed, 1997. (Coleção Perspectivas em Educação Matemática).

MEYER, João Frederico da Costa; CALDEIRA, Ademir Donizeti; MALHEIROS, Ana Paula dos Santos. **Modelagem em Educação Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2011.

OLIVEIRA, *Marta Kohl* de. **Vygotsky: aprendizado e desenvolvimento: um processo sócio-histórico**. São Paulo: Scipione, 2009.

PAIS, Luiz Carlos. **Didática da Matemática: uma análise da influência francesa**. Belo Horizonte: 2ed. Autêntica, 2002.

PONTE, João Pedro; BROCARD, Joana; OLIVEIRA, Hélia. **Investigações Matemáticas na Sala de Aula**. Belo Horizonte, MG: Autêntica, 2ed, 2009.

# USANDO O LÚDICO NA APRENDIZAGEM

Natália Cardozo Elias

## RESUMO

O presente trabalho relata de forma sucinta, minha participação e experiência no Programa Institucional de Bolsa de Iniciação a Docência (PIBID), vinculado a Universidade Federal do Rio de Janeiro (UFRJ), com alunos da rede pública de ensino.

O foco do Projeto PIBID é desmistificar nos alunos a ideia de que matemática é difícil e impossível de ser aprendida, aproximando-os dos estudos e fazendo com que não abandonem o Ensino Médio, pelo contrário, nossa intenção é levá-los até o Ensino Superior. Queremos que acreditem que eles também são capazes de ingressar no 3º grau. O principal meio utilizado para tal será relembrar conteúdos passados e reforçar os atuais através de atividades lúdicas, que não apenas divertem, mas também possibilitam a aprendizagem de forma gradativa e inconsciente nos alunos.

**PALAVRAS-CHAVE:** PIBID; Atividades lúdicas; Jogos matemáticos; Brincando e aprendendo.

## INTRODUÇÃO

Os dois últimos anos da minha trajetória acadêmica muito contribuíram na minha formação e atuação em sala de aula, pois sou ex-aluna da UFRJ (Universidade Federal do Rio de Janeiro) e ex-participante do projeto PIBID (Programa Institucional de Bolsa de Iniciação a Docência).

Na parte de Matemática, o Projeto PIBID era composto por alguns alunos de Licenciatura da UFRJ que atuavam ministrando aulas de reforço para alunos da rede pública de colégios conveniados que eram selecionados pela CAPES. Por se tratar de aulas cujo assunto já tinha sido previamente visto pelos alunos, nós do projeto PIBID, optamos por trabalhar de forma mais dinâmica com eles.

A ação no projeto me permitiu destacar e acompanhar a construção das mudanças que o avanço do conhecimento e as demandas da sociedade exigem. Com esta oportunidade de trabalho, me senti mais apta, qualificada e confiante a desenvolver minhas funções, tendo a total consciência de meus deveres e obrigações.

*O Projeto PIBID teve foco no 1º ano do Ensino Médio*

Por ser a série que apresenta o percentual de reprovação mais elevado, escolhemos trabalhar, prioritariamente, com alunos do 1º ano do Ensino Médio. Essa é uma etapa que marca o início de um novo ciclo escolar, onde os conteúdos são subdivididos, mais extensos e aprofundados. É cobrada uma maior responsabilidade e disciplina nos estudos para que o aluno apresente um desempenho escolar satisfatório.

Além disso, um percentual dos jovens, por se encontrarem na faixa etária de 15 anos, começa a trabalhar fora para ajudar os pais na renda familiar ou qualquer outra eventualidade, passando a se dedicar mais ao trabalho do que aos estudos. Chegamos numa fase em que a busca por sua identidade é intensificada.

Muitos veem a escola como um ambiente que não lhes traz retorno, pois não enxergam utilidade prática em tudo àquilo que está sendo ensinado e não conseguem se imaginar cursando o ensino superior, por não terem condições de pagar uma faculdade particular e/ou por se acharem incapazes de obter uma aprovação em faculdade pública, logo, o retorno financeiro imediato passa lhes ser bem mais atrativo. É por tais motivos que temos, ao passar dos anos, alunos cada vez mais desinteressados dentro de sala de aula.

### *A metodologia posta em prática*

Como alternativa de atrair os alunos aos estudos, damos ênfase na importância de se trabalhar as atividades lúdicas, pois, não apenas divertem, também permitem extrair das atividades com materiais manipulados, elementos para gerar conhecimento, interesse e fazer com que os estudantes pensem com certa motivação. Essa não é uma prática inovadora. É possível encontrar textos dos anos 70 e 80 que mencionam a utilização de jogos como recurso didático, mas, embora seja prazerosa, exige mais tempo para planejamento e cuidado na execução da atividade a ser aplicada. Os jogos, quando bem utilizados, garantem resultados eficazes na educação.

É importante destacar, que a atividade lúdica foi utilizada como um recurso para driblar a desmotivação dos alunos, sendo uma maneira eficiente de introduzir novos conceitos e fixar conteúdos. Foi possível perceber que os jovens estão cada vez mais desmotivados, e por isso a utilização das atividades lúdicas foi à ferramenta de ensino pensada para despertar o interesse desses jovens, sem que provocasse, nos mesmos, uma sensação de cansaço proveniente da repetição, ou seja, rever, o mesmo conteúdo, com a mesma didática. Outro ponto que merece ser mencionado é que a elaboração de atividades lúdicas como método de ensino é facilitado com o advento de novas tecnologias, que permite levar para sala de aula algo que é de comum interesse dos jovens.

Ao longo do ano letivo, nós, licenciandos, construíamos atividades a serem desenvolvidas com os alunos. De uma forma geral, é feito uso de atividades lúdicas como recurso para o ensino da matemática. Elas podem ser uma brincadeira, um jogo ou qualquer outra atividade que permita tentar uma situação de interação, sendo uma maneira que o docente tem de diminuir os bloqueios pré-existentes e ao mesmo tempo lhes causar prazer e entretenimento quando de sua execução. São lúdicas as atividades que propiciam a experiência completa do momento, associando o ato, o pensamento e o sentimento.

Na prática, as informações são transmitidas de uma forma dinâmica e interessante, em um ambiente diferente e criativo, sem ser rotineiro, em que o professor fica na condição de estimulador, condutor e avaliador. No entanto, o educador é o elo entre o lúdico e os alunos e consegue com isso buscar uma maior interação em sala de aula, pois cresce a vontade de aprender, o interesse pelo conteúdo aumenta, estimulando-os a serem pensadores, questionadores e não repetidores de informações.

O jogo propicia um maior envolvimento do aluno, estimula sua inteligência, possibilita o desenvolvimento do raciocínio lógico, da criatividade, além de permitir-lhes ensinar a discernir valores éticos e morais, formando cidadãos conscientes dos seus deveres e de suas responsabilidades. Mas ao optarem por trabalhar a Matemática por meio dos jogos, o professor deve considerar de suma importância à definição dos conteúdos e das habilidades presentes nas brincadeiras e o planejamento de sua ação com o objetivo de o jogo não se tornar mero lazer e seu foco principal se perca no meio do caminho.

Ensinar a resolver problemas é um dos muitos objetivos da matemática. As situações que se tornam possíveis de se criar através dos jogos representam uma boa situação-problema, que quando bem elaboradas, o professor consegue além de transmitir o

conteúdo da matéria, mas também potencializar as capacidades múltiplas de seus alunos, ampliando as possibilidades de compreender e transformar a realidade. O aluno acaba tendo que produzir e oferecer soluções as situações-problemas impostas pelo educador.

Toda criança que participa de atividades lúdicas, adquire novos conhecimentos e desenvolve habilidades de forma natural e agradável, que gera um forte interesse em aprender e garante o prazer. As atividades conseguem provocar uma aprendizagem mais eficiente que ocorre de maneira gradativa e inconsciente no aluno, tornando-se assim um possível e grande aliado aos professores na caminhada para bons resultados.

### *Algumas atividades desenvolvidas*

Irei citar algumas das atividades organizadas para se trabalhar com nossos alunos, explicar o motivo da criação de alguns jogos matemáticos e seus objetivos e aplicabilidades. Apresentarei também atividades realizadas no campus da UFRJ.

Importantes habilidades matemáticas são postas em prática de uma maneira divertida e criativa, através de brincadeiras. Serão relatadas brevemente, algumas atividades aplicadas ao longo do ano letivo com os alunos.

#### NA SALA DE AULA:

- **Jogo do Quadrado**

É um desafio que coloca em jogo a multiplicação e deixa o aluno cada vez mais íntimo da tabuada, podendo assim fixar um conteúdo essencial à matemática de uma forma descontraída e divertida. Esse jogo é fundamental e fácil de ser elaborado. Pode ser aplicado em sala de aula, em grupos de 4 ou 5 pessoas, a qualquer época do ano e com qualquer série do Ensino Fundamental II ou Ensino Médio, basta regular seu nível de dificuldade de acordo com o público alvo;

- **Dominó**

Vários conteúdos matemáticos podem ser aplicados a ele, mas os que demos ênfase foram às quatro operações (soma, subtração, divisão e multiplicação) e as equações do 2º grau. Criamos dois dominós, cada um com seu respectivo assunto, no qual os alunos tinham que resolver, podendo ser mentalmente ou em folha branca e posteriormente, encontrar suas soluções para então realizarem suas jogadas. O objetivo é exercitar a matemática de uma forma mais atraente;

- **Batalha Naval**

Como para algumas crianças é difícil enxergar a existência dos números inteiros negativos e suas respectivas posições ocupadas na reta numérica, imaginou-se que a aplicação de um jogo onde fossem bem explorados os números inteiros em conjunto com o plano cartesiano seria muito importante e mais fácil para sua compreensão. O jogo também é bastante conhecido pelos alunos e além de trabalhar o conceito de ordem numérica, ele permite uma base melhor para a introdução do conceito de função;

- **Corrida das sequências**

Nosso principal objetivo na elaboração deste jogo é construir um pensamento matemático voltado para o conteúdo de PA e PG com o auxílio do lúdico, ou seja, aprendendo através do divertimento. Conseguimos, com isso, introduzir os conteúdos centrais e formalizar a definição de progressões aritméticas e geométricas já explicitadas anteriormente em sala de aula. É criado, por todos os licenciando, um banco de questões nos níveis fácil, médio e difícil para serem resolvidas com os alunos de uma forma mais natural e empolgante onde para avançar uma casa na corrida das sequências e chegar até o

“pódio” é necessário resolver corretamente as questões. Dessa maneira, possibilitamos a realização de atividades visando à aprendizagem de forma integrada e contextualizada;

- **Tangram**

É um quebra-cabeça chinês formado por um total de 7 peças (5 triângulos, 1 quadrado e 1 paralelogramo). Com essas peças podemos formar várias figuras, tais como animais, plantas e pessoas, utilizando todas elas sem sobrepô-las. Segundo a Enciclopédia do Tangram é possível montar mais de 1700 figuras com as 7 peças. Utilizamos esse quebra-cabeça como instrumento facilitador da compreensão das formas geométricas. Além de ajudar no estudo da geometria, à medida que ele desenvolve a criatividade e o raciocínio lógico, dois itens que também são fundamentais para o estudo da matemática;

- **Jogos com palitos de fósforos**

São jogos de lógica usando os palitos de fósforos. O raciocínio lógico é uma ferramenta fundamental na estruturação do pensamento ao resolver problemas matemáticos, por isso é imprescindível selecionar atividades que incentivem os alunos a resolver questões, tomar decisões, perceber regularidades, analisar dados, discutir e aplicar ideias. É fundamental deixar que o aluno escolha livremente o método que vai utilizar para concluir a questão, pois não adianta resolver tal problema para ele se o próximo será diferente, logo, o importante é despertar no aluno o saber matemático para que ele encare o próximo exercício como um desafio a ser superado. O importante é ensinar nosso aluno a pensar por si mesmo, até que ele chegue ao pensamento necessário para resolver a questão, propondo-lhes sempre situações novas e variadas para que seu raciocínio lógico seja exercitado e se desenvolva. Devemos permitir que os alunos sintam-se capazes de vencer dificuldades com as quais se defrontam e tomarem iniciativa para resolvê-las de modo independente;

- **Olimpíadas de Matemática**

Nosso principal objetivo na elaboração e aplicação deste jogo é fazer com que a turma tenha uma revisão dos principais pontos da matéria que foi ensinada até aquele instante, pois esse jogo consegue unir em um único questionário questões de vários conteúdos. Essa pode ser também uma forma de avaliar o que a turma apreendeu de cada assunto e descobrir com clareza as dificuldades ainda existentes para alguns;



C.E. Sargento Wolff em 27/04/2010

Jogos com palitos de fósforos.



C.E. Olinto da Gama Botelho em 03/12/2010

Olimpíadas de Matemática.



C. E. Antônio Prado Junior em 07/10/2010

Batalha Naval.



C. E. Antônio Prado Junior em 30/06/2010

Dominó.



CIEP326 Professor César Pernetta em 07/10/2010

Tangran.

## NO LABORATÓRIO DE INFORMÁTICA:

A sociedade vive o ápice da informação e do seu desenvolvimento tecnológico e econômico, onde é natural a aquisição de novos hábitos incorporados à forma de viver, de trabalhar, de se organizar e, também, de fazer educação. Sabemos que ninguém melhor do que os jovens do século XXI pra se render ao avanço tecnológico, por isso, tamanho a importância de encontrarmos um meio em que os recursos computacionais pudessem nos ajudar nesse processo de ensino-aprendizagem da Matemática.

O mundo da tecnologia é cheio de formas, imagens, cores e novidades que chamam a atenção das crianças e dos jovens de hoje, podendo levá-los a ter uma melhor compreensão de tudo aquilo que já aprenderam e o que podem vir a aprender, ampliando cada vez mais seus conhecimentos. Até mesmo para aqueles em que o primeiro contato virtual se dá através da escola, é interessante, impactante e excitante trabalhar com o novo.

Para auxiliar na prática pedagógica dos professores de Matemática junto à informática costumam-se serem usados softwares matemáticos que fazem parte de uma informática educativa. Eles são construídos especificamente para serem usados no âmbito educacional, sendo qualquer professor capaz de criar o seu, atendendo sob medida à realidade de seus alunos. Podemos citar o GeoGebra, o Graphmática e o Poly como alguns dos softwares mais utilizados hoje em dia pelos professores de matemática.

Os softwares quando bem aplicados, além de abrilhantar e tornar as aulas mais interessantes e dinâmicas acaba por fortalecer o raciocínio lógico e propiciar um melhor desenvolvimento cognitivo e intelectual do aluno.



C.E. Sargento Wolff em 24/08/2010 – Laboratório de Informática

### *Visita realizada a Universidade Federal do Rio de Janeiro:*

Muito dos alunos indagavam-nos sobre como era o ambiente de uma universidade pública, sua estrutura, seu tamanho e etc, como forma de esclarecer a curiosidade dos alunos, conversamos com nossos coordenadores e conseguimos o aval para uma visita a universidade. O objetivo central é proporcionar aos alunos participantes do Projeto PIBID conhecer a Universidade Federal do Rio de Janeiro – UFRJ em especial o Instituto de Matemática – IM/UFRJ e suas dependências físicas, como laboratórios, auditórios, salas de aula, bibliotecas e etc., bem como a realização de atividades lúdicas que levassem os alunos a utilizarem o raciocínio lógico, matemático e sua agilidade.

A visita também nos ajuda a estreitar cada vez mais o contato que existe entre os alunos do ensino médio da rede pública e o ambiente de ensino superior, estimulando-os ao 3º grau e mostrando que também são capazes de estarem ali, estudando naquele ambiente, indo à busca de seus ideais. Conseguimos aos poucos renovar suas esperanças em busca do ensino superior.





Visita do C.E. Sargento Wolff em 30/09/2010 – Auditório do Centro de Tecnologia UFRJ

### *Algumas observações e constatações*

Muitos alunos relataram ter tido uma afinidade maior com a matemática após aderirem ao Projeto. Os alunos passaram a comparecer mais as aulas e a prestar mais atenção na matéria dada em sala. A convivência com os colegas de classe melhorou. Além do desempenho e participação nas aulas, suas notas também subiram, o que lhes gerou motivação para estudar cada vez mais a matéria e, em muitos casos, passando até mesmo gostar da disciplina de matemática.

Para muitos, conhecer a matemática de uma forma diferente da tradicional e poder sanar dúvidas de séries anteriores, os deixaram mais próximos da disciplina e lhes fizeram ver que matemática não é uma matéria impossível de se aprender. Para maioria o que faltava era à base das séries passadas e a prática do conteúdo através das atividades propostas.

### REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

[http://portalideb.inep.gov.br/index.php?option=com\\_content&view=frontpage&Itemid=1](http://portalideb.inep.gov.br/index.php?option=com_content&view=frontpage&Itemid=1) 11/06/2015

<http://g1.globo.com/bom-dia-brasil/noticia/2010/07/consulte-notas-do-ideb-2009.html> 08/07/2015

<http://portal.mec.gov.br/cne/arquivos/pdf/escassez1.pdf> (divulgado em maio 2007) 14/07/2015

<http://www.projetos.unijui.edu.br/matematica/cnem/cnem/principal/re/PDF/RE25.pdf> 20/07/2015

### EVENTUAIS ANEXOS

Podemos constatar a opinião de alguns alunos sobre o trabalho realizado no projeto PIBID através dos depoimentos selecionados abaixo:

As atividades do PIBID são ótimas, pois nos ensina a matemática de uma forma diferente da sala de aula, através de jogos entre outras atividades. Meu interesse pela matemática aumentou, passei a gostar e ter mais paciência com relação a matéria e o relacionamento com os colegas participantes do projeto ficou melhor e com professores também quebrando o gelo existente em sala de aula.

# USO DO SOFTWARE GEOGEBRA COMO SUPORTE PARA ESTUDO DOS CILINDROS NO CONTEXTO DO ENSINO SUPERIOR

Leidiane Cequeira Santos<sup>1</sup>  
Edson Crisostomo dos Santos<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Universidade Estadual de Montes Claros – UNIMONTES, [matematicacomleidiane@live.com](mailto:matematicacomleidiane@live.com)

<sup>2</sup>Universidade Estadual de Montes Claros – UNIMONTES/ Departamento de Ciências Exatas,  
[edsoncrisostomo@yahoo.es](mailto:edsoncrisostomo@yahoo.es)

## Resumo

Tradicionalmente o estudo de cilindros contempla apenas os cilindros circulares, carecendo de atividades que possibilitem a compreensão da definição formal desse conceito matemático. Este trabalho trata-se de um relato de experiência baseado em atividades desenvolvidas pelos acadêmicos da Licenciatura em Matemática na disciplina Educação Matemática no Ensino Superior. Fazemos um recorte de atividades de Geometria Analítica no Ensino Superior, centrada no estudo de cilindros circulares e elípticos. O objetivo deste trabalho consiste em produzir materiais didáticos com a utilização de tecnologias no processo de ensino e aprendizagem de conceitos de Matemática no Ensino Superior. Utilizamos o software GeoGebra na produção e desenvolvimento das atividades devido à sua potencialidade na visualização das construções e aos aspectos dinâmicos que podem contribuir com a compreensão dos significados dos conceitos matemáticos.

**Palavras-chave:** Geometria Analítica, Cilindros, Ensino Superior, Software GeoGebra.

## INTRODUÇÃO

A Geometria está em toda parte, mas é preciso conseguir enxergá-la, lidamos em nosso cotidiano com as ideias de paralelismo, perpendicularidade, congruência, semelhança, proporcionalidade, medição de comprimento, área ou volume, simetria tanto pelas formas, uso no lazer, na profissão ou na comunicação oral, cotidianamente estamos envolvidos com a Geometria. Lorenzato (1995, *apud* SANTOS *et al.*, 2010).

A Geometria Analítica é uma disciplina da grade curricular dos cursos superiores na área de exatas, como por exemplo, Engenharia, Matemática e Física e tem sido uma das grandes responsáveis pelo alto índice de reprovação nesses cursos (SIMOES *et al.*, 2014).

Na concepção de Pavanello (1993), as dificuldades no aprendizado da Geometria decorrem em grande parte por causa do abandono de seu ensino no Brasil. Pois a ausência do ensino da Geometria e a ênfase no ensino da Álgebra podem estar prejudicando a formação dos alunos por privá-los da possibilidade do desenvolvimento integral dos processos de pensamentos necessários à resolução de problemas matemáticos, tanto algébricos quanto geométricos. Essa autora considera que o trabalho realizado com Geometria favorece a análise de fatos e de relações, o estabelecimento de conexões entre eles e a dedução proporcionando novos fatos e novas relações.

A metodologia tradicional de ensino é dada através de uma rotina de execução, o que conduz à falta de criatividade e consequentemente ineficiência. Nesse sentido, acredita-se que o professor deve buscar uma nova forma de atuar, na qual ele deixe de ser um "reprodutor" do livro didático, aquele que tão somente despeja conteúdo na lousa, e seja um construtor de conhecimento (SIMÕES, *et al.*, 2014).

O uso de novas tecnologias e softwares matemáticos tem propiciado alternativas para o trabalho de diversos temas pertinentes ao ensino de matemática em sala de aula. Dentre tantas opções de recursos tecnológicos, encontramos o software matemático GeoGebra em sua versão 5.0 que reúne Geometria, Álgebra, Cálculo e Estatística; reúne também as características de um software de geometria dinâmica, pois permite construir vários objetos como pontos, vetores, segmentos, retas, seções cônicas, gráficos de funções e curvas parametrizadas, os quais podem, depois ser modificados dinamicamente. Esse software possibilita as construções de sólidos e de superfícies geométricas no espaço tridimensional.

## REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Consideramos que a elaboração de atividades adequadas ao ensino dos conceitos da Geometria deverá contribuir para que os estudantes desenvolvam certas habilidades como: visualizar e interpretar desenhos; raciocinar de maneira lógica para buscar a solução de problemas; utilizar formas e padrões geométricos para representar, visualizar e interpretar o mundo que o cerca.

O debate sobre o papel da visualização no processo do ensino de matemática tem sido discutido, principalmente na vertente do pensamento visual e raciocínio visual. De acordo com Santos (2014), os educadores matemáticos reconhecem o potencial e o poder da visualização, porém, a sua implementação na sala de aula não é efetiva, talvez porque lhes falta atribuir seu completo valor ou estatuto, ou porque a visualização, assim como o pensamento e o raciocínio visual são habilidades difíceis de serem desenvolvidas, e suas leis difíceis de serem explicitadas, necessitando de um trabalho refletido e árduo para seu aperfeiçoamento e para seu ensino.

O sentido da palavra “visualização” é discutido em diversas áreas do saber, como psicologia, matemática, educação matemática, etc. Há diferentes conceitos de visualização, adotados por alguns pesquisadores, em estudos direcionados à educação, dentre tantas definições, temos:

*Visualizar não é o mesmo que ver. [...] visualizar é desenvolver uma habilidade para criar imagens mentais daquilo que o indivíduo manipula. Nisto estimula a sua mente para diferentes representações do conceito e, se necessário, utiliza papel e lápis, o visor da calculadora ou a tela do computador, para explorar, analisar e compreender a ideia Matemática em questão. (MACHADO, 2008, p.10).*

Flores *et al.* (2012, p. 34), em referência ao ensino de matemática, denota que “a visualização não é como um fim em si mesma, mas um meio para o entendimento de conceitos matemáticos”. Porém é importante ressaltar que a visualização, mesmo sendo fundamentalmente considerada como uma predisposição relacionada ao ato de ver, corresponde também às propriedades mentais, a percepção espacial, não somente ao que está posto diante aos olhos. “O próprio termo “visual” pode não ter a ver com a visão, um dos cinco sentidos, mas pode referir-se também as propriedades espaciais e às suas relações” (COSTA, 2000, p. 170, *apud* SANTOS, 2014).

As dificuldades que os alunos encontram em reconhecer as figuras geométricas (planas e tridimensionais) podem ocorrer como consequência da negligência dos próprios professores, que trazem deficiências em seu processo de formação.

A utilização de animações como suporte didático em matemática tem mostrado ser uma ferramenta útil para o professor pela variedade de mídia que podem ser trabalhadas e, também, pela sua potencialidade no processo de aprendizagem. Alguns conceitos de Matemática, especificamente de Geometria Espacial, com o passar do tempo foram praticamente abandonados dos programas de ensino. (SIMÕES, 2014).

Especificamente no que se refere à Geometria Analítica, BRASIL (2006) afirma que essa disciplina possibilita a articulação entre a Geometria e a Álgebra, devendo o professor trabalhar o entendimento de figuras geométricas por meio de equações, e o entendimento de equações por meio de figuras geométricas, abandonando a simples apresentação de equações sem explicações fundadas no raciocínio lógico, evitando memorizações excessivas de fórmulas.

Ao realizar uma pesquisa com alunos de Licenciatura em Matemática, Dallemole (2010) percebeu que estes apresentam dificuldades em realizar articulações entre os registros na língua natural, algébrico e gráfico que envolvem os conteúdos de Geometria Analítica, mesmo já tendo visto tais conceitos no Ensino Médio. Silva (2006) constatou que muitos alunos do Ensino Médio apresentam dificuldades em articular as diversas representações gráficas e algébricas de curvas planas, além da dificuldade para compreender a diferença entre o objeto matemático e sua representação.

Para o ensino da Geometria Analítica, por exemplo, há softwares que permitem trabalhar com os aspectos dinâmicos da geometria, tais como rastrear o movimento de um ponto e construir lugares geométricos possibilitando a exploração de suas propriedades. Dessa forma, segundo Bairral (2009), as construções geométricas passam a ter uma dinâmica interativa e de constante descoberta. Em seu livro, o autor aborda além do uso de softwares livres outras possibilidades de inserção das TIC nas aulas de Matemática, entre elas os recursos disponíveis na internet, os applets, uso de animações em 3D e o potencial de ambientes virtuais.

Diante destas perspectivas, entende-se que as TIC podem contribuir com o processo de ensino e aprendizagem da Geometria. Porém, não basta aderir às TIC, é necessário fazer bom uso desses recursos e analisar os conhecimentos desenvolvidos pelos alunos a partir da interação com os mesmos. Ao professor cabe a escolha adequada dos artefatos computacionais disponíveis para sua ação pedagógica, mas tão importante quanto isso é a mediação feita por ele na utilização destes artefatos para criar situações de ensino que propiciem ao aluno a construção de seus conhecimentos.

Assim, a partir da literatura consultada percebemos a necessidade de desenvolver atividades motivadoras que contemplem temas da Geometria Analítica e contribuam tanto com a compreensão quanto com a visualização de conceitos geométricos e para o desenvolvimento do pensamento matemático. Neste sentido, consideramos que o desenvolvimento de atividades que contemplem a utilização do software GeoGebra permitirá realizar o estudo de tópicos de Geometria Analítica, especialmente de cilindros onde está centrado nosso estudo.

## **METODOLOGIA**

A metodologia para a elaboração das atividades foi baseada na utilização de tecnologias no processo de ensino e aprendizagem de conceitos de Matemática no Ensino Superior. Utilizamos o software GeoGebra na produção e desenvolvimento das atividades devido à sua potencialidade na visualização das construções geométricas no espaço tridimensional. O GeoGebra também contempla ferramentas que possibilitam fazer experimentações centradas na exploração dos aspectos dinâmicos que poderão contribuir

com a compreensão dos significados do conceito matemático de cilindro no contexto do ensino superior.

Propomos o desenvolvimento do estudo de Cilindros por meio de atividades que despertem a curiosidade dos estudantes, evitando, assim, que o professor utilize o tempo em sala de aula apenas com atividades rotineiras e automáticas, o que pode desmotivar os estudantes e prejudicar o seu aprendizado. Corroboramos com Mota & Laudares (2010, p.34):

*Para que o estudante tenha motivação para o estudo, é necessário que ele atue na construção do seu próprio conhecimento, através de uma participação mais ativa na construção e elaboração de atividades. Essa atuação possibilitará, ao estudante, o desenvolvimento de sua criatividade, liberdade e espírito empreendedor.*

As atividades foram elaboradas levando-se em conta os parâmetros presentes nas equações, a natureza das variáveis (livres ou não) e sua interferência na representação gráfica da superfície de maneira a articular a Álgebra e a Geometria.

A atividade inicia-se com o enunciado dos objetivos a serem atingidos, destaca os tópicos (conteúdos) a serem abordados, contempla as definições, o processo de construção com a utilização do GeoGebra e finaliza com a proposição de um quadro síntese a ser preenchido pelo aluno. Por falta de espaço, descrevemos, sinteticamente, neste trabalho apenas a atividade proposta para o estudo dos cilindros circular e elíptico.

## ATIVIDADE CILINDROS

### Definição

O Cilindro pode ser definido como uma superfície em  $\mathbb{R}^3$  gerada por uma reta que se move ao longo de uma curva plana, de tal forma que permanece sempre paralela a uma reta fixa, não situada no plano da curva dada.

O cilindro pode ser denominado como parabólico, elíptico, circular, hiperbólico, dentre outros, conforme a figura definida pela curva diretriz. Caso o cilindro tenha uma cônica (circunferência, elipse, parábola, hipérbole) como diretriz, será chamado Cilindro Quádrico.

### CILINDRO CIRCULAR, CILINDRO ELÍPTICO E CILINDRO TRANSLADADO

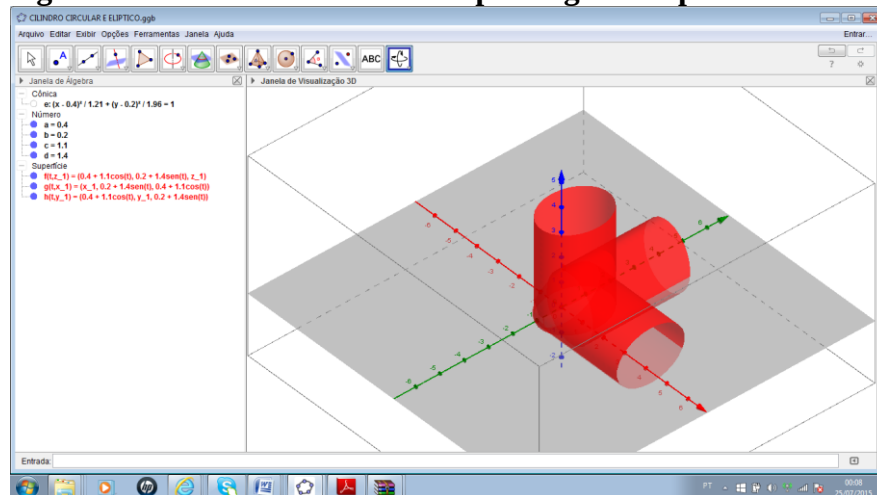
#### Processo de Construção

Após criar seu arquivo no GeoGebra certifique-se que a janela de visualização 3D está ativada, se não estiver, ative-a, em seguida execute as seguintes ações:

- 1) Crie quatro controles deslizantes (a,b,c e d) com variação de -4 a 4 e incremento 0.1.
- 2) No campo de entrada defina:  $((x-a)/c)^2 + ((y-b)/d)^2 = 1$
- 3) No campo de entrada defina a superfície: Superfície[a + c cos(t), b + d sen(t), z\_1, t, 2pi, z\_1, 0, 4]
- 4) Coloque os controles deslizantes nos valores a=0, b=0, c=2, d=2.
- 4.1 Observe a janela de visualização 2D. Qual a cônica (diretriz) gerada?
- 4.2 Qual a equação dessa cônica?
- 4.3 Observe a janela de visualização 3D. Como podemos denominar o cilindro gerado?

- 4.4 O cilindro gerado possui geratriz paralela a qual eixo coordenado? Qual é então a equação desse cilindro?
- 5) (Cilindro Circular Transladado) Coloque o controle deslizante a no valor  $a=2$ . O que você observou nas duas Janelas de visualização?
- 6) Coloque o controle deslizante a no valor  $b=3$ . O que você observou?
- 7) O cilindro que acabamos de construir nos passos 5 e 6 possui equação  $(x-2)^2+(y-3)^2=4$ . Coloque agora os controles deslizantes nos valores:  $a = -3$ ,  $b = -1$ ,  $c = d = 3$ . Observe a Janela de visualização 2D e 3D. Qual a equação deste novo cilindro construído?
- 8) Coloque os controles deslizantes nos valores  $a=0$ ,  $b=0$ ,  $c=4$ ,  $d=2$ .
- 8.1 Observe a janela de visualização 2D. Qual a cônica (diretriz) gerada?
- 8.2 Qual a equação dessa cônica?
- 8.3 Observe a janela de visualização 3D. Como podemos denominar o cilindro gerado?
- 8.4 O cilindro gerado possui geratriz paralela a qual eixo coordenado? Qual é então a equação desse cilindro?
- 9) Altere os controles deslizantes para valores de sua preferência de maneira a obteres cilindros circulares e elípticos centrados na origem e transladados. Em seguida dê a equação de cada cilindro construído por você.

**Figura 1: Cilindros circulares e elípticos gerados pelo GeoGebra**



**Fonte: Autor, 2015.**

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

As novas tecnologias estão cada vez mais presentes no em nosso dia-a-dia e isso acontece também no meio educacional, por isso, professores e estudantes devem utilizar os recursos computacionais a fim de construir seus próprios conhecimentos. Consideramos que a utilização do GeoGebra nas atividades propostas para o estudo de cilindros possibilita a visualização das construções e deverá contribuir com uma aprendizagem ativa e significativa desse conceito, além de oferecer recursos para os estudos de conteúdos matemáticos relacionados com a Álgebra e com o Cálculo. No entanto, a utilização do computador não pode ser encarada como a solução dos problemas no ensino da Matemática. Esperamos que a implementação dessas atividades possibilitarão que os estudantes se interessem pelos estudos, desenvolvendo a capacidade intelectual, a construção do pensamento crítico, criativo e autônomo.

## REFERÊNCIAS

- BAIRRAL, M. A. **Tecnologias da Informação e Comunicação na Formação e Educação Matemática**. 1. ed. Rio de Janeiro: Editora da UFRJ, 2009.
- BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. **Orientações Curriculares para o Ensino Médio: Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias**. Brasília: MEC/ Seb, 2006.
- DALLEMOLE, J. J. **Registros de Representação Semiótica: uma experiência com o ambiente virtual SIENA**. 2010. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) - Universidade Luterana do Brasil, Canoas: 2010.
- FLORES, C. R.; WAGNER, D. R.; BURATTO, I. C. F. Pesquisa em visualização na educação matemática: conceitos, tendências e perspectivas. **Revista Educação Matemática e Pesquisa**. v. 14, n. 1, p. 31-45, 2012.
- MACHADO, R. M. **A Visualização na Resolução de Problemas de Cálculo Diferencial e Integral no Ambiente Computacional MPP**. 2008, 289f. Tese (Doutorado em Educação) - Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Educação, Campinas: 2008.
- MOTA, J. F.; LAUDARES, J. B. Desenvolvimento do pensamento geométrico com Metodologia para o estudo das superfícies no espaço – Planos, cilindros e quádricas. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 10, 2010, Salvador. Anais...SALVADOR: SBEM, 2010, p.1-10 (versão digital). Disponível em: <[http://www.lematec.net/CDS/ENEM10/artigos/CC/T12\\_CC444.pdf](http://www.lematec.net/CDS/ENEM10/artigos/CC/T12_CC444.pdf)>. Acesso em: 20 Jun. 2015.
- PAVANELLO, M. R. O abandono do ensino da geometria no Brasil: causas e consequências. **Revista Zetetiké**, n.01, ano 01, 1993.
- SANTOS, A. H. **Um Estudo Epistemológico da Visualização Matemática: o acesso ao conhecimento matemático no ensino por intermédio dos processos de visualização**. 2014, 97f. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e em Matemática) - Universidade Federal do Paraná, Curitiba: 2014.
- SANTOS, J. M. *et al.* Dificuldades em geometria dos estudantes recém ingressos na universidade do agreste sergipano. In: X ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 10, 2010, Salvador. Anais...SALVADOR: SBEM, 2010, p.1-10 (versão digital). Disponível em: <[http://www.lematec.net/CDS/ENEM10/artigos/CC/T12\\_CC444.pdf](http://www.lematec.net/CDS/ENEM10/artigos/CC/T12_CC444.pdf)>. Acesso em: 20 Jun. 2015.
- SILVA, C. R. **Explorando Equações Cartesianas e Paramétricas em um Ambiente Informático**. 2006. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática), Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo: 2006.
- SIMÕES, A. C.; *et al.* Aplicação de softwares matemáticos no ensino da geometria analítica e álgebra linear. **Cobenge**, MG, v.01, n.01, p. 12, set. 2014.

# UTILIZAÇÃO DE MATERIAIS DIDÁTICOS NOVAS POSSIBILIDADES DE ENSINO DA MATEMÁTICA

Genielson Mendes<sup>1</sup>

<sup>1</sup>IFMA/DEMAT, [genielsonmendes@hotmail.com](mailto:genielsonmendes@hotmail.com)

## RESUMO

O presente estudo relata uma pesquisa bibliográfica realizada em artigos e pesquisas relacionados ao uso de materiais didáticos com o objetivo de conhecer e entender algumas das novas possibilidades a serem usadas na prática docente e as vantagens do uso destes nas aulas de matemática para o auxílio no ensino e aprendizagem dos alunos nos conceitos ainda não entendidos e nos que ainda serão ministrados. Durante a investigação foram lidos textos de alguns autores que apresentaram pesquisas e considerações sobre o uso destes recursos, a importância de correlacionar com os assuntos abordados durante as aulas habituais e os recursos pedagógicos a serem utilizados. Neste contexto também refletiremos sobre o uso dos laboratórios de ensino, qual a sua função para o docente e as possibilidades de ensino. Nas aulas habituais ainda é muito usado à resolução de vários exercícios de forma repetitiva e apenas aulas expositivas dos conteúdos. Percebe-se que é cada vez mais importante o uso de novas metodologias pelos docentes em suas aulas promovendo a interação entre os conteúdos abordados e o aluno tornando-o ator principal no processo de obtenção de novos conhecimentos. Deve ser entendido que materiais por si só não trazem ou produzem o conhecimento para o discente, é preciso que os professores tenham domínio do conteúdo e possam estabelecer, mediar a relação do tema abordado na aula expositiva tradicional com a aula mediada por novos métodos didáticos.

**Palavras-chave:** Recursos didáticos, ensino de matemática, laboratório de ensino de matemática.

## INTRODUÇÃO

Vivemos em um mundo globalizado onde as pessoas tem acesso à informação com uma velocidade impressionante através de mídias que funcionam em tempo real. Na educação, especialmente no ensino de matemática, não é diferente. As metodologias tradicionais de ensino perdem espaço frente às novas tecnologias. Não existe mais lugar para aulas estáticas, sem vida, com o professor sendo o centro das atenções, nem para práticas docentes antigas que consistiam apenas em aulas expositivas e o uso do quadro. Como afirmam Miranda e Laudares (2007)

*É preciso sair dos antigos moldes de ensinar Matemática, nos quais a exposição oral e a resolução de exercícios eram praticamente os únicos meios empregados e lograr espaço às tendências de ensino da Educação Matemática, como jogos, investigações matemáticas, uso de materiais manipuláveis, mídias tecnológicas e resolução de problemas, entre outras.*



Nos cursos de Licenciatura em Matemática adotou-se por muito tempo um sistema em que oferecidos três anos de disciplinas conhecidas como específicas (da matemática), preparando o licenciando para conhecer com profundidade o conteúdo que futuramente ensinaria, e apenas um ano de disciplinas pedagógicas para que pudesse aprender a elaborar plano de aula. Esse sistema, conhecido como modelo “3+1” acarretou certa falta de contato mais profundo com outras disciplinas que pudesse ajudar o professor de Matemática a aliar os conceitos técnicos aprendidos na graduação com as práticas para trabalhar com alunos na sala de aula.

Em sua pesquisa Shulman (1986, 1987), que propõe a noção de saber pedagógico de conteúdo, como um conhecimento de aspectos particulares do conteúdo que o fazem compreensível a outros, isto é, (nas palavras do próprio autor) “uma amálgama entre conteúdo e pedagogia” – um saber sobre o conteúdo para o ensino. Ao passo que apenas no último ano de curso tinha as disciplinas pedagógicas tendo maior seu foco à disciplina de didática, para que pudesse aprender a elaborar plano de aula até certo ponto de forma mecanicista acarretando assim certa falta de contato mais profundo com outras disciplinas que pudesse ajuda-lo a aliar os conceitos técnicos aprendidos na graduação com as práticas para trabalhar com alunos na sala de aula.

Segundo Lorenzato (2006), as aulas de matemática nas escolas devem explorar com maior qualidade o laboratório de ensino de matemática – LEM, pois é neste local que estão os materiais e tudo que o docente necessita, deve ser tratado como uma extensão sua sala, servindo até mesmo de local apropriado para a elaboração de aulas de acordo com o conteúdo a ser aprofundado, relacionando-se com a realidade da turma e aquilo que o professor acredita ser o necessário para a compreensão dos discentes.

## USO DE MATERIAIS DIDÁTICOS NA MATEMÁTICA

Com as diversas mudanças pelas quais a sociedade tem passado, o centro do processo de ensino-aprendizagem de matemática transferiu-se do professor para o aluno. Essa transformação ocorre, pois, esta é uma geração informatizada, vivendo em constante evolução que busca as respostas rápidas para as suas perguntas, ao passo que a décadas atrás a figura e posição do professor era intocada. Estas mudanças estão exigindo que os docentes utilizem novas metodologia para tornar suas aulas bem interessantes, dentre as quais se destaca o uso de materiais manipuláveis e atividades lúdicas. Para melhor utilização desses recursos se faz imprescindível o contato e a apropriação por parte do docente tanto no que se refere ao conteúdo quanto no exercício a ser preparado para contribuir assim para maior interação entre aluno-professor, efetivando a melhor compreensão dos conceitos estudados.

*[...] convém termos sempre em mente que a realização em si de atividades manipulativas ou visuais não garante a aprendizagem. Para que esta efetivamente aconteça, faz-se necessária também a atividade mental, por parte do aluno. E o MD pode ser um excelente catalisador para o aluno construir seu saber matemático. (LORENZATO, 2006, p. 21).*

Uma das reflexões que podemos fazer acerca das considerações iniciais do texto é que não devemos confundir o uso de materiais didáticos com falta de planejamento nas aulas de matemática ou como uma válvula de escape para não dar aulas, pois os manipuláveis ajudam a percepção dos alunos a determinado assunto anteriormente explorados nas aulas expositivas e até mesmo para iniciar novos conteúdos, estes exigem estudo dos docentes para seu melhor uso e também segundo Lorenzato: “A

atuação do professor é determinante para o sucesso ou fracasso escolar” (Lorenzato, 2006, p. 23). A partir da afirmativa deve existir um ótimo planejamento das aulas tanto no âmbito dos conteúdos a serem abordados quanto na utilização de determinados materiais específicos. Neste contexto entra a utilização de novas metodologias educacionais que ainda vem atrelado apenas ao uso de recursos computacionais, tendo este tem como conceito principal ser uma ferramenta que auxilia o professor a explorar assuntos vistos durante as aulas.

O LEM deve ser explorado de forma consciente pelos docentes durante as aulas de matemática nas escolas para que os alunos entre em contato direto com os materiais didáticos manipuláveis e a construção dos mesmos, devendo conter recortes de jornais, jogos e etc. devendo ser utilizado também para o planejamento e organização de novas aulas, conforme sugere Barroso e Franco apud Lorenzato:

*Sugere que um LEM seja um local da escola reservado não somente para aulas regulares de matemática, mas também para esclarecer dúvidas dos alunos; para os professores de matemática planejarem suas aulas, criarem suas atividades e materiais didáticos; deve ser um ambiente para alunos e, principalmente, professores usufruírem. (Barroso e Franco apud Lorenzato, p. 208, 2010)*

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

Percebe-se que inserir novas metodologias no ambiente escolar requer muito preparo por parte dos docentes para que as aulas ministradas possam garantir um melhor aproveitamento para os alunos na sua vida escolar e sendo explorados os devidos conteúdos programáticos relativos à sua série de referência. Já no caso das escolas estas devem incentivar e colaborar com as práticas metodológicas inovadoras dando o suporte necessário seja na compra de lúdicos, como na devida construção deste, como na elaboração e manutenção dos laboratórios. E quanto aos materiais didáticos devem também promover contato entre aluno e professor estabelecendo assim interação entre ambos e possibilitar um novo entendimento a respeito de conceitos de compreensão ainda duvidosa para o aluno. Deve ser entendido que materiais por si só não trazem ou produzem o conhecimento para o discente, é preciso que os professores tenham domínio do conteúdo e possam estabelecer a relação do tema abordado na aula expositiva tradicional com a aula onde são utilizados novos métodos didáticos. Os laboratórios de ensino de matemática – LEM devem ser considerados como uma nova possibilidade no ensino e aprendizagem de conteúdos como por exemplo, geometria plana e espacial, operações elementares e etc. pois neste local estão não apenas guardados estes materiais é sim uma extensão da sala. E esses LEM não podem ser tratados somente como uma distração da vivência habitual na sala ou como o reflexo da falta de atividade planejada para os alunos.

## Referências Bibliográficas

SHULMAN, L. (1986). **Those who Understand: Knowledge Growth in Teaching.** Educational Researcher, v. 15, p. 4-14. Disponível em [http://www.fisica.uniud.it/URDF/masterDidSciUD/materiali/pdf/Shulman\\_1986.pdf](http://www.fisica.uniud.it/URDF/masterDidSciUD/materiali/pdf/Shulman_1986.pdf)

BICUDO, M. A. V. (Org.). **Pesquisa em Educação Matemática: Concepções e Perspectivas**. São Paulo: Editora UNESP, 1999. São Paulo: Editora UNESP, 1999.

LORENZATO, S. Laboratório de ensino de matemática e materiais didáticos manipuláveis. In: LORENZATO, Sérgio. **Laboratório de Ensino de Matemática na formação de professores**. Campinas: Autores Associados, 2006. p. 3-38.

BARROSO, M. M. FRANCO, V. S. **O laboratório de ensino de matemática e a identificação de obstáculos no conhecimento de professores de matemática**.

ZETETIKÉ – Cempem – FE – Unicamp – v. 18 n. 34 – jul/dez – 2010

# **MINICURSOS**

# **A FORMAÇÃO DE PROFESSORES QUE ENSINAM MATEMÁTICA NA EDUCAÇÃO BÁSICA: OUTRO OLHAR SOBRE A EXPLORAÇÃO DE MATERIAIS MANIPULÁVEIS**

**Rosana de Oliveira<sup>1</sup>**  
**Dora Soraia Kindel<sup>2</sup>**

<sup>1</sup>UERJ/DEAE, rosanaol40@yahoo.com.br  
<sup>2</sup>UFRRJ-IM/DES, soraiakindel@yahoo.com.br

## **Resumo**

As dificuldades enfrentadas pelos alunos do Ensino Fundamental na aprendizagem da matemática são conhecidas de todos. No campo da formação docente para o trabalho com a Educação Matemática também existem dificuldades e questionamentos diversos. Este cenário de problemas vem sendo objeto de pesquisas e ações por parte de profissionais da formação docente e da Educação Matemática, mas os resultados produzidos continuam aquém das expectativas. Com este minicurso, pretendemos discutir o uso do material didático voltado para atividades criativas, diferenciadas que busquem o aprofundamento dos conceitos matemáticos no Ensino Fundamental. As atividades propostas nesse minicurso serão em breve publicadas no Material Didático que é produto do Projeto (de mesmo nome) aprovado pela Faperj (2014) composto de três livros para uso na formação docente. Os livros terão como tema: (1) Outro olhar sobre a exploração de materiais manipuláveis: o uso do Tangram; (2) Outro olhar sobre a exploração de materiais manipuláveis: o uso dos Blocos Lógicos e (3) Outro olhar sobre a exploração de materiais manipuláveis: o uso das Régua de Cuisinaire, sempre em articulação a formação docente com ensino de Matemática na Educação Básica. O principal objetivo deste minicurso é discutir que o uso destes materiais pode contribuir para a edificação de um espaço escolar e de formação produtivo, orientado pelos signos da cooperação e da solidariedade, aproximando o discurso acadêmico da ludicidade e dinamismo que advém das práticas cotidianas.

**Palavras-chave:** materiais manipuláveis, formação de professores, Tangram, Régua de Cuisinaire e Blocos Lógicos.

## **INTRODUÇÃO**

As dificuldades enfrentadas pelos alunos do Ensino Fundamental com a aprendizagem da Matemática são notórias. No campo da formação docente para o trabalho com a Educação Matemática também existem dificuldades e questionamentos diversos. Este cenário de problemas vem sendo objeto de incontáveis pesquisas e ações por parte de profissionais da formação docente e da Educação Matemática, não produzindo, infelizmente, os resultados esperados pelas ações pedagógicas no Ensino Fundamental e pela Formação Docente.

Existe uma gama de publicações que apresentam propostas de atividades para a sala de aula sobre materiais manipuláveis, porém, em grande parte, há uma exaustiva repetição nessas propostas, faltam em muitos deles uma discussão mais específica pertinente a

formação docente. Na maioria das vezes são difundidos como a solução para a aprendizagem de matemática e causam uma falsa ilusão que o uso do material garante a proposta um clima de ludicidade.

Embora usualmente o Tangram, os Blocos Lógicos e as Régua de Cuisinaire sejam conhecidas como materiais concretos, optamos por denomina-los como materiais manipuláveis, queremos com isso, fortalecer a importância da interação do aluno com o material e também incluir a manipulação virtual, já que é possível encontrar software com atividades com esses materiais. Nesse ponto, mais uma reflexão na formação docente é necessária para descrever os limites entre a manipulação do material físico e do material virtual, avaliando os conhecimentos que são construídos em cada uma dessas versões.

A articulação entre os materiais e seu uso, além do fato de ambos buscarem trabalhar a Educação Matemática a partir de atividades baseadas em raciocínio lógico e não em listagens de conteúdos, dar-se-á por meio de seu processo de produção e propostas de uso.

## **OS MATERIAIS MANIPULÁVEIS E O ENSINO E APRENDIZAGEM EM MATEMÁTICA**

Os materiais com os quais pretendemos trabalhar neste projeto tiveram uma grande difusão na década de 1980, quando as ideias do Construtivismo começaram a ser difundidas no Brasil. Desde então eles vêm sendo usados por professores dos anos iniciais, e como materiais nos cursos de formação inicial e continuada de professores, com mais ênfase nos cursos de Licenciatura em Pedagogia e com menor ênfase nos Cursos de Licenciatura em Matemática. Na esteira desta penetração é que este projeto se inscreve, ao mesmo tempo em que pretende dar operacionalidade à ideia de “atividades familiares e não-usuais”, noção central ao trabalho a ser desenvolvido e elencada nos nossos objetivos.

De acordo com Silva (2003), as tarefas podem ser formuladas de modo a serem familiares e não usuais.

Familiar, no sentido de permitir que as pessoas falem a partir daquele texto e, não-usual, no sentido de que a pessoa tenha que desprender um certo esforço cognitivo na direção de resolvê-lo. O fato de a tarefa ser não-usual tem como objetivo nos permitir – enquanto professores ou pesquisadores - observar até onde a pessoa pode ir falando. (SILVA, 2003, p.54-55).

Nessa perspectiva, as atividades previstas neste projeto podem ser consideradas familiares, mas não usuais aos participantes, e apresentam provocações sem roteiro, ou seja, sem uma orientação para que os participantes desenvolvam um “passo a passo” encadeado para, ao final, chegarem a uma conclusão pré-estabelecida. Cabe lembrar que a nossa proposta foi pensada considerando a matemática como um discurso, ou seja, para nós, aprender matemática é participar desse discurso (SFARD, 2008). Nossa proposta baseou-se, então, na ideia de que as atividades fossem elaboradas de modo a permitir o engajamento e a interação discursiva dos participantes e proporcionassem experiências sobre Transformações no Plano.

Cabe ainda ressaltar que LEONT'EV (1978), por meio da Teoria das Atividades, permite-nos interpretar que a atividade humana envolve pontos que vão além do estímulo à resposta. O autor defende que a atividade humana e a atividade do pensamento respondem a um motivo, a uma necessidade que junto com o objetivo coincidem com a finalidade. Em outras palavras, a atividade humana é constituída por um conjunto de ações e operações

subordinadas a propósitos conscientes e é nessa perspectiva que pretendemos desenvolver o trabalho proposto neste projeto.

Entendemos que as atividades práticas podem ser incorporadas em uma forma material; podemos transformar atividades práticas em uma tabuada, em uma calculadora ou em um computador, mas mesmo assim elas não deixarão de ser um meio de uma atividade humana, que não pode ser reduzida às tarefas necessárias ao seu desenvolvimento. Acreditamos que o exemplo de uma viagem Rio-São Paulo pode ser útil à compreensão da diferença que apontamos. Se desejamos sair de carro de São Paulo para chegar ao Rio de Janeiro, pretendemos realizar uma tarefa objetiva, concreta. Quando nos perguntamos sobre as questões operacionais da nossa tarefa, a viagem, temos o planejamento de nossas ações, que não são determinadas apenas pelo objetivo de chegar ao Rio de Janeiro, mas pelas condições com que desejamos atingir esse objetivo, que, por sua vez, estão relacionadas às nossas necessidades concretas (paradas para comer, paradas para abastecimento). Em nossa viagem, se nossa condição for chegar ao destino pelo caminho mais curto, provavelmente faremos o percurso pela Rodovia Presidente Dutra, mas, se estivermos de férias, com dias bonitos e nossa condição for contemplar a natureza, será interessante apreciar o litoral pela Rodovia Rio-Santos, ou ainda podemos ter muitas outras condições para conduzir nossas ações. Após a análise das condições específicas, associadas ao objetivo, e das ações adequadas à realização da tarefa, estamos aptos a realizar a atividade de viajar de carro de São Paulo para o Rio de Janeiro. Dessa forma, podemos afirmar que uma atividade só ocorre por meio da apropriação de uma tarefa por parte de quem a realiza.

Essa distinção entre tarefas e atividades, proposta por Leontev (1978), psicólogo russo e aluno de Lev Vygotsky, vem sendo utilizada na área de Educação Matemática, como em DALL'ANESE (2006) e FERNANDES (2008), e achamos adequado também utilizar em nosso projeto. O autor nos leva a compreender a tarefa como um texto e a atividade como a produção de conhecimento para esse texto, a partir da interação com o mesmo. Nas tarefas elaboradas para o desenvolvimento deste projeto, buscamos produzir textos que favorecessem aos participantes a produção de seus conhecimentos sobre Transformações no Plano a partir da interação com esse texto e com os outros participantes.

Nesse sentido, de aprofundamento teórico dessa diferenciação, as pesquisas em Task Design (DARLINGTON, 2013) possibilitam-nos olhar para as tarefas e as atividades no contexto da Educação Matemática. Especificamente na Educação Matemática, “tarefas geram atividades que proporcionam oportunidade de encontrar conceitos, ideias e estratégias matemáticas, e também para desenvolver o pensamento matemático e modos de investigação” (DARLINGTON, 2013, p. 4, tradução nossa<sup>1</sup>). Sob essa ótica, para o desenrolar de nosso projeto, desenvolvemos uma sequência de tarefas que levam em conta o repertório de experiências anteriores do sujeito. Acreditamos que o pensamento não se dá de forma linear, por isso, não utilizamos o modelo passo a passo encontrado, por exemplo, na Engenharia Didática da década de 1980.

Ou seja, não estamos só em busca de material inovador e de usos inovadores deste material, visamos, também, à tessitura de um modo de trabalhar e de pensar o ensino da matemática para além do tecnicismo e da causalidade linear que caracterizam as propostas e práticas hegemônicas no campo, e de refletir sobre essas possibilidades na perspectiva de respeito e atenção à complexidade do cotidiano escolar e suas especificidades (ALVES; GARCIA, 2002; OLIVEIRA, 2003 e 2004).

---

<sup>1</sup> Texto original: “Tasks generate activity which affords opportunity to encounter mathematical concepts, ideas, strategies, and also to use and develop mathematical thinking and modes of enquiry”.

Entendemos que este modo de compreender o fazer escolar e de propor um projeto de desenvolvimento de material didático que, em busca de contribuir com a otimização da formação docente em Matemática para atuação na Educação básica, considere a complexidade do cotidiano escolar e as especificidades de cada espaço-tempo pedagógico sem esquecer as diferenças entre atividades e tarefas, permitindo que não incorramos em erros por confundir umas e outras; ao mesmo tempo em que inova e promove usos diferenciados para materiais comuns no país colabora para a formação de cidadãos solidários e cooperativos, um dos objetivos da educação escolar que transcende os conteúdos disciplinares.

## OBJETIVOS

- Desenvolver atividades relacionadas ao uso do Tangram, Régua de Cuisinaire e Blocos Lógicos para para atuação dos professores da Educação Básica (incluindo as modalidades de jovens e adultos e de educação especial), de modo a aliar o uso de materiais manipuláveis a um repertório de *atividades familiares e não usuais*.
- Desenvolver reflexões com os professores que ensinam matemática sobre sua formação e a respeito de diferentes modos de potencializar a aprendizagem da Matemática por meio de uma proposta de uso de material didático em si mesmo, e em suas possibilidades de uso, inovador.
- Contribuir com a articulação entre a formação docente para o trabalho com a Educação Matemática e o trabalho efetivamente desenvolvido nas escolas por meio de discussões e atividades que contribuam para a aprendizagem na Educação Básica.
- Contribuir para a edificação de um espaço escolar e de formação produtivo, orientado pelos signos da cooperação e da solidariedade, aproximando o discurso acadêmico da ludicidade e dinamismo que advém das práticas cotidianas, ou seja, contribuindo para o exercício da cidadania horizontal.

## METODOLOGIA

O trabalho priorizará os conteúdos, utilizando materiais manipuláveis e fichas de trabalho que eles poderão usar com seus futuros alunos. A ênfase recai sobre o porquê dos conteúdos questionando a forma hegemônica como se constitui o ensino de Matemática.

O documento curricular que ainda hoje tem orientado a maioria das políticas públicas curriculares são os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN). Em particular na área da Matemática ele valoriza a articulação entre forma e conteúdo e apresenta quatro blocos de conteúdo: números e operações; espaço e forma; grandezas e medidas e tratamento da informação. Além disso, defende alguns caminhos metodológicos que denomina de “modos de fazer Matemática em sala de aula”: uso da história da Matemática, de jogos, da resolução de problemas e das tecnologias da informação. O trabalho com os alunos dessas disciplinas considera essas diretrizes relevantes. Isso se justifica, pois, os livros didáticos enviados as escolas públicas baseiam-se nessas diretrizes, portanto o futuro professor deve estar preparado para a escolha e utilização desses materiais.

Os conceitos e conteúdos escolhidos para produção do material didático que articulam os blocos de conteúdo com os modos de fazer matemática em sala de aula são:



Composição e decomposição de figuras geométricas planas; Conceito de fração; Conceito de semelhança; Simetrias e eixos de simetria; Homotetia; Pensamento Combinatório; Classificação, Agrupamentos e Sieriação; Conceito de Medida de comprimento e área; Regularidades geométricas e numéricas; As operações fundamentais e avançadas (fatorial); A estrutura da lógica matemática e Relações funcionais entre grandezas.

- No primeiro encontro serão apresentadas três fichas de atividades cada uma delas relacionadas a um dos materiais didáticos: Tangram, Régua de Cuisinaire e Blocos Lógicos. Os cursistas serão postos a interagirem em grupo para realização das atividades propostas com usos dos materiais apresentados.
- Discussão sobre o ensino e aprendizagem desses materiais segundo o referencial teórico relacionando as suas experiências como licenciandos ou professores em serviço. O objetivo é que façam uma reflexão sobre o ensino de matemática com suas praticas pedagógicas ou futuras atuações como professores.

**Tabela 1: Organização do Minicurso**

| <b>Dias</b>       | <b>Atividades</b>                              |
|-------------------|------------------------------------------------|
| <i>10/10/2015</i> | <i>Apresentação das Atividades</i>             |
| <i>11/10/2015</i> | <i>Discussão sobre o Ensino e Aprendizagem</i> |

## REFERÊNCIAS

ALVES, Nilda. GARCIA, Regina Leite. **A invenção da escola a cada dia**. Rio de Janeiro: DP&A, 2002.

BRASIL. MEC. Secretaria de Ensino Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática para o 1º e 2º Ciclos**. Brasília, DF: MEC/SEF, 1997.

DARLINGTON, E. **Task Design in Mathematics Education**. ICMI Study 22, Announcement and call for papers. Disponível em <[http://www.mathunion.org/fileadmin/ICMI/files/Conferences/ICMI\\_studies/Ongoing\\_studies/ICMI\\_Study\\_22\\_announcement\\_and\\_call\\_for\\_papers\\_long\\_version\\_Extended\\_Deadline.pdf](http://www.mathunion.org/fileadmin/ICMI/files/Conferences/ICMI_studies/Ongoing_studies/ICMI_Study_22_announcement_and_call_for_papers_long_version_Extended_Deadline.pdf)>. Acesso em 08 de março de 2013.

LEONT'EV, A. N. **Actividad, consciência y personalidad**. Buenos Aires: Ciencias del Hombre, 1978.

OLIVEIRA, Inês B. **Currículos praticados: entre a regulação e a emancipação**. Rio de Janeiro: DP&A, 2003.

OLIVEIRA, Inês B. (Org.) **Alternativas emancipatórias em currículo**. São Paulo: Cortez, 2004.

OLIVEIRA, Inês B. **O Currículo como criação cotidiana**. Petrópolis, RJ: DP et Alii, 2012

OLIVEIRA, Rosana; BAIRRAL, Marcelo; KINDEL, D.S. **Uma Propor-Ação entre Matemática e PCN**, GEPEM, RJ, 2000.

SANTOS, Boaventura de Sousa. **Epistemologias do Sul**. São Paulo: Cortez, 2010.

SFARD, A. **Thinking as communicating: human development, the growth of discourses, and mathematizing.** Cambridge: Cambridge University Press, 2008.

SILVA, A. M. (2003). **Sobre a Dinâmica da Produção de Significados para a Matemática.** Tese de doutorado em Educação Matemática. p. 1-243. Rio Claro, Brasil: UNESP

# **A MÁGICA NA SALA DE AULA: BUSCANDO UM NOVO OLHAR SOBRE A MATEMÁTICA**

**Rita de Cássia Messias<sup>1</sup>**  
**Karina Oliveira Freitas<sup>2</sup>**

<sup>1</sup>IFSULDEMINAS Campus Inconfidentes, ritinha\_messias@hotmail.com

<sup>2</sup>IFSULDEMINAS Campus Inconfidentes, kakaoliveirafreitas@yahoo.com.br

## **Resumo**

Neste minicurso, temos como proposta promover uma discussão a respeito da viabilidade, potencialidades e/ou limitações do uso de mágica em aulas de matemática, tendo como suporte o livro “Mágicas, matemática e outros mistérios” de João Carlos Vieira Sampaio e o trabalho desenvolvido no Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Sul de Minas – Campus Inconfidentes, através do Programa Instituição de Bolsas de Iniciação a Docência (PIBID)- Subprojeto Matemática. Dentre as atividades desenvolvidas pelo mencionado programa destacamos a Sociedade dos Jovens Matemáticos (SJM), destinada a alunos de diversas séries do Ensino Fundamental II que frequentam a escola parceira Escola Estadual Felipe dos Santos, situada na cidade de Inconfidentes. Tal sociedade consiste na formação, juntamente com os alunos, de um “grupo de estudos”, que tem por prioridade desvendar os mistérios da matemática, trazendo de maneira lúdica a matemática para mais perto dos alunos, através de mágicas e atividades lúdicas envolvendo conhecimentos matemáticos e lógicos. Por meio da apresentação de mágicas, descoberta de seu segredo e a exploração matemática acerca da apresentação, buscamos proporcionar atividades de investigação e problematização acerca do tema, com o objetivo de discutir um olhar a respeito da matemática além do tecnicismo e formalismo que cercam as aulas, de trazer a mágica, quando integrada ao processo de ensino/aprendizagem de matemática, como uma potencial ferramenta pedagógica, lúdica e principalmente motivadora.

**Palavras-chave:** PIBID, Mágica, Educação Matemática, Lúdico.

## **OBJETIVOS**

Temos como objetivo, apresentar a possibilidade de olhar e ensinar/aprender matemática de uma maneira diferente através de atividades utilizando mágica, assim como discutir e refletir sobre os conceitos matemáticos que podem ser explorados e verificar a aplicabilidade da mágica como possível ferramenta pedagógica englobando suas potencialidades e limitações.

## **METODOLOGIA**

Pretendemos desenvolver a oficina através de atividades distribuídas em quatro momentos.

No primeiro momento reproduziremos as mágicas adaptadas do livro “Mágicas Matemática e outros mistérios” que foram desenvolvidas com os alunos durante as atividades da SJM. Na primeira mágica intitulada “truque da fita métrica”, teremos como materiais uma fita métrica, cinco cliques e como materiais de apoio caneta e papel, solicitaremos a um voluntário que escolha um número de cliques de 1 a 5, o voluntário deverá falar o número escolhido para o mágico que fará uma anotação no papel e entregará para um dos participantes. Após a entrega o voluntário deverá colocar a quantidade de cliques escolhida na fita métrica e somar todos os números marcados em ambas às faces da fita, em sequência o mágico entregará o papel que estava com o participante ao voluntário, no papel estará escrito o valor da soma encontrado pelo voluntário.

Dando continuidade iniciaremos a segunda apresentação, “Amarelo, azul ou rosa”, teremos como materiais vinte e quatro cartas de baralho, três envelopes e três cartões nas cores amarelo, azul e rosa. Tal apresentação requer a participação de três voluntários, os quais serão nomeados de A, B e C. No início da apresentação o mágico colocará algumas cartas sobre a mesa e entregará algumas fichas para os voluntários, deixando uma com o A, duas com o B e quatro com o C. Logo após mostrará a plateia três cartões nas seguintes cores, amarelo, azul e rosa. O mágico vira-se de costas e pede que cada voluntário escolha um dos cartões coloridos e guarde em um envelope que lhe será entregue. Em sequência, repassa as seguintes instruções:

- A pessoa que pegou o cartão amarelo deve ir à mesa e pegar um número de cartas igual ao que tem à mão;
- Quem pegou o cartão azul deve ir à mesa e pegar o dobro do número de cartas que tem à mão;
- E, quem pegou o cartão rosa deve ir à mesa e pegar o triplo de fichas que tem à mão.

O mágico aguardará até que as instruções sejam cumpridas e as cartas guardadas nos respectivos envelopes, e então revelará a plateia qual foi o cartão escolhido por cada um dos voluntários.

Seguindo para o segundo momento, os participantes serão divididos em grupos para discutir e desvendar as mágicas exibidas, segundo Sampaio (2008) “isto estimulará a habilidade da descoberta e a desenvoltura em realizar operações aritméticas simples”. Em seguida as descobertas serão socializadas através de apresentações dos grupos para os demais participantes.

Com a descoberta das mágicas “nas mangas” prosseguiremos para o terceiro momento que consiste no estudo, reflexão e discussão dos conceitos matemáticos que podem ser explorados através da atividade proposta.

Como conclusão da oficina proporcionaremos o quarto e último momento que objetiva debater de maneira crítica a viabilidade, potencialidades e limitações do uso desta proposta em aulas de matemática.

## REFERENCIAIS TEÓRICOS

A presente oficina é parte do trabalho que vem sendo desenvolvido pelos alunos do curso de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciências e Tecnologia do Sul de Minas, Câmpus Inconfidentes, inseridos no Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência (PIBID) subprojeto Matemática. O projeto realiza reuniões semanais nas quais promove estudos, pesquisas, preparação e discussão sobre as ações executadas na escola, que permite o licenciando os primeiros contatos com a

realidade escolar. Tais discussões acontecem no ambiente do Laboratório de Educação Matemática (LEM), que segundo Lorenzato (2009) pode ser visto como grande aliado a transposição didática, pelo fato de ser um espaço munido de ferramentas e materiais didáticos e manipuláveis, onde se é possível criar e recriar matemática, possibilitando que todas as experiências vivenciadas nesse ambiente possam ser utilizadas como instrumentos facilitadores na construção de uma aprendizagem significativa.

Uma dessas ações que tem se desenvolvido é a "Sociedade Secreta dos Jovens Matemáticos (SJM)" na qual desenvolvemos atividades lúdicas, que é uma forma de apresentar a matemática prazerosamente utilizando materiais manipulativos, jogos e apresentações de mágicas, visando com que o conhecimento seja facilitado na obtenção cognitiva dos alunos mediante atividades pedagógicas, além de propor certa autonomia aos alunos favorecendo raciocínio mais lógico.

Segundo Kamü (1990), atividade lúdica estimula as relações cognitivas, afetivas e sociais, despertando também nos alunos criatividade e criticidade, devem ser consideradas um caminho para o desenvolvimento e para aprendizagem. Aponta ainda o jogo num papel inovador, que desafia os alunos à busca de um resultado positivo, fazendo com que os mesmos cumpram regras, desenvolvam responsabilidade, decisão interdisciplinar e aprendizagem. Segundo Muniz (2010) nas representações que estão presentes em determinada cultura matemática no contexto social em que a criança está inserido, o jogo tem o papel de mediador do conhecimento. Mas devemos estar em alerta segundo D'Ambrósio (1994) para aprendermos a reconhecer os saberes dos alunos podendo assim despertar grandes momentos de criatividade nas salas de aula, em especial na Matemática.

Moura (1994) nos diz que as atividades lúdicas têm o intuito de desenvolver no aluno habilidades de resolver problemas, avaliar resultados durante o ato de jogar, possibilita o conteúdo científico por meio de linguagens, informações, cultura, compreensão de regras, imitações, entre outros. O autor nos lembra de que o surgimento do jogo está inserido em um grande cenário educacional de investigação, especialmente a Educação Matemática. Para Skovsmose (2000) um cenário para investigação convida o aluno a conjecturar e procurar soluções e quando assume esse processo de exploração o cenário de educação passa a assumir um novo ambiente de aprendizagem no qual eles são responsáveis pelo processo e para que isso aconteça depende: da natureza da investigação; da maneira como o professor faz o convite; das prioridades dos alunos no momento em que lhes é dirigido o convite à investigação.

Diante dessa possibilidade de um novo cenário de investigação podemos destacar como uma grande aliada lúdica, a mágica matemática, que tem sido uma das propostas trabalhadas no PIBID por meio da SJM, que consiste na apresentação das mágicas e depois desvendá-las mostrando a matemática por trás de cada truque. Os truques de mágica encantam a todas as faixas etárias, existindo sempre uma explicação racional para eficácia desses truques, no qual muitos deles podem ser explicados pela matemática, pois esta contida no planejamento e desenvolvimento dessas atividades.

Oliveira, Mascarello, Grando e Andreis, (2013) trazem uma contextualização histórica da mágica, mostrando que na Europa a visão religiosa contra os truques ilusionistas por isso a demora a ser difundida, pois os que praticavam tinham sua imagem ligada a coisas sobrenaturais ou eram acusados de ter pacto com o diabo, sendo perseguido pela inquisição. Por volta do século XVI, um inglês chamado Reginald Scot, fazendeiro, resolveu aprender e se aprofundar nos fundamentos da mágica com artistas da época, cansado de ser associado à bruxaria e superstições. Na atualidade sabemos que o que existe é uma grande destreza das mãos, criatividade e habilidade de ilusão. O ilusionista possui uma arte de desviar a atenção da plateia criando uma ilusão de ótica, que encanta o público

pela curiosidade e pelo fato de prestigiar o que parece ser impossível, nesse sentido muitos truques de mágica baseiam-se em conceitos matemáticos e tem grande potencial de despertar o interesse também pela disciplina e dominar a técnica é crucial para execução do truque.

Mediante a isso podemos analisar que a utilização da mágica como recurso pedagógico possibilita, através da discussão de conceitos matemáticos, um olhar de prazer a respeito da matemática, despertando o gosto dos alunos para aprender,

Novas metodologias sempre causam um ar de desafio e tiram os professores de sua zona de conforto, que pode ser visto como uma boa oportunidade, assim como foi para os bolsistas do PIBID, proporcionando a pesquisa, produção do conhecimento e reflexão sobre a prática por meio da elaboração e aplicação das atividades. Possibilita também a vivência de experiências acerca de todo o âmbito escolar, uma vez que as atividades aproximam os bolsistas da escola e os alunos da matemática, pois na euforia do aprendizado das mágicas eles procuram reproduzi-las com colegas e familiares socializando o aprendizado matemático com toda a comunidade.

## **NIVEL EDUCACIONAL**

A presente oficina busca discutir com Professores de Educação Básica, Pesquisadores em Educação Matemática e Estudantes do curso de Licenciatura em Matemática atividades que podem ser desenvolvidas em todos os anos da Educação Básica.

## **REFERÊNCIAS**

D'AMBRÓSIO, U. **Licenciatura em ciências exatas**. In: Congresso Estadual Paulista sobre Formação de Educadores. Águas de São Pedro, 1994. Anais. Águas de São Pedro: UNESP, 1994. p.128-129.

**KAMŨ, Constana. A Criança e o número: Implicações Educacionais da Teoria de Piaget para a atuação junto a escolares de 4 a 6 anos**, 11ª ed. Campinas, SP: Papirus, 1990.

LORENZATO, S. (org.). **O Laboratório de Ensino de Matemática na formação de professores**. Campinas, SP: Autores Associados, 2006. 178p.

**MOURA, Manuel Oriosvaldo de. A séria busca no jogo : do lúdico na matemática.**

In A Educação Matemática em Revista, n o 3, 1994

**MUNIZ, C. A. Brincar e jogar: enlaces teóricos e metodológicos no campo da educação matemática.**Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2010

OLIVEIRA, Tassiani Jorge de; MASCARELLO, Thiago Henrique; GRANDO, Cláudia Maria; ANDREIS, Rosemari Ferrari. **Matemática: (re)significando saberes, construindo cidadania**. Revista Pedagógica, Chapecó, n. 30, v. 1, p. 649-666., jan./jun. 2013. Acessado XX EREMAT - Encontro Regional de Estudantes de Matemática da Região Sul Fundação Universidade Federal do Pampa (UNIPAMPA), Bagé/RS, Brasil. 13-16 nov. 2014. 587 em mar. 2015. Online. Disponível em: <<http://bell.unochapeco.edu.br/revistas/index.php/pedagogica/article/viewFile/1586/905>>. Acesso em: 01 de agosto de 2015.

**SAMPAIO, J. C; MALAGUTTI, P. L. Mágicas, matemática e outros mistérios**. São Carlos: EdUFSCar, 2008.

**SKOVSMOSE, O. Cenários para investigação**. Bolema. Ano 13, n. 14, 2000.

# **A SALA DE AULA DE MATEMÁTICA COMO ESPAÇO DE INVESTIGAÇÃO PEDAGÓGICA: MÍDIA E INFERIORIDADE ÉTNICO-RACIAL NUM RELATO-OFICINA.**

**Reginaldo Ramos de Britto<sup>1</sup>**  
**Marco Aurélio Kistemann Jr.<sup>2</sup>**

<sup>1</sup> Escola Municipal Gabriel G. da Silva, reginaldorrbritto@gmail.com

<sup>2</sup> Marco Aurelio Kistemann Jr. /UFJF/Depto. Matemática, marco.kistemann@ufjf.edu.br

## **Resumo**

Trata-se de uma proposta de minicurso para professores da educação básica, de Matemática e de outras áreas, que se desenvolve, adaptado, a partir de atividades realizadas em sala de aula de matemática de turmas do 9º do ensino fundamental, numa escola municipal em Juiz de fora MG. Nesta atividade inicial, afeita metodologicamente à pedagogia de projetos, estivemos envolvidos com a tarefa de investigar sobre o percentual de participação destinado às crianças negras e brancas em matérias jornalísticas e/ou publicitárias, em veículos impressos locais. Uma atividade que faz parte de um projeto intitulado “Educação Matemática & Democracia”, afeiçoado, por sua vez, às formulações teóricas de uma Educação Matemática Crítica nos termos propostos por Ole Skovsmose.

**Palavras-chave:** mídia, imaginário, ideologia do branqueamento, educação matemática crítica.

## **1. INTRODUÇÃO**

No presente trabalho temos o objetivo de descrever atividades pedagógicas desenvolvidas em sala de aula de Matemática numa escola municipal em Juiz de fora MG. Uma atividade de investigação pedagógica que envolveu alunos de turmas do 9º do ensino fundamental colaborativamente com o professor, como pesquisadores. Em que nos debruçamos sobre o espaço destinado pela mídia impressa para crianças negras e brancas.

Ao mesmo tempo, pretendemos através deste relato, defender a iniciativa de reeditar a referida atividade pedagógica, adaptada, em formato de minicurso voltado a professores (as) de matemática, e outras áreas, da educação básica.

No seu formato inicial tratava-se do que temos defendido como trabalho com *projetos pedagógicos*, que em muito se assemelha às perspectivas teóricas sobre este tema desenvolvidas por Jolibert (1994) (2007) e Hernandez (1998), além de se aproximar do ponto de vista de sua orientação metodológica, da *pesquisa-ação*, a partir de Thiollent

(2011). No que respeita à Educação Matemática, estamos no campo das ações próprias de uma Educação Matemática Crítica, nos termos em que propõem Skovsmose (2001).

Na verdade o “*mídia e racismo*”, que é o nome abreviado que demos ao projeto original, e ao mesmo tempo atividade pedagógica, se insere noutra maior intitulado “*Educação Matemática & Democracia: ...*”. Este por sua vez se traduz como resultado de uma prática profissional que intenciona levar para a sala de aula de matemática, diversas temáticas sociais importantes, além daquelas elencadas nos documentos oficiais, como temas transversais.

Trabalhos com projetos pedagógicos são importantes pois se relacionam a possibilidade de uma aprendizagem significativa, em que os alunos estarão envolvidos com seus “próprios” problemas e se utilizando da matemática como instrumento para leitura crítica de diversos processos sociais. No presente estamos adaptando esta proposta para a estruturação deste minicurso, para professores da educação básica de matemática ou não, com o intuito de contribuir para sua formação e como reflexão crítica sobre um importante aspecto da realidade social e histórica brasileira: o racismo.

Do mesmo modo como deveria ocorrer uma atividade pedagógica em sala de aula, podemos dizer que neste mini-curso estaremos envolvidos num trabalho interdisciplinar abordando o tema do processo histórico do branqueamento<sup>1</sup>, a partir de atividade da sala de aula de Matemática, na educação básica, em que tema abordado, por exemplo, envolvesse os conceitos de razão e proporção ou regra de três simples.

O que se chama *branqueamento* é um processo ideológico bem datado historicamente e que se inicia após o fim formal da escravidão em 1888 e que, para fins didáticos e para o espaço deste trabalho, pode ser traduzido em termos de dois tipos de discursos, que se instalaram até, aproximadamente, as três primeiras décadas do século XX, no Brasil: o primeiro conjunto de discursos era composto por asserções que desqualificavam o negro para o trabalho assalariado bem como também para ser o perfil ideal ( que foi encontrado no imigrante europeu – branco) de cidadão para a nação republicana que se avizinhava; o segundo, representado por orientações diversas e que envolveram : Leis , obras literárias , trabalhos e teorias científicas e criaram u imaginário de inferioridade para os negros.

Além disso pelo prisma da Educação Matemática estamos, na consecução deste minicurso, no cenário de sua perspectiva que se convencionou chamar-se de crítica,

---

<sup>1</sup> Sobre este tema sugerimos a leitura de Hofbauer, Andreas. *Uma História do branqueamento ou o negro em questão*. São Paulo: Editora Unesp, 2006.



formulada principalmente por Ole Skovsmose. Nesta perspectiva crítica a Modelagem Matemática ou o trabalho com projetos, representa importante estratégia de abordagem de temas relevantes para o desenvolvimento de atitudes e comportamentos democráticos. Nela, de acordo com Skovsmose (2001), o relevante é que os problemas abordados estejam em sintonia com situações e conflitos sociais fundamentais, e importante que os estudantes possam reconhecê-los como seus próprios problemas.

Neste minicurso vamos reproduzir com professores e professoras, como participantes e colaboradores, os meandros de uma investigação pedagógica desenvolvida em salas de aulas de Matemática do 9º ano do ensino fundamental, que tinha como propósito analisar a participação de crianças brancas e negras em matérias publicitárias e ou jornalísticas impressas.

O propósito é tratarmos este mini-curso como se fosse o espaço de nossas salas de aula, sugerindo aos participantes uma estratégia para abordagem interdisciplinar dos temas do racismo, do branqueamento, de razões e proporções e regra de três simples, além de, naturalmente, no vincularmos no exercício destas atividades, ao conteúdo curricular de matemática para a educação básica do “tratamento da informação”.

Sugerimos duas partes para este minicurso sendo a primeira uma oficina em que os participantes receberão revistas de veiculação nacional, cola, tesouras calculadoras, folhas de papel ofício. E serão indagados a partir questão de investigação: A mídia impressa oferece os mesmos espaços publicitários para crianças negras e brancas?

Na segunda parte vamos tratar da apresentação e discussão da atividade desenvolvida na sala de aula de matemática da Escola Municipal Gabriel da Silva em Juiz de fora MG, da qual se origina este minicurso.

## **2. JUSTIFICATIVA**

Vivemos tempos “neoliberais”. Esta foi a asserção inicial da professora Gelsa Knijnik por ocasião da Conferência de abertura da *IV Escola de Inverno de Educação Matemática* na Universidade federal de Santa Maria (RS) em agosto de 2014, intitulada: *Educação Matemática em Diferentes Formas de Vida, Poder e Conhecimento*. E é a partir desta afirmação que iniciamos nossa reflexão.

A impregnação de vários processos sociais por uma perspectiva neo-liberal de conceber o mundo, há muito está no centro de nossas preocupações e dessa forma tem se materializado em nossas práticas profissionais, um viés cada vez mais ocupado em

desenvolver ações coletivas em oposição ao individualismo quase metodológico, estruturante do pensamento liberal.

O trabalho que hora apresentamos orienta-se no sentido de ajudar a desconstruir o princípio neo-liberal de conceber ao indivíduo, a tutela exclusiva da ação. Este processo opera a partir de um recorte produzido sobre o indivíduo que o destaca, e portanto desresponsabiliza dos perversos efeitos do individualismo, forças ideológicas e interesses privados dominantes do contexto histórico de sua atuação, e que produzem impactos importantes em sua performance, aparentemente, individual.

O pensamento liberal tem o efeito de opacizar a percepção do indivíduo, cooptado por esta forma de estar no mundo, do cenário político-ideológico que ajuda, para além da esfera de sua ação individual, a produzir o contexto e a fragilidade social em que esteja envolvido.

Temos o propósito de desconstruir e combater pressupostos como os que sustentam ou carregam frases do tipo: “eu quero então consigo”, que tentam incutir no indivíduo a ideia de que tudo depende exclusivamente dele e o que é pior, responsabiliza-o também exclusivamente, se por ventura fracassar no seu propósito inicial. O pensamento liberal, travestido num tipo de literatura que se convencionou chamar de autoajuda, faz crer aos indivíduos que está nele e apenas nele, a responsabilidade por seus eventuais fracassos. Cognitivamente pode ser traduzido pela ideia, equivocada e hierarquizante dos sujeitos sociais, de que um aluno “não aprende por que não se esforça”, que de modo mais severo pode ser traduzido por discursos como: “não aprende porque não quer” ou “não aprende porque não tem habilidade” ou até mesmo “por não ter capacidade.”.

O resultado mais imediato desta perspectiva neoliberal é construir uma sociedade da competição, da disputa, do individualismo, do mérito individual, do pressuposto de que “*vence o melhor*” e de que o pior ou o derrotado é de fato alguém incapaz. Portanto hierarquiza as pessoas a partir de seus resultados sem qualquer alusão ao contexto de sua construção enquanto sujeito histórico e social. E o resultado mais perverso é o indivíduo começar acreditar na sua inferioridade.

Como a instituição escolar é um importante espaço de ação/formação cidadã e como vivemos um cenário efervescente de mudanças seja no aspecto político ou econômico, mesmo no âmbito mundial nos últimos anos, é preciso que nossas ações pedagógicas contemplem esta *perspectiva do outro*.

Na atividade que dá origem a este minicurso o tema envolvia o imaginário social

brasileiro no que respeita ao lugar destinado a negros e negras, ou o que se pode chamar de perpetuação de um imaginário de inferioridade. E que foi captado, e materializado no presente, pela “preferência” dos veículos de informação impressos pelo perfil étnico-racial branco, além de representar proporcionalmente mais, as crianças negras em situações descritas pelos alunos como negativas.

A Escola é claro, se recente dos efeitos destes processos sociais mais amplos e isto ocorre não apenas pelo fato que estes debates adentram os muros da instituição (ou deveriam) mas principalmente porque no médio ou longo prazo, em alguma medida, os processos sociais produzem rebatimentos curriculares.

### **3. A EDUCAÇÃO MATEMÁTICA**

A Educação Matemática e a Etnomatemática por intermédio de seus importantes representantes, Ole Skovsmose e Ubiratan D’Ambrósio emergem naturalmente como pressupostos teóricos que melhor nos ajudam a pensar e constituir uma atividade pedagógica como a que estamos sugerindo.

Numa perspectiva crítica da Educação Matemática, a Modelagem Matemática ou o trabalho com projetos, representa importante estratégia de abordagem de temas relevantes para o desenvolvimento de atitudes e comportamentos democráticos.

Ainda que no presente estudo o “problema” em questão não esteja em conformidade com o tipo que se convencionou chamar de problema matemático, traz implicações e aborda aspectos da realidade social brasileira que podem ser explorados matematicamente. Assim, importou-nos tratar da temática da exclusão racial valendo-nos de conceitos e interpretações próprias da Matemática. Nosso trabalho de pesquisa consiste talvez, no que poderíamos chamar de uma “Modelagem Matemática Social”.

Um problema relevante para democracia brasileira é, sem dúvidas, a questão da exclusão de minorias. O ensino de Matemática assim como de qualquer outra área do conhecimento tem, no desenvolvimento humano, sua razão de ser. Seu objetivo consiste no que Ubiratan D’Ambrósio chama de resposta às “pulsões de sobrevivência e transcendência”. Assim o desafio colocado também a Educadores Matemáticos é o de tornar a matemática interessante e atrativa aos alunos, mas fundamentalmente significativa. Ainda segundo este autor “a matemática e a educação matemática não podem ser insensíveis aos problemas maiores afetando do mundo moderno, principalmente a exclusão de indivíduos, comunidades e até nações, dos benefícios da modernidade. A matemática é o maior fator de exclusão nos sistemas escolares.” (D’AMBROSIO, 2001, p. 16).

Optamos no entanto, por apresentá-lo e sustentá-lo, segundo um referencial que percorra a linha da *Educação Matemática Crítica*. E desse modo defendemos o pressuposto que o primordial para uma perspectiva crítica de Educação matemática é que se favoreça no desenvolvimento de suas atividades em sala de aulas de matemática a emergência competências democráticas.

Assumimos aqui o entendimento de que estas competências democráticas, numa sociedade altamente tecnológica - que é uma discussão desenvolvida por Skovsmose (2001) - e ideologicamente impregnada pelo individualismo neoliberal, envolvem a habilidade de utilizar o conhecimento matemático para descrição e a análise crítica de diversos processos sociais com vistas a empoderação de nossos alunos, de forma a proporcionar-lhes uma participação cidadã, mais produtiva em tais processos.

#### **4. OBJETIVO GERAL**

Com este minicurso, queremos despertar nos professores e professoras um olhar crítico também para o ensino aprendizagem de matemática que pode por intermédio de uma atividade desta natureza, pela perspectiva da pedagogia de projetos, materializar-se como facilitadora de uma aprendizagem significativa.

Ou seja, pretendemos desenvolver reflexão quanto a importância e relevância do trabalho com projetos pedagógicos para o ensino e aprendizagem também de matemática;

##### **4.1 OBJETIVOS ESPECÍFICOS**

Defender, pela perspectiva dos temas transversais e da análise de informação, a ideia do espaço da sala de aula de matemática como *locus* privilegiado para o desenvolvimento de *competências democráticas*;

#### **5. PUBLICO ALVO**

Professores (as) de Matemática e de outras áreas, do ensino fundamental dos anos iniciais e finais.

#### **6. CARGA HORÁRIA**

Quatro horas, divididas em dois (02) módulos com duas horas cada.

#### **7. METODOLOGIA**

- Divisão dos inscritos em grupos de até quatro integrantes;
- Definir relator e/ou coordenador em cada grupo;
- Apresentação do material de trabalho de investigação, onde cada grupo receberá um número ainda a ser definido de revistas de veiculação e circulação nacional;
- Apresentação da questão de investigação;

- Coleta de dados e informações (fotos de crianças)
- Compilação dos dados;
- Tratamento da informação;
- Análise da informação (questão de pesquisa);
- Construção dos relatórios de pesquisa;
- Socialização dos resultados;

## 8. RECURSOS

- Material de pesquisa (veículos impressos de informação – revistas);
- Retro projetor;
- Sala ampla;
- Mesas para formação de grupos com 04 participantes.

## 9. MATERIAL

- Uma (01) tesoura para cada participante;
- Folhas de papel ofício;
- Folhas dos relatórios de pesquisa;
- Folha de instruções aos pesquisadores colaborativos;

## 10. AVALIAÇÃO

- Seminário de pesquisa: para apresentação dos resultados e relatórios dos grupos;
- Formulário de avaliação do minicurso-oficina;

## 11. REFERÊNCIAS

ALROE, H. & SKOVSMOSE, O. *Diálogo e aprendizagem em Educação Matemática*, Belo Horizonte: Autêntica, 2006.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros curriculares nacionais: terceiro e quarto ciclos: apresentação dos temas transversais* /Secretaria de Educação Fundamental. – Brasília: MEC/SEF.436p. (1998).

D' AMBROSIO, U. *Etnomatemática: elo entre as tradições e a modernidade*. Belo Horizonte: Autêntica. (2001).

Domingues, Petrônio José. **Uma História não contada. Negro**, racismo e branqueamento em São Paulo no pós-abolição. DOMINGUES, Petrônio José. - São Paulo: Editora Senac São Paulo, 2004.

HERNÁNDEZ, Fernando. **Transgressão e mudança na educação**. Trad. Jussara Haubert Rodrigues. Porto Alegre: Artmed, 1998.

JOLIBERT, J. **Formando crianças produtoras de textos**. Trad. Walkiria M. F. Settineri e Bruno Charles Magne. Porto Alegre: Artes Médicas, 1994.

JOLIBERT, Josete/ JACOB, Jeannette. **Além dos muros da escola**. Trad. Ana Maria Netto Machado. Porto Alegre: Artmed, 2006.

SKOVSMOSE, O. *Educação Matemática Crítica: a questão da democracia*. Campinas/SP: Papirus. (2001).

### CRONOGRAMA DE OFICINA

| DESCRIÇÃO DAS ATIVIDADES                                                                                                                                                                                                                                                                               | DURAÇÃO    |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------|
| Primeira Modulo (02 horas)                                                                                                                                                                                                                                                                             |            |
| Apresentação /Formação dos grupos de trabalho                                                                                                                                                                                                                                                          | (30 min.); |
| Desenvolvimento da atividade de pesquisa nos grupos e confecção dos relatórios de trabalho;                                                                                                                                                                                                            | (60 min.)  |
| Compilação coletiva dos dados de cada grupo.                                                                                                                                                                                                                                                           | (30min.)   |
| Segundo Módulo (02 horas)                                                                                                                                                                                                                                                                              |            |
| <ul style="list-style-type: none"><li>• <b>Seminário de pesquisa I:</b> socialização dos resultados e compilação coletiva dos dados de cada grupo;(considerando no máximo 30 participantes divididos em seis (06) grupos com 5 participantes cada) (10 min para cada grupo – total: 60 min);</li></ul> | (60min.)   |
| <ul style="list-style-type: none"><li>• <b>Seminário de pesquisa II:</b> apresentação da investigação pedagógica originária deste minicurso – relato de experiência/ discussão e comparação dos resultados.</li></ul>                                                                                  | (40min.)   |
| <ul style="list-style-type: none"><li>• Considerações /avaliação final (20min)</li></ul>                                                                                                                                                                                                               |            |

# **A UTILIZAÇÃO DE MATERIAL CONCRETO E JOGOS NO ENSINO DO SND - SISTEMA DE NUMERAÇÃO DECIMAL**

**Maria Betânia de Castro Nunes Santos**

Escola Municipal “Itália Cautiero Franco” – CAIC/Rede Municipal de Lavras, mbetaniacns@gmail.com

## **Resumo**

Trabalhando com professores alfabetizadores, já há algum tempo, percebemos a dificuldade que os mesmos têm em compreender e ensinar o Sistema de Numeração Decimal - SND. O objetivo dessa oficina é conscientizá-los sobre a importância da utilização de material concreto e jogos para o ensino do SND, tanto para o seu entendimento, como para ensinar seus alunos.

Diante da demanda atual pela formação continuada de professores e, pensando no impacto dessa formação no processo de ensino-aprendizagem, a oficina intitulada “*A utilização de material concreto e jogos no ensino do SND - Sistema de Numeração Decimal*” tem como principal objetivo fornecer subsídios ao professor para levar o aluno a compreender o SND e conceitos básicos da Matemática, através de situações lúdicas. Essa oficina consistirá de 4 momentos, sendo: (1) Apresentação; Parte teórica: um pouco da história do SND, Letramento Matemático, Apresentação de material concreto utilizado para compreensão do SND; (2) Demonstração e aplicação de jogos feitos com material simples ao acesso de todos; Troca de Experiências; (3) Manipulação de material concreto proposto; Elaboração, por parte dos participantes, de atividades pedagógicas utilizando o material concreto; (4) Apresentação, discussão e avaliação das atividades apresentadas; Encerramento.

Espera-se com essa oficina, que os participantes percebam possibilidades de trabalho com material concreto e jogos, levando em conta os diferentes segmentos de ensino em que atuam, aliando práticas didáticas convencionais com recursos simples, mas de um resultado muito intenso nesse processo que envolve a sua atuação e a aprendizagem dos seus alunos.

**Palavras-chave:** Formação Continuada, Ensino Fundamental I, Material Concreto, Jogos, Operações Básicas.

## **PROGRAMAÇÃO DAS ATIVIDADES A SEREM DESENVOLVIDAS**

Um dos desafios do educador é conciliar métodos tradicionais de ensino com a utilização de jogos e material manipulável, os quais têm grande apelo sobre os estudantes por serem atrativos, interativos e desafiadores. Nesse contexto, a presente proposta da oficina intitulada “*A Utilização de material concreto e jogos no ensino do SND - Sistema De Numeração Decimal*”, pretende apresentar a participantes do VII Encontro Mineiro de Educação Matemática – VII EMEM, uma proposta de ensinar o sistema de numeração decimal de forma lúdica e prazerosa.

## **OBJETIVOS**

1. Conscientizar os participantes sobre a importância da utilização de material concreto e jogos para o ensino do SND, tanto para o seu entendimento, como na sua prática;

2. Mostrar aos participantes que a utilização de material concreto facilita o aprendizado do SND;
3. Estimular os participantes a desenvolverem atividades pedagógicas utilizando material concreto e também, na confecção de jogos;
4. Promover uma discussão e avaliação das atividades desenvolvidas.

## METODOLOGIA

Essa oficina consistirá de quatro momentos: (1) Apresentação; Momento expositivo no qual será apresentado um pouco da história do SND, suas características, as diversas representações de um número natural, o Letramento Matemático, a sala de aula como um ambiente alfabetizador, as operações básicas no quadro posicional, exposição dos materiais concretos existentes no mercado (Ábaco, Material Dourado, Barras de Cuisinaire) e a sua utilização; (2) Demonstração e aplicação de jogos feitos com material simples ao acesso de todos; Troca de Experiências.; (3) Manipulação de material concreto proposto; Elaboração, por parte dos participantes, de atividades pedagógicas utilizando o material concreto; (4) Apresentação, discussão e avaliação das atividades apresentadas, encerramento.

A duração e o material necessário para cada um desses momentos estão apresentados na Tabela 1.

**Tabela 1: Cronograma das atividades propostas na Oficina “A utilização de material concreto e jogos no ensino do SND - Sistema de Numeração Decimal”**

| Momento           | Atividades                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       | Material                                                      | Duração |
|-------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------|---------|
| 1º dia – 1ª parte | - Apresentação<br>- Parte teórica: um pouco da história do SND, suas características, as diversas representações de um número natural, o Letramento Matemático, a sala de aula como um ambiente alfabetizador, as operações básicas no quadro posicional, os materiais concretos existentes no mercado e a sua utilização (Ábaco, Material Dourado, Barras de Cuisinaire)<br>- Exposição dos materiais concretos | - Data Show.                                                  | 1 h     |
| 1º dia – 2ª parte | - Demonstração e aplicação de jogos feitos com material simples ao acesso de todos;<br>- Troca de Experiências.                                                                                                                                                                                                                                                                                                  | - Data Show.                                                  | 1 h     |
| 2º dia – 1ª parte | - Manipulação de material concreto proposto;<br>- Elaboração, por parte dos                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      | - Data Show;<br>-100 Folhas A4;<br>- Lápis, caneta, borracha, | 1h      |



|                   |                                                                                       |                                                                                                                     |    |
|-------------------|---------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
|                   | participantes, de atividades pedagógicas utilizando o material concreto.              | régua, caneta hidrocor ou pincel atômico (se possível)<br>- 10 Folhas de papel cartão cores variadas (se possível). |    |
| 2º dia – 2ª parte | - Apresentação, discussão e avaliação das atividades apresentadas;<br>- Encerramento. | - Data Show.                                                                                                        | 1h |

## REFERENCIAL TEÓRICO

Ao trabalhar com professores das séries iniciais da cidade de Lavras – MG, em diversos momentos e situações diferentes como professora do Curso Normal Nível Médio ministrando as aulas de Matemática e Metodologia Matemática, como Tutora do Pró-Letramento de Matemática, como Orientadora de Estudos do Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa – PNAIC e também em apresentações de oficinas e minicursos voltados a esse público, percebe-se a urgente necessidade de colaborar com o entendimento e domínio de conceitos básicos da Matemática que muitas das vezes esses professores não dominam e como consequência, não têm segurança para transmiti-los aos seus alunos.

Segundo Santos (2012), a educação passa por mudanças significativas e chega ao século XXI com uma proposta diferenciada, onde o ensino-aprendizagem, que sempre esteve voltado apenas para a assimilação do conhecimento e onde o papel principal era do educador, dá lugar ao ensino onde o aluno é levado a adquirir habilidades e competências para aprender a pensar, comunicar, pesquisar, fazer sínteses e construções teóricas, e principalmente, ser independente e autônomo.

Conforme Delors (1996, p. 78),

*“a prática pedagógica deve preocupar-se em desenvolver quatro aprendizagens fundamentais, que serão para cada indivíduo os pilares do conhecimento: aprender a conhecer, que indica o interesse, a abertura para o conhecimento que verdadeiramente liberta da ignorância; aprender a fazer, que mostra a coragem de executar, de correr riscos, de errar mesmo na busca de acertar; aprender a conviver, que traz o desafio da convivência, que apresenta o respeito a todos e o exercício de fraternidade como caminho do entendimento; e, finalmente, aprender a ser, que, talvez, seja o mais importante por explicitar o papel do cidadão e o objetivo de viver”* (DELORS, 1996, p. 78).

Uma educação fundamentada nos quatro pilares acima sugere alguns procedimentos didáticos que lhe seja condizente, tendo como propósito principal a valorização do profissional da educação que é um dos grandes desafios para a construção desta educação de qualidade.

*É o educador, o sujeito capaz de mobilizar crianças e adolescentes para as diversas ações educativas. Ele é o grande motivador, empreendedor, entusiasta e interessado pelo desenvolvimento intelectual do aluno. É por isso que, quando se fala em qualidade da educação, é necessário pensar a valorização dos profissionais que atuam no processo. Valorização esta, que passa pela valorização financeira, respeito e consideração nas comunidades em que atuam e condições de trabalho adequadas às suas propostas de trabalho* (GRAEFF, 2007, p. 1).

Uma das formas de valorização desses profissionais é a oportunidade da formação continuada por meio de debates, cursos, encontros, oficinas, minicursos, etc., onde a troca de experiências e a percepção de que todos os envolvidos nesse processo também têm as mesmas dificuldades e medos. Diante disso, visando o direcionamento do professor para lidar com essas questões, surge a oportunidade de desenvolver a oficina “*A utilização de material concreto e jogos no ensino do SND - Sistema de Numeração Decimal*”, num evento de grande importância como o VII EMEM, direcionada aos professores das séries iniciais do Ensino Fundamental e dar suporte a esses educadores, para que possam trabalhar de uma maneira diferenciada e contribuir para melhor assimilação desse conteúdo por parte dos alunos.

## **NÍVEL**

Preferencialmente, professores das séries iniciais do Ensino Fundamental. No entanto, a oficina estará aberto aos demais interessados dependendo da disponibilidade de vagas.

## **CONSIDERAÇÕES FINAIS**

A utilização de novos métodos no ensino da Matemática tem se mostrado de grande valor diante da necessidade de se reformular os métodos convencionais, adotando novas maneiras de se ensinar, para que o conteúdo se torne mais atrativo e de melhor compreensão. A inserção das novas formas de ensinar, tornam o processo de aprendizado mais dinâmico e interessante. Trabalhar com materiais concretos e jogos é uma possibilidade nesse sentido e deve ser considerado pelos educadores.

Segundo Santos, 2012, alimentar a ideia de que a Matemática é um “bicho-papão” só faz dificultar o aprendizado dos alunos e também a sua inserção na sociedade, uma vez que a Matemática, sendo uma linguagem universal, está presente não apenas nas escolas, mas também no cotidiano de todos.

Por colocar as crianças constantemente diante de situações-problema, esses jogos favorecem as (re)elaborações pessoais a partir de seus conhecimentos prévios. A introdução de jogos nas aulas de Matemática é uma forma de diminuir bloqueios apresentados por muitos alunos que temem a Matemática e sentem-se incapacitados para aprendê-la. Dentro da situação do jogo, onde é impossível uma atitude passiva e a motivação é grande, ao mesmo tempo em que estes alunos falam Matemática, apresentam também um melhor desempenho e atitudes mais positivas frente a seus processos de aprendizagem (BORIN, 1996, p. 9).

Não conhecer Matemática torna o indivíduo um ser à margem do conhecimento, um ser alienado. Na maioria dos casos, o aluno consegue resolver problemas do cotidiano, porém, na sala de aula o que mais se sobressai é o sentimento de “insucesso”. Esse insucesso merece um olhar especial principalmente com relação à revisão dos conceitos, materiais e práticas adotadas pelo professor, a fim de tornar o processo de ensino/aprendizagem voltado para as novas exigências que a sociedade impõe e que traga de volta o interesse dos alunos por essa disciplina.

A utilização de materiais concretos aparece como uma alternativa interessante, assim como, a necessidade da formação continuada para os professores atuantes nas séries iniciais, pois muitos tiveram uma formação que não atenta para metodologias de ensino inovadoras que facilitem o estudo/ensino dos conteúdos e a preparação de aulas, a

dificuldade de alguns deles no sentido de demonstrar, repassar e fazer com que os alunos assimilem melhor o sistema de numeração decimal.

O material concreto é um dos caminhos possíveis para ensinar Matemática e ao mesmo tempo uma maneira de ajudar a resgatar nos alunos o prazer pelo estudo dessa disciplina. Além disso, momentos como a oficina “*A utilização de material concreto e jogos no ensino do SND - Sistema de Numeração Decimal*” são importantes oportunidades de trocas entre educadores e concretizam a ideia da formação continuada.

#### **REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS**

BORIN, J. **Jogos e resolução de problemas: uma estratégia para as aulas de matemática**. São Paulo: IME-USP, 1996.

DELORS, J. **Educação: um tesouro a descobrir**. Lisboa: UNESCO/ASA, 1996.

GRAEFF, N. V. **Qualidade Social da Educação**. Disponível em:  
<[http://www.guiadigital.info/index.php?not=1&pesq\\_not=1&mostra=3317](http://www.guiadigital.info/index.php?not=1&pesq_not=1&mostra=3317)> Acesso em:  
26 jul. 2015.

SANTOS, M. B. C. N. . **Formação Continuada de Professores da rede pública municipal: 'Oficina de multiplicação' em Lavras, MG**. In: VI Encontro Mineiro de Educação Matemática EMEM, 2012, Juiz de Fora, MG. Anais do VI Encontro Mineiro de Educação Matemática EMEM, 2012.

# **MINICURSO**

## **APRENDENDO MATEMÁTICA COM ORIGAMI NO PIBID**

**Autor Principal: Virgínia de F. Silva<sup>1</sup>**

**Co-Autor(es): Larissa Pereira Menezes<sup>2</sup>, Heloisa Almeida de Figueiredo<sup>3</sup>**

**Orientador: Eliane Moreira da Costa<sup>4</sup>**

<sup>1</sup>Universidade Federal Fluminense, virginiafreitass@gmail.com

<sup>2</sup>Universidade Federal Fluminense, larissapm@id.uff.br

<sup>3</sup>Universidade Federal Fluminense, heloisa-figueiredo@hotmail.com

<sup>4</sup>Universidade Federal Fluminense/Coordenador de Área Pibid Matemática, elianemc@id.uff.br

### **Resumo**

Este minicurso tem por objetivo reproduzir algumas das atividades desenvolvidas nos Colégios Estaduais Joaquim Távora, Baltazar Bernadino e Machado de Assis pela equipe de bolsistas do PIBID – Matemática – UFF/Niterói, coordenado pela professora Eliane Moreira da Costa e supervisionado pelos professores das escolas.

Movidos pelo entusiasmo de participar deste empreendimento, a equipe se organizou nas escolas e acompanha o trabalho que está em andamento. Os alunos estavam curiosos e animados com a ideia de participar do projeto, pois no ano anterior o projeto teve uma repercussão significativa nas escolas.

As principais dificuldades que diagnosticamos nas turmas e confirmadas pelas avaliações dos professores estavam relacionadas às operações fundamentais e às noções geométricas. Foi deste diálogo constante entre nós, os nossos supervisores e a nossa coordenadora de área, que tivemos o desejo de desenvolver um trabalho que abrangesse essa dificuldade, dentro do currículo mínimo.

Com o objetivo de estimular o desenvolvimento psicomotor, a visualização geométrica e de despertar o interesse dos alunos pela matemática busca-se trabalhar com diversos recursos e estratégias, como por exemplo, modelos em origami e jogos matemáticos. Como as dificuldades dos alunos com a matemática também se revelam nestas atividades, a equipe está sempre procurando formas diferenciadas de auxiliá-los para alcançar melhores resultados.

No decorrer do processo a equipe constatou que as atividades com origami despertaram maior interesse e entusiasmo dos alunos, gerando melhores resultados em relação à compreensão dos conteúdos propostos. Por esse motivo, optamos por apresentar este minicurso com as atividades que tiveram maior destaque nas escolas.

**Palavras-chave:** Ensino, Matemática, Equipe, Origami.

### **OBJETIVOS**

Fomentar o uso da construção de modelos em origami como recurso didático no processo de ensino e aprendizagem da matemática, contribuindo de maneira enriquecedora a prática em sala de aula.

Induzir a visualização geométrica de resultados matemáticos já conhecidos, através das atividades propostas.

## METODOLOGIA

A metodologia utilizada consiste na construção de modelos em Origami para facilitar a demonstração de determinados temas relacionados a assuntos que são estudados na matemática, em particular: arestas, faces, cálculos de área e de volume, bissetriz, ponto médio, ângulos, semelhança de figuras geométricas e outros decorrentes da observação dos participantes.

Este minicurso será composto por dois momentos: no primeiro faremos a construção dos modelos do envelope e do par de esquadros, ambos utilizando papéis retangulares de diversos tamanhos, todos semelhantes ao padrão A4. No segundo momento, buscando uma melhor visualização geométrica plana e espacial e a observação de elementos e propriedades fundamentais, apresentaremos os Poliedros Regulares e construiremos os modelos do tetraedro regular e do cubo.

## NÍVEL EDUCACIONAL

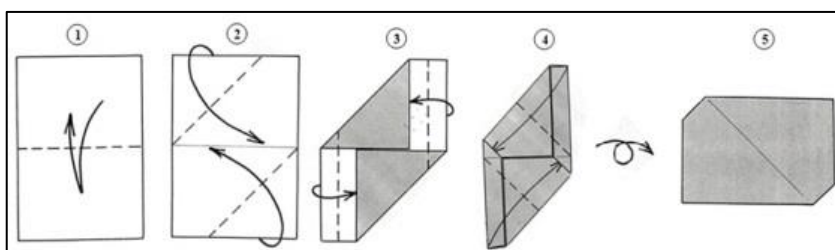
O minicurso é direcionado a professores do Ensino Fundamental e Médio, alunos dos Cursos de Licenciatura e aos demais participantes do evento.

## PROGRAMA DAS ATIVIDADES A SEREM DESENVOLVIDAS

Para desenvolvermos o estudo da semelhança, construiremos dois modelos em origami: o envelope (figura 1) e o par de esquadros (figuras 2 e 3). Antes da construção dos modelos propostos serão apresentadas as relações matemáticas entre os lados do papel A4 e A3, bem como de outros retângulos semelhantes a estes mais conhecidos.

O envelope é obtido de folhas retangulares de variados tamanhos, com a semelhança já demonstrada. Após a construção, o papel é aberto e os vincos marcados sobre ele formam uma malha onde podem ser observadas diferentes figuras geométricas, semelhantes entre si.

**Figura 1: Diagrama do envelope**

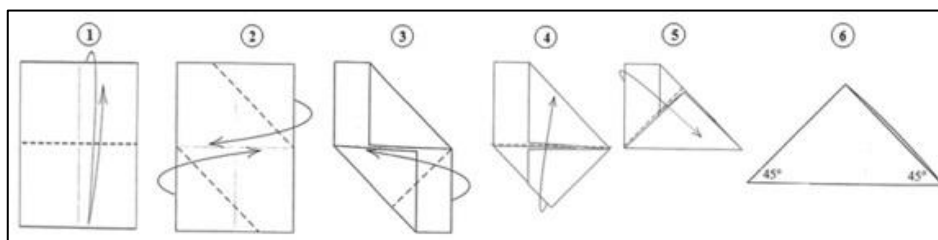


Fonte– MULATINHO, 1993, p. 9

Para a construção do segundo modelo, o par de esquadros, também são utilizados papéis retangulares cortados em diferentes tamanhos, preservando-se a razão de semelhança. O primeiro esquadro obtido é o de  $45^\circ$  e o segundo esquadro é o de  $60^\circ$ .

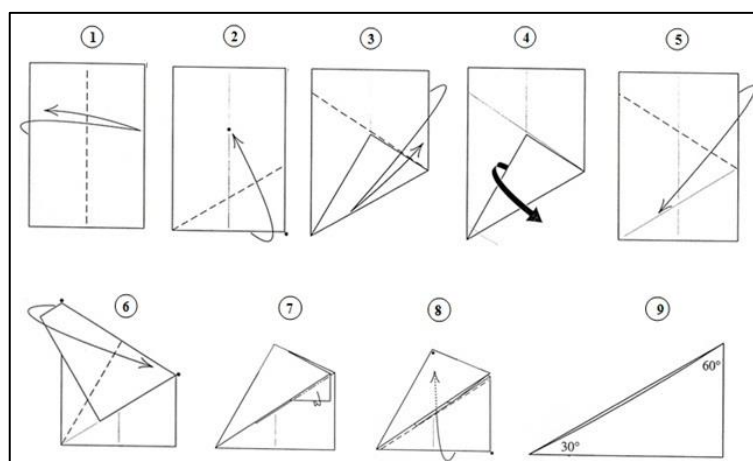
Uma observação interessante, dificilmente conhecida pelos alunos, é que dois esquadros, um de  $45^\circ$  e o outro de  $60^\circ$ , são considerados um par quando a medida da hipotenusa do esquadro de  $45^\circ$  é também a medida do maior cateto do esquadro de  $60^\circ$ .

**Figura 2: Diagrama do esquadro de 45°**



Fonte – MULATINHO, 1998, p. 30

**Figura 3: Diagrama do esquadro de 60°**

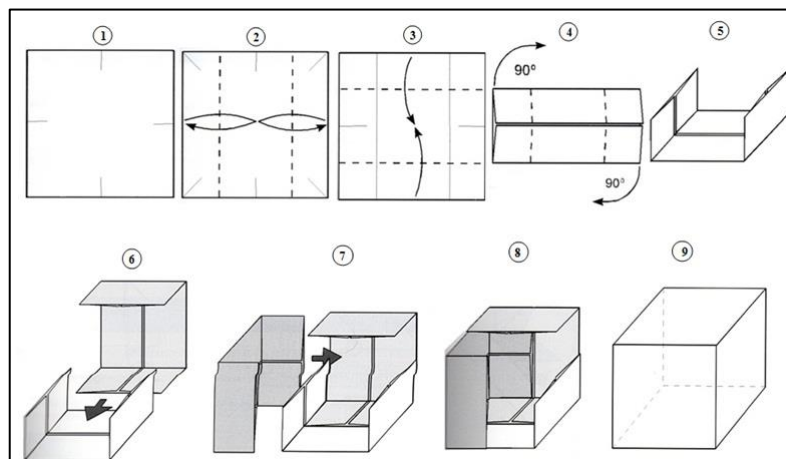


Fonte – MULATINHO, 1998, p. 31

Para obtermos a visualização espacial dos poliedros regulares, serão mostrados os cinco modelos em Origami dos poliedros regulares, mas apenas o cubo (figura 4) e o tetraedro regular (figura 5) serão construídos.

Para o cubo são necessários seis papéis quadrados do mesmo tamanho. Cada folha depois de dobrada é uma face do cubo. Para facilitar a visualização, sugerimos que sejam utilizadas três cores, para que as faces opostas fiquem nas mesmas cores. Para tanto, serão necessárias duas folhas de cada cor.

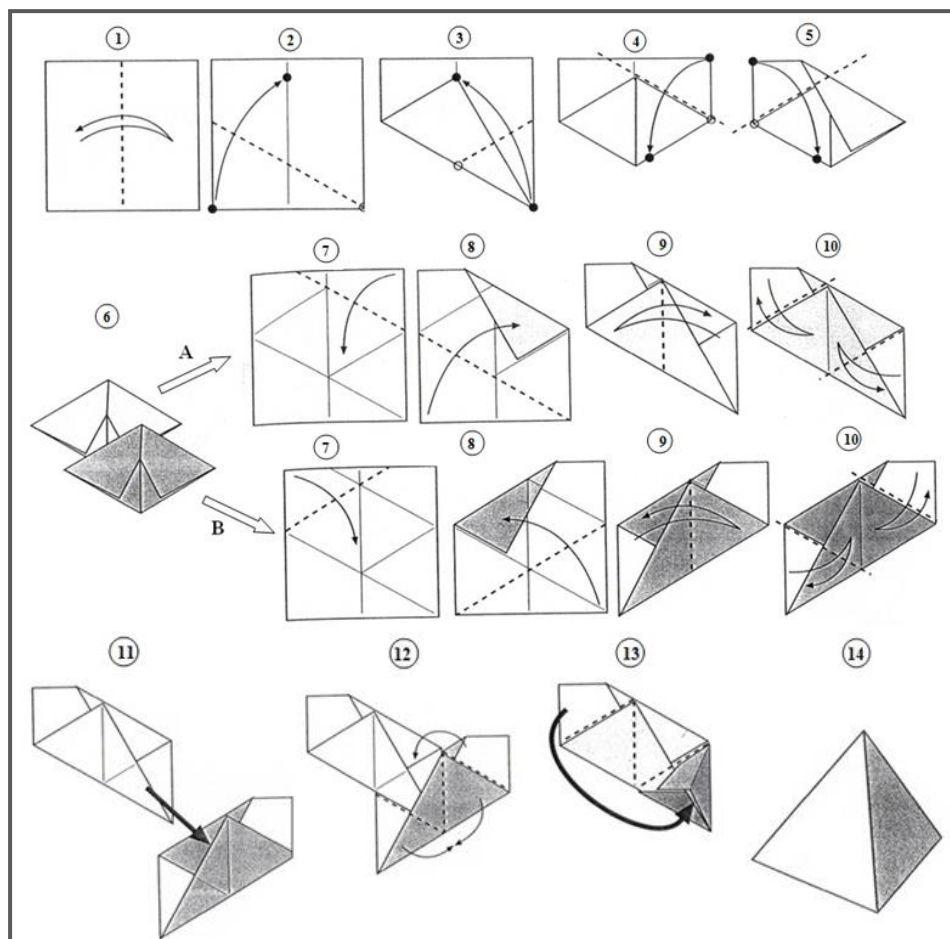
**Figura 4: Diagrama do cubo**



Fonte –MITCHELL, 2005, p. 16-17

O quarto e último modelo será o tetraedro regular, que é obtido através de dois papéis quadrados, que dobrados convenientemente darão forma aos triângulos equiláteros que compõem as quatro faces do tetraedro desejado.

**Figura 5: Diagrama do tetraedro regular**



Fonte –KAWAMURA , 2001, p. 32-33

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

COSTA, E. M. Origami e educação matemática. **Boletim Labem**. Niterói, nº 1, p. 1-2, jul/dez. 2010.

KAWAMURA, M. **Polyhedron Origami for beginners**, 1º edição. Japão: Nihon Vogue CO., LTD, 2001.

LINDQUIST, M.; SHULTE, A. P. (Org.). **Aprendendo e Ensinando Geometria**. São Paulo: Atual, 1994.

MACHADO, N. J. **Semelhança não é mera coincidência**. 1º edição. São Paulo: Scipione, 1996.

MITCHELL, D. **Mathematical Origami: Geometrical shapes by paper folding**. Primeira edição, Tarquin Publications, 2005.

MULATINHO, P. **Origami - neue Ideen:** Mit Faltanleitungen. Augsburg: Augustus Verlag, 1998.

MULATINHO, P. **Pfiffiges Origami:** Mit Faltanleitungen Schritt für Schritt. Augsburg: Augustus Verlag, 1993.



# ATIVIDADES INVESTIGATIVAS ENVOLVENDO PRODUTOS NOTÁVEIS E EQUAÇÕES DO SEGUNDO GRAU

Ana Rafaela Correia Ferreira<sup>1</sup>  
Warley Machado Correia<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Centro Pedagógico da UFMG/Núcleo de Matemática, anarafaelacf@yahoo.com.br

<sup>2</sup>Centro Pedagógico da UFMG/Núcleo de Matemática, warleymachadocorreia@gmail.com

## Resumo

Propomos, nesta oficina, o desenvolvimento de tarefas envolvendo produtos notáveis e equação do segundo grau. Elaboradas sob a forma de investigação, o objetivo das atividades é explorar geometricamente os produtos notáveis e a resolução de equações polinomiais do 2º grau, através da fatoração. As atividades apresentadas, podem ser desenvolvidas com estudantes de 8º e 9º anos do Ensino Fundamental e frequentemente são utilizadas pelos professores do Centro Pedagógico (CP) da Universidade Federal de Minas Gerais (UFMG). Nossa intenção é oferecer um material que possa auxiliar os professores de Matemática, para que tenham um maior conhecimento e segurança ao desenvolver atividades de investigação, propiciando dessa maneira, mais uma possibilidade pedagógica de trabalho com esses conteúdos.

**Palavras-chave:** Ensino de Matemática. Atividades investigativas. Produtos Notáveis. Equações Polinomiais de segundo grau. Material Concreto.

## INTRODUÇÃO

Nossa proposta para esse minicurso envolve o estudo de dois importantes conteúdos de álgebra: Produtos Notáveis e Equação Polinomial do Segundo Grau. Por meio de atividades de investigação, apresentaremos uma proposta de trabalho indicando a resolução de problemas como ponto de partida para a atividade matemática e destacando a relevância da utilização de materiais concretos em sala de aula.

Nas atividades envolvendo produtos notáveis, trabalharemos os produtos "quadrado da soma", "quadrado da diferença" e "produto da soma pela diferença" por meio de sua interpretação geométrica. Para as equações polinomiais de segundo grau, nosso objetivo é contextualizar o conteúdo a partir de uma situação-problema que envolva uma equação polinomial do segundo grau e por meio dela, investigar as relações entre álgebra e geometria, discutir uma das possibilidades de cálculo das soluções de uma equação do 2º grau, relacionar coeficientes e soluções de uma equação polinomial do 2º grau e introduzir o cálculo mental para descoberta das soluções e conseqüentemente para a sua fatoração.

Além disso, no minicurso também iremos destacar alguns pontos sobre o ensino de álgebra no Ensino Fundamental e sobre as potencialidades do trabalho com investigação nas aulas de Matemática, especialmente nos conteúdos de produtos notáveis e equações polinomiais do segundo grau.

## O ENSINO DE ÁLGEBRA

É muito comum associar a álgebra à manipulação mecânica de símbolos, o que pode ser traduzido como uma sensação de inutilidade. Isso acontece porque, muitas vezes, o ensino de álgebra se reduz a um “amontoado” de fórmulas, equações e expressões que são apresentados prontamente, sem discussão de sua origem: “Os estudos realizados sobre o ensino da álgebra revelaram que muitas das dificuldades demonstradas pelos alunos surgem porque a álgebra simbólica é introduzida já pronta” (DECHEN, 2009, p. 1). Contudo, o estudo da álgebra pode se constituir em um espaço bastante significativo para que os estudantes desenvolvam as capacidades de *abstração e generalização*, possibilitando a aquisição de uma poderosa ferramenta para a resolução de problemas (BRASIL, 1998).

Especialmente no último ciclo do Ensino Fundamental, os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN's) adotam como ponto de partida para o ensino de álgebra que as noções algébricas sejam exploradas por meio de jogos, generalizações e representações matemáticas, em detrimento de procedimentos puramente mecânicos de lidar com as expressões e equações. Assim, para além da simples manipulação de símbolos e expressões algébricas, os alunos podem experimentar situações em que seja possível inter-relacionar as diferentes concepções da Álgebra.

Ao privilegiar o estudo do cálculo algébrico e das equações, em desarticulação com as outras dimensões da álgebra, desvaloriza-se seu potencial formativo em relação à “capacidade de lidar com outras relações e estruturas matemáticas e usá-las na interpretação e resolução de problemas matemáticos ou de outros domínios” (PONTE, BRANCO, MATOS, 2009, p. 10). Articular essas dimensões é um desafio, de modo a evidenciar todo o potencial formativo da matemática para os estudantes.

Este planejamento insere-se, de acordo com os PCN's, numa perspectiva de “resolução de situações-problema que podem ser resolvidas por uma equação do segundo grau cujas raízes sejam obtidas pela fatoração, discutindo o significado dessas raízes em confronto com a situação proposta” (BRASIL, 1998, p. 88). Além disso, procura fazer uma interlocução entre a álgebra e a geometria, através da manipulação de materiais concretos.

## ATIVIDADES INVESTIGATIVAS NAS AULAS DE MATEMÁTICA

Um dos objetivos do Ensino Fundamental é que o aluno desempenhe um papel ativo na construção do seu conhecimento (BRASIL, 1998). Para tanto, a escolha de uma postura investigativa para a condução dessa aula tem por objetivo possibilitar “uma visão global da matemática ao envolver os alunos em processos característicos desta, tais como exploração de hipóteses, fazer e testar conjecturas, generalizar e provar resultados” (ABRANTES, PONTE, BRUNHEIRA, 1999, p. 1). Considerando que a aprendizagem da Matemática deve contemplar oportunidades dos alunos se envolverem em momentos de atividade matemática, as tarefas de exploração e investigação ganham importância como um recurso que possibilita os alunos se engajarem em seu próprio desenvolvimento.

Na Matemática, assim como em qualquer outra disciplina, o envolvimento do aluno é condição fundamental da aprendizagem, conforme sugere Brocardo, Oliveira e Ponte (2003).

*A matemática pode dar sua contribuição à formação do cidadão ao desenvolver metodologias que enfatizem a construção de estratégias, a comprovação e justificativas de resultados, a criatividade, a iniciativa pessoal, o trabalho coletivo e a autonomia advinda da confiança na própria capacidade para enfrentar desafios (BRASIL, 1998, p. 27).*

Na álgebra há um interessante campo para a escolha de tarefas de natureza exploratória e investigativa que podem ser desenvolvidas na sala de aula, evitando, assim, uma visão da Matemática centrada na execução de algoritmos e em “receitas” para resolver os típicos exercícios (cf. Abrantes, 1999; Ernest, 1996; Brocardo, Oliveira e Ponte, 2003):

*Atividades de investigação podem conformar uma concepção de matemática como algo dinâmico, do conhecimento matemático como em construção, através do desenvolvimento de ideias e processos, constituintes do pensar e fazer matemáticos (FROTA, 2005, p. 2).*

Para nossas atividades optamos pela utilização de materiais concretos, pois acreditamos que pode favorecer o processo de ensino-aprendizagem. Esses materiais permitem aos alunos pesquisar, testar hipóteses, visualizar, simular, que eles construam “uma visão mais completa da verdadeira natureza da atividade matemática e desenvolvam atitudes positivas diante do seu estudo” (BRASIL, 1998, p. 44). Além disso, ao utilizar esse recurso, possibilitamos ao estudante conferir um tipo de significado às expressões, interpretando geometricamente, de forma inicial, os cálculos algébricos, além de ser apresentar um apelo lúdico.

## ASPECTOS METODOLÓGICOS

O minicurso é destinado a professores de Matemática do Ensino Fundamental e demais professores interessados pelo estudo de álgebra. Inicialmente faremos uma abordagem teórica sobre o ensino de álgebra e as atividades de investigação como recurso pedagógico.

Sobre as tarefas a serem desenvolvidas, que foram elaboradas sob a forma de investigação, será proposto uma sequência de atividades dividida em quatro partes, tomando como ponto de partida, uma situação-problema. A primeira parte das atividades consiste em conhecer o material que será utilizado, explorando, dessa forma, os conceitos de área e de polinômios. Aqui desenvolveremos os produtos notáveis a partir do conceito de áreas de quadrados, cujos lados são expressões algébricas.

A segunda parte, já envolvendo equação polinomial do segundo grau, utilizaremos o material como apoio no cálculo das soluções de uma equação, do tipo  $ax^2 + bx + c = 0$ , sempre com  $a = 1$ ,  $b$  e  $c > 0$ . Com a utilização do material, o aluno deverá formar retângulos que representem o polinômio que forma a equação. Nessa mesma tarefa, propomos uma investigação inicial entre os coeficientes e as raízes da equação.

Na terceira parte da tarefa, trabalharemos com equações do tipo  $ax^2 + bx + c = 0$ , porém com  $a \neq 1$  e  $b$  e  $c > 0$ . Fazendo a utilização do material proposto para a oficina, buscar-se-á representar o polinômio da equação e fazer uma investigação entre os coeficientes e as raízes da equação.

Na última parte da atividade proposta, utilizaremos equações do tipo  $ax^2 + bx + c = 0$ , porém com os coeficientes  $a$ ,  $b$  e  $c$  representando quaisquer números inteiros. Nesse caso parte das peças poderão ser utilizadas como sobreposição de figuras para forma retângulos cujas áreas representem o polinômio proposto na equação. Finalizaremos fazendo a relação dos coeficientes com as raízes da equação.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

A oficina que estamos propondo associa duas metodologias para o ensino da álgebra: as atividades de investigação e a utilização de material concreto, tendo como ponto de partida a resolução de problemas. Nesse contexto, utilizaremos atividades em que, através

da manipulação e da investigação, é possível discutir aspectos teóricos acerca de produtos notáveis e equações polinomiais do segundo grau, bem como do processo de ensino e aprendizagem de Matemática no Ensino Fundamental.

Fazendo o uso das atividades que vamos propor, buscamos oportunizar momentos de aprendizagem ativa para alunos e professores. O professor, quando adota métodos não convencionais e diversificados, em especial, as atividades de investigação, ele pode tornar as aulas mais atrativas para os estudantes, que assumem um papel de construtores do seu próprio conhecimento.

## REFERÊNCIAS

ABRANTES, P. Investigações em geometria na sala de aula. In: ABRANTES, P. PONTE, J.P. FONSECA, H. (Org), *Investigações matemáticas na aula e no currículo*. Lisboa: Projecto MPT e APM, 1999, p. 153-167.

ABRANTES, P; PONTE, J. P.; BRUNHEIRA, L. *Investigações matemáticas na aula e no currículo*. Lisboa, APM, 1999.

BRASIL. Ministério da Educação e do Desporto. Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros curriculares nacionais terceiro e quarto ciclos do ensino fundamental: matemática*. Brasília, DF: MEC/SEF, 1998.

BROCARD, J.; OLIVEIRA, H. PONTE, J.P. *Investigações Matemáticas na Sala de Aula*. Belo Horizonte: Autêntica, 2003. 149 p.

DECHEN, T. Tarefas exploratório-investigativas para o ensino de álgebra na 6ª série do ensino fundamental: indícios de formação e desenvolvimento da linguagem e do pensamento algébricos. In: 17º COLE - *Congresso de Leitura do Brasil*, 2009, Campinas. Anais do 17º COLE, 2009.

ERNEST, P. (1996) Investigações, Resolução de Problemas e Pedagogia. P. Abrantes, L.C. Leal, J.P. Ponte (Eds.). *Investigar para aprender matemática*, (pp. 25-48). Lisboa: Projecto MPT e APM.

FROTA, M.C.R. Experiência Matemática e Investigação matemática. V *CIBEM*, Porto, Portugal, jul. 2005. Disponível em: <[http://www.matematica.pucminas.br/Grupo%20de%20Trabalho/Maria%20clara/experiencia\\_documento%20do%20Acrobat.pdf](http://www.matematica.pucminas.br/Grupo%20de%20Trabalho/Maria%20clara/experiencia_documento%20do%20Acrobat.pdf)>. Acesso em 04 maio. 2010.

PONTE, J. P.; BRANCO, N.; MATOS, A. *Álgebra no ensino básico*. Lisboa: Ministério da Educação, 2009. Disponível em: <[http://area.dgidc.min-du.pt/materiais\\_NPMEB/003\\_Brochura\\_Algebra\\_NPMEB\\_%28Set2009%29.pdf](http://area.dgidc.min-du.pt/materiais_NPMEB/003_Brochura_Algebra_NPMEB_%28Set2009%29.pdf)>. Acesso em 04 maio. 2011.

# CONCEITO E APLICAÇÃO DE INTEGRAÇÃO NUMÉRICA PELOS MÉTODOS DE NEWTON-CÔTES: 1ª E 2ª REGRAS DE SIMPSON

Júlio Paulo Cabral dos Reis<sup>1</sup>  
Dimas Felipe Miranda<sup>2</sup>

<sup>1</sup>PUC-MG/DME, julio.cabral.reis@hotmail.com

<sup>2</sup>PUC-MG/DME, dimasfm48@yahoo.com.br

## Resumo

O minicurso propõe um estudo sobre Integração Numérica, estudo que será retomado a partir, da necessidade da utilização do processo de Integração Numérica, da dedução de métodos para se trabalhar este processo e com uma aplicação. Visa-se principalmente a construção conceitual de Integração Numérica, utilizando dois métodos de Newton-Cotês: 1ª Regra e 2ª Regra de Simpson. A metodologia adotada será a resolução de problemas, em uma sequência didática, a partir de uma discussão guiada, pretendendo construir a compreensão da necessidade do processo de Integração Numérica. Para tal utiliza-se recurso computacional e atividades empíricas. A fundamentação teórica para a elaboração do minicurso baseou-se nos estudos de Stewart (2013) e Barroso *et al* (1987) entre outros. Pretende-se que, ao final do minicurso, que seus participantes observem que o processo de Integração Numérica pelas regras de Simpson é um poderoso instrumento para abordar aplicações do Cálculo, em especial, aquelas aplicações que não permitem métodos analíticos.

Palavras-Chave: Integração; Regras de Simpson; Integração Numérica;

## Introdução

O processo de integração permite a resolução de variados problemas que envolvem fenômenos físicos. Stewart (2013) cita alguns exemplos de problemas que podem ser resolvidos utilizando o processo de integração, “problemas relativos a volumes, comprimentos de curvas, previsões populacionais, saída de sangue do coração, força sobre um dique, trabalho, excedente de consumo e beisebol, entre muitos outros. (p.325). Tal processo pode-se dar de forma analítica, isto é, a partir de manipulações algébricas e técnicas é possível obter a primitiva procurada. Porém Stewart (2013) enfatiza “Algumas vezes, no entanto, é difícil, ou mesmo impossível, encontrar uma primitiva.” (p.458). Isto ocorre em pelo menos dois casos: o primeiro onde as técnicas e as manipulações algébricas não oferecem suporte para o tratamento analítico da função integranda para se calcular a sua primitiva e o segundo é quando a função primitiva

procurada advém de “um experimento científico por meio de leituras de instrumentos ou dados coletados. Pode não haver uma fórmula para a função.” (p. 458), assim os métodos analíticos para obtenção de uma primitiva dão lugar aos métodos numéricos para a obtenção de um valor para a primitiva por meio de uma aproximação.

Para chegar a esta aproximação, segundo Barroso *et al* (1987) pode-se utilizar os métodos de Newton-Côtes, estes são, a Regra dos Trapézios, a 1ª Regra de Simpson e a 2ª Regra de Simpson, cada qual com a sua precisão para a aproximação requerida. Para o minicurso em questão trabalharemos com a 1ª e a 2ª Regra de Simpson, que são obtidos pela integração do polinômio interpolador de Gregory-Newton sob certas condições.

Para abordar estes métodos segundo Barbosa (2009) defende a utilização das TIC's para o ensino e a aprendizagem de Cálculo, como um poderoso instrumento que facilita assimilações. Uma das contribuições, oferecidas por estes recursos, é a visualização, para Barbosa (2009) “a visualização, realçada pelas TIC's, constitui um elemento fundamental para a produção do conhecimento matemático, não apenas associada às representações numéricas e algébricas, mas também às gráficas” (p.62). Assim, utilizaremos o software “Graph<sup>1</sup>”, o qual é gratuito e está disponível na internet, para trabalhar a construção do conceito das regras de Simpson, juntamente com o material multimídia.

Com o auxílio das TIC's e da resolução de problemas, apontada por Diniz e Smole (2001) e Stewart (2013) como uma metodologia para o ensino e aprendizagem de Matemática e Cálculo respectivamente, pois segundo estes autores, é possível potencializar o ensino e a aprendizagem por meio da resolução de problemas, o minicurso procura explorar o processo de Integração Numérica pelos métodos de Newton-Côtes: 1ª e 2ª Regras de Simpson com a resolução de problemas sob forma de atividades guiadas.

### **Objetivo Geral**

Explorar o processo de Integração Numérica pela 1ª e 2ª Regras de Simpson.

### **Objetivos específicos**

- a) Compreender a necessidade da Integração Numérica.

---

<sup>1</sup> Disponível in: <http://graph.softonic.com.br>.

- b) Construir o conceito dos métodos de Newton-Côtes: 1ª e 2ª Regra de Simpson utilizando TIC's.
- c) Aplicar o método de Integração Numérica no cálculo de área.

## **Metodologia**

A metodologia adotada será a resolução de problemas com o auxílio de atividades guiadas. Segundo Diniz e Smole (2001) a resolução de problemas pode ser vista como uma perspectiva metodológica, pois solucionar problemas permite analisar, investigar e ampliar conceitos. Assim, a Resolução de Problemas contribui para um modo de organizar o ensino.

O minicurso foi idealizado para professores e graduandos que se interessem pelo tema, visto ser um tema, do Ensino Superior.

O minicurso será dividido em atividades que perpassam por três etapas. As duas primeiras etapas serão exploradas no primeiro dia de minicurso e a terceira etapa no segundo dia de minicurso.

A primeira etapa é uma reflexão sobre a necessidade de recorrer aos métodos numéricos e uma análise do conceito de Integração Numérica.

Nesta etapa refletiremos a obtenção de formas analíticas para a primitiva de funções, baseados no teorema: Se  $f(x)$  é contínua em  $[a, b]$  então é integrável em  $[a, b]$ . Os participantes do minicurso receberão a primeira atividade, esta primeira atividade trará três integrais. Será solicitada, a resolução as mesmas por qualquer processo analítico que os participantes conheçam. E utilizaremos o software “Graph” para verificar a continuidade de cada uma das funções que estão sendo integradas. As integrais são:

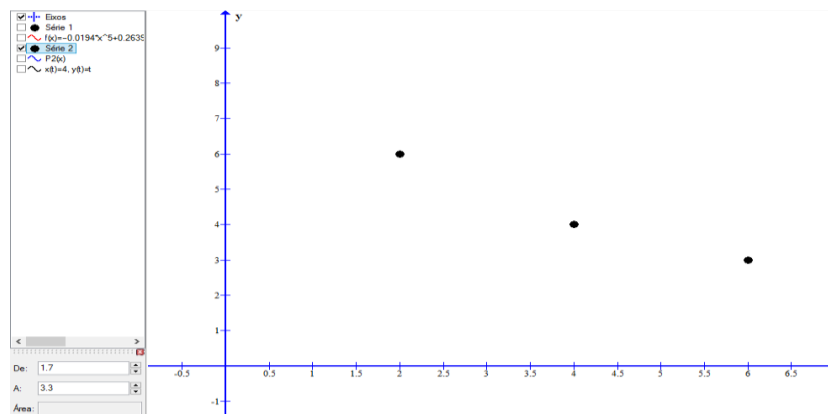
$$\int_0^2 x \, dx, \quad \int_1^e \frac{1}{x} \, dx, \quad \int_0^6 e^{x^2} \, dx \text{ e}$$

As três funções, apresentadas como integrandos, são contínuas no intervalo de integração trabalhado. Então pelo teorema tem-se a garantia de solução para as mesmas. Porém, a terceira integral, não há método analítico que a resolva, isto é, mesmo o teorema garantindo que há solução a obtenção da mesma por métodos analíticos ainda não existe. Mas, por processos numéricos, há possibilidade de resolução. A resolução se dará de forma aproximada por métodos a serem abordados na segunda etapa.

A segunda etapa abordará uma exploração conceitual dos métodos de Newton-Côtes: 1ª e 2ª regras de Simpson. Pretende-se mostrar a obtenção de Integração Numérica por tais métodos. Durante este processo pretende-se recorrer à utilização das TIC's para uma exploração dialogada. O foco desta etapa é analisar que o método numérico oferece uma aproximação, o que será realizado com a interpretação geométrica auxiliada pelo software Graph.

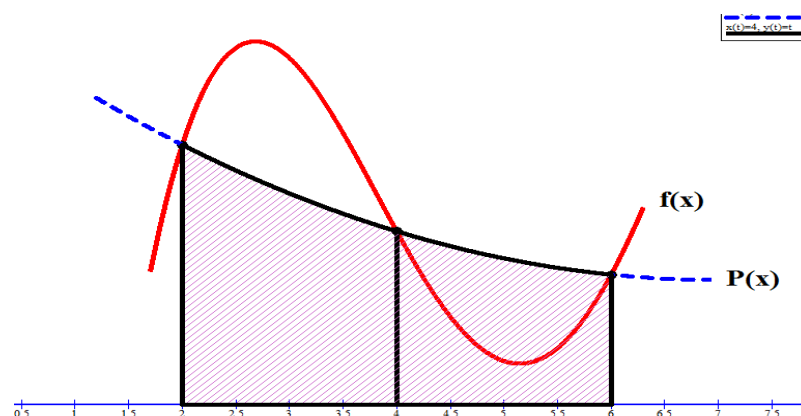
Partindo do polinômio interpolador de Gregory-Newton, aproximaremos a integral de uma função qualquer, a priori a partir de três (1 regra de simpson) e posteriori quatro pontos (2 regra de simpson), o que será realizado de modo geométrico com a utilização do Graph e com anotações realizadas no quadro. Construindo assim as conceituações do processo de Integração Numérica pelos métodos de Newton-Cotês. . A exemplo:

**Figura 1: Início da construção conceitual da 1ª Regra de Simpson usando o Graph**



Fonte do Autor

**Figura 2: Término da construção conceitual da 1ª Regra de Simpson usando o Graph**

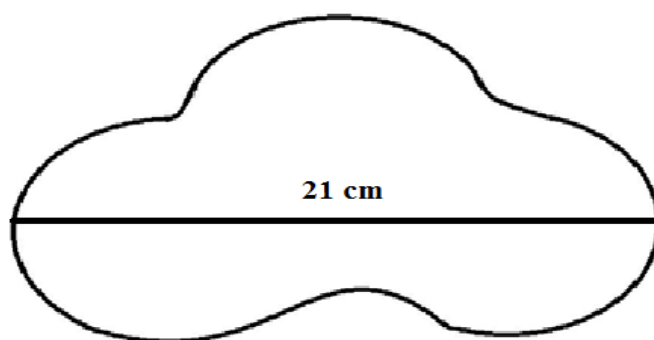


Fonte do Autor



A terceira etapa trata-se de uma atividade que será realizada em grupos de 6 alunos. Cada grupo receberá o seguinte problema: A Região D da figura corresponde a um espaço onde deve ser plantado gramínea. Sabendo que a escala utilizando é de 1:1000 **DETERMINE** quantos  $m^2$  de gramínea serão necessários.

**Figura 3: Região D**



**Fonte do Autor**

Cada grupo receberá materiais como régua, cola, lápis, borracha, papel A4 colorido, calculadora científica e papel A4 branco para cálculos. Será pedido que para encontrar a área da figura utilizem a 1ª e a 2ª Regra de Simpson com  $h = 3\text{cm}$ .

Após os grupos chegarem a uma conclusão da resposta, deverão recortar da folha colorida um retângulo de mesma área da Região D. Será pedido que ladrilhem, recortando o retângulo em questão, a Região D e verifiquem a aproximação fornecida pelo método.

Por fim será feita uma reflexão sobre a atividade e sobre as questões didáticas-pedagógicas relativa a este conteúdo que pôde ser explorada com a realização do minicurso.

## **Referências**

BARBOSA, S. M. **Tecnologias da informação e comunicação, função composta e regra da cadeia**. 2009. 196f. Tese (Doutorado) - Universidade Estadual Paulista, São Paulo.

BARROSO, Leônidas C. *et al.* **Cálculo Numérico (com aplicações)**. Habra. 2ª ed. São Paulo. SP. 1987.

DINIZ, Maria Ignez; SMOLE, Kátia Stocco. **Ler, escrever e resolver problemas**. São Paulo: Artmed. 2001.

STEWART, James. Cálculo. Ed. Ceangage Learning. 7<sup>a</sup> ed. Vol.1. São Paulo. 2013.

# CONHECENDO E EXPLORANDO O GEOGEBRA

**Bárbara Cunha Fontes<sup>1</sup>**  
**Cristiane Neves Mello<sup>2</sup> Marli Regina dos Santos<sup>3</sup>**

<sup>1</sup>Universidade Federal de Viçosa / Departamento de Matemática, barbaracfontes@hotmail.com

<sup>2</sup>Universidade Federal de Viçosa / Departamento de Matemática, cristiane.mello@ufv.br

<sup>3</sup>Universidade Federal de Viçosa / Departamento de Matemática, marli.santos@ufv.br

## Resumo:

No minicurso serão realizadas atividades com o intuito de apresentar o software GeoGebra e avançar em atividades mais elaboradas envolvendo conteúdos de geometria do Ensino Fundamental. O público-alvo do minicurso serão professores e licenciandos em Matemática, que não conhecem o GeoGebra e/ou que gostariam de aprimorar seus conhecimentos sobre o software. Dentre os temas que serão abordados, destacamos: segmentos, retas, simetria, polígonos, circunferência, ângulos, seno, cosseno, tangente, dentre outros. O minicurso será dividido em três etapas. Na primeira etapa será feita uma breve apresentação do software e de suas ferramentas. Nas etapas seguintes serão realizadas algumas atividades, envolvendo conceitos relacionados ao triângulo retângulo, para que os participantes apliquem o que foi abordado na etapa inicial. As atividades presentes na segunda etapa do minicurso consistem em verificar as relações métricas do triângulo retângulo e as atividades da terceira etapa buscam investigar as relações trigonométricas do triângulo retângulo.

**Palavras-chave:** GeoGebra, Ensino Fundamental, Matemática, Triângulo Retângulo.

## INTRODUÇÃO

O GeoGebra é um software de matemática dinâmico e gratuito que auxilia no ensino de Matemática em todos os níveis, pois combina geometria, álgebra, tabelas, gráficos, estatística e cálculo. Ele tem sido utilizado no mundo todo, seja por educadores ou outros profissionais nas mais diversas áreas. Ele permite a criação e movimentação de figuras e funções por meio de uma linguagem simples e de comandos com fácil acesso.

Como dito por Pinto, ao utilizar o GeoGebra em seu projeto nas escolas públicas de Criciúma em Santa Catarina, “o principal impulso foi a descoberta do software gratuito GeoGebra. Quando descobri esse software gratuito, tive a certeza de que tínhamos o material certo para qualificar as aulas de matemática.”(p. CCXLIII- 2012).

De acordo com as pesquisas realizadas, fica evidente o grande benefício que este software pode trazer para o ensino e aprendizagem da matemática em sala de aula junto aos alunos:

*Pois é hora de [...] dar espaço a um trabalho que prioriza a aprendizagem dos conteúdos, não deixando as construções geométricas se encerrarem em si mesmas. A ferramenta para colocar isso em prática é o Geogebra, um programa de geometria dinâmica com download livre, que vem chamando a atenção de pesquisadores e têm tema de diversas investigações didáticas. Embora conte com muitos recursos, ele é simples de ser usado e possui um tutorial na opção "Ajuda" bastante útil e explicativo.(VICHESSI, Revista Nova Escola nº 244, 2011)*

O GeoGebra vem adquirindo uma importância cada vez maior no cenário educacional, e por isso várias entidades vêm promovendo eventos e elaborando publicações focando a matemática com o uso do software. Um notável acontecimento foi a Primeira Conferência Latino-Americana de GeoGebra, que ocorreu em novembro de 2011 com objetivo de reunir pesquisadores, desenvolvedores e professores para discutirem e compartilharem suas experiências, ideias e projetos.

Assim, optamos por trabalhar com o GeoGebra pela facilidade do seu uso e pelos inúmeros recursos que este proporciona aos professores de matemática.

## REFERENCIAL TEÓRICO

Como o Geogebra é um software caracterizado por sua linguagem computacional, seu destaque no processo de ensino e aprendizagem de conteúdos matemáticos se deve também ao fato de que o uso das tecnologias no ensino está em constante discussão entre os educadores. De acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN, 1998), “as tecnologias, em suas diferentes formas e usos, constituem um dos principais agentes de transformação da sociedade, pelas modificações que exercem nos meios de produção e por suas consequências no cotidiano das pessoas” (BRASIL, 1998, p. 43).

Como a sociedade vive um momento de grande avanço tecnológico, o termo tecnologia acaba ganhando um sentido especial, voltado principalmente para a informática e para recursos como computador, internet, etc. Outro termo recorrente, usado para diferenciar alguns desses recursos, é o termo tecnologia digital (TD), que abrange qualquer equipamento eletrônico que baseia seu funcionamento em uma lógica binária<sup>1</sup>.

Devido à familiaridade da maioria dos alunos com o uso das tecnologias digitais, pois desde sua infância estão em constante contato com o mundo tecnológico, isto acaba por dar a essa geração uma nova identidade, denominada por Barreto & Nascimento (2014, p.245) de *nativos digitais*. Ao explorar esse aspecto dessa nova geração de alunos, o uso das TD nas aulas pode tornar o ensino mais atrativo e os professores podem lançar mão desses recursos em sua prática, considerando que o ensino deve evoluir acompanhando o desenvolvimento tecnológico em que a sociedade se encontra.

Assim, a fim de contribuir com ações de capacitação docente para a inserção de tecnologias no ensino de matemática, desenvolvemos este minicurso para colaborar com as futuras aulas ministradas pelos participantes do minicurso.

## OBJETIVOS

O objetivo desse minicurso é apresentar o software GeoGebra aos professores e licenciandos em Matemática, que não conhecem o software e/ou que gostariam de aprimorar seus conhecimentos através de atividades mais elaboradas envolvendo conteúdos de geometria do Ensino Fundamental.

## METODOLOGIA

As atividades foram elaboradas pensando nos professores do ensino fundamental e licenciandos em Matemática que não conhecem e/ou não sabem utilizar o GeoGebra. O minicurso será dividido em três etapas. Na primeira etapa do minicurso, será feita uma breve apresentação do software e de suas ferramentas. Nas etapas seguintes serão

---

<sup>1</sup> Disponível em: < [http://www.ufvjm.edu.br/prograd/regulamento-dos-cursos/doc\\_download/787-tdics-na-pratica-docente-eduardo-henrique-m-lima.html](http://www.ufvjm.edu.br/prograd/regulamento-dos-cursos/doc_download/787-tdics-na-pratica-docente-eduardo-henrique-m-lima.html) >. Acesso em: 21 jun. 2015.

realizadas atividades com exercícios de geometria voltados para a exploração do software, envolvendo conhecimentos de geometria relacionados ao triângulo retângulo, que fazem parte da realidade deste professor, e que ele poderá utilizar na sala de aula. As atividades presentes na segunda etapa do minicurso consistem em verificar as relações métricas do triângulo retângulo e as atividades da terceira etapa buscam investigar as relações trigonométricas do triângulo retângulo.

O minicurso ocorrerá de forma bem dinâmica, com resolução de exercícios em conjunto, análise das várias maneiras que um único exercício pode ser resolvido, levando em consideração o que o participante do minicurso pensa sobre o assunto.

Basicamente, o curso se voltará para auxiliar o professor e os licenciandos que tem interesse em utilizar o programa com seus alunos em suas aulas de geometria.

## Primeira Etapa

No início do minicurso será feita uma breve explicação aos professores sobre o software Geogebra, sua utilidade no âmbito educacional, sobre sua interface e ferramentas. Após isso, utilizaremos a tabela abaixo para que os participantes conheçam os comandos básicos do GeoGebra e saibam utilizá-los.

| Conhecendo as Ferramentas do GEOGEBRA (antes de utilizar qualquer ferramenta é necessário selecioná-la, clicado sobre ela que ficará em destaque). |                                   |                                                                                |                                                                                                                                                                             |                                                                                                                                                                                    |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Ferramenta<br>Tarefa                                                                                                                               | Nome                              | O que faz                                                                      | Como se faz                                                                                                                                                                 | Treinando                                                                                                                                                                          |
|                                                                 | Novo Ponto                        | Cria um novo ponto.                                                            | Clique na ferramenta e após na Janela de Visualização. As coordenadas do ponto podem ser visualizadas na Janela Algébrica.                                                  | Faça um <u>ponto</u> qualquer.                                                                                                                                                     |
|                                                                 | Mover                             | Movimenta e seleciona objetos.                                                 | Clique com o botão esquerdo sobre o objeto e ele ficará selecionado. Para movimentá-lo basta continuar pressionando o botão esquerdo e arrastá-lo até o local desejado. (i) | Selecione e depois <u>movimente</u> o ponto.                                                                                                                                       |
|                                                                 | Renomear                          | Nomeia ou renomeia objetos.                                                    | Clique com o botão direito sobre o objeto desejado e selecione a opção renomear. (ii)                                                                                       | <u>Renomeie</u> este ponto de C.                                                                                                                                                   |
|                                                                 | Reta definida por Dois Pontos     | Cria uma reta passando por dois pontos.                                        | Clique sobre os dois pontos dados, ou clique duas vezes (em locais distintos) na Janela de Visualização.                                                                    | Crie um <u>ponto</u> P e faça uma <u>reta</u> passando por P e C. Nomeie a reta de $r_1$ .                                                                                         |
|                                                                 | Interseção de Dois Objetos        | Determinam todos os pontos de interseção entre dois objetos selecionados.      | Clique nos objetos desejados. (iii)                                                                                                                                         | Faça uma <u>reta</u> s concorrente a r e determine o <u>ponto de interseção</u> entre elas.                                                                                        |
|                                                                 | Reta Perpendicular                | Cria uma reta perpendicular a uma reta dada passando por um ponto.             | Clique na reta dada e o ponto. (iv)                                                                                                                                         | Crie uma <u>reta</u> t que seja <u>perpendicular</u> a $r_1$ .                                                                                                                     |
|                                                                 | Reta Paralela                     | Cria uma reta paralela à reta dada passando por um ponto.                      | Clique na reta dada e o ponto.                                                                                                                                              | Crie uma <u>reta</u> <u>o paralela</u> a reta $r_1$ .                                                                                                                              |
|                                                                 | Segmento definido por Dois Pontos | Cria um segmento de reta.                                                      | Clique nos pontos da extremidade do segmento.                                                                                                                               | <u>Limpe</u> a Janela de Visualização. Faça dois <u>segmentos</u> com uma extremidade comum e não paralelos.                                                                       |
|                                                                 | Ângulo                            | Marca e mede ângulos.                                                          | Clique em três pontos onde o 2º deve ser o vértice do ângulo. (vi)                                                                                                          | <u>Meça</u> os <u>ângulos</u> determinados pelos dois segmentos (o interno e o externo). <u>Mova</u> uma extremidade de qualquer segmento e observe o que acontece com os ângulos. |
|                                                                 | Bissetriz                         | Cria a bissetriz de um ângulo                                                  | Clique em três pontos que determinam o ângulo. (vii)                                                                                                                        | Construa a <u>bissetriz</u> do ângulo interno. <u>Mova</u> uma das extremidades do segmento.                                                                                       |
|                                                                 | Mediatriz                         | Cria a reta mediatriz de um segmento                                           | Clique no segmento ou em dois pontos. (viii)                                                                                                                                | Faça um <u>segmento</u> MN e sua <u>mediatriz</u> .                                                                                                                                |
|                                                                 | Ponto médio ou centro             | Determina o ponto médio de dois pontos, segmento, ou o centro uma seção cônica | Clique nos dois pontos ou no segmento, ou na cônica.                                                                                                                        | Faça o <u>ponto médio</u> de MN. Nomeie de O                                                                                                                                       |

|  |                                            |                                                                                                    |                                                                                                                                                                                               |                                                                                                                                                                                        |
|--|--------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|  | Círculo dados o Centro e um de seus Pontos | Cria um círculo definido pelo Centro e um de seus Pontos                                           | Clique no centro e em um ponto do círculo.                                                                                                                                                    | Construa uma <u>circunferência</u> de centro O e diâmetro MN.                                                                                                                          |
|  | Círculo dados Centro e Raio                | Cria um círculo dados o seu centro e a medida do seu raio.                                         | Selecione o centro e insira a medida do raio no campo de texto da janela que aparece.                                                                                                         | Construa uma <u>circunferência</u> de centro qualquer e raio igual a MN. Mova M.                                                                                                       |
|  | Polígono                                   | Cria um polígono a partir de seus vértices.                                                        | Cada clique determina um vértice e no final, para fechar o polígono, deve-se clicar novamente no ponto inicial. Caso os vértices já existam, devemos clicar sobre eles terminando no inicial. | <u>Limpe a Janela de Visualização</u> . Construa um heptágono côncavo. <u>Mova</u> um de seus vértices para torná-lo convexo.                                                          |
|  | Área                                       | Fornece o valor da área de uma figura plana.                                                       | Clique na figura que deseja saber a área ( <b>ix</b> )                                                                                                                                        | Determine a <u>área</u> do heptágono.                                                                                                                                                  |
|  | Distância, Comprimento ou Perímetro.       | Fornece a distância entre dois pontos; o comprimento de um segmento; ou o perímetro de uma figura. | Clique em dois pontos, nas extremidades do segmento ou no objeto.                                                                                                                             | -Determine a <u>medida de cada lado</u> do heptágono e seu <u>perímetro</u> .<br>-Faça uma <u>circunferência</u> e determine seu diâmetro e <u>comprimento</u>                         |
|  | Inserir Texto                              | Cria na janela de visualização textos estáticos ou dinâmicos e fórmulas.                           | Clique na Janela de Visualização onde deseja criar um novo texto.                                                                                                                             | <u>Escreva</u> na Janela de Visualização:<br>- Explorando o Geogebra.<br>- Perímetro do heptágono é: (selecione o perímetro na Janela Algébrica). <u>Mova</u> um vértice do heptágono. |

## Segunda Etapa

### Verificando as relações métricas no triângulo retângulo

1) Abra o arquivo *triângulo retângulo.ggb* (pasta na área de trabalho).

Ao abrir o arquivo, aparecerá a seguinte imagem:

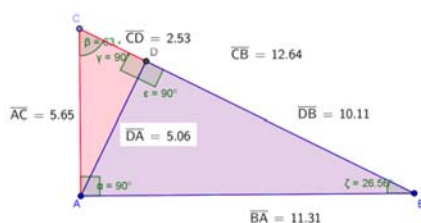


- Mova o ponto B e verifique o que ocorre com ângulo reto. Por que isso ocorre?
- Faça uma reta perpendicular com o lado BC passando pelo ponto A e marque o ponto D de intercessão da reta com este lado.
- Esconda a reta perpendicular, construa o seguimento de reta AD e nomeie este seguimento por h (cuidado ao renomear!!). O que representa esse segmento?
- Usando a ferramenta polígono, crie os triângulos ADC e BDA. Para melhor visualização, diferencie os triângulos por cores.
- Meça os lados de cada triângulo.
- Marque os ângulos  $\hat{ACB}$ ,  $\hat{ADB}$  e  $\hat{CBA}$ . (professor, discuta com os alunos sobre o valor do terceiro ângulo em cada triângulo menor). É preciso medi-lo?
- Podemos afirmar que os três triângulos são semelhantes? Justifique sua resposta.

Movimente o ponto C e verifique se a semelhança se mantém

9) Abra agora o arquivo *relações métricas.ggb*.

Ao abrir o arquivo, aparecerá a seguinte imagem:



Analisando os triângulos ADB e BAC temos que :

$$\frac{AC}{CB} = 0.45 \quad \frac{DA}{BA} = 0.45 \quad \frac{CD}{CA} = 0.45$$

Analisando os triângulos ADC e ADB temos que :

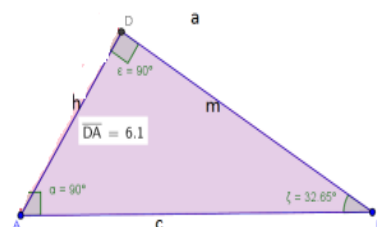
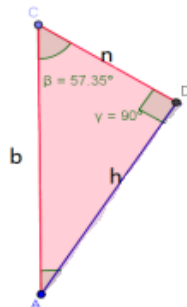
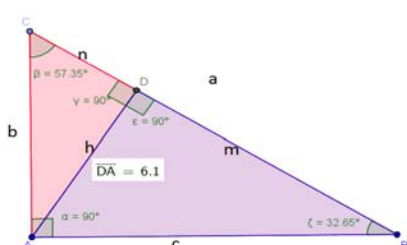
$$\frac{AC}{CB} = 0.89 \quad \frac{DA}{BA} = 0.89 \quad \frac{CD}{CA} = 0.89$$

Analisando os triângulos ADC e BAC temos que :

$$\frac{AC}{AB} = 0.5 \quad \frac{CD}{AD} = 0.5 \quad \frac{AD}{BD} = 0.5$$

- Análise as **razões** do texto principal. O que podemos concluir?
- Mova o ponto B ou o ponto A. O que ocorre com a figura? E com as razões?
- Se movermos o ponto C o que se altera na figura? E o que acontece com as razões?

10) Como os triângulos são semelhantes entre si, analisando-os dois a dois, obtemos as seguintes relações métricas:



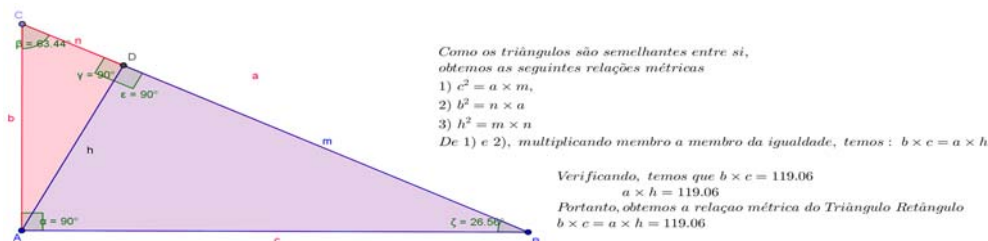
Analisando triângulo ADB e triângulo ABC, temos a seguinte relação:  $\frac{c}{a} = \frac{m}{c} \Rightarrow c^2 = am$

Analisando triângulo ADC e triângulo ABC, temos a seguinte relação:  $\frac{b}{a} = \frac{n}{b} \Rightarrow b^2 = na$

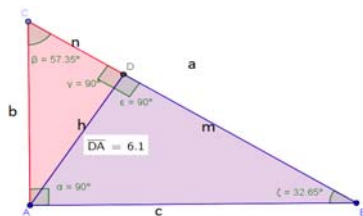
Analisando triângulo ADB e triângulo ABC, temos a seguinte relação:  $\frac{h}{m} = \frac{n}{h} \Rightarrow h^2 = mn$

11) Agora abra o arquivo relações métricas2.ggb, verifique as relações métricas e movimente um vértice da figura para perceber algumas delas.

Ao abrir o arquivo, aparecerá a seguinte imagem:



12) Por meio das relações métricas demonstre o Teorema de Pitágoras, ou seja,  $a^2 = b^2 + c^2$



### Terceira Etapa - Investigando relações trigonométricas no triângulo retângulo

1) Abra o arquivo triângulo retângulo2 (pasta na área de trabalho).

Ao abrir o arquivo, aparecerá a seguinte imagem:



- Marque o ângulo CBA.
- Marque sobre a semirreta BA (e fora do triângulo) o ponto A'.
- Construa a reta perpendicular a semirreta AB passando por A' e marque o ponto C' de

intersecção dessa reta com a semirreta BC.

5) Esconda a reta perpendicular e construa o seguimento A'C', BA', e BC' mudando a cor de cada um deles.

6) Marque os **ângulos ACB e A'C'B**. O que você pode observar? Mova o ponto C e verifique se a conclusão se mantém. Como podemos justificar esse fato?

7) O que você pode concluir sobre os triângulos determinados? Porque?

8) Identifique para cada lado dos triângulos o nome do **segmento na janela algébrica**

| Triângulo | HIPOTENUSA | CATETO OPOSTO A B | CATETO ADJACENTE A B |
|-----------|------------|-------------------|----------------------|
| ABC       | BC = a_1   |                   |                      |
| A'BC'     |            |                   |                      |

9) Clique em exibir e selecione planilha (aparece uma planilha de cálculo lateral a direita). Calcule as razões abaixo usando o nome do segmento (na janela algébrica):

AC/BC      AB/BC      AC/AB  
A'C'/BC'      A'B/BC'      A'C'/A'B

10) Verifique a correspondência entre os valores encontrados. Mova o ponto A e depois A' e verifique o que ocorre. Como podemos explicar tais resultados?

11) Mova o ponto C. O que ocorre com as razões da planilha? O que é possível concluir?

12) Mova o ponto A' de modo que BA = 2BA'. Observando os triângulos o que podemos afirmar sobre seus lados correspondentes? O que ocorre com as razões na planilha?

13) Calcule também o sen C, Cos C e Tang C. Verifique que  $\text{sen}C = \cos B$  e  $\cos C = \text{sen}B$  e tente mostrar esse resultado é realmente válido.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BARRETO, M. F. T.; NASCIMENTO, F. C. Jogos digitais na educação infantil. In: BICUDO, M. A. V. **Ciberespaço**. São Paulo: Livraria da Física, 2014. 245 – 277.

BRASIL, **Parâmetros Curriculares Nacionais: ensino médio**. Brasília: Ministério da Educação, p. 43. 1998.

LIMA, E. H. M. **As Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação (TDICs) na prática docente**. Disponível em: <[http://www.ufvjm.edu.br/prograd/regulamento-dos-cursos/doc\\_download/787-tdics-na-pratica-docente-eduardo-henrique-m-lima.html](http://www.ufvjm.edu.br/prograd/regulamento-dos-cursos/doc_download/787-tdics-na-pratica-docente-eduardo-henrique-m-lima.html)>. Acesso em: 21 set. 2014.

PINTRO, A. L. **Uso do software GeoGebra nas aulas de matemática do ensino fundamental II**. Revista do Instituto GeoGebra Internacional de São Paulo. 2012.

VICHESSI, B. **Sete respostas sobre o software Geogebra**. Revista Nova Escola p.244-2011. Disponível em < <http://revistaescola.abril.com.br/fundamental-2/sete-respostas-software-geogebra-639050.shtml>> Acesso em: 20 mai. 2015.



# CONSTRUÇÃO E UTILIZAÇÃO DO PANTÓGRAFO COMO MEIO FACILITADOR NA COMPREENSÃO DOS CONCEITOS DE RAZÃO E PROPORÇÃO

D'ely Yara Silva<sup>1</sup>

Karla Davina Silva<sup>2</sup>, Natália Cristina Cardoso Sousa<sup>3</sup>, Silvino Domingos Neto<sup>4</sup>

<sup>1</sup> Instituto Federal de Minas Gerais, Câmpus São João Evangelista/Acadêmica do curso de Licenciatura em Matemática, dely.silva@hotmail.com

<sup>2</sup> Instituto Federal de Minas Gerais, Câmpus São João Evangelista/Acadêmica do curso de Licenciatura em Matemática, karlinhasje@hotmail.com

<sup>3</sup> Instituto Federal de Minas Gerais, Câmpus São João Evangelista/Acadêmica do curso de Licenciatura em Matemática, nataliacristina\_13@hotmail.com

<sup>4</sup> Instituto Federal de Minas Gerais, Câmpus São João Evangelista/Professor do curso de Licenciatura em Matemática, silvino.neto@ifmg.edu.br

## Resumo

Este trabalho aborda a utilização do Pantógrafo: uma ferramenta importante no entendimento de conceitos matemáticos. Nessa concepção, as alunas do curso de Licenciatura em Matemática perceberam a possibilidade de utilizá-lo com os alunos do nono ano do Ensino Fundamental, objetivando a compreensão de conceitos de razão e proporção; bem como sua utilização no cotidiano. Para a construção dos pantógrafos são necessárias tiras de papelão e de plástico, alfinetes, pedaços de madeira, lápis, régua, tesouras, durex, desenhos para ampliações ou reduções e folhas A4. Todas as tiras são ligadas entre si, presas por alfinetes formando um paralelogramo que se desloca com movimento de um dos alfinetes. Com este trabalho espera-se que os estudantes possam compreender as noções dos conceitos já explicitados como objetivo. Portanto, a relevância do trabalho pode ser percebida por se tratar de uma Matemática espontaneamente aplicável no cotidiano.

**Palavras-chave:** Pantógrafo. Razão e Proporção. Aprendizagem.

## INTRODUÇÃO/OBJETIVOS

O dicionário Michaelis (2013), define o pantógrafo como sendo um “instrumento de hastes articuladas com que se copiam mecanicamente desenhos e gravuras, ou peças industriais, em tamanho original, diminuído ou ampliado”. É um aparelho constituído por algumas tiras, geralmente de madeira, de dimensões já definidas, ligadas entre si por pontos determinados; com duas pontas secas e uma ponta fixa. Enquanto uma das pontas secas se desloca sobre o desenho a ser reproduzido, a outra ponta, onde se coloca o lápis, efetua a cópia. O mesmo Pantógrafo permite a ampliação ou a redução da figura primitiva, por meio da inversão das pontas. A escala é definida na montagem do instrumento.

Percebendo-se a matemática presente em tal material concreto, tanto em sua confecção quanto em sua utilização, o principal objetivo da oficina é utilizar dessa ferramenta para explorar os conceitos de Razão e Proporção. Para reforçar a importância dessa idéia, Azevedo (1979, p. 27) diz que “nada deve ser dado à criança, no campo da

matemática, sem primeiro apresentar-se a ela uma situação concreta que a leve a agir, a pensar, a experimentar, a descobrir, e daí, a mergulhar na abstração”.

Objetiva-se ainda estimular o interesse dos estudantes acerca de ferramentas matemáticas e suas utilidades no ensino e aprendizagem da mesma.

## **METODOLOGIA**

O minicurso será ministrado em duas etapas: na primeira etapa será feita uma breve introdução com os estudantes sobre o que é o Pantógrafo e sua criação. Serão destacados os conceitos de razão e proporção através da possibilidade de ampliação de figuras e, em seguida, os alunos iniciarão a confecção de seus próprios Pantógrafos. Tais atividades serão realizadas no primeiro dia.

No segundo encontro, os alunos serão instruídos quanto ao manuseio da ferramenta e serão distribuídas algumas figuras para as atividades propostas. Ao final dos trabalhos será proposto aos estudantes a realização dos cálculos relativos à taxa de ampliação e redução das imagens por eles construídas.

A partir dos resultados encontrados, serão destacados a utilização dos conceitos de razão e proporção para justificar as diferentes proporções dos desenhos obtidos.

Para a construção de um pantógrafo simples são necessários: papelão, plástico reforçado e transparente, alfinetes com cabeça achatada, pedaços de madeira com espessura igual à metade do comprimento dos alfinetes, folha de papel A4, desenhos a serem reproduzidos, régua, tesoura, durex e lápis.

Como primeiro passo para a montagem, devem ser desenhadas tiras no papelão e no plástico, com medidas de 2 cm por 30cm e 2 cm por 12cm, respectivamente. Devem ser feitas duas de cada material e, em seguida, recortadas. O próximo passo é marcar dois pontos em todas as tiras sobre as medidas correspondentes a 1 cm e 11cm. Feito isso, com as duas tiras de papelão devemos formar um ângulo reto fazendo a sobreposição dos pontos na marca de 1 cm e, em seguida, perfurá-las de baixo para cima com o alfinete, prendendo as mesmas. Repetimos o processo com as tiras de plástico, entretanto, o alfinete deve estar com a ponta voltada para baixo. Em seguida, as extremidades livres do ângulo reto, formado com as tiras de plástico, devem ser fixadas às de papelão na marca de 11 cm, com a ponta do alfinete voltada para cima. Feito isso, deve-se perfurar uma das tiras de papelão com um lápis em qualquer ponto posterior ao do que se encontra o alfinete. Em seguida, cola-se com durex o pedaço de madeira sobre uma superfície plana. Por último, prende-se a outra ponta da tira de papelão com um alfinete sobre a madeira, em um ponto paralelo ao lápis fixado. Nessa última etapa deve-se utilizar uma régua para fixar a tira à madeira (com alfinete), a fim de garantir o paralelismo.

Terminada a construção do Pantógrafo, observa-se sua veracidade através da reprodução de figuras. Deve-se colar a mesma sobre a superfície em que se encontra apoiado o Pantógrafo, sendo que o alfinete com a ponta voltada para baixo deve estar apoiado na figura. O lápis fixado deve estar apoiado em uma folha, também presa à superfície, para a reprodução.

Para o início da ampliação do desenho, deve-se posicionar o lápis rente à folha, mas olhar e seguir as curvas da imagem primitiva e executar o movimento do alfinete em torno da mesma.

Esse modelo apresentado gera uma imagem ampliada, seguindo uma determinada proporção. Se o desejado for reduzir a figura, deve-se apenas inverter as posições do lápis e do alfinete.

Este minicurso é direcionado para professores de matemática do Ensino Fundamental e alunos de licenciatura em matemática, uma vez que aborda uma metodologia de ensino inovadora para o entendimento de conceitos geométricos.

## REFERENCIAL TEÓRICO

A confecção e a utilização do Pantógrafo contribuem para a percepção e para o entendimento de conteúdos e conceitos geométricos, facilitando a compreensão do estudante e colaborando com professor no ato de ensinar. Segundo Putnoki (1991, p.4) “existe grande valor pedagógico nos instrumentos de desenho, que, além de contribuírem para aguçar o sentido de organização e a criatividade do estudante, permitem trabalhar concretamente as ideias abstratas que dão suporte à Geometria”.

Ao propor aos estudantes uma situação concreta onde eles mesmos fabricam o instrumento de aprendizagem, esta ganha um valor mais significativo. “Precisamos de situações em que a resolução de um problema implique a utilização dos princípios lógico-matemáticos a serem ensinados” (CARRAHER, 1988, p. 179).

A confecção dos Pantógrafos, além de proporcionar aos alunos um aprendizado de forma dinâmica, ainda os auxiliará em sua percepção de espaço. Segundo Medeiros (1968, p. 09), “tudo o que nos cerca depende essencialmente do desenho, seja o objeto, o móvel, a máquina ou o edifício”.

Conhecendo então a relevância de tal instrumento para a compreensão de conteúdos e suas relações com razão e proporção, acredita-se que o ato de construir e utilizar o Pantógrafo como ferramenta manipulável, traz consigo um exemplo da Matemática aplicada no dia-a-dia. Dessa forma dá-se um passo em busca da construção do conhecimento do estudante. Tanto é verdade que para Piaget (1970, p.17) “[...] todo conhecimento está ligado a uma ação e que conhecer um objeto ou acontecimento é utilizá-lo, assimilando-os a esquemas de ação.”

Tais evidências tornam válidas a intenção desse minicurso.

## REFERÊNCIAS

AZEVEDO, E. D. M. **Apresentação do trabalho matemático pelo sistema montessoriano**. In: Revista de Educação e Matemática, n. 3, 1979 (p. 26-27).

CARRAHER, T. N. **Na vida dez, na escola zero**. São Paulo: Cortez, 1988.

MEDEIROS, João. **O Desenho e sua Técnica**. Rio de Janeiro. Bruno Buccini Editor, 1968.

PIAGET, J. **A Epistemologia Genética**. RJ: Vozes, 1971. Tradução: Nathanael C. Caixeiro. L’èpistémologie Génétique. Paris: Universitaires de France, 1970.

PUTNOKI, J. C. **Geometria e Desenho Geométrico**. São Paulo: Scipione, 1991. 4 v.

WEISZFLOG, W. **Michaelis Moderno Dicionário da Língua Portuguesa**. 1.ed. Melhoramentos, 2004.

# DA CALCULADORA PARA O TABLET: ATIVIDADES INSTIGADORAS EM BUSCA DE UMA MATEMÁTICA SEDUTORA

Wagner Marques<sup>1</sup>

<sup>1</sup>UFRRJ/PPGEduc, wagsm@ig.com.br

## Resumo

Tendo em vista a possibilidade de utilização de novos recursos em sala de aula, graças ao avanço tecnológico que disponibiliza equipamentos mais sofisticados a preços mais acessíveis, sentimo-nos inclinados a elaborar um conjunto de atividades que partem do uso da calculadora comum (de bolso) em direção a dispositivos mais sofisticados como os *tablets*, na busca por uma matemática mais sedutora. A fim de que seja evitada a expectativa do aproveitamento apenas como novidade, mas no sentido de se concentrarem esforços em se fazer uma prática diferenciada, optaremos pela elaboração e implementação de atividades instigadoras, direcionadas à Educação Básica, especificamente ao segundo ciclo do Ensino Fundamental e ao Ensino Médio. Como acreditamos no potencial das interações, a proposta consiste na realização das atividades em duplas ou trios. Aquiescendo que será inevitável a invasão das salas de aula por essas tecnologias, preocupa-nos a questão de estarmos preparados ou não para uma apropriação que favoreça o aprendizado, principalmente no trato com as contas, com os números, ou seja, com a Matemática. Desta forma, ficamos a imaginar sobre a possibilidade de trazer contribuições para o ensino da Matemática, através da proposição das atividades instigadoras com calculadoras e *tablets* na ministração dessas aulas.

**Palavras-chave:** Calculadora. *Tablet*. Atividades Instigadoras.

## INTRODUÇÃO

Inspirados em Bigode (2007), Marques (2012) e Marques e Bairral (2014) na abordagem sobre utilização da calculadora na álgebra, e em Domingues, Heitmann e Chinellato (2013), Silva (2014) e Bairral, Assis e Silva (2015) no trato dos *tablets* na geometria, apresentamos esta oficina que abarca possibilidades do uso da tecnologia em sala de aula, mediante a implementação de atividades instigadoras (MARQUES; BAIRRAL, 2014), com o objetivo de esclarecer que é possível explorar a potencialidade de um recurso tecnológico, sem que se torne um atrativo apenas pela novidade conferida ao mesmo e, mais ainda, que sua prática não se transforme numa rotina meramente mecânica. As tarefas têm sua aplicação voltada para a Educação Básica, especificamente para o segundo segmento do Ensino Fundamental e para o Ensino Médio, as quais serão realizadas em duplas ou trios, com o auxílio da calculadora comum (de bolso) e do *tablet* com dois aplicativos voltados para a Álgebra, uma vez que esses dispositivos têm sido usados mais frequentemente nas aulas de Geometria. Mas o que seriam as *atividades instigadoras*?

## ATIVIDADES INSTIGADORAS

Conforme sinalizado por Marques e Bairral (2014), atividade instigadora é aquela que, associada ao cotidiano do aluno na perspectiva de enfrentar problemas reais, pode

estimular e despertar o interesse do mesmo em construir relações entre seus conhecimentos para poder aplicá-los diferentemente, criando a oportunidade para a construção do conhecimento a partir das descobertas. É também um tipo de atividade capaz de promover o desenvolvimento de competências de cálculo, principalmente em operar uma calculadora. Finalmente, uma atividade com caráter instigador pode promover uma reflexão no estudante, possibilitando a relativização de verdades matemáticas. Os estudiosos esclarecem que não é necessária a presença das quatro principais características (averigua o uso/aplicação de conhecimentos prévios; pode estimular e despertar o interesse para aprender; possibilita a construção do conhecimento a partir de descobertas; e desperta reflexão sobre a relativização de verdades matemáticas) para que uma atividade seja considerada instigadora, mas que ao menos uma seja identificada, o que não exclui a chance de serem observadas mais de uma, ou até mesmo todas. Tendo evidenciado assim as características de uma *atividade instigadora*, direcionamo-nos, então, para a apresentação das atividades que compõem esta proposta, utilizando-se primeiramente a calculadora comum (de bolso) e posteriormente o *tablet*.

## MÓDULO 1: INTRODUZINDO CALCULADORAS

*Atividade 1:* Sabendo-se que dispõe de R\$70,00 para preparar um almoço, observe o encarte a seguir (Figura 1), e relacione os itens de sua preferência com suas respectivas quantidades. Qual foi o valor gasto? Houve algum troco? Quanto? Compare sua composição com a dos outros participantes. Apresente aquela que concluíram ser a de melhor aproveitamento do dinheiro.

Figura 1: Encarte de supermercado

| <div> <div>PORTOFINO</div> <div>3ª a 5ª FEIRA</div> <div>Ofertas válidas para os dias 04/05 a 06/05/10 ou enquanto durarem nossos estoques (Terça e Quinta)</div> </div> <div>ENTREGAS EM DOMICÍLIO</div> |           |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| CHUCHU KG                                                                                                                                                                                                 | R\$ 0,89  |
| ALHO IMPORTADO A GRANEL KG                                                                                                                                                                                | R\$ 6,79  |
| CEBOLA NACIONAL KG                                                                                                                                                                                        | R\$ 1,89  |
| TOMATE KG                                                                                                                                                                                                 | R\$ 1,29  |
| OVOS BRANCO EMB. DÚZIA                                                                                                                                                                                    | R\$ 1,99  |
| BERINJELA KG                                                                                                                                                                                              | R\$ 1,59  |
| MARACUJÁ KG                                                                                                                                                                                               | R\$ 2,49  |
| MAMÃO FORMOSA KG                                                                                                                                                                                          | R\$ 1,29  |
| TANGERINA POKAN KG                                                                                                                                                                                        | R\$ 1,09  |
| BANANA PRATA KG                                                                                                                                                                                           | R\$ 2,09  |
| MAÇÃ GALA NACIONAL KG                                                                                                                                                                                     | R\$ 1,29  |
| MELANCIA KG                                                                                                                                                                                               | R\$ 0,89  |
| REFRIG. PEPSI/GUARANÁ ANTARCTICA 2L GRATIS 500ML                                                                                                                                                          | R\$ 2,99  |
| REFRIG. SUKITA SABORES 2L                                                                                                                                                                                 | R\$ 2,19  |
| PÃO FRANCES CONGELADO KG                                                                                                                                                                                  | R\$ 4,99  |
| PÃO BAGUETTE C/PROVOLONE CONGELADO KG                                                                                                                                                                     | R\$ 9,98  |
| CERVEJA MEXICANA SOL LONG. NECK GRF 355ML                                                                                                                                                                 | R\$ 1,98  |
| SIDRA CERESER TRAD. 660ML                                                                                                                                                                                 | R\$ 3,99  |
| SIDRA LIDER TRD. 660ML                                                                                                                                                                                    | R\$ 2,99  |
| VINHO ARGENTINO RINCON DEL SOL 750ML                                                                                                                                                                      | R\$ 6,99  |
| VINHO CHILENO SANTA CAROLINA 750ML                                                                                                                                                                        | R\$ 15,99 |
| NÃO PERCA AS PROMOÇÕES DOS SEGUINTE DIAS • ENTREGAMOS EM DOMICÍLIO                                                                                                                                        |           |
| 2ª feira - Laticínios   3ª e 4ª Feira - Quitanda   5ª feira - Açougue   6ª Feira e Sábado - Fim de semana econômico                                                                                       |           |

| <div> <div>PORTOFINO</div> <div>ENTREGAS EM DOMICÍLIO</div> </div>                                                                                                                                                                                                                                                    |           |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| AZEITE ITAL. PAGANINI (1ª PRENSA) 500ML                                                                                                                                                                                                                                                                               | R\$ 16,99 |
| REFRIGERENTE COCA COLA LATA TRADICIONAL E ZERO 350ML                                                                                                                                                                                                                                                                  | R\$ 1,29  |
| FILE MIGNON RESFRIADO KG                                                                                                                                                                                                                                                                                              | R\$ 14,98 |
| PICANHA BOVINA RESFRIADA KG                                                                                                                                                                                                                                                                                           | R\$ 14,98 |
| HAMBURGUER BOVINO GRAN FILE 56G UNID.                                                                                                                                                                                                                                                                                 | R\$ 0,29  |
| HAMBURGUER DE PICANHA GRAN FILE 90G                                                                                                                                                                                                                                                                                   | R\$ 0,59  |
| PÃO FORMA DA CASA 450G                                                                                                                                                                                                                                                                                                | R\$ 1,79  |
| SALGADINHOS DORITOS ELMA CHIPS PCT 110G                                                                                                                                                                                                                                                                               | R\$ 2,99  |
| BATATAS RUFLES SABORES 100G                                                                                                                                                                                                                                                                                           | R\$ 2,99  |
| BATATA PALHA ELMA CHIPS 100G                                                                                                                                                                                                                                                                                          | R\$ 1,99  |
| BEBIDA LACTEA FRIMESA CHOCOLATE 1L                                                                                                                                                                                                                                                                                    | R\$ 2,99  |
| MANTEIGA BELA MINEIRA POTE 200G                                                                                                                                                                                                                                                                                       | R\$ 2,29  |
| AZEITE ANDORINHA EXTRA VIRGEM VIDRO 500ML                                                                                                                                                                                                                                                                             | R\$ 9,98  |
| CREME DE LEITE FRIMESA TP TRAD/LIGHT 200G                                                                                                                                                                                                                                                                             | R\$ 1,39  |
| ARROZ PARB. PRINCESA GOLD SAQUINHO 1KG                                                                                                                                                                                                                                                                                | R\$ 2,29  |
| LEITE CONDENSADO CONDESA LATA 395G                                                                                                                                                                                                                                                                                    | R\$ 1,99  |
| AZEITE GALLO TRADICIONAL LATA 500ML                                                                                                                                                                                                                                                                                   | R\$ 9,98  |
| ÓLEO SOJA PERDIGÃO PET 900ML                                                                                                                                                                                                                                                                                          | R\$ 2,09  |
| VINHO DOM BOSCO BRANCO/TINTO 750ML                                                                                                                                                                                                                                                                                    | R\$ 3,99  |
| VINHO PORTUGUÊS PERIQUITA 750ML                                                                                                                                                                                                                                                                                       | R\$ 19,98 |
| VINHO ARGENTINO AMBROSIO LANCIEGO 750ML                                                                                                                                                                                                                                                                               | R\$ 9,90  |
| REPOSITOR GATORADE SABORES 500ML                                                                                                                                                                                                                                                                                      | R\$ 2,49  |
| CERVEJA THERESOPOLIS GF 600ML                                                                                                                                                                                                                                                                                         | R\$ 4,99  |
| VINHO ITALIANO VENETIO 750ML                                                                                                                                                                                                                                                                                          | R\$ 13,99 |
| <div> <div>Horário de Funcionamento</div> <div>Seg. e Quinta: das 6:00 às 22:00hrs</div> <div>Sexta e Sábado: das 6:00 às 23:30hrs</div> <div>Domingos: Das 7:30 às 21:00hrs</div> <div>Nossa Senhora de Copacabana - 673 - Tel.: 2257-0566</div> </div> <div> <div>Delivery Grátis</div> <div>2236-6064</div> </div> |           |

Fonte – Disponível em: [http://linkbraz.blogspot.com.br/2010\\_08\\_01\\_archive.html](http://linkbraz.blogspot.com.br/2010_08_01_archive.html). Acesso em: 26 jul 2015

**Atividade 2:** Você já usou as teclas de memória da calculadora num supermercado? Que tal refazer a atividade anterior com esta sugestão e usando nova composição de itens? Indique a solução que adotou com essas teclas. Não se preocupe, caso não saiba como utilizá-las, pois estamos aqui para lhe auxiliar. Perceba o que vai acontecendo e preencha o quadro a seguir (Quadro 1). Comparando as duas maneiras de resolução, com e sem o uso das teclas de memória, que observações podem ser realizadas?

**Quadro 1: Funcionamento das teclas de memória**

| Tecla | Visor | O que a calculadora fez | Acumulado na memória |
|-------|-------|-------------------------|----------------------|
|       |       |                         |                      |
|       |       |                         |                      |
|       |       |                         |                      |
|       |       |                         |                      |
|       |       |                         |                      |
|       |       |                         |                      |
|       |       |                         |                      |

Fonte – Marques e Bairral (2014).

**Atividade 3:** O que acontece quando usamos a ordem de teclas  $7 + 3 = = =$  na calculadora? E se invertermos a ordem ( $3 + 7 = = =$ )? Utilizando a multiplicação  $7 \times 3 = = =$ , o que se observa? Mudando para  $3 \times 7 = = =$ , o resultado se altera? É possível relacionar esta atividade a algum conteúdo matemático? Caso afirmativo, a qual conteúdo?

**Atividade 4:** Efetue a divisão  $4000/0,5$ , primeiramente sem o uso da calculadora e depois com a mesma. Que possíveis equívocos podem ser cometidos? Que reflexão se permite com esta tarefa?

**Atividade 5:** As tarefas realizadas até aqui foram planejadas como atividades instigadoras. Investigue se é possível identificar alguma(s) das características propostas por Marques e Bairral (2014) e assinale no quadro a seguir (Quadro 2).

**Quadro 2: Características das atividades instigadoras**

| CARACTERÍSTICAS                                                  | ATIVIDADE |   |   |   |
|------------------------------------------------------------------|-----------|---|---|---|
|                                                                  | 1         | 2 | 3 | 4 |
| Averigua o uso/aplicação de conhecimentos prévios                |           |   |   |   |
| Pode estimular e despertar o interesse para aprender             |           |   |   |   |
| Possibilita a construção do conhecimento a partir de descobertas |           |   |   |   |
| Desperta reflexão sobre a relativização de verdades matemáticas  |           |   |   |   |

Fonte – Elaborado pelos autores.

## MÓDULO 2: AVANÇANDO COM TABLETS

*Atividade 6:* Vamos trabalhar com o aplicativo *MyScript Calculator*<sup>1</sup>, o qual permite a escrita na própria tela da operação que se deseja realizar. Manipule livremente para conhecer seus recursos. Nossa proposta consiste em descobrir quantas notas utilizaremos para pagar uma compra no valor de R\$105,00, sabendo-se que só dispomos de notas de R\$5,00. E se nossas notas forem apenas de R\$10,00? Ou de R\$20,00? Que indícios fazem com que esta atividade seja considerada instigadora? Ou não se trata deste tipo de atividade? Que conteúdo(s) matemático(s) pode(m) ser explorado(s)?

*Atividade 7:* Agora é sua vez de produzir uma atividade instigadora. Converse com seu(sua) companheiro(a) e elabore uma atividade com a utilização do *MyScript Calculator*, evidenciando que aspectos a caracterizam como atividade instigadora. Fique à vontade para escolher o conteúdo.

*Atividade 8:* Passando para o Truques matemáticos *lite*<sup>2</sup>, que possui versão grátis com dez exercícios envolvendo multiplicação, divisão e potenciação, conheça primeiramente suas potencialidades. Agora, que tal realizarmos uma breve disputa e verificar quem conhece mais recursos (“macetes”) para efetuar determinadas contas de maneira ágil e precisa?

### CONSIDERAÇÕES

Embora ainda exista grande resistência por parte de professores, estudantes e seus pais em relação à utilização de recursos tecnológicos em sala de aula, esforçamo-nos para elaborar atividades em que esses dispositivos sejam apropriados como instigadores do conhecimento, através de práticas matemáticas nas quais os objetivos não estão voltados para o simples ato de apertar teclas ou deslizar as mãos sobre uma tela *touchscreen*, mas pautados na percepção dos conceitos envolvidos em cada uma das operações realizadas. Desta forma, esperamos promover um debate acerca da utilização da tecnologia em sala de aula, elencando possíveis benefícios ou malefícios dessa prática, bem como abarcando novas ideias que possam emergir.

### REFERÊNCIAS

BAIRRAL, M.; ASSIS, A.; SILVA, B. C. **Mãos em ação em dispositivos touchscreen na educação matemática**. Seropédica, RJ: Edur, 2015.

BIGODE, A. J. L. Explorando o uso da calculadora no ensino de Matemática para jovens e adultos. In: VÓVIO, Cláudia; IRELAND, Timothy (orgs.). **Construção coletiva: contribuições à educação de jovens e adultos**. Coleção Educação para Todos. Brasília: MEC, 2005.

DOMINGUES, N. S.; HEITMANN, F. P; CHINELLATO, T. G. Tecnologias em sala de aula: explorando as possibilidades do tablet na educação. In: Encontro Nacional de Educação Matemática, 11, 2013, Curitiba, PR.

MARQUES, W., BAIRRAL, M. **Na calculadora é ponto ou vírgula?** Analisando interações discentes sob as lentes de Vygotsky e Bakhtin. Seropédica, RJ: EDUR, 2014.

---

<sup>1</sup> Disponível em [https://play.google.com/store/apps/details?id=com.visionobjects.calculator&hl=pt\\_BR](https://play.google.com/store/apps/details?id=com.visionobjects.calculator&hl=pt_BR)

<sup>2</sup> Disponível em [https://play.google.com/store/apps/details?id=com.funmathtricks.lite&hl=pt\\_BR](https://play.google.com/store/apps/details?id=com.funmathtricks.lite&hl=pt_BR)

MARQUES, W. S. Calculadoras em aulas de matemática: perspectiva instigadora e interativa. In: Encontro Mineiro de Educação Matemática, 6, 2012, Juiz de Fora, MG.

SILVA, B. C. C. C. **Geometria na ponta dos dedos com o software *Sketchometry***. 65f. Monografia – Curso de Licenciatura em Matemática. Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro: Seropédica, 2014.



# DESENVOLVENDO A HABILIDADE DE VISUALIZAÇÃO DE PLANOS, CILINDROS E QUÁDRICAS NO WINPLOT

Janine Freitas Mota<sup>1</sup>  
João Bosco Laudares<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Universidade Estadual de Montes Claros, janinemota@gmail.com

<sup>2</sup>Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais, jblaudares@terra.com.br

## Resumo:

Diante das dificuldades de aprendizagem apresentadas pelos estudantes e observadas ao longo de nossa experiência como docente na disciplina Geometria Analítica, propomos uma alternativa diferenciada para o ensino dos tópicos planos, cilindros e quádricas com a utilização do *software* Winplot, visando minimizar as dificuldades existentes na visualização geométrica dessas figuras. A metodologia utilizada contempla os parâmetros de uma sequência didática, que articula teoria e prática por meio de atividades de investigação, exploração, visualização e construção das superfícies em estudo, tendo a intenção de possibilitar o desenvolvimento do pensamento geométrico, utilizando, para tanto, seções transversais e curvas de níveis dessas figuras. A sequência didática proposta é resultado de uma investigação de Mestrado em Ensino de Matemática, cujo produto foi a edição de um livro que contém o conteúdo trabalhado na metodologia proposta. Os proponentes deste minicurso são autores do livro.

**Palavras-chave:** educação matemática; sequências didáticas de atividades; planos; cilindros; quádricas.

## INTRODUÇÃO

Trabalhando com a disciplina Geometria Analítica, nos cursos de Licenciatura em Matemática, percebemos as dificuldades dos alunos na visualização geométrica de figuras no espaço tridimensional, o que também nos remete à observação de que as dificuldades dos estudantes nos tópicos de geometria perpassam toda a educação básica, chegando ao ensino superior. Essa deficiência é evidenciada por vários pesquisadores em Educação Matemática, tais como Lorenzato (1995), Perez (1991), Pavanello (1993), que discutem o problema da falta de aprendizagem da geometria e suas possíveis causas.

A partir dessas considerações, sugerimos uma proposta metodológica que busca amenizar as dificuldades de visualização de algumas figuras geométricas, possibilitando o desenvolvimento do pensamento geométrico, pois concordamos com Lorenzato (1995) quando argumenta que a aprendizagem da geometria traz o desenvolvimento de capacidades e habilidades, como a criatividade, a percepção espacial, o raciocínio hipotético-dedutivo. Dessa forma, propomos um minicurso que contempla parte das atividades desenvolvidas na pesquisa de Mestrado de Mota (2010) que busca possibilitar ao estudante desenvolver a habilidade de visualização e representação de planos, cilindros e quádricas, utilizando as mídias “lápis e papel” e recursos computacionais. Após o Mestrado, o Produto do mesmo, que se constituiu de uma Sequência de Atividades, foi integrado a um Livro-Texto sobre Quádricas, dos autores Laudares e Miranda (1988) originando um novo Livro: Laudares (2013). Esta integração se desenvolveu, em trabalho de investigação, para uma produção bibliográfica do conteúdo em estudo.

## OBJETIVOS GERAL E ESPECÍFICOS

O objetivo geral do minicurso é propor atividades que possibilitem ao estudante desenvolver a habilidade de visualização e representação de planos, cilindros e quádricas, utilizando o *software* Winplot. Como objetivos específicos, destacamos: realizar uma sequência didática de atividades que desenvolva o pensamento geométrico, interligado aos aspectos teóricos e práticos de planos, cilindros e quádricas; articular as representações algébrica e geométrica no desenvolvimento do processo ensino-aprendizagem desses conteúdos; explorar as interseções de planos com superfícies cilíndricas e quádricas para construção dessas superfícies; analisar as curvas de níveis; utilizar o *software* Winplot no desenvolvimento das sequências didáticas.

## VISUALIZAÇÃO, PENSAMENTO GEOMÉTRICO E USO DAS TECNOLOGIAS NO PROCESSO ENSINO-APRENDIZAGEM DE GEOMETRIA

A geometria se constitui de um conjunto de conhecimentos fundamentais para a compreensão do espaço e das figuras que representam objetos utilizados no cotidiano, e, nesse sentido, é rica em possibilidades que proporcionam ao estudante comparar, relacionar, discutir, investigar, descrever e perceber características geométricas. Dessa forma, entendemos que a geometria pode proporcionar, ao estudante, o desenvolvimento de habilidades baseadas na observação e na experiência, ratificando o que afirma Ferreira (2010):

*[...] é necessário investigar diferentes formas de trabalhar a geometria para atingir um dos principais objetivos educacionais dessa disciplina: a capacidade de abstração espacial a partir de projeções nos espaços unidimensional, bidimensional e tridimensional. Tal competência se incrementa com atividades que possibilitam o desenvolvimento da habilidade de visualização para a formação do pensamento geométrico. (FERREIRA, 2010, p. 26).*

O ensino de geometria ainda tem sido pautado tradicionalmente com definições e demonstrações no tratamento formal de conceitos. Partindo de uma proposta mais progressista, Nasser (1994) e Viana (2000) buscam a compreensão conceitual com o desenvolvimento do pensamento geométrico. Essas autoras analisaram e divulgaram no Brasil o modelo de Van Hiele que defende o desenvolvimento da assimilação do conhecimento geométrico dos estudantes a partir de um reconhecimento das figuras geométricas de um nível básico até a percepção dos aspectos formais da dedução rigorosa, passando por níveis intermediários.

No minicurso, apoiado na pesquisa de Mota (2010), tratamos especialmente dos 3 (três) primeiros dos 5 (cinco) níveis de Van Hiele, que são: (1) reconhecimento (visualização das figuras); (2) análise (evidência nos conceitos, elementos e propriedades geométricas); (3) abstração (percepção da necessidade de uma definição precisa, argumentação lógica informal e ordenação de classes de figuras geométricas), com o tratamento gráfico das figuras espaciais: planos, cilindros e quádricas.

Gravina (1996), ao retratar observações sobre as dificuldades inerentes ao aprendizado da geometria, apresenta a teoria proposta por Fischbein (1993), em que o objeto geométrico é tratado como tendo duas componentes: uma conceitual e outra figural. Nessa teoria, a componente conceitual expressa propriedades que caracterizam uma classe de objetos e a componente figural corresponde à imagem mental que associamos ao conceito. A imagem mental está associada à visualização dos objetos. A pesquisa sobre

visualização em Educação Matemática, conforme retrata Villarreal (1999, p.35) “é extensa e tem sido associada à habilidade espacial, ao conceito de *imagery* (refere-se a imagens mentais), às representações gráficas e também à intuição”.

O uso de ferramentas computacionais, nesse contexto, pode tornar o estudo desses tópicos bem mais produtivo e interessante, de forma a proporcionar o desenvolvimento da habilidade de visualização, garantindo o sucesso da integração das tecnologias e educação matemática. Especialmente, os *softwares* de geometria dinâmica proporcionam possibilidades de exploração e experimentação pelo movimento das figuras, facilitando a visualização e a compreensão de propriedades das figuras planas e espaciais nos espaços de duas e três dimensões.

Assim, as atividades propostas serão desenvolvidas de forma a articular as mídias “lápiz e papel” com ferramentas informatizadas, utilizando o *software* matemático Winplot que permite uma dinâmica de rotação e translação de figuras, facilitando a visualização geométrica em espaços tridimensionais com múltiplas representações.

## **ENSINO E APRENDIZAGEM DE PLANOS, CILINDROS E QUÁDRICAS**

Ao iniciar os estudos em Geometria Analítica, definida como integração da Álgebra e Geometria, figura e equação, os estudantes apresentam dificuldades de interpretação e análise, pois o desconhecimento de propriedades de geometria plana e espacial prejudica a compreensão dos tópicos relacionados a essa disciplina. A falta desses conhecimentos fundamentais também pode acarretar dificuldades na visualização de objetos geométricos com representação bidimensional e tridimensional.

Na literatura científica especializada, encontramos referência ao pensamento aritmético, ao pensamento algébrico e ao pensamento geométrico, que são fundamentais para a compreensão conceitual e a formalização em Matemática. Habilidades e competências são trabalhadas para explorar, conjecturar e raciocinar logicamente. Entretanto, a iniciação da aprendizagem da geometria na educação básica não é realizada de forma satisfatória, conforme destaca Pavanello (1993), dentre outros.

Para melhor compreensão de propriedades dos planos, cilindros e das quádricas e domínio de visualização de seus gráficos, é importante o traçado de esboço e constituição de sólidos construídos a partir de figuras espaciais.

## **A SEQUÊNCIA DIDÁTICA**

As atividades a serem realizadas, consistem em três sequências didáticas de atividades que contam com elementos teóricos de Zabala (1998), que retrata a sequência didática como uma maneira de encadear e articular as diferentes atividades ao longo de uma unidade didática, de forma que se possa analisar as atividades realizadas e as possíveis intervenções para a execução dessas.

O planejamento das atividades foi fundamentado no referencial teórico pesquisado por Mota (2010). As estratégias de solução para cada atividade foram analisadas de forma a verificar a viabilidade de sucesso na execução das atividades, bem como, verificar as contribuições cognitivas que essas podem trazer para o estudante.

As atividades a serem executadas no minicurso serão direcionadas a estudantes de graduação e/ou docentes. Tais atividades devem ser realizadas em um laboratório de informática que contenha o *software* Winplot instalado em seus computadores e estão assim organizadas:

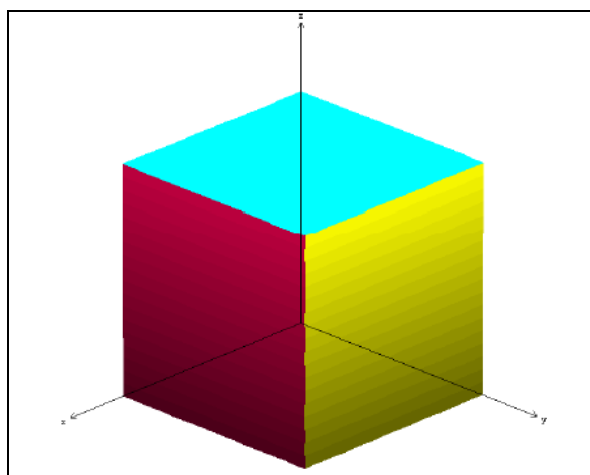
1º Módulo: Introdução à manipulação do *software* Winplot. Explicação dos recursos básicos a serem utilizados nas atividades. Execução das atividades referentes ao tópico Planos. Tempo estimado: 2 horas.

2º Módulo: Execução das atividades referentes aos tópicos Cilindros e Quádricas. Tempo estimado: 2 horas.

Assim, a sequência de atividades proposta articula teoria e prática, propiciando a construção de significados, por meio de atividades de exploração e visualização, com base no esboço das superfícies no espaço – planos, cilindros e quádricas.

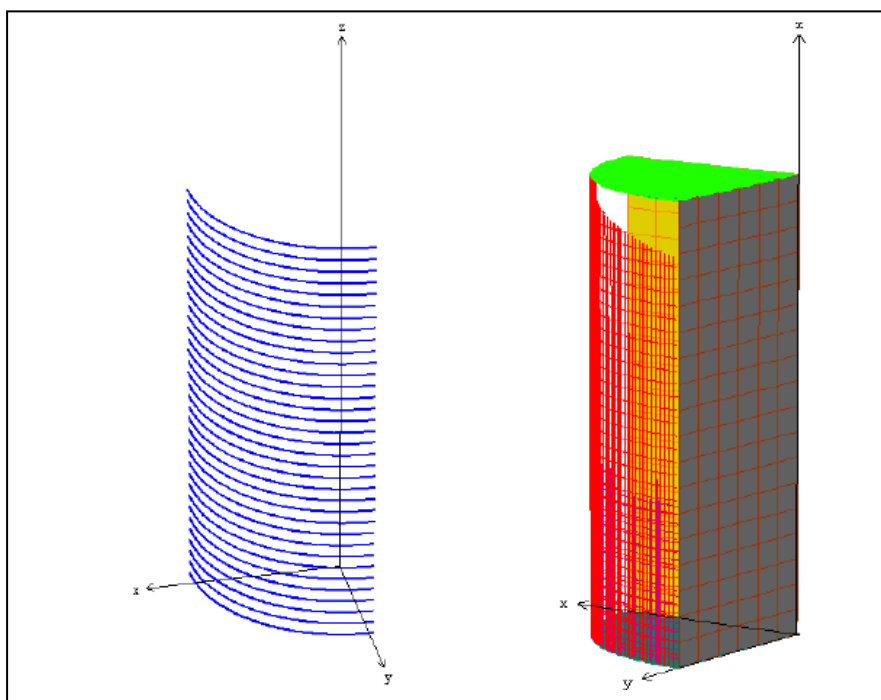
A seguir, apresentamos exemplos de resultados obtidos na tela do Winplot, quando da execução de algumas atividades.

**Figura 1: Superfície composta por planos paralelos aos planos coordenados.**



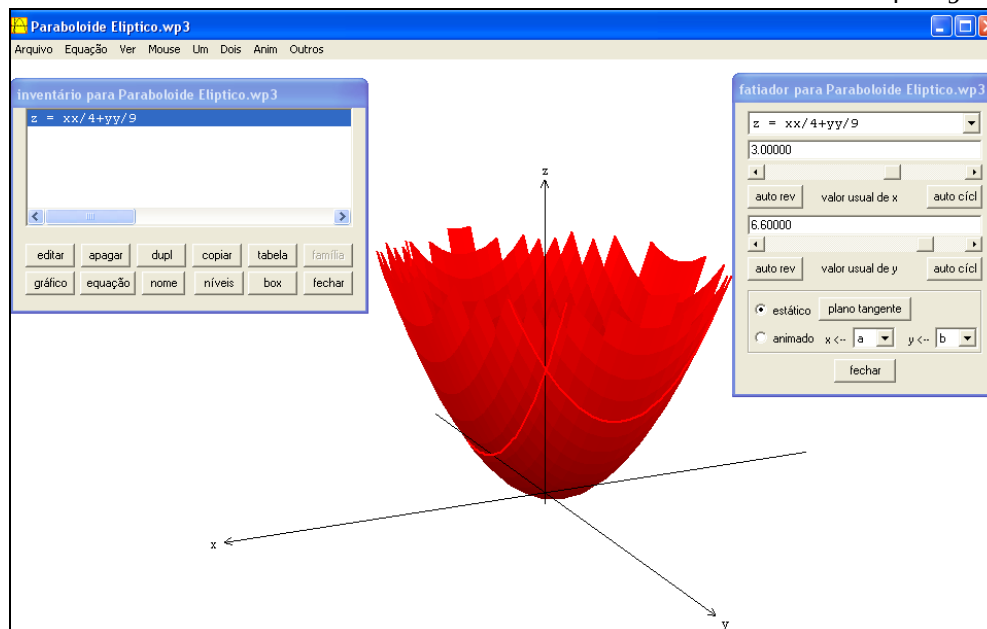
Fonte: Software Winplot

**Figura 2: Representação gráfica das curvas de níveis do cilindro de equação  $x^2 + y^2 = 4$  e do sólido formado por esse cilindro, no 1º octante, limitado pelo plano  $Z = 6$ .**



Fonte: Software Winplot

**Figura 3: Identificação das curvas de níveis do parabolóide de equação  $z = \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9}$ .**



Fonte: Software Winplot.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

As sequências didáticas propostas nesse minicurso foram elaboradas em unidades didáticas que, segundo Zabala (1998, p. 53-54) tratam de uma “série ordenada e articulada de atividades” e são estruturadas em “fases com atividades e relações que se estabelecem” para compreensão do seu valor didático. Assim, baseado nesse mesmo autor, que se referencia nos parâmetros da aprendizagem significativa, a elaboração das atividades de planos, cilindros e quádras desse minicurso foi construída por Mota (2010), visando proporcionar aos estudantes um ambiente de desenvolvimento da visualização, habilidade trabalhada intensivamente em todas as sequências didáticas. As atividades, na íntegra, estão disponíveis na obra Planos, Cilindros e Quádras: Um enfoque no traçado de gráficos com exploração das seções transversais – Laudares (2013).

## AGRADECIMENTOS

Agradecemos o apoio financeiro da FAPEMIG - Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de Minas Gerais.

## REFERÊNCIAS

FERREIRA, Lúcia Helena da Cunha. **Desenvolvimento do pensamento geométrico com visualização de figuras espaciais por meio da metodologia de oficinas**. 2010. Dissertação (Mestrado) – Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais, Belo Horizonte, MG.

FISCHBEIN, E. The theory of figural concepts. **Educational Studies in Mathematics**, Kluwer Academic Publishers, p. 139-162, fev. 1993.

GRAVINA, Maria Alice. Geometria Dinâmica: Uma Nova Abordagem para o Aprendizado da Geometria. In: Simpósio Brasileiro de Informática na Educação, 7, 1996, Belo Horizonte. **Anais...** Belo Horizonte, 1996, p.1-13.

LAUDARES, João Bosco; MIRANDA, Dimas Felipe de. **Quádricas**. Belo Horizonte: FUMMAR, 1988.

LAUDARES, João Bosco; MIRANDA, Dimas Felipe de; MOTA, Janine Freitas; FURLETTI, Saulo. **Planos, Cilindros e Quádricas: um enfoque no traçado de gráficos com exploração das seções transversais**. Belo Horizonte: Ed. PUC Minas, 2013.

LORENZATO, Sergio. Por que não ensinar Geometria? **A Educação Matemática em Revista**. Blumenau, ano 3, n. 4, p. 3-13, 1º sem. 1995.

MOTA, Janine Freitas. **Um Estudo de Planos, Cilindros e Quádricas, Explorando Seções Transversais, na Perspectiva da Habilidade de Visualização, com o Software Winplot**. 2010. Dissertação (Mestrado) – Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais - PUCMinas, Belo Horizonte, MG.

NASSER, Lílian. Usando a teoria de Van Hiele para melhorar o ensino secundário de geometria no Brasil. **Eventos (Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais)**, nº04, 2ª parte, 1994.

PAVANELLO, Regina Maria. O abandono do ensino da geometria no Brasil: causas e consequências. **Revista Zetetiké**, Universidade Estadual de Campinas, ano 1, n. 1, p. 7-17, 1993.

PEREZ, Geraldo. **Pressupostos e reflexões teóricos e metodológicos da pesquisa participante no ensino de geometria para as camadas populares**. 1991. Tese (Doutorado) – Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Educação, Campinas, SP.

VIANA, Odaléa Aparecida. **O conhecimento geométrico de alunos do CEFAM sobre figuras espaciais: um estudo das habilidades e dos níveis de conceitos**. 2000. Dissertação (Mestrado) – Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de Educação. Campinas, SP.

VILLARREAL, Mônica Ester. **O Pensamento Matemático de Estudantes Universitários de Cálculo e Tecnologias Informáticas**. 1999. Tese (Doutorado) – Universidade Estadual Paulista, Programa de Pós-graduação em Educação Matemática, Rio Claro, SP.

ZABALA, Antoni. A Prática Educativa: unidades de análise. In: ZABALA, Antoni. **A prática educativa**. Porto Alegre: ArtMed Editora, 1998.

# **DESENVOLVIMENTO DO CONCEITO DE EQUAÇÃO A PARTIR DA EXPLORAÇÃO DO PRINCÍPIO DA ALAVANCA EM BALANÇA DE PRATOS**

**Grace Marisa Miranda de Paula<sup>1</sup>**

**Eduardo Sarquis Soares<sup>2</sup>**

<sup>1</sup>Rede Municipal de Ensino de Ouro Branco, MG, gracemarisa40@gmail.com

<sup>2</sup>UFSJ/DTECH, esarquis@gmail.com

## **RESUMO**

A relevância de se aprender significado das equações é amplamente reconhecida e, no entanto, o tratamento desse conceito desafia os professores do ensino fundamental devido à sua inerente complexidade e correlatas capacidades cognitivas exigidas dos alunos. Algumas pesquisas sobre o assunto fornecem indicadores daquilo que se pode esperar dos aprendizes; outras identificam estratégias adotadas por professores no esforço de trabalhar o conceito. Nesta oficina, desenvolvemos uma proposta original de abordagem das equações a partir da exploração do princípio da alavanca associado à balança de pratos. Nos trabalhos práticos, os participantes poderão verificar como a proposta é apresentada aos estudantes. Serão exibidos episódios de um experimento registrado em vídeo com alunos do ensino fundamental. Os participantes serão convidados a analisar coletivamente tais episódios e avaliar eventuais avanços e questões associados à proposta didática apresentada.

**Palavras chave:** álgebra, ensino de equações, formação de professores, balança de pratos e equações.

## **QUESTÕES ASSOCIADAS AO ENSINO DE EQUAÇÕES**

A proposta desta oficina foi formulada a partir de um trabalho de pesquisa que envolve professores do ensino fundamental do município de Ouro Branco, MG, Brasil. Esse grupo vem estudando e experimentando metodologias para o ensino de ciências e matemática com o intuito de obter um aprimoramento de seu trabalho. O grupo, composto por quatro profissionais, reúne-se semanalmente e desenvolve planejamentos conforme as necessidades apresentadas por cada participante. As aulas são compartilhadas por dois ou mais professores e são registradas em vídeo para posteriores análises. Aqui será apresentada uma análise sucinta de questões relativas ao ensino de equações e, posteriormente, será discutida uma metodologia proposta pelo grupo e já

experimentada em duas ocasiões, uma em 2013 e outra em 2014, ambas envolvendo uma turma de estudantes do sétimo ano do ensino fundamental.

A tarefa de ensinar equações, ou prover acesso aos fundamentos da álgebra, apresenta uma série de desafios e requer o desenvolvimento de competências específicas por parte dos professores. Importa que, durante o planejamento da ação didática, sejam levados em conta, por exemplo, aspectos do desenvolvimento cognitivo dos alunos e o que se pode esperar deles tendo-se em mente sua faixa etária e alguns pré-requisitos.

Importa também que o meio cultural de origem dos alunos seja considerado no planejamento, uma vez que, para alguns, a associação de imagens abstratas a expressões algébricas pode ser bem mais fácil do que para outros. Em alguns casos, por exemplo, a imagem de uma balança de pratos pode ser facilmente evocada com o objetivo de se compreender como o sinal de igualdade pode estar associado ao equilíbrio da balança. Andrews & Sayers (2012), por exemplo, conduzem um estudo no qual acompanham três professores de países diferentes enquanto ensinam as primeiras lições sobre equações: na Finlândia, na Bélgica e na Hungria. Em todos esses casos, faz-se menção explícita à metáfora da balança e em nenhum deles a balança como objeto manipulável entra em cena.

É preciso questionar a efetividade da utilização de tal imagem especialmente quando a cultura de origem dos alunos tende a facilitar a aprendizagem pela manipulação de objetos. É esse nosso caso, uma vez que desenvolvemos trabalhos com alunos oriundos de populações de camadas socialmente desfavorecidas. O grupo de professores foi unânime em reconhecer a necessidade de se proporcionar aos alunos oportunidades de manipulação de objetos nas aulas de matemática. No trabalho com equações, considerou-se que a evocação da balança como simples imagem não seria produtiva. Tal percepção advém da prática profissional.

Basicamente são de quatro ordens os desafios cognitivos que precisam ser superados para uma compreensão mais profunda do conceito de equação (Andrews & Sayers, 2012): expandir o significado do sinal de igualdade, distinguir equações aritméticas de equações algébricas, associar equações à modelagem de problemas com enredo e dominar maneiras de conferir resultados obtidos.

Equações aritméticas são aquelas em que o número desconhecido (a variável) aparece em apenas um lado da igualdade. Nesse caso, operações realizadas apenas com números permitem que se descubra o valor da variável. Nas equações algébricas, a variável aparece em ambos os lados da igualdade. Isso exige que se manipule a variável para que a solução seja encontrada. A variável tem de ser reconhecida pelos aprendizes como uma entidade matemática, o que constitui uma exigência de desenvolvimento cognitivo. Pesquisadores debatem dificuldades encontradas na compreensão de equações algébricas: tais dificuldades deveriam ser interpretadas como sinais de obstáculos cognitivos (posição prevalecente, adotada por Christou & Vosniadou, 2012,

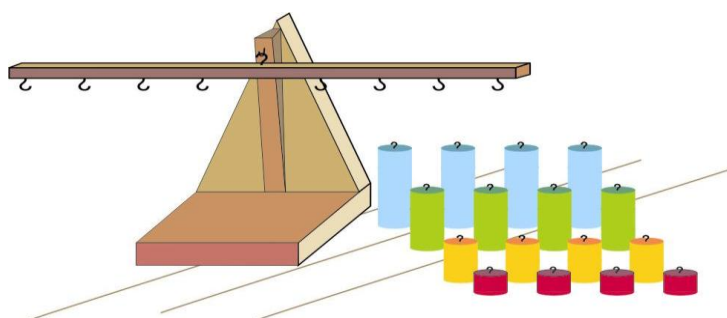


por exemplo) ou surgiriam devido a lacunas no próprio ensino oferecido pelos professores (posição de Filloy & Rojano, 1989).

## **PRINCÍPIO DA ALAVANCA, BALANÇA DE PRATOS E DESENVOLVIMENTO DE REGISTROS**

Prós e contras a utilização da balança de pratos no ensino inicial de equações são discutidos na literatura acadêmica (confere em Andrews & Sayers, 2012, p.479). Há os que defendem a balança como metáfora bastante próxima das equações, dada a necessidade de equilíbrio entre os dois pratos, os quais representariam os dois lados da equação. Há também os que criticam a utilização desse recurso sob alegação de que balanças de prato não são mais parte do cotidiano dos alunos, hoje mais acostumados com balanças eletrônicas. Alega-se, também, que as balanças de pratos não permitem investigações sobre números negativos.

O grupo de trabalho que experimentou a utilização da balança como recurso tomou como princípio a necessidade de se levar balanças reais para a sala de aula em vez de apenas se fazer menções a elas que por vezes aparecem nos livros didáticos. Além disso, decidiu-se pela construção de uma balança com 4 ganchos para fixação de pesos de cada lado da haste. Foram produzidos conjuntos de 16 pesos de madeira. O nome mais adequado seria “massas de madeira”, porém usualmente usa-se o termo “peso” quando seria mais correto usar o termo “massa”, considerando que “peso” é uma linguagem mais próxima dos alunos. Cada grupo recebeu, além de uma balança, um conjunto de pesos em 4 tamanhos diferentes, correspondentes a 4 massas com quantidades proporcionais a 1, 2, 3 e 4 (figura 1 e detalhes da construção no anexo 1).

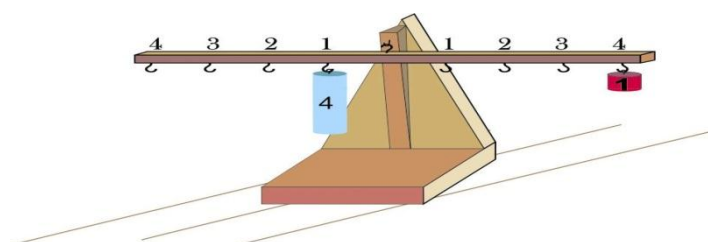


**Figura 1. A balança e os pesos.**

Os ganchos foram fixados em distâncias ao centro da haste proporcionais a 1, 2, 3 e 4. Com isso, ampliaram-se as possibilidades de utilização da balança como recurso. Nas balanças convencionais, o equilíbrio é afetado apenas a partir das massas depositadas em cada prato. Nessa outra balança, duas grandezas passam a influenciar o equilíbrio: o peso e a posição na qual ele é aplicado. Então, considerando como A e B os lados da haste, “p” como peso e “d” como a distância do ponto de aplicação do peso ao centro da haste, o equilíbrio acontece quando o somatório da multiplicação  $p \times d$  de todos os pesos afixados no lado A é igual ao mesmo somatório aplicado no lado B. Isso

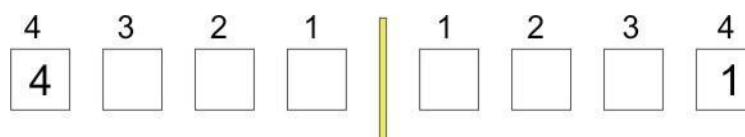
decorre da aplicação direta do princípio da alavanca: a tendência à rotação da haste em qualquer sentido (que poderíamos associar ao conceito de torque) é controlada pela aplicação das forças (pesos) e a ação de cada força depende da distância entre seu ponto de aplicação e o ponto de apoio da haste.

Não é necessário que os alunos compreendam os fundamentos físicos que correspondem a situação de equilíbrio à balança. Devidamente guiados pela professora, eles são capazes de verificar experimentalmente que a condição de equilíbrio não depende somente da colocação de pesos em cada lado da haste, mas que também o gancho no qual se pendura o peso tem influência nesse equilíbrio. A atividade com alunos supõe, portanto, a produção de desafios com o objetivo de fazê-los compreender essa dupla dependência para estabelecimento da condição de equilíbrio. É possível, por exemplo, lançar desafios como: equilibrar o peso 1 de um lado da haste com o peso 4 do outro lado da haste. Ainda que seja por meio de uma série de tentativas, os alunos acabam verificando que o equilíbrio se estabelece quando o peso 1 é aplicado à posição 4 e, inversamente, o peso 4 é aplicado à posição 1 do outro lado da haste (figura 2).



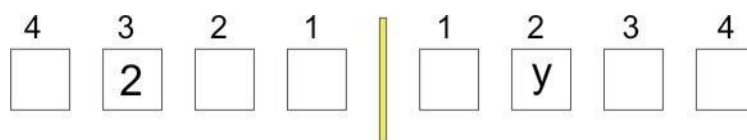
**Figura 2. O princípio da alavanca verificado de maneira prática.**

A condição de equilíbrio formalmente expressa pode ser ensinada pela professora no momento em que ela considerar apropriado. Qualquer situação obtida na balança pode ser expressa por meio de um desenho no qual as quadrículas representam as posições nas quais os pesos são colocados e os números representam os pesos colocados nessas posições. Uma barra colocada entre as quadrículas representa a separação da haste em dois braços (figura 3).



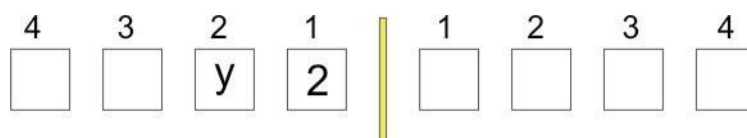
**Figura 3. Representação de uma situação de equilíbrio na balança.**

Essa representação pode evoluir para desafios, nos quais o aluno deve encontrar o valor de um peso desconhecido, como na figura 4.



**Figura 4. Representação de um desafio.**

Os desafios vão evoluindo com graus de dificuldade cada vez maiores. Podem ser apresentadas condições nas quais valores inteiros não permitem obter o equilíbrio, o que conduz à solução por decimais. A representação da balança pode se ampliar, aumentando-se o número de quadrículas de cada lado, agora representando balanças que teriam mais de 4 ganchos. Uma outra evolução no grau de dificuldade consiste em se produzir desafios com variáveis em ambos os lados da representação da haste. Todos esses desafios abrem espaço para que se apresentem aos alunos oportunidades de aprender como resolver equações aritméticas bem como equações algébricas. Em determinado momento, essa representação vai sendo substituída pela representação algébrica convencional. Um caso particularmente interessante corresponde à introdução de números negativos em desafios como este representado na figura 5.



**Figura 5. Introdução do número negativo em um desafio.**

Em um caso como esse se evidencia o fato de que nenhum peso até então conhecido, mesmo que repartido em partes menores pode resolver o desafio. No entanto, é possível discutir duas soluções. A primeira, mais fácil de ser visualizada corresponde à ideia de se imaginar que peso poderia ser colocado na posição 2 do lado direito da balança e que produziria o equilíbrio. Então, o sinal negativo ganha um significado: ele indica que o número a ser substituído pela letra “y” provocaria o equilíbrio representando um peso colocado do outro lado da haste. Em uma solução alternativa, o número a substituir o “y” equivaleria a uma força que promoveria o equilíbrio da balança. A diferença entre essa força e o peso dos toquinhos de madeira se dá pelo fato de que essa força teria de ser aplicada no sentido contrário ao peso, ou seja, na vertical apontando para cima. Essa percepção mostra-se bem mais complexa do que a primeira alternativa. De todo jeito, essa situação promove significados para o número negativo, o que contraria críticas endereçadas à utilização da balança como recurso para se aprender a solucionar equações.

As situações ilustradas acima permitem que se explore com os alunos significados para o conceito de equação, assim como alternativas de solução de situações diversificadas, com introdução de soluções baseadas em números decimais bem como de outras baseadas em números negativos. Apesar de se verificar que situações com a balança podem ser propostas em enredos de problemas, há que se reconhecer que esse é apenas um começo para se enfrentar o desafio de trabalhar a modelagem de problemas diversificados com representações algébricas. Esse assunto

não será plenamente explorado nesta apresentação porque exige um trabalho de maior duração que o tempo de uma oficina.

A ideia de desenvolver a oficina aqui proposta consiste, basicamente em apresentar aos participantes oportunidades de compreender a proposta, experimentar situações com balanças, propor atividades e observar alguns episódios com vídeos de aulas efetivamente lecionadas com utilização desse recurso.

## **METODOLOGIA DA OFICINA**

1. Apresentação inicial dos desafios enfrentados quando se ensina equações.
2. Exploração da balança e suas possibilidades – princípio da alavanca envolvido na balança e em outros mecanismos.
3. Desenvolvimento de registros.
4. Convite aos participantes no sentido de propor desafios relacionados à utilização da balança e o ensino de equações.
5. Mostra de vídeo com episódios de sala de aula.
6. Avaliação da viabilidade de desenvolvimento de metodologias semelhantes conforme as realidades conhecidas pelos participantes da oficina.

## **REFERÊNCIAS E BIBLIOGRAFIA**

ANDREWS, P. & SAYERS, J. Teaching linear equations: Case studies from Finland, Flanders and Hungary. **Journal of Mathematical Behavior**, 31, 476-488. 2012

CHRISTIOU, K. P. & VOSNIADOU, S. What kinds of numbers do students assign to literal symbols? Aspects of the transition from arithmetic to algebra. **Mathematical Thinking and Learning**, 14, 1-27. 2012

FILLOY, E. & ROJANO, T. Solving equations: the transition from arithmetic to algebra. **For the learning of Mathematics**, 9(2), 19-25. 1989.

HUNTLEY, M. A.; MARCUS, R.; KAHAN, J.; Miller, J. L. Investigating high-school students' reasoning strategies when they solve linear equations. **Journal of Mathematical Behavior**, 26, 115-139. 2007

MACGREGOR, M. & STACEY, K. Students' understanding of algebraic notation. **Educational Studies in Mathematics**, 33, 1-19. 1997

## **AGRADECIMENTO**

Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de Minas Gerais – FAPEMIG – pelo financiamento da pesquisa que gerou este trabalho.

# DISCUTINDO POSSIBILIDADES PARA A MODELAGEM MATEMÁTICA NO CONTEXTO DA SALA DE AULA DA EDUCAÇÃO BÁSICA

Neil da Rocha Canedo Junior<sup>1</sup>  
Marco Aurélio Kistemann Junior<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Prefeitura de Juiz de Fora/Universidade Federal de Juiz de Fora, neilcanedo@gmail.com

<sup>2</sup> Universidade Federal de Juiz de Fora /Departamento de Matemática, marco.kistemann@ufjf.edu.br

## Resumo

O objetivo deste minicurso é dialogar com professores (as) e futuros professores (as) a respeito das possibilidades da Modelagem Matemática para a sala de aula de Matemática, a partir de sugestões de atividades e apresentação de relatos de experiências vividas. À luz das nossas referências teóricas, vamos trazer para a arena de debates as potencialidades da Modelagem no sentido de favorecer uma Educação Matemática preocupada mais com a autonomia do sujeito que aprende e menos com a transmissão de conteúdos prontos. Além disso, vamos provocar reflexões sobre a sinergia entre a Modelagem e a presença das tecnologias informáticas, o que favorece uma relação de ressonância entre a sala de aula de Matemática e os demais setores da sociedade, permeados que estão por essas tecnologias.

**Palavras-chave:** Modelagem Matemática. Educação Básica. Seres-humanos-com-mídias. Currículo.

## PRIMEIRAS PALAVRAS

Este minicurso apresenta a Modelagem<sup>1</sup> como possibilidade para a sala de aula de Matemática da Educação Básica. Nosso objetivo é compartilhar com professores (as) e futuros professores (as) saberes e fazeres a respeito dessa prática letiva que se faz presente em nossas aulas desde o ano de 2010. Vindo a se tornar foco investigativo da pesquisa de mestrado do primeiro autor, que foi desenvolvida sob a orientação do segundo, entre os anos de 2012 e 2014.

Por meio de sugestões de atividades e relatos de experiências, vamos propor reflexões teóricas a partir da práxis no sentido de inspirar e oferecer subsídios aos professores (as) e futuros professores (as) que pretendem tornar a Modelagem parte da Educação Matemática que praticam. Além de descortinar regiões de inquérito aos que pretendem desenvolver pesquisas no contexto da Modelagem.

É mister esclarecermos que as reflexões que propomos a respeito da presença da Modelagem no currículo de Matemática da Educação Básica já emergem embebidas das “nossas concepções educacionais, as quais se constroem em nosso estar sendo, a partir de filiações teóricas assumidas e experiências vividas. Concepções que assumimos e fazemos refletir na Educação Matemática que praticamos” (CANEDO JR; KISTEMANN JR, 2014, p. 48).

Da forma que concebemos, a Modelagem é uma abordagem pedagógica em que os alunos problematizam e investigam a partir de uma temática com referências na realidade (BARBOSA, 2001), em meio a um coletivo pensante de seres-humanos-com-mídias, no

---

<sup>1</sup> Desse ponto em diante, vamos usar o termo Modelagem para nos referirmos à Modelagem Matemática enquanto prática letiva no contexto da Educação Matemática.

qual as mídias (oralidade, escrita e informática) participam como atrizes nos processos de produção de conhecimento (BORBA; VILLAREAL, 2005). Essa prática curricular busca superar as limitações inerentes à tradição do *paradigma do exercício*, na direção de ambientes de aprendizagem em que se vislumbram *cenários para investigação* (SKOVSMOSE, 2008).

Além disso, ao se configurar como uma abordagem pedagógica em sinergia com as tecnologias informáticas (BORBA; VILLAREAL, 2005), a Modelagem favorece uma Educação Matemática em ressonância com os demais setores sociais, permeados que estão por essas novas tecnologias.

## DINÂMICA DO MINICURSO

Na primeira etapa (primeiro dia) vamos refletir com nossos ouvintes a respeito da noção de tarefa de Modelagem, a qual configura uma problematização apresentada pelo professor aos alunos, que podem ser desenvolvidas a partir de dados obtidos das mais variadas fontes, por exemplo: livros, revistas, internet, televisão, rádio, etc<sup>2</sup>.

Essa maneira de fazer Modelagem faz com que o tempo dedicado às tarefas seja relativamente curto. Assim, as tarefas de Modelagem não comprometem o desenvolvimento do programa oficial e acabam por terem mais aceitação por parte dos professores que atuam na Educação Básica, principalmente os iniciantes em Modelagem.

A culminância dessa primeira etapa será a elaboração de tarefas de Modelagem pelos próprios ouvintes. Nessa dinâmica, os participantes terão a oportunidade de vivenciar e refletir a respeito da elaboração de tarefas de Modelagem, que serão construídas a partir de dados oferecidos por nós de forma impressa e/ou obtidos por eles próprios via web, que poderá ser acessada por meio de suas tecnologias portáteis (*smartphone*, *tablet*, *notebook*, etc.).

Na segunda etapa (segundo dia) vamos discutir a respeito do desenvolvimento de projetos de Modelagem, que consiste em atividades de Modelagem nas quais os alunos são convidados a escolher um tema a respeito do qual problematizam e investigam por meio da Matemática. As reflexões a respeito do desenvolvimento dessas atividades de Modelagem serão provocadas a partir de relatos das experiências que temos vivenciado em nossas aulas. Pois é nesse viés que as tarefas de Modelagem que praticamos e pesquisamos se desenvolvem.

É importante observar que o desenvolvimento de projetos de Modelagem demanda um tempo letivo relativamente longo. Outra questão relevante às atividades dessa natureza é que elas estabelecem um paradigma didático que pode ser estranho ao que os alunos familiarizados. Em Canedo Jr (2014) observamos como alunos iniciantes em Modelagem podem encontrar dificuldades em transitar nesse novo paradigma.

Contudo, entendemos que, ao oferecer aos alunos a possibilidade de decidirem sobre o que vão aprender e de assumirem uma participação ativa nesses processos de aprendizagem, os projetos de Modelagem tanto exigem como favorecem a construção da autonomia discente necessária a esse novo paradigma.

---

<sup>2</sup> Essa maneira de desenvolver tarefas de Modelagem foi apresentada no minicurso *Caracterização, elaboração e implementação de tarefas de modelagem matemática*. Ministrado na 9ª Conferência Nacional de Modelagem na Educação Matemática (IX CNMEM) pela Prof. Dra. Andreia Oliveira (Universidade Estadual de Feira de Santana-BA) e pelo Prof. Dr. Jonei Cerqueira Barbosa (Universidade Federal da Bahia-BA). No dia 1º de maio de 2015, na Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, SP.

## ÚLTIMAS PALAVRAS

Reiteramos nossa intenção de, por meio desse minicurso, dialogar com professores (as) e futuros professores (as) a respeito da Modelagem como possibilidade para a sala de aula de Matemática da Educação Básica. Possibilidades que vão ao encontro das demandas educacionais desse início de milênio, que se volta para a formação de cidadãos atuantes em uma sociedade completamente permeada pelas mídias informáticas em todos os seus setores.

Nesse sentido Borba (2009) nos provoca ao sugerir que, ao se configurar como uma prática letiva que requer a presença das tecnologias informáticas, a Modelagem poderá ser das poucas abordagens pedagógicas a resistir à presença ostensiva da internet na sala de aula.

Porém, é importante destacar que as possibilidades de fazer Modelagem que pretendemos apontar são apenas algumas das muitas colorações que essa prática letiva pode assumir. É nossa esperança que a partir desse diálogo, cada professor (a) ou futuro professor (a) possa “construir suas próprias concepções, viver suas próprias experiências, tornando a Modelagem parte da Educação Matemática que pratica” (CANEDO JR; KISTEMANN JR, 2014, p. 53).

## REFERÊNCIAS

- BARBOSA, J. C. **Modelagem matemática: concepções e experiências de futuros professores**. 2001. 268f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2001.
- BORBA, M. C. Potential scenarios for Internet use in the mathematics classroom. **ZDM Mathematics Education**, 41: 453–465. DOI 10.1007/s11858-009-0188-2, 2009.
- BORBA, M. C.; VILLARREAL, M. E. **Humans-With-Media and the reorganization of mathematical thinking: information and communication technologies, modeling, experimentation and visualization**. v. 39, New York: Springer, 2005.
- CANEDO JR. N. R. **A modelagem como uma “atividade” de “seres-humanos-com-mídias”**. 2014. 238f. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática) – Universidade Federal de Juiz de Fora. Instituto de Ciências Exatas. Programa de pós-graduação em Educação Matemática, Juiz de Fora, 2014.
- CANEDO JR. N. R.; KISTEMANN JR, M. A. A Modelagem Matemática como uma possibilidade para a sala de aula de Matemática. **Revista Cadernos para o Professor**. Juiz de Fora (MG), Secretaria de Educação – PJF, ano 21, n. 27, p. 47-60, jan-jul. 2014.
- SKOVSMOSE, O. **Desafios da reflexão em educação matemática crítica**. Tradução Orlando de Andrade Figueiredo, Jonei Cerqueira Barbosa. Campinas: Papirus, 2008.

# DO PORTUGUÊS PARA O “MATEMATIQUÊS”: UMA PROPOSTA INTERDISCIPLINAR

**Karen Campos<sup>1</sup> e Jessica Barcellos<sup>2</sup>**

<sup>1</sup>Colégio Pedro II/ 1º Segmento, karenccfurtado@hotmail.com

<sup>2</sup>Colégio Pedro II/ 1º Segmento, jessybarcellos@gmail.com

## **Resumo**

Este trabalho teve como objetivo estabelecer uma prática pedagógica interdisciplinar entre a Matemática e o uso da língua materna através de atividades textuais envolvendo dados matemáticos. A presente pesquisa traz à cena a necessidade de auxiliarmos as crianças em fase de aquisição da linguagem matemática a “traduzir” esse novo código para uma língua que já conheça, neste caso, a língua materna. Essa ponte interdisciplinar pode ser essencial para minimizar problemas de escrita, leitura e interpretação de enunciados matemáticos. Para nortear as concepções teóricas deste trabalho, as discussões teóricas foram sustentadas principalmente pelos pressupostos de Ubiratam D’Ámbrósio e dos Parâmetros Curriculares de Matemática para o Ensino Fundamental acerca da temática “Etnomatemática”. Os atores da pesquisa são crianças do 2º e 4º anos do Ensino Fundamental do Colégio Pedro II. As propostas de atividades interdisciplinares foram realizadas no ano letivo de 2015, nas respectivas turmas, por duas professoras diferentes, que aproveitavam as oportunidades oriundas do próprio currículo de Matemática, bem como de situações surgidas no cotidiano, para explorar a língua materna.

**Palavras-chaves:** linguagem matemática, língua materna, interdisciplinaridade, etnomatemática e educação matemática.

## **INTRODUÇÃO**

Partindo de uma visão teórica subsidiada pelo conceito de etnomatemática, foram realizadas sete atividades pedagógicas que buscavam integrar linguagem matemática com o trabalho com textos em língua materna. As atividades apresentadas no presente trabalho foram desenvolvidas com turmas de 2º e 4º anos do Ensino Fundamental.

A relevância e justificativa dessa pesquisa versam sobre a necessidade de estreitar as relações entre pesquisa e ensino e sobre uma possível contribuição para os problemas de escrita, leitura e interpretação de enunciados matemáticos.

## **APARATO TEÓRICO**

A Etnomatemática baseia-se no pressuposto de que existem diversas formas de se conhecer a matemática. Apesar de sugerir uma ênfase na matemática, seu programa se dá a partir das manifestações matemáticas na dinâmica cultural e não como uma disciplina acadêmica propriamente dita. Sobre o surgimento do conceito, D’Ambrósio, U. (2005, p.113-114) diz que:

Na verdade, diferentemente do que sugere o nome, Etnomatemática não é apenas o estudo de “matemáticas das diversas etnias”. Criei essa palavra para significar que há várias maneiras, técnicas, habilidades (*ticas*) de explicar, de



entender, de lidar e de conviver com (*matema*) distintos contextos naturais e socioeconômicos da realidade (*etnos*).

A etnomatemática contrapõe-se aos programas cujas bases não estejam fundadas nas relações que a matemática estabelece com aspectos socioculturais. Ela busca entender as diversas formas de pensamento, de explicar e de atuar na realidade que os indivíduos buscam para se inserirem num contexto cultural.

Segundo D'Ambrósio, B. (1989), a proposta de trabalho numa linha de etnomatemática propõe uma maior valorização dos conceitos matemáticos informais construídos pelos alunos fora do contexto da escola, que seriam usados como pontos de partida para o ensino formal.

Sob essa perspectiva, considera-se que o aluno não chega à escola sem nenhuma conceituação de ideias matemáticas. Na escola, ele vai ampliar suas experiências matemáticas através da estimulação do professor e de seus pares e aprender que existe uma linguagem para representar as situações que já vivencia socialmente. Sobre isso, D'Ambrósio, B. (1989) ressalta que “essa proposta de trabalho requer uma preparação do professor no sentido de reconhecer e identificar as construções conceituais desenvolvidas pelos alunos”.

O trabalho etnomatemático busca substituir o antigo paradigma do processo de ensino-aprendizagem baseado na causa e efeito, estimulando uma educação que desenvolva a criatividade e as relações culturais como geradoras de conhecimento. A proposta etnomatemática busca também a integração das disciplinas para subsidiar a atuações futuras do indivíduo na sociedade. Dessa forma, considera que o currículo multidisciplinar, que separa as áreas do conhecimento para transmiti-las aos alunos, tende a fragmentar o conhecimento e dificultar o estabelecimento de relações entre uma área e outra. D'Ambrósio, U. (2005, p. 104) faz uma interessante diferenciação entre os currículos multi e interdisciplinar:

Metaforicamente, as disciplinas funcionam como os canais de televisão ou os programas de processamento em computadores. É necessário sair de um canal ou fechar um aplicativo para poder abrir outro. Isso é a multidisciplinaridade. Mas uma grande inovação é poder trabalhar com vários canais ou aplicativos simultaneamente, criando novas possibilidades de criação e utilização de recursos. A interdisciplinaridade corresponde a isso. Não só justapõe resultados, mas mescla métodos e, conseqüentemente, identifica novos objetos de estudo.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática para o Ensino Fundamental (1997, p.19) corroboram com esta perspectiva e orientam que:

(...) o tratamento dos conteúdos em compartimentos estanques e numa rígida sucessão linear deve dar lugar a uma abordagem em que as conexões sejam favorecidas e destacadas. O significado da Matemática para o aluno resulta das conexões que ele estabelece entre ela e as demais disciplinas, entre ela e seu cotidiano e das conexões que ele estabelece entre os diferentes temas matemáticos.

A aprendizagem em Matemática está ligada à compreensão, isto é, à apreensão do significado; apreender o significado de um objeto ou acontecimento pressupõe vê-lo em suas relações com outros objetos e acontecimentos.

A aprendizagem não se dá essencialmente através do domínio de técnicas, habilidades e nem da mera memorização de teorias. Aprender em matemática está relacionado à compreensão e isso pressupõe que o aluno tenha oportunidades de ver o objeto do conhecimento em relação a outros campos do conhecimento ou acontecimentos. A educação formal ainda está focada na transmissão de teorias explicações e no adestramento através de exercícios repetitivos. As habilidades cognitivas adquiridas só podem de fato ser avaliadas se estiverem contextualizadas, ou seja, o aluno precisa saber utilizar aquilo que aprendeu para transformar suas relações sociais, políticas e econômicas.

O acesso a um maior número de instrumentos e de técnicas intelectuais dão, quando devidamente contextualizados, muito maior capacidade de enfrentar situações e de resolver problemas novos, de modelar adequadamente uma situação real para, com esses instrumentos, chegar a uma possível solução ou curso de ação. Isto é aprendizagem por excelência, isto é, a capacidade de explicar, de apreender e compreender, de enfrentar, criticamente, situações novas. (D'AMBRÓSIO, U., 2005, p.117)

### **UMA ABORDAGEM INTERDISCIPLINAR DO ENSINO DE MATEMÁTICA**

A Língua Portuguesa, enquanto língua materna, permeia todas as disciplinas escolares. Em qualquer disciplina do currículo, a habilidade de leitura e escrita fará diferença no entendimento do conteúdo e na resolução das atividades propostas. Cotidianamente, as crianças se deparam com diversos tipos de textos e, na escola, esse contato se torna mais intenso, uma vez que os textos podem ser direcionados a elas, como os enunciados das atividades.

O aprendizado da matemática exige uma dinâmica diferente de outras disciplinas, pois demanda que a criança adquira uma nova linguagem. Ela deve também perceber que o enunciado que ela lê na língua materna contém informações matemáticas que possuem uma linguagem própria para serem interpretadas e solucionadas. As demais disciplinas também utilizam a Língua Portuguesa para apresentar o seu conteúdo, mas não exigem que uma nova linguagem seja aprendida para que haja compreensão. Sob esta perspectiva, aprender Matemática é para as crianças o mesmo que aprender uma nova linguagem.

Para Lorensatti (2009, p.91)

(...) está compreendido na linguagem matemática um processo de “tradução” da linguagem natural para uma linguagem formalizada, específica dessa disciplina. Essa tradução é o que permite converter os conceitos matemáticos em objetos mais facilmente manipuláveis e calculáveis.

Desto desta abordagem, os PCN's de Matemática para o Ensino fundamental (1997, p. 19) orientam que:

No ensino da Matemática, destacam-se dois aspectos básicos: um consiste em relacionar observações do mundo real com representações (esquemas, tabelas, figuras); outro consiste em relacionar essas representações com princípios e conceitos matemáticos. Nesse processo, a comunicação tem grande importância e deve ser estimulada, levando-se o aluno a “falar” e a “escrever” sobre Matemática, a trabalhar com representações gráficas, desenhos, construções, a aprender como organizar e tratar dados.

A dificuldade de muitas crianças para aprender matemática é frequentemente relatada por professores nos conselhos de classe e pelos pais das crianças. Os professores sugerem que o problema está na interpretação do enunciado. Os pais relatam frequentemente as dificuldades dos alunos para fazerem os deveres, necessitando de alguém para ajudá-los a entender o que está sendo pedido na tarefa. Almeida (2006) realizou uma pesquisa com 52 professores de escolas públicas e privadas do Distrito Federal buscando verificar junto a eles quais são os fatores associados ao insucesso de seus alunos em Matemática. Segundo os professores participantes da pesquisa, os alunos demonstram dificuldades relacionadas à leitura e escrita de símbolos matemáticos, chegando a uma dificuldade maior nas operações mentais, na compreensão de conceitos e problemas do cotidiano. Os docentes consideram também que os primeiros anos de escolaridade não estão sendo bem desenvolvidos e que os alunos têm dificuldades de interpretação, o que faz com que tenham baixo rendimento na disciplina.

Para Silva (2005, p.9),

(...) a linguagem, os símbolos os padrões matemáticos bem assimilados e utilizados sistematicamente em outras áreas do conhecimento são ferramentas de comunicação e sistematização fundamentais, enriquecem a capacidade de transmissão, simplificam modos de pensar, ajudam a chegar diretamente ao centro dos problemas. Mais ainda, o bom manejo desses elementos na linguagem oral esclarece a apresentação de ideias complicadas e evita rodeios na descrição de situações.

A partir destas constatações, faz-se necessário estabelecer uma ponte entre as disciplinas de Matemática e Língua Portuguesa - ou de ampliá-la -, de forma que a criança tenha subsídios para avançar na aquisição da linguagem matemática e na resolução de problemas do cotidiano. Além disso, o aprofundamento na linguagem matemática proporciona melhor compreensão de textos de outras disciplinas que, frequentemente, apresentam informações matemáticas.

## **TRABALHO DESENVOLVIDO**

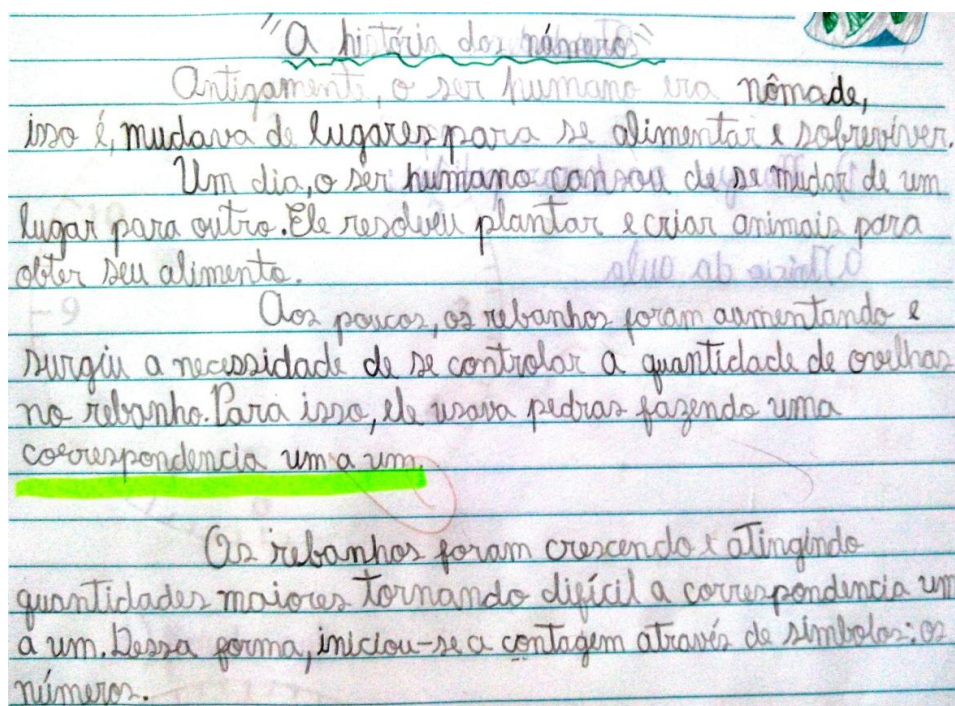
Nas turmas de 4º ano, formadas por 44 crianças no total, na turma do 3º ano, composta por 23 alunos, e na turma de 2º ano, composta por 25 alunos, do Colégio Pedro II – Campus Humaitá foram realizadas diversas atividades sob a perspectiva da Etnomatemática atrelada ao uso de textos em língua materna. Para ilustrar esta abordagem pedagógica, seguem alguns exemplos de atividades.

*História dos Números (4ºano):* Inicialmente, foi solicitado que cada aluno trouxesse uma pequena pedra e confeccionasse o seu fantoche de ovelha. Na aula seguinte e com o material em mãos, conversamos sobre como surgiu a necessidade de contar e o porquê de contarmos as coisas. Partimos para uma representação da contagem através da correspondência biunívoca. A turma selecionou um aluno para ser o responsável pela contagem e os demais representaram as ovelhas. Simularam a saída e a entrada dos alunos nos estábulos. Para cada ovelha que saía ou entrava, aquele aluno colocava ou tirava uma pedra. Em uma turma faltou pedra, na outra sobrou. Realizaram a recontagem do “rebanho”. No final, a turma concluiu que era difícil administrar o rebanho daquela forma e exigia mais tempo, pois a possibilidade de erro era grande e fazia com que o trabalho fosse refeito. De volta à sala, fizemos um texto coletivo explicando o surgimento dos números. Ensinar a História da Matemática leva o aluno

ao entendimento de como foi surgindo esta ciência e permite que compreenda melhor os conceitos matemáticos. Estudar a história da matemática é uma excelente ferramenta para mostrar aos alunos que as necessidades do dia a dia fizeram com que essa ciência evoluísse e aumentasse cada vez mais o seu campo de atuação.

“O recurso à História da Matemática pode esclarecer idéias matemáticas que estão sendo construídas pelo aluno, especialmente para dar respostas a alguns “porquês” e, desse modo, contribuir para a constituição de um olhar mais crítico sobre os objetos de conhecimento”. (PCN, 1997, p.34)

**Figura 1: Texto coletivo produzido com o 4º ano sobre a História dos Números.**



**Produção de Tabela, Gráfico e Texto Conclusivo (4ºano):** Após realizarem uma atividade no livro didático de matemática adotado pela escola, na qual apresentava uma curiosidade sobre o número de nascimentos de crianças ao longo do ano, as turmas do 4º ano realizaram uma pesquisa nas classes 1º, 2º, 3º e 5º anos da própria escola, a fim de verificar se as afirmações eram verdadeiras ou falsas. Os alunos do 4º ano dividiram-se em grupos e produziram uma tabela com os dados coletados, sendo que cada grupo pesquisou uma turma. Com as tabelas prontas, somaram o total de alunos nascidos em cada mês nas quatro turmas pesquisadas e montaram o gráfico. Por último, confrontaram os dados do gráfico com as afirmações fornecidas pelo livro de matemática e elaboraram um texto conclusivo. O objetivo desta atividade era ensinar ao aluno a ler gráficos, partindo do conhecimento que já possuía sobre esse tipo de texto e de uma necessidade do próprio contexto. Ao realizarem a pesquisa e elaborarem o gráfico, o alunos se tornou mais capaz de interpretá-lo. O texto conclusivo foi o momento de confrontar as informações trazidas pela atividade do livro de matemática e os dados apresentados no gráfico. Neste momento, o aluno teve de utilizar os conhecimentos matemáticos e de língua portuguesa, já que os textos se apresentam em linguagens diferentes.

Figura 2: Pressupostos apresentados no livro didático de Matemática.

Gráfico

Na página 76 o nosso livro de matemática encontramos as seguintes informações:

- Em abril nascem menos crianças.
- Em agosto, setembro e outubro nascem mais crianças.

Figura 3: Descrição das etapas da pesquisa.

meses em que nasceram os alunos do colégio Pedro II  
Humaitá I - Turma: 303

| Jan | Fev | Mar | Abr | Mai | Jun | Jul | Ago | Sep | Out | Nov | Dez |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| 1   | 1   | 1   | 1   | 1   | 2   | 1   | 1   | 1   | 3   | 1   | 2   |

Figura 4: Tabela elaborada pelo grupo mostrando a quantidade de nascimentos em cada mês na turma pesquisada. Cada grupo pesquisou uma turma e montou uma tabela.

Nossa sala pesquisou nas turmas do 3º e 5º anos o mês de nascimento de cada criança. Depois somamos os números de nossas tabelas e elaboramos (mos) um gráfico.

Figura 5: Gráfico elaborado pela turma com o número de nascimentos de todas as turmas pesquisadas.

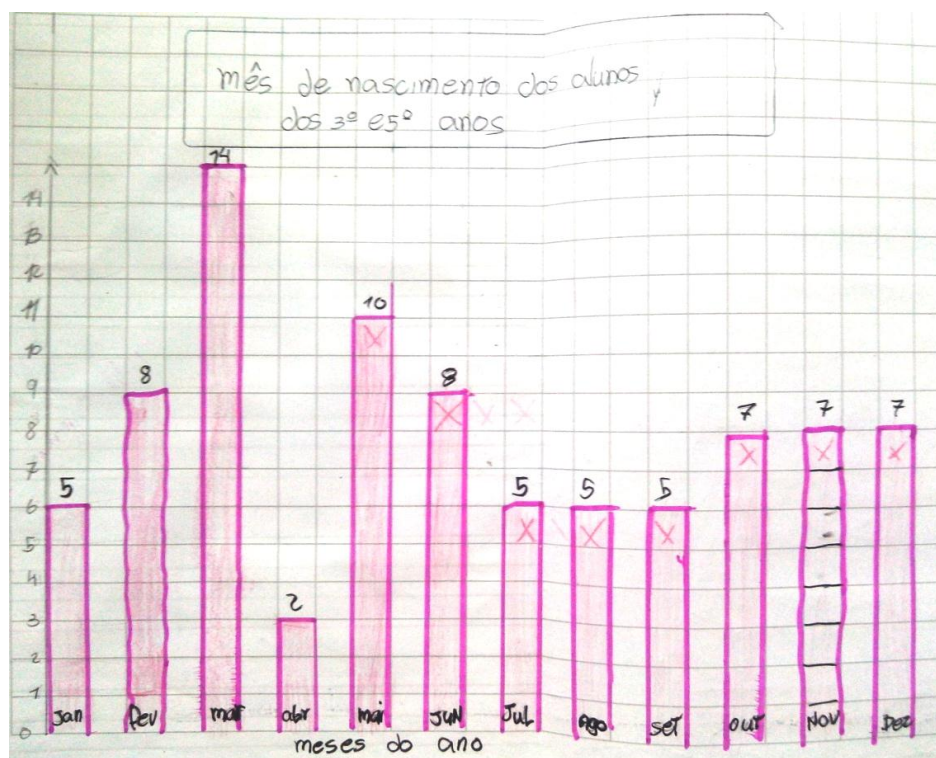




Figura 6: Texto conclusivo elaborado pela turma após a análise dos dados.

Conclusão

Olhando o nosso gráfico verificamos que, de fato, nascem menos crianças em abril.

No entanto a informação de que em agosto, setembro e outubro nascem mais crianças não é verdadeira na nossa escola. Aqui, nasceram mais crianças em março (14), maio (10), fevereiro (8) e junho (8).

**Resolução de problemas - Explicação das contas realizadas (4º ano):** As turmas do 4º ano receberam um problema com as contas já realizadas e com algumas perguntas a serem respondidas. A tarefa dos alunos era explicar a necessidade de cada conta ter sido realizada e, posteriormente, deviam responder às perguntas. Com esta atividade foi possível verificar onde os alunos apresentam lacunas na resolução dos problemas.

Figura 7: Descrição do problema após a sua

Neste exercício, você tem alguns problemas já resolvidos. Sua tarefa é explicar cada conta feita, identificando as informações dadas por cada uma delas e, ao final, responder às perguntas.

1) Bernardo coleciona revistas antigas e descobriu num sebo 12 exemplares de O Tico-Tico. Dois deles eram muito raros e custavam R\$ 25,00 cada. O preço dos outros era R\$ 13,00 cada. Como tinha apenas R\$ 80,00, ele combinou com o vendedor que levaria os dois exemplares raros e quantos pudesse pagar dos outros. Num outro dia, voltaria para comprar os demais.

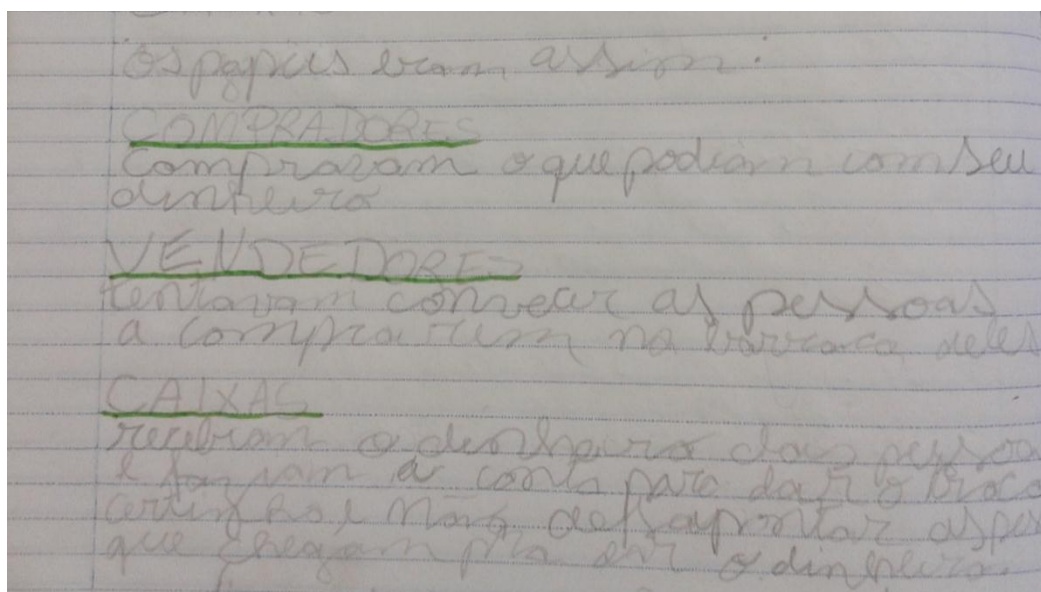
- a) Quantos exemplares comuns Bernardo pode comprar? Ele pode comprar 2
- b) Quanto ele gastou no total? 76 reais
- c) Quanto custarão os outros exemplares que ele deixou na loja? 50 reais

| contas                              | explicação                                                                                                                                                                       |
|-------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| $2 \times 25 = 50$                  | Bernardo comprou 2 exemplares raros que custam 25 reais cada um.                                                                                                                 |
| $80 - 50 = 30$                      | Bernardo tinha 80 reais e gastou 50 reais com exemplares raros.                                                                                                                  |
| $30 : 13 = 2$<br>$2 \times 13 = 26$ | Dividimos R\$ 30,00, que é o dinheiro que sobrou, por R\$ 13,00, que é o preço de cada um exemplar comum, para saber quantos exemplares ele podia comprar. Ele gastou R\$ 26,00. |
| $50 + 26 = 76$                      | Somamos o valor gasto em exemplares raros com os comuns.                                                                                                                         |
| $8 \times 13 = 104$                 | Ele gastou ao todo R\$ 76,00. Se ele comprasse os 8 exemplares que sobrou, ele gastaria R\$ 104.                                                                                 |

resolução.

*Feira de Pokémons – Texto descritivo da atividade e relato das aprendizagens (3ºano):* Com o intuito de dar vez e voz aos alunos, seus hábitos e gostos e de envolvê-los de forma ativa nas atividades escolares, surgiu o Projeto Feira dos Pokémons. Percebendo o forte interesse dos alunos da turma de 3º ano por cartas de Pokémons, a professora buscou trazer essa realidade lúdica para a sala de aula e usá-la como ponto de partida para o desenvolvimento de competências e habilidades previstas no currículo escolar. Nessa série, um dos eixos do trabalho de Língua Portuguesa versa sobre a oralidade e sobre o desenvolvimento da capacidade argumentativa do aluno. Em Matemática, trabalhamos o reconhecimento do sistema monetário brasileiro e buscamos prover estratégias de cálculo mental. Partindo desses descritores de avaliação, a atividade consistiu na divisão da turma em três grupos: os vendedores, os caixas e os clientes. O primeiro grupo tinha como objetivo estabelecer o preço de cada personagem e, através da argumentação, persuadir os clientes a comprarem um Pokémon, fundamentando-se nas características dos personagens: força, agilidade e habilidade. Os clientes deveriam avaliar se possuíam ou não o valor necessário para a compra do personagem e julgar se o preço era adequado às habilidades expostas. Aos caixas, cabia dar troco aos clientes e calcular o total das compras. Os alunos registraram por escrito suas opiniões sobre a atividade e sobre o que foi aprendido com a “Feira dos Pokémons”.

**Figura 8 – Texto descritivo acerca das funções envolvidas na brincadeira**



*Registro diário do comportamento da turma e elaboração de gráfico (3ºano):* A turma estabeleceu o combinado de anotar diariamente como havia sido o comportamento nas aulas. O registro era feito através de atitudes da turma que pudessem ser julgadas como positivas ou negativas. Ao final do semestre, realizamos a contagem de todas as situações “boas” e “ruins” e elaboramos um gráfico temporal para analisar a evolução comportamental.

Figura 9- Gráfico produzido pela turma após o registro diário das atitudes. Oportunidade de “tradução” de anotações em língua portuguesa para a linguagem matemática.



### CONSIDERAÇÕES FINAIS

As atividades aqui apresentadas são apenas algumas formas de realizar um trabalho interdisciplinar entre a língua portuguesa e a matemática. Essa ponte entre as duas linguagens é de grande importância para o aluno e pode auxiliá-lo na capacidade de compreensão dos dados matemáticos, que são de fundamentais para o aprofundamento na aprendizagem matemática e também para a atuação na sociedade.

Além disso, seguindo a abordagem da etnomatemática, as atividades contextualizadas e a apresentação dos conteúdos através de diferentes técnicas permite que o aluno desenvolva a capacidade de enfrentar desafios e buscar diversas formas para resolver problemas.

Trabalhar e estimular, através de diferentes abordagens, a tradução do português para o “matematiquês” permite ao professor identificar se as dificuldades dos alunos residem na interpretação e no custo de processamento de estruturas linguísticas ou na aquisição da linguagem matemática e na resolução dos cálculos. A partir daí, pode, então, traçar estratégias e direcionar melhor as atividades pedagógicas, auxiliando os alunos na superação desses obstáculos, na progressão na aprendizagem da matemática e na conclusão de etapas necessárias para o avanço de seus estudos.

### REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALMEIDA, C. S. de. **Dificuldades de aprendizagem em Matemática e a percepção dos professores em relação a fatores associados ao insucesso nesta área.** Disponível em: <http://www.ucb.br/sites/100/103/tcc/12006/cinthiasoaresdealmeida.pdf>. Acesso em: 04 ABR. 2015.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais: matemática** /Secretaria de Educação Fundamental. – Brasília: MEC/SEF, 1997.142p.



BORDEAUX, A. L.; RUBINSTEIN, C; FRANÇA, E.; OGLIARI, E. e MIGUEL, V. **Novo Bem-me-quer / 4º ano**. 2ª edição. São Paulo: Editora do Brasil, 2011.279 p.

D'AMBROSIO, B. S. Como ensinar matemática hoje? Temas e Debates. **SBEM**, Brasília, Ano II. N2. 15-19. 1989.

D'AMBRÓSIO, U. Sociedade, cultura, matemática e seu ensino. **Educação e Pesquisa**, São Paulo, v. 31, n. 1, p. 99-120, jan./abr.2005.

LORENSATTI, E. J. C. Linguagem matemática e Língua Portuguesa: diálogo necessário na resolução de problemas matemáticos. **Conjectura**, Caxias do Sul, v. 14, n. 2,89-99, maio/ago. 2009.

SILVA, J. A. F. da. **Refletindo sobre as dificuldades de aprendizagem na Matemática: algumas considerações**. Disponível em: Disponível em: <http://www.ucb.br/sites/100/103/TCC/22005/JoseAugustoFlorentinodaSilva.pdf>. Acesso em: 04 ABR. 2015.

# **DOBRANDO GEOMETRIA PLANA: CONSTRUINDO E DISCUTINDO CONCEITOS BÁSICOS**

**Jenifer Heleno Stoffel<sup>1</sup>**  
**Sandra Aparecida Fraga da Silva<sup>2</sup>,**

<sup>1</sup>Ifes - Vitória/Licenciatura em matemática, jeniferstoffel@hotmail.com

<sup>2</sup>Ifes-Vitória/Coordenadoria de matemática, sandrafraga7@gmail.com

## **Resumo**

Este trabalho é baseado na realização de um minicurso para apresentar e discutir com professores do Ensino Fundamental a dobradura como recurso pedagógico no ensino de geometria. Nossa proposta é levar esses profissionais a manusearem esse material pedagógico de fácil alcance, o papel, que apesar de simples se mostra tão amplo e capaz de alcançar discussões diversos conceitos e construções geométricas. Para isso elaboramos uma sequência de construções utilizando dobragens que levam a observação de conceitos geométricos básicos por meio de discussões sobre as dobras. Levando os participantes a construir e visualizar situações geométricas na dobradura como por exemplo: “Dados dois pontos distintos, há um único segmento de reta que os une”, paralelismo e perpendicularidade. Essa proposta visa uma discussão que permita levantarmos os conceitos básicos e propiciar momentos de discussão e reflexão sobre conceitos geométricos. Objetivamos chegar a construção de alguns polígonos como: Triângulos quaisquer, triângulos retângulo, isósceles e equilátero; Quadriláteros quaisquer, bem como quadriláteros especiais como trapézio, retângulo, paralelogramo, losango e quadrado; e, em seguida a construção do tangram por meio de dobradura.

**Palavras-chave:** Geometria plana, dobradura, conceitos geométricos, ensino fundamental

## **GEOMETRIA E O USO DE RECURSOS PEDAGÓGICOS – O PAPEL**

Ao estudar conceitos fundamentais de Geometria e da construção de polígonos temos diversos tipos de materiais que permitem a construção e visualização de tais conceitos. Esses materiais podem se tornar importantes recursos pedagógicos de acordo com a proposta pedagógica do professor que o utiliza. A partir de algumas pesquisas percebemos que a geometria é uma área que por algum tempo ficou esquecida e há alguns anos vem ganhando destaque entre investigações na área de educação matemática. O uso de diferentes recursos pedagógicos contribui para que o entendimento de conceitos geométricos seja construído de maneira mais adequada, sendo importante na visualização que é uma das habilidades necessárias na aprendizagem de geometria. Um desses recursos é o origami, em que suas bases de construções, e por meio de dobraduras, observamos não apenas o uso de conceitos fundamentais da geometria euclidiana como também a construção de figuras ou sólidos geométricos. Este material permite que, por meio de uma atividade informal, seja possível promover o desenvolvimento do conhecimento formal geométrico. Assim,

O Origami pode representar para o processo de ensino/aprendizagem de Matemática um importante recurso metodológico, através do qual os alunos ampliarão os seus conhecimentos geométricos formais, adquiridos inicialmente de maneira informal por meio da observação do mundo, de objetos e formas que o cercam. Com uma atividade

manual que integra, dentre outros campos do conhecimento, Geometria e Arte (RÊGO; RÊGO; GRAUDÊNCIO, 2004, p.18).

A realização de atividades por meio de dobragens além da manipulação que promove percepção motora, desenvolve e amplia a visualização geométrica. Contudo, muitos professores não tiveram acesso a essa possibilidade de ensino de geometria. O uso do papel proporciona situações além de variadas, facilitadoras da aprendizagem, pois

A construção não é dada a priori, pois o sujeito tem que viver sua experiência. Assim, é possível entender que as relações topológicas são intuitivas e que a criança, pela visão, tato e sucção, vai percebendo. Já as noções projetivas e euclidianas são elaborações mais tardias; no entanto, possuem relação entre si apoiando-se mutuamente (SCHEFFER, 2006, p. 99).

Esse recurso, o papel, portanto, favorece a ação motora, e relaciona as noções intuitivas com as projetivas que caracterizam o desenvolvimento do sujeito. Além de ser um material de baixo custo, que faz parte do cotidiano escolar e permite ampla abordagem de conteúdo bem como a criatividade individual, que auxilia em tornar a sala de aula um ambiente que seja dinâmico e promova a abordagem de conceitos matemáticos partindo da confecção de dobraduras.

A partir dessa constatação nossa proposta é levar professores que ensinam matemática no ensino fundamental a manusearem esse material pedagógico de fácil alcance, o papel, que apesar de simples se mostra tão amplo e capaz de alcançar discussões diversos conceitos e construções geométricas a partir das dobraduras.

## **VISUALIZAÇÃO COMO PARTE FUNDAMENTAL NA CONSTRUÇÃO E COMPREENSÃO**

O ensino de geometria é considerado, por alguns alunos e professores, complexo por ter diversas características e definições, que podem determinar inúmeras propriedades além de várias nomenclaturas. Isso de dá em muitos momentos por se esquecerem de que o aprendizado de geometria está bastante ligado a visualização de exemplos e contraexemplos, situações diversas que possibilitam perceber algumas características e definições. Com base em Gutiérrez e Jaime (2012), entendemos que os exemplos e contraexemplos que o sujeito consegue construir são os que ele retoma ao ouvir ou ler alguma definição, conceito ou propriedade isso porque o efeito mental na memória é mais duradouro e profundo dos exemplos do que das definições isoladamente. Na geometria isso é marcante, pois a maioria das situações geométricas que enunciamos se baseiam em descrições que podem ser exemplificados e que podem ser representados por meio de figuras concretas. Assim, quando temos condições de produzir representações visuais pessoais, e estabelecermos relações com alguma definição ou enunciado, conseguimos construir conexões e gerar a figura da situação abordada respeitando suas definições e propriedades. Não é difícil de encontrar exemplos que reflitam diferentes realidades no cotidiano escolar, mas vamos diferenciar duas delas. Encontramos o aluno que consegue reproduzir perfeitamente a definição formal matemática de uma situação geométrica como o retângulo, afirmando assim: “ retângulo é um quadrilátero cujos ângulos são retos”, e apesar de relatar com perfeição a definição não consegue reproduzir, diferenciar ou reconhecer tal figura em situações que sejam distintas do habitual. Enquanto outro aluno consiga reproduzir, diferenciar ou reconhecer o retângulo quando apresentado em suas diversas representações, mas para definí-lo ainda que utilize a linguagem matemática,

utilize a junção de diversas definições, não sendo assim a mais concisa, por exemplo, “um retângulo é uma figura de 4 lados, com pares de lados congruentes e paralelos, com 4 ângulos iguais a  $90^\circ$ ”. Sabemos que a sua definição não está errada, só não é a mais curta, uma das explicações para isso é que no exemplo o retângulo é uma figura que baseia sua construção na junção de várias representações geométricas como por exemplo: congruência, nº de lados, paralelismo e perpendicularidade.

É possível diferenciarmos *ver* de *visualizar*, segundo Rêgo, Rêgo e Vieira (2012, p. 14) podemos entender que *ver* é a percepção visual desenvolvida de forma natural por parte da maioria das pessoas, contudo a *visualização* é uma habilidade que permite o indivíduo perceber e explorar propriedades formais que uma representação contém.

É preciso, portanto, diferenciar o objeto matemático de sua representação, para evitarmos limitações nas propriedades formais do objeto, tais limitações podem gerar equívocos. Assim, por meio de atividades variadas buscamos promover a visualização que permite o desenvolvimento da verificação de conceitos matemáticos que a representação atenda ou não, produzindo a compreensão formal do objeto matemático.

## DESENVOLVIMENTO

O minicurso se iniciará com uma breve apresentação da temática relacionada a Educação Matemática e como algumas pesquisas tem abordado a relação existente entre o origami como recurso pedagógico e o ensino de geometria. No primeiro dia realizaremos a primeira e a parte referente a triângulos da segunda etapa, no segundo dia a parte referente a quadriláteros e a última etapa. Em seguida teremos a organização e descrição dessas 3 etapas.

### 1ª etapa – Conceitos Geométricos

Em uma folha de papel observaremos conceitos iniciais da geometria euclidiana a partir de dobras simples, sendo eles:

- Por um ponto passam infinitas retas
- Dados dois pontos distintos, existe apenas uma única reta que passa por eles.
- Dado um ponto P fora da reta r, existe apenas uma reta que seja perpendicular a r, que P esteja contido. .
- Dado um ponto P fora da reta r, existe apenas uma reta que seja paralela a r, que P esteja contido.

Observando os conceitos de ângulos, perpendicularidade e paralelismo fundamentais na compreensão e construção de, entre outros conceitos, polígonos.

### 2ª etapa – Construção de polígonos

Neste momento, em folhas de papel A4 propomos a construção figuras que representam polígonos diversos.

Começaremos com alguns triângulos, mais comuns.

- Triângulo quaisquer – a partir de uma reta qualquer, dado um ponto que não pertença a essa reta.
- Triângulo retângulo – a partir de uma reta qualquer, dado um ponto que não pertença a essa reta.
- Triângulo isósceles – a partir de uma reta qualquer, dado um ponto que não pertença a essa reta.
- Triângulo equilátero – a partir da folha de A4

Seguidos por alguns quadriláteros, mais comuns de serem abordados, porém a partir da folha de A4 com as laterais rasgadas.

- Retângulo
- Trapézio
- Paralelogramo – que não seja retângulo
- Losango – que não seja quadrado

A partir de uma folha de A4 comum (sem as laterais rasgadas)

- Quadrado – e a partir deste a construção do tangram

A construção do tangram a partir das dobragens, permite, além de uma revisão, novas discussões por gerar um possível material de uso amplo, podendo atingir outros conteúdos além de geometria, como: fração, proporcionalidade, e alguns não necessariamente matemáticos como artes, história e redação.

3ª etapa – Troca de experiências sobre dobras feitas

Neste momento realizaremos um debate, para discussão sobre troca de experiências e aprendizados do trabalho docente com o executado na oficina, bem como outras possibilidades de aplicações e adaptações.

#### **MATERIAIS A SEREM UTILIZADOS DURANTE O MINICURSO**

Organizando assim esse debate entre, em média, vinte e cinco professores do ensino fundamental e alunos de graduação em uma sala ampla, com Datashow para projeção de slides e quadro branco para anotação de possíveis discussões, sendo preciso em média 250 folhas de A4, de preferência colorido, 25 régua, 25 lápis, 5 apontadores e 10 borrachas. Defendemos que essa oficina poderá contribuir para que o professor da educação básica conheça mais um recurso simples e barato para trabalhar em suas aulas de geometria.

#### **REFERÊNCIAS**

GUTIÉRREZ, Á.; JAIME, A. Reflexiones sobre la enseñanza de la geometria en primaria y secundaria. **Tecné, Episteme y Didaxis: TED**, Bogotá, n. 32, p. 55-70, segundo semestre de 2012.

REGO, R. G. do, REGO, R. M. do, VIEIRA, K. M. **Laboratório de Ensino de Geometria**. Campinas, SP: Autores Associados, 2012.

RÊGO, R.G.; RÊGO, R.M; GAUDENCIO Jr, S. **A geometria do Origami**: atividades de ensino através de dobraduras. João Pessoa: Universitária/UFPB, 2004.

SCHEFFER, N. F. O LEM na discussão de conceitos de geometria a partir das mídias: dobradura e software dinâmico In: LORENZATO, S. **Laboratório de Ensino de Matemática na formação de professores**. Campinas: Autores Associados, 2006, p. 39-56.

## É POSSÍVEL ENSINAR TABUADA BRINCANDO?

**Pâmella Dala Paula Cavalcante<sup>1</sup>**

**Isabela Alcantara do Nascimento<sup>2</sup>, Andre Lucas Dório dos Santos Franca<sup>3</sup>, Deumara Galdino de Oliveira<sup>4</sup>**

<sup>1</sup>Instituto Federal do Rio de Janeiro-Campus Paracambi, pdalapaula@gmail.com

<sup>2</sup>Instituto Federal do Rio de Janeiro-Campus Paracambi, isabelalcantara.n@gmail.com

<sup>3</sup>Instituto Federal do Rio de Janeiro-Campus Paracambi, andrelucasdorio@yahoo.com.br

<sup>4</sup>Instituto Federal do Rio de Janeiro-Campus Paracambi, deumara.oliveira@ifrj.edu.br

### RESUMO

Essa pesquisa é resultado da prática pedagógica do PIBID (Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência) no qual estamos inseridos. O trabalho apresenta um estudo sobre ensino-aprendizagem de tabuada com jogo, que no primeiro momento foi feito com papelão e canudos. Nessa fase o material utilizado é barato e pode ser confeccionado junto dos alunos, facilitando sua disseminação e prática. Mas como as tecnologias especialmente os computadores, vêm modificando a vida da humanidade, surgiu a ideia de fazer um jogo para computador que estivesse voltado para ensino-aprendizagem de tabuada. Assim, foi desenvolvido um "software" educativo de uma tabuada lúdica conhecida como "tabuada de canudinhos". Que é indicado para estudantes do ensino fundamental de 7 a 12 anos de idade, utilizando imagens gráficas coloridas, sons e funciona com a contagem dos cruzamentos que ocorrem entre os canudos.

Palavras-chave: Tabuada, multiplicação, jogo educativo, aprendizado.

### INTRODUÇÃO

O trabalho apresenta um estudo sobre ensino-aprendizagem de tabuada como jogo, que foi realizado com dois grupos de estudantes. A justificativa se deu pela vontade de trabalhar com o lúdico, que ultimamente vem ganhando espaço dentro das escolas brasileiras, numa tentativa de tornar as aulas mais agradáveis e fascinantes.

No primeiro momento se deu pelo manuseio do material concreto pela criança, onde torna o aprendizado mais significativo, além disso, as atividades lúdicas podem ser consideradas como uma estratégia para estimular o raciocínio, proporcionando uma relação com seu cotidiano. Nessa fase o material utilizado é barato e pode ser confeccionado junto dos alunos, facilitando sua disseminação e prática.

Afinal é na escola onde as crianças passam a maior parte do tempo e assim é um lugar propício para mudanças acontecerem. Talvez um desafio para a educação seja introduzir a tecnologia em seu meio. Nesse sentido defende Kenski (2007):

*A escola representa na sociedade moderna o espaço de formação não apenas das gerações jovens, mas de todas as pessoas. Em um momento caracterizado por mudanças velozes, as pessoas procuram na educação escolar a garantia de formação que lhes possibilite o domínio de conhecimentos e melhor qualidade de vida. (p.19).*

Sendo assim é importante a educação acompanhar a tecnologia, para se adaptar e compartilhar, a fim de estimular e promover conhecimento. Dessa forma afirma Saviane (2008):

*A escola tem o papel de possibilitar o acesso das novas gerações ao mundo do saber sistematizado, do saber metódico, científico. Ela necessita organizar processos, descobrir formas adequadas a essa finalidade. (p.75)*

É muito comum as crianças usarem aparelhos eletrônicos como, por exemplo, celular, videogame e etc. Kenski (2007):

*Desde pequena, a criança é educada em um determinado meio cultural familiar, onde adquire conhecimentos, hábitos, atitudes, habilidades e valores que definem a sua identidade social. A forma como se expressa oralmente, como se alimenta e se veste, como se comporta dentro e fora de casa, são resultados do poder educacional da família e do meio em que vive. (p.18)*

E como as tecnologias, especialmente os computadores vêm modificando a vida da humanidade. No segundo momento surgiu a idéia de trabalhar sobre ensino-aprendizagem de tabuada com o mesmo jogo só que agora no computador em vez de ser no papelão. Isso só foi possível através da utilização de software chamado LAZARUS, no qual foi desenvolvido um aplicativo da calculadora de papelão.

Na área da educação, a discussão desses aparelhos para ensinar é importante para analisar: “se o computador é um instrumento vantajoso no cotidiano escolar”. E qual tipo de mudança acontecerá com o uso do mesmo, bem como a postura dos profissionais. O trabalho pretende levar a uma comparação do ensino da matemática da forma tradicional, com o lúdico e com a ajuda de computadores. E com o resultado da pesquisa, saber se o computador, os jogos, ou qualquer outro meio que fuja do tradicional auxilia os alunos na construção do conhecimento matemático, se sim, contribuir na conscientização do uso do mesmo e se serão necessários professores melhor preparados para aproveitar a tecnologia. Isso poderá contribuir no ambiente escolar.

Talvez um desafio para a educação seja introduzir a tecnologia em seu meio. É importante a educação acompanhar a tecnologia, para se adaptar e compartilhar, a fim de estimular e promover conhecimento.

Os computadores com programas educacionais em sala de aula tendem a despertar mais interesse resultando no aumento do rendimento escolar, pois o programa mostra uma nova maneira de fazer com que o aluno aprenda a multiplicação. O elo da tecnologia com o ensino da matemática tende a aproximar e tornar o aprendizado mais atraente.

## **OBJETIVO**

Diagnosticar se o aprendizado da matemática através da tecnologia é eficaz para afirmar que o computador é um instrumento útil nas escolas; Utilizar material reciclado para fazer jogos, com a intenção de estimular os alunos a reproduzir a atividade em casa; Discutir as práticas pedagógicas em matemática com o auxílio de computadores; Explorar as contribuições provenientes do uso do computador para os alunos; Discutir como gestores, coordenadores, professores devem se preparar para aproveitar este tipo de tecnologia; Desenvolver um software para ensinar tabuada utilizando o ambiente de programação do LAZARU.

## **METODOLOGIA/RECURSOS MATERIAS**

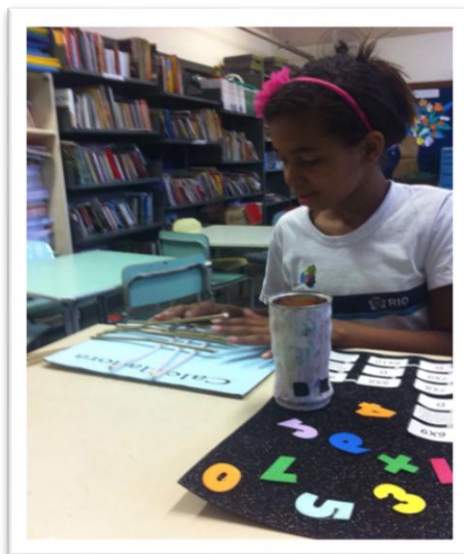
O Trabalho será realizado em dois momentos. No primeiro momento iremos trabalhar a calculadora de papelão e o jogo da tabuada, onde iremos ensina-los como

confeccionar a calculadora e daremos ideias de como utilizar com os alunos. No segundo momento iremos ensinar noções básicas do Lazarus e como fazer o programa da calculadora de Canudinhos onde precisaremos de um laboratório de informática, onde tenha computadores que tenham o programa do Lazarus.

1º dia- Confeção da calculadora de canudinhos.

Pode ser oferecido num sala de aula comum. Cada calculadora é composta de 1 (um) pedaço de papelão, 20 (vinte) pedaços de barbante, 20 (vinte) canudos e uma folha de ofício.

**Figura 1: Aluna Utilizando a “Calculadora de Canudinhos”**



**Fonte: Dados da pesquisa**

Iremos fazer passo a passo, após todos terem concluído a sua “Calculadora de canudinho” iremos mostrar algumas atividades que podem ser feitas com os alunos utilizando a mesma.

**Figura 2: Jogo de Tabuleiro**



**Fonte: Dados da pesquisa**

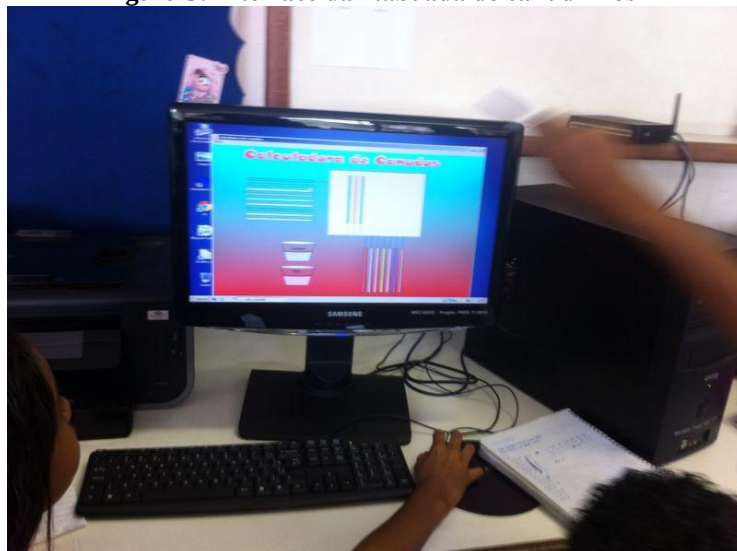
2º dia- Montando a calculadora no LAZARUS



Iremos precisar apresentar este momento do mini curso num laboratório de informática e que os computadores tenha o programa do lazarus baixado.

Num primeiro momento iremos explicar o que é o LAZARUS, como ele funciona, noções básicas de como programar como ele, que tipo de programa você pode estar fazendo a partir dessa plataforma.

**Figura 3: Interface da “tabuada de canudinhos”**



**Fonte: Dados das pesquisas**

Para assim, num segundo momento a gente ensinar como foi feita a calculadora de canudinho no LAZARUS. Ensinaremos também como faz para salvar o programa feito, e mostraremos que mesmo sem o computador ter o LAZARUS o programa vai rodar.

**Figura 4: As crianças brincando com a “tabuada de canudinhos”**



**Fonte: Dados das pesquisas**

## **CONCLUSÃO**

A versão física com canudos de plástico e a versão em software da tabuada com jogo foram testadas em duas escolas, uma foi a Escola Municipal Nicola Salzano, na qual somos bolsistas do PIBID, e a outra foi escola municipal Sampaio Corrêa. Em ambas as

escolas tivemos uma aceitação desse projeto muito boa por parte dos alunos e foi isso que nos motivou principalmente a dar esse mini curso.

Pois foi através do jogo que possibilitamos o conhecimento da multiplicação, maior interesse, também causou um melhor empenho dos alunos. Sendo assim, criamos uma boa interação da matemática com a tecnologia.

## **REFÊRENCIAS**

BICUDO, A. V. Pesquisa em educação Matemática: concepções e perspectivas. Brasil, pág. 285 – 295, 1991.

KENSKI, Vani Moreira. Educação e tecnologias: O novo ritmo da informação. Campinas, SP: Papirus, pág. 19, 2007.

SAVIANI, Dermeval. Pedagogia histórico-crítica primeiras aproximações. Autores Associados, pág.75, 2008.

AZEEN, M. A. Comece a Programar com Object Pascal Delphi e Lazarus, 1º Edição, AGBOOK, 2011.

# EDUCAÇÃO FINANCEIRA E AS QUESTÕES ATUAIS DA SOCIEDADE DE CONSUMO

Dejair Frank Barroso<sup>1</sup>  
Rodrigo Martins de Almeida<sup>2</sup>  
Adilson Rodrigues Campos<sup>3</sup>  
Marco Aurélio Kistemann Júnior<sup>4</sup>

**Resumo:** Neste minicurso, discutiremos sobre a Educação Financeira e as questões atuais da sociedade de consumo. Diuturnamente somos bombardeados e submetidos por informações e imagens, sejam por revistas, jornais, anúncios de propagandas, televisão, *internet*, entre outras. Apresentaremos nossa análise da experiência de pesquisa no Grupo de Investigação Financeiro-Econômica (GRIFE/UFJF) de projetar a discussão da Educação financeira na sociedade de consumidores. Nosso objetivo é o de refletir sobre as escolhas financeiras e seus desdobramentos no tempo. Dialogaremos com o sociólogo polonês Bauman, trilhando um caminho de análise e investigação da sociedade de consumidores para os objetos financeiros, postos como promotores de felicidades. Para tanto, apresentamos situações-problema que serão analisadas à luz do Modelo dos Campos Semânticos (MCS) de Romulo Campos Lins, proposto na pesquisa de Silva (2003) e de Kistemann Jr. (2011). Queremos revelar a existência de um espaço, para que professores e educadores financeiros possam mobilizar seus saberes em torno de um projeto interdisciplinar que tenha como centro os processos de comunicação (vídeo, charges e tirinhas) e sua inter-relação com a comunidade de educando.

**Palavras-chave:** Educação Financeira, Sociedade de Consumo, Propagandas, Produção de significado.

## 1. Introdução

Os meios de comunicação têm sido tratados como o grande veículo de divulgação da sociedade líquido-moderna de consumidores. Produtos de uma era tecnológica cujos componentes básicos são a reprodução e massificação dos bens de consumo. Para Barroso (2012), a complexidade desse cenário, no entanto, tem o tamanho da própria complexidade da sociedade contemporânea. Além da ganância humana, determinada a partir da lógica do capital, isto é, o lucro, há outras questões a serem consideradas. Podemos levantar dois pontos.

O primeiro é relativo ao âmbito da sedução, ao vermos uma propaganda de banco, de carro, ou ainda de aparelho celular, ficamos encantados com o modo pelo qual a mensagem é posta sobre os nossos olhares. Segundo Britto (2008, p.1): “Há uma preocupação com as expectativas do consumidor, informando sobre o que se vende com abordagem otimista para engendrar uma necessidade insaciável de comprar”. Atravessaremos esse caminho, dialogando com o pensador polonês Zygmunt Bauman, pois

---

<sup>1</sup> Fundação Educacional São José – FESJ/MG, dejairbarroso@hotmail.com

<sup>2</sup> Instituto Estadual de Educação de Juiz de Fora – IEEJF, rodrigomartinsdealmeida@yahoo.com.br

<sup>3</sup> Escola Estadual Professor José Saint Clair Magalhães – EEPSCM, arcampos123@ibest.com.br

<sup>4</sup> Universidade Federal de Juiz de Fora – UFJF/MG, marco.kistemann@ufjf.edu.br

ele nos convida a ler sobre história, direito, economia, cultura e política de uma perspectiva diferente. Nosso objetivo é trilhar um caminho de análise e investigação da sociedade de consumidores, para os objetos financeiros<sup>5</sup>, postos como promotores de felicidades.

O segundo é o relativo à matemática financeira, no desenvolvimento do conhecimento crítico e na defesa da cidadania. Refletir de que forma um resultado, que envolve valor presente, taxa de juros, valor futuro e tempo, afeta o indivíduo- consumidor diante de pagamentos, financiamentos e recebimentos.

Os PCN do Ensino Fundamental (1998, p. 35), nos esclarecem que:

*É preciso mostrar que o objeto de consumo – seja um tênis ou uma roupa de marca, um produto alimentício ou aparelho eletrônico (...) é fruto de um tempo de trabalho realizado em determinadas condições. Quando se consegue comparar o custo da produção de cada um desses produtos com o preço de mercado é possível compreender que as regras do consumo são regidas por uma política de maximização do lucro e precarização do valor do trabalho.*

Queremos expor a sociedade de consumidores concomitantemente com a matemática, revelando a existência de um espaço, para que professores e educadores financeiros possam mobilizar seus saberes em torno de um projeto interdisciplinar que tenha como centro os processos comunicação (vídeo, charges e tirinhas) e sua inter-relação com a comunidade de educandos.

Segundo Skovsmose (2001, p. 101), “para ser crítica, a educação deve reagir às contradições sociais”. Este é nosso ponto crucial, produzir o confronto de reflexões numa sociedade que cultua o ter, cuja “felicidade” é alcançada mediante o volume do consumo conquistado. Enfim, a falta de uma alfabetização matemática financeira crítica nas salas de aula, também produz desigualdades, porque contribui para que o consumidor seja alvo fácil do sistema financeiro de extorsão.

Para tanto, apresentaremos imagens e situações-problema extraídas do cenário financeiro-capitalista, a fim servirem de demanda para a produção de significado. Quando falamos produção de significado, nos orientamos pelo Modelo dos Campos Semânticos (MCS) proposto por Lins (1993, 1999 e 2012), presente em Silva (2003) e Kistemann (2011).

Nosso escopo é examinar que significados são produzidos para os objetos financeiro-econômicos diante de situações-problema de consumo, como são feitas as escolhas e tomadas às decisões na sociedade de consumidores.

Comungamos com a fala de Kistemann Jr. (2011), que a importância do MCS se manifesta quando propicia ao pesquisador em sua investigação pontuar os objetos com que estão operando os sujeitos e que significados são produzidos para cada um desses objetos. É justamente nesse momento que o modelo revela sua potencialidade de leitura, evidenciando que não há “erro” a ser identificado, e sim, a ausência de leituras plausíveis do conhecimento produzido pelos sujeitos.

## **2. Metodologia**

Nosso objetivo é pensar a imagem na sala de aula, para promover a reflexão, ultrapassando a imagem da visualização, em prol da verdade e potencializando a ação na prática docente.

---

<sup>5</sup> Cartão de crédito, cheque especial, planos de previdência privada, financiamentos e investimentos.

Segundo Britto (2008) as metáforas publicitárias estimulam o desenvolvimento do cérebro e resgatam recordações das nossas experiências, assim podemos reconhecê-las como um bom recurso para o aprendizado.

Nosso escopo é propiciar a reflexão entre professores em serviço e/ou em formação e educadores financeiros a partir da produção de significado produzida por eles. Para tanto, apresentaremos a seguinte dinâmica:

**1º Momento:** apresentaremos o referencial do MCS proposto por Lins (1993, 1999 e 2012), Silva (2003) e Kistemann Jr (2011), que tem importância em nossa prática pedagógica e para este trabalho quando possibilita a leitura da produção de significados dos indivíduos-consumidores, quando estão diante de imagens como esta:

**Figura 1: Metáfora Publicitária – Carro Vectra**



Fonte: *Época*. Nº 430. Ed. Globo. 14 ago. 2006. (Extraída do trabalho de Britto, 2008, p. 3)

Ao observarmos minuciosamente a imagem e a mensagem “*Vectra. O carro que combina com a identidade secreta do seu super-herói*”, nós podemos perceber que a empresa usa o momento do “dia dos pais” na idealização do carro de super-herói. Há riqueza de significados nos desenhos feitos com lápis de cor.

Que significados podem ser construídos a partir desta imagem?

Segundo Lins (2012, p. 28), “significado de um objeto é aquilo que efetivamente se diz a respeito de um objeto, no interior de uma atividade. Objeto é aquilo para que se produz significado”.

Para esclarecer a importância desta característica, encontramos em Silva (2003), a seguinte narrativa:

*Esta perspectiva toma como premissa o fato de que, quando as pessoas produzem significados, seja para qual texto for, elas o fazem por inteiro, isto é, o que dizem/fazem é sempre o que elas podem dizer/fazer no interior daquela atividade [...] Em termos teóricos, é buscar fazer uma leitura positiva do outro através de suas legitimidades, seus interlocutores, compartilhando o mesmo espaço comunicativo. (SILVA, 2003, p.65,66).*

É nesta perspectiva que vamos analisando as leituras em nossa investigação, ou seja, o nosso foco está em entender o aluno, por que ele fez e o que fez.

Dessa maneira, a partir dos objetos que construímos, podemos criar novos significados para o carro, induzindo-nos a pensar no potencial do veículo na proporção que nossa imaginação pode nos conduzir. Segundo Lins (1999), essa reflexão é decorrente das várias leituras que fazemos a respeito do mundo. Para interpretar o automóvel, podemos usar enunciações a respeito de filmes, super-heróis, objetos do mundo real, tecnologia, velocidade, entre outros aspectos provenientes da nossa interação com a realidade e com a ficção.

**2º Momento:** proporemos uma reflexão crítica da sociedade de consumo, apresentando recortes de dois filmes, o primeiro *Delírios de Consumo* de Becky Bloom, uma jovem londrina que tem o hábito do consumismo compulsivo. Apesar de ser uma jornalista especializada em mercado financeiro, ela não consegue controlar suas finanças pessoais. Endividada até a alma, vive fugindo do seu gerente de banco e procurando fórmulas mirabolantes para pagar a fatura do cartão de crédito. Um romance bem divertido que faz um retrato de homens e mulheres imersos na sociedade de consumidores.

O segundo, *Amor por Contrato*, mostra que uma empresa de vendas cria falsas famílias perfeitas e as envia para pequenas e ricas cidades americanas. O objetivo da empresa de vendas é criar nos vizinhos o desejo de ser igual àquela falsa família, que todos pensam ser verdadeira. Quando veem aquelas pessoas teoricamente tão perfeitas, todos na cidade logo associam os bens materiais à felicidade familiar. E assim se apressam em comprar tudo o que puderem.

Também apresentaremos comerciais de TV e refletiremos sobre a sociedade de consumidores, guiado nas leituras do sociólogo Bauman (2008, 2010) e Skovsmose (2007).

**3º Momento:** discutiremos as situações-problema de Educação Financeira provenientes do cenário da sociedade de consumo, revelando que graças à generosidade dos bancos, é possível transformar sonhos em realidade. Segundo Bauman (2010), com um cartão de crédito, é possível inverter a ordem dos fatores, desfrute agora e pague depois. Com o “dinheiro de plástico” você tem o poder para administrar sua satisfação, não precisa mais juntar ou ganhar o suficiente para obtê-las, é só desejar, e ainda, pode pagar em 10 vezes sem juros! Mas, quais os desdobramentos desse modelo financeiro?

Acreditamos que a escola deve reagir a essas questões, principalmente, porque os jovens hoje representam a alma do negócio do capitalismo. Algumas crianças de nove, dez anos já fazem pesquisas na internet de produtos que são mostrados nas propagandas de televisão, comparando preços e formas de pagamentos do tipo doze vezes sem juros no cartão de crédito, na tentativa de convencer os pais a comprar o que desejam. Nesta direção, Maldonado (2012, p. 23) nos esclarece:

*É aquela história: os pais querem dar tudo para o filho, fazer tudo para ele, satisfazer plenamente os desejos da criança... E, assim, não reconhecem o valor da frustração nem permitem que o filho cresça e amadureça em razão dela.*

Esse é o ponto crucial, a valorização do processo de renúncia. O indivíduo-consumidor que possui senso crítico é alguém capaz de adiar desejos (não prioritários) de agora para usufruir futuros benefícios. Entretanto, a cultura de hoje é feita de ofertas, não

pode haver saciedade. É preciso viver para consumir mais e mais... É isso que dá autonomia a sociedade de consumo, ou seja:

*Os comerciantes e publicitários responsáveis confiam no casamento entre o poder de sedução das ofertas e o profundo impulso de seus clientes potenciais de 'estar sempre um passo à frente dos outros' e de 'levar vantagem'. (BAUMAN, 2010, p.36).*

Por isso, acreditamos que o único “veículo” capaz de reagir a estas contradições do capitalismo é a escola, por meio da implementação de uma proposta de Educação Financeira pelo viés da Educação Matemática, refletindo as consequências da oferta do crédito fácil e do consumismo desenfreado.

### 3. Considerações finais

O surgimento das metáforas publicitárias vem reforçar o estilo de uma equipe de especialistas de sobressair, provar superioridade sobre os concorrentes ou de desabrochar o interesse do ser humano por um produto novo e novas propostas de estilo de vida. Os produtos não precisam corroborar com a rotina do indivíduo-consumidor, como podemos usá-lo? E mais: uma vez que nós o temos, seria imperdoável não o usar!

O projeto de convencer os possíveis usuários de que o objeto em questão tem serventia é então mobilizado. Segundo Bauman e May (2010), esses usuários precisam ser convencidos disso ou não darão o seu dinheiro. Condições de compra “sem juros”, anúncios luxuosos e espetaculares mirando grupos especiais, alusões à “escolha” do estilo de vida, táticas para distinguir um produto de outro, além de “brindes” que acompanham as compras feitas até determinada data, são alguns dos estratagemas de *marketing* utilizados nesse processo.

Então, precisamos aprender a fazer escolhas que possibilitem sair desse labirinto, onde os cidadãos foram transformados em exércitos de consumidores, deixando de ser autônomos em suas decisões para se tornarem prisioneiros do medo de falharem como consumidores.

Esperamos que esse minicurso possa encorajar os leitores com uma atitude mais questionadora, aprimorar-se e melhorar sua vida, compreendendo que na sociedade de consumidores não há clientes a serem conquistados, mas pessoas que são seduzidas e encorajadas a escolherem um estilo de vida consumista – o estilo de vida perfeito em que a satisfação reine, suprema.

### 4. Referências

ANGELO, C. L. et al. Modelo dos Campos Semânticos e Educação Matemática: 20 anos de história. In: LINS, R. C., Cap. 1: **O Modelo dos Campos Semânticos:** estabelecimentos e notas de teorizações São Paulo: Midiograf, 2012. p.11-30.

BARROSO, D. F. Uma **Proposta de Curso de Serviço para a Disciplina Matemática Financeira Mediada pela Produção de Significados dos Estudantes de Administração** (Dissertação de Mestrado). ICE/UFJF. Juiz de Fora: 2012.

BAUMAN, Z. **Vida para consumo:** a transformação das pessoas em mercadorias; tradução Carlos Alberto Medeiros. Rio de Janeiro: Zahar, 2008.

\_\_\_\_\_. **Capitalismo Parasitário**; tradução: Eliana Aguiar. Rio de Janeiro: Zahar, 2010.

BAUMAN, Z.; MAY, T. **Aprendendo a Pensar com a Sociologia**; tradução: Alexandre Werneck. Rio de Janeiro: Zahar, 2010.

BRASIL. Ministério da Educação e do Desporto. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: matemática**. Brasília, 1997.

BRITTO, V. S. **A sedução das metáforas publicitárias**. Disponível em <<http://www.filologia.org.br/iijnflp/trabalhos.htm>> Acesso em 2 de março de 2013.

D'AQUINO, C., MALDONADO, M. T. **Educar para o consumo**: como lidar com desejos de crianças e adolescentes. Campinas, SP: Papirus 7 Mares, 2012 (Coleção Papirus Debates).

ECHO LAKE PRODUCTIONS. **Amor por contrato**. Direção: Derrick Borte. Produção: Califórnia Filmes. Fotografia: Yaron Orbach, 2009. 1 DVD (93 minutos). Colorido.

KISTEMANN JÚNIOR, M. A. **Sobre a Produção de Significados e a Tomada de Decisão de Indivíduos-Consumidores**. Tese (Doutorado em Educação Matemática). Rio Claro/SP: UNESP, 2011.

LINS, R. C. **Educação Matemática e Epistemologia, Epistemologia e História**. Revista de Educação Matemática da SBEM-SP, ano 1, n.1, setembro de 1993.

\_\_\_\_\_. Por que discutir teoria do conhecimento é relevante para a Educação Matemática. In: BICUDO, M. A. V. (org.) **Pesquisa em Educação Matemática: concepções e perspectivas**. São Paulo: Editora UNESP, 1999. p.75-94.

SKOVSMOSE O. **Educação Crítica: Incerteza, Matemática, Responsabilidade**; tradução de Maria Aparecida Viggiani Bicudo, São Paulo: Cortez Editora, 2007.

\_\_\_\_\_. **Educação Matemática Crítica: A questão da democracia**. Campinas, SP: Papirus, 2001. (Coleção Perspectivas em Educação Matemática).

WALT DISNEY. **Delírios de consumo de Becky Bloom**. Direção: J. Hogan. Produção: Touchstone Pictures – Disney/Buena Vista, 2009. 1 DVD (90 minutos), widescreen, colorido. Título original: Confessions of a Shopaholic.



# EDUCAÇÃO MATEMÁTICA: ASPECTOS HISTÓRICOS DE UMA ÁREA DE PESQUISA

Filipe Santos Fernandes<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Doutor em Educação Matemática (UNESP/Rio Claro).  
Colégio Salesiano Santa Teresinha (São Paulo/SP), [fernandes.fjf@gmail.com](mailto:fernandes.fjf@gmail.com)

## Resumo

O objetivo principal deste minicurso é discutir aspectos históricos de constituição e consolidação da Educação Matemática como área de pesquisa no espaço científico-acadêmico brasileiro. Espera-se elaborar, compartilhar e debater compreensões sobre a Educação Matemática, destacando a multiplicidade de questões e abordagens com as quais, hoje, a área de pesquisa dialoga.

**Palavras-chave:** Educação Matemática. História da Educação Matemática.

## APRESENTANDO A PROBLEMÁTICA

As preocupações acerca dos aspectos históricos que circunstanciam a Educação Matemática têm sido cada vez mais acentuadas. Dentre as mais diversas concepções e tendências, vemos emergir trabalhos que centram seu interesse na abordagem historiográfica dos processos de constituição e consolidação das ideias, práticas e discursos que a essas concepções e consolidações subjazem. Nesse sentido, vivemos na Educação Matemática um sentimento de inquietude que nos conduz à compreensão de nossa história, seja para fins identitários ou não.

Essa preocupação, no entanto, não é recente. Em 1993, junto a uma edição temática da revista *Pro-posições* – muito provavelmente uma das primeiras compilações de textos de autores brasileiros sobre a emergência de uma área de pesquisa denominada *Educação Matemática* –, Roberto Ribeiro Baldino lançou a seguinte questão: “*Em que sentido estamos empurrando a roda da história quando somos nós a veicular esse discurso, definitivamente implementado em escala mundial, que se denomina ‘Educação Matemática’?*” (BALDINO, 1993, p. 43). Longe de um sentido estritamente moral, a pergunta insinuava um convite para que os pesquisadores da época, aqueles que erguiam suas bandeiras em nome do reconhecimento da Educação Matemática como área de pesquisa no espaço científico-acadêmico, voltassem a atenção para a dinâmica dessa trama – que envolve aspectos políticos, socioculturais, científicos, éticos, epistemológicos e tantos outros – que permita a emergência da Educação Matemática.

A fala de Baldino não era, então, um simples convite para problematizar os conteúdos ou as representações com os quais a Educação Matemática jogava para sua constituição como saber. Tratava-se de mais que isso: a direção para a qual apontava parecia propor uma irreducibilidade da Educação Matemática a esse conjunto de conteúdos e representações; propondo pensar como, cuidadosamente, a Educação Matemática foi inventada a partir de uma monstruosidade de relações, profundamente imersa em uma dinâmica de poderes e saberes.

A pergunta de Baldino, com diferentes reformulações, ainda ressoa em alguns pesquisadores que se preocupam com esse movimento histórico que diz de configurações da Educação Matemática. Cada vez mais vem sendo articulados, no âmbito nacional e mundial, propostas para pensar a produção científico-acadêmica em Educação Matemática

em seus aspectos de historicidade – seus modos de ser histórico, como agente e efeito de processos – e sua cientificidade – seus modos de ser ciência, coincidentes ou não com posturas epistemológicas próprias do espaço institucional.

Assim, em uma postura de sensibilização à questão proposta por Baldino (1993) e com atenção à historicidade da Educação Matemática, busca-se, como ideia geral deste minicurso, discutir aspectos históricos de constituição e consolidação da Educação Matemática como área de pesquisa no espaço científico-acadêmico brasileiro.

Essa problemática geral será tratada por meio de ações que articulam experiências pessoais dos participantes com elementos histórico-documentais levados pelo proponente. Espera-se, então, abordar como a configuração histórica da Educação Matemática permite discutir a multiplicidade de questões e abordagens com as quais, hoje, a área de pesquisa dialoga.

## **OBJETIVOS**

O objetivo geral deste minicurso é discutir aspectos históricos de constituição e consolidação da Educação Matemática como área de pesquisa. Evidentemente, a amplitude da proposta conduz a alguns direcionamentos específicos, quais sejam:

- Elaborar, compartilhar e debater compreensões sobre a Educação Matemática;
- Mobilizar, em uma perspectiva histórica, documentos que tratem da emergência da Educação Matemática como área de pesquisa;
- Discutir aspectos históricos de constituição e consolidação da Educação Matemática no cenário científico-acadêmico brasileiro.

## **PÚBLICO-ALVO**

Este minicurso destina-se a professores de matemática em formação ou que atuem em qualquer nível de escolaridade. Em um caso ou outro, espera-se do participante um especial interesse pela pesquisa em Educação Matemática.

## **METODOLOGIA**

Como as propostas de minicursos deverão estar adequadas para quatro horas de duração, subdividido em dois módulos de duas horas cada, segue como orientação metodológica:

*1º módulo (duas horas).* No primeiro módulo, os alunos encontrarão na sala uma coleção de fotografias diversas, como, por exemplo, aquelas que retratam ambientes escolares de variados tipos ou as que dizem de fatos históricos e políticos de grande impacto. O proponente colocará, então, o seguinte encaminhamento: pensando na frase “*A Educação Matemática tem a ver com...*”, cada participante deverá escolher duas fotografias dessa coleção. Após esse momento, os participantes apresentarão as fotografias escolhidas e a justificativa de suas escolhas. Com base nas narrativas dos participantes, o proponente articulará questões e disponibilizará documentos para disparar discussões, delineando, assim, aspectos históricos da Educação Matemática.

*2º módulo (duas horas).* Espera-se sistematizar, por meio de uma apresentação do proponente e de discussões entre os participantes, aspectos históricos de constituição e consolidação da Educação Matemática como área de pesquisa. Nesse dia, serão tratados tópicos como a formação dos primeiros grupos de pesquisa, programas de pós-graduação e revistas especializadas no Brasil; a fundação da Sociedade Brasileira de Educação Matemática; os movimentos de institucionalização da Educação Matemática no espaço científico-acadêmico e a internacionalização da pesquisa brasileira em Educação Matemática.

## **MATERIAL E ESPAÇO NECESSÁRIOS**

Para o desenvolvimento deste minicurso, espera-se contar com a disponibilidade de uma sala de aula e de um computador com projetor.

## **REFERÊNCIAS**

BALDINO, R. R. Educação Matemática: do discurso da ordem à ordem do discurso. **Proposições**, v. 4, n. 1, p. 42-59, mar. 1993.

BICUDO, M. A. V.; PAULO, R. M. Um exercício filosófico sobre a pesquisa em Educação Matemática no Brasil. **Bolema**, v. 25, n. 41, p. 251-298, dez. 2011.

MIGUEL, A. et al. A educação matemática: breve histórico, ações implementadas e questões sobre a sua disciplinarização. **Revista Brasileira de Educação**, n. 27, p. 70-93, set./dez. 2004.

PEREIRA, D. J. R. **História do movimento democrático que criou a Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM)**. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2005.

SILVA, H. **Centro de Educação Matemática (CEM):** fragmentos de identidade. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, Rio Claro, 2006.

# ELABORAÇÃO DE VÍDEOS DIDÁTICOS DE GEOMETRIA COMO ATIVIDADE ESCOLAR NO ENSINO MÉDIO

**Ricardo Ferreira Paraizo<sup>1</sup>**

**Ivete Maria Baraldi<sup>2</sup>**

1. Professor de Matemática do Ensino Médio na CEDAF – Florestal e Doutorando em Educação para Ciência na Unesp-Bauru. E-mail: [ricardo.paraizo@hotmail.com](mailto:ricardo.paraizo@hotmail.com)

2. Professora Doutora do Departamento de Matemática e do Programa de Pós-Graduação em Educação para Ciência da Unesp-Bauru. E-mail: [ivete.baraldi@fc.unesp.br](mailto:ivete.baraldi@fc.unesp.br)

## RESUMO

Os avanços, a facilidade de uso e o custo relativamente baixo das tecnologias mais populares da informação e comunicação oferecem possibilidades de abordagens alternativas tanto para o ensino quanto para a aprendizagem de matemática. Neste sentido, uma das possibilidades é a produção e o uso vídeos em sala de aula. Este minicurso visa – sob o cenário idealizado de uma aula de matemática para o ensino médio – promover uma iniciação a esta abordagem para os participantes que nunca a experimentaram e uma troca de experiências com os que já a utilizam em suas atividades pedagógicas.

**Palavras chave:** Educação Matemática; Ensino; Tecnologia de Informação e Comunicação.

## INTRODUÇÃO

A produção de vídeos amadores tematizando os mais variados assuntos tem-se popularizado rapidamente graças à portabilidade, à facilidade de uso e ao baixo custo das novas câmeras digitais. Neste contexto, é natural que a produção de vídeos educativos deixe de ser uma atividade praticamente restrita aos cineastas profissionais, para se tornar também uma opção pedagógica/metodológica para os profissionais da Educação. Estes, no entanto, poderiam se perguntar: por que criar vídeos com meus alunos se eu os encontro no mercado ou disponíveis livremente na internet? A resposta pode estar na prática do “compreender fazendo” e do “fazer compreendendo” que pode ser nossa aliada nos processos de ensino e de aprendizagem de Matemática em nossas escolas.

A literatura sugere que experiências com a produção de vídeos de Matemática pode ser um fator importante para o desenvolvimento de várias habilidades nos estudante. Martirani (2001) por exemplo, afirma:

*A fim de elucidar o amplo espectro de possibilidades formativas abertas pelo processo de criação e produção de vídeo é possível estabelecer as associações mais evidentes entre algumas das inteligências consideradas por Gardner e etapas desse trabalho como: a etapa de escolha e definição do tema, bem como a de pesquisa às inteligências linguística, interpessoal e lógico-matemática; etapa de desenvolvimento do roteiro às inteligências linguística, espacial, musical e interpessoal; a de captação de imagens às inteligências espacial e corporal-cinestésica; a de atuação, como ator,*

*apresentador ou repórter à inteligência lingüística, corporal-cinestésica, intra e interpessoal; a da edição à lingüística, espacial, corporal-cinestésica e musical; a de concepção de efeitos especiais e computação gráfica à lógico-matemática e espacial; a de exposição experimental do vídeo a todas elas, dado o seu caráter avaliativo – envolvendo avaliações do próprio trabalho, dos demais colegas, do processos vivenciados e dos resultados obtidos pelo grupo. As sete inteligências definidas por Gardner estão, assim, provocadas neste processo de produção, devendo ainda considerar que a produção de um vídeo, por ser um trabalho que se desenvolve em equipe, exige boa convivência entre os membros do grupo, promove e valoriza a participação e a cooperação, exige entrosamento e integração entre os sujeitos, envolvendo, por isso, as inteligências intra e interpessoal. (MARTIRANI, 2001, p. 174).*

Embora as novas tecnologias digitais estejam cada vez mais amigáveis é evidente que o conhecimento de técnicas básicas da produção videográfica pode, bem como dos processos de integração desta tecnologia à pedagogia pretendida pelo professor, contribuir significativamente para o sucesso de qualquer iniciativa nesse sentido. É sob esta perspectiva que este minicurso foi concebido.

## **JUSTIFICATIVA**

Dificuldades na aprendizagem de matemática, ou até mesmo a própria aversão à disciplina, em particular na Educação Básica, tem sido fartamente documentada na literatura especializada. Pesquisas visando compreender esses fenômenos, assim como projetos, idealizados sob as mais variadas concepções, tem sido implementados com o propósito de se não superar, pelo menos minorar esses entraves.

Hoje em dia é comum o aluno ter em mãos uma telefone celular ou uma câmera fotográfica com filmadora. Dada esta realidade, por que não explorar esta ferramenta como um instrumento pedagógico? Parafraseando o cineasta Glauber Rocha, podemos sugerir a alunos e professores que com esta “câmera na mão e uma aula na cabeça” eles produzam juntos com seus colegas seus próprios vídeos educativos tematizando um assunto específico em matemática.

## **OBJETIVO**

Este minicurso pretende orientar professores sobre o processo de criação e produção de vídeos educativos tematizando conteúdos específicos de matemática. Estes vídeos poderão ser utilizados pelos próprios estudantes para rever ou estudar novos assuntos e servir de recursos didáticos para as aulas em geral. Discutiremos técnicas elementares de filmagem, que poderão ser desenvolvidas com os alunos, e faremos uma prática de elaboração de roteiros de vídeos educativos na área em pauta. Procuraremos, também, integrar às discussões pesquisas como as de Vargas (2007) e a que estamos desenvolvendo na Unesp-Bauru.

Vargas (2007) investigou o desenvolvimento de software educacional voltado para suporte à produção de vídeos por crianças e adolescentes. A pesquisa de doutorado que estamos desenvolvendo na Unesp-Bauru tem como escopo o estudo da Educação Matemática e Ambiental num contexto de produções de vídeos didáticos elaborados por estudantes do ensino médio.

Esperamos neste minicurso promover discussões, estimular a troca de informações e de experiências visando o enriquecimento de futuros trabalhos em sala de aula tanto para aqueles que nunca experimentaram esta tecnologia como para os que já a utilizam em suas atividades pedagógicas.

**Público Alvo**

Professores do Ensino Médio, estudantes e pesquisadores na área de Educação Matemática com até trinta participantes.

**METODOLOGIA**

Dividiremos as etapas deste minicurso em duas sessões de 2 horas cada uma, seguindo a tabela abaixo:

| SESSÕES   | ATIVIDADES PROPOSTAS PARA O MINICURSO                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |
|-----------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1º Sessão | <ul style="list-style-type: none"><li>• Aula expositiva interativa e prática sobre técnicas de filmagem.</li><li>• Discussão das funções destinadas aos alunos do ensino médio para desenvolverem seus próprios audiovisuais.</li></ul> Serão discutidas noções das principais funções como as do: Realizador, diretor, ator/atriz, operador de câmera, fotógrafo, operador de som, responsável pela iluminação, entrevistador, montagem e edição. |
| 2º Sessão | <ul style="list-style-type: none"><li>• Aula expositiva e interativa sobre técnicas de elaboração de um roteiro de vídeo didático na área de matemática.</li><li>• Prática de elaboração de um roteiro para produção de um vídeo didático na referida área.</li></ul>                                                                                                                                                                              |

Observação: Sugere-se que os participantes do minicurso tragam suas próprias câmeras de filmar (podendo ser um telefone celular).

**Notas:**

1. O texto base para o desenvolvimento deste minicurso bem como as técnicas de filmagem, as atribuições de cada integrante da equipe técnica da produção videográfica e o processo de elaboração de roteiro de um vídeo didático, incluindo um exemplo de roteiro na área de matemática pode ser encontrado no Produto Educacional disponível em Paraizo (2012).

2. Neste minicurso além das noções das técnicas de produções videográficas citadas, será conferida uma visão das questões ambientais para sustentabilidade que podem ser abordadas nestas produções.

## REFERÊNCIAS:

MARTIRANI, Laura Alves. O vídeo e a Pedagogia da Comunicação no Ensino Universitário. In: PENTEADO, Heloísa Dupas. Pedagogia da Comunicação: teorias e práticas. São Paulo: Editora Cortez. 2001. P. 151-195

PARAIZO, Ricardo Ferreira. **Elaboração de Vídeos Didáticos de Geometria como Atividade Escolar no Ensino Médio - Minicurso**. Universidade Federal de Juiz de Fora. MG. Produto Educacional referente a Dissertação de Mestrado em Educação Matemática. 2012. 43 f.

Disponível em:

< <http://www.ufjf.br/mestradoedumat/files/2011/09/PRODUTO-EDUCACIONAL-RFP2.pdf>>

VARGAS, Ariel. Desenvolvimento de um software educacional para auxílio à produção de vídeos. Campinas-SP, 2007. Dissertação (Mestrado em ciência da Computação). UNICAMP.

Disponível

em:

<<http://www.bibliotecadigital.unicamp.br/document/?code=vtls000414551>>

Acesso em: 21 mar. 2012

# **GEOMETRIA ESPACIAL: UM OLHAR DIFERENTE NO ENSINO DOS SÓLIDOS GEOMÉTRICOS**

**Fabiana Polessa**

Universidade Federal de Juiz de Fora / Departamento de Matemática, profabianapolessa@gmail.com

**Walter Soares**

SEEDUC-RJ / Superintendência de Avaliação e Acompanhamento, wsoares@educacao.rj.gov.br

## **Resumo**

A ideia para a montagem dessa oficina veio da preocupação com o ensino da geometria, especialmente em geometria espacial que, por muitas vezes é preterido por muitos profissionais, principalmente quando esses profissionais são vítimas de uma formação deficitária. Nesses casos, o ensino da Geometria fica restrito ao conceito básico da geometria plana, sem promover a devida relação entre os sólidos das figuras bidimensionais as quais possam estar relacionadas, não permitindo dessa forma que o conteúdo possa ser bem aproveitado no que diz respeito a visualização do aluno.

A partir desse minicurso espera-se facilitar a visualização de alguns sólidos geométricos e seus elementos, tendo a preocupação com a linguagem a ser utilizada no momento de ensinar o conceito de cada elemento utilizado, não esquecendo de demonstrar a relação das figuras planas com os sólidos geométricos, procurando, sempre que possível, promover a devida contextualização com sólidos visíveis e palpáveis do cotidiano do estudante.

Nesse sentido, o professor deverá representar figuras que estimulem a percepção visual dos objetos tridimensionais representados em planos, sem prejuízo da diferenciação entre sólido e plano, entre objeto e representação. Nesse caso, um trabalho importante é a planificação das figuras espaciais.

**Palavras-chave:** Aluno; docente, ensino; geometria; sólidos geométricos.

## **OBJETIVO**

O trabalho que, ora se expõe em tela, surge da união de conhecimentos de dois professores de Matemática, ambos, com experiência nas redes pública estadual e privada de ensino, nos segmentos fundamental e médio, mas, que, atualmente, atuam em âmbitos diferentes. Ela, continua a lecionar nas turmas de fundamental e médio, além de cursar Mestrado Profissional em Educação Matemática, pela UFJF. Ele, atua como Coordenador na Superintendência de Avaliação e Acompanhamento do Desempenho Escolar da SEEDUC/RJ.

Com os conhecimentos e experiências acumulados procuramos ratificar, através de estudo, a formação por vezes deficiente do profissional que irá atuar no ensino da disciplina de Matemática, com reflexos, especialmente, no campo geométrico. Como estudo, optamos pelo campo geométrico, especificamente, os sólidos geométricos. Ao longo do tempo, percebemos o aumento nas dificuldades apresentadas, em linhas gerais, pelos alunos na visualização desses sólidos, no desconhecimento dos elementos formadores e, principalmente, nas suas projeções. Quando comparados aos resultados apresentados pelos alunos submetidos às diversas avaliações as quais são submetidos.



Nesse sentido, buscamos algumas razões identificando, inicialmente, duas, apresentadas a seguir sem, contudo, apresentar ordem em prioridade.

A primeira está relacionada à formação docente. A Lei de Diretrizes e Bases da Educação (LDB), em seus artigos 62 e 63, preconiza que:

*Art. 62. A formação de docentes para atuar na educação básica far-se-á em nível superior, em curso de licenciatura, de graduação plena, em universidades e institutos superiores de educação, admitida, como formação mínima para o exercício do magistério na educação infantil e nos 5 (cinco) primeiros anos do ensino fundamental, a oferecida em nível médio na modalidade normal.*

*Art. 63. Os institutos superiores de educação manterão:*

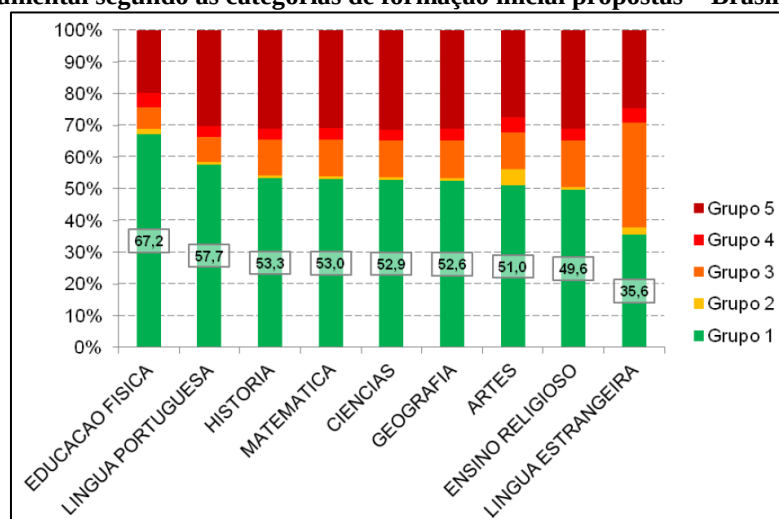
*II - programas de formação pedagógica para portadores de diplomas de educação superior que queiram se dedicar à educação básica; ... Segundo as disposições regulamentadoras da formação para a docência na educação básica, a formação em nível superior de professores para atuar neste nível de ensino deverá:*

*- quando orientada ao magistério na educação infantil e nos anos iniciais do ensino fundamental, realizar-se, preferencialmente, em cursos normais superiores, pressupondo uma atuação multidisciplinar do profissional (parágrafo 2º do artigo 3º, redação dada pelo Decreto nº3.554/2000);*

(Lei de Diretrizes e Bases da Educação, Lei nº 9.394 / 1996)

No entanto, em muitas vezes essa formação dá-se de forma deficitária, principalmente, nos cursos de Pedagogia ou Curso Normal (de ensino médio) ou, ainda, os requisitos mínimos exigidos pela legislação vigentes não são, integralmente atendidos, como se pode verificar no gráfico abaixo, extraído do último Questionário Sociocultural do Sistema de Avaliação da Educação Básica (SAEB).

**Figura 1 -Distribuição dos docentes das disciplinas da grade curricular comum dos anos iniciais do ensino fundamental segundo as categorias de formação inicial propostas – Brasil 2013**



Fonte: Inep/2014. Disponível em:

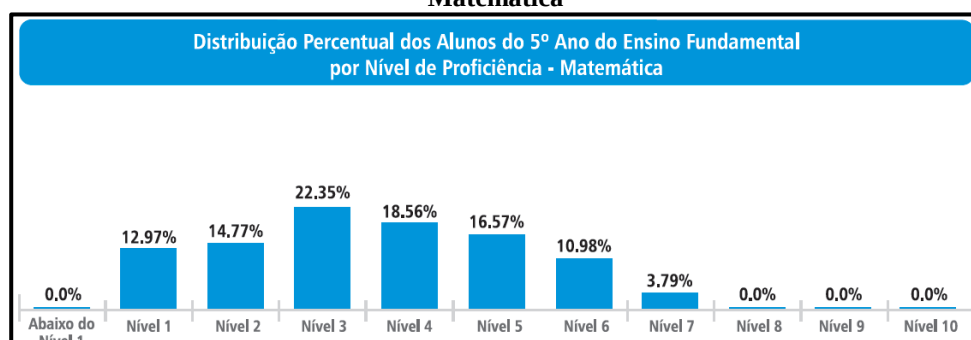
[http://download.inep.gov.br/mailling/2014/nota\\_tecnica\\_formacao\\_docente.pdf](http://download.inep.gov.br/mailling/2014/nota_tecnica_formacao_docente.pdf). Acesso em 08 jul. 2015.

Onde os grupos apresentados podem ser entendidos da seguinte forma: 1) Docentes com formação superior de licenciatura na mesma disciplina que lecionam, ou bacharelado na mesma disciplina com curso de complementação pedagógica concluído; 2) Docentes com formação superior de bacharelado na disciplina correspondente, mas sem licenciatura ou complementação pedagógica; 3) Docentes com licenciatura em área diferente daquela que leciona, ou com bacharelado nas disciplinas da base curricular comum e complementação pedagógica concluída em área diferente daquela que leciona; 4) Docentes com outra formação superior não considerada nas categorias anteriores; 5) Docentes que não possuem curso superior completo.

E, o resultado desse quadro tem reflexo na questão pedagógica uma vez que, sem a devida formação, o profissional responsável por lecionar esse conteúdo pode, de alguma forma, subjugar os conteúdos referentes à Geometria, caso opte por uma metodologia mais conservadora, baseada na ênfase pelo conteúdo, restringindo assim, o tempo necessário para ministrar conhecimentos do campo geométrico que, em geral, nos livros didáticos, são contemplados, em sua maioria, ao final de cada volume didático.

Como exemplo do que fora exposto é apresentado, a seguir, um gráfico com os resultados apresentados pelos alunos na última edição da avaliação do Sistema Brasileiro de Educação Básica.

**Figura 2 – Distribuição percentual dos alunos do 5º ano pelos níveis das escalas de proficiência de Matemática**



Fonte: INEP/DAEB 2014. Disponível em:

[http://download.inep.gov.br/educacao\\_basica/prova\\_brasil\\_saeb/resultados/2013/caderno\\_prova\\_brasil\\_2013.pdf](http://download.inep.gov.br/educacao_basica/prova_brasil_saeb/resultados/2013/caderno_prova_brasil_2013.pdf). Acesso em 08 jul. 2015.

Nos quais, os alunos que não apresentaram qualquer tipo de conhecimento em sólidos geométricos e suas planificações estão agrupados até o Nível 3 na escala de proficiência, correspondendo, aproximadamente, a cinquenta por cento dos alunos avaliados.

Face a todo o exposto, consideramos interessante a elaboração de um minicurso de formação continuada destinada aos docentes, de forma a promover uma atualização que permita ao docente a implementação de novas técnicas pedagógicas em sala de aula.

## METODOLOGIA

Em muitas ocasiões o estudo da geometria não faz nenhum sentido para os alunos. Em geral, essa parte da Matemática é ensinada a partir da geometria plana, apresentando as figuras achatadas, desenhadas no livro, dando pouca ênfase para a tridimensionalidade e,

não integrando com os objetos sólidos do espaço, a representação das formas e, principalmente, não fazendo relações com objetos de nossa realidade e/ou cotidiano. É importante que nas séries iniciais o professor utilize objetos que tenham relação com as formas geométricas mais usuais, como embalagens, brinquedos, objetos em geral, que lembrem as formas dos sólidos e polígonos que se queira trabalhar proporcionando, assim, um aprendizado de maneira mais concreta. Em seguida, traçando o contorno desses objetos, os educandos trabalharão com figuras planas triangulares, quadrangulares, circulares, etc., sem dissociá-las dos sólidos que as originaram. O professor procurará representar figuras que estimulem a percepção visual dos objetos tridimensionais representados em planos, sem prejuízo da diferenciação entre sólido e plano, entre objeto e representação. Um trabalho importante é a planificação das figuras espaciais, que pode ser feito, por exemplo, montando e desmontando embalagens. É preciso também que os educandos explorem situações que levem à ideia de “forma” como atributo dos objetos. Para isto, podemos usar vários materiais, entre eles tangran, massa de modelar, canudos e argila. Portanto, o trabalho de Geometria tem a finalidade de reconhecer-se dentro do espaço e, a partir deste localizar-se no plano.

A atividade que será proposta tem por objetivo conduzir o professor a uma prática pedagógica diferenciada dos padrões habituais permitindo que, de forma lúdica, o discente possa construir o conhecimento sobre a Geometria Espacial, em especial, os sólidos e seus elementos formadores, tais como vértices, arestas e faces. Espera-se, ainda, que sejam identificadas as figuras planas e, como são chamadas ao integrar-se à figura espacial. Para isso, são esperados a utilização de materiais de fácil acesso aos alunos, tais como papéis, copos plásticos, canudos, entre outros.

Pretende-se promover a construção dos seguintes sólidos: tetraedro, cubo, pirâmide de base quadrangular, pirâmide de base pentagonal e o octaedro.

## **REFERENCIAIS TEÓRICOS**

Pavanello atribui à atuação didática do professor muitas das dificuldades que os alunos apresentam em relação à geometria, uma vez que o docente se limita a exigir “dos alunos somente o nome das figuras, sem se preocupar com o reconhecimento de propriedades e componentes das figuras, importantes do ponto de vista da Matemática” (PAVANELLO, 2001, p. 183).

Com influência do Movimento da Matemática Moderna, as novas publicações dos livros didáticos, a partir de seus autores, em geral, estiveram preocupados em algebrizar a geometria, deixando de lado, as demonstrações.

Sem lograr o esperado êxito do Movimento no Brasil, percebeu-se um agravamento na situação do ensino da geometria nas escolas. Em parte, deu-se pela própria estrutura de editoração dos livros didáticos, deslocando, em sua maioria, os conteúdos sobre Geometria para os capítulos finais das publicações.

Outra razão, pode estar relacionada com a flexibilidade do conteúdo a ser ensinado, facilitada pela Lei 5692/71 das diretrizes e bases do Ensino Básico, onde muitos alunos no Ensino Fundamental deixaram de aprender Geometria aliada às mudanças promovidas pela Reforma Universitária, alterando sua estrutura interna surgindo, assim, a licenciatura curta.

Todos esses fatores ajudaram para o abandono do ensino da geometria. Segundo LORENZATO “Como ninguém pode ensinar bem aquilo que não conhece, está aí mais uma razão para o atual esquecimento geométrico” (LORENZATO, 1995, p. 17).

#### **NÍVEL EDUCACIONAL AO QUAL O MINICURSO É DIRECIONADO**

O minicurso está direcionado todos os professores que estejam lecionando Matemática para turma do Ensino Fundamental Anos Iniciais, entretanto, pode ser estendido os para 6º ano do Ensino Fundamental Anos Finais.

#### **REFERÊNCIAS**

BRASIL. Lei nº 9.394, de 20 de dezembro de 1996. **Estabelece as diretrizes e bases da educação nacional**. Disponível em: [http://www.planalto.gov.br/ccivil\\_03/leis/19394.htm](http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/leis/19394.htm). Acesso em: 08 jul. 2015.

INEP. Nota Técnica Nº 02/2014. **Indicador de Adequação da Formação do Docente da Educação Básica**.

[http://download.inep.gov.br/mailling/2014/nota\\_tecnica\\_formacao\\_docente.pdf](http://download.inep.gov.br/mailling/2014/nota_tecnica_formacao_docente.pdf). Acesso em 08 jul. 2015.

INEP. **Caderno Pedagógico da Prova Brasil 2013**.

[http://download.inep.gov.br/educacao\\_basica/prova\\_brasil\\_saeb/resultados/2013/caderno\\_prova\\_brasil\\_2013.pdf](http://download.inep.gov.br/educacao_basica/prova_brasil_saeb/resultados/2013/caderno_prova_brasil_2013.pdf). Acesso em 08 jul. 2015.

LORENZATO, Sergio. **Por que não ensinar GEOMETRIA?**. Campinas: SBEM. Ano 4, 1º semestre de 1995, PP.3-13

PAVANELLO, R. M. **O abandono do ensino da geometria no Brasil: causas e consequências**. Zetetiké. Campinas: UNICAMP/FE/CEMPM. Ano 1, n. 1, março, pp. 7-17, 1993.

# GEOMETRIA HIPERBÓLICA A PARTIR DO MODELO DE POINCARÉ

Delita Ferrari Miranda<sup>1</sup>

Eduardo de Oliveira Lima<sup>2</sup>, Luanda Carvalho da Silva Nascimento<sup>3</sup>, Michel Guerra de Souza<sup>4</sup>

<sup>1</sup>IFES, delitaFerrari@hotmail.com

<sup>2</sup>IFES, matematica\_edu@hotmail.com

<sup>3</sup>IFES, luandacsn@gmail.com

<sup>4</sup>IFES, michel.souza@ifes.edu.br

Trabalhar no ambiente escolar, o entendimento da geometria como um modelo teórico que pode estar além daquele estabelecido na geometria euclidiana, pode proporcionar, aos alunos, um olhar mais aguçado sobre a natureza da matemática. A descoberta das geometrias não euclidianas é um capítulo fascinante da história da Matemática, com início no momento em que Euclides trouxe a público os Elementos (por volta de 300 anos a.C.), em que apresentava a Geometria euclidiana numa forma axiomática, e término na primeira metade do século XIX, com valiosas contribuições de Gauss, Bolyai e Lobachewsky concomitantemente, surgindo assim uma importante área da Matemática: a Geometria Hiperbólica. Pensando nessa temática, acreditamos que há necessidade de ampliar o olhar e os conceitos da geometria inserindo ao menos a provocação da existência de outros pontos de vista, muitas vezes não convencionais, no currículo pedagógico. Neste mini-curso será apresentado o planejamento e implementação de uma proposta desenvolvida por graduandos do Curso de Licenciatura em Matemática do IFES campus Vitória. Esta proposta visa introduzir a Geometria hiperbólica utilizando os recursos do software Geogebra despertando assim o olhar dos discentes e docentes para os conceitos desta geometria. Pretende-se ao longo do minicurso apresentar os postulados de Euclides e abordar historicamente o surgimento da geometria hiperbólica através da discussão do quinto postulado ao longo dos séculos. Em seguida, será apresentado o modelo de Poincaré e as macro-ferramentas necessárias para a visualização das construções no plano hiperbólico, juntamente com diversas atividades, permitindo assim uma reflexão acerca das diferenças e semelhanças das geometrias.

**Palavras-chave:** Geometria Hiperbólica, Geometria Euclidiana, Geogebra, Modelo de Poincaré.

## INTRODUÇÃO

Explicar porque a geometria não é um assunto tratado com muita ênfase nas escolas é o que tentam fazer diversos autores. Uma pesquisa de Pais&Freitas (1999) identifica que é a má formação dos professores nesse assunto que faz com que eles não atribuam devida importância a esse conteúdo, evidenciando insegurança para trabalhar com o mesmo. Em um trabalho de caráter histórico, Pavanello (1989) identifica que o abandono do ensino de geometria na escola é devido ao movimento "matemática moderna", responsável pela excessiva formalização de conceitos e idéias matemáticas, fazendo com que professores, inseguros com esse novo tratamento, passassem a privilegiar os conteúdos de álgebra. Quanto a importância do ensino da geometria na escola, Fiorentini (1995) discorre que as pessoas não irão desenvolver o pensamento matemático necessário para resolver problemas no cotidiano sem estudar esse tópico matemático. Contemplar no ambiente escolar o entendimento da geometria como em modelo teórico que pode estar além daquele

estabelecido na geometria euclidiana, pode propiciar ao aluno um olhar mais aguçado sobre a natureza da matemática.

Tendo como propósito apresentar uma contribuição para a melhoria do ensino da geometria, vamos apresentar neste trabalho uma proposta de ensino voltada para o entendimento de um modelo teórico diferente do modelo euclidiano, oferecendo à professores um material de fácil entendimento e aplicação na sala de aula. É com o auxílio da tecnologia digital, através do software Geogebra, que vamos expor nossa proposta. Segundo Costa (2004), o computador pode acrescentar novas possibilidades e dimensões no processo de ensino e de aprendizagem, diferentemente das existentes na sala de aula. O uso da tecnologia pode aumentar a eficácia do ensino, é nossa expectativa que o mini-curso: Geometria Hiperbólica a partir do modelo de Poincaré, contribua para que o professor de matemática dê uma nova dimensão em sua prática pedagógica no que diz respeito ao ensino da geometria na escola.

O assunto "geometria hiperbólica" é ausente nos livros didáticos, isso se deve ao fato de que se considerarmos que sua apresentação em sala de aula de maneira tradicional poderia ser de difícil visualização e compreensão para alunos da escola básica. Portanto nossa proposta se apóia no uso da geometria dinâmica, com o uso do software Geogebra, que é um ambiente manipulável e de fácil compreensão, onde os alunos poderão trabalhar com diferentes objetos do modelo hiperbólico - segmentos, retas, triângulos, círculos. Foi com esse objetivo que adotamos o micro-mundo Disco de Poincaré, com o software livre Geogebra (<[www.geogebra.org](http://www.geogebra.org)>). Fazendo uso desse micro-mundo planejamos diversas atividades de modo a provocar, nos alunos, a análise do que é semelhante e diferente entre as geometrias euclidiana e hiperbólica.

## FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Foi apenas na primeira metade do século XIX que se começou a suspeitar que o Postulado das Paralelas fosse realmente independente dos demais postulados. Matemáticos como Carl Friedrich Gauss (1777-1855), Johann Bolyai (1802-1860) e Nicolai Ivanovich Lobachewsky (1793-1856) trataram da questão ao considerar três situações distintas: por um ponto não contido em uma reta dada, passa mais de uma, apenas uma ou nenhuma reta paralela à reta dada. Por suspeitarem da independência do Postulado das Paralelas, ou seja, de que sua negação poderia gerar uma geometria consistente, sem contradições, desenvolveram, de forma axiomática, um estudo amplo e detalhado de uma geometria que assumia a existência de mais de uma reta paralela a uma dada reta, sendo assim lançada a semente do que viria a ser a Geometria de Lobatchevsky ou Geometria Hiperbólica.

A história nos diz que Gauss, Bolyai e Lobachewsky desenvolveram a Geometria Hiperbólica ao mesmo tempo. O primeiro, o alemão Johan Carl Friedrich Gauss (1777 – 1855), que após duas décadas de tentativas, terminou por se convencer que o axioma das paralelas era independente, durante anos guardou para si vários teoremas da Geometria Hiperbólica. O receio em publicar suas conclusões sobre o assunto tinha justificativas pessoais, pois uma Geometria não euclidiana chocava-se com a teoria epistemológica do, também, alemão Emmanuel Kant (1724-1804), um dos monumentos da filosofia, e Gauss teve receio desse embate. Além disso, prudentemente, Gauss publicava seus trabalhos somente quando estavam amadurecidos e após ter a certeza que não seriam encontradas imperfeições.

Em 1823, aos 21 anos, o jovem engenheiro húngaro Janós Bolyai (1802-1860) escreveu eufórico para o pai, Wolfgang Bolyai: “... *tinha descoberto coisas tão maravilhosas que me surpreenderam.....do nada eu criei um mundo novo e estranho...*”. Já

na adolescência, Janós Bolyai interessou-se pelo teorema das paralelas, contrariando o pai que, cansado de produzir pseudo-provas, profeticamente o aconselhou por carta: *Pelo amor de Deus, eu lhe peço, desista! Tema tanto isso quanto as paixões sensuais porque isso pode lhe tomar todo o seu tempo e privá-lo da saúde, paz de espírito e felicidade na vida.* A desobediência custou-lhe caro. Suprimindo o 5º postulado, ele provou um conjunto de teoremas que, hoje, constitui a Geometria neutra ou Geometria absoluta, um corpo de resultados comuns a ambas geometrias, a euclidiana e a hiperbólica.

Foi além, modificou o 5º postulado, *em um ponto fora de uma reta incidem infinitas retas que não a intersectam*, e desenvolveu a geometria hiperbólica plana. Os resultados foram publicados em 1832 como apêndice do livro *Tentamen* a convite do autor e pai, Wolfgang Bolyai. Antes da publicação do *Tentamen*, o pai remeteu a Gauss uma cópia apêndice e solicitou uma avaliação.

Talvez, a surpresa por alguém ter lhe ombreado provocou uma resposta arrasadora de Gauss reivindicando a primazia: *Se eu comesse com a afirmação de que não ousou louvar tal trabalho, você, é claro se sobressaltaria: mas não posso proceder de outra forma, pois louvá-lo significaria louvar a mim mesmo, visto que todo conteúdo do trabalho, o caminho que seu filho seguiu, os resultados aos quais ele chegou, coincidem quase exatamente com as meditações que têm ocupado minha mente por trinta a trinta e cinco anos. Por isso mesmo, encontro-me surpreso ao extremo.*

Gauss continuava a carta discorrendo sobre si. Afirmava que pretendia escrever sobre o tema, mas não desejava publicá-lo em vida, pois seriam poucas as pessoas que entenderiam. Finaliza agradecendo o trabalho poupado. De fato, existe correspondência de Gauss datada em 1799 na qual comenta resultados da Geometria hiperbólica relacionada a área de triângulos.

O desgosto de János Bolyai foi profundo, perdeu a paz de espírito e a felicidade na vida. Em lugar de elogios e reconhecimento veio o desapontamento por não obter a glória do ineditismo. Chegou a suspeitar que o pai tivesse confidenciado suas idéias a Gauss. János nada mais publicou, embora tenha continuado suas pesquisas por toda a vida. Entre seus pertences pessoais, ainda hoje guardados, encontram-se mais de vinte mil folhas manuscritas.

Em 1829 (3 anos antes da publicação do *Tentamen*), Lobachevsky publica no desconhecido *Mensageiro de Kazan* o artigo sobre os *princípios da Geometria*. O russo Nicolai Lobachevsky (1793-1856), órfão de pai aos sete anos, frequentou a Universidade de Kazan sob grandes dificuldades financeiras. Aos 21 anos foi admitido como professor dessa Universidade e aos 35 anos, foi nomeado reitor. É considerado maior matemático russo de seu tempo. Inicialmente, acreditou na existência de uma prova, inclusive divulgou em 1826 Uma Demonstração Rigorosa do teorema das paralelas. Três anos depois, ele tinha trocado de ponto de vista e publicou o seminal artigo onde assume como 5º postulado: *em um ponto fora de uma reta incidem duas retas que não a intersectam*. Lobachewsky foi o primeiro a publicar seus trabalhos, cabendo a ele a honra da descoberta desta geometria que ele também chamou de Imaginária.

No entanto, as dúvidas referentes à consistência da geometria hiperbólica, só foram dirimidas no final do século XIX, quando matemáticos como Eugenio Beltrami (1835-1900), Henri Poincaré (1854-1912) e Felix Klein (1849-1925) criaram no universo euclidiano modelos para essa nova geometria. Um modelo para um determinado sistema axiomático é uma interpretação dada aos conceitos primitivos de modo que os axiomas sejam todas propriedades verdadeiras. Vamos aqui falar do modelo do disco de Poincaré, pois é nele que se apóia a nossa proposta de mini-curso.

## A CONSTRUÇÃO DO MICRO MUNDO “DISCO DE POINCARÉ”

Nos softwares de geometria dinâmica, o processo de construção das figuras é feito mediante o uso de menus em linguagem natural da geometria, como por exemplo, ponto, reta passando por dois pontos, retas paralelas, retas perpendiculares, círculos. Mas, tais softwares oferecem muito mais do que a possibilidade de efetuar construções geométricas de modo rápido e preciso. Eles oferecem a possibilidade de movimentar as figuras geométricas, mudando tamanho e posição, mas guardando as propriedades geométricas que as caracterizam. É apostando nesta característica do GeoGebra que construímos o micro-mundo Disco de Poincaré.

Para construir este micro-mundo utilizamos, de forma intensa, o recurso *Criar uma Nova Ferramenta* do GeoGebra. As diferentes ferramentas do menu hiperbólico são resultantes de construções feitas na geometria euclidiana e que foram automatizadas através deste recurso.

Para ilustrar o uso do recurso “*Criar uma Nova Ferramenta*” do GeoGebra, vamos apresentar o procedimento de construção de uma das ferramentas do menu hiperbólico. Escolhemos fazer a construção da *h-reta* hiperbólica, pois no procedimento tem-se também interessante propriedade da geometria euclidiana. De início construímos o *Disco* de centro *A* passando por *B*, usando *Círculo dado centro e um de seus pontos*, e dando-lhe o destaque de borda pontilhada em vermelho para indicar o horizonte hiperbólico. Nota: O *Disco* é o conjunto de pontos que estão no interior do círculo pontilhado.

Tendo-se o *Disco* e dois de seus pontos *C* e *D*, o problema que se apresenta é como construir uma circunferência ortogonal ao horizonte do *Disco*, passando por *C* e *D*. Relembramos aqui que uma reta hiperbólica, que vamos referir como *h-reta*, é um arco de tal círculo ortogonal ao horizonte do *Disco*.

Adiantamos que é no menu das transformações geométricas, disponível no GeoGebra, que vamos encontrar a solução do problema - trata-se da transformação *Reflexão em Relação a um Círculo (Inversão)*.

Assim, tendo-se o *Disco* e seus dois pontos *C* e *D*, o procedimento de construção da *h-reta* é: Aplicamos a *Reflexão em Relação a um Círculo (Inversão)* no ponto *C*, aqui tomando o círculo pontilhado que é o horizonte hiperbólico, e obtemos o ponto refletido *C'*.

1. Aplicamos o menu *Círculo definido por Três Pontos* nos pontos *C*, *C'* e *D*.
2. Para a construção do arco que corresponde a *h-reta*, marcamos os pontos *E* e *F* de intersecção dos dois círculos.
3. Aplicamos *Mediatriz* nos pontos *E* e *F*. Após marcamos o ponto *G* de intersecção da reta mediatriz com o círculo ortogonal já construído. É importante a construção desta mediatriz para garantir que o arco que definirá a *h-reta* fique no interior do círculo pontilhado.
4. Aplicamos *Arco Circular definido por Três Pontos* nos pontos *E*, *G* e *F*.
5. Aplicamos *Exibir/Esconder Objeto* nos pontos *C'*, *E*, *F* e *G*, na reta mediatriz e no círculo ortogonal.



## O DISCO DE POINCARÉ E POSSIBILIDADES PARA O ENSINO

### Atividade 1: Retas e Paralelismo

- a) Quantas h-retas passam por dois pontos A e B do Disco? Movimente o ponto A e observe o comportamento da h-reta.
- b) Dado uma h-reta e um ponto P que não pertence a ela, quantas h-retas passam por P e não interceptam a h-reta dada?
- c) Como podem ser os feixes de h-retas paralelas?

### Atividade 2: Segmento, semirreta, ângulo e retas perpendiculares.

- a) A partir de três pontos C, D e E construa um ângulo de vértice D.
  - Como é a variação da medida desse ângulo?
  - Quando a medida se aproxima de 0 grau?
  - Quando a medida se aproxima a 180 graus?

Sugestão: Movimente o vértice D e observe a medida do ângulo.
- b) Dada uma h-reta e um ponto P nesta h-reta, quantas h-retas perpendiculares a h-reta dada e passando por P podem ser construídas?
  - Movimente o ponto P e observe o comportamento das duas h-retas. Em que situação o conceito de h-perpendicularidade é o mesmo conceito de perpendicularidade da geometria euclidiana?
- c) Dada uma h-reta e um ponto P fora desta h-reta, quantas retas perpendiculares a reta dada e passando por P podem ser construídas?
  - Movimente o ponto P e observe o comportamento das duas h-retas. Em que situação o conceito de h-perpendicularidade coincide com o conceito de perpendicularidade da geometria euclidiana?
- d) Dadas duas h-retas que se interceptam, como se comporta os pares de ângulos adjacentes?
  - Como se comportam os pares de ângulos opostos pelo vértice?

### Atividade 3: Distância e Círculos

- a) Construa um h-círculo de centro A passando por B. Movimente os pontos A e B e observe o comportamento do raio.
  - O que acontece quando aproximamos o centro do h-círculo do horizonte do disco?
  - O que acontece quando aproximamos o centro do h-círculo do centro do disco?
  - Quando o centro do h-círculo se aproxima do seu centro euclidiano?
- b) Usando círculo, construa diferentes caminhos de uma criatura, que se move no Disco com passos de mesmo tamanho.
  - Quando, ao nosso olhar, o caminho se parece com um caminho euclidiano?

### Atividade 4: Triângulos

- a) O conhecido procedimento de construção do triângulo equilátero funciona no disco?
  - Quando o h-triângulo equilátero se parece com um triângulo euclidiano?
- b) Como se comporta a medida dos h-ângulos de um h-triângulo equilátero?
- c) Como construir um h-triângulo isósceles?

- Os h-ângulos da base do h-triângulo são congruentes entre si?
- Movimente os h-vértices e observe as formas possíveis para um h-triângulo isósceles.

Atividade 5 : Soma dos ângulos de um h-triângulo

- Construa um h-triângulo, movimente seus vértices e responda: a soma dos h-ângulos de um h-triângulo pode ser quase zero?
- Como deve ser o h-triângulo para que a soma dos ângulos internos se aproxime de  $180^\circ$ ?
- O que se pode dizer sobre a soma dos ângulos de um h-triângulo?
- Se as duas h-diagonais de um h-quadrilátero se bissectam em seus pontos médios e são congruentes, que tipo de h-quadrilátero se obtém?

Atividade 6: Quadriláteros

- O procedimento de construção de quadrado usado na geometria euclidiana funciona na geometria hiperbólica?
- Quando um h-quadrilátero regular fica parecido com um quadrado euclidiano?
- É possível construir um h-quadrilátero com quatro ângulos retos?
- Se as duas h-diagonais de um h-quadrilátero se bissectam em seus pontos médios e são congruentes, que tipo de h-quadrilátero se obtém?

#### REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ANDRADE, Plácido. **Introdução à Geometria Hiperbólica**. 1ª. ed. Rio de Janeiro: SBM, 2013.

BARBOSA, João L. M. **Geometria Hiperbólica**. 1ª. ed. Rio de Janeiro: IMPA, 2002.

BARBOSA, João L. M. **Geometria Euclidiana Plana**. 6ª. ed. Rio de Janeiro: SBM, 2004.

BOYER, C. B. **História da Matemática**. 1ª. Ed. São Paulo: Editora Edgard Blücher, 1996.

RIBEIRO, R. D. G. **O ensino das geometrias não-euclidianas: um olhar sob a perspectiva da divulgação científica**. Dissertação de Mestrado Profissionalizante em Educação Matemática, Faculdade de Educação da Universidade de São Paulo, 2012.

RIBEIRO, R. S. **Geometrias Não-Euclidianas na Escola: Uma proposta de Ensino Através da Geometria Dinâmica**. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 2013. Disponível em: <<http://www.lume.ufrgs.br/>>.

# **GERENCIANDO UMA MICROEMPRESA COM O AUXÍLIO DA MATEMÁTICA E DO EXCEL: UM CONTEXTO DE MODELAGEM**

**Fernanda Maura M. da Silva Lopes**<sup>1</sup>  
**Lorena Luquini de Barros Abreu**<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Universidade Salgado de Oliveira/ Juiz de Fora, fernanda.maura@bol.com.br

<sup>2</sup> Universidade Salgado de Oliveira/ Juiz de Fora, llbabreu@gmail.com

## **Resumo**

A presente oficina tem como objetivo apresentar e discutir uma proposta de atividade pedagógica utilizando-se da Modelagem Matemática auxiliada pela ferramenta computacional Microsoft Excel®. A atividade que se propõe consiste na apropriação de uma situação problema relacionada ao controle financeiro de uma Microempresa (à título de limitação usaremos o contexto de comércio de vestuário) que será gerenciada pelo aluno. Esta atividade destina-se aos alunos do 9º ano do Ensino Fundamental e do 1º ano do Ensino Médio, pois envolverá a construção de conhecimentos acerca das funções constantes e das funções do 1º grau. Além do desenvolvimento de habilidades relativas às definições de variáveis dependentes, independentes e de custos fixos, da construção de funções e do conhecimento de ferramentas do Microsoft Excel®, o aluno terá a oportunidade de desenvolver sua criatividade e seu empreendedorismo (formação para o trabalho), quando for colocado para pensar sobre a organização e o planejamento de uma Microempresa. Para compor esta oficina, apresentaremos um breve sobre Modelagem Matemática e utilização de recurso computacional como recurso pedagógico, pois essas ideias fundamentam o trabalho que será desenvolvido, além de apresentarmos a metodologia que será utilizada no desenvolvimento da atividade. Embora reconheçamos as dificuldades inerentes ao trabalho com tecnologias em sala de aula, acreditamos que um trabalho desafiador e inovador motivará alunos e professores na busca por contextos de aprendizagem significativos.

**Palavras-Chave:** Modelagem Matemática. Recurso computacional no Ensino de Matemática.

## **JUSTIFICATIVA**

A utilização educacional da tecnologia e a inclusão digital são temas recorrentes nas discussões acadêmicas bem como nas agendas de programas políticos educacionais, o que não necessariamente garante a aplicabilidade dos conceitos que são apresentados e discutidos no trabalho docente em sala de aula.

No cenário da educação matemática apresentam-se, em diversos níveis escolares, estudos relacionados às aplicações de tecnologias no ensino da matemática, enfatizando a

utilização de diferentes interfaces apresentadas em softwares que se dedicam a proporcionar novas possibilidades no modo de ensinar e aprender matemática.

O problema que se coloca é que, muitas vezes, o professor não se apropria dessas tecnologias (por uma infinidade de motivos como falta de tempo, interesse, motivação, incentivo) e, por conseguinte, ao aluno, não é apresentado novos contextos de aprendizagem, mais atrativos e interessantes. Assim, estamos sendo levados novamente aos mesmos caminhos que outrora seguimos, em discordância com a proposta inovadora de ensino/aprendizagem impregnada na cultura da inclusão digital. Pensar então numa forma de apropriação das tecnologias no ensino da matemática de forma simples e objetiva será de alguma forma, pensar numa maneira de não utilizá-las para repetir o que já era feito nas escolas, pois essa *escola de antigamente* está cada vez mais perdendo espaço numa sociedade que lida com mudanças nas formas de ver e perceber o mundo.

Nesta oficina optamos pela utilização de um recurso computacional acessível que não tem, necessariamente, uma motivação educacional, pois não foi construído a partir de uma intencionalidade pedagógica mas que, no entanto, apresenta inúmeras possibilidades dentro da educação matemática. O Microsoft Excel ® oferece uma infinidade de opções de organização de dados e planejamento, no entanto, a maior parte dos trabalhos que se apresentam em relação à aplicação dessa ferramenta nas aulas de matemática se destinam à sua utilização na estatística construindo tabelas e gráficos. Nesse trabalho iremos apresentar uma opção de atividade criativa com o gerenciamento de uma Microempresa, utilizando-se dos conceitos de funções e levando o aluno a apropriar-se de um contexto específico através da Modelagem matemática para sua formação.

## **OBJETIVOS**

Este minicurso tem como objetivo apresentar uma possibilidade de aplicação de conhecimentos matemáticos no Excel ® associando uma situação prática de organização de planilha de um comércio com a teoria de Funções trabalhada em sala de aula. Os participantes da oficina serão convidados a simularem a organização e o gerenciamento de uma Microempresa observando despesas fixas e variáveis, gerarem estimativas baseadas em observações anteriores e construirão painéis integrados no Excel ®. Essas ações tem a intenção de construir conexões entre conhecimentos matemáticos, recursos computacionais e gerenciamento, numa proposta de atividade interativa e de motivação pedagógica.

## **REFERENCIAL TEÓRICO**

Muitas aulas de matemática são tidas como monótonas e angustiantes, devido ao fato dos educadores não buscarem alternativas, eles acabam por seguirem fórmulas que são apresentadas de forma mecânica, e muitas vezes distantes da realidade dos alunos. Uma possível alternativa é a utilização da Modelagem Matemática, uma metodologia que oportuniza ao professor um trabalho associando a matemática acadêmica com as respectivas realidades de seus alunos.

Bassanezi (2002) relata o modelo matemático como a formalização daquilo que reflete sobre uma parte da realidade e posteriormente, passa a agir sobre essa. Desta forma, os alunos são convidados a participarem ativamente na construção dos modelos e não recebê-los prontos e definidos.

A atividade proposta neste minicurso proporcionará, aos frequentadores, um controle de suas microempresas e uma utilização de modelos matemáticos na realização de

seus cálculos com o auxílio da planilha Excel, associando uma situação real com a matemática de sala de aula.

Bean (2007, p. 39), relata que a “modelagem se caracteriza pela construção de novos modelos para situações onde os modelos vigentes não se adequam aos fenômenos, sob a luz dos objetivos do modelador”.

Com a montagem de uma microempresa, os envolvidos na atividade, partindo de uma situação real buscarão modelos que resolvam suas angústias, e interpretem suas respectivas soluções.

Abreu (2011, p. 143) relata em sua pesquisa, um trabalho com a modelagem como “um possível caminho para a ação pedagógica do professor em sala de aula, por se tratar de um ambiente investigativo e que possibilita a reflexão e a criticidade dos alunos”.

## **METODOLOGIA**

Este minicurso resume-se na apresentação das concepções que norteiam a atividade proposta, na vivência do gerenciamento de uma microempresa como contexto de aprendizagem matemática e na troca de experiências entre os participantes. Nesse sentido, o minicurso de quatro horas de duração será dividido em quatro etapas:

*Primeira Etapa* (duração 30 minutos): esta etapa consiste na apresentação das considerações teóricas que fundamentam o trabalho justificando para o público participante a associação que será feita entre Modelagem Matemática e a atividade que nos propomos desenvolver nessa oficina, utilizando-se do recurso computacional Microsoft Excel ®. Este momento será também de apresentação dos participantes da oficina e de suas expectativas e experiências na intenção de fazer do ambiente da oficina um ambiente de troca e de aprendizagem conjunta.

*Segunda Etapa* (duração 30 minutos): nesta etapa iremos propor aos participantes que se dividam em grupos de 5 para que possam pensar, de forma geral, nas questões que envolvem o gerenciamento de uma Microempresa de Vestuário. Sugerimos a reflexão acerca dos seguintes questionamentos:

- i. Quais tipos de gastos temos numa empresa desse tipo?
- ii. É possível controlar a receita? Prever a receita?
- iii. É possível controlar, estimar os gastos?
- iv. Há matemática nesses controles, nessas estimativas?
- v. Fazer um gerenciamento de uma empresa desse tipo auxilia sua administração?

Nosso objetivo é motivar o participante e dar-lhe a possibilidade de pensar nas inúmeras aplicações que uma atividade contextualizada pode oferecer aos nossos alunos.

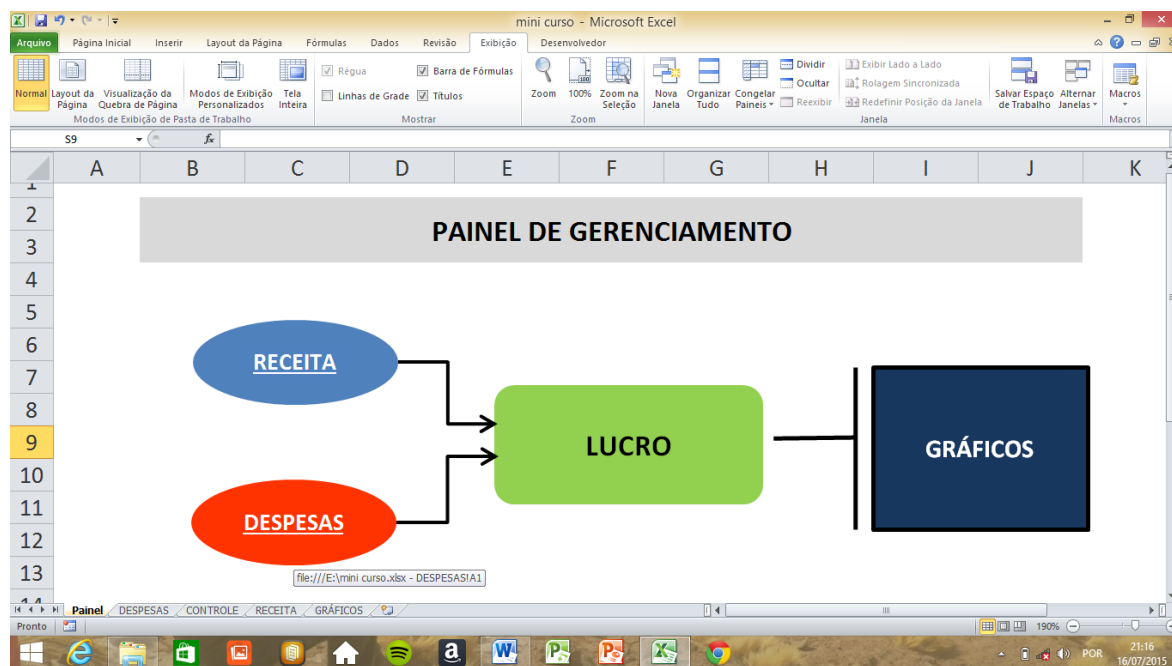
*Terceira Etapa* (duração 2 horas): este é o momento de irmos à prática. Inicialmente apresentaremos as Planilhas de Gastos, Receita e Controle para que possamos observar os dados iniciais que alimentarão nossa atividade. A necessidade de uma planilha inicial de alimentação se deve à limitação temporal da oficina. Nossa sugestão é que, em atividade na sala de aula, essas planilhas de alimentação possam surgir da Segunda Etapa onde são discutidos possibilidades de construção desses dados.

Com as planilhas de alimentação compreendidas, vamos passar para a construção de um Painel. Esse painel tem a função de interligar as demais planilhas e apresentar, numa única planilha, uma visão geral da microempresa, mostrando estimativas de gastos, receita e lucro, com alimentação diária. Esse Painel é uma forma de organização dos dados de forma lógica, sintética e conclusiva. O gerente poderá acompanhar diariamente a evolução

de sua empresa criando estratégias de mercado para suprir possíveis defasagens ou prejuízos à tempo.

Na construção do Painel (Figura 1) iremos destacar a dinamicidade da atividade, pois uma vez que variamos valores de receita ou de gastos o resultado geral da microempresa irá se modificar. Isso revela como alterações nas ações diárias como economia de energia ou de telefone, ou uma promoção relâmpago podem modificar o cenário de uma microempresa.

**Figura 1: Painel de gerenciamento**



Fonte: autoria própria (2015)

Para finalizar o trabalho faremos a construção de gráficos no Excel® a fim de dinamizar a apresentação dos dados e agilizar sua leitura para o público em geral.

*Quarta Etapa* (Duração 1 hora): a finalização das atividades nessa quarta etapa contará com uma exposição final explorando a dinâmica utilizada e o alcance dos objetivos que foram propostos. A ideia é instituir um debate sobre o contexto de aprendizagem apresentado e como ele se relaciona com a proposta de Educação Matemática em destaque nas escolas de nível fundamental e médio em que atuamos como professores.

| <b>INFORMAÇÕES GERAIS</b>                                                                                                                          |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>Título do minicurso:</b> GERENCIANDO UMA MICROEMPRESA COM O AUXÍLIO DA MATEMÁTICA E DO EXCEL: UM CONTEXTO DE MODELAGEM                          |
| <b>Instituição dos autores:</b> Universidade Salgado de Oliveira – Juiz de Fora                                                                    |
| <b>Nome dos autores:</b> Fernanda Maura M. S. Lopes e Lorena Luquini de Barros Abreu                                                               |
| <b>País dos autores:</b> Brasil                                                                                                                    |
| <b>Número de horas mais convenientes (4):</b> 4 horas                                                                                              |
| <b>Nível de escolarização para o qual será dirigido:</b> Ensino Fundamental II e Ensino Médio                                                      |
| <b>Número máximo de pessoas:</b> 20 pessoas                                                                                                        |
| <b>Equipamentos audiovisuais ou informáticos:</b> projetor multimídia e computadores com Microsoft Excel® para os participantes (número máximo 20) |

#### REFERÊNCIAS

ABREU, Lorena Luquini De Barros. **Estudando Conteúdos Matemáticos Com Direcionamentos De Modelagem Matemática: O Caso Da Função Afim**. Disponível em: <<http://www.ufjf.br/mestradoedumat/files/2011/06/Dissertacao-Lorena-Abreu.pdf>>. Acesso em: 14 Jul. 2015.

BASSANEZI, Rodney. Ensino-aprendizagem com Modelagem Matemática: uma nova estratégia. São Paulo: Contexto, 2002. 389 p.

BEAN, Dale. Modelagem matemática: uma mudança de base conceitual. In: Conferência Nacional sobre Modelagem na Educação Matemática, 5., 2007, Ouro Preto. **Anais...** Ouro Preto: CNMEM, 2007. p. 35-58.

# JOGOS MATEMÁTICOS E AÇÕES DO PROJETO VISITAS

Thais Fernanda Pinto<sup>1</sup>

Fernando Henrique de Lima<sup>2</sup>, Amanda Caroline de Freitas Santos<sup>3</sup>, Jefferson Antônio Baêta<sup>4</sup>, Maria Gabriela Hortência Mendes Braga<sup>5</sup>, Vivian Stephany Silva Andrade Santos<sup>6</sup>

<sup>1</sup>Universidade Federal de Minas Gerais/Departamento de Matemática, pthaisfernanda@gmail.com

<sup>2</sup>Universidade Federal de Minas Gerais/Departamento de Matemática, delima.fernando@gmail.com

<sup>3</sup>Universidade Federal de Minas Gerais/Departamento de Matemática, madinhasantos2@hotmail.com

<sup>4</sup>Universidade Federal de Minas Gerais/Departamento de Matemática, matematica3.14@hotmail.com

<sup>5</sup>Universidade Federal de Minas Gerais/Departamento de Matemática, gabrielahortencia@hotmail.com

<sup>6</sup>Universidade Federal de Minas Gerais/Departamento de Matemática, vivian-stephany@live.com

## Resumo

Neste minicurso, apresentamos uma proposta metodológica de ensino destinada a professores de matemática do ensino fundamental II e ensino médio e que se baseia na utilização de jogos no processo de ensino-aprendizagem de matemática na sala de aula. Temos como objetivo expor metodologias e alguns jogos matemáticos desenvolvidos nas atividades do projeto de extensão do Departamento de Matemática da Universidade Federal de Minas Gerais - UFMG, intitulado Visitas programadas ao laboratório de matemática e conhecido como projeto Visitas, além de discutir a importância de tais atividades para os alunos da educação básica e divulgar as ações do projeto, que se relacionam não somente com a formação de alunos da rede básica do ensino, mas também com a formação de professores dessa mesma área.

**Palavras-chave:** Jogos Matemáticos. Educação Matemática. Formação de Professores.

## O PROJETO VISITAS E SUAS AÇÕES

Desde 1998, o projeto Visitas oferece regularmente no Departamento de Matemática da UFMG atividades voltadas para alunos da educação básica. Em seus primeiros anos de atuação essas atividades eram voltadas somente para alunos do ensino médio e consistiam na apresentação e desenvolvimento de desafios matemáticos. Devido à sua grande aceitação, passou a receber também alunos de outras modalidades do ensino, e consciente do potencial das atividades lúdicas no ensino de matemática, incorporou em suas práticas a utilização de jogos e materiais concretos.

Atualmente, o projeto dispõe de uma equipe composta por onze monitores - alunos do curso de graduação em Matemática licenciatura da UFMG - e um coordenador, professor do Departamento de Matemática da UFMG. Os monitores são responsáveis pela oferta das atividades do projeto e são aconselhados por professores do departamento.

As atividades oferecidas pelo projeto são gratuitas e incluem oficinas semestrais de jogos matemáticos para profissionais da educação de qualquer instituição, seja ela pública ou privada, além de palestras, conferências e mini-cursos ministrados por professores da universidade ou monitores do projeto, destinadas a alunos da graduação e professores de matemática do ensino básico. Mas a principal oferta do projeto diz respeito a um momento de aprendizagem através dos jogos matemáticos, chamado *visita*.



As *visitas* são ofertadas para alunos do ensino fundamental II ou ensino médio, na modalidade regular ou educação de jovens e adultos e em sua maioria nos turnos da manhã e tarde, mas também com atendimento noturno. Elas são ministradas pelos monitores do projeto e possuem tempo de duração de aproximadamente duas horas, em que os alunos da rede básica de ensino são convidados a trabalhar conceitos, ideias e estratégias através de jogos matemáticos.

Qualquer instituição que deseja participar de uma *visita* pode agendar com a equipe do projeto, por via telefônica, um horário para desenvolver com seus alunos as atividades propostas e estes podem desfrutar de momentos de aprendizagem de forma prazerosa e divertida.

Além de propiciar aos alunos da educação básica atividades lúdicas no ensino de matemática e apresentar aos professores e outros profissionais da educação propostas de metodologias de ensino diferenciadas, o projeto *Visitas* proporciona também novas experiências para os alunos da graduação, que participam como monitores bolsistas ou voluntários e dividem nesse espaço conhecimento, enriquecendo sua formação.

## OS JOGOS MATEMÁTICOS

O ensino tradicional, caracterizado por metodologias que se baseiam em exposição dos conhecimentos adquiridos ao longo dos anos sem reflexão, atitude passiva por parte dos alunos, aprendizagem por meio de memorização de fórmulas e regras, repetição de procedimentos e falta de uso de elementos manipulativos na sala de aula ainda é predominante nas nossas escolas (SKOVSMOSE, 2000). Entretanto, ao longo das últimas décadas, o uso de outras metodologias ganhou força e busca-se cada vez mais a utilização de métodos diferenciados para promover uma melhor qualidade no processo de ensino-aprendizagem (FIORENTINI, 1995).

Na sala de aula de matemática alguns elementos estão sendo utilizados para que os alunos compreendam de forma mais efetiva os conceitos e propriedades que se desejam trabalhar, como por exemplo, jogos e materiais concretos. Através do uso desses elementos espera-se que os alunos além de adquirir motivação, possam de fato compreender a matemática, refletindo sobre seus conceitos e resultados para aplicá-los fora do ambiente escolar. Mas não podemos esperar que o uso de jogos e materiais manipulativos somente seja suficiente para garantir a eficiência na aprendizagem dos saberes matemáticos, como afirmam Carraher e Schliemann:

*não precisamos de objetos na sala de aula, mas de situações em que a resolução de um problema implique a utilização dos princípios lógico-matemáticos a serem ensinados. [...] [o material] apesar de ser formado por objetos, pode ser considerado como um conjunto de objetos 'abstratos' porque esses objetos existem apenas na escola, para a finalidade de ensino e não têm qualquer conexão com o mundo da criança. (CARRAHER; SCHLIEMANN, 1988, p.179 - p. 180).*

Mas não podemos negar que os jogos podem estimular os estudantes a aprender determinados conteúdos e podem oferecer a eles o desenvolvimento de habilidades como trabalho em equipe, persistência, cumprimento de regras, organização e a possibilidade de aplicar conhecimentos adquiridos dentro do ambiente escolar fora dele, além de representar uma opção para introduzir, desenvolver ou fixar um conceito matemático propriamente dito (GRANDO, 1995).

Acreditando nessas potencialidades dos jogos matemáticos e com o intuito de compartilhar as experiências vivenciadas no exercício da docência, em escolas ou projetos,

pretendemos apresentar e discutir algumas das atividades desenvolvidas no projeto Visitas, que são produzidas pelos monitores, inspirados em livros, artigos, periódicos, entre outras obras, (GARDNER, 1991, ZASLAVSKY, 2000, BORIN, 2004, FOMIN; GENKIN; ITENBERG, 2010). Apresentamos abaixo uma proposta de minicurso dividida em 2 dias independentes.

*Dia 1:* Apresentação do projeto Visitas, discussão das ações do projeto e aplicação dos jogos matemáticos descritos abaixo. Duração: 2 horas.

- Jogo das faces
- Cartelas mágicas
- Geometria e ação
- Jogo do tira
- Uns e dois

*Dia 2:* Apresentação do Projeto Visitas, discussão das ações do projeto e aplicação dos jogos matemáticos descritos abaixo. Duração: 2 horas.

- Jogo da corrente
- Jogo dos bodes
- Perfil geométrico
- Número secreto
- As cinco mãos de póker

A seguir, apresentamos um resumo conciso dos jogos que serão aplicados no minicurso.

### **JOGO DAS FACES**

Recomendado para alunos da educação básica de todos os anos escolares compreendidos pelo ensino fundamental II e ensino médio, o jogo das faces envolve, entre outros conceitos, a paridade dos números e o raciocínio lógico. Trata-se de um jogo de adivinhação em que cinco discos, cada um deles com uma face amarela e outra vermelha são utilizados para aplicação da atividade. Suas regras consistem em escolher uma configuração inicial para os cinco discos, por exemplo, três faces vermelhas e duas amarelas voltadas para cima. O aplicador do jogo, após visualização dessa configuração inicial, fecha os olhos e outro participante efetua cinco giros nas faces dos discos, da maneira que desejar, onde cada giro representa uma troca de cor. Em seguida, este participante esconde uma das faces e cabe ao aplicador do jogo observar a nova configuração de cores das faces voltadas para cima e adivinhar a cor da face escondida.

### **CARTELAS MÁGICAS**

Dispondo de seis cartelas, construídas de forma única e que contém números naturais de 1 a 63, o participante escolhe um dos números sem revelar sua identidade e apresenta ao aplicador do jogo somente as cartelas que possuem o número escolhido. De posse dessas cartelas, o aplicador é capaz de adivinhar o número secreto, selecionado pelo participante. Este jogo trabalha o conceito de representação do número em potências de base dois. Indicado para alunos a partir do 8º ano do ensino fundamental é uma estratégia para desenvolver o raciocínio lógico e a capacidade de estabelecer padrões em sequências numéricas.

## **GEOMETRIA E AÇÃO**

O jogo se refere à adivinhação, por meio de desenhos, de objetos e entes geométricos. Os participantes do jogo escolhem um cartão ao acaso, onde nele estão contidos o nome do objeto geométrico, bem como sua definição. Após sua representação por meio de um desenho, os demais participantes devem acertar o objeto geométrico indicado na ficha. Geometria e ação é uma estratégia que pode ser utilizada na sala de aula com o objetivo de fixar alguns conteúdos da área de geometria e é indicado para alunos a partir do 8º ano do ensino fundamental.

## **JOGO DO TIRA**

Com o objetivo de trabalhar equivalência de frações, o jogo do tira é uma atividade composta por dois jogadores, que por meio da sorte e noções de parte, todo e equivalência devem realizar trocas até que se obtenha o todo de uma determinada peça. Para a aplicação do jogo utiliza-se um material composto por um círculo, que representa o todo e grupos de peças, que representam partes desse círculo. Essa é uma atividade recomendada para alunos a partir do 6º ano do ensino fundamental e pode ser utilizada pelo professor em sala de aula para desenvolver do conteúdo de frações.

## **UNS E DOIS**

Dois jogadores retiram alternadamente de uma determinada sequência de algarismos 1 e 2, dois algarismos a sua escolha. Caso os algarismos escolhidos para retirada sejam iguais, um novo algarismo 2 é incluído na sequência, mas caso sejam distintos um novo algarismo 1 é incluído. Se após as jogadas restar apenas um algarismo 1, o primeiro jogador que realizou a retirada vence, mas caso restar um único algarismo 2, o segundo jogador ganha a partida. Este jogo é indicado para alunos a partir do 6º ano do ensino fundamental e é capaz de desenvolver o raciocínio lógico e habilidade de descobrir a estratégia vencedora de um jogo por meio de conceitos matemáticos.

## **JOGO DA CORRENTE**

Diante de um tabuleiro composto por vinte casas numeradas, que representam elos de uma corrente e canetas para marcações, dois jogadores jogam alternadamente com o objetivo de marcar o último elo do tabuleiro. Para isso, eles devem decidir quem começa o jogo e o iniciante deverá começar suas jogadas pela casa 1, cumprindo sempre a regra de marcar no mínimo uma e no máximo duas casas consecutivas. Em sua vez de jogar cada um dos jogadores deve cumprir a regra descrita anteriormente sem pular casas do tabuleiro. O jogo da corrente é indicado para alunos dos ensinos fundamental II e médio e pode ser desenvolvido para explorar o conceito de divisão de números naturais e até mesmo de progressões aritméticas quando é feita uma abordagem de sua estratégia vencedora.

## **AS CINCO MÃOS DE POKER**

O jogo As cinco mãos de poker é um jogo envolvendo mágica com baralhos, indicado para alunos a partir do 6º ano do ensino fundamental. Trata-se da adivinhação das cartas escolhidas por cinco participantes que, seguindo instruções, realizam uma sequência de tarefas, possibilitando o acerto pelo aplicador do jogo das cartas escolhidas por cada

participante dentre uma coleção de cartas de um baralho comum. O jogo é capaz de promover e estimular o raciocínio lógico dos participantes, que buscam descobrir a *mágica* envolvida.

### **JOGO DOS BODES**

Para trabalhar conceitos de probabilidade explora-se o jogo dos bodes que consiste na reflexão de uma decisão: trocar ou não a escolha feita. Em um envelope são colocados três cartões numerados de 1 a 3, um deles com a figura de um prêmio, um carro, por exemplo, nos outros dois a figura de um bode em cada um. O participante do jogo escolhe, ao acaso, um dos cartões e em seguida é mostrado a ele um bode contido em um dos outros dois cartões não escolhidos. Após essa revelação o participante, que desconhece o conteúdo de sua escolha, deve decidir em permanecer com o cartão escolhido ou trocar. Este jogo é indicado para alunos a partir do 1º ano do ensino médio e nele são discutidas as vantagens e desvantagens de se fazer a troca.

### **PERFIL GEOMÉTRICO**

Através da necessidade de trabalhar conceitos geométricos através de jogos e inspirado em um jogo já existente, conhecido como Perfil foi desenvolvido no projeto Visitas o jogo perfil geométrico, que possui em sua composição cartelas de dicas. Ele pode ser útil para o professor de matemática na fixação de determinados conteúdos da área de geometria, é indicado para alunos do ensino médio e desenvolve definições e propriedades de entes geométricos.

### **NÚMERO SECRETO**

Cartelas com números naturais de 1 a 20 são dispostas em uma mesa. O aplicador do jogo escolhe um desses números e o objetivo dos dois jogadores que participam da atividade é acertar o número escolhido com a menor quantidade de perguntas. Para adivinhar o número cada jogador realiza perguntas ao aplicador e este só poderá responder a eles com a palavra sim ou não, dizendo sempre a verdade. Cada um dos jogadores não pode escutar a pergunta do outro, nem mesmo a resposta dada a cada uma delas. Este jogo é uma boa oportunidade para explorar a criatividade dos participantes, que podem utilizar em suas perguntas conceitos como divisibilidade e intervalo numérico e é indicado para alunos dos ensinos fundamental II e médio.

### **REFERÊNCIAS**

BORIN, Júlia. **Jogos e resolução de problemas**: uma estratégia para as aulas de matemática. 5ª. ed. São Paulo: CAEM / IME-USP, 2004.

CAHARRER, T. CAHARRER, D. SCHLIEMANN. **Na vida dez, na escola zero**. 14ª edição. São Paulo: Cortez, 1998

FIORENTINI, D. Alguns modos de ver e conceber o ensino da matemática no Brasil. **Revista Zetetiké**, Campinas (SP): UNICAMP, ano 3, nº 4, p. 1-38, nov., 1995.

FOMIN, D.; GENKIN, S.; ITENBERG, I. **Círculos matemáticos**: a experiência russa. Tradução de Valéria Magalhães Iório. Rio de Janeiro: IMPA, 2010.

GARDNER, M. **Matemática: magia e mistério**. Lisboa: Gradiva Publicações, 1991.

GRANDO, R. C. **O Jogo e suas Possibilidades Metodológicas no Processo EnsinoAprendizagem da Matemática**. 1995. Dissertação (Mestrado em Educação, subárea: Matemática) – UNICAMP, Campinas, 1995.

SKOVSMOSE, O. Cenários para investigação. **Bolema – Boletim de Educação Matemática**, Rio Claro, n. 14, p. 66 – 91, 2000.

ZASLAVSKY, Claudia. **Jogos e atividades matemáticas do mundo inteiro**. Tradução: Pedro Theobald. Porto Alegre: Artes Médicas Sul, 2000.

ALBUQUERQUE, I. de. Jogos e recreações matemáticas. Rio de Janeiro: Conquista, 1958.

FIorentini, D.; Miorim M. A. Uma reflexão sobre o uso de materiais concretos e jogos no ensino da Matemática -Texto extraído do Boletim da SBEM-SP, n. 7, de julho-agosto de 1990.

GARDNER, M. **Matemática: magia e mistério**. Lisboa: Gradiva Publicações, 1991.

# MATEMÁTICA E MEIO AMBIENTE: SUA IMPORTÂNCIA PARA A NOSSA VIDA E PROPOSTAS DE ATIVIDADES PARA SALA DE AULA

**Pedro Carlos Pereira<sup>1</sup>**

<sup>1</sup>Professor Adjunto do Departamento de Matemática da UFRRJ

Equipe<sup>2</sup>: Robert Rene Michel Junior, Jéssica Nascimento das Neves, Luciana da Silva Caetano de Almeida, Gabrielle Santiago de Souza, Grazielle Santiago de Souza, Natalia Castelano de Souza, Charmane Moura da Silva, Maiara Navarini Martins, Maira Blanco Martinez Forcato, Nelson David Amado Jurado, Daiane Soares da Cruz, Alberto Barcelos, Arthur da Silva Moraes e Thaís Muniz Lopes dos Santos.

<sup>2</sup>Alunos do Curso de Licenciatura em Matemática da UFRRJ

## Resumo

A proposta de trabalho que ora apresentamos é fruto das ações desenvolvidas pelo grupo de pesquisa do Programa de Educação Tutorial Matemática e Meio Ambiente da UFRRJ - *MATEMÁTICA E MEIO AMBIENTE: SUA IMPORTÂNCIA PARA A NOSSA VIDA E PROPOSTAS DE ATIVIDADES PARA SALA DE AULA*. Procuramos em nosso trabalho subsidiar os professores e alunos da Educação Básica, em sala de aula, para uma melhor conscientização em relação à cultura e preservação da água, apresentando suas diferentes formas de uso, seus ciclos, sua importância para a vida e para a história dos povos.

**Palavras Chave:** Modelagem Matemática e a Educação Matemática; Licenciatura em Matemática; Formação Continuada do Professor de Matemática.

## O Curso de Matemática na UFRRJ

No ano de 1976 a UFRRJ criou os cursos de Licenciatura em Ciências, nas modalidades de Física, Química, Biologia e Matemática. Em 1986, essas modalidades foram reestruturadas em graduações nas respectivas áreas. A Graduação em Matemática até o ano de 2000 possuía as modalidades de Bacharelado e Licenciatura, e em 2004, é adicionado o Bacharelado em Matemática Aplicada e Computacional.

O Curso de Graduação em Matemática tem como objetivo geral:

*"Formar um profissional de Matemática socialmente integrado, crítico em sua capacidade de análise e proposição no enfrentamento científico, tecnológico e social e, sobretudo, capaz de produzir, aplicar e ensinar a matemática, interagindo com outras áreas do conhecimento científico."*

(PPP-Projeto Político Pedagógico, p. 6, 2007)

Acreditamos que para ter a formação tão ampla quanto à apreendida no objetivo acima, o graduando deverá ter, durante seu curso, contato em diferentes áreas da ciência, proporcionando uma vasta experiência ligada à Matemática.

Nosso projeto visar contemplar as experiências que deverão abrir, diante dos olhos do aluno, todo um campo de aplicabilidade da Matemática, mostrando o seu desenvolvimento sócio-histórico, o seu processo de construção como ciência e que tem suas bases vista como instrumento para outras áreas. Além disso, o aluno deverá ter uma sólida compreensão dos conceitos matemáticos.

Mais uma vez citando o PPP, um dos estruturantes do curso de Graduação em Matemática é a concepção de que o egresso do curso deve perceber que o conhecimento científico é patrimônio da humanidade e deve ser aplicado em seu benefício, sobretudo na preservação da natureza e do homem. Tendo a questão ambiental como um ponto central em nosso projeto, o aluno será levado a discuti-la a partir da busca e compreensão da complexidade de fatores envolvidos na implantação de um aterro sanitário.

O presente projeto tem como base o estudo e compreensão da situação-problema: o Aterro Sanitário de Seropédica, buscando levar o aluno a uma atitude de investigação frente a ele. Os estudantes serão levados a procurar pontos-chave da problemática com que se defronta, devendo utilizar-se de ferramentas matemáticas, ou mesmo instrumentos de outras áreas, para teorizar e propor possíveis soluções. Por fim, deverá avaliar se o proposto está de acordo com a situação-problema inicial.

Acreditamos que ao trabalhar, segundo essa metodologia de estudo, o futuro egresso enriquecerá o elenco de práticas pedagógicas possíveis de que poderá lançar mão. Além disso, terá a oportunidade de praticar as competências e habilidades necessárias a uma atitude investigativa que, esperamos, venha adotar em seu exercício profissional. Mais ainda, terá a chance de estudar, ou mesmo criar modelos que propiciem a ele um melhor entendimento da situação-problema que investiga. Em todas essas situações, acreditamos que o futuro profissional poderá elaborar, praticar e mesmo adotar para si habilidades mais que desejáveis em seu campo de trabalho.

O Projeto Político Pedagógico do Curso de Matemática nos aponta um perfil do estudante ingressante no curso bastante desafiador, para nós. Ou seja, o aluno apresenta uma série de deficiências em sua formação na Educação Básica. Este fato contribui para que o discente tenha muitas dificuldades no início do curso, pois as disciplinas são lecionadas de forma descontextualizada e num grau de aprofundamento a que não está acostumado, gerando assim um desinteresse por parte dos alunos. Outro fato a ser considerado é que o estudante ainda, não tem o grau de amadurecimento intelectual suficiente para acompanhar o curso, acarretando, assim, um alto grau de retenção nessas disciplinas iniciais do curso de Matemática.

Em nosso projeto pretendemos contribuir para a superação desse verdadeiro gargalo do curso de Matemática. Os alunos bolsistas trabalharão conteúdos matemáticos que julgamos necessários para que um aluno tenha sucesso no curso. Para tanto, realizaremos um conjunto de atividades visando a remediação com os alunos dos primeiros períodos, empregando a metodologia proposta.

### **Modelagem Matemática e Meio Ambiente**

A Modelagem tem sido apontada como uma metodologia viável para a prática didática com diversos conteúdos matemáticos. Diversos autores, Bassanezzi (1994), Barbosa (2000) e Bean (2001) relatam experiências bem sucedidas com essa metodologia em diversos níveis de ensino.

A metodologia da Modelagem possui duas correntes básicas: a corrente pragmática e a científica. A corrente pragmática trabalha com conteúdos matemáticos que podem ser aplicados ao contexto extra-matemático. Ficam excluídos, portanto, todos os conteúdos que não possuem aplicabilidade imediata. Dessa forma a Modelagem, segundo Barbosa, dentro dessa concepção, pressupõe que os modelos a serem desenvolvidos devem ser úteis à sociedade.

A segunda, corrente científica, já tem uma visão, digamos, mais internalista no enfoque que dá à relação da Matemática com as demais áreas. Mais uma vez citando Barbosa, os modelos matemáticos devem servir como motivadores para o trabalho com

conteúdos da própria matemática. Em outras palavras: a Matemática, suas estruturas e relações devem ser o parâmetro fundamental para se ensinar conteúdos da disciplina, não devendo ser abandonada.

No projeto que ora apresentamos *MATEMÁTICA E MEIO AMBIENTE: SUA IMPORTÂNCIA PARA A NOSSA VIDA E PROPOSTAS DE ATIVIDADES PARA SALA DE AULA* utilizará como metodologia a primeira visão da Modelagem, a corrente pragmática.

Um dos objetivos do trabalho com Modelagem reside na construção e estudo de modelos matemáticos que possibilitem a melhor compreensão de problemas realistas. O que caracteriza a construção do modelo a ser utilizado são hipóteses simplificadoras que, apesar de levarem ao abandono de vários aspectos da realidade, permitem que se lance mão de ferramentas matemáticas de uma maneira mais eficaz:

*“A essência da modelagem matemática consiste em um processo no qual as características pertinentes de um objeto ou sistema são extraídas, com a ajuda de hipóteses e aproximações simplificadoras e representadas em termos matemáticos (o modelo). As hipóteses e as aproximações significam que o modelo criado por esse processo é sempre aberto à crítica e ao aperfeiçoamento.”* (Bean, 2001, p.53)

O fazer matemático com Modelagem tira o estudante da postura passiva tradicionalmente assumida em nossas salas de aula. O aluno, inserido nessa metodologia, é levado a pesquisar, fazer hipóteses, testá-las e criticá-las, aplicando os conhecimentos matemáticos já construídos, ou em processo de construção, na elaboração do modelo e procurando possíveis soluções para o mesmo. Além disso, o estudante deverá testar se as suas soluções encontradas são pertinentes à situação-problema proposta inicialmente.

Outro ponto a ser destacado é que, dentro da proposta metodológica da Modelagem, as situações problema a serem estudadas devem ser construídas a partir do interesse dos próprios alunos. Portanto, os problemas propostos devem ser elaborados a partir do contexto sócio cultural dos discentes, de suas experiências com outras áreas do conhecimento, ou com a própria Matemática. Isso coloca nosso trabalho, *MATEMÁTICA E MEIO AMBIENTE: SUA IMPORTÂNCIA PARA A NOSSA VIDA E PROPOSTAS DE ATIVIDADES PARA SALA DE AULA* numa perspectiva que encara o ensino da Matemática sendo capaz de instrumentalizar o aluno para uma postura crítica e atuante em sociedade, pois acreditamos ser esta uma das razões de ensinar Matemática. Segundo D’Ambrósio:

*“(...) deve ser encontrada num contexto sociocultural, procurando situar o aluno no ambiente de que ele é parte, dando-lhe instrumentos para ser um indivíduo atuante e guiado pelo momento sociocultural que ele está vivendo,”* (p.63,1986)

O trabalho com Modelagem consiste encontrar modelos matemáticos que permitam descrever fenômenos da realidade. Nesse processo de procura do modelo adequado que descreva o fenômeno, as hipóteses aproximativas são feitas de forma a possibilitar a sua construção. Claro que, nesse processo de aproximações parte da realidade é perdida, tudo isso deve ser levado quando da validação do modelo quanto a sua capacidade de descrever o real. Como bem nos diz D’Ambrósio (1986, p.65), esse jogo característico da modelagem de tentar ter um quadro o mais fidedigno possível do



real, sendo um processo *holístico*, a partir de reduções dessa mesma realidade, sendo por isso *reducionista*, deve ser bem trabalhado com o aluno na elaboração de suas conclusões. Esse processo está na essência do método científico e deveria ser trabalhado em todos os níveis de escolarização.

Numa sociedade onde as necessidades sociais, culturais e profissionais ganham novos contornos, todas as áreas requerem alguma competência em Matemática e procedimentos que ajudem a estruturar o pensamento, fazer argumentações, organizar o raciocínio lógico-dedutivo, o uso de novas tecnologias e ferramentas indispensáveis à vida cotidiana em quase todas as atividades humanas.

Por essas razões, justifica-se o projeto *MATEMÁTICA E MEIO AMBIENTE: SUA IMPORTÂNCIA PARA A NOSSA VIDA E PROPOSTAS DE ATIVIDADES PARA SALA DE AULA*, cuja proposta é contribuir de modo significativo para a melhoria da qualidade de formação do egresso, por meio da discussão/reflexão/ação acerca de como ampliar o conhecimento específico e amplo em seu campo de atuação, gerando uma postura dentro e fora do contexto ambiente de sala de aula, pelo ato de produzir novos conhecimentos e aplicá-los.

O Plano de Trabalho que ora apresentamos, tem como propósito subsidiar uma melhoria nos processos de ensino e de aprendizagem dos nossos alunos do curso de Licenciatura em Matemática.

Para tanto, propõe-se uma discussão sobre as diferentes propostas de programas de Formação de Professores e suas implicações no real significado da postura do docente diante de sua atividade profissional.

Considerando a proposta curricular apresentada pelo Departamento de Matemática para a Licenciatura, uma atividade importante é a direcionada a Modelagem Matemática, acreditando ser facilitadora para os interesses e estímulos externos à Matemática, vindos do mundo real. Outro fator importante é a capacidade de estabelecer relações entre os diferentes campos da matemática e os outros, evitando reproduzir modos de pensar estanques e fracionados, que a nosso olhar está o futuro da formação de novos quadros de professores e pesquisadores prontos a enfrentar o desafio de pensar no todo.

Na Educação Básica, o porquê de se ensinar matemática deve ser questionado. Os conhecimentos fundamentais das estruturas algébricas, do cálculo e da geometria seriam meros jogos destinados a desenvolver habilidades intelectuais ou deveriam ser instrumentos aplicáveis aos usos cotidianos? A Matemática não deve ser considerada importante por alguma definição arbitrária ou porque mais tarde ela poderá ser aplicada. Acreditamos que os professores devem valorizar o que ensinam de modo que o conhecimento seja ao mesmo tempo interessante, por ser útil, e estimulante, por ser fonte de prazer. Nessa forma de olhar a Matemática, a modelagem – que pode ser vista como um método científico de pesquisa quanto como uma estratégia de ensino e aprendizagem – tem se mostrado muito eficaz. A Modelagem Matemática consiste na arte de transformar problemas da realidade em problemas matemáticos e resolvê-los interpretando suas soluções na linguagem do mundo real.

Estes fatores contribuem para que o ensinar e o aprender elevem a motivação do aluno e da progressão do conhecimento, considerando os já consolidados, sem rouba-lhe o ímpeto de saber.

Uma série de pontos deve ser levantada para destacar a importância da Modelagem Matemática quando utilizada como instrumento de pesquisa:

- ❖ Pode estimular novas idéias e técnicas experimentais
- ❖ Pode dar informações em diferentes aspectos dos inicialmente previstos
- ❖ Pode servir como recurso para melhor entendimento da realidade

- ❖ Pode servir de linguagem universal para compreensão e entrosamento entre pesquisadores em diversas áreas do conhecimento

A Modelagem Matemática, com toda sua abrangência e poder de síntese, é por excelência o método científico usado nas ciências factuais, por sua ampla esfera de aplicação e variedade das idéias matemáticas utilizadas podem ser melhor expressas examinando-se suas atuais áreas de pesquisa.

Um esforço maior em Matemática Aplicada tem sido na solução de problemas computacionais, das ciências sociais e das engenharias. Para tanto, propomos um estudo na organização de dados para testar a objetividade dos estudos que as Ciências Ambientais vem desenvolvendo na análise de equilíbrio do meio ambiente, utilizando a teoria de controle como instrumento em busca de otimização, fazendo a análise da dinâmica desse sistema por meios de sistema de equações.

Durante o desenvolvimento desse estudo será possível notar que as teorias matemáticas e suas apresentações não são acabadas e completas e também irão conduzir a observar a evolução do processo histórico de construção do conhecimento matemático.

Assim será possível notar que um teorema é ensinado, seguindo o esquema: enunciado – demonstração – aplicação, quando de fato o que deveria ser feito é sua construção na ordem inversa, a mesma que deu origem ao teorema, isto é, sua motivação, a formulação de hipótese, a validação das hipóteses e novos questionamentos, e finalmente seu enunciado. Estaremos assim reinventando o resultado junto aos alunos, seguindo o processo da modelagem e conjugando verdadeiramente o binômio ensinar & aprender.

Podemos concluir que, a Formação do Professor está intrincada na relação entre o “poder fazer”, “saber fazer”, e “querer fazer” que remetem à análise do significado do que é ser professor de matemática. Tais argumentos sustentam a evidência de que não aprendemos só pelo repertório de habilidades, pelo potencial de inteligência ou pela disponibilidade de estruturas cognitivas, mas também pelo que somos, buscamos, concebemos, valorizamos e fazemos. Cultura e aprendizagem são faces inseparáveis na condução do ensino e decisivas na constatação de seus resultados. Assim como não se pode dirigir o curso de aprendizagem em uma única trajetória, não se podem controlar os significados atribuídos ao saber ou aos usos do conhecimento conquistado.

Evidentemente, o mérito da análise não é o de esgotar a compreensão dos fatores, mas de pôr em evidência a importância dos programas de formação docente. Centrada no eixo metodológico, grande parte dos cursos de licenciatura peca pela abordagem excessivamente instrumental do ensino, não se trata de suprimir as disciplinas voltadas para a prática do ensino, mas de equilibrá-las pela profunda compreensão da ação escolar em face da realidade em que vivemos.

O nosso tem por objetivo:

- ❖ Levar o aluno a reconhecer a Matemática como um construto humano, a partir de necessidades históricas e culturais específicas.
- ❖ Incentivar a construções de competências ligadas à prática científica, tais como o de questionar, levantar hipóteses, verificar a validade de certo procedimento, praticar o raciocínio indutivo e dedutivo, etc.
- ❖ Desenvolver no futuro egresso o hábito da pesquisa, de busca de alternativas para o seu trabalho em sala de aula.
- ❖ Estimular o gosto pelo trabalho em equipe

- ❖ Estimular no aluno o gosto pela Matemática, tanto pelo seu caráter intrínseco de ciência estruturada em técnicas e formas de argumentação específicas, quanto pelo seu aspecto de ferramenta para outras ciências.
- ❖ Discutir o desenvolvimento histórico dos conceitos matemáticos necessários a pesquisa.
- ❖ Conhecer diversos aspectos da metodologia de Modelagem.
- ❖ Aplicar técnica de Modelagem a situações específicas de diversas ciências, tais como as Ciências Ambientais, a Física, a Economia, a Biologia, etc.
- ❖ Trabalhar em equipe o desenvolvimento e solução dos modelos matemáticos que envolvam conceitos matemáticos necessários a pesquisa.
- ❖ Pesquisar situações a serem modeladas

### **Uma proposta para sala de aula**

No primeiro momento fizemos um levantamento do que é considerado Água, como se dá sua coleta, seu descarte, depósito e tratamento adequado. Em seguida, discutimos os diferentes tipos de armazenamento da água e sua importância.

Para tanto, teremos em questão o local que será construído um centro de tratamento, seu impacto ambiental, que abrange o sócio-cultural, econômico e físico, benefícios à sociedade local e em torno, a empregabilidade direta e indireta, dentre outros fatores.

Após este levantamento de dados, realizamos o fazer matemático, baseados em conteúdos da Educação Básica e de comum acordo com os Parâmetros Curriculares: grandezas e medidas, números e operações, espaço e forma e tratamento da informação. Não podemos deixar de mencionar que a Matemática é uma linguagem, que utiliza de códigos para expressar conceitos de forma significativa e com sentido para todos. Temos ainda em seu bojo, o uso das tecnologias, tornando-a cada vez mais intrínseca no desenvolvimento da humanidade.

As atividades desenvolvidas foram aplicadas uma escola pública, após terem sido discutidas e elaboradas com a equipe. Assim, cada aluno bolsista teve em sua responsabilidade alunos da segunda fase do Ensino Fundamental (6º, 7º, 8º ou 9º ano). Outro momento dessa aplicação foi com os alunos que ingressaram no Curso de Licenciatura em Matemática, na UFRRJ, ou seja, alunos do primeiro período.

Portanto, estas aulas foram dinamizadas em espaços ociosos, entre os tempos regulares das referidas unidades e as atividades do projeto, onde cada bolsista ficou responsável por um grupo de alunos, com um encontro semanal. Nessa ocasião, fizemos uma discussão sobre o sistema e organização educacional, o livro utilizado, a formação dos professores, o ensino de Matemática e sobre o cumprimento do planejamento pedagógico.

Um dos objetivos das atividades é determinar quais conteúdos que os alunos dominam e em que nível estava. A partir dessa informação, passamos a compor as atividades com modelagem, visando à aquisição desse conhecimento apontado na triagem, bem como o seu nível de maturidade e sua aplicação no cotidiano.

O apuro das atividades em primeiro momento foi o de reflexão sobre o porquê de se estudar Matemática, como ela se insere na formação do ser humano e como é exigida na prática da cidadania e do meio ambiente. Por fim, apresentamos aos alunos exemplos significativos, em situações reais, da necessidade de cada um dos conteúdos abordados na triagem.

A análise dos dados do presente estudo, de maneira geral, pode nos indicar a necessidade de buscar melhores formas de procedimentos para o ensino da Matemática, sobretudo em cursos de graduação. Assim, consideramos que a metodologia de ensino

deve ser voltada para uma aplicação que venha despertar o interesse do aluno e uma atitude crítica com relação à Matemática. Tão ou mais importante que os conteúdos matemáticos são os componentes filosófico e social que neles estão inseridos. Lembremos que a utilização da modelagem na matemática, e nas diferentes áreas das ciências, segue uma orientação positiva, na qual a objetividade da pesquisa deve refletir a objetividade do contexto.

Assim, talvez já possa se considerar um grande avanço quando o aluno compreende a importância da utilização da Matemática em sua área de atuação, qual a lógica desse procedimento e em que pressupostos tal prática se apoia.

Dentre as ações desenvolvidas pelo grupo de alunos bolsistas do PET – Matemática e Meio Ambiente da UFRRJ, destacamos para nosso trabalho a **“Construção de Filtro”**, por ser muito utilizado em nossos dias e pelo grande volume de água que é descartado, merece atenção perante seu gerenciamento. Ele está diretamente ligado a questões ecológicas e de acordo com os problemas atuais da humanidade. E mesmo o descarte de forma indevida desse material pode acarretar danos ao ambiente onde o processo de reciclagem se faz necessário. O objetivo central desse tratamento de água no projeto PET foi:

- ✚ Conscientizar os alunos do DEMAT/UFRRJ sobre o desperdício de renda e matéria-prima que o descarte água;
- ✚ Diminuir a quantidade de água descartada no DEMAT/UFRRJ;
- ✚ Evitar o desperdício de material.

O projeto tem como argumento base às vantagens que se obtém em realizar o processo de reciclagem da água, como:

- ✚ Redução dos custos no tratamento
- ✚ Economia de Recursos Naturais

Inserido na metodologia empregada pelo programa PET-Matemática, que é a construção da consciência ambiental, pode-se obter com a água reciclada é um material apropriado para ser utilizado em diversas atividades escolares. Durante o processo de tratamento, foi possível discutir como determinados conteúdos matemáticos podem ser apresentados aos alunos da Educação Básica de forma contextualizada.

Mesmo que as vantagens expostas façam referência à reciclagem em baixa escala, o início de um projeto pode vir a motivar outros de maior porte onde tais. Em virtude disso, o Conselho Nacional do Meio Ambiente (CONAMA), organizou vantagens podem ser bem observadas e principalmente, o de formação de uma conscientização ambiental entre todos envolvidos.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

Sendo os primeiros anos de trabalho do grupo PET-Matemática, na Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, este caminho foi desafiador e intrigante. Pois, inicialmente tínhamos uma visão instigante com relação à atividade do grupo de pesquisa. Desde o princípio nosso intuito no Curso de Licenciatura em Matemática era fazer com que o conhecimento tenha valor prático, que não seja limitado somente à sala de aula. Sendo assim, nosso grupo abraçou a idéia, e mesmo sem saber o que haveria de vir no transcorrer do projeto, passamos a trabalhar para que este desejo viesse a se tornar realidade em nosso curso.

O ensino é um ponto fundamental para os acadêmicos, a pesquisa é onde eles podem aprofundar seus conhecimentos em área específica e se aperfeiçoarem, já a extensão tem como foco a comunidade externa, bem como a acadêmica. Para tanto, essa interação sociedade&academia se faz necessária e grupo PET-Matemática vem cavando

seu espaço e procurando oportunidade de melhorar tanto a formação acadêmica e profissional dos nossos bolsistas, mas também no pessoal, enquanto ser humano.

Podemos afirmar que no decorrer das atividades, aprendeu-se vários assuntos importantes e a oportunidade de conhecer diferentes pessoas, de diversas classes sociais, mas com o mesmo objetivo, um ambiente melhor para se viver. O grupo teve a felicidade de se integrar e enfrentar os desafios que foram aparecendo durante o ano, de distintas naturezas, e de poder trabalhar com o tripé ensino-pesquisa-extensão que é importante para a vida profissional, acadêmica e pessoal do aluno, criando a oportunidade de um aprendizado da convivência e raciocinar coletivamente.

Esperamos que no decorrer dos anos seguintes de trabalho possamos criar material didático para ser usado em sala de aula com alunos da educação básica, bem com cursos de capacitação para professores de matemática com a finalidade de mostrar algumas relações dos conceitos matemáticos com o meio ambiente e principalmente com a coleta, reaproveitamento e reciclagem do lixo.

## **BIBLIOGRAFIA**

- AQUINO, Julio (org). *Erro e fracasso na escola*. São Paulo, Summus, 1997.
- BARBOSA, J. C. Modelagem na Educação Matemática: contribuições para o debate teórico. In: Reunião Anual da ANPED, 24, 2001, Caxambu. Anais... Caxambu: ANPED, 2001. 1 CD-ROM.
- BASSANEZI, Rodney Carlos. Ensino-aprendizagem com modelagem matemática: uma nova estratégia. São Paulo, Contexto, 2002.
- BEAN, Dale. O Que é Modelagem Matemática? In: Educação Matemática em revista. Ano 8, n. 9/10. São Paulo: Abril, 2001.
- COLELLO, Silvia. “Para onde vai a formação do professor?” In *International Studies on Law and Education 1*. São Paulo, Harvard Law School Association/ EDF / Mandruvá, 1999 (<http://www.hotoppos.com>).
- D'AMBROSIO, U. Da Realidade à Ação: Reflexões sobre Educação e Matemática, 3ed., São Paulo: Ed. da Unicamp, 1986.
- HARGREAVES, Earl e Ryan. *Educação para mudança – Recriando a escola para adolescentes*. Porto Alegre, Artmed, 2001.
- HERNANDEZ, Fernando. “Como os docentes aprendem” In *Pátio*, ano 1, n.4. Porto Alegre, Artes Médicas, 1998.
- MIZUKAMI, Maria da Graça. *Ensino: as abordagens do processo*. São Paulo, EPU, 1986.

# MATEMÁTICA LÚDICA E INVESTIGATIVA NO ENSINO FUNDAMENTAL: CONSTRUINDO A TRIGONOMETRIA

Bárbara de Medeiros Marinho <sup>1</sup>

Vinícius Borovoy Sant'Ana<sup>2</sup>, Karina Costa Nascimento <sup>3</sup>, Bruno Penedo Gonçalo Souza<sup>4</sup> Daniela Mendes Vieira da Silva<sup>5</sup>

<sup>1</sup>UFF, GEMAT UERJ [barbaramarinho@id.uff.br](mailto:barbaramarinho@id.uff.br)

<sup>2</sup>UERJ, UCAM, GEMAT UERJ [viniciusborovoy@gmail.com](mailto:viniciusborovoy@gmail.com)

<sup>3</sup>IFRJ, GEMAT UERJ [karinascimento.costa@gmail.com](mailto:karinascimento.costa@gmail.com)

<sup>4</sup>UERJ, GEMAT UERJ [bruno-penedo@hotmail.com](mailto:bruno-penedo@hotmail.com)

<sup>5</sup>SEEDUCRJ, CEHC, GEMAT UERJ, [danielamvds@yahoo.com.br](mailto:danielamvds@yahoo.com.br)

## Resumo

Vivência de uma sequência pedagógica proposta para o aprendizado de relações e razões trigonométricas no triângulo retângulo baseada no conceito de semelhança onde serão utilizados recursos tais como apresentação de vídeo, experimentos com bolhas de sabão gigantes, práticas de laboratório, material concreto e jogos criados e adaptados pela equipe do Laboratório Sustentável de Matemática para a compreensão do tema.

**Palavras Chave:** Ensino fundamental, Trigonometria, Material Concreto, Jogos.

## Objetivo

Apresentar aos professores de ensino fundamental uma abordagem diferenciada para o ensino de Geometria, fundamentada no aprendizado significativo de David Ausubel (1982) e na utilização do laboratório de ensino de matemática com o objetivo de ampliar o leque de opções pedagógicas dos professores (FIORENTINI,2015; LORENZATO,2006). Espera-se que ao final da oficina os docentes participantes sejam sensibilizados para o uso de abordagens pedagógicas que utilizem atividades laboratoriais e jogos didáticos como mediadores e facilitadores do aprendizado de seus alunos.

## Metodologia

### Vivência das atividades propostas para o primeiro dia/aula da sequência pedagógica:

- Atividade 1 (grupo): Superbolhas Razão e Proporção

Acompanhamento de um experimento, aplicado em uma escola estadual do Rio de Janeiro através de um vídeo que será projetado passo a passo na parede (fig.1), para que os participantes o acompanhem.

No vídeo é possível acompanhar uma das atividades propostas para o primeiro dia/aula desta sequência que foi planejada para o aprendizado de relações trigonométricas no

triângulo retângulo. Esta apresentação tem o objetivo de ser uma inspiração para a prática pedagógica dos participantes.

**Figura 1: Experimento com razão e proporção e superbolhas**



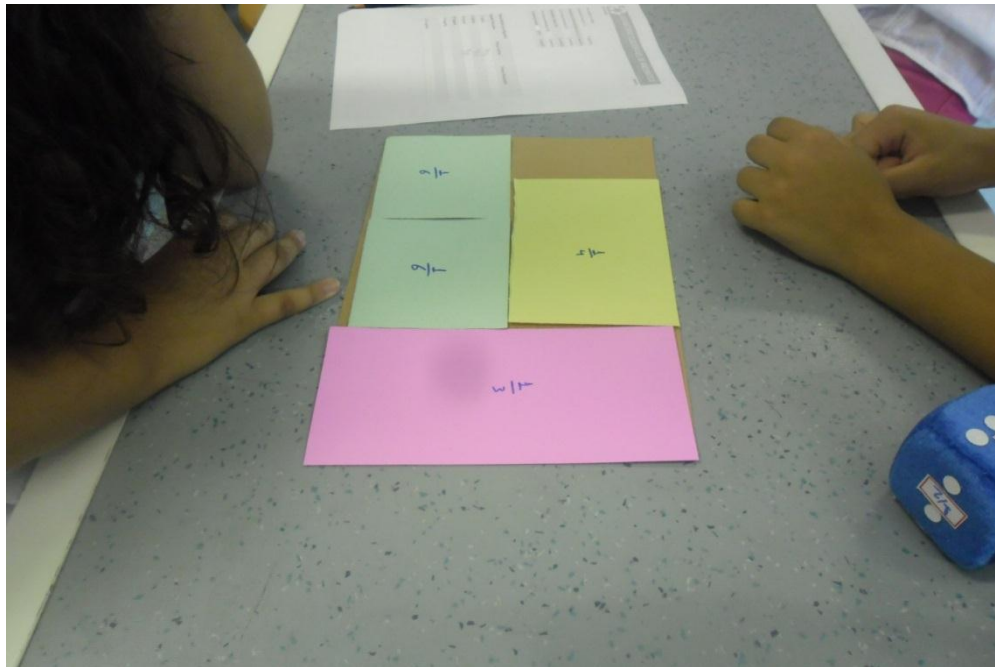
**Fonte: Dados de pesquisa**

Este experimento relacionou receitas de superbolhas ao conceito de razão e proporção, a partir de uma receita de referência que foi feita e guardada em uma garrafa rotulada com o número 1, depois esta receita teve a quantidade de seus ingredientes dobrados, misturados e guardados em uma garrafa com o número 2 (mantendo, portanto, as relações de equivalência de suas partes com a receita inicial), por fim a mistura de referência teve as quantidades de seus ingredientes totalmente mudadas em relação ao todo (perdendo suas relações de equivalência portanto) esta receita foi guardada na garrafa com o número 3. Por fim, as misturas foram testadas e, como esperado, a mistura da garrafa 3 foi a única que não produziu as superbolhas.

- Atividade 2 (grupo): Jogo das Frações

Após assistir ao vídeo com o experimento acima (com duração de 10 minutos), Os participantes deverão ser separados em grupos para jogarmos uma versão do jogo das frações equivalentes (figura 2), nesta atividade o objetivo é trabalhar o conceito de equivalência de frações a partir de exemplos particulares e visuais o que nos permitirá construir a generalização do mesmo junto com os alunos.

**Figura 2: Jogo das frações equivalentes**



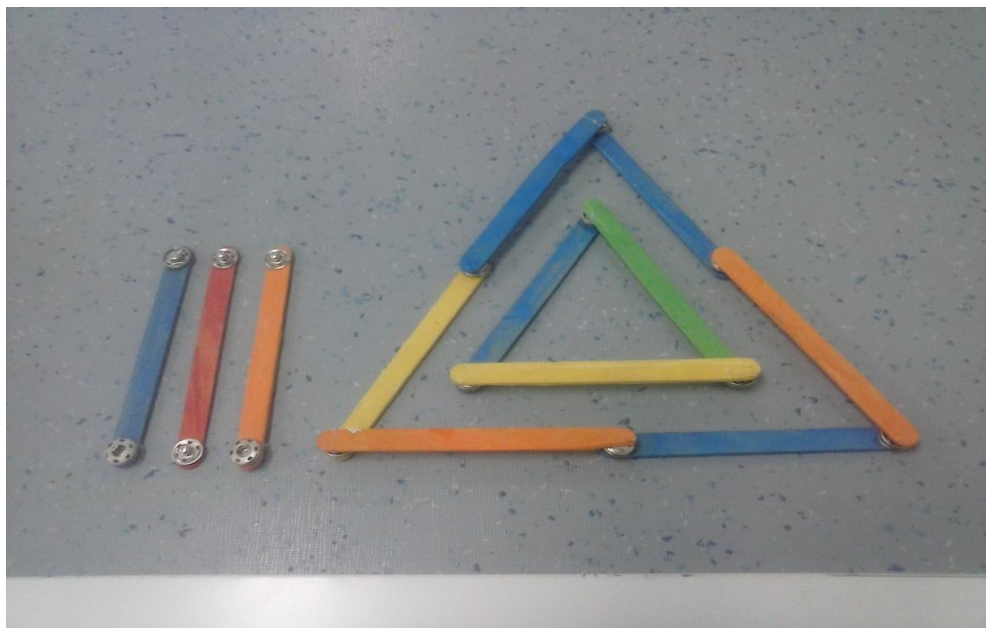
**Fonte: Dados de pesquisa**

- Atividade 3 (grupo): Relações Métricas no Triângulo Retângulo

Na sequência, faremos uma prática que utilizará palitos de picolé para relacionar as frações equivalentes à semelhança de triângulos (figura 3), nesta prática os participantes serão convidados a formar triângulos de lados 1, 1 e 1; depois de lados 2, 2, e 2 e depois de lados 2, 3, 2; durante estas construções, eles serão estimulados a observar o comportamento dos ângulos e a visualizar e compreender que são as proporções equivalentes entre os lados que determinam ângulos iguais.

**Figura 3: Palitos coloridos para estudo da semelhança de triângulos**





**Fonte: Dados de pesquisa**

- Atividade 4: Mais relações métricas no Triângulo Retângulo

Finalizaremos a demonstração da proposta de sequência pedagógica para o primeiro dia/aula com o jogo das relações métricas no triângulo retângulo (figura 4), onde os participantes, ainda em grupo, irão receber um trio de triângulos retângulos semelhantes, composto de um triângulo grande e dois outros menores, formados à partir da projeção dos catetos do maior.

**Figura 4: Material para estudo das relações métricas no triângulo retângulo**



**Fonte: Dados de pesquisa**

Nestes triângulos, teremos a medida de alguns de seus lados grafadas e visíveis e a medida dos lados restantes ocultas por fitas removíveis. O objetivo do jogo é descobrir os lados ocultos à partir do conceito de semelhança dos triângulos, ganha a equipe que descobrir seus lados primeiro sem utilizar as relações métricas do triângulo retângulo para isso. Ao final do jogo espera-se que os participantes sejam sensibilizados para uma abordagem significativa e lúdica do tema.

**Vivência das atividades propostas para o segundo dia/aula da sequência pedagógica:**

- Atividade 1 (Grupo): Semelhança de triângulos e razões trigonométricas no triângulo retângulo utilizando papelão.

Objetivo é estudar as razões trigonométricas: seno, cosseno e tangente utilizando um trio de triângulos retângulos de papelão, cujas respectivas medidas dos lados estão grafadas no próprio objeto (figura 3). Os participantes devem escolher junto com sua equipe, os menores ângulos<sup>1</sup> agudos de cada triângulo para ser alvo de sua análise e marcá-los com um clipe.

Isto feito devem calcular o seno, o cosseno e a tangente destes menores ângulos de cada triângulo, utilizando para tanto, os valores da hipotenusa e dos catetos oposto e adjacente disponíveis nos objetos recebidos e anotar os valores encontrados na tabela abaixo cujas fórmulas para o cálculo de tais razões estão disponíveis, o objetivo aqui é o de caminhar para a compreensão do tema a partir de um alicerce memorativo que, neste caso, é apenas um ponto de partida (tabela1)

**Tabela 1: Estudo das razões trigonométricas**

| Razão trigonométrica | Seno Co/hip | Cosseno Ca/hip | Tangente co/ca |
|----------------------|-------------|----------------|----------------|
| Triângulo 1          |             |                |                |
| Triângulo 2          |             |                |                |
| Triângulo 3          |             |                |                |

**Fonte: Dados de pesquisa**

Após a marcação devem ponderar se existem similaridades entre as razões trigonométricas dos três triângulos? O que elas representam? \_\_\_\_\_

- Atividade 2 (grupo): Investigando as relações entre Seno, Cosseno e Tangente com tampa de achocolatado (figura 5)

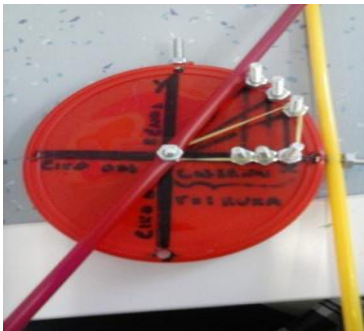
Para a prática 2 utilizaremos o material concreto abaixo que tem 1 xuxa<sup>2</sup> como unidade de medida, além dele, cada equipe receberá uma fita métrica, para efetuar as medições que serão requeridas.

---

<sup>1</sup>Escolha arbitrária, apenas para organizar a prática.

<sup>2</sup> 1 xuxa tem o tamanho correspondente ao raio da tampa do achocolatado.

Figura 5: Círculo trigonométrico unitário feito com tampa de achocolatado



Fonte: Dados de pesquisa

Os participantes devem fazer, em grupo, a medição, com a fita métrica recebida, dos valores do Cateto Oposto, da Hipotenusa e do Cateto Adjacente, do triângulo retângulo formado pelo eixo dos cossenos, de sua projeção ortogonal paralela ao eixo dos senos e do raio do círculo utilizado, efetuando as divisões pedidas e completando a tabela abaixo,

o objetivo aqui é ainda utilizando uma perspectiva memorativa, inferir relações entre os conceitos utilizados, tais inferências facilitarão a construção das relações por semelhança, mais a frente (tabela 2):

Tabela 2: Estudo das razões trigonométricas no círculo trigonométrico unitário

| Ângulos | seno | cosseno | tangente |
|---------|------|---------|----------|
| 0º      |      |         |          |
| 30º     |      |         |          |
| 45º     |      |         |          |
| 60º     |      |         |          |
| 90º     |      |         |          |

Fonte: Dados de pesquisa

Após o preenchimento da tabela, deverão fazer as inferências abaixo:

a) Qual é a relação existente entre seno e cosseno?

---

---

b) Qual é a relação existente entre seno e Tangente?

---

---

---

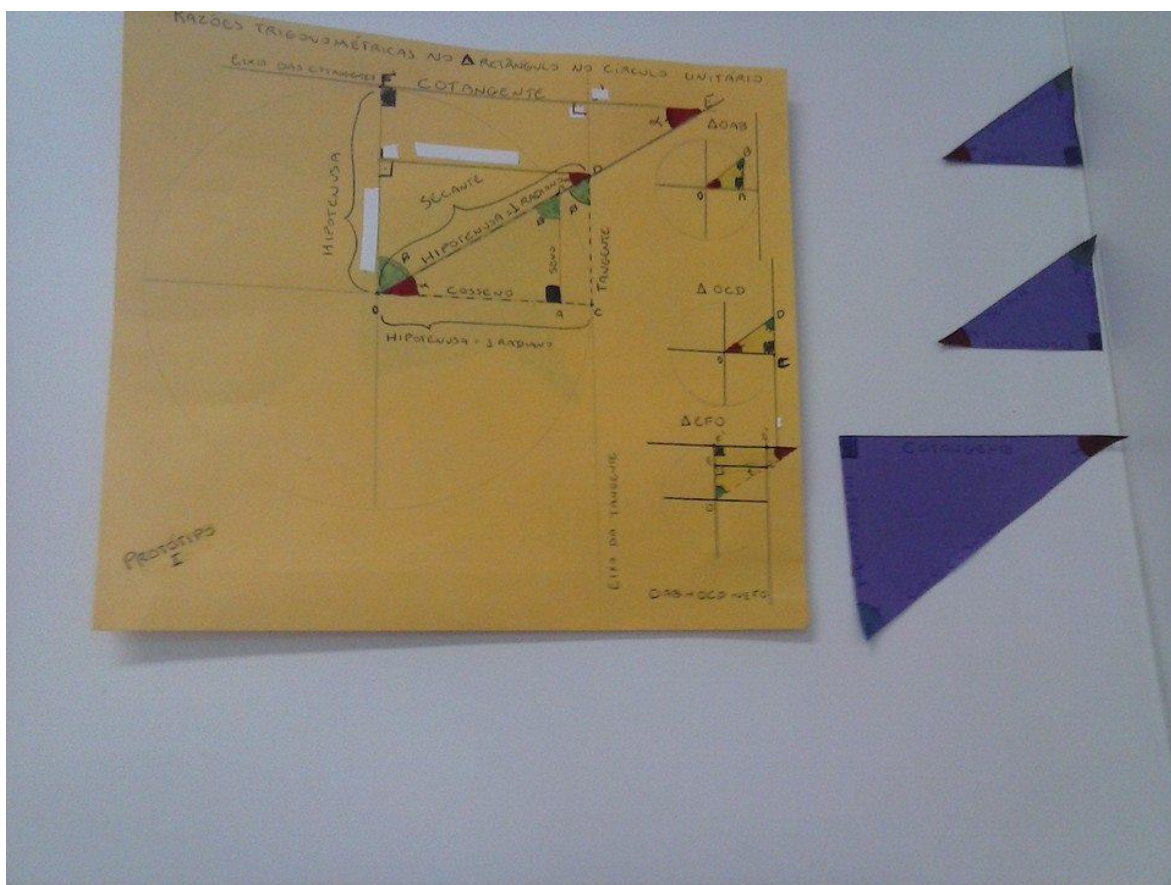
c) Qual é a relação existente entre cosseno e tangente?

---

- Atividade 3 (grupo): Construindo as razões trigonométricas a partir da semelhança.

Utilizando o Círculo Trigonométrico recebido e papel colorido vamos construir as razões trigonométricas utilizando semelhança (figura 6).

**Figura 6: Razões trigonométricas e semelhança**



Fonte: Dados de pesquisa

Liping Ma(2009) em seu livro, Saber e ensinar matemática elementar, apresenta resultados de sua tese de doutorado que compara as práticas de professores chineses e americanos e mostra que os primeiros ensinam melhor a seus alunos, não obstante tenham menos anos de escolaridade. Isso ocorre porque, professores chineses em geral possuem conhecimento profundo de matemática fundamental e, portanto, ensinam de várias maneiras diferentes o mesmo tema a seus alunos.

Com esta atividade encerramos nossa oficina. Esta abordagem pedagógica é uma dentre as inúmeras formas de se ensinar este tema.

A vivência deste minicurso vem para se somar bagagem dos docentes participantes, e pesquisas mostram que quanto maior esta bagagem melhor será o processo de ensino aprendizagem. Sigamos aumentando nossa bagagem, um abraço!

### **Referências e Bibliografia Consultada**

AUSUBEL, D. P. *A aprendizagem significativa: a teoria de David Ausubel*. São Paulo: Moraes, 1982.

CASTELNUOVO, E. *Didática de la Matemática Moderna*. México: Trillas, 1970.

FIORENTINI, D. MIORIN, M.A. Uma reflexão sobre o uso de materiais concretos e jogos no Ensino da Matemática. Disponível em:[http://www.matematicahoje.com.br/telas/sala/didaticos/recursos\\_didaticos.asp?aux=C](http://www.matematicahoje.com.br/telas/sala/didaticos/recursos_didaticos.asp?aux=C)., Acesso em 25 jul, 2015.

LEFRANÇOIS, G. R. *Teorias de aprendizagem*. São paulo. Cengage Learning. 2008.

LORENZATO, S. (Org.). *O Laboratório de Ensino de Matemática na formação de professores*. Campinas, SP: Autores Associados, 2006. Coleção Formação de Professores.

MA, Liping. *Saber e Ensinar Matemática Elementar*. Lisboa. Gradiva (2009).

PIAGET, J. (1983) *A Epistemologia Genética*. Piaget. Coleção Os Pensadores. 2. ed. São Paulo: Abril Cultural. 1-64.

POWELL, A. B.; BAIRRAL, M. A. *A escrita e o pensamento matemático: interações e potencialidades*. Campinas: Papirus, 2006

SILVA, D.M.V. *Matemática é ciência*. Revista do professor. Rio Claro. 2014.

VYGOTSKY, L. S. *A Formação Social da Mente* São Paulo: Martins Fontes. 1984.

# NEGOCIANDO NOVOS SENTIDOS AO ENSINAR-APRENDER FUNÇÕES QUADRÁTICAS A PARTIR DO COLETIVO PENSANTE PROFESSOR-ESTUDANTE-GEOGEBRA

Karina de Oliveira Freitas<sup>1</sup>  
João Paulo Rezende<sup>2</sup>

<sup>1</sup> IFSULDEMINAS/Câmpus Inconfidentes, kakaoliveirafreitas@yahoo.com.br

<sup>2</sup> IFSULDEMINAS/Câmpus Inconfidentes, joao.rezende@ifsuldeminas.edu.br

## Resumo

A fim de discutir sobre as potencialidades do software GeoGebra na produção de novos sentidos ao ensinar-aprender funções quadráticas a partir do coletivo pensante seres-humanos-com-mídia, desenvolveremos uma oficina com duração de 4 horas, em um Laboratório de Informática, que será subdivida em três momentos. Na primeira parte, apresentaremos o software GeoGebra e realizaremos atividades de familiarização com as funcionalidades e ferramentas do programa. Na segunda parte, será desenvolvida uma atividade de ensino de funções quadráticas utilizando o software em que estimularemos a investigação do comportamento de uma função quadrática algébrica e graficamente, manipulando os coeficientes  $a$ ,  $b$  e  $c$ . Nesse momento, espera-se que os cursistas conjecturem e confirmem hipóteses sobre o movimento descrito pelo vértice das parábolas quando se varia tais coeficientes. Em uma última etapa pretende-se convidar os cursistas a discutir a utilização do software GeoGebra nas aulas de matemática. Nesse momento, poderemos conhecer as impressões dos mesmos sobre a atividade desenvolvida e o levantamento de possíveis potencialidades do software como recurso didático na produção de novos sentidos ao ensinar-aprender funções quadráticas.

**Palavras-chave:** Educação Matemática; Tecnologias Digitais; GeoGebra; Atividade Orientadora de Ensino; função.

## APRESENTAÇÃO

Este minicurso compreende uma parcela do trabalho que vem sendo desenvolvido pelo Grupo de Estudos e Pesquisas em Práticas de Ensino de Matemática (GEPPEMat), do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Sul de Minas Gerais, Câmpus Inconfidentes. O grupo tem pesquisado, desde 2014, sobre os novos sentidos que podem ser atribuídos aos conceitos matemáticos em espaços de ensino-aprendizagem mediados por Tecnologias Digitais (TD). Em particular, neste minicurso, o GEPPEMat pretende explorar os novos significados atribuídos ao ensino-aprendizagem de funções quadráticas mediado por atividades de ensino que possibilitem a estruturação do coletivo pensante professor-estudante-GeoGebra.

Nesse sentido, será exibida adiante e de forma detalhada, a estrutura da presente proposta. Antes disso, será apresentado o Software GeoGebra, e discutir-se-á sobre os constructos teóricos que tem fundamentado esse trabalho.



O GeoGebra é um software matemático educativo, que busca integrar a geometria e a álgebra auxiliando no processo de pensar, refletir e criar soluções durante a execução das atividades. Trata-se de um software gratuito que foi criado pelo austríaco Professor Doutor Markus Hohenwarter<sup>1</sup>, em 2001. Foi iniciado na University of Salzburg, continua sendo desenvolvida na Flórida Atlantic University e conta com colaboradores de vários países que já o traduziram para mais de 35 idiomas.

É também, um software livre, que nos permite executá-lo, modificá-lo, copiá-lo e redistribuí-lo gratuitamente. Os usuários possuem livre acesso ao seu código fonte, podendo fazer alterações conforme suas necessidades. Ele contém características como: percepção dupla dos objetos: cada expressão na janela algébrica corresponde a um objeto na zona de gráficos e vice e versa; interação dinâmica entre as duas representações, algébrica e geométrica; construção de pontos, segmentos, retas, ângulos, gráficos de funções e equações, animações, bem como uma série de representações de objetos matemáticos; etc. Tudo isso permite a abordagem de diversos conteúdos matemáticos trabalhados na educação básica e no ensino superior. Sendo assim, o GeoGebra:

*revela-se uma ferramenta que permite ao professor realizar atividades, projetos de exploração e investigação na sala de aula, recorrendo apenas a uma aplicação, que tem ainda a vantagem de ser de acesso livre. Esta aplicação combina a manipulação gráfica e a respectiva representação algébrica, aspecto que o caracteriza e distingue de outros ambientes de geometria dinâmica.*

(CORREIA; FERNANDES, 2011, p.27)

Compreendido dessa maneira, o Geogebra se torna um recurso didático para ensinar matemática de forma mais dinâmica para o estudante. Para essa consideração parte-se da hipótese de que algumas dificuldades de ensino-aprendizagem em aulas de matemática estão associadas ao problema da representação de conceitos matemáticos. Caraça (1951), por exemplo, argumenta que o conceito de função surgiu a partir da necessidade da representação quantitativa da fluência e da interdependência, no entanto, atualmente a representação mais comum para esse conceito é a algébrica, do tipo  $y = f(x)$ . Trata-se de uma representação estática, onde a compreensão da ideia de movimento está associada à ideia de variável implícita nos símbolos algébricos “ $x$ ” e “ $y$ ” e a interdependência está associada à lei algébrica que relaciona essas variáveis. O GeoGebra também faz uso dessa representação, mas a associa de forma dinâmica a representação gráfica. Nesse caso, entende-se por dinâmica a possibilidade de manipulação, seja da representação algébrica, seja da representação gráfica de funções, de forma instantânea e simultânea. Isto é, representa-se a fluência e a interdependência por meio de movimentação síncrona das representações algébricas e geométricas dos objetos matemáticos, como os pontos de uma função, por exemplo.

Esse, dentre outros exemplos, tem permitido ao GEPPEMat, sustentar a teoria de que o GeoGebra pode possibilitar o surgimento de novos sentidos ao ensinar-aprender matemática, uma vez que modifica qualitativamente as formas de interação entre estudantes, professores e os objetos de estudo.

Essa visão do grupo tem sido subsidiada pelos estudos de Borba et al (2014) que discutem o constructo teórico “coletivo pensante seres-humanos-com-mídia”. Esse conceito vinha sendo desenvolvida desde os anos de 1990 e se encontra sistematizado no trabalho de Borba e Vilarreal (2005). A partir dessa noção, dentre outros aspectos, há o

---

<sup>1</sup> Mais informações em: << <http://www.pucsp.br/geogebra/oficinas.html> >> (acesso em 12 de agosto de 2015).

entendimento de que:

*[...] a produção do conhecimento matemático é condicionada pela tecnologia utilizada; [...] as tecnologias não são neutras ao pensamento matemático; [...] as tecnologias transformam a matemática; [...] a matemática baseada no uso do lápis e papel é qualitativamente diferente da matemática baseada no uso de softwares.*

*(BORBA et al, 2014, p. 41)*

Nesse sentido a tecnologia pode ser encarada não só como um recurso para o ensino e aprendizagem em matemática, mas como parte da comunidade que circunda o processo de ensinar a aprender.

*Em nossa perspectiva, nós pensamos-com-tecnologias, ou seja, a natureza dos problemas e da atividade matemática está em simbiose com o design das tecnologias que utilizamos, com as potencialidades das mídias que utilizamos para fazer sentido a conceitos ou produzir conhecimentos matemáticos.[...]Humanos criam essas tecnologias e são influenciados por elas, gerando um conhecimento historicamente datado.*

*(BORBA et al, 2014, p. 24)*

Nesse sentido, o advento de recursos tecnológicos, como o GeoGebra em específico para esse minicurso, que auxiliam no ensinar e aprender em matemática implicam também no surgimento de novas formas de se pensar sobre os conceitos matemáticos.

Essas considerações levaram o GEPPEMat a questionar, nesse trabalho, quais seriam os novos sentidos atribuídos ao ensinar-aprender funções quadráticas a partir de um ambiente de aprendizagem em que se constitua o coletivo pensante professor-estudante-GeoGebra. Para isso, o grupo buscou compreender melhor o conceito de função através dos estudos de Caraça (1951) que traz uma abordagem simultaneamente histórica e filosófica, não se preocupando em classificações de tipos de funções ou o tratamento puramente algébrico do conceito, mas discutindo os “contextos históricos que permearam a elaboração do conceito de função, bem como o movimento do pensamento na elaboração conceitual” (DIAS; SAITO, 2009).

Buscou-se também, teorias que auxiliassem na organização do ensino de modo a permitir a constituição do coletivo pensante professor-estudante-GeoGebra, e que permitissem a negociação de significados acerca do objeto de estudo, no caso o conceito de função quadrática. Com essa intenção, encontrou-se respaldo na teoria da Atividade Orientadora de Ensino (AOE).

*Chamamos de atividade orientadora de ensino aquela que se estrutura de modo a permitir que os sujeitos interajam, mediados por um conteúdo, negociando significados, como o objetivo de solucionar coletivamente uma situação problema.*

*(MOURA, 2001, p.155)*

A AOE não pode ser entendida como um objeto, um roteiro de procedimentos que professor e estudante devem seguir, mas como a relação dialética entre atividade de ensino e atividade de aprendizagem. Nesta relação:

*[...] estão presentes os conteúdos de aprendizagem, o sujeito que aprende, o professor que ensina e, o mais importante, a constituição de uma mundo geral da apropriação da cultura e do desenvolvimento do humano genérico.*



Portanto, buscou-se estruturar o presente minicurso de modo a permitir o trabalho coletivo e a negociação de significados acerca do conceito de função quadrática. Por fim, vale a pena ressaltar que ao considerar os constructos teóricos da AOE e do coletivo pensante “seres-humanos-com-mídia” entende-se que a produção de significados é possibilitada a partir da interação entre os sujeitos envolvidos na atividade, mas a ideia de sujeito não está restrita a estudantes e professores, uma vez que se admite que o GeoGebra influencia qualitativamente nos modos de pensar o conceito e, portanto, também deve ser considerado como sujeito. Dessa forma, por meio de uma analogia conceitual para o caso específico desse trabalho, estar-se-á considerando o coletivo pensante “professor-estudante-geogebra”.

Ao propor o presente minicurso, o GEPPEMat busca, além de promover um espaço de aprendizagem coletiva, conforme descrito anteriormente, possibilitar que os sujeitos envolvidos discutam sobre os possíveis novos sentidos ao ensinar-aprender funções quadráticas que venham a surgir durante as atividades propostas.

A seguir, serão apresentados os objetivos e procedimentos que serão adotados para a condução do minicurso.

#### **OBJETIVO GERAL**

Este minicurso tem por objetivo geral discutir sobre as potencialidades do software GeoGebra na produção de novos sentidos ao ensinar-aprender funções quadráticas.

#### **OBJETIVOS ESPECÍFICOS**

Como objetivos específicos para este minicurso apresentam-se: 1 - Familiarizar os participantes da oficina com o software GeoGebra, seus recursos e sua utilização; 2 - Desenvolver uma atividade de ensino de funções quadráticas utilizando o software GeoGebra; 3 - Investigar o comportamento de uma função quadrática algébrica e graficamente, manipulando os coeficientes  $a$ ,  $b$  e  $c$ ; 4 - Discutir com os cursistas, por meio da experiência vivenciada na atividade desenvolvida no minicurso, os novos sentidos do ensinar-aprender funções quadráticas a partir do coletivo pensante seres-humanos-com-mídia.

#### **DINÂMICA E RECURSOS**

O minicurso deve ser desenvolvido em um laboratório de informática, devidamente equipado com um computador munido do software GeoGebra para cada cursista. Além disso, no laboratório de informática deve estar disponível um projetor. Deve-se ainda, pedir que os cursistas trabalhem em grupos de ao menos três participantes e que discutam entre si e anatem os resultados que forem obtendo ao logo do desenvolvimento das atividades propostas.

Neste ambiente será realizada primeiramente a apresentação do software GeoGebra e, em especial, de algumas de suas ferramentas, proporcionando um primeiro contato com o programa. Para potencializar esse momento de (re)conhecimento do software serão solicitadas aos cursistas construções geométricas que façam uso das ferramentas necessárias para investigar, posteriormente, o comportamento de uma função quadrática de acordo com os coeficientes  $a$ ,  $b$  e  $c$ .

Serão explorados detalhadamente cada um dos coeficientes da função quadrática e discutidas suas relações com o movimento descrito pela parábola.

Variando o valor do coeficiente “ $a$ ” da função quadrática através do *controle deslizante* (ferramenta do GeoGebra que possibilita atribuir valores reais, em um determinado intervalo, a um coeficiente) e mantendo constantes os coeficientes  $b$  e  $c$ , instigar-se-á os participantes a observar o comportamento descrito pelos gráficos de algumas parábolas. Com isso, espera-se que os cursistas observem que essa variação do coeficiente “ $a$ ” implica na abertura da parábola e que o vértice das famílias dessas parábolas se move linearmente sobre uma reta. Pretende-se ainda que os participantes deduzam a equação da reta que passa pelos vértices da família de parábolas.

Variando o coeficiente “ $c$ ” da função quadrática através do *controle deslizante* e mantendo constantes os coeficientes  $a$  e  $b$ , será solicitado que os participantes observem as mudanças provocadas no gráfico de algumas parábolas. Espera-se que os cursistas observem que o vértice das famílias dessas parábolas se move verticalmente e que a direção desse movimento está relacionada ao valor do coeficiente  $c$ , ou seja, o movimento será para cima ao se aumentar o valor do coeficiente  $c$ , ou para baixo, ao se diminuir o seu valor. Da mesma forma que no caso anterior, pretende-se que os cursistas deduzam a equação da reta que passa pelos vértices da família de parábolas.

Variando o coeficiente “ $b$ ” da função quadrática através do *controle deslizante* e mantendo-se constantes os coeficientes  $a$  e  $c$ , será solicitado que os participantes observem as mudanças provocadas no gráfico de algumas parábolas e investiguem qual o movimento realizado pelo vértice do gráfico. Espera-se que os cursistas conjecturem sobre a função que descreve esse movimento, observando que quando se varia o coeficiente “ $b$ ”, o vértice da família dessas parábolas se move segundo uma parábola com concavidade contrária a da família e com mesmo intercepto  $y$ . Será estimulada a demonstração das hipóteses levantadas.

Na última etapa do minicurso pretende-se convidar os pequenos grupos a socializarem com o grupo maior, os resultados obtidos e discutirem a utilização do software GeoGebra nas aulas de matemática. Nesse momento, poder-se-á conhecer as impressões dos cursistas sobre a atividade desenvolvida e o levantamento de possíveis potencialidades do software como recurso didático na produção de novos sentidos ao ensinar-aprender funções quadráticas a partir do “coletivo pensante seres-humanos-com-mídia” (BORBA et al, 2014).

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

Espera-se, com esse minicurso, não só divulgar os trabalhos e resultados que vem sendo obtidos pelo GEPPEMat em relação ao coletivo pensante professor-estudante-GeoGebra, mas possibilitar que estudantes e professores que ensinam matemática nos diferentes níveis de ensino possam manifestar suas percepções acerca das potencialidades e limitações do software GeoGebra, bem como os novos sentidos que podem ser produzidos ao se vivenciar a atividade proposta.

Espera-se ainda, que a discussão realizada durante o minicurso contribua para o avanço nos estudos do GEPPEMat e também para que os cursistas envolvidos possam filosofar sobre os conceitos matemáticos, sobre o uso de TD em aulas de matemática, em específico o GeoGebra, e sobre a organização do ensino de matemática.

## REFERÊNCIAS

- BORBA, M. C.; PENTEADO, M. G. **Informática e educação matemática**. 5 ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2012. (Coleção Tendências em educação Matemática).
- BORBA, M. C.; SILVA, R. S. R da; GADANIDIS, G. **Fases das tecnologias digitais em Educação Matemática: sala de aula e internet em movimento**. 1 ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2014. (Coleção Tendências em Educação Matemática).
- BORBA, M. C.; VILLAREAL, M. E. **Humans-Witch-Media and the Reorganization of Mathematical Thinking: information and communication technologies, modeling, experimentation and visualization**. 1 ed. v.39. New York: Springer, 2005
- CARAÇA, B. de J. **Conceitos Fundamentais da Matemática**. 1 ed. Lisboa: Livraria Sá da Costa Editora, 1951.
- DIAS, M. da S.; SAITO, F. Interface entre História da Matemática e Ensino: uma aproximação entre historiografia e perspectiva lógico-histórica. In: SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 5, 2009, Brasília. **Anais do IV Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática**. Brasília: SBEM, 2009, p. G05.
- CORREIA, P. F., FERNANDES, J. A. Redução ao 1.º quadrante com o GeoGebra. In: **Educação e Matemática**, Lisboa, n. 112, pp.26-29, mar/abr. 2011.
- MOURA, M. O. de. A atividade de ensino como ação formadora. In: CASTRO, A. D.; CARVALHO, A. M. P. de (org.) **Ensinar a ensinar: didática para a escola fundamental e média**. São Paulo: Pioneira, 2001. 1. ed. cap. 8, p. 143-162.
- MOURA, M. O. de ; ARAUJO, E. S. ; MORETTI, V. D. ; PANOSSIAN, M.L ; RIBEIRO, F. D. . Atividade orientadora de ensino: unidade entre ensino e aprendizagem. **Revista Diálogo Educacional** (PUCPR. Impresso), Curitiba, v. 10, n. 29, p. 205-229, jan/abr.2010.

# **O LÚDICO NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA: JOGOS COMO FERRAMENTAS PEDAGÓGICAS**

**Jessica Barcellos<sup>1</sup> e Karen Campos<sup>2</sup>**

<sup>1</sup>Colégio Pedro II/ 1º Segmento, jessybarcellos@gmail.com

<sup>2</sup>Colégio Pedro II/ 1º Segmento, karenccfurtado@hotmail.com

## **Resumo**

O minicurso objetiva abordar a importância do trabalho com jogos no ensino da matemática nas séries iniciais. Serão apresentados subsídios teóricos para a realização desse tipo de prática pedagógica e um repertório de oito jogos que podem ser utilizados no trabalho com diferentes conteúdos da Educação matemática. Além disso, pretende-se exemplificar formas de registro e avaliação que podem ser utilizadas pelos professores como instrumentos pedagógicos acerca das estratégias usadas pelos alunos no momento do “brincar”.

**Palavras-chave:** jogos matemáticos, ludicidade, educação matemática, prática pedagógica.

## **APRESENTAÇÃO E EMBASAMENTO TEÓRICO**

O jogo é uma atividade lúdica que viabiliza, além do raciocínio lógico, o desenvolvimento de processos psicológicos. Sua utilidade no ensino vai muito além da apreensão de conteúdos, e proporciona também momentos de interação e de vivência de regras. Trabalhar com jogos é propiciar momentos de reflexões comportamentais e atitudinais.

No âmbito dos conteúdos curriculares, os jogos possibilitam a repetição de algoritmos e de procedimentos, de maneira lúdica, e propiciam o pensamento analógico. Tais habilidades são fundamentais para o desenvolvimento de habilidades e competências básicas no âmbito da cognição matemática.

Por meio dos jogos as crianças não apenas vivenciam situações que se repetem, mas aprendem a lidar com símbolos e a pensar por analogia (jogos simbólicos): os significados das coisas passam a ser imaginados por elas. Ao criarem essas analogias, tornam-se produtoras de linguagens, criadoras de convenções, capacitando-se para se submeterem a regras e dar explicações . (PCN, p. 36)

A literatura acerca do uso de jogos é vasta e contempla diferentes campos da teoria educacional. Desde Piaget e Vygotsky, esse assunto já era posto como fundamental para processo de ensino aprendizagem. No entanto, a consolidação dessa prática na realidade das salas de aulas brasileiras parece não ter acontecido. Muitas vezes, a matemática é trabalhada de forma descontextualizada e os alunos postos em situações de ouvintes e repetidores. A utilização de jogos pode ser entendida como uma, dentre várias outras abordagens metodológicas, que contribuem para a construção do conhecimento matemático. É uma das formas de se abordar as situações-problemas onde os alunos serão os protagonistas na aprendizagem, deixando de lado a posição passiva que muitas vezes assumem.

Os professores em geral mostram a matemática como um corpo de conhecimentos acabado e polido. Ao aluno não é dado em nenhum momento a oportunidade ou gerada a necessidade de criar nada, nem mesmo uma solução mais interessante. O aluno assim, passa a acreditar que na aula de matemática o seu papel é passivo e desinteressante. (D'AMBRÓSIO, 1989, p. 2)

Através da utilização de jogos em sala de aula, é possível buscar novas maneiras e tendências de se ensinar matemática, de forma que facilite o entendimento do aluno e incentive a interação entre ele e o professor e entre a turma.

Como um incentivador da aprendizagem, o professor estimula a cooperação entre os alunos, tão importante quanto a própria interação adulto/criança. A confrontação daquilo que cada criança pensa com o que pensam seus colegas, seu professor e demais pessoas com quem convive é uma forma de aprendizagem significativa, principalmente por pressupor a necessidade de formulação de argumentos (dizendo, descrevendo, expressando) e a de comprová-los (convencendo, questionando). (PCN, p.31)

O momento do brincar funciona como uma espécie de janela da mente, que nos permite perceber as hipóteses que estão sendo formuladas e o modo como instruções e procedimentos estão sendo processados. É, sem dúvida, um momento rico para os alunos, que constroem seu aprendizado, e pode ser também um momento valioso para os professores. O momento do jogo nos permite perceber questões sociais e pedagógicas e pensar em desdobramentos que possam ajudar as especificidades dos alunos. Instrumentos de registro de algumas competências e anotações das observações contribuem para que o jogo seja uma possibilidade significativa de avaliação.

O minicurso “O lúdico na Educação matemática: jogos como ferramentas pedagógicas” pretende instrumentalizar seus participantes com referenciais teóricos e práticos acerca dos diferentes momentos que o trabalho com jogos exige: preparação, realização, avaliação, sistematização e registro.

## **OBJETIVOS**

- Proporcionar uma reflexão sobre a importância de utilizar jogos como ferramentas pedagógicas para o ensino da matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental
- Aumentar o repertório de jogos matemáticos dos participantes do minicurso
- Criar subsídios para práticas pedagógicas fundamentadas em jogos
- Instrumentalizar o público-alvo com teorias e pesquisas acerca do uso de jogos matemáticos na sala de aula
- Apresentar formas de registro e avaliação que podem ser utilizadas pelos professores nos momentos de jogo

## **NÍVEL EDUCACIONAL AO QUAL O MINICURSO É DIRECIONADO**

O minicurso versa sobre o trabalho nos anos iniciais do Ensino Fundamental. Podem participar estudantes de Pedagogia e/ou Licenciatura em Matemática; e professores do Ensino Fundamental.

## METODOLOGIA

A metodologia utilizada consistirá em uma breve apresentação da literatura sobre o uso de jogos nas séries iniciais e na exposição de 8 jogos matemáticos, juntamente com o compartilhamento das experiências das professoras que utilizam esses jogos como ferramentas pedagógicas. Pretende-se fazer rodízios dos jogos para que todos os participantes possam “brincar” com todos os recursos. Além da apresentação dos jogos, pretende-se também apresentar sugestões de formas para o registro do professor no momento do brincar, visando que os participantes tenham subsídios teóricos, empíricos e procedimentais para fazer uso desses recursos como ferramentas pedagógicas.

Jogos a serem apresentados no minicurso:

- **Batalha de números**
- **Jogo do calendário**
- **Bingo e suas variações**
- **Sempre 10**
- **Jogo quem tem pão**
- **Jogo de Valor-lugar**
- **Jogo do Stop matemático**
- **Dominó dos Sistemas de Numeração**

É importante destacar que todas as atividades propostas neste material foram desenvolvidas para que sejam trabalhadas com conteúdos de 1º ao 5º Ano do Ensino Fundamental, mas podem ser modificadas para apresentar vários níveis de complexidade e, assim, possam ser utilizadas em outras séries.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais: matemática** /Secretaria de Educação Fundamental. – Brasília: MEC/SEF, 1997.p.142.

BORDEAUX, A. L.; RUBINSTEIN, C; FRANÇA, E.; OGLIARI, E. e MIGUEL, V. **Novo Bem-me-quer / 3º ano**. 2ª edição. São Paulo: Editora do Brasil, 2011.

GUELI, N. e TORRES, A. P. (org). **Livro Matemática 3. Projeto Presente!** Ed. Moderna.

D’AMBROSIO, B. S. Como ensinar matemática hoje? Temas e Debates. **SBEM**. Ano II. N2. Brasília. 1989. P. 15-19.

Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, Diretoria de Apoio à Gestão Educacional Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa. **Jogos na Alfabetização Matemática – Manual**. Brasília, 2013, 69-70.

# **PIRULITOS, TORTAS E FRAÇÕES: HISTÓRIAS INFANTIS E MATEMÁTICA NOS ANOS INICIAIS**

**Reginaldo Fernando Carneiro<sup>1</sup>**

<sup>1</sup>Universidade Federal de Juiz de Fora/Departamento de Educação, reginaldo.carneiro@ufjf.edu.br

## **Resumo**

O ensino de matemática é, via de regra, desarticulado da realidade, em que se utiliza uma linguagem com a qual os estudantes não estão habituados, além de ser formal e abstrata, o que dificulta ainda mais a aprendizagem, diferente da língua materna, que estão em contato desde pequenos. Uma forma de romper com esse paradigma pode ser por meio do trabalho com histórias infantis e matemática. Assim, este minicurso tem como objetivo apresentar e discutir possibilidades desse trabalho conjunto, podendo contribuir para a formação de sujeitos que conhecem e compreendem a linguagem, os conceitos e as ideias matemáticas e na resolução de problemas. Dessa forma, os participantes serão no máximo 30 professores dos anos iniciais e estudantes da Licenciatura em Pedagogia. O minicurso será dividido em dois blocos de duas horas. No primeiro, discutiremos sobre as possibilidades de uma relação de complementaridade entre língua materna e matemática e as potencialidades da utilização dessa relação de integração no ensino e aprendizagem de matemática, enfocando a resolução de problemas e a utilização de histórias infantis. No segundo bloco, os participantes criarão histórias com conteúdo matemático e socializarão as dificuldades e aprendizagens. Esperamos que os participantes, para a elaboração da história infantil, mobilizem os conhecimentos matemáticos e reflitam sobre o nível de ensino para o qual a história será escrita, o conteúdo, o enredo, as ilustrações, as dificuldades que os estudantes poderão enfrentar, etc.

**Palavras-chave:** Frações. Histórias infantis. Matemática. Anos iniciais.

## **INTRODUÇÃO**

A matemática é, muitas vezes, ensinada de forma desarticulada da realidade, utilizando uma linguagem com a qual os alunos não estão habituados, diferente da língua materna, que estão em contato desde pequenos, além de ser muito formal e abstrata, dificultando ainda mais o seu aprendizado.

Dessa forma, trabalhar com histórias infantis e matemática pode promover a criação de situações que permitem explorar as relações entre língua materna e matemática. Também pode levar o estudante a perceber a importância e a utilidade da linguagem e do simbolismo matemático, bem como o uso apropriado desses símbolos e da terminologia matemática. Além disso, pode promover o desenvolvimento da comunicação matemática, levando o aluno a compreender conceitos e essa linguagem.

Assim, este minicurso tem como objetivo apresentar e discutir, com professores dos anos iniciais Ensino Fundamental e com estudantes dos cursos de Pedagogia, possibilidades do trabalho com histórias infantis e matemática, podendo contribuir para a formação de sujeitos que conhecem e compreendem a linguagem, os conceitos e as ideias matemáticas e na resolução de problemas.

Dessa forma, apresentaremos, inicialmente, o referencial teórico que embasa essa proposta de minicurso, em seguida, a metodologia que utilizaremos. Por fim, discutimos alguns dos resultados esperados.

## **HISTÓRIAS INFANTIS E MATEMÁTICA**

Para iniciarmos a discussão sobre a possibilidade de trabalhar com histórias infantis nas aulas de matemática, traremos alguns aspectos relacionados à língua materna e matemática.

A língua materna, tanto oral quanto escrita, é um sistema de representação da realidade. A aprendizagem dessa língua, primeira aprendida pela criança, implica na construção de um sistema de representação da realidade que ocorre a partir da troca e da interdependência entre a língua oral e escrita e, portanto, não significa apenas dominar um código de transcrição (MACHADO, 2001).

A matemática, na perspectiva desse autor, também é um sistema de representação da realidade, construído no decorrer da história e, portanto, também não consiste em aprender um código de transcrição, ou seja, vai além de aprender técnicas, símbolos e procedimentos.

Machado (2001) também explicita que existe uma dependência mútua entre língua materna e matemática, pois, por exemplo, a ideia de ordem se desenvolve na ordenação das letras do alfabeto e na seriação dos números. Também são utilizadas expressões comuns como: sair pela tangente, ver de outro ângulo, dar as coordenadas, possibilidades infinitas, no meio do caminho, entre outras. Esses termos são utilizados tanto língua materna quanto na matemática, ilustrando essa relação de troca e de complementariedade.

A partir do exposto, a matemática deve ser compreendida como uma linguagem formal que tem suas especificidades, sua formalização própria, e que utiliza símbolos escritos que seguem determinadas regras. E, como linguagem formal, a matemática “não comporta a oralidade, caracterizando-se como um sistema simbólico exclusivamente escrito”, pois não é possível ocorrer uma comunicação matemática independente da escrita, de forma oral (MACHADO, 2001, p. 105).

Portanto, a partir dessas ideias de Machado (2001, p. 9), o ensino e a aprendizagem da matemática pode ocorrer por meio do trabalho conjunto entre língua materna e matemática. Nesse contexto, a língua materna não é importante apenas para auxiliar a compreensão dos enunciados, mas “sobretudo como fonte alimentadora na construção dos conceitos, na apreensão das estruturas lógicas da argumentação, na elaboração da própria linguagem matemática”

A partir do exposto, discutiremos agora sobre a utilização de histórias infantis para ensinar matemática.

As histórias infantis contém uma característica específica: o imaginário. De acordo com Bordini e Aguiar (1993), elas possuem uma riqueza polissêmica, o que proporciona o prazer por esse tipo de texto, pois ele vai além do cotidiano. As crianças estabelecem relações com um mundo criado, que não é o contexto real e preenchem, com seus conhecimentos e experiências, as lacunas desse mundo.

Dalcin (2002) também ressalta a importância da imaginação nas histórias infantis, pois elas possibilitam vivenciar experiências que não poderiam ser vividas por completo na realidade.

O trabalho com histórias infantis e matemática possibilita a criação de situações de ensino que permitem explorar as relações entre língua materna e matemática; promover ambientes que mostram ao aluno a importância e a utilidade da linguagem e o simbolismo



matemático, bem como a utilização apropriada desses símbolos e da terminologia matemática e; permitir também o desenvolvimento da comunicação matemática. Além disso, os livros infantis são repletos de ilustrações, de imagens que auxiliam na compreensão do texto, do conceito ou ideia matemática e despertam a imaginação do leitor.

Essa proposta de trabalho com histórias infantis nas aulas de matemática pode favorecer a resolução de problemas. O estudo de Carey (1992) evidencia que esse trabalho pode criar um rico contexto em que a história permite abordar problemas que não são retirados do livro didático, fonte dos problemas que normalmente são abordados nas aulas de matemática.

Kliman e Richards (1992) propõem que, além do trabalho com a resolução de problemas, os alunos podem criar suas próprias histórias matemáticas sobre situações que lhes são familiares e que envolvam um problema a ser resolvido a partir da matemática. Segundo essas autoras, com a finalidade de auxiliar os alunos a criarem essas histórias, o professor pode ler um texto que contem uma situação cotidiana que se relacione com os conceitos matemáticos, deixar livre para que as crianças escolham o tema da história, ou criar ambientes em que possam pensar sobre a matemática.

Além disso, para Welchman-Tischer (1992), as histórias infantis permitem que o professor utilize recursos visuais e materiais manipuláveis em suas aulas que possibilitam despertar o interesse e a motivação do aluno para a matemática, pois o texto pode promover o trabalho com atividades em que as crianças tenham uma postura ativa e criativa diante das ideias e dos conceitos matemáticos. Ainda, os livros infantis podem fazer surgir um ambiente no qual o aluno interprete ideias matemáticas a partir de materiais manipuláveis, use o vocabulário e o simbolismo matemático e adquira autonomia para criar exemplos próprios, referentes ao conteúdo abordado nas aulas.

Essas considerações explicitam algumas potencialidades da proposta de trabalhar conjuntamente as histórias infantis e a matemática: explorar as relações existentes entre a língua materna e a matemática; considerar o aspecto imaginário dos textos, as ilustrações presentes nos livros; trabalhar com resolução de problemas matemáticos, bem como com a elaboração de problemas e histórias e; utilizar materiais manipuláveis e recursos visuais.

A partir do exposto, passamos agora a discutir como será desenvolvido o minicurso.

## **METODOLOGIA**

Este minicurso tem como objetivo apresentar e discutir possibilidades do trabalho com histórias infantis e matemática, podendo contribuir para a formação de sujeitos que conhecem e compreendem a linguagem, os conceitos e as ideias matemáticas e na resolução de problemas.

Neste contexto, o minicurso será desenvolvido em dois blocos, com duração de duas horas cada, totalizando quatro horas. Os participantes serão professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental e estudantes de Licenciatura em Pedagogia, em um total de no máximo 30 pessoas.

No primeiro bloco, realizaremos uma discussão sobre as possibilidades de uma relação de complementaridade entre língua materna e matemática e as potencialidades da utilização dessa relação de integração no ensino e aprendizagem de matemática, enfocando a resolução de problemas e a utilização de histórias infantis.

Para tanto, refletiremos sobre várias e diferentes definições para o que é um problema e proporemos a resolução de problemas como uma metodologia de ensino que

faz uma inversão na maneira tradicional de ensinar matemática - definição, propriedade, exercícios e problemas -, ou seja, o problema torna-se o centro do processo de ensino e aprendizagem, assim inicia-se por um problema, seguido da definição, das propriedades, de exercícios e da proposta de novos problemas (ROMANATTO, 2012).

A resolução de problemas permite ao estudante fazer matemática e desenvolver diferentes capacidades, como destacado por esse autor (2012, p. 303), “criatividade, intuição, imaginação, iniciativa, autonomia, liberdade, estabelecimento de conexões, experimentação, tentativa e erro, utilização de problemas conhecidos, interpretação dos resultados, etc.”.

Além disso, discutiremos, com os participantes, as características de um problema convencional, a importância do trabalho com diferentes tipos de problema – sem solução, com mais de uma solução, de lógica, com excesso de dados, etc. – que instigam os alunos, permitindo que eles criem, reflitam e testem diversas hipóteses de solução. Ainda, refletiremos sobre a formulação de problemas que para Smole e Diniz (2001, p. 151), “quando o aluno cria seus próprios textos de problemas, ele precisa organizar tudo que sabe e elaborar o texto, dando-lhe sentido e estrutura adequados para que possa comunicar o que pretende”.

Apresentaremos também uma proposta de atividade de ensino baseada em uma história infantil com conteúdo matemático. As atividades que serão propostas e desenvolvidas são: buscar as experiências prévias dos participantes solicitando que elaborem previsões sobre a história; leitura da história, explorando possibilidades matemáticas; exploração da noção de fração enquanto subconstruto parte-todo (NACARATO et al. 2004) a partir de quantidades discretas e a relação entre fração, números decimais e porcentagem; proposta de modificações do final da história e levantamento de sugestões para a criação de outras situações-problema.

No segundo dia da oficina, os participantes, em grupo, criarão uma história sobre algum conteúdo matemático envolvendo diferentes tipos de problemas.

A criação de histórias infantis com conteúdo matemático coloca os participantes em movimento para a realização de uma atividade que, via de regra, não faz parte de sua rotina e que pode promover reflexões sobre o ensino da matemática. Assim, eles explicitam a preocupação com a forma de abordar o conteúdo, com o nível de ensino e com a faixa etária das crianças, com as ilustrações e com a escrita da história que pode, portanto, levá-los a mobilizar os conhecimentos do conteúdo e os conhecimentos pedagógicos do conteúdo, de forma a elaborar uma história com muitas possibilidades de exploração e com grande potencialidade para o ensino dos conteúdos abordados (CARNEIRO; SOUZA, 2012).

Por fim, eles socializarão suas produções para os colegas. Nessa socialização poderão expor as dificuldades e também as aprendizagens nesse processo de criação de suas próprias histórias infantis com conteúdo matemático.

## **ALGUMAS CONSIDERAÇÕES**

A partir do exposto, esperamos que os participantes reflitam sobre o ensino e a aprendizagem da matemática por meio desse trabalho com histórias infantis.

Também, buscamos promover uma discussão sobre a resolução de problemas na perspectiva de metodologia de ensino por meio de problemas não convencionais. Essa discussão pode promover uma reflexão sobre as concepções de matemática como algo pronto e acabado na qual não há espaço para a dúvida, a incerteza e o certo e errado.

Além disso, a criação de histórias infantis pode levar os participantes a mobilizarem seus conhecimentos matemáticos e colocarem-se no movimento de pensar sobre o nível de ensino para o qual a história será escrita, o conteúdo, o enredo, as ilustrações, as dificuldades que os estudantes poderão enfrentar, etc.

## REFERÊNCIAS

BORDINI, M. G.; AGUIAR, V. T. **Literatura**: a formação do leitor - alternativas metodológicas. Porto Alegre: Mercado Aberto, 1993.

CAREY, D. The patchwork quilt: a context for problem solving. **Arithmetic Teacher**, v. 39, n. 4, p.199-203, dez. 1992.

CARNEIRO, R. F.; SOUZA, A. P. G. Conhecimentos mobilizados por professoras dos anos iniciais na elaboração de histórias infantis com conteúdos matemáticos. **Práxis Educativa**, Ponta Grossa, v. 7, n. 2, p. 489-509, jul./dez. 2012.

DALCIN, A. **Um olhar sobre o paradidático de matemática**. 2002. 162f. Dissertação (Mestrado em Educação: Educação Matemática) - Faculdade de Educação, Universidade de Campinas, Campinas, 2002.

KLIMAN, M.; RICHARDS, J. Writing, sharing and discussing mathematics stories. **Arithmetic Teacher**, v. 38, n. 3, p. 138-141, nov. 1992.

MACHADO, N. J.. **Matemática e língua materna**: a análise de uma impregnação mútua. 5.ed. São Paulo: Cortez, 2001. 169p.

NACARATO, A. M. et. al. Números racionais: aspectos conceituais, o papel da linguagem e dos materiais manipulativos. **Horizontes**, v. 22, n. 1, p. 53-64, 2004.

ROMANATTO, M. C. Resolução de problemas nas aulas de Matemática. **Revista Eletrônica de Educação**, São Carlos, v. 6, n. 1, p. 299-311, maio 2012. Disponível em: <<http://www.reveduc.ufscar.br>>. Acesso em: 20 jun. 2013.

SMOLE, K. C. S.; DINIZ, M. I. (Org.). **Ler, escrever e resolver problemas**: habilidades básicas para aprender matemática. Porto Alegre, RS: Artmed, 2001.

WELCHMAN-TISCHER, R. **How to use children's literature to teach mathematics**. Reston: NCTM, 1992.

# POSSIBILIDADES DO USO DO GEOGEBRA NAS AULAS DE GEOMETRIA DO ENSINO FUNDAMENTAL II

Lahis Braga Souza<sup>1</sup>  
Marcela Souza Silva<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Universidade Estadual Paulista “Júlio Mesquita Filho” – Rio Claro/ Departamento de Educação Matemática – [lahisbraga@yahoo.com.br](mailto:lahisbraga@yahoo.com.br)

<sup>2</sup> Universidade Estadual Paulista “Júlio Mesquita Filho” – São José do Rio Preto/ Departamento de Matemática - [marcela.bel@hotmail.com](mailto:marcela.bel@hotmail.com)

## RESUMO

Neste minicurso serão propostas algumas atividades a fim explorar conteúdos de Geometria do Ensino Fundamental II com o software GeoGebra. Dentre os temas que serão abordados, destacamos: área, perímetro, propriedades de quadriláteros e soma de ângulos internos, entre outros. No presente texto, pretendemos apresentar brevemente sobre as ações governamentais, o uso de Tecnologias Digitais e do software GeoGebra, bem como as atividades que serão abordadas neste minicurso. Com esta proposta esperamos contribuir na formação do professor de Matemática apresentando meios para o uso do GeoGebra em aulas de Geometria.

**Palavras-chave:** Educação Matemática; Tecnologias Digitais; Atividades Exploratórias

## A PROPOSTA

As Tecnologias Digitais (TD) estão cada vez mais presentes na sociedade e com o intuito de fomentar a inserção destas no meio educacional, alguns programas governamentais federais e estaduais foram desenvolvidos, tais como: o Educom<sup>1</sup>, o Formar<sup>2</sup> e o Proninfo<sup>3</sup>. Atualmente, um projeto do governo que lida com esta questão é o Proinfo, um programa federal criado, para promover o uso pedagógico das TD na rede pública da educação básica.

*O programa leva às escolas computadores, recursos digitais e conteúdos educacionais. Em contrapartida, estados, Distrito Federal e municípios devem garantir a estrutura adequada para receber os laboratórios e capacitar os educadores para uso das máquinas e tecnologias (BRASIL,1997).*

Entretanto, embora investimentos tenham sido feitos na área, muitas vezes os computadores não são utilizados para fins didáticos e pedagógicos. Segundo Borba e Penteado(2003, p.17):

*[...] o acesso à informática na educação deve ser visto não apenas como um direito, mas como parte de um projeto coletivo que prevê a democratização de acessos a tecnologias desenvolvidas por essa mesma sociedade. É dessas duas*

---

<sup>1</sup> Educação e Computadores.

<sup>2</sup> Projeto Nacional de Formação de Recursos Humanos em Informática na Educação.

<sup>3</sup> Programa Nacional de Informática na Educação, lançado em 1997 pela Seed/MEC.

*formas que a informática na educação deve ser justificada: alfabetização tecnológica e direito ao acesso.*

E nesse sentido, Borba e Penteado (2003, p. 25) argumentam que

*.[...] é preciso que, além do equipamento, os programas do governo incentivem e fiscalizem a infra-estrutura oferecida pelas escolas. Se a atividade com informática não for reconhecida, valorizada e sustentada pela direção da escola, todos os esforços serão pulverizados sem provocar qualquer impacto dentro da sala de aula*

Notamos assim que tem ações para implementar as TD em sala de aula, e que estas estão cada vez mais presentes como meio de acesso ao conhecimento e favorecedor da troca de informações, portanto acreditamos que os professores podem buscar o apoio nessas visando possibilitar outros meios de ensino e aprendizagem. Sobre esse aspecto, os PCNs afirmam que:

*As tecnologias, em suas diferentes formas e usos, constituem um dos principais agentes de transformação da sociedade, pelas modificações que exercem nos meios de produção e por suas consequências no cotidiano das pessoas. [...] Além disso, tudo indica que pode ser um grande aliado do desenvolvimento cognitivo dos alunos [...] (BRASIL, 1998, p. 43-44).*

Entre estas TD encontra-se o software GeoGebra, um software livre e compatível com os sistemas operacionais Windows e Linux que foi criado em 2001 por Markus Hohenwarter na Universitat Salzburg. Um software educativo, dinâmico e gratuito que auxilia no ensino de Matemática e combina Geometria, Álgebra, Tabelas, Gráficos, Estatística e Cálculo. Este software tem sido utilizado no mundo todo, seja por educadores ou outros profissionais nas mais diversas áreas, principalmente em interesse didático e pedagógico.

Por ser um sistema dinâmico de geometria este permite que ao movimentarmos seus elementos, as relações geométricas da figura sejam preservadas. Concordamos com Santos (2006, p. 33) que acredita que “[...] com estes softwares é possível investigar diferentes variações de uma construção geométrica e, conseqüentemente, inferir propriedades, chegar a generalizações e verificar teoremas” com isto tornar o estudo dos conteúdo mais dinâmico, favorecendo a compreensão dos conceitos e relações geométricas.

O software é uma importante ferramenta que pode estimular o interesse pela matemática, além de permitir a abordagem de diversos conteúdos. Pintro (2009), ao utilizar o software nas aulas de matemática destaca que

*Através das próprias ferramentas do GeoGebra os alunos foram introduzindo em seu vocabulário, com mais naturalidade, os seguintes conceitos: reta paralela, reta perpendicular, bissetriz, segmento definido por dois pontos, ponto (par ordenado), ponto médio, ponto de interseção, polígono, polígono regular, área, distância, comprimento ou perímetro, ângulo e reflexão com relação a uma reta (simetria). [...] Eu percebi que meus alunos têm aprendido muitos conceitos matemáticos enquanto se familiarizam com as ferramentas do GeoGebra da mesma maneira que um dia aprenderam a caminhar, a falar, a se alimentar e a tomar banho (PINTRO, 2009, p.4-5).*

Entretanto vale ressaltar, que além das potencialidades oferecidas pelo software “existem outros aspectos fundamentais a serem considerados com relação ao uso educacional de uma tecnologia como, por exemplo, o papel do professor, o design ou natureza proposta, dentre outros” (BORBA; SCUCUGLIA; GANADINIS, 2014, p.

48).Em relação ao papel do professor, é necessário despertar a sua curiosidade e fomentar para o uso software em sala de aula pois muitos fatores estão em jogo quando se insere as TD no ambiente de ensino, como por exemplo o domínio da máquina e do software, o controle da turma, os imprevistos quanto às limitações do equipamento, etc, e tudo isso pode ser desmotivador de sua prática.

Desta forma, para contribuir com a inserção das TD nas aulas e na formação do professor de Matemática, este minicurso visa a utilização deste software, o GeoGebra, onde o professor e o futuro professor, terá a oportunidade de experienciar o uso deste para o ensino de Geometria no Ensino Fundamental.

## METODOLOGIA E ATIVIDADES

Caracterizamos as atividades desse minicurso como exploratórias e investigativas, como dito anteriormente e concordamos com Santos (2006, p. 38) que acredita que umas das consequências do uso de softwares de Geometria é que “[...] um ambiente com características próprias é criado, no qual as construções podem ser submetidas à prova do arrastar, do dinamismo, do movimento, da animação, de modo que as propriedades e conjecturas formuladas poderão ser testadas para vários casos e validadas ou refutadas”.

Partindo disto as atividades aqui expostas foram elaboradas pensando na prática do professor de Ensino Fundamental II, que possuem alguma familiaridade com GeoGebra, entretanto daremos suporte para os participantes que não possuem esta familiaridade. Essas atividades tem destaque os conteúdos de Geometria Plana, as quais podem ser trabalhadas em sala de aula pelo professor.

O minicurso ocorrerá de forma dinâmica, com resolução síncrona das atividades, análise de possibilidades de resolução, levando-se em consideração o que o participante do minicurso conhece sobre o tema e também apresentando aos participantes modo de solução para a atividade. Além disso, vamos expor modelos de atividades que o professor pode trabalhar em sala de aula baseado em livros didáticos. Na seção a seguir apresentamos as atividades que serão desenvolvidas neste minicurso.

### PARTE 1 - INTRODUÇÃO AO GEOGEBRA

1) Marcar dois pontos A e B. Determinar o ponto médio. Mover o ponto B. O que ocorre com o ponto médio? Porque isto ocorre? Movimente o ponto C. O que ocorre? Porque isto ocorre?

2) Criar dois pontos A e B. Use a ferramenta **mover** para movimentá-los. Construa uma **reta r** que passe pelos dois pontos. Em seguida, apague o ponto A (clique sobre o ponto com o botão direito do mouse em apagar). O que ocorreu? Porque isto ocorre?

3) Construir um segmento AB qualquer. Crie um novo segmento CD de mesmo tamanho de AB com a ferramenta **segmento com comprimento fixo**

4) Com segmento construído anteriormente, construa um de raio AB, marque um ponto C sobre o e esconder o círculo. Mover o ponto C. O que ocorre ao mover o ponto C? Porque isso ocorre?

5) Criar uma **reta AB**. Mova um dos pontos que a definiram. O que pode ser verificado? O que ocorre na Zona Algébrica? Marcar um ponto com a ferramenta **ponto em objeto** sobre a reta tentar movê-lo. O que ocorre? Porque você acha que isso ocorre?

6) A ferramenta **polígono** e a ferramenta **polígono regular**, construa um quadrilátero, um pentágono e um hexágono com a ferramenta polígono. Com a ferramenta **polígono regular**, construa um polígono com número de lados 200. Altere o zoom para melhor visualização. O que pode observar.

## PARTE 2 – GEOMETRIA

1) Construa um quadrilátero que tenha pelo menos dois ângulos retos e dois pares de lados paralelos e com mesma medida. **Questões:**i) Qual quadrilátero foi obtido nessa construção? Justifique sua resposta. ii) Use a ferramenta **Mover** e responda os itens a seguir:a) Os lados opostos deixaram de ser paralelos? O que acontece com as suas medidas? b) O que você pode observar nos ângulos ? c) Com a ferramenta faça **ângulo** obtenha a medida dos ângulos internos desse quadrilátero. Quanto vale a soma de todos os ângulos internos? iii)O retângulo satisfaz todas as propriedades desse quadrilátero?

2) Construa um quadrilátero cujo os lados opostos sejam paralelos e os lados possuem mesma medida.**Questões** i)Qual quadrilátero foi obtido nessa construção? Justifique sua resposta. ii) Use a ferramenta **Mover** e responda os itens a seguir: a) Os lados opostos deixaram de ser paralelos? O que acontece com as suas medidas? b) O que você pode observar nos ângulos opostos?c) Use a ferramenta **entrada** e some os ângulos de vértice A e vértice E. O que podemos observar? Esses ângulos são complementares ou suplementares? d) Com a ferramenta faça **ângulo** obtenha a medida dos ângulos internos desse quadrilátero. Quanto vale a soma de todos os ângulos internos? e) Movimente os pontos da construção e transforme o quadrilátero construído em um quadrado. O que o diferencia do anterior?

3)Construa um quadrilátero cujo os lados opostos sejam paralelos. i) Qual quadrilátero foi obtido nessa construção? Justifique sua resposta. ii) Use a ferramenta **Mover** e responda os itens a seguir:a) Os lados opostos deixaram de ser paralelos? O que acontece com as suas medidas?b) O que você pode observar nos ângulos opostos?c) Use a ferramenta **entrada** e some os ângulos de vértice A e vértice B. O que podemos observar? Esses ângulos são complementares ou suplementares?d) Com a ferramenta faça **ângulo** obtenha a medida dos ângulos internos desse quadrilátero. Quanto vale a soma de todos os ângulos internos?e) Movimente os pontos da construção e transforme o quadrilátero construído em um quadrado. O que o diferencia do anterior?f) Movimente os pontos da construção e transforme o quadrilátero construído em um retângulo. O que o diferencia do anterior? iii) O retângulo satisfaz todas as propriedades desse quadrilátero? iv ) O retângulo pode ser um paralelogramo especial? v) O retângulo pode estar incluído em outro grupo?

4) Construa um quadrilátero que possui um par de lados paralelos. Qual quadrilátero foi obtido nessa construção? Justifique sua resposta. Com a ferramenta **ângulo** meça os ângulos internos desse quadrilátero. Quanto vale a soma de todos os ângulos internos? Use a ferramenta **entrada**. Ao mover os pontos da construção, o que acontece com a soma dos ângulos internos desse quadrilátero? **Discussão:** O retângulo satisfaz todas as propriedades desse quadrilátero? Paralelogramo satisfaz todas as propriedades desse quadrilátero?

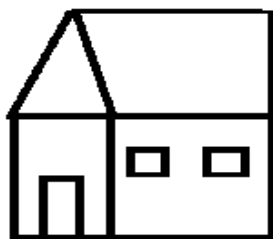
5) Construa um retângulo de forma que possamos alterar tanto a base quanto sua altura. Construa um retângulo de forma que possamos alterar sua altura e tenha base de 5cm. Movimente o Controle Deslizante para que o primeiro retângulo tenha base de 12,5cm e altura de 8cm. O que é preciso fazer para que o segundo retângulo tenha a mesma área que

o primeiro? Vou comprar um terreno. Tenho duas opções com medidas do retângulos da questão 1. Após compra-lo terei que cerca-lo. Qual dos dois terrenos seria mais vantajoso comprar? Por quê? É possível ter dois retângulos com base e altura diferente com o mesmo perímetro?

6) Construa um reta  $r$ , usando a ferramenta **reta definida por dois pontos**. Construa com a ferramenta **reta paralela** uma reta  $s$  paralela a reta  $r$ . Marque os pontos D e E sobre a reta  $s$ . Com a ferramenta **polígono** construa os triângulos ABD e ABE. Com a ferramenta **área** calcule a área do triângulo ABD e ABE. O que você pode observar em relação as áreas desses triângulos? Você acha que isto acontece por que? Movimente os pontos D e E, e descreva o que acontece com as medidas das áreas desses triângulos e se possível justifique o por que acontece. Com a ferramenta **ângulo** meça os ângulos do triângulo ABE. Quanto vale a soma de todos os ângulos internos? Use a ferramenta **entrada**. Com a ferramenta **mover**, mova o ponto E. O que acontece com a soma dos ângulos internos do triângulo ABE?

7) Construa uma reta AB. Crie um ponto C tal que C não pertença a reta AB. Trace uma reta paralela a reta AB passando pelo ponto C. Trace uma reta que passe por A,C e uma reta que passe por B,C. Marque um ponto D na reta paralela a reta AB, a direita de C; e um ponto E a esquerda do ponto C. Marque um ponto F na reta AB a esquerda do ponto A e o ponto G a direita do ponto B. Com a ferramenta ângulo, meça os ângulos internos do triângulo ABC (Clique no sentido horário). Com a ferramenta ângulo, meça o ângulo BCD e ACE. O que pode observar? Como são chamados esses ângulos? Qual o valor da soma dos ângulo ECA, ACB e BCD? (Verifique sua resposta usando a ferramenta **entrada**) O que você pode dizer com relação a soma dos ângulos do triângulo ABC? (Verifique sua resposta usando a ferramenta **entrada**).

8) Vamos agora formalizar e compreender o conceito de Simetria da Reflexão. No GeoGebra foi fornecido uma imagem. Conforme abaixo:



Em seguida, usando a ferramenta reflexão em relação a uma reta, gere um figura simétrica em relação ao eixo Y. Marque três pontos equivalentes em ambas figuras, A, B e C na figura original, e A', B', C' na figura refletida usando a ferramenta **reflexão em relação a uma reta**. Usando a ferramenta **distância, comprimento ou perímetro** determine a distância entre cada um dos pontos e o eixo Y. Qual a relação existente entre as distâncias entre cada um dos pontos com o eixo y? Movimente os pontos da figura inicial. O que ocorre com as distâncias? Movimente os pontos da figura inicial. O que ocorre com as distâncias?

## CONSIDERAÇÕES

O objetivo deste mini curso é apresentar as possibilidades do GeoGebra no ensino de Geometria no Ensino Fundamental II. Este software e outras Tecnologias Digitais têm



se revelado importantes recursos para o ensino de Matemática e de conceitos que muitas vezes não podem ser explorados apenas com lousa e giz, e neste minicurso procura-se evidenciar as potencialidades em sala de aula no ensino de Geometria.

Acredita-se que é importante oferecer ao professor a oportunidade de conhecer e experimentar recursos e metodologias que possam contribuir com sua prática e, assim, possibilitar mudanças em suas concepções.

## REFERÊNCIAS

- BORBA, M. C.; PENTEADO, M. G., Pesquisas em Informática e Educação Matemática. Educação em Revista. Belo Horizonte, n. 36, 2002. p. 239-53.
- BORBA, M. C.; SCUCUGLIA, R. R.S., GADANIDIS, G. (2014) – Fases das Tecnologias Digitais em Educação Matemática: sala de aula e internet em movimento. Belo Horizonte: Autêntica.
- BRASIL, Parâmetros Curriculares Nacionais: ensino médio. Brasília: Ministério da Educação, 1998
- BRASIL. Ministério da Educação: Programa Nacional de Tecnologia Educacional (ProInfo). 1997. Disponível em < <http://portal.mec.gov.br/index.php?Itemid=462> >. Acesso em 11 maio.2015
- PINTRO,A.L. Uso do software GeoGebra nas aulas de matemática do ensino fundamental II. In: Conferência Latino Americana de GeoGebra, n.1, São Paulo, 2012. p.1-9.
- SANTOS, S. C. A Produção Matemática em um Ambiente Virtual de Aprendizagem: o caso da geometria euclidiana espacial. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2006.

# SÓLIDOS DE PLATÃO COM ORIGAMI MODULAR - UMA INTRODUÇÃO AOS POLIEDROS REGULARES

Edmar Luiz Gomes Júnior<sup>1</sup>

Anita Lima Pimenta<sup>2</sup>, Amanda da Paixão B. Magalhães<sup>3</sup>, Dra. Eliane Scheid Gazire<sup>4</sup>

<sup>1</sup>IFMG – Ouro Preto, edmarlgj@hotmail.com

<sup>2</sup>PUC - MINAS, anitallima@yahoo.com.br

<sup>3</sup>IFMG – Ouro Preto, magalhãesamanda22@hotmail.com

<sup>4</sup>PUC – MINAS, egazire@terra.com.br

## Resumo

O presente minicurso tem como objetivo apresentar as potencialidades da utilização do Origami Modular na construção dos Poliedros Regulares também conhecidos como Sólidos de Platão, visando fornecer subsídios ao professor interessado em apresentar o assunto no Ensino Fundamental (6º e 7º anos), incentivando o envolvimento entre os participantes e o objeto de estudo, propiciando, assim, a interação entre a manipulação e a investigação. A construção do Origami Modular oferece ao aluno a chance de manipular o objeto de estudo nas aulas de Geometria Espacial e permite, ainda, visualizar os Poliedros Regulares de uma forma matematicamente diferente daquela figurada nos livros didáticos sem nenhum recurso tridimensional.

**Palavras-chave:** Origami Modular. Sólidos de Platão. Poliedros Regulares. Geometria Espacial.

## INTRODUÇÃO

O presente minicurso propõe uma alternativa para a abordagem dos Poliedros Regulares também conhecidos como Sólidos de Platão por meio do Origami, mais especificamente o Origami Modular. Para Suzuki, Marques e Parra (2006), a palavra japonesa origami quer dizer “dobrar papel” (ori = dobrar; kami = papel) e refere-se a uma arte que hoje é disseminada no mundo todo.

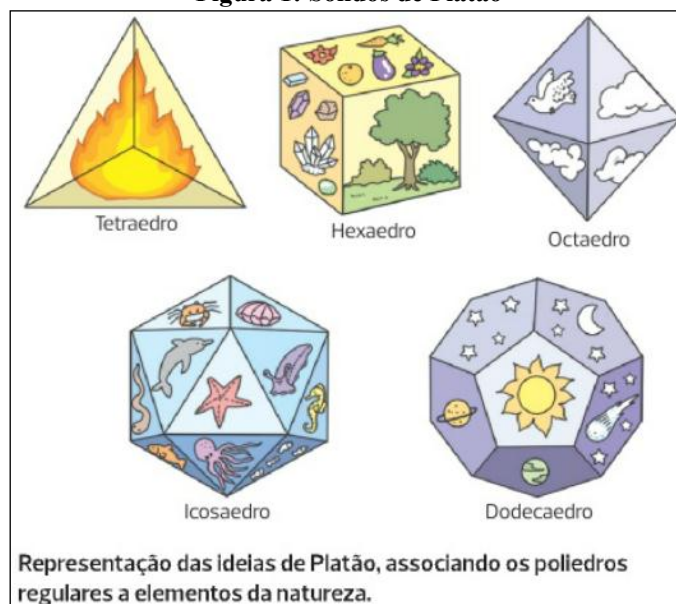
Para Buske e Murari (2007) o Origami distingue-se pela quantidade de peças de papel que são utilizadas em sua confecção. Enquanto no origami tradicional, segundo as autoras, utiliza-se apenas uma peça de papel, o origami modular, se baseia na construção de módulos ou unidades (quase sempre iguais), que, encaixados, formam figuras quase sempre poliédricas.

O Origami é aqui recomendado como um recurso facilitador para o ensino da Geometria, pois concede ao aluno a oportunidade de manipular o objeto de estudo e ajuda a perceber construções gradativas dos conceitos geométricos. Desta forma, Sheng *et al* (2006, p.9) afirmam a importância do Origami no ensino de Matemática ressaltando que “a utilização do origami em sala de aula auxilia no desenvolvimento da leitura e interpretação de diagramas, proporciona o uso de termos geométricos em um contexto, além de permitir a exploração de padrões geométricos”.

Já em relação aos Poliedros Regulares, Dante (2014) conta que o filósofo grego Platão (428 a.C. – 347 a.C.) escreveu, há aproximadamente 2.500 anos, a obra *Timeu*, na qual o personagem que leva o nome da obra associa, de forma mística, os Poliedros

Regulares a elementos primordiais, segundo ele, de todos os corpos materiais. O tetraedro é associado ao fogo, o cubo (ou hexaedro) à terra, o octaedro ao ar e o icosaedro à água. O quinto poliedro, o dodecaedro, o personagem criado por Platão associou ao Universo. Desde então, os Poliedros Regulares ficaram também conhecidos com Sólidos de Platão.

**Figura 1: Sólidos de Platão**



Fonte - DANTE, 2014, p.88

O uso do Origami Modular como um recurso facilitador no ensino e aprendizagem da Matemática já faz parte da prática docente dos autores deste minicurso. Porém, nesta proposta serão utilizados novos módulos para a construção do Hexaedro, Tetraedro, Octaedro e Icosaedro. Este formato se baseia na pesquisa de mestrado, em construção, da professora Anita Lima Pimenta sob orientação da professora Dra. Eliane Shceid Gazire do programa de Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática da PUC-Minas.

## JUSTIFICATIVA

Acredita-se que através da manipulação do papel, para a construção do Origami, o aluno desenvolverá conceitos geométricos tais como; simetrias, congruências, ângulos, razões, proporções, dentre outros e a dobragem do papel auxiliará o aluno a desenvolver sua destreza manual.

Por se tratar de uma arte de baixo custo, o Origami pode auxiliar a aprendizagem dos conceitos geométricos mesmos nas escolas que possuem poucos recursos materiais.

Além disso, o Origami pode ser utilizado como um recurso didático, pois desenvolve o raciocínio investigativo, a criatividade, o senso estético, dentre outras competências e habilidades indicadas pelos Parâmetros Curriculares Nacionais.

## OBJETIVOS

- Construir, através de dobraduras, conceitos elementares da Geometria Plana;
- Inserir a prática do origami em sala de aula como um recurso pedagógico, de forma que, com ele, a aprendizagem da Geometria se torne mais significativa;

- Contribuir para a aprendizagem da Geometria de uma forma mais lúdica, proporcionando maior compreensão no estudo dos Sólidos de Platão;
- Construir os Sólidos de Platão através de Origami modular, a fim de permitir que os alunos desenvolvam sua percepção espacial.

## METODOLOGIA

As atividades propostas no minicurso estão organizadas em dois blocos de duas horas, sendo estes em dias distintos, para um grupo de até 30 participantes que trabalham individualmente, produzindo seus próprios sólidos, como discriminado a seguir:

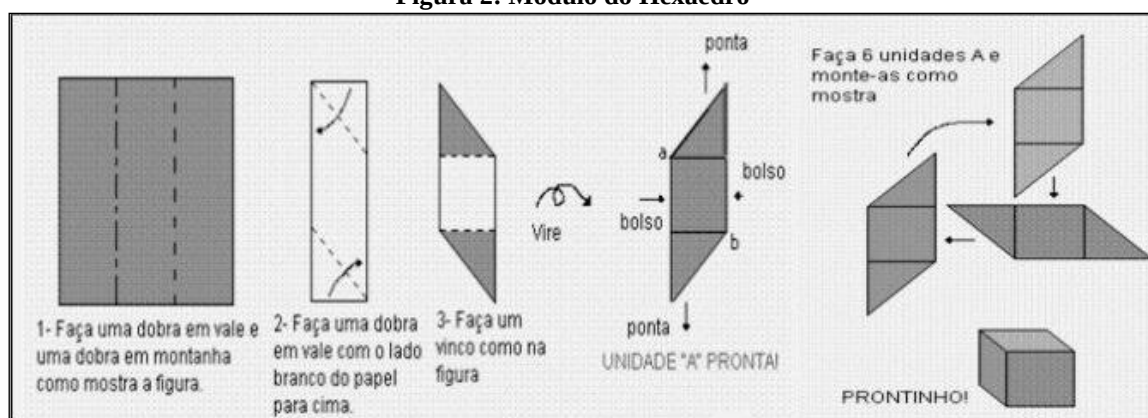
**Tabela 1: Organização das atividades por blocos**

|                 |                                                                                                           |
|-----------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>Bloco I</b>  | Construção dos Poliedros:<br>-Hexaedro (06 módulos)<br>-Dodecaedro (12 módulos)                           |
| <b>Bloco II</b> | Construção dos Poliedros:<br>-Tetraedro (02 módulos)<br>-Octaedro (04 módulos)<br>-Icosaedro (10 módulos) |

Fonte - Dados da pesquisa

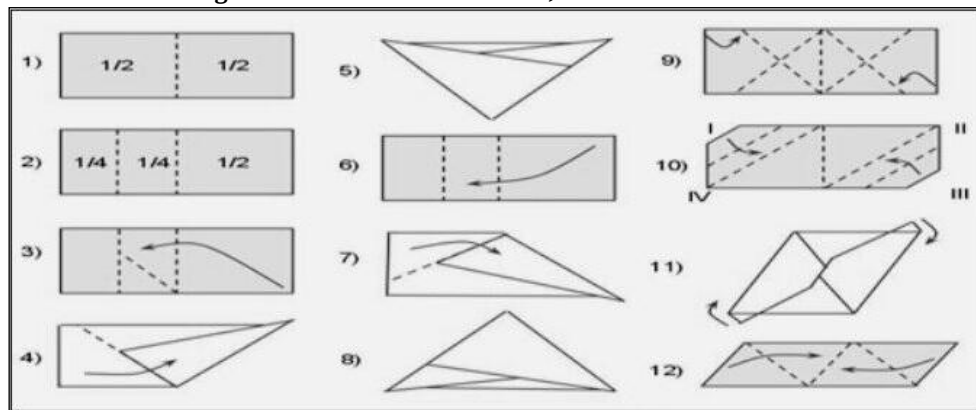
Como já dito anteriormente, no Origami Modular se faz necessária a construção de módulos, os quais, unidos, formarão os Sólidos Platônicos. Para a construção desses módulos, deve-se utilizar uma folha de papel A4 colorida que, após ser dobrada de acordo com os passos necessários para cada tipo de módulo, resultará em um polígono (triangular, quadrangular ou pentagonal) com abas que servirão para o encaixe.

**Figura 2: Módulo do Hexaedro**



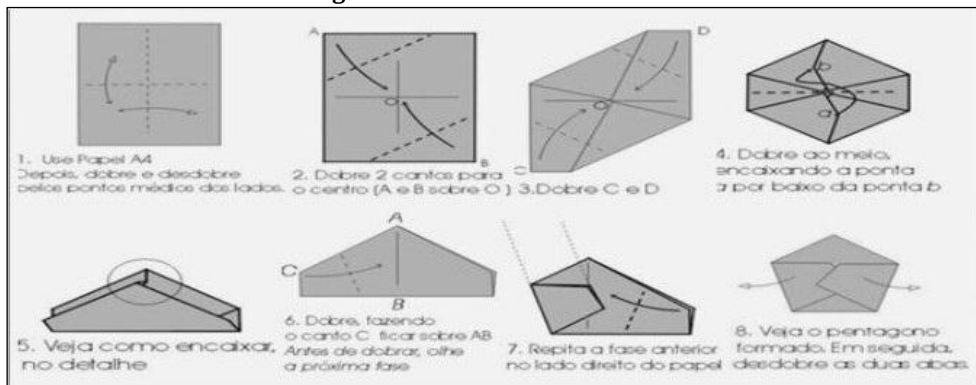
Fonte: Disponível em: <http://www.comofazerorigami.com.br/origami-de-cubo-modular/>. Acesso em 24 jun 2015.

**Figura 3: Módulo do Tetraedro, Octaedro e Icosaedro**



Fonte: Disponível em: <http://origamatica.blogspot.com.br/p/tetraedro.html>. Acesso em 24 jun. 2015.

**Figura 4: Módulo do Dodecaedro**



Fonte: Disponível em: <http://www.jornallivre.com.br/154028/origami-na-escola.html>. Acesso em 24 jun 2015.

## REFERENCIAS

BUSKE, N.; MURARI, C. **Origami Modular na construção de poliedros para o ensino da geometria**. In: ENEM - ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 9, 2007, Belo Horizonte, MG. Anais... Belo Horizonte: SBEM, 2007. p. 01-13.

COMO FAZER ORIGAMI. **Origami de cubo modular**. Disponível em: <http://www.comofazerorigami.com.br/origami-de-cubo-modular/>. Acesso em 24 jun. 2015.

DANTE, L. R. **Projeto Teláris – Matemática – 6º ano**, São Paulo: Ática, 2014.

JORNAL LIVRE. **Origami na escola**. Disponível em: <http://www.jornallivre.com.br/154028/origami-na-escola.html>. Acesso em 24 jun 2015.

ORIGAMATICA. **Tetraedro**. Disponível em: <http://origamatica.blogspot.com.br/p/tetraedro.html>. Acesso em 24 jun. 2015.

SHENG, L. Y.; PONCE, V. C.; FENG, L. Y.; PIGIANI, A. L. **Utilização da arte do**

**origami no ensino de geometria.** 2006. Disponível em:  
[www.ime.unicamp.br/erpm2005/anais/c3.pdf](http://www.ime.unicamp.br/erpm2005/anais/c3.pdf). Acesso em: 19 mar. 2015.

SUZUKI, S. S.; MARQUES, R. C.; PARRA D. A **Geometria do Origami.** 2006.  
Disponível em: <http://www.ime.unicamp.br/~eliane/ma241/trabalhos/origami.pdf>.  
Acesso em: 19 mar.2013.

# TRIGONOMETRIA ESFÉRICA: NOÇÕES E ATIVIDADES NUM AMBIENTE NÃO EUCLIDIANO

Estevam Ferreira dos Santos Filho<sup>1</sup>

Dimas Felipe de Miranda<sup>2</sup>

<sup>1</sup>PUC-Minas / Mestrado em ensino de ciências e matemática, [efilho1966@gmail.com](mailto:efilho1966@gmail.com)

<sup>2</sup>PUC-Minas / Mestrado em Ensino de ciências e matemática, [dimasfm48@yahoo.com.br](mailto:dimasfm48@yahoo.com.br)

## Resumo

O presente minicurso tem como proposta levar o participante a vivenciar um ambiente com textos ilustrativos e atividades didáticas, destinado ao estudo da geometria esférica, explorando sua matemática básica (trigonometria) e seu caráter não euclidiano. A partir de uma análise comparativa entre as geometrias plana e esférica, este trabalho propõe resgatar a geometria e trigonometria esférica visando sua reinserção no ambiente escolar. Mostra as peculiaridades dos triângulos construídos na superfície esférica, suas semelhanças e diferenças em relação a geometria euclidiana e o quanto uma pode auxiliar no aprendizado da outra. Ressalta a importância e influência da trigonometria esférica nas navegações aéreas e navais e em quaisquer grandes deslocamentos na superfície terrestre assim como sua afinidade com a geografia proporcionando a interdisciplinaridade.

**Palavras chaves:** geometria esférica, trigonometria esférica, geometria não euclidiana.

## 1. CONTEÚDO

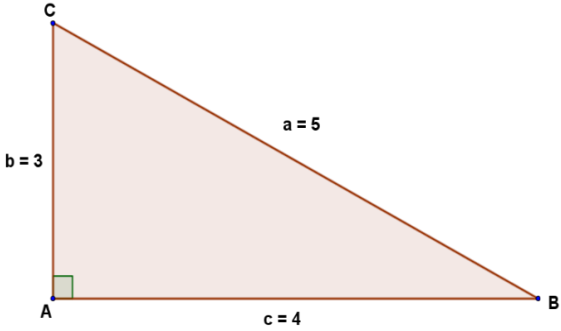
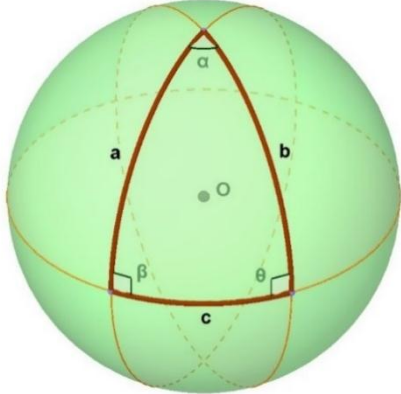
A prática profissional mostra a importância da geometria no cotidiano escolar, seja ela euclidiana ou não euclidiana, e uma pode auxiliar na aprendizagem da outra, evidenciando suas peculiaridades. Desta forma este minicurso propõe, como parte das atividades desenvolvidas na pesquisa de Mestrado de SANTOS FILHO (2015), uma familiarização com o ambiente não euclidiano, mais especificamente com a geometria esférica que é a forma do planeta em que vivemos.

Importa entender como proceder, qualitativa e quantitativamente, em grandes deslocamentos na superfície esférica, conhecendo melhor os elementos característicos da esfera, distância esférica, diedros, triedros, ângulos esféricos, triângulos esféricos e suas propriedades. Ganhar intimidade com a trigonometria esférica: os tipos mais variados de triângulos esféricos e suas nomenclaturas excêntricas, excesso esférico, o equivalente a um esferorradiano e triângulo polar, como auxiliar na resolução dos triângulos retângulos esféricos.

Utilizar o algoritmo de Neper na resolução dos triângulos retângulos da trigonometria esférica e suas aplicações, a lei dos quadrantes, um pouco sobre os dados e a forma do planeta Terra e suas geodésicas. Adquirir noções e/ou realizar cálculos sobre rumos, distâncias em milhas náuticas e em quilômetros, navegação segundo paralelos, pequenas singraduras, cartas de Mercator, navegação estimada e a diferença entre os dois tipos de deslocamento conhecidos como ortodromia e loxodromia aplicados à navegação.

Estabelecer um paralelo entre a conhecida geometria euclidiana e a esférica, facilitando uma compreensão mútua, enfatizando suas semelhanças e evidenciando suas diferenças, como, por exemplo no Quadro 01.

**Quadro 01 – Teorema de Pitágoras nos triângulos retângulos**

| Geometria euclidiana                                                                                                                                      | Geometria esférica                                                                                                                                                           |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|                                                                          |                                                                                            |
| <p>É sempre válido nos triângulos retângulos</p> $(a^2 = b^2 + c^2)$ <p>Ex.: <math>5^2 = 3^2 + 4^2 \Rightarrow 25 = 9 + 16 \Rightarrow 25 = 25</math></p> | <p>Não é válido. Sendo “a” a hipotenusa, “b” e “c” catetos.</p> <p><math>a = b</math>, então, <math>a^2 = b^2</math>, logo tem-se que, <math>a^2 \neq (b^2 + c^2)</math></p> |

Fonte: ELABORADO PELO AUTOR ATRAVÉS DO SOFTWARE GEOGEBRA, 2015

O participante do minicurso terá atividades para as quais ele será orientado e incentivado a construir figuras no software Geogebra, módulos 2d e 3d.

## 2. OBJETIVOS GERAIS E ESPECÍFICOS

O objetivo geral deste minicurso é oferecer oportunidade aos docentes (e como consequência, aos discentes) de conhecerem um pouco mais sobre a geometria esférica e suas especificidades de uma forma descontraída e dinâmica onde todos possam, posteriormente, socializar suas experiências vividas em um ambiente não euclidiano.

Como objetivos específicos pretende-se: a) direcionar este minicurso à formação de professores, de tal forma que estes possam adquirir e ampliar suas informações, seus conhecimentos e reduzir as dificuldades iniciais de se reconhecer e raciocinar num ambiente não euclidiano, dando-lhes mais segurança e autonomia para abordar o tema; b) Levar o participante a resolver uma sequência didática de atividades que desenvolva o pensamento geométrico não euclidiano, explorando cálculos matemáticos e comparando os dois modelos de geometrias, euclidiano e não euclidiano; c) incentivar os docentes a buscarem melhor familiarização com o software Geogebra, em especial com Geogebra 3D, cujo surgimento é bem recente, e incentivá-los a transformá-lo em uma ferramenta didática em suas aulas de geometria.

## 3. DESCRIÇÃO SUMÁRIA DAS ATIVIDADES DURANTE AS QUATRO HORAS



As atividades que serão realizadas são compostas de sequências didáticas cujos elementos teóricos são baseados em Zabala (1998) organizadas da seguinte forma:

- a) Introdução às geometrias não euclidianas mais conhecidas, com ênfase à geometria esférica: 15 minutos.
- b) Execução das atividades relacionadas ao item geometria esférica e socialização do conhecimento: 1 hora e 45 minutos.
- c) Execução das atividades relacionadas ao item trigonometria esférica e socialização do conhecimento: 1 hora e 15 minutos.
- d) Execução das atividades sobre navegação naval, problemas práticos e avaliação do processo do minicurso: 45 minutos.

#### **4. METODOLOGIA**

O planejamento, a preparação e aplicação das etapas do minicurso fundamentam-se na teoria da Prática Educativa de Zabala (1998), em que um dos princípios defendidos é que a aprendizagem (sistemizada) é uma construção pessoal que cada um realiza graças à ajuda que recebe de outras pessoas.

O minicurso usará uma linguagem que requer do público pelo menos um contato inicial com os conceitos euclidianos básicos de geometria e de trigonometria.

Usando projetor, serão feitas exposições da teoria, de exemplos e desenvolvimento de cálculos, referenciados em Arós (2012), Ayres Junior (1942) Miranda et al (2003 e 2005), entre outros, não só objetivando passar informações, mas também aguçar a curiosidade dos participantes, provocá-los com situações problemáticas, levá-los a assimilar terminologias e levantar suas dúvidas e dificuldades.

Uma lista de atividades didáticas será disponibilizada para cada participante, as quais serão, num primeiro momento, discutidas e resolvidas em grupos com uso das mídias tradicionais: lápis, papel, material concreto e calculadora científica que deverá ser trazidas pelos participantes.

Após e/ou concomitante à exploração manual do ambiente não euclidiano, os participantes serão levados a desenvolverem atividades que os incentivarão a manusear com o software Geogebra, em especial o Geogebra 3D.

#### **5. REFERENCIAL TEÓRICO**

Este minicurso se propôs a preparar um ambiente de aprendizagem para o participante vivenciar as ideias básicas da geometria não euclidiana, com foco na geometria esférica e exploração de sua trigonometria. A implementação de ambientes de aprendizagem para abordar conteúdos didáticos tem sido o foco de muitos trabalhos em educação, e também em educação matemática (FRASER, 1998; ROSENTHAL, 1995; STEINBRIG, 2005; FROTA E NASSER, 2009).

Assumiu-se aqui a proposta conceitual de Frota e Nasser (2009) de que ambientes de aprendizagem são considerados na sua multiplicidade, como ambientes de aprendizagem informatizados ou não. A proposta é que ambientes de aprendizagem de Matemática sejam repensados como espaços e possibilidades de desenvolvimento de estratégias de aprendizagem, que podem ter diferentes orientações (prática, teórica e investigativa), objetivando a autonomia e autorregulação da aprendizagem.

Por sua vez, a concepção de aprendizagem foi buscada em Zabala (1998), que defende ser ela uma construção pessoal que cada aluno realiza graças, em geral, à ajuda que recebe de outras pessoas. O autor ainda comenta que esta construção, através da qual pode-se atribuir significado a um determinado objeto de ensino, implica a contribuição por parte da pessoa que aprende, de seu interesse e disponibilidade, de seus conhecimentos prévios e de sua experiência.

Em tudo isso, conclui Zabala (1998), desempenha um papel essencial a pessoa especializada (professor), que ajuda a detectar um conflito inicial entre o que já se conhece e o que se deve saber; que contribui para que o aluno se sinta capaz e com vontade de resolvê-lo; que propõe o novo conteúdo como um desafio interessante, cuja resolução terá alguma utilidade; que intervém de forma adequada nos progressos e nas dificuldades que o aluno manifesta, apoiando-o e prevendo, ao mesmo tempo, a atuação autônoma do aluno.

Assim, o planejamento, a elaboração e metodologia de aplicação das atividades didáticas do presente minicurso foram inspiradas no conceito da Prática Educativa de Zabala (1998), constituindo-se em uma Sequência Didática, entendida como um conjunto de atividades ou tarefas, ordenadas, estruturadas e articuladas visando a realização dos objetivos educacionais estabelecidos.

## **6. RECURSOS DIDÁTICOS**

Os recursos didáticos a serem usados serão projetor multimídia, computador, dois pinceis de diferentes cores (vermelho e azul) para quadro branco, lousa branca e calculadora científica que contenha a função de operações com graus e seus submúltiplos e as razões trigonométricas, as calculadoras deverão ser trazidas pelos participantes.

## **7. PÚBLICO ALVO**

Estudantes e/ou professores que tenham interesse em ampliar seus conhecimentos acerca de outras geometrias não euclidianas em especial a geometria esférica e trigonometria esférica.

## **8. PRÉ-REQUISITOS**

Conhecimentos sobre a geometria euclidiana, suas propriedades, teoremas e postulados. Domínio em manusear calculadoras científicas.

## **9. VAGAS:**

O máximo de 30 vagas.

## **10. REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA**

ARÓS, Á. R.; BLANCO, F.; MUIÑOS, M. J. **Trigonometría plana y esférica con aplicaciones a la navegación**. Madrid: Paraninfo, 2012.

AYRES JUNIOR, F. **Trigonometria plana e esférica**. 2 ed. Rio de Janeiro: Ao Livro Técnico, 1942.

DOLCE, O.; POMPEO, J. N. **Fundamentos de matemática elementar: geometria espacial**. 6. ed. São Paulo: Atual, 2005.

ECOPLANET. **A forma ideal da Terra**. Disponível em: <Acesso em 07 mai. 2015. <<http://eco4planet.com/blog/tag/planeta/>>. Acesso em: 08 Mar. 2015

FATOS MATEMÁTICOS. **Superfície hiperbólica**. Disponível em: <<http://fatosmatematicos.blogspot.com.br/2012/01/superficies-parametricas-atraves-do.html>>. Acesso em: 08 Mar. 2015.

FRASER, B. Science Learning Environments: Assessment, Effects and Determinants. In: FRASER, B.; TOBIN, K.G.(Ed). **International Handbook of Science Education**. Dordrecht/Boston/London: Kluwer Academic. 1998, p.527-564.

FROTA, M. C. R. Estilos de aprendizagem matemática e autocontrole do processo de aprendizagem. In: FROTA, M. C. R., NASSER, L. **Educação Matemática no Ensino Superior: Pesquisas e Debates**. Recife: SBEM, 2009, p. 59-79.

MIRANDA, D. F de; BARROSO, L. C.; ABREU, J. F de. Das cidades à geometria taxi. In: BARROSO, L. C.; ABREU, J. F de. (Org.). **Geografia, modelos de análise espacial e GIS**. Belo Horizonte: PUC Minas, 2003. p. 9-30.

PEDRO, I. **Trigonometria plana e esférica**. Rio de Janeiro: Paulo de Azevedo, 1946.

ROSENTHAL, J. S. Active learning strategies in advanced mathematics classes. **Studies in Higher Education**, v. 20, n. 2, p.223-228, 1995.

SILVA, K. B. R. da. **Noções de geometrias não euclidianas: hiperbólica, da superfície esférica e dos fractais**. Curitiba: CRV, 2011.

STEINBRIG, H. **The Construction of New Mathematical Knowledge in Classroom Interaction**. New York: Springer, 2005.

UNIVERSIDAD DE LA RIOJA. **Pseudoesfera**. Disponível em: <<http://www.unirioja.es/cu/luhernan/Divul/CI/COI.html>>. Acesso em: 08 Mar. 2015.

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA. **Dados sobre o planeta Terra**. Disponível em: <<http://planetario.ufsc.br/dados-sobre-o-planeta/>>. Acesso em: 07 de Mar. 2015.

ZABALA, A. **A prática educativa: como ensinar**. Tradução Ernani F. da F. Rosa. Porto Alegre: ArtMed, 1998.

# TRIGONOMETRIA NO TRIÂNGULO RETÂNGULO: UMA ABORDAGEM PRÁTICA PARA A CONSTRUÇÃO DE CONCEITOS

Ana Berenice Pedroso Biazutti Celso<sup>1</sup>  
Francinildo Nobre Ferreira<sup>2</sup>

<sup>1</sup>EEDPS, anaberepbcelso@yahoo.com.br

<sup>2</sup>UFSJ/DEMAT, francinildonobre@gmail.com

## Resumo

O objetivo deste artigo é apresentar uma proposta didática para o ensino da trigonometria no triângulo retângulo, através de conhecimentos e propriedades relativos a proporcionalidade. Esta metodologia valoriza o pensamento construtivo através da aplicação prática em sala de aula, em lugar de conceitos prontos e simples aplicações de fórmulas. Fundamentado pela experiência em sala de aula com alunos do nono ano do ensino fundamental e, também, com alunos do primeiro ano do ensino médio, sugere uma forma dinâmica de construção dos principais conceitos envolvidos, fazendo com que o aluno, além da formalização desses, possa aplicá-los, utilizando pequenos equipamentos rudimentares construídos por ele próprio, como o Teodolito e o Astrolábio.

**Palavras-chave:** Trigonometria. Teodolito. Astrolábio. Prática pedagógica.

## INTRODUÇÃO

No ensino da trigonometria no triângulo retângulo há uma infinidade de situações que podem ser propostas com o objetivo de dar significado ao que se está aprendendo. Neste contexto, partindo da semelhança de triângulos, serão definidas as razões trigonométricas no triângulo retângulo: seno, cosseno e tangente. Faremos, ainda, uma abordagem histórica sobre a trigonometria e sobre alguns instrumentos da antiguidade que contribuíram para seu desenvolvimento e aplicação, como o astrolábio e o teodolito, hoje já superados por avançados equipamentos tecnológicos de alta precisão, mas altamente eficientes em seus princípios básicos no que se referem à compreensão dos resultados por eles alcançados. Finalmente, partiremos para a construção dos protótipos rudimentares, com materiais bastante simples, de forma que os alunos possam colocar em prática toda a teoria apresentada e saborear o prazer da descoberta da funcionalidade de ideias simples.

## FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Segundo as *ORIENTAÇÕES CURRICULARES PARA O ENSINO MÉDIO*, faz-se necessário trabalhar os conteúdos buscando agregar um valor formativo no que se refere ao desenvolvimento do raciocínio matemático. Em particular, quando trata das funções trigonométricas, o mesmo sugere uma abordagem ressaltando as propriedades da semelhança de triângulos para definir as razões trigonométricas, inicialmente para ângulos agudos, dando significado a essas definições.

De acordo com *SILVA e FROTA*, citando Richit e Maltempi (2010) e Smole e Diniz (2005), a utilização de recursos didáticos diversificados é uma prática que possibilita atingirmos um maior número de alunos ao executarmos uma proposta de aprendizagem.

Ainda em *SILVA e FROTA*, ao citar AIMI (2010), podemos constatar que o conhecimento trigonométrico desenvolveu-se de forma empírica ao longo da história da humanidade, mas frequentemente vem sendo trabalhado de forma pouco construtiva, perdendo significado à medida em que se afasta do empirismo que o originou. O processo de ensino-aprendizagem aqui sugerido busca reaproximar o conhecimento trigonométrico escolar do empirismo que lhe deu origem, atribuindo significados concretos aos conceitos explorados.

A prática docente nos revela que os alunos, quando percebem a aplicação da disciplina em seu cotidiano, demonstram maior interesse. Tal aplicação torna-se melhor compreendida através da modelagem.

*Modelagem Matemática é um processo dinâmico utilizado para a obtenção e validação de modelos matemáticos. É uma forma de abstração e generalização com a finalidade de previsão de tendências. A modelagem consiste, essencialmente, na arte de transformar situações da realidade em problemas matemáticos cujas soluções devem ser interpretadas na linguagem usual.*

(BASSANEZI, 2004, p. 24)

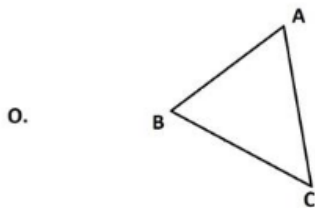
## CONHECIMENTOS PRELIMINARES NECESSÁRIOS

Nesta seção, sugerimos que o professor aplique uma série de atividades, com o objetivo de diagnosticar conhecimentos prévios e retomar conceitos e propriedades necessários para fundamentar nosso trabalho, como a construção e o reconhecimento dos diversos tipos de triângulos, o Teorema de Pitágoras e a Semelhança de Triângulos.

Seguem algumas atividades:

1) Dado um triângulo ABC e um ponto O fora deste, obtenha através da homotetia o triângulo A'B'C', redução do triângulo ABC na escala 1 : 2, e o triângulo A''B''C'', ampliação do triângulo ABC, na escala 3 : 1. Em seguida meça os ângulos dos três triângulos e obtenha as razões entre os lados homólogos.

**Figura 1: Obtendo triângulos semelhantes por homotetia**



Fonte – Ana Berenice, 2015, p.4

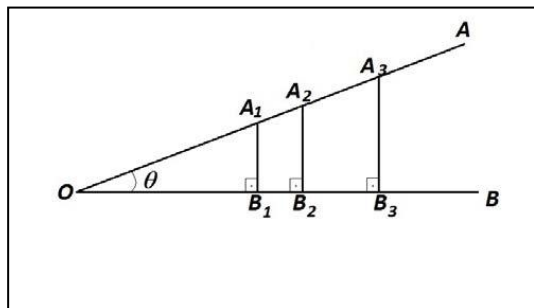
2) Utilizando apenas um esquadro de 45° e um canudinho de refrigerante, como você faria para determinar a medida da altura da parede da sua sala de aula, sem poder aproximar-se da parede para medi-la diretamente? (adaptado de *SILVA E FROTA*, p.21)

## DEFININDO AS RAZÕES TRIGONOMÉTRICAS DO ÂNGULO AGUDO

Nesta seção, definiremos as razões trigonométricas para o ângulo agudo, conforme *CARMO; MORGADO e WAGNER*.

Dado um ângulo  $\angle AOB = \theta$ ;  $0^\circ < \theta < 90^\circ$ . Sobre a semirreta  $\overrightarrow{OA}$ , tome os pontos  $A_1$ ;  $A_2$ ;  $A_3$ ; ..., traçando a partir destes, segmentos  $A_1B_1$ ;  $A_2B_2$ ;  $A_3B_3$ ; ..., perpendiculares a semirreta  $\overrightarrow{OB}$ , obtendo assim, os triângulos semelhantes,  $OA_1B_1$ ;  $OA_2B_2$ ;  $OA_3B_3$ ; ..., pelo caso AA, conforme a figura 2.

**Figura 2: Triângulos semelhantes**



Fonte – Ana Berenice, 2015, p.8

Podemos então escrever  $\frac{\overline{A_1B_1}}{\overline{OA_1}} = \frac{\overline{A_2B_2}}{\overline{OA_2}} = \frac{\overline{A_3B_3}}{\overline{OA_3}} = \dots = \text{sen}\theta$ .

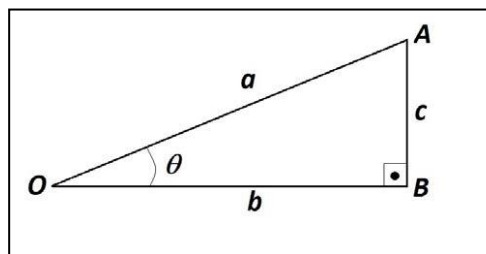
Essa relação não depende dos comprimentos dos segmentos envolvidos, mas apenas do ângulo  $\theta$ , logo é uma função desse ângulo, denominada seno de  $\theta$ , denotada por  $\text{sen } \theta$ . Note que o numerador de cada uma das frações representa a medida do cateto oposto ao ângulo  $\theta$  e o denominador representa a medida da hipotenusa correspondente, em cada um dos triângulos retângulos.

Analogamente, temos também definido o cosseno de  $\theta$ , denotado por  $\cos \theta$ , como a razão entre o cateto adjacente ao ângulo  $\theta$  e a hipotenusa, ou seja  $\frac{\overline{OB_1}}{\overline{OA_1}} = \frac{\overline{OB_2}}{\overline{OA_2}} = \frac{\overline{OB_3}}{\overline{OA_3}} = \dots = \cos \theta$ .

E ainda, tangente de  $\theta$  que denotamos por  $\text{tg } \theta$ , e corresponde à razão entre o cateto oposto ao ângulo  $\theta$  e o cateto adjacente a esse ângulo:  $\frac{\overline{A_1B_1}}{\overline{OB_1}} = \frac{\overline{A_2B_2}}{\overline{OB_2}} = \frac{\overline{A_3B_3}}{\overline{OB_3}} = \dots = \text{tg } \theta$ .

Como essas razões são funções do ângulo dado, são chamadas funções trigonométricas. Tais funções são dependentes entre si, de tal forma que duas importantes relações podem ser observadas inicialmente:

**Figura 3: Relações trigonométricas**



Fonte – Ana Berenice, 2015, p.9

Do Teorema de Pitágoras, temos  $a^2 = b^2 + c^2$ , e considerando a figura 3 e os conceitos de  $\text{sen } \theta$  e  $\cos \theta$ , vamos demonstrar a relação  $\text{sen}^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$ , denominada relação fundamental:

$$\text{sen}^2 \theta + \cos^2 \theta = \left(\frac{c}{a}\right)^2 + \left(\frac{b}{a}\right)^2 = \frac{c^2 + b^2}{a^2} = \frac{a^2}{a^2} = 1.$$

Ainda utilizando a figura 3, podemos demonstrar que  $\operatorname{tg} \theta = \operatorname{sen} \theta / \cos \theta$ :

$$\operatorname{sen} \theta / \cos \theta = \frac{c}{a} : \frac{b}{a} = \frac{c}{b} = \operatorname{tg} \theta.$$

Essas funções de  $\theta$  são números reais positivos, uma vez que representam a razão entre duas medidas de comprimento e, se uma delas for conhecida, podemos determinar as outras duas.

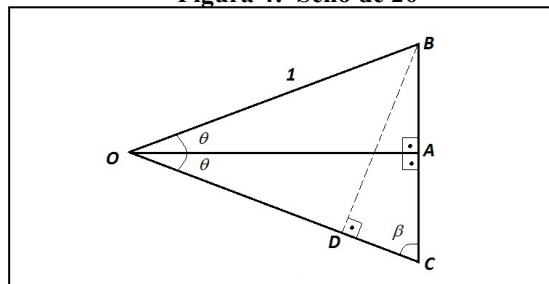
São válidas, também, outras importantes relações:

- (i) O seno de um ângulo agudo é igual ao cosseno de seu complemento;
- (ii) As tangentes de dois ângulos complementares são inversas.

Com isto, se conhecermos as funções trigonométricas para os ângulos no intervalo  $(0^\circ; 45^\circ)$ , passamos a conhecê-las para seus ângulos complementares, ou seja, temos os valores para tais funções para todos os ângulos agudos.

Se  $\theta \in (0^\circ; 45^\circ)$  então,  $\operatorname{sen} 2\theta = 2\operatorname{sen}\theta\cos\theta$ , proposição que pode ser demonstrada calculando a área do  $\triangle ABC$  da figura 4, de duas formas distintas, primeiro, tomando por base o lado  $\overline{OC}$  e, em seguida, tomando por base o lado  $\overline{BC}$ . (Atividade 3)

**Figura 4: Seno de 2 $\theta$**



Fonte – Ana Berenice, 2015, p.10

## UMA TABELA, MUITOS NÚMEROS, INFINITAS APLICAÇÕES

Como cada ângulo agudo possui um valor único para seno, cosseno e tangente, iniciaremos a construção de uma tabela trigonométrica com aproximações até a quinta casa decimal, para tais ângulos. Para dar início ao processo, vamos determinar o seno e o cosseno do ângulo de  $1^\circ$ , considerando o comprimento do arco subentendido a esse ângulo, em um círculo de raio unitário, uma vez que, por ser “bem pequeno”, este se aproxima do seu seno. (Atividade 4)

Em razão da frequência com que alguns ângulos aparecem nas mais variadas situações, foram obtidas as razões trigonométricas para os mesmos, como é o caso dos ângulos de  $30^\circ$ ,  $45^\circ$  e  $60^\circ$ , conhecidos como ângulos notáveis. Tais razões são obtidas, a partir de um triângulo equilátero e de um quadrado.

Relações matemáticas, como as que acabamos de conhecer, e outras, que dependem de definições a serem posteriormente trabalhadas, como por exemplo, o círculo trigonométrico e as fórmulas para o seno e o cosseno da soma de ângulos, repetidos testes e o uso de equipamentos cada vez mais precisos, possibilitaram a construção de uma tabela com as funções seno, cosseno e tangente para ângulos agudos.

## ASTROLÁBIO E TEODOLITO: INSTRUMENTOS QUE POSSIBILITARAM A APLICAÇÃO DAS RAZÕES TRIGONOMÉTRICAS

As civilizações antigas utilizavam diversos instrumentos que, frente aos recursos tecnológicos dos quais dispomos hoje, eram bastante rudimentares, porém foram

importantes para traçar rotas comerciais, delimitar áreas e propriedades, determinar distâncias.

Desenvolvido para determinar a posição dos astros no céu, o *astrolábio* auxiliava na navegação marítima, mas também podia ser utilizado para resolver problemas geométricos, como calcular a altura de um objeto ou a profundidade de um poço. Era formado por um disco de latão graduado na sua borda, um anel de suspensão e uma espécie de ponteiro. *Astro* (estrela) + *lambanein* (tomar).

De acordo com <[http://www.mast.br/multimedia\\_instrumentos/teodolito.html](http://www.mast.br/multimedia_instrumentos/teodolito.html)>, acesso em 11 de novembro de 2014, “o teodolito é um instrumento ótico utilizado para medir ângulos, tanto horizontais como verticais, em medidas diretas e indiretas de distâncias.”

Provavelmente, de origem grega, acredita-se tenha sido um erro de tradução.

### CONSTRUINDO UM ASTROLÁBIO E UM TEODOLITO

Para construirmos nosso astrolábio vamos precisar dos seguintes materiais: um transferidor de 180°, fio de nylon, um peso (um clip ou chumbada), um tubo de caneta ou similar, fita adesiva ou cola quente. (*Atividade 5*)

**Figura 5: Materiais para a confecção do astrolábio rudimentar**



Fonte – Ana Berenice, 2015, p.22

Para construirmos nosso teodolito vamos precisar dos seguintes materiais: Uma cópia de um transferidor de 360°, uma base (caixa de papelão ou pedaço de papelão), um copo plástico com tampa (ou pote com tampa) que não seja de rosca, um tubo de antena ou similar, um pedaço de arame com cerca de 15 cm, fita adesiva ou cola quente. (*Atividade 6*)

**Figura 6 : Materiais para a confecção do teodolito rudimentar**



Fonte – Ana Berenice, 2015, p.23

### ATIVIDADES PRÁTICAS: TRABALHANDO COM SITUAÇÕES REAIS E CRIANDO MODELOS MATEMÁTICOS PARA REPRESENTÁ-LAS



Utilizando os instrumentos construídos, uma trena, uma tabela trigonométrica e, calculadora, passaremos agora à aplicação dos conceitos estudados em algumas situações reais.

Foi sugerido que os alunos fossem divididos em grupos, utilizassem os dois instrumentos em todas as situações propostas, para podermos discutir sobre erros e aproximações, bem como estabelecermos comparações dos resultados.

## REFERÊNCIAS

BASSANEZI, R .C. **Ensino-aprendizagem com Modelagem Matemática**. São Paulo. Contexto, 2004.

BRASIL, Ministério da Educação - **Orientações curriculares para o ensino médio: Ciências da natureza, matemática e suas tecnologias/Secretaria de Educação Básica;** volume 2. Brasília. 135 p. 2008.

CARMO, M.P.; MORGADO,A.C.; WAGNER, E. **Trigonometria - Números complexos**. 3.<sup>a</sup> edição, Coleção do Professor de Matemática. Rio de Janeiro. SBM. 122 p. 1992.

SILVA, M. F.; FROTA, M. C. R. **Uma sequência didática para a introdução da trigonometria no ensino médio**. 2011. 85 f. Pesquisa do Programa de Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática. Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais, Belo Horizonte. 2011.

Museu de Astronomia e Ciências Afins. **Teodolito**. Disponível em:  
<<http://www.mast.br/multimedia/instrumentos/teodolito.html>>. Acesso em: 11 Nov. 2014.

# **TROCANDO EXPERIÊNCIAS SOBRE AVALIAÇÃO EM MATEMÁTICA: INVESTIGANDO OS ERROS DOS ALUNOS**

**Maria Êda Amadeu Barino<sup>1</sup>, Tiago de Paula Zagnoli<sup>2</sup>, Marco Aurélio Kistemann Júnior<sup>3</sup>**

<sup>1</sup>Escola Nova (Unidade Gávea/Rio de Janeiro), mariaedaa@gmail.com

<sup>2</sup>Centro de Políticas Públicas e Avaliação da Educação (CAEd/UFJF), zagnovisk@gmail.com

<sup>3</sup>Universidade Federal de Juiz de Fora (UFJF), marco.kistemann@ufjf.edu.br

## **Resumo**

O presente texto apresenta o minicurso “Trocando experiências sobre avaliação em Matemática: investigando os erros dos alunos” no contexto da Educação Matemática. Trata-se de um minicurso que discutirá a avaliação escolar e os processos de correção de um instrumento avaliativo. Para isso, o minicurso será interativo na qual serão promovidos diálogos a partir do conhecimento que os professores possuem sobre avaliação, bem como sua experiência nos anos finais do ensino fundamental. Corroborando com as particularidades do que é ser um professor-avaliador, esperamos contribuir com a formação docente, enriquecendo as discussões a cerca do tema.

Palavras-chave: Avaliação em Matemática. Formação de professores. Critérios para avaliar

## **1. INTRODUÇÃO**

Consideramos que o ensino de Matemática deve oportunizar aos alunos condições para formarem uma opinião própria, que lhes permitam autonomia, cooperação e uma expressão crítica sobre situações variadas. Esta visão de ensino precisa se fazer presente também na prática dos professores-educadores para que possam assumir uma nova postura nos processos que permeiam o ensino e a aprendizagem de Matemática, permitindo assim um sistema educacional coerente com o perfil sócio cultural, que exige a formação de alunos críticos e reflexivos. Entendemos que ao assumir uma nova postura o professor-educador deve considerar o erro como parte de um processo.

Nesse contexto, a aprendizagem do aluno não se resume em acumular, memorizar, reproduzir ou aplicar o que é ensinado. Esta é concebida como transformadora, com ênfase no aprender no sentido de compreender, de modo que ultrapasse o simples cumprimento das tarefas escolares, o aluno então não mais será passivo e sim agente ativo na sua formação.

O tema Avaliação nos interessa, entre outras razões, por sabermos que existem muitos estudos produzidos que não chegam aos professores nem nos cursos de licenciatura. Entendemos que ao longo de sua formação em Matemática pouco se discute sobre Avaliação, menos ainda sobre como proceder diante do erro apresentado pelo aluno, além da interpretação punitiva e como efeito a ser evitado. Há poucas problematizações e, em geral, os professores

formados se dirigem para as salas de aula de Matemática e praticam, em muitos casos, as avaliações e utilizam-se dos instrumentos avaliativos a que foram submetidos ao longo de sua (de)formação acadêmica.

Segundo De la Torre (2007, p.62):

*quando um professor castiga um aluno sem apelação por que fez mal alguma tarefa está, ele mesmo, cometendo um grave erro. O comportamento do professor diante do erro deveria ser: localizar, identificar e retificar ou corrigir o erro. O erro nos proporciona um excelente instrumento diagnóstico do desenvolvimento mental do sujeito, de seu nível de execução, de habilidades, de atenção, de estilo cognitivo, etc.*

Nesse sentido, cremos que o erro deveria ser tratado a partir de uma ideia construtivista, pois sem ele não há progresso, tornando-se parte do processo e sendo interpretado pelo educador como um caminho equivocado tomado pelo aluno.

## **2. PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS PARA O DESENVOLVIMENTO DO MINICURSO**

O objetivo da elaboração desta proposta é proporcionar reflexões sobre métodos avaliativos e os critérios de correção que utilizam-se os professores que ensinam Matemática. Para isso, será utilizado um instrumento de avaliação (teste), recurso predominantemente aplicado nas instituições de ensino. O teste é uma ferramenta de verificação de aprendizagem através da atribuição de uma nota por meio do acerto. É importante que vejamos o teste com o olhar diagnóstico, não valorizando apenas a “política do acerto” mas também utilizando o erro apresentado pelos estudantes como um diagnóstico de não aprendizado. Destarte, apresentamos a seguir os procedimentos metodológicos da atividade que será desenvolvida.

### **Atividade 1:** Como valorizar cada questão?

Inicialmente dividiremos a turma em grupos, e será apresentado um modelo de um instrumento avaliativo com seis questões sem resolução para que os mesmos possam distribuir a pontuação, simulando a elaboração de uma avaliação comum. Após o momento de elaboração dos participantes, mediremos as discussões investigando o que cada grupo adotou como critério. Esperamos com essa atividade, verificar os critérios e estratégias adotados pelos grupos para a distribuição dos pontos entre as questões.

### **Atividade 2:** Como valorizar o raciocínio apresentado?

Essa atividade se dará por meio de uma continuação da atividade realizada anteriormente. Com ela, os grupos receberão uma suposta resolução da avaliação apresentada na Atividade 1

em que os grupos deverão realizar a correção das questões estabelecendo critérios, assumindo pressupostos e atribuindo valor para cada raciocínio apresentado, conforme estabelecidos previamente na atividade anterior. Destacamos que o intuito dessa atividade é investigar o julgamento do professor diante do erro cometido nas questões,

### 3. EMBASAMENTOS TEÓRICOS

Como referencial teórico, esse minicurso se pauta nas ideias de Fiorentini (2008, p.49), pois

*se queremos formar professores capazes de produzir e avançar os conhecimentos curriculares e de transformar a prática/cultura escolar, então é preciso que adquiram uma formação inicial que lhes proporcione uma sólida base teórico-científica relativa ao seu campo de atuação e que a mesma seja desenvolvida apoiada na reflexão e na investigação sobre a prática. Isso requer tempo relativamente longo de estudo e desenvolvimento de uma prática de socialização profissional e iniciação à docência acompanhada de muita reflexão e investigação, tendo a orientação ou supervisão de formadores-pesquisadores qualificados. Fiorentini.*

É imprescindível que durante a formação como professor tais reflexões e investigações venham à tona, proporcionando ao futuro professor um subsídio teórico facilitando a prática cotidiana. Uma das preocupações que devemos ter é sobre a avaliação e o método de avaliar. A Avaliação, nas palavras de Philippe Perrenoud (1999), situa-se no âmago das contradições do sistema educativo, constantemente na articulação da seleção e da formação, do reconhecimento e da negação das desigualdades.

De acordo com Perrenoud (1999, p.10), após dois séculos, muito ainda se mantém inquestionável nos ambientes escolares e na formação de professores, e que não se pode melhorar a avaliação, seus instrumentos e objetivos, sem que questionemos o sistema didático, o sistema escolar e as práticas avaliativas docentes.

Ainda nos dias atuais, é corrente a ideia de que a avaliação por provas avalia realmente o que o estudante aprendeu. O uso de instrumentos avaliativos, em nosso entender, ainda permanece na mãos docentes unicamente e os critérios para compor e corrigir um instrumento avaliativo ainda são turvos e pouco transparentes. Todo o processo avaliativo vigente é conduzido pelo professor-avaliador e cabe ao aluno uma posição de coadjuvante nesse processo.

Outro problema enfrentado durante a formação, é a falta de discussões sobre os erros. Para Cury (2007, p.93), “parece que cada erro cometido por um futuro professor de Matemática é apontado, é riscado em vermelho e a ele se atribui alguma forma de pontuação negativa, mas raramente há tempo para voltar ao erro e a partir dele reconstruir.” Esse tema apresenta uma grande resistência em mudanças, pois se os professores e os futuros professores apresentam concepções negativas sobre o erro, ora não o aceitando como fonte de diagnóstico, como poderão ajudar seus alunos a superar tal sentimento negativo em relação a esse tema? Parece-

nos que o processo de avaliar é individual e unilateral cabendo a cada professor julgar todo o processo e ao final atribuir uma nota respectiva.

Em termos de aprendizagem, o que sabe mais um aluno que tirou 10 do que o outro que tirou 9, ou ainda, aquele que ficou abaixo da média com 5 e aquele que ficou na média, por exemplo 6? As notas expressariam a qualidade da aprendizagem, contudo, são utilizadas e operadas como se fossem quantidades. Nesse contexto, as notas sofrem uma distorção desde o momento em que são atribuídas. Em outras palavras, o aluno que obteve nota 9 obteve um aprendizado satisfatório do conteúdo, e o aluno que não obteve nota superior ao valor estipulado como mínimo satisfatório, 6, ainda não alcançou o conhecimento satisfatório.

Segundo Luckesi (2014, p.55)

*Com essas distorções, as notas escolares ocuparam ao longo do tempo e ainda ocupam o centro de atenção de todos. Professores pensam nas notas que atribuirão aos seus educandos; educandos perguntam pelas notas obtidas, `a medida que se esforçam para obtê-las;(...) Todos estão em torno da nota e não da aprendizagem.*

#### **4. PÚBLICO ALVO**

Esse minicurso destina-se, preferencialmente, aos professores dos anos finais do Ensino Fundamental.

#### **5. CARGA HORÁRIA**

As atividades relacionadas a esse minicurso foram planejadas para serem executadas com uma duração total de 3 horas, divididas em (02) módulos de 1h30min cada, restando 20 minutos para a avaliação do minicurso e possíveis sugestões..

#### **6. CONCLUSÕES**

Com este minicurso pretendemos promover oportunidades de reflexões acerca das noções de erro e avaliação a favor da aprendizagem, proporcionar aos professores participantes conhecer novos caminhos para desenvolver instrumentos avaliativos no contexto das salas de aula regulares.

Os professores terão oportunidade de trocar informações, expor suas opiniões e transformar o espaço em um ambiente de aprendizagem colaborativa e dinâmica.

#### **7. REFERÊNCIAS**

BURIASCO, R. L. C. **Avaliação em Matemática: um estudo das respostas de alunos e professores.** Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Universidade Estadual Paulista - Marília, 1999.

CURY, H. N. **Análise de erros: o que podemos aprender com as respostas dos alunos**. Belo Horizonte: Autêntica, 2007.

ESTEBAN, M. T. **O que sabe quem erra? Reflexões sobre avaliação e fracasso escolar**. 3a ed. Rio de Janeiro: DP&A, 2002.

FIORENTINI, D. **A Pesquisa e as Práticas de Formação de Professores de Matemática em face das Políticas Públicas**. **Boletim de Educação Matemática (BOLEMA)**, Rio Claro, v. 21, n. 29, p. 43-70, 2008. Disponível em: <<http://www.periodicos.rc.biblioteca.unesp.br/index.php/bolema/article/view/1718/1495>>

GARCIA, V. C. **Contribuições para a Formação do Professor de Matemática Pesquisador nos Mestrados Profissionalizantes na Área de Ensino**. **Boletim de Educação Matemática (BOLEMA)**, Rio Claro (SP), ano 21, n. 29, p.199-222, 2008. Disponível em: <<http://143.54.226.61/~vclotilde/publicacoes/mar172008revisadoVeraClotilde.pdf>>

LUCKESI, Cipriano Carlos. **Sobre notas escolares: distorções e possibilidades/** Cipriano Carlos Luckesi – São Paulo: Cortez, 2014

TORRE, S. de la. **Aprender com os erros: o erro como estratégia de mudança**. São Paulo: Artmed, 2007.

# UMA ABORDAGEM DA EDUCAÇÃO FINANCEIRA NA MATEMÁTICA DO ENSINO FUNDAMENTAL

**Marcelo Bergamini Campos<sup>1</sup>**  
**Luciana Aparecida Borges Losano<sup>2</sup>**  
**Amarildo Melchiades da Silva<sup>3</sup>**

<sup>1</sup>Rede Municipal de Ensino de Barbacena/MG, e-mail: marcelo.bergamini@hotmail.com

<sup>2</sup>Rede Municipal de Ensino de Barbacena/MG, e-mail: labl0803@hotmail.com

<sup>3</sup>Universidade Federal de Juiz de Fora (UFJF), Departamento de Matemática.  
e-mail: amarildomelchiades@ufjf.edu.br

## Resumo:

Iniciamos este minicurso abordando a relevância que o tema Educação Financeira vem conquistando na comunidade de Educadores Matemáticos. Na sequência, apresentamos alguns resultados obtidos em duas investigações qualitativas que foram desenvolvidas junto ao Programa de Mestrado Profissional em Educação Matemática da Universidade Federal de Juiz de Fora/MG. Percebendo a necessidade do desenvolvimento de material didático a ser utilizado em salas de aula de Matemática do 6º ano do Ensino Fundamental para o tratamento da Educação Financeira, apresentamos algumas das tarefas que foram elaboradas e aplicadas em sala de aula. O processo de elaboração e análise deste material foi referenciado teoricamente e para isso, tomamos a proposta de currículo de Educação Financeira Escolar apresentada em Silva e Powell (2013) e as ideias do Modelo dos Campos Semânticos presentes em Lins (1999, 2008, 2012). A apresentação deste material, associado a outras investigações contribui para a percepção da possibilidade de abordagem do assunto como um tema transversal no currículo de Matemática da Educação Básica.

**Palavras-chave:** Educação Matemática; Educação Financeira Escolar; Ensino Fundamental; Produção de Significados.

## INTRODUÇÃO

Percebendo as transformações econômicas, demográficas, sociais e culturais que a sociedade tem experimentado nas últimas décadas, diversos países têm buscado desenvolver estratégias de Educação Financeira para a população. Organizações internacionais como o Fundo Monetário Internacional (FMI), o Banco Mundial e a Organização para Cooperação e Desenvolvimento Econômico (OCDE) incluíram o tema em suas pautas de discussões e têm sugerido ações aos países filiados. Assim, é possível afirmar que a Educação Financeira vem ganhando importância na vida das pessoas e governos.

Percebendo que o tema vem adentrando no sistema de ensino e a consequente necessidade de uma análise mais refinada destas propostas, grupos de educadores e pesquisadores vêm desenvolvendo investigações nesta direção. Com efeito, o assunto ganha proeminência na comunidade de educadores matemáticos e um número crescente de pesquisas é publicado em anais de eventos ou revistas especializadas. A título de exemplo,

o Boletim Gepem<sup>1</sup>, apresentou uma edição especial intitulada *Educação Financeira Escolar* no primeiro semestre de 2015, que conforme sugerido pelo título, é composta por artigos que discutem a temática.

Na Universidade Federal de Juiz de Fora (UFJF) uma série de investigações em nível de mestrado já foram realizadas abordando a Educação Financeira Escolar (Cf. CAMPOS, 2012; LOSANO, 2013; GRAVINA, 2014; VITAL, 2014; DIAS 2015). São trabalhos que compartilham a proposta de educar financeiramente os estudantes da Educação Básica como parte de sua formação matemática e são parte de um projeto maior intitulado *Design e Desenvolvimento de um Programa de Educação Financeira para a formação de Estudantes e Professores da Educação Básica* (SILVA, 2011). Uma das frentes deste projeto é a produção de material a ser utilizado em salas de aula de matemática.

Em um segundo momento do minicurso, discutimos alguns resultados de duas destas investigações que foram intituladas *Educação Financeira na Matemática do Ensino Fundamental: uma análise da Produção de Significados* (CAMPOS, 2012) e *Design de tarefas de Educação Financeira para o 6º ano do Ensino Fundamental* (LOSANO, 2013). Nas duas investigações o alvo foi a elaboração de tarefas sobre Educação Financeira a serem utilizadas no 6º ano do Ensino Fundamental.

Para isso, objetivamos apresentar algumas destas tarefas e solicitar aos participantes do minicurso que busquem resolvê-las procurando conceber soluções que um estudante do 6º ano do Ensino Fundamental poderia apresentar.

Na sequência, compartilharemos estas soluções e discutiremos o processo de elaboração destas tarefas. Buscaremos delimitar e explicitar suas características centrais que as tornam diferentes dos exercícios que são propostos tradicionalmente aos estudantes nas aulas de Matemática. Discutiremos ainda alguns dos significados que foram produzidos pelos estudantes quando aplicamos estas tarefas em sala de aula.

## **ORIENTAÇÃO TEÓRICA**

Como foi dito, o processo de elaboração das tarefas foi referenciado teoricamente e o material produzido aplicado em sala de aula. Para isso, nos orientados pelo Modelo dos Campos Semânticos (MCS), desenvolvido por Lins (1999, 2008, 2012) e presente em Silva (2013) e pela proposta de um programa de Educação Financeira Escolar voltado para a Educação Básica de escolas públicas apresentado em Silva e Powell (2013).

Trata-se de uma perspectiva de currículo orientado por objetivos direcionando a construção de uma proposta do fim para o início, ou seja, todo o material desenvolvido, estratégias e metodologias de ensino devem caminhar na direção de que o estudante desenvolva um pensamento financeiro. Assim, ao final do processo de ensino, o estudante deve analisar e avaliar a situação financeira de maneira fundamentada; operar segundo um planejamento financeiro e uma metodologia de gestão e também desenvolver uma leitura crítica das informações financeiras veiculadas na sociedade (SILVA; POWELL, 2013).

A estrutura curricular não está restrita ao tratamento das finanças pessoais. Existe o objetivo de que as discussões em sala de aula ultrapassem os muros da escola atingindo o núcleo familiar do estudante. Além disso, os autores lembram a estreita relação da abordagem de tomadas de decisões financeiras com o debate de temas sociais como, por

---

<sup>1</sup>O Boletim Gepem (Grupo de Estudos e Pesquisas em Educação Matemática) é uma revista especializada em Educação Matemática. Trata-se de um periódico semestral do Gepem, grupo interinstitucional com sede no Instituto de Educação da Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro.



exemplo, desigualdade social, consumismo, produção de lixo ou ética, que devem encontrar espaço para tratamento no sistema de ensino.

O objetivo central das tarefas é estimular a produção de significados no sentido proposto por Lins (1999). O modelo não compactua com uma perspectiva de transmissão do conhecimento. Assim, nos orientamos pela concepção epistemológica de que o conhecimento é do domínio da enunciação e de que todo conhecimento tem um sujeito. Além disso, as tarefas devem estar a serviço do ensino, contribuindo para que o professor faça a leitura dos significados produzidos pelos estudantes a partir das tarefas.

Para analisar as potencialidades deste material realizamos investigações em turmas do 6º ano do Ensino Fundamental de escolas da rede pública de ensino e os resultados foram analisados sobre a ótica do MCS. Estas investigações tiveram caráter qualitativo conforme proposto por Bodgan e Biklen (2010) e são descritas em Campos (2012) e Losano (2013).

Para sinalizar a direção em que estamos falando reproduzimos, neste texto, duas das tarefas que foram apresentadas em Losano (2013).

A primeira delas foi intitulada *Um Sonho*. A opção metodológica foi elaborar uma primeira tarefa que permitisse desenvolver uma avaliação diagnóstica sobre os conhecimentos acerca do dinheiro e também promover uma discussão inicial sobre o assunto. Esta opção gerou a seguinte tarefa:

#### **Quadro 1: Tarefa Um Sonho**

##### **Tarefa 1: Um Sonho**

Fernanda é uma menina de 10 anos e outro dia ela sonhou que estava num planeta distante e encontrou um extraterrestre. Fernanda queria mostrar ao ET alguma coisa da Terra e a única coisa que ela havia levado em seu bolso era uma nota de R\$ 10,00. Ela mostrou ao ET e disse que era dinheiro, que seu pai tinha dado a ela. O ET então perguntou

- O que é dinheiro?
- Para que as pessoas usam dinheiro no seu mundo?
- Como os seus pais conseguem dinheiro?

Ao acordar, Fernanda ficou pensando nas melhores respostas que ela poderia dar ao ET. Quais respostas você daria para as perguntas feitas pelo ET?

Fonte: LOSANO, 2013, p. 52.

A segunda tarefa é uma adaptação de uma das tarefas apresentadas em Campos (2012). Ela foi intitulada *A Mesada* e teve como objetivo discutir com os estudantes questões ligadas a orçamento pessoal, planejamento e uso do dinheiro. Ela sinaliza a importância da elaboração de um orçamento e para a necessidade de se fazerem adequações nos gastos. Vejamos:

#### **Quadro 2: Tarefa A Mesada**

##### **Tarefa 2: A Mesada**

Fernanda continuou pensando durante o dia sobre o uso do dinheiro e ao encontrar seus amigos Bruno e Giovanna, que são irmãos, eles estavam falando justamente sobre dinheiro. Contaram a Fernanda que ajudam seu pai na loja da família e que por esta ajuda seu pai resolveu dar uma mesada em dinheiro no valor de R\$ 150,00 a cada um. Porém, eles devem planejar como gastá-la, pois nenhum outro dinheiro será dado ao longo do mês e eles deverão cuidar de seus próprios gastos.

Assim eles resolveram programar o uso do dinheiro. Giovanna sugeriu a Bruno que fizessem os cálculos de quanto gastavam por semana. O resultado você pode ver abaixo:

Giovanna:

Compras na cantina da escola (2ª a 6ª feira) \_\_\_\_\_ 2,00 por dia = 10,00

Ônibus para a escola (2ª a 6ª feira) ida e volta \_\_\_\_\_ 4,40 x 5 = 22,00

Saída aos sábados com as amigas \_\_\_\_\_ 15,00

Algumas compras na semana \_\_\_\_\_ 15,00

Cinema no domingo \_\_\_\_\_ 10,00

Bruno:

Compras na cantina da escola (2ª a 6ª feira) \_\_\_\_\_ 3,00 por dia = 15,00

Ônibus para a escola (2ª a 6ª feira) ida e volta \_\_\_\_\_ 4,40 x 5 = 22,00

Balas e doces (3 vezes por semana) \_\_\_\_\_ 2,00 x 3 = 6,00

Saída aos sábados com a turma \_\_\_\_\_ 10,00

Aluguel de videogame \_\_\_\_\_ 8,00

Ao olhar as contas, Fernanda ficou pensando nas seguintes questões que sugerimos que você também pense e responda para entender o que está se passando, financeiramente, com Bruno e Giovanna.

- O dinheiro que Giovanna e Bruno receberão de mesada será suficiente para seus gastos durante o mês, considerando que todas as semanas eles gastam a mesma quantia?
- Que corte nos gastos semanais você sugere que deveria ser feito para eles gastarem apenas o que ganham de mesada? Faça as contas.
- Quanto reais os irmãos economizariam se na ida e na volta da escola eles fossem a pé com a mãe de seu amigo, que mora na casa ao lado da sua?

Fonte: LOSANO, 2013, p. 53.

Vale observar que a estrutura matemática subjacente envolve as operações aritméticas fundamentais. O orçamento foi propositalmente colocado acima do valor da mesada e solicitamos aos estudantes que fizessem cortes no mesmo. Isto contribuiu para que eles pudessem analisar e rever os gastos apresentados. Há ainda um ponto instigante na tarefa que é a diferença temporal, ou seja, as despesas foram apresentadas semanalmente, enquanto o valor recebido era mensal.

Outra das importantes características da tarefa é o fato de que, a partir dos questionamentos propostos, os estudantes podem tomar diferentes decisões criando vários caminhos de resolução. Como resultado, eles começam a se envolver com problemas que têm uma diversidade de soluções. Esta é uma situação estranha para estudantes que possuem uma formação tradicional quando os problemas têm uma única resposta considerada correta.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

A perspectiva de inserção da Educação Financeira na Matemática da Educação Básica abre um novo campo de pesquisa para os educadores matemáticos.

Neste minicurso buscamos discutir que os materiais a serem utilizados por professores são um dos aspectos centrais desta proposta. Nossa perspectiva não é simplesmente oferecer orientações ou informações aos estudantes, mas contribuir para que possam desenvolver estratégias para resolver situações do cotidiano e refletir sobre as tomadas de decisões financeiras operando com orçamento, planejamento e gestão financeira.

Destacamos que se trata de um material a ser utilizado não apenas no momento de uma pesquisa, mas também em situações reais de sala de aula. Esperamos que professores da Educação Básica possam utilizar estas tarefas em sala de aula ou mesmo como ponto de partida para elaboração de novas propostas.

## REFERÊNCIAS

- BODGAN, R. C.; BIKLEN, S. K. **Investigação qualitativa em educação: uma introdução à teoria e aos métodos**. Porto: Porto, 2010.
- CAMPOS, M. B. **Educação Financeira na Matemática do Ensino Fundamental: uma análise da Produção de Significados**. 2012, 179p. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Universidade Federal de Juiz de Fora. Juiz de Fora, 2012.
- DIAS, J. N. **Educação Financeira Escolar: a noção de juros**. 2015, 80p. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Universidade Federal de Juiz de Fora. Juiz de Fora, 2015.
- GRAVINA, R. C. **Educação Financeira Escolar: orçamento doméstico**. 2014, 130p. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Universidade Federal de Juiz de Fora. Juiz de Fora, 2014.
- LINS, R. C. Por que discutir teoria do conhecimento é relevante para a Educação Matemática. In: Bicudo, M. A. V. (org.). **Pesquisa em Educação Matemática: concepções e perspectivas**. São Paulo: UNESP. p.75-94, 1999.
- LINS, R. C. A diferença como oportunidade para aprender. In: XIV ENDIPE Encontro Nacional de Didática e Prática de Ensino. **Trajetórias e processos de ensinar e aprender: sujeitos, currículos e culturas**. Porto Alegre: EdUPUCRS, 2008. v. 3, p. 530-550.
- LINS, R. C. O Modelo dos Campos Semânticos: Estabelecimentos e notas de teorizações. In: Angelo, C. L. et al. (orgs.). **Modelo dos campos semânticos e educação matemática: 20 anos de história**. São Paulo: Midiograf, 2012, p. 11-30.
- LOSANO, L. A. B. **Design de tarefas de Educação financeira para o 6º ano do ensino fundamental**. 2013, 121 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática). Universidade Federal de Juiz de Fora. Juiz de Fora, 2013.
- SILVA, A. M. **Uma experiência de Design em Educação Matemática: O Projeto de Educação Financeira Escolar. Projeto de Pesquisa**. 2011. (Estágio Pós-Doutoral) – Rutgers/NewJersey/EUA, Newark, 2011.
- SILVA, A. M. Sobre a dinâmica da produção de significados para a matemática. **Jornal internacional de estudos em educação matemática**, vol. 6 (2), 2013.
- SILVA, A. M.; Powell, A. B. Um Programa de Educação Financeira para a Matemática Escolar da Educação Básica. **XI Encontro Nacional de Educação Matemática. Anais do XI Encontro Nacional de Educação Matemática**, Curitiba, 2013.
- VITAL, M. C. **Educação Financeira e Educação Matemática: Inflação de Preços**. 2014, 199p. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Universidade Federal de Juiz de Fora. Juiz de Fora, 2014.

# UMA ABORDAGEM DIDÁTICA PARA A CONSTRUÇÃO DE CONECIMENTOS SOBRE OS NÚMEROS REAIS

Ion Moutinho<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Universidade Federal Fluminense/Departamento de Análise, ion.moutinho@gmail.com

## Resumo

Este minicurso oferece um método de uso da informática na construção de conhecimentos sobre os números reais por meio de atividades exploratórias. Propõe-se um estudo dos números reais em um ambiente virtual de aprendizagem (AVA), o *AVA para Números Reais*. Este ambiente é constituído de cenários virtuais de aprendizagem desenvolvidos no programa de Geometria Dinâmica, GeoGebra, e busca servir como recurso de mediação na construção de conhecimentos matemáticos relacionados com os números reais. Em particular, o AVA para Números Reais oferece uma alternativa à metodologia de transmissão de informações, com conhecimentos teóricos e gerais acompanhados de exercícios, e se presta como um ambiente de experimentação, exploração e de formação de conjecturas. Esta oferta acontece de forma sistemática não só para a construção do conceito de número real, mas também para a construção de conceitos como ordem, operações aritméticas, propriedades operacionais, inverso multiplicativo, potências e raízes, etc. A proposta de ensino dos números reais contida no minicurso busca dar significado a criação dos números reais não só como um conjunto que estende os números racionais, mas como um meio de representar conceitos de outras áreas, como a Física, e do nosso cotidiano. E a ênfase do minicurso é para o ensino fundamental.

**Palavras-chave:** Números reais. Ambiente virtual de aprendizagem. Representação semiótica. Construção de conhecimentos matemáticos.

## INTRODUÇÃO

Quando consultamos as pesquisas de Souto (2010), de Santos (2007) e de Boff (2006), verificamos o que naturalmente percebemos ao consultar livros didáticos brasileiros, que estes ignoram o assunto, números reais, ou que o abordam com grandes deficiências. Contudo, não devemos negligenciar o ensino dos números reais, pois o conteúdo está presente em boa parte do programa de ensino da Matemática para a escola básica. Este minicurso é uma resposta do presente autor para uma abordagem didática consistente com as orientações dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) e alguns estudos da área de Educação Matemática. Mais ainda, enfatiza na abordagem já para o ensino fundamental, e de forma sistemática, explorando os números reais como um conjunto estruturado, dotado de diversas propriedades próprias.

O minicurso é baseado no uso da informática para a construção de conhecimentos sobre os números reais, e isso acontece por meio de atividades exploratórias e investigativas. A abordagem apresentada considera o aluno como o construtor de seus próprios conhecimentos, evita as tradicionais abordagens formais e introduz conceitos a partir de atividades envolvendo situações-problema. Em particular, os números reais são apresentados como respostas a problemas práticos, problemas compatíveis com as experiências de vida de um aluno do ensino fundamental.

O uso das novas tecnologias acontece em um ambiente virtual de aprendizagem (AVA), o AVA para Números Reais, desenvolvido pelo presente autor. Este ambiente é constituído de cenários virtuais de aprendizagem desenvolvidos no programa de Geometria Dinâmica, GeoGebra, e busca servir como recurso de mediação na construção de conhecimentos matemáticos relacionados com os números reais. Em particular, o AVA para Números Reais oferece uma alternativa à metodologia de transmissão de informações, com conhecimentos teóricos e gerais acompanhados de exercícios, e se presta como um ambiente de experimentação, exploração e de formação de conjecturas. Esta oferta acontece de forma sistemática não só para a construção do conceito de número real, mas também para a construção de conceitos como ordem, operações aritméticas, propriedades operacionais, inverso multiplicativo, potências e raízes, etc.

## OBJETIVOS

O objetivo geral é estabelecer com os participantes um sistema de representação semiótica que preste à representação da ideia de números reais, assim como da noção de ordem e das operações de adição e de multiplicação que caracterizam este conceito.

Os objetivos específicos são:

- Apresentar conceitos e propriedades relacionados com os números reais por meio de atividades exploratórias e investigativas, ou melhor, apresentar atividades exploratórias e investigativas que levem a criação de conjecturas envolvendo números reais.
- Mostrar como podemos estudar os números reais de forma sistemática, não só na construção do conceito de número real, mas também na construção de conceitos como ordem, operações aritméticas, propriedades operacionais, inverso multiplicativo, potências e raízes, etc.
- Apresentar um modelo de intervenção didática para o ensino de números reais que possa ser aplicado na sala de aula, nos ensinos fundamental e médio.
- Capacitar o professor a desenvolver trabalhos de mediação na construção de conhecimentos sobre números reais que permita o aluno atuar ativamente neste processo de construção.
- Desenvolver conteúdos da teoria de Duval sobre registro de representação semiótica relacionado-os com o conteúdo de números reais e com o modelo de intervenção didática apresentados.

## FUNDAMENTAÇÃO BÁSICA

O estudo desenvolvido no minicurso é fundamentado principalmente em orientações dos PCN (Brasil, 1998) e na teoria de registros de representação semiótica de Duval (2003). A ideia básica é assumir que o aluno deve ser o construtor de seus conhecimentos matemáticos e que o ensino deste tipo de conhecimento pode se basear em métodos diferentes dos usados por matemáticos, inclusive pode ser de caráter indutivo.

O papel dos sistemas de representação semiótica no processo de ensino e aprendizagem de conhecimentos matemáticos, de acordo com a teoria de Duval (2003), é peça fundamental nesse estudo. Em particular, adotamos um critério para o uso do termo, construção de conhecimento matemático. A noção de *construção do conhecimento em Matemática* considerada é a que se refere às três ações fundamentais, “de representar os

conceitos, de tratar as representações obtidas no registro estabelecido e de converter as representações num registro para outro” (D’AMORE, 2005, p. 63).

Mais detalhes sobre o critério de escolha dos sistemas de representação para a abordagem dos números reais proposta podem ser encontrados em MOUTINHO (2014a).

### O AMBIENTE VIRTUAL DE APRENDIZAGEM PARA NÚMEROS REAIS

As atividades do minicurso serão realizadas com recursos da Geometria Dinâmica. Os participantes terão acesso a animações eletrônicas criadas no programa GeoGebra, de autoria de Markus Hohenwarter. Estas animações são chamadas de cenários virtuais de aprendizagem e o conjunto destes cenários é chamado de *Ambiente Virtual de Aprendizagem (AVA) para Números Reais*.

Os cenários de aprendizagem são baseados em três configurações básicas, ilustradas nas figuras 1, 2 e 3, que na verdade definem os sistemas de representação dos principais conceitos que caracterizam os números reais.

Figura 1: Sistema de representação dos números reais, a reta numérica.

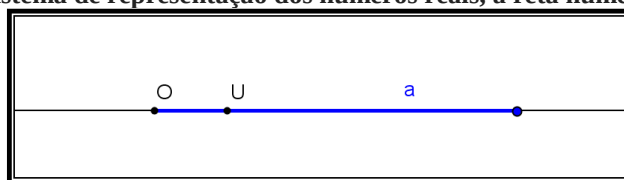


Figura 2: Sistema de representação da operação de adição de números reais.

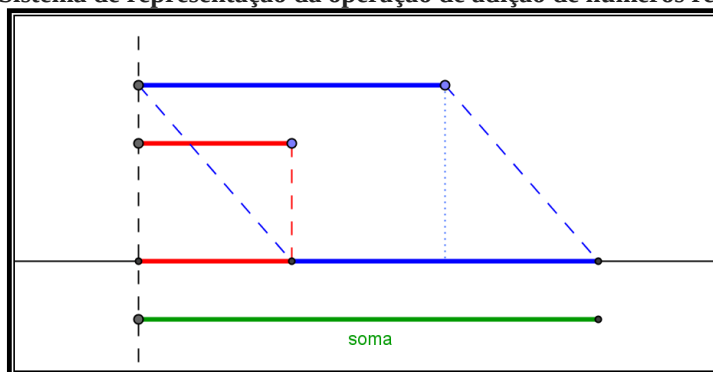
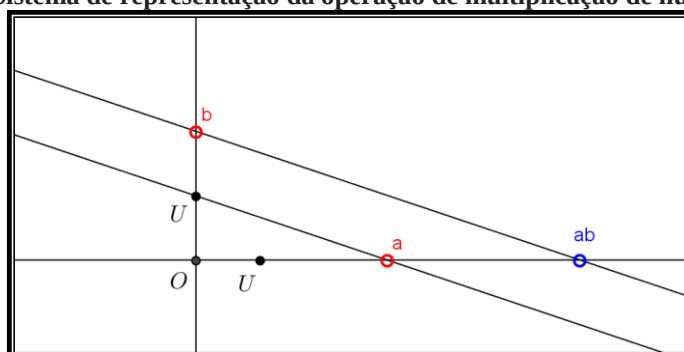


Figura 3: Sistema de representação da operação de multiplicação de números reais.



A partir destas configurações básicas podemos montar os cenários mais variados para o estudo de inúmeras propriedades sobre números reais. Alguns comentários a mais e ilustrações de cenários do AVA para Números Reais podem ser encontrados em MOUTINHO (2013) e em MOUTINHO (2014b).

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

O estudo a ser desenvolvido no minicurso já foi trabalhado em outras situações semelhantes, oficinas para professores, minicursos, sala de aula e Ensino à Distância. O aproveitamento é sempre muito bom. Alguns relatos sobre estas experiências podem ser encontradas em MOUTINHO (2013).

## REFERÊNCIAS

BOFF, D. S. **A construção dos números reais na escola básica**. Dissertação de Mestrado Profissionalizante. Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre. 2006.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática. 5ª a 8ª séries**. Brasília. 1998.

D'AMORE, B. **Epistemologia e didática da Matemática**. Tradução de Maria Cristina Bonomi Barufi. São Paulo: Escrituras Editora, 2005.

DUVAL, R. **Registros de representações semióticas e funcionamento cognitivo da compreensão em matemática**. In: Aprendizagem em matemática: registros de representação semiótica. p.11-33. 2 ed. São Paulo: Papirus. 2003.

MOUTINHO, I. **Um Ambiente Virtual de Aprendizagem como recurso de mediação na construção de conhecimento relacionados com a operação multiplicação de números reais**. XI ENEM – Encontro Nacional de Educação Matemática – Educação Matemática: Retrospectivas e Perspectivas, SBEM. Curitiba, 2013.

MOUTINHO, I. **Construindo o conceito de números reais**. V Jornada Nacional de Educação Matemática / XVIII Jornada Regional de Educação Matemática, UPF, Passo Fundo, 2014a.

MOUTINHO, I. **Um ambiente Virtual de Aprendizagem para os Números Reais**. IV CEMA – Colóquio de Educação Matemática, Juiz de Fora, MG, 2014b.

SANTOS, J. C. **Números Reais: Um desafio na Educação Básica**. Monografia de Especialização. Universidade Federal Fluminense, Niterói, Rio de Janeiro. 2007.

SOUTO, A. M. **Análise dos Conceitos de Número Irracional e Número Real em Livros Didáticos da Educação Básica**. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) – Universidade Federal do Rio de Janeiro – UFRJ, Instituto de Matemática – IM. 2010.

# **UMA AULA INVESTIGATIVA DE GEOMETRIA**

**Luciana Maria Tenuta de Freitas**

Grupo PINEM - Práticas Investigativas em Ensino de Matemática - PUC Minas  
lutenuta@gmail.com

## **Resumo**

Este Minicurso tem como objetivo apresentar uma sugestão metodológica para o ensino de Geometria envolvendo atividades investigativas sobre os paralelogramos. As atividades visam propiciar aos alunos do Ensino Fundamental o desenvolvimento dos processos de comunicação, argumentação e demonstração. A primeira parte do trabalho consta de uma revisão bibliográfica de cada um desses processos matemáticos. Em seguida, é apresentada a atividade investigativa que será vivenciada por todos os participantes. Durante o Minicurso serão discutidos os processos matemáticos envolvidos na atividade proposta e os papéis que desempenham alunos e professores num ambiente de aprendizagem no qual a investigação matemática busca favorecer o desenvolvimento de tais processos.

**Palavras-chave:** Geometria. Investigação. Paralelogramos. Propriedades.

## **INTRODUÇÃO**

Visando favorecer o desenvolvimento de atividades de natureza exploratória nas aulas de Matemática, o objetivo deste Minicurso é apresentar aos professores do Ensino Fundamental uma sugestão metodológica para o ensino de Geometria por meio de atividades investigativas. A questão central envolvida diz respeito ao desenvolvimento dos processos matemáticos de comunicação, demonstração e argumentação que aqui são trabalhados a partir do estudo das propriedades dos paralelogramos.

As atividades sugeridas são suficientemente abertas, de modo a propiciar aos alunos o encaminhamento de suas investigações sem a preocupação de chegar a um resultado que supõem ser o esperado pelo professor. Com o objetivo de favorecer as investigações, os alunos podem utilizar as figuras de diversos paralelogramos e manipular material tal como canudinhos de refrigerante, tachinhas, barbante, tesoura, régua e transferidor.

Uma vez que o trabalho proposto envolve os processos matemáticos de comunicação, demonstração e argumentação, apresentamos uma revisão bibliográfica de tais processos na visão de diversos autores ligados à Educação Matemática. Com isso, pretende-se contribuir para aprofundar a discussão sobre alternativas metodológicas para um ensino de Matemática voltado para o desenvolvimento de processos matemáticos e o papel que desempenham alunos e professores em ambientes de investigação matemática.

## **OS PROCESSOS DE COMUNICAÇÃO, DEMONSTRAÇÃO E ARGUMENTAÇÃO**

As atividades investigativas nas aulas de Matemática têm sido apontadas como um recurso que favorece um ensino de Matemática mais significativo. Brocardo (2001) afirma que as investigações são indispensáveis para proporcionar uma visão completa do que é a Matemática, estimular a participação dos alunos de modo a favorecer uma aprendizagem significativa, facilitar o envolvimento de todos com diferentes níveis de competências e o estabelecimento de relações entre diversos tópicos.



Analisando a dinâmica dos processos de ensino-aprendizagem de Matemática, Fonseca (2000) discute o papel que a comunicação e o discurso podem assumir dentro das salas de aula. A autora aborda a importância de se proporcionar aos alunos atividades que desenvolvam as comunicações oral e escrita, argumentando que existe uma estreita dependência entre os processos de estruturação do pensamento e da linguagem.

O *National Council of Teachers of Mathematics* (2000) recomenda que a comunicação seja usada na sala de aula para ajudar a compreender a Matemática, permitindo aos alunos:

- *organizar e consolidar o pensamento matemático;*
- *comunicar seu pensamento matemático coerente e claramente aos colegas, professores e outros;*
- *analisar e avaliar o pensamento matemático e as estratégias de outros;*
- *usar a linguagem da matemática para expressar ideias matemáticas com precisão. (NCTM, 2000, p.60).*

Fonseca (2000) afirma que ao invés de caber ao professor impor aos alunos uma linguagem matemática formal, eles é que devem expressar suas ideias usando seus próprios meios informais, de modo a irem percebendo e apreciando a necessidade de definições precisas e o poder de comunicação dos termos matemáticos convencionais.

Já quanto à demonstração, Brocardo (2001) afirma que esse termo é usado em português para fazer referência a um tipo de prova caracterizada por regras próprias da Matemática, com aceitação nesta comunidade.

Davis e Hersh (1995) lembram que a linguagem utilizada em uma demonstração matemática é específica e restritiva a esse campo de conhecimento. Para esses autores, o que caracteriza uma demonstração matemática é a referência a resultados anteriores. Porém, como essa referência não pode se estender indefinidamente, termina com os chamados axiomas e definições. Os axiomas são os fatos fundamentais e evidentes sobre os quais se sustenta toda a estrutura lógica, e as definições são apenas convenções linguísticas. Os autores afirmam que um dos objetivos de uma demonstração matemática é que, uma afirmação, uma vez demonstrada, fica entendido por todos que sua validade está acima de qualquer dúvida.

Esses mesmos autores lembram, ainda, que os primeiros contatos dos estudantes com as demonstrações ocorriam nas escolas por meio dos teoremas da Geometria euclidiana que eram exaustivamente demonstrados até a década de 50. Para Pólya (1995), a Geometria plana se presta bem a esse tipo de demonstrações, sendo, também, a melhor oportunidade de se adquirir a noção de demonstração rigorosa. O autor atribui grande significado às demonstrações geométricas como forma de contribuir para o desenvolvimento das noções de prova intuitiva e de raciocínio lógico dos estudantes, afirmando que o estudante que passar pela escola sem ter se familiarizado com as demonstrações geométricas terá perdido a oportunidade de adquirir a ideia do raciocínio rigoroso.

Entretanto, Garnica (2002), discutindo sobre a importância das demonstrações em Educação Matemática, adverte sobre a necessidade da conexão entre as linguagens natural e formal, nos contextos de ensino e aprendizagem, diferentemente dos contextos científicos nos quais a linguagem aceita é apenas a formal. Segundo o autor, nas aulas de Matemática da Educação Básica, a prova rigorosa passa a ser uma dentre as várias formas de argumentação acerca do objeto matemático.

Moreira e David (2005), defendendo que há importantes distinções entre a Matemática Acadêmica e a Matemática Escolar, afirmam que o papel e o significado das definições e das demonstrações são diferentes nesses dois campos de conhecimento matemático. Nesse sentido, a demonstração, conforme proposto acima por Davis e Hersh (1995) e Pólya (1995), estaria relacionada à Matemática Acadêmica. Para Moreira e David (2005), no caso da Matemática Escolar, estão permanentemente em cena dois elementos fundamentais que

modificam significativamente o papel das demonstrações e provas. O primeiro refere-se ao fato de que, no caso do ensino de Matemática, a validade dos resultados matemáticos não está posta em dúvida, uma vez que já são garantidos, *a priori*, pela própria Matemática Acadêmica. O segundo elemento está relacionado ao fato de que o problema, na Matemática Escolar, não consiste em demonstrar rigorosamente um fato a partir de uma estrutura axiomática. O problema, de acordo com os autores

*[...] refere-se à aprendizagem, portanto ao desenvolvimento de uma prática pedagógica visando à compreensão do fato, à construção de justificativas que permitam ao aluno utilizá-lo de maneira coerente e conveniente na sua vida escolar e extra-escolar. (MOREIRA; DAVID, 2005, p. 23).*

Joana Brocardo (2001, p.118) defende que o foco no ensino de Matemática na Educação Básica deve se deslocar do conceito de provas e demonstrações rigorosas, para um conceito de prova/demonstração como argumento convincente, afirmando entender que "ambas se referem a um raciocínio que justifica determinado processo ou conclusão que pode ser considerado como convincente e suficientemente rigoroso no contexto do ensino em que foi desenvolvido".

Afirmando que o trabalho com as demonstrações e provas no ensino de Matemática não deve se restringir apenas ao raciocínio dedutivo, a autora adverte que, na sala de aula, o papel da demonstração deve ser o de promover a compreensão matemática. Nesse sentido, defende que ser "necessário tirar partido das representações visuais, dos argumentos baseados na observação e dos raciocínios e provas exploratórios, de modo a conseguir promover uma compreensão da Matemática em geral e da demonstração em particular". (BROCARD, 2001, p.116).

Pretende-se, assim, com o trabalho aqui apresentado, favorecer, também, o desenvolvimento do processo de argumentação. Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), de 5ª a 8ª séries do Ensino Fundamental (BRASIL, 1998, p.48) estabelecem, entre as finalidades do ensino de Matemática, levar os alunos a "comunicar-se matematicamente, ou seja, descrever, representar e apresentar resultados com precisão e argumentar sobre suas conjecturas, fazendo uso da linguagem oral e estabelecendo relações entre ela e diferentes representações matemáticas".

De acordo com esse documento, a argumentação está fortemente vinculada à capacidade de justificar uma afirmação, não sendo, entretanto, uma demonstração. "A argumentação é mais caracterizada por sua pertinência e visa ao plausível, enquanto a demonstração tem por objetivo a prova dentro de um referencial assumido." (BRASIL, 1998, p. 70)

#### **SUGESTÃO METODOLÓGICA PARA ESTUDO DAS PROPRIEDADES DOS PARALELOGRAMOS POR MEIO DE ATIVIDADES INVESTIGATIVAS**

Usando canudinhos de refrigerante, tachinhas, tesoura, barbante, régua, transferidor e desenhos de diversos paralelogramos, os alunos investigam as propriedades desses quadriláteros. Todo esse material será disponibilizado pela professora responsável pelo Minicurso.

Os alunos recebem três folhas contendo as atividades que serão desenvolvidas em grupos. Na primeira folha (Fig.1) estão as questões que serão discutidas.

**Figura 1: Questões para serem discutidas pelos alunos**

**Usando canudinhos e tachinhas, construam um quadrilátero convexo qualquer.**

- Façam com que seus lados fiquem paralelos dois a dois.
- Que relações vocês encontram entre seus ângulos?
- Tracem as diagonais dos paralelogramos desenhados e encontrem propriedades.

**Sem desmanchar o paralelogramo feito com canudinhos, façam com que todos os seus ângulos fiquem congruentes.**

- O que vocês podem observar sobre as medidas de suas diagonais?

**Construam um novo quadrilátero que tenha todos os lados congruentes, mas não tenha, necessariamente, todos os ângulos congruentes.**

- Esse quadrilátero ainda é um paralelogramo? Por quê?
- O que é possível afirmar sobre suas diagonais?

**Construam um quadrilátero que tenha todos os lados congruentes e todos os ângulos congruentes.**

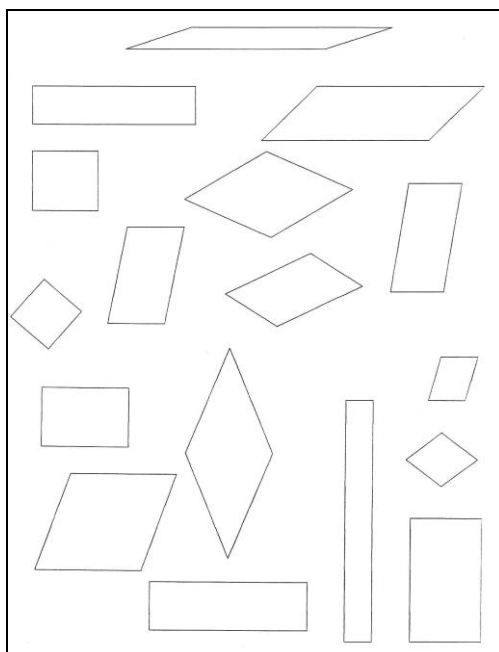
- Que quadrilátero é esse? Investiguem suas propriedades.

**Classifiquem os paralelogramos por meio de um esquema para apresentar à turma.**

Fonte – Elaborado pela pesquisadora

Na segunda folha (Fig. 2), estão desenhados diversos paralelogramos que os alunos podem utilizar para explorar as propriedades, discutindo as questões propostas na primeira folha. Eles são levados, então, a investigar as figuras desenhadas utilizando a régua e o transferidor para traçar segmentos e ângulos, comparar suas medidas, levantar hipóteses e fazer conjecturas, discutindo com os colegas e formulando argumentações acerca das propriedades exploradas.

**Figura 2: Paralelogramos para serem explorados**



Fonte – Elaborado pela pesquisadora

Na terceira folha, estão apresentadas 17 afirmativas (Fig.3) para que sejam analisadas e classificadas em verdadeiras ou falsas. Cada grupo de alunos escolherá três dessas afirmativas para julgar se são verdadeiras ou falsas, apresentando argumentos para suas conclusões. Em seguida, os grupos apresentam suas conclusões e as devidas justificativas à turma. Caso não haja consenso entre as conclusões do grupo e as opiniões da turma, as afirmativas são discutidas por todos, sob a mediação do professor.

**Figura 3: Exemplos de afirmativas para serem discutidas**

**Discussão sobre os paralelogramos estudados**

Escolham 3 das afirmativas abaixo, para justificar se são verdadeiras ou falsas.

1. (    ) Em todo paralelogramo os lados opostos são paralelos e congruentes.
2. (    ) Os ângulos opostos de um paralelogramo são congruentes.
3. (    ) O quadrilátero em que as diagonais se cortam mutuamente ao meio é um paralelogramo.
4. (    ) Todo losango é um paralelogramo.
5. (    ) Todo paralelogramo é um retângulo.
6. (    ) Existem paralelogramos que são losangos.
7. (    ) Todo quadrado é um retângulo.

Fonte – Elaborado pela pesquisadora

Nas atividades propostas, as questões apresentadas são suficientemente abertas, de modo a propiciar a exploração livre por parte de todos, sem que haja a preocupação de responder especificamente a perguntas de um roteiro rígido.

O papel do professor é fundamental para incentivar os alunos a se apropriarem das questões propostas, se empenhando em investigá-las, de fato, levantando hipóteses, discutindo com os colegas, fazendo conjecturas e apresentando argumentos matemáticos que as justifiquem.

O trabalho proposto permite, ainda, que o professor tenha a oportunidade de vivenciar um ambiente em que se faz Matemática. Acredita-se, portanto, que a experiência vivida pode ajudá-lo a refletir sobre sua prática e auxiliá-lo no sentido de se aproximar cada vez mais de um ensino de Matemática mais significativo para todos: alunos e professores.

## REFERÊNCIAS

BRASIL. Ministério da Educação e Cultura. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC/SEF, 1998. 148p.

BROCARD, Joana. **As investigações na aula de Matemática**: um projeto curricular no 8º ano. 2001. 621f. Tese (Doutorado). Universidade de Lisboa, Lisboa, 2001.

DAVIS, Philip J.; HERSH Reuben. **A experiência matemática**. Lisboa: Gradiva, 1995.

FONSECA, Helena. **Os processos matemáticos e o discurso em atividades de investigação na sala de aula**. 2000. 209f. Dissertação (Mestrado). Universidade de Lisboa, Lisboa, 2000.

GARNICA, Antônio V. M. As demonstrações em Educação Matemática: um ensaio.

**BOLEMA – Boletim de Educação Matemática**, Rio Claro: Unesp. n.18, p. 91- 99, set. 2002.

MOREIRA, Plínio C., DAVID, Maria Manuela M. S. **A formação matemática do professor:** Licenciatura e prática docente escolar. Belo Horizonte: Autêntica, 2005. 109p.

NCTM - NATIONAL COUNCIL OF TEACHERS OF MATHEMATICS. **Principles and standards for school mathematics.** Reston: VA, 2000.

PÓLYA, George. **A arte de resolver problemas:** um novo aspecto do método matemático. Rio de Janeiro: Interciência, 1995, 179p.

# UTILIZANDO MATERIAIS CONCRETOS NAS OPERAÇÕES COM FRAÇÕES

**Givaldo da Silva Costa**

Secretaria de Educação do Estado de Pernambuco

[givaldocosta59@gmail.com](mailto:givaldocosta59@gmail.com)

## Resumo

O presente trabalho tem como tema um dos conteúdos curriculares mais antigos e estudados pelos pesquisadores matemáticos que são as Frações. Existem registros que datam de 2.000 a.C., no papiro de Rhind, comprovando que os egípcios a praticavam com habilidade. Entretanto, em pleno século XXI. Uma grande parte dos nossos estudantes, nos mais diversos níveis de escolaridade, sentem dificuldades em praticar as operações e resolver situações-problema envolvendo números fracionários. Ciente de que um dos principais motivos na dificuldade do ensino-aprendizagem está na falta do uso de materiais concretos ao construir o conceito e suas operacionalizações, este trabalho tem como objetivo fazer uso da instrumentalização adequada para justificar os porquês dos procedimentos abstratos tão comuns no conhecimento matemático, fazendo-nos repensar em práticas metodológicas que nos levem a definir o nosso ponto de partida e o ponto de chegada ao elaborar as atividades. Destinado, especialmente, aos professores do Ensino Fundamental I e do Ensino Fundamental II, aplicando recursos materiais simples, na confecção de bandejas brancas que representam o inteiro, e de recortes coloridos que representam as unidades fracionárias, transformando-os em um valioso aliado pedagógico na busca de um consenso sobre o real significado conceitual e operacional do tema em tela.

Palavras-Chave: Definição, abstração, criatividade, instrumentalização, conceito.

## INTRODUÇÃO E FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Vejamos alguns questionamentos que deparamos atualmente:

- Por que, na definição escolar, a palavra FRAÇÃO é apresentada apenas como uma divisão do inteiro em partes iguais? Como representar graficamente frações impróprias? Por que ao adicionar ou subtrair frações com denominadores diferentes, temos que extrair o MMC para, em seguida, dividi-lo pelo denominador e o resultado, multiplicar pelo numerador? Por que ao dividir frações, repetimos a primeiro termo e multiplicamos pelo inverso do segundo?

São muitas as dúvidas que permeiam a sala de aula quando o assunto é fração, um dos temas que mais provoca rejeição na classe estudantil. Os questionamentos acima nos remetem ao pensamento de D'Ambrósio (1991, p.1), quando cita: “... *há algo errado com*

*a Matemática que estamos ensinando. O conteúdo que tentamos passar adiante através dos sistemas escolares é obsoleto, desinteressante e inútil”*

Por outro lado, vejamos o que diz outra mensagem, que normalmente é debatida em grupos de estudos educacionais: “... *apesar da importância do livro didático no contexto escolar é fundamental que o professor não renuncie ao seu papel de sujeito que constrói a prática pedagógica, juntamente com os estudantes*” (PC-PE, 2012, p.51).

Realmente, quando os porquês das regras e propriedades matemáticas não são demonstrados, o conteúdo fica sem sentido para os estudantes. As dificuldades começam quando, em sala de aula, ao principiar o assunto, o professor coloca a definição livresca já pronta e acabada no quadro, ao invés de criar situações didáticas que levem à construção do conceito juntamente com os estudantes. Sabemos da grande importância do uso do livro didático em sala de aula, no entanto, também sabemos que é sumamente necessário que o professor entre nos bastidores dos conteúdos que o livro apresenta, tornando-se também um professor-pesquisador, não ficando restrito às definições do livro, mas sim, na tarefa da construção de conceitos.

## **METODOLOGIA E RECURSOS DIDÁTICOS**

Porém, o maior obstáculo para que haja ensino-aprendizagem está em como o significado distorcido da palavra Fração vem sendo apresentado em nossas salas de aula. Para minimizar essa situação, propõe-se utilizar materiais simples como papel guache, cartolina e clipes, motivando a sua reprodução com mais facilidade e em maior quantidade, devido ao baixo custo financeiro, construindo kits fracionários. A partir da definição de que “fração é parte de uma quantidade que foi dividida em partes iguais”, propõe-se questionamentos como:

. Discutir por qual razão uma Fração não é uma Razão.

- Quais as figuras abaixo que representam frações?

- Qual o valor de cada uma delas?



Após esse momento, enfatizar que a palavra fração vem do latim “*fractione*” que quer dizer “*dividir, quebrar, rasgar*”. Em nosso dicionário Aurélio, também quer dizer: “*porção, parte de um todo*”. Notamos que das definições apresentadas, não há preocupação em mostrar a fração como sendo uma parte oriunda de uma divisão em fatias iguais, uma vez que este requisito é essencial apenas como recurso operatório, e não conceitual.

Como continuidade, a discussão conceitual será direcionada ao fato de que nada impede que os livros didáticos e os professores em sala de aula apresentem situações que levem frações simplesmente ao conceito de “parte do inteiro”, por exemplo, se alguém

derruba um vaso de louça, ao se quebrar ele ficará em vários pedaços (ou cacos), provavelmente de tamanhos diferentes, e nem por isso, cada um desses cacos, deixará de ser uma parte fracionária do vaso.

Um detalhe curioso quando solicitamos aos alunos que representem graficamente uma fração dada, há ainda aqueles que confundem no tocante a *relação parte-parte* com a *relação parte-todo*. Sabemos que na primeira estamos trabalhando com razão (que aparece nos livros didáticos apenas a partir do sétimo ano do Ensino Fundamental), e na segunda relação estamos trabalhando com fração (que aparece nos primeiros anos do Fundamental). É como se eles não tivessem nada em comum, tão distantes um do outro nos livros, porém tão próximos, nas concepções dos estudantes, a ponto de provocar erros constantes no momento de representar em forma de números as representações geométricas fracionárias.

Outra dificuldade pertinente e atual é quanto à representação gráfica de frações impróprias, uma vez que os livros didáticos priorizam apenas as frações próprias. Mesmo porque a definição da dupla contagem (numerador e denominador), infelizmente ainda é predominante, em detrimento da linguagem que enfatize se a representação é menor, igual ou maior que um inteiro. Perde-se uma oportunidade ímpar, quando não associamos as frações impróprias com a extração do inteiro para visualizar melhor as suas representações gráficas.

Vimos anteriormente que para efetuar os cálculos operatórios envolvendo frações é necessário que o inteiro seja dividido em partes iguais, lembrando que é um requisito operacional, e não conceitual. Dessa forma será determinada a representação quantitativa desse inteiro, através de uma figura geométrica retangular que geralmente é a mais utilizada, optando pelas repartições de um meio, um terço e um quinto e suas equivalências, surgindo então as de um quarto, um oitavo, um sexto, um oitavo, um quinto e um décimo, respectivamente.

Como demonstrativo da utilização de materiais concretos, passamos para a operacionalização com o exemplo:  $1/2 + 1/3$ , procurando as suas frações equivalentes:

$1/2 = \{1/2, 2/4, 3/6, 4/8, 5/10, 6/12, \dots\}$  e  $1/3 = \{1/3, 2/6, 3/9, 4/12, \dots\}$ , as primeiras frações equivalentes encontradas são  $3/6$  e  $2/6$ , logo vem:  $1/2 + 1/3 = 3/6 + 2/6 = 5/6$

Chamamos a atenção que, quando determinamos o MMC dos denominadores de frações diferentes, dividindo-o pelo denominador, e o resultado multiplicando pelo numerador, estamos apenas encontrando as frações equivalentes das frações iniciais:

$$\begin{array}{c} \boxed{1/2} \quad \boxed{\phantom{00}} + \boxed{1/3} \quad \boxed{\phantom{00}} \quad \boxed{\phantom{00}} = \boxed{1/2} \quad \boxed{1/3} \quad \boxed{\phantom{00}} = 5/6 \\ \boxed{1/6} \quad \boxed{1/6} \quad \boxed{1/6} \quad \boxed{\phantom{00}} \quad \boxed{\phantom{00}} + \boxed{1/6} \quad \boxed{1/6} \quad \boxed{\phantom{00}} \quad \boxed{\phantom{00}} \quad \boxed{\phantom{00}} = \boxed{1/6} \quad \boxed{1/6} \quad \boxed{1/6} \quad \boxed{1/6} \quad \boxed{1/6} = 5/6 \end{array}$$

Procedimento semelhante ocorre com a subtração. Ex:  $5/6 - 2/3 = 5/6 - 4/6 = 1/6$



Na multiplicação, tomando como exemplo:  $\frac{1}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{6}$   $\therefore \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$ , substituindo o sinal da multiplicação (  $\times$  ) pela preposição “de”, então temos que queremos encontrar “a terça parte de um meio”, ou ainda, “a metade de um terço”. Na divisão, o exemplo:  $\frac{1}{2} : \frac{1}{3} = \frac{1}{2} \times 3 = \frac{3}{2} = 1 \frac{1}{2}$ , queremos saber “quantas vezes um terço, cabe em um meio”. Sobrepondo a figura de um inteiro na figura de um terço, sabemos que ela cabe três vezes (observe o porquê invertemos a segunda fração), e sobrepondo a figura de um meio sobre a figura de um terço, então ela cabe uma vez e meia.

## RESULTADOS E CONCLUSÕES

Pretende-se enfatizar que uma das causas das dificuldades no estudo de frações, passa pela prática pedagógica que priorizou o modelo parte-todo como ponto de partida nas séries iniciais do Ensino Fundamental, e com continuidade desse pensamento nas séries finais. Como consequência tem-se que é muito comum encontrar estudantes do Ensino Médio com imensas dificuldades em operacionalizar números racionais com representação fracionária e representação decimal. Em diversos livros didáticos a ideia de fração é apresentada como uma dupla contagem, com ênfase ao significado de repartição em detrimento do significado de medição. Cabe ao professor, portanto, não ficar restrito ao significado de repartição, pois no estudo da multiplicação e da divisão, esta diferença fica mais evidente, quando direcionamos o pensamento não a quantidade de partes iguais em que o inteiro foi dividido, mas sim, a *da parte tomada quantas vezes ela cabe no inteiro*.

Após a aplicação com 100 alunos de escolas da rede pública e particular de ensino e com níveis de escolaridade diferentes, dos questionamentos iniciais apresentados no início do trabalho, através das representações gráficas, uma enquete mostrou que 90% dos estudantes demonstraram ter uma visão da definição tradicional, afirmando que apenas a figura A é “com certeza” uma fração, Na figura B, a “certeza” já não era tão firme, pois apesar da figura estar dividida em partes iguais, a parte tomada (pintada) deixaram os estudantes desconfiados. E em relação às figuras C e D, a “certeza” voltou, porém determinando que essas figuras não eram frações.

Importante destacar que os 10% restantes, que possuíam uma concepção mais ampla do conceito de fração, afirmaram que “todas as figuras eram frações”, porém desses, apenas 5% souberam determinar a quantidade fracionária tomada do inteiro das figuras A, B e C, como sendo um meio, um dezesseis avos e um oitavo, respectivamente; enquanto que na figura D não souberam determinar o seu valor fracionário.

Na discussão final, a observação é para o uso de materiais concretos que, naturalmente, impõe que abordemos apenas os exemplos com situações reais e significativas, principalmente nas abordagens iniciais dos conteúdos. Com a aplicação de exemplos que requer valores numéricos maiores, os materiais concretos, aos poucos, vão saindo de cena, dando lugar apenas aos registros escritos, porém nessa fase da aprendizagem, os estudantes já têm compreendido as abstrações inseridas nos algoritmos. Outra observação a ser destacada é a necessária clareza de que apenas o uso dos materiais concretos em sala de aula não significa que o ensino-aprendizagem acontecerá em “um

estalar de dedos”. Dessa forma, a transposição didática, a metodologia, a linguagem clara e objetiva, as atividades procedimentais previamente bem planejadas são fatores que influem decisivamente no que se quer alcançar.

Como um todo, não em apenas no estudo das frações, mas em quaisquer conteúdos matemáticos, a falta de abordagem de conceitos diversificados e significativos, acrescidas à prioridade do professor a aplicação apenas de regras, convenções, algoritmos e propriedades não acompanhadas de uma demonstração satisfatória, apresentam-se como obstáculos à compreensão básica do conteúdo, levando essa dificuldade durante todo o trajeto escolar. Acredito que essa dificuldade pode ser amenizada com uma didática que contemple a prática da utilização dos materiais concretos, em detrimento da teorização excessiva predominante nas nossas salas de aulas.

## OBJETIVOS

Com esse trabalho, pretende-se:

- Introduzir o conceito de fração de forma diversificada, significativa e instrumental; operacionalizar frações utilizando materiais concretos por ser um instrumento visual mais atrativo, dinâmico e manipulativo; ampliar o campo conceitual de frações através da congruência, equivalência e semelhança entre figuras geométricas comumente usuais no estudo dos números fracionários,
- Chamar a atenção quanto à necessidade para a abordagem em sala de aula quanto a diferença entre as dualidades: definição x conceito, e relação parte-parte (razão) x relação parte-todo (fração). Além de buscar, a partir do estudo de frações, a ampliação do campo conceitual, abordando: representações decimais, percentuais, proporcionais, tendo como pano de fundo, por exemplo, o Tangran.
- Trocar experiências com educadores de todos os níveis de escolaridade, buscando informações que complementem o tema em questão; ao final de cada explicação, distribuir folders contendo informações pedagógicas, técnicas e dados pessoais para futuros contatos com possíveis professores interessados em discutir e divulgar textos matemáticos e eventos de Educação Matemática.

## BIBLIOGRAFIA

D'AMBRÓSIO, U. *Matemática, ensino e educação: uma proposta global. Temas & Debates*. São Paulo, 1991..

EDUCAÇÃO, SECRETARIA DE. **Parâmetros para a Educação Básica do Estado de Pernambuco** – Parâmetros Curriculares de Matemática para o Ensino Fundamental e Médio. Primeira Edição. CAEd, 2012.

# **VÍDEOS DIDÁTICOS NO ENSINO DE MATEMÁTICA: UMA TAXIONOMIA PARA SELEÇÃO E AVALIAÇÃO**

**Rosiane de Jesus Santos<sup>1</sup>**

<sup>1</sup>Secretaria do Estado de Educação de Minas Gerais, rosij7@yahoo.com.br

## **Resumo:**

Este minicurso é oriundo de uma pesquisa de Mestrado que abordou o uso de vídeos didáticos no ensino e na aprendizagem da matemática. Diante da ausência de mecanismos e critérios que contribuam para a seleção de vídeos didáticos específicos de matemática, constitui-se como objetivo principal, apresentar aos professores de matemática uma taxionomia de vídeos para apoiá-los na seleção e avaliação dos materiais audiovisuais. Neste intuito, serão apresentadas também atividades experimentais com vídeos de matemática para serem avaliados pelos professores, utilizando e tendo como referência a taxionomia de vídeos, identificando características técnicas e pedagógicas específicas deste material. O público-alvo são os professores de matemática dos anos finais do Ensino Fundamental e do Ensino Médio. As atividades desenvolvidas se respaldam principalmente na inserção das Tecnologias de Informação e Comunicação (TICs) no ambiente escolar, o vídeo na educação e especificamente na educação matemática, propostas de classificação e avaliação de vídeos didáticos. Contudo espera-se contribuir com os professores de matemática, através deste minicurso, no planejamento de avaliação e seleção de vídeos incentivando o uso deste material na educação matemática.

**Palavras Chaves:** Avaliação. Seleção. Vídeos. Educação Matemática.

## **INTRODUÇÃO**

Com o avanço e a expansão da tecnologia, muitas pesquisas vêm discutindo a inserção das Tecnologias de Informação e Comunicação (TICs) no ambiente escolar, que apresentam o propósito de auxiliar e facilitar os processos de ensino e de aprendizagem.

Dentre essas tecnologias, está o vídeo, uma importante ferramenta de ensino utilizada frequentemente na Educação a Distância, mas com o passar dos anos e o grande acesso à internet, essa mídia vem se destacando na educação em geral.

O vídeo atua como material didático no ensino, apresentando um conteúdo constituído por imagens, sons, texto, efeitos, citações, e outros elementos que o compõem, envolvendo diferentes modos de linguagens. (MORAM, 2005).

Experiências de sala de aula e pesquisas com a utilização do vídeo no processo ensino e aprendizagem da matemática realizadas por Silva (2009), Rocato (2009), Oliveira (2010) e Paraizo (2012) dentre outros, apresentam que o vídeo pode ser utilizado como um recurso propício e importante neste processo. Sua utilização de forma contextualizada valoriza e destaca a comunicação através dos elementos de imagens e som, estimulando a imaginação, a visualização e a abstração dos alunos.

Segundo Cabero (2001, pág. 281), é de grande importância que o professor “reflita e decida sobre a qualidade técnica-estética e curricular dos materiais que serão apresentados, a sua adequação às características de seus alunos e a ideologia subjacente no mesmo”. Para este autor o professor ao avaliar um meio de ensino, não apenas o avalia

para seleção, mas para adaptação do meio aos seus alunos, pois, o material precisa atender as necessidades de todos os alunos.

Na literatura existem trabalhos como Ferrés (1996), Gomes (2008) que buscam sistematizar características dos vídeos para o uso didático em sala de aula, contudo, existe uma carência de trabalhos referenciando critérios e metodologias para a avaliação e seleção deste material específico para o ensino da matemática. O que se pode notar é que a seleção e análise de vídeos estão acontecendo de forma intuitiva, pois muitos deles não apresentam informações que venham ajudar na escolha (Gomes, 2008, pág. 479). Para o autor é imprescindível levá-lo para casa e assistir, “porém é de fundamental importância estabelecer critérios para direcionar a avaliação crítica tanto do produto audiovisual quanto de sua proposta didática”.

Desta forma o minicurso vem apresentar uma taxionomia de vídeos didáticos de matemática para apoiar o professor na seleção e avaliação deste material. A avaliação do material audiovisual constitui em criar condições ou referências para que o professor se baseie no momento da seleção e verificação da qualidade do vídeo.

Diante disso espera-se que o minicurso possa contribuir para impulsionar o uso de vídeos pelos professores e alunos, que juntamente com outras metodologias didáticas, vídeos de acordo com a proposta curricular, acrescentem qualidades no ensino e no aprendizado da matemática.

## A TAXIONOMIA DE VÍDEOS

O objetivo da taxionomia de vídeos é apresentar características do material audiovisual referente aos seus aspectos técnicos e pedagógicos.

A construção da taxionomia se deu através da realização de um experimento inicial de análise de vídeos, do estudo bibliográfico da Taxionomia de Bloom sobre objetivos educacionais embasado no Domínio Cognitivo e dos objetivos para o ensino de matemática do Ensino Fundamental II descrito pelo Parâmetro Curricular Nacional (PCN). A taxionomia é constituída por duas categorias: Aspectos Técnicos e Aspectos Pedagógicos.

Na categoria Aspectos Técnicos as características representam a estrutura técnica do material audiovisual, são elas: *Qualidade de Imagem, Qualidade de áudio, Narração, Sincronização Áudio/Vídeo/Texto, Forma de disponibilização, Apresentação de Legenda ou Libras, Tempo de duração do vídeo.*

Existem outras características técnicas no vídeo, que necessitariam um maior conhecimento técnico do professor, por isso concentrou-se somente nas descritas acima.

Os aspectos pedagógicos constituem de características que estão relacionadas com a finalidade pedagógica do vídeo, sendo apresentadas a partir daquilo que se objetiva com o material. São elas: *Revisão de conteúdos matemáticos, Definição matemática, Exemplos, Problemática, Regras ou Métodos para resolução, Tabelas/Gráficos/Diagramas, Exercícios.* Com essas características pedagógicas definiram-se alguns tipos de vídeos baseado na sua finalidade: *Introdução e Apresentação de conteúdo, Aplicação de conteúdo específico em situações variadas, Fixação ou Reforço de conteúdo.*

Nos vídeos destinados a introdução e apresentação de conteúdo predominam a exposição sistemática de conteúdo, abordada geralmente através de exemplos. Apresenta-se também a definição do conteúdo através de linguagens matemática.

A Tabela 1 apresenta as características dos vídeos que introduzem e apresentam conteúdos, ela foi elaborada com base no processo do Domínio Cognitivo lembrar e entender da taxionomia de Bloom.

**Tabela 1: Características de vídeos com finalidade de introduzir e apresentar conteúdo.**

| Introduzir e Apresentar conteúdo | Aspectos Pedagógicos              |                   | Objetivos PCN                                                                    |
|----------------------------------|-----------------------------------|-------------------|----------------------------------------------------------------------------------|
|                                  | Revisão do conteúdo matemático    |                   | Reconhecer representações e conceitos                                            |
|                                  | Conteúdo a partir de uma situação |                   | Resolver situações problemas reconhecendo e ampliando os conceitos e definições. |
|                                  | Definição matemática              |                   | Traduzir informações generalizando-as                                            |
|                                  | Exemplos                          | Níveis diferentes | Identificar, interpretar e utilizar representações.                              |
|                                  |                                   | Contextualizados  | Reconhecer informações e organiza-las em representações matemáticas              |

Fonte: Dados da Pesquisa

Na Tabela 1, cada ação da terceira coluna, embasada pelo PCN (1998), esta associada a uma característica do vídeo. Esta ação representa a habilidade que espera ser adquirida pelo aluno.

Os vídeos destinados para aplicação de conteúdo são materiais com características que levam a exposição de um conteúdo aplicado em exemplos ou exercícios.

**Tabela 2: Características de vídeos com a finalidade de Aplicação de conteúdo**

| Aplicação de conteúdo específico (exemplos/exercícios) | Aspectos Pedagógicos                          |                   | Objetivos PCN                                                                               |
|--------------------------------------------------------|-----------------------------------------------|-------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------|
|                                                        | Apresentação de conteúdo                      |                   | Utilizar e construir novo conhecimento                                                      |
|                                                        | Conteúdo a partir de uma situação             |                   | Resolver situações problemas e a partir dela ampliar e construir novos significados         |
|                                                        | Apresentação de Problemática                  |                   | Resolver problemáticas utilizando estratégias                                               |
|                                                        | Exemplo                                       | Níveis diferentes | Produzir e interpretar diferentes linguagens                                                |
|                                                        |                                               | Contextualizado   | Estabelecer relações e construir interpretações das representações matemáticas              |
|                                                        | Representações: Tabelas, gráficos, diagramas. |                   | Construir representações, elaborar conclusões, analisar e interpretar essas representações. |
|                                                        | Regras ou métodos de resolução                |                   | Selecionar e utilizar diferentes procedimentos                                              |
|                                                        | Exercício                                     | Resolução         | Resolver situações problemas compreendendo os procedimentos envolvidos                      |

Fonte: Dados da Pesquisa

As características apresentadas na tabela 2 foram associadas ao processo cognitivo da taxionomia de Bloom: Entender, Aplicar e Analisar.

Os vídeos para fixação ou reforço de conteúdo exploram exemplos e exercícios.

**Tabela 3: Características de vídeos com a finalidade de Fixação ou Reforço**

| Fixação ou Reforço | Aspectos Pedagógicos                  |                   | Objetivos PCN                                                                              |
|--------------------|---------------------------------------|-------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------|
|                    | Exemplo                               | Níveis diferentes | Produzir e interpretar diferentes linguagens                                               |
|                    |                                       | Contextualizados  | Estabelecer relações e construir interpretações das representações matemáticas             |
|                    | Possuem tabelas, gráficos, diagramas. |                   | Construir representações, elaborar conclusões, analisar, interpretar essas representações. |
|                    | Regra ou método para resolução        |                   | Selecionar e utilizar procedimentos de cálculo                                             |
|                    | Exercício                             | Resolução         | Resolver situações problemas compreendendo os procedimentos envolvidos.                    |

Fonte: Dados da Pesquisa

Espera-se do aluno habilidades de resolução e aprimoramento de técnicas. As categorias para este tipo de vídeo são: Entender, Aplicar, Analisar e Avaliar.

As Tabelas acima se distinguiram através da categoria aspectos pedagógicos do conteúdo pela diferença entre os tipos de vídeos. Suas características vão ao encontro de suas finalidades ao se relacionarem com ações do processo cognitivo.

A taxionomia foi utilizada em pesquisa de campo através de um experimento de vídeos com professores de matemática, onde a partir da análise das características e dos dados do experimento, foi feita sua validação.

A Figura 1 apresenta um organograma da Taxionomia de vídeos de matemática. O organograma é o resumo organizado das tabelas com as categorias e características.

**Figura 1: Organograma da Taxionomia de Vídeos para Matemática**



Fonte: A autora/pesquisa de mestrado.

## PROPOSTA DE ATIVIDADES

No primeiro dia será feita uma contextualização sobre o uso de vídeos no ensino e aprendizagem da matemática, e desta forma proporcionar uma discussão para que os participantes do minicurso relatem suas experiências com vídeos didáticos de matemática. Serão abordados temas como o vídeo na educação e especificamente na educação matemática, propostas de classificação e avaliação de vídeos didáticos.

No segundo momento será apresentando aos professores a taxionomia de vídeos, oriunda de uma pesquisa de mestrado, bem como também, apresenta-se o processo de construção da taxionomia de vídeos que se deu através da realização de um experimento inicial de análise de vídeos, do estudo bibliográfico da taxionomia de Bloom sobre

objetivos educacionais embasado no Domínio Cognitivo e dos objetivos para o ensino de matemática do Ensino Fundamental II descrito pelo Parâmetro Curricular Nacional (PCN).

A apresentação da taxionomia constitui-se em demonstrar seus aspectos técnicos e pedagógicos evidenciando as características específicas de cada um. Cada características dos dois aspectos serão apresentadas aos professores para um maior entendimento da definição e conceito de cada uma. Será dada maior ênfase aos aspectos pedagógicos, evidenciando os tipos de vídeos desta categoria e suas finalidades. O público, professores de matemática do ensino fundamental II e ensino médio, receberá a taxionomia impressa e fixas contendo suas categorias e subcategorias para usarem no processo de avaliação.

Após, os professores assistirão a um vídeo de conteúdo da matemática e procederá a avaliação do vídeo. Esta avaliação será coletiva, de forma que os professores possam identificar as características dos aspectos técnicos contidas no vídeo, apresentando no final, seus pontos de vista sobre o vídeo no que se refere à qualidade técnica.

Essas características permitirão diagnosticar, além da funcionalidade e qualidade do material, sua adequação aos alunos que assistirão posteriormente. Sempre que for necessário o professor poderá solicitar a pausa na transmissão.

Para avaliar os aspectos pedagógicos os professores identificarão as características deste aspecto e definirão em qual finalidade o vídeo se enquadra de acordo com as subcategorias da taxionomia. As características dos aspectos pedagógicos devem ser analisadas em conjuntos, pois uma característica complementa a intenção da outra. Todas as características deste aspecto transmitem um objetivo e esta diretamente ligada a uma intenção, ou seja, uma ação de aprendizagem.

As características encontradas serão destacadas pelos professores nas fichas que receberam com a taxionomia.

Esta primeira avaliação objetiva demonstrar a finalidade da taxionomia e o reconhecimento das características que a compõe permitindo que o professor se familiarize com a metodologia proposta. A identificação das características representa, durante a avaliação, um sistema de valores que o professor utiliza e atribui para selecionar o material. Segundo Silva (2011):

O vídeo, ao ser adotado como recurso didático para auxiliar no ensino de conteúdos matemáticos, deve passar por uma análise crítica feita pelo professor que irá exibí-lo. Ao se posicionar de maneira crítica ou acrítica sobre o uso de uma determinada tecnologia, o professor define seu perfil de usuário das mídias educativas. (SILVA, 2011, p. 54)

Este planejamento crítico sobre o vídeo propicia o seu uso pedagógico de forma adequada, criando condições para um trabalho que poderá facilitar a construção do conhecimento e da aprendizagem por parte dos alunos.

No segundo dia, utilizando diferentes vídeos didáticos de matemática com conteúdos do ensino fundamental II e com a taxionomia, ocorrerá o processo de avaliação de vídeos feita pelos professores.

A avaliação do meio audiovisual envolve a emissão de um exame sobre a qualidade do vídeo ou sobre seu valor didático, evitando os juízes de valores. (Paraizo, 2012, p. 25). Dessa forma, a avaliação do vídeo consiste em analisar os elementos de maior relevância, suas qualidades, problemas e limitações. Consideram-se os aspectos que influenciam na apresentação do conteúdo bem como, sua exploração diante situações de aprendizagens.

Para tanto, será apresentada para os professores uma lista de vídeos selecionados contendo características da taxionomia para serem avaliados. Os professores escolherão vídeos de assuntos diferentes, sendo que cada vídeo pertence a uma subcategoria dos aspectos pedagógicos.

Serão formados pequenos grupos que ficarão responsáveis por um tipo de vídeo. O grupo assistirá ao vídeo e procederá a identificação das características e a avaliação.

Após assistir e avalia-lo, os grupos apresentarão no final o vídeo, as características encontradas, a avaliação e as considerações do grupo para os demais professores.

Toda essa avaliação terá como base a taxionomia proposta.

Será necessário para o desenvolvimento do minicurso uma sala com computadores e fone de ouvidos ou uma sala com um computador e projetor multimídia para transmissão dos vídeos e demais apresentações.

## **CONSIDERAÇÕES FINAIS**

O vídeo no ensino da matemática poderá auxiliar o aluno na compreensão e construção do conhecimento. Um planejamento com a seleção e avaliação do vídeo é de grande importância para sua utilização, entretanto, o professor necessita de informações a respeito deste material para proceder ao julgamento. Este processo de seleção e avaliação requer, além de tempo, um conhecimento técnico e pedagógico em relação ao vídeo.

Neste sentido, este minicurso objetiva apresentar aos professores de matemática uma taxionomia de vídeos didáticos de matemática, a fim de auxiliar os professores no processo de seleção e avaliação de vídeos.

Será proposto atividades de avaliação de vídeos onde os professores, tendo como instrumento a taxionomia, identificarão características técnicas e pedagógicas nos vídeos, avaliando sua qualidade no que se refere a esses aspectos, procedendo no final um julgamento que se dará através das exposições de comentários e opiniões.

Em fim, espera-se que os professores conheçam a taxionomia e possa a partir do minicurso utiliza-la em outros processos de seleção e avaliação de vídeos de matemática para utilizarem ou indicarem aos alunos. Que a metodologia impulse cada vez mais o uso de vídeos como um recurso didático no ensino e aprendizagem da matemática.

## **REFERENCIAS**

BRASIL, Secretaria de Educação. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Ensino Fundamental**. Brasília: MEC, 1998.

CABERO, J. C. Avaliar para melhorar: meios e materiais de ensino. In: SANCHO, J. M. (Org.). **Para uma Tecnologia Educacional**. Porto Alegre: Artes Médicas, 2001.

FERRÉS, J. **Vídeos e educação**. Porto Alegre: Editora Artes Médicas, 1996.

GOMES, L. F. Vídeos Didáticos: uma proposta de critérios para análise. **Revista Brasileira de Estudos Pedagógicos**, Brasília, v.89, n. 223, p.477-492, set./dez. 2008. Disponível em <<http://rbep.inep.gov.br/RBEP/article/684/1153>>. Acesso em 04 jun. 2014.

MORAN, J. M. **Integração das tecnologias na educação. Desafios da televisão e do vídeo à escola**. Secretaria de Educação a Distância, SEED, 2005.

PARAIZO, R. F. **Ensino de geometria espacial com utilização de vídeos e manipulação de materiais concretos: um estudo no ensino médio**. 2012. 196 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática). Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora, 2012.

SILVA, A. M. **O vídeo como recurso didático no ensino da matemática**. 2011. 198 f. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática) Universidade Federal de Goiás, Goiás, 2011.



**PRODUTO EDUCACIONAL**

# ÁLGEBRA LINEAR COMO UM CURSO DE SERVIÇO PARA A LICENCIATURA EM MATEMÁTICA: UM ESTUDO DOS ESPAÇOS VETORIAIS

Aretha Fontes Alves<sup>1</sup>

Cristiane de Andrade Mendes<sup>2</sup>, Amarildo Melchiades da Silva<sup>3</sup>

<sup>1</sup>E. E. Hermenegildo Vilaça, [hermenegildoarethafontes@gmail.com](mailto:hermenegildoarethafontes@gmail.com)

<sup>2</sup>Universidade Federal de Juiz de Fora/Departamento de Matemática,  
[cristiane\\_andrade\\_mendes@yahoo.com.br](mailto:cristiane_andrade_mendes@yahoo.com.br)

<sup>3</sup>Universidade Federal de Juiz de Fora/Departamento de Matemática, [xamcoelho@terra.com.br](mailto:xamcoelho@terra.com.br)

## Resumo

O propósito de nosso Produto Educacional é, a partir de nossa pesquisa de mestrado, criar um material didático do conteúdo de Espaços Vetoriais, pertencente à ementa da disciplina Álgebra Linear. Este material, portanto, faz parte de uma pesquisa estruturada com o intuito de visualizar as potencialidades desta disciplina, presente na maioria dos cursos de Licenciatura em Matemática. Potencialidades estas, embasadas pelo Modelo dos Campos Semânticos e importantes à formação do futuro professor de Matemática. A nosso ver, a estrutura e a apresentação dos conceitos presentes nesta disciplina não tem procurado contribuir positiva e intencionalmente na formação didático-pedagógica do licenciando em Matemática mas, apenas, se dedicar ao conteúdo matemático específico. Nosso propósito em divulgar esse produto se dá pelo fato deste oferecer uma proposta de curso de serviço – alternativa ao Ensino Tradicional Vigente – voltado aos futuros professores de Matemática, para educadores universitários formadores de professores.

**Palavras-chave:** Formação Matemática do Professor de Matemática, Álgebra Linear, Curso de Serviço.

## INTRODUÇÃO

Ao ingressarmos no Mestrado Profissional em Educação Matemática nos esforçamos em compreender um pouco mais sobre a Formação Matemática do Professor de Matemática e desenvolvemos, portanto, uma pesquisa que discutiu este tema e procurou responder as seguintes questões de investigação:

i) *Quais são as características que um curso de Álgebra Linear deve possuir para que contribua na prática docente de professores de Matemática, ou seja, que traga consigo a concepção de Curso de Serviço?*

ii) *Como podemos elaborar um Curso de Serviço de Álgebra Linear, focado no estudo dos Espaços Vetoriais, para a Licenciatura em Matemática?*

À medida que refinamos nosso olhar com relação às pesquisas que se dedicavam a analisar a formação matemática do professor percebemos que a sociedade tem exigido destes profissionais da Educação a formação de alunos como indivíduos críticos e capazes de promover continuamente sua própria aprendizagem.

Além disso, nossa intenção em analisar uma disciplina de conteúdo específico – Álgebra Linear / Espaços Vetoriais – nesta pesquisa surgiu em associação com a nossa

trajetória acadêmica e por nos incomodarmos com questões relativas à formação docente e, ainda, por termos consciência de que

*No caso particular da licenciatura em Matemática, a partir dos anos 1990 desenvolvem-se vários trabalhos sobre esses cursos, inclusive dissertações e teses. Entretanto, raramente são focalizadas de forma específica as relações entre os conhecimentos matemáticos veiculados no processo de formação e os conhecimentos matemáticos associados à prática docente escolar. (MOREIRA & DAVID, 2005, p.14).*

Portanto, como nossa pesquisa esteve vinculada a um Mestrado Profissional em Educação Matemática apontamos nosso olhar para duas direções que não são distintas, mas que se configuraram estruturalmente em dois blocos. Um deles, a própria dissertação de Mestrado e o outro, o Produto Educacional, uma parte importante da pesquisa na qual aplicamos nossas reflexões colhidas ao longo da construção da dissertação.

É por esse motivo que acreditamos que esses blocos não possuem focos distintos, pois enxergamos o segundo deles como uma consequência – um “produto” – da construção do primeiro e de nosso próprio crescimento como professores/pesquisadores ao longo de sua elaboração.

## **O PRODUTO EDUCACIONAL**

Nosso Produto Educacional<sup>1</sup>, como já citamos, faz parte de nossa pesquisa<sup>2</sup> de pós-graduação em Educação Matemática de uma universidade pública brasileira. Portanto, a base teórica que o sustentou foi a mesma utilizada em nossa dissertação de mestrado.

O propósito de escrever nosso Produto Educacional foi apresentar um material didático de Álgebra Linear/Espaços Vetoriais que, aliado a um conjunto de características teórico-metodológicas, constituem uma proposta de curso de serviço de Álgebra Linear, alternativa ao Ensino Tradicional Vigente<sup>3</sup>, presente na maioria de nossas universidades, e empregado, principalmente, às disciplinas de cunho matemático, para as quais voltamos nosso olhar.

Além dos pressupostos teóricos, a estrutura de nosso Produto Educacional conterá as características que sustentam esta proposta – com o intuito de situar o professor interessado em utilizá-lo –, e a teoria de Espaços Vetoriais, acrescida de comentários e sugestões metodológicas.

Acrescentamos que este rol de características foram estruturadas sobre a concepção de curso de serviço, entendidos por nós, em concordância com Silva (2011), como “disciplinas que tenham como foco a formação do professor de matemática, mas que não se limitam a desenvolver conteúdo matemático. Elas se propõem a intervir, também, na sua formação didático-pedagógica”. (SILVA, 2011, p.2).

Ressaltamos ainda, que para a construção deste Produto Educacional contamos com o suporte das notas de aula utilizadas por Silva (2010), criadas a partir de suas pesquisas de mestrado e doutorado, aliadas a sua experiência de sala de aula, como educador universitário. Além disso, destacamos que esta proposta foi elaborada em parceria com o pesquisador Almeida (2013) o qual desenvolveu uma pesquisa em parceria conosco voltada ao estudo das Transformações Lineares.

---

<sup>1</sup> Indicamos que além do Produto o leitor poderá contar com a leitura da dissertação para compreender de forma crescente a nossa proposta.

<sup>2</sup> Ver mais em Alves (2013).

<sup>3</sup> Resumidamente pode ser descrito como sendo uma metodologia baseada em aulas expositivo-explicativas e com principal foco no ensino do conteúdo.

A estrutura de nossa pesquisa – tanto da Dissertação, quanto do Produto Educacional – foi embasada pelas premissas do Modelo dos Campos Semânticos (MCS)<sup>4</sup> e isto definiu de forma teórica e epistemológica as escolhas tomadas por nós ao longo da construção da mesma.

Complementar à análise da teoria do MCS realizamos uma revisão da Literatura em Educação Matemática que, em três seções distintas, apresentou e discutiu alguns trabalhos relevantes sobre temas pertinentes à nossa pesquisa. A saber: a Produção de Significados para a Álgebra Linear da perspectiva apresentada pelos pesquisadores do grupo Sigma-t<sup>5</sup>; a Formação do professor de Matemática e; a noção de Cursos de Serviço.

A análise destes e de outros trabalhos nos ajudaram a configurar nossa pesquisa para que pudéssemos alcançar nossos objetivos. Entre os estudos analisados destacamos como fundamental a posição de Silva (2011) – apoiado por Lins – quando cita que existem as seguintes alternativas a serem empregadas às disciplinas de conteúdo matemático que compõem a grade das Licenciaturas em Matemática: utilizar metodologias alternativas – ou mesmo as já existentes – para proporcionar aos licenciandos em Matemática experiências diversificadas em sala de aula e ministrar

*disciplinas de formação matemática da licenciatura como disciplinas de Educação Matemática, que teriam como característica levar o discente a olhar para os conteúdos matemáticos enquanto elementos que são parte e não o objetivo único da formação do professor, e buscar nesses conteúdos “portas” para que os futuros professores desenvolvam certas noções fundamentais e importantes à sua formação matemática. (LINS apud SILVA, 2011, p.6).*

## OBJETIVOS

Nossa pesquisa possuiu abordagem qualitativa e local na qual analisamos uma sala de aula particular com sujeitos de pesquisa igualmente particulares. Portanto, os resultados apontados por ela devem ser entendidos como reflexão para novas pesquisas e como suporte aos cursos de Licenciatura em Matemática já existentes. Além disso, indicamos aqui um caminho para que estas licenciaturas busquem por uma alternativa à estrutura empregada na maioria das ementas das disciplinas presentes nas mesmas.

Além disso, não temos a intenção de indicar uma proposta que seja estática. Nosso objetivo é apresentar uma alternativa de curso de serviço que poderá ser utilizada após várias reflexões, que deve contemplar: o contexto da sala de aula de Álgebra Linear a qual será direcionada aliada às concepções do profissional que for ministrá-la.

Com tudo que apresentamos aqui, esperamos que nosso Produto Educacional proponha novas discussões e abra novas perspectivas para a Formação Matemática do Professor de Matemática. Por isso, nossa iniciativa em divulgá-lo para que outros profissionais possam compartilhar discutir e, quem sabe ampliar a proposta por nós sugerida.

## REFERÊNCIAS

ALMEIDA, V. R. **Álgebra Linear como um Curso de Serviço: o estudo das Transformações Lineares**. 2013. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Instituto de Ciências Exatas, Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora. 2013.

---

<sup>4</sup> Ver mais em Lins (1992, 1993, 1999), Lins e Gimenez (1997) e Silva (2003).

<sup>5</sup> Grupo de pesquisa coordenado pelo professor Romulo Campos Lins, filiado à UNESP - Rio Claro, São Paulo; [www.sigma-t.org](http://www.sigma-t.org).

ALVES, A. F. **Álgebra Linear como um Curso de Serviço para a Licenciatura em Matemática: o estudo dos Espaços Vetoriais**. 2013. 178p. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Instituto de Ciências Exatas, Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora. 2013.

LINS, R. C. **A framework for understanding what algebraic thinking is**. 1992. 330p. Thesis (Phd) – University of Nottingham, Nottingham. 1992.

LINS, R. C. Epistemologia, História e Educação Matemática: tornando mais sólidas as bases de pesquisa. **Revista SBEM-SP**, Campinas, v.1 (1), 75-79. 1993.

LINS, R. C. & GIMENEZ, J. **Perspectivas em aritmética e álgebra para o século XXI: Coleção Perspectivas em Educação Matemática**. 4ª Edição. Campinas. Papirus, 1997.

LINS, R. C. Por que discutir teoria do conhecimento é relevante para a Educação Matemática. In: BICUDO, M. A. V. (org.). **Pesquisa em Educação Matemática: concepções e perspectivas**. São Paulo: Editora da UNESP, 1999. (Seminários e Debates). p.75-94.

MOREIRA, P. C. & DAVID, M. M. M. S. **A formação matemática do professor: Licenciatura e prática docente escolar**. Coleção Tendências em Educação Matemática. Editora Autêntica, 2005.

SILVA, A. M. **Sobre a dinâmica da produção de significados para a matemática**. 2003. 243p. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2003.

SILVA, A. M. **Notas de Álgebra Linear**. Juiz de Fora. UFJF, 2010.

SILVA, A. M. Um Curso de Serviço para a Licenciatura em Matemática. **XIII Conferência Interamericano de Educação Matemática – CIAEM**, Recife, p.1- 7. 2011.

# ESTUDO DO COMPORTAMENTO DE FUNÇÕES POR MEIO DE DERIVADAS (CADERNO DE ATIVIDADES)

Luiz Gonzaga Alves da Cunha<sup>1</sup>  
João Bosco Laudares<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Faculdade Única de Ipatinga/Departamento de Engenharia/ lgunipac@yahoo.com.br

<sup>2</sup>Puc-Minas/Departamento de Matemática/ jblaudares@terra.com.br

## Resumo

Este artigo apresenta recorte de uma Pesquisa realizada no Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática e descreve um Objeto de Aprendizagem (O.A.) embasado na informática educativa. Foi elaborado por meio de atividades direcionadas ao estudo do comportamento de funções pela análise de suas derivadas. Fundamentado na teoria da sequência didática, enfatizou a interpretação geométrica da derivada para reconhecimento de crescimento e decrescimento de funções, pontos máximo e mínimo, ponto de inflexão e concavidade de uma função. Inseridos nesse ambiente de aprendizagem, estudantes de um curso de engenharia exploraram a capacidade de visualização e interpretação gráfica. A análise dos dados foi direcionada para as contribuições que o O.A. poderia proporcionar às aulas exclusivamente expositivas.

**Palavras-chave:** Sequência Didática; Informática Educacional; Comportamento de funções com derivadas.

## INTRODUÇÃO

Este trabalho é um recorte de uma pesquisa realizada no Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática da Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais e apresenta uma metodologia de ensino que utiliza um Objeto de Aprendizagem (O.A.) apoiado pela informática educativa. Este O.A. tem como tema central o estudo do comportamento de funções por meio da análise de suas derivadas. Tal metodologia foi aplicada em alunos do segundo período do curso de Engenharia Civil no interior de Minas Gerais.

Como contribuição para um projeto denominado *Estratégias de Ensino e Aprendizagem de Matemática e Estatística na Educação Superior: Repensando Ambientes de Aprendizagem*, proposto pelos grupos de pesquisa Grupimem<sup>1</sup> e Pinem<sup>2</sup> e apoiado pela FAPEMIG, esta Pesquisa é resultado de análises das metodologias utilizadas no ensino de Matemática. Tais análises constataram a necessidade de diversificação das práticas educativas com o intuito de promover interesse do aluno e, conseqüentemente, uma aprendizagem mais efetiva.

---

<sup>1</sup> Grupo de Pesquisa em Informática e Metodologia para o Ensino de Matemática.

<sup>2</sup> Práticas Investigativas em Ensino de Matemática

Com o objetivo de elaborar um ambiente de aprendizagem efetiva, abordaram-se fundamentos teóricos tais como o O.A. inserido no contexto da Informática Educativa. Esse referencial auxiliou a construção de um ambiente de ensino que estimulasse a exploração, a visualização, a discussão, a construção de conceitos e a produção de conhecimento.

Dessa forma, a ação do aluno que acontece por meio da visualização, da experimentação, da interpretação e da criação de conjecturas, vai de encontro à passividade presente em uma aula exclusivamente expositiva.

Com o intuito de atingir o estímulo do aluno e a compreensão efetiva, a estratégia utilizada neste trabalho é uma ferramenta computacional construída por meio de um software livre de geometria dinâmica (GeoGebra).

## **INFORMÁTICA EDUCATIVA E O ENSINO DE MATEMÁTICA/CÁLCULO**

Dentre as características que se pode apresentar na utilização da tecnologia em sala de aula, e mais precisamente do computador, destaca-se a importância da visualização e do pensamento visual no ensino e aprendizagem de Matemática. (...) a linguagem visual no estudo de cálculo revela-se de extrema importância, pois (...) muitos dos conceitos (...) chegaram à forma como são ensinados hoje, apoiados nos métodos intuitivos e visuais. (Coudry, 2008). A relevância do processo visual na aprendizagem de Cálculo também é citada por Tall quando afirma que negar a visualização é negar as raízes de muitas de nossas mais profundas ideias matemáticas.

Diversas formas de pensamentos visuais aparecem em grande escala quando se utilizam os computadores em sala de aula. Mesmo que o aluno seja levado a uma interpretação equivocada daquilo que se observou, a ação visual tem seu valor pelo simples fato de ter proporcionado o espírito investigativo.

Outra característica que se deve levar em consideração é a prática da simulação quantas vezes forem necessários devido ao dinamismo que tais recursos proporcionam. Tal procedimento seria inviável se aplicados com a utilização de lápis e papel apenas.

Assim, a visualização e a simulação são características a ser levadas em consideração quando se decide introduzir tecnologias em sala de aula como auxílio das práticas pedagógicas. Nas aulas de Matemática, sua utilização pode proporcionar ambientes favoráveis ao aprendizado.

## **SEQUÊNCIA DIDÁTICA DO OBJETO DE APRENDIZAGEM**

A sequência didática planejada para esta Pesquisa é composta de atividades encadeadas com o objetivo de proporcionar ao aluno, ao analisar a derivada de uma função, a capacidade de entender o comportamento dessa função.

Serão descritas a seguir algumas atividades elaboradas acerca do estudo do comportamento de funções por meio de derivadas apoiadas pela Informática Educacional. Um Objeto de Aprendizagem foi construído baseados em applets a partir do software livre de geometria dinâmica, o GeoGebra. Este O.A. procurou abranger elementos que favorecessem a visualização, simulação e construção de conceitos.

Sua organização permitiu que cada sujeito envolvido pudesse compreender a relação entre o comportamento da função e sua derivada. Tais atividades são constituídas das seguintes sequências de atividades:

## 1ª ATIVIDADE - DEFININDO O CRESCIMENTO E O DECRESCIMENTO DE UMA FUNÇÃO

Com o objetivo de conceituar função crescente e decrescente em um intervalo, esta atividade estimula o aluno a investigar, em gráficos de funções, o comportamento da imagem da função enquanto se variam os valores de “x” em seu domínio. Além disso, promove discussões e conjecturas acerca da ideia de funções crescentes e decrescentes em um intervalo e a compreensão desse conceito.

Ao interagir com o gráfico da atividade 1 (figura 1), o aluno é levado a movimentar o ponto da função em intervalos pré-determinados para as abscissas e observar a variação do valor da função nesses intervalos. Ao observar essas variações, o aluno elabora conjecturas acerca do conceito de uma função crescente e decrescente em um intervalo.

Figura 1 – Gráfico da Atividade 1



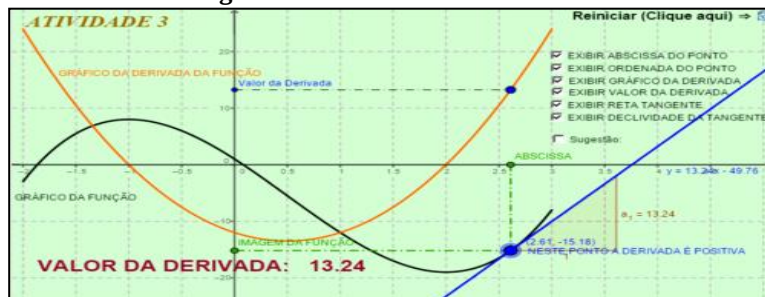
Fonte: Elaborado pelo autor (Geogebra)

## 2ª ATIVIDADE - A RELAÇÃO ENTRE O CRESCIMENTO E O DECRESCIMENTO DE UMA FUNÇÃO E SUA DERIVADA.

Objetivando a análise do crescimento e o decréscimo de uma função por meio do sinal da derivada, essa atividade estimulou o aluno a investigar em gráficos de funções, os sinais de sua derivada enquanto seu comportamento alternava de crescente e decrescente e vice-versa. A compreensão da influência da derivada de uma função em seu comportamento foi proporcionada pela visualização da derivada como taxa de variação e declividade da reta tangente.

Ao observar o gráfico da atividade 2 (figura 2), o aluno foi levado a movimentar o ponto da função em intervalos pré-determinados e realizar comparações entre o comportamento da reta tangente, o coeficiente dessa reta e o valor da derivada. A seguir, o aluno formula conjecturas acerca da relação entre os valores da derivada e o comportamento crescente e/ou decrescente da função no intervalo estudado.

Figura 2 – Gráfico da Atividade 2



Fonte: Elaborado pelo autor (Geogebra)



### 3ª ATIVIDADE - ANÁLISE DOS PONTOS MÁXIMOS E MÍNIMO DA FUNÇÃO.

Nesta atividade a investigação em gráficos e a realização de discussões, também foram incentivados. Conjecturas acerca da localização dos pontos de máximos e mínimos por meio de derivadas da função promoveram a compreensão acerca da influência da derivada na localização dos pontos críticos de máximo e mínimo.

Com gráfico da terceira atividade disponível, os alunos foram incentivados a movimentar o ponto da função pela curva observando o surgimento de pontos críticos no gráfico e assim, estimar as coordenadas desses pontos críticos já que as limitações gráficas do GeoGebra não permitem boa precisão nas coordenadas. Dessa forma, conjecturas são formuladas acerca do comportamento da função e da derivada nas proximidades dos pontos críticos e, conseqüentemente, segundo os comportamentos da função e da derivada, classifica se o ponto crítico como de ponto de máximo ou de mínimo.

Figura 3 – Gráficos da Atividade 3

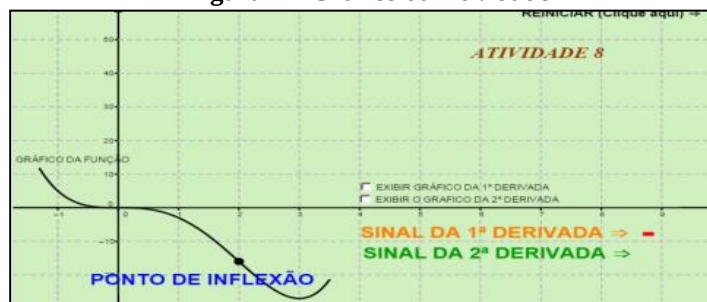


Fonte: Elaborado pelo autor (Geogebra)

### 4ª ATIVIDADE - ANÁLISE DO PONTO DE INFLEXÃO

Esta atividade estimula o aluno a investigar, em gráficos de funções (manipulando comandos nos applets), a relação entre derivada de uma função e os pontos de inflexão. Promove também discussões e a criação de conjecturas acerca da localização dos pontos de inflexão, por meio de derivadas da função. Com o gráfico desta atividade disponível, o aluno é levado a movimentar o ponto da função pela curva observando o surgimento do ponto de inflexão e estimar suas coordenadas. Dessa forma, conjecturas são formuladas acerca de como a derivada pode auxiliar na localização do ponto de inflexão.

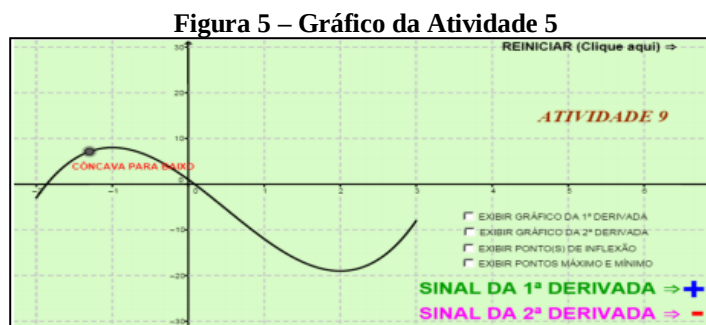
Figura 4 – Gráfico da Atividade 4



Fonte: Elaborado pelo autor (Geogebra)

### 5ª ATIVIDADE - ANÁLISE DA CONCAVIDADE

Aqui o aluno é estimulado a investigar em gráficos de funções (manipulando comandos nos applets), a relação entre derivada e o sentido da concavidade da curva de uma função e com as discussões e conjecturas promovidas compreendem a influência da derivada na determinação do sentido da concavidade de uma curva. Com o gráfico da atividade disponível, o aluno é levado a movimentar o ponto da função próximo ao ponto de inflexão e observar os comportamentos da primeira e da segunda derivada e analisar a variação da segunda derivada em função do comportamento da primeira derivada antes e depois do ponto de inflexão. Dessa forma, conjecturas são formuladas acerca da utilização da segunda derivada para determinar se a curva é côncava para cima ou para baixo.



Fonte: Elaborado pelo autor (Geogebra)

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

A metodologia de elaboração das atividades pautou-se na representação geométrica e foram organizadas em unidades didáticas ordenadas e articuladas que relacionam entre si e proporcionam um valor didático.

À procura de diversificar as metodologias aplicadas no ensino de Cálculo, o Objeto de Aprendizagem criado nesta Pesquisa diversificou utilizando, durante as atividades, o processo de observação e investigação por meio de gráficos dinâmicos.

O Objeto de Aprendizagem cumpriu o seu papel uma vez que permitiu ampla interação entre estudantes e o objeto de estudo, além de estimulá-los a fazer experimentações e simulações. O uso da informática educativa por meio de um software dinâmico permitiu a exploração e formalização de conceitos a partir de movimentação de pontos, variação de abscissas e de ordenadas, dos valores e sinais das derivadas e dos comportamentos dos gráficos das funções.

Destaca-se que, durante a aplicação do Objeto de Aprendizagem, mudanças consideráveis foram percebidas nos alunos no que se refere à sua autonomia e postura crítica e, à medida que a familiarização com o software aumentava, tais características se tornaram mais evidentes.

Essa mudança de postura se refletiu no ambiente em sala de aula, onde questionamentos e reflexões se tornaram mais frequentes e, dessa forma, a passividade observada no início do processo, deu lugar a uma postura mais ativa perante o desenvolvimento do conteúdo.

Por meio da utilização de um Objeto de Aprendizagem em ambientes informatizados, esta pesquisa contribuiu de forma significativa para a flexibilização das práticas docente e assim sendo.

Portanto, devido às contribuições ao ensino proporcionado por este Objeto de aprendizagem, pretende-se divulgar este trabalho no meio acadêmico por meio do VII Encontro Mineiro de Educação Matemática (EMEM), do VI Seminário Internacional de

Pesquisa em Educação Matemática (SIPEM) e do XLIII Congresso Brasileiro de Educação em Engenharia (COBENGE) no qual a apresentação deste já está confirmada.

Este Produto Educacional pode ser encontrado em:

<https://drive.google.com/file/d/0B3tBA8fEVZghWl9hYTl0ME5mOW8/view>

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BORBA, Marcelo de Carvalho; PENTEADO, Miriam Godoy. **Informática e Educação Matemática**. 5. ed. Belo Horizonte-MG: Autêntica, 2012. (Coleção Tendências em Educação Matemática).

COSTA, José Wilson; OLIVEIRA, Maria A. Monteiro. **Novas linguagens e novas tecnologias: educação e sociabilidade**. Petrópolis-RJ: Vozes, 2004

COUY, Lais. **Pensamento visual no estudo da variação de função**. 2008. 162f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais, Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática, Belo Horizonte.

KENSKI, Vani Moreira. **Educação e tecnologias: O novo ritmo da informação**. Campinas-SP: Papirus, 2007.

TALL, David. **Intuition and rigour : the role of visualization in the calculus**. Published in Visualization in Mathematics (ed. Zimmermann & Cunningham), M.A.A., Notes No. 19, 105–119 (1991).

WILLEY, D. A. **Connecting learning objects to instructional design theory: A definition, a metaphor, and a taxonomy**. (2002) Disponível em: <http://reusability.org/read/chapters/wiley.doc>>. Acesso em: 10 fev. 2010.

# RESIGNIFICANDO O CONCEITO DE LOGARITMOS: UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA

Carlos Vidigal<sup>1</sup>  
Eliane Gazire<sup>2</sup>

<sup>1</sup>PUCMINAS, carlos.vidigal@outlook.com

<sup>2</sup>PUCMINAS, egazire@terra.com.br

## Resumo

A pesquisa que deu origem a esse produto propôs verificar se a utilização de uma sequência de atividades de resolução de problemas que privilegiam situações reais e históricas, incentivando a investigação matemática e contribuindo para a ressignificação do conceito de logaritmo bem como para a compreensão de algumas aplicações por parte dos alunos. Com uma perspectiva interdisciplinar, as atividades foram desenvolvidas de forma a se iniciarem com um texto base para a resolução das questões apresentadas, tornando o aprendizado ainda mais significativo e contribuindo para o entendimento de alguns fenômenos do mundo real. Neste trabalho, foram analisadas as produções de 12 (doze) duplas de alunos da disciplina de Cálculo I de diversos cursos de Engenharia de uma instituição de ensino superior de Belo Horizonte (MG). Pode-se inferir, a partir das análises *a posteriori*, que as atividades contribuíram para a ressignificação do conceito de logaritmos e que muitas das dificuldades apresentadas nesse conteúdo estão relacionadas à não aquisição de habilidades prévias como, por exemplo, propriedades das potências e manejos algébricos. O produto final é um caderno com uma sequência de seis atividades que visa proporcionar ao aluno a reconstrução do conceito de logaritmos de forma interdisciplinar, com foco nas principais propriedades dos logaritmos a serem utilizadas no decorrer de um curso de engenharia, bem como na utilização da calculadora para o cálculo de logaritmos.

**Palavras-chave:** Logaritmos. Investigação Matemática. Resolução de Problemas.

## PERCURSO DA PESQUISA

O ensino da Matemática, como mostram os PCN (BRASIL, 1999), deve ser composto por uma série de temas ou tópicos em Matemática, escolhidos a partir de critérios que visam ao desenvolvimento de certas atitudes e habilidades.

O critério central é o da contextualização e da interdisciplinaridade, ou seja, é o potencial de um tema permitir conexões entre diversos conceitos matemáticos e entre diferentes formas de pensamento matemático, ou, ainda, a relevância cultural do tema, tanto no que diz respeito às suas aplicações dentro ou fora da Matemática, como à sua importância histórica no desenvolvimento da própria ciência. (PCN, 1999, p. 44)

Os PCN+ (2002) ainda destacam que o aluno deve saber consultar, analisar e interpretar textos veiculados em diferentes meios:

- Ler e interpretar diferentes tipos de textos com informações apresentadas em linguagem matemática, desde livros didáticos até

*artigos de conteúdo econômico, social ou cultural, manuais técnicos, contratos comerciais, folhetos com propostas de vendas ou com plantas de imóveis, indicações em bulas de medicamentos, artigos de jornais e revistas.*

- *Acompanhar e analisar os noticiários e artigos relativos à ciência em diferentes meios de comunicação, como jornais, revistas e televisão, identificando o tema em questão e interpretando, com objetividade, seus significados e implicações para, dessa forma, ter independência para adquirir informações e estar a par do que se passa no mundo em que vive.*

(PCN+, 2002, p. 114).

Schoenfeld (1997) afirma que, mesmo que pudéssemos preparar os alunos com treinamento em cada uma das estratégias para resolução de problemas isoladamente, isso poderia resultar em pequena ou nenhuma diferença em seu desempenho global na resolução de problemas.

Na tentativa de indagar acerca dessas estratégias, buscamos uma aprendizagem mais significativa através de uma sequência didática interdisciplinar, utilizando atividades exploratórias sobre vários aspectos dos logaritmos e que apresentam níveis de dificuldade diferenciados, partindo de situações-problema, algumas aplicadas a situações com referência na realidade. Tais atividades podem requerer o eventual apoio de recursos computacionais, com o objetivo de despertar o interesse dos alunos em buscar soluções, utilizando seus conhecimentos prévios e novos, sem que a aprendizagem se restrinja a uma memorização de fórmulas, regras e definições.

Inicialmente, passamos por um processo de revisão bibliográfica, que teve seus principais aspectos destacados nos capítulos 2 e 3. Logo após, nos dedicamos à elaboração de dois tipos de atividades: as primeiras, com caráter investigativo e que procurassem levar o aluno a (re)construir o conceito de logaritmos e verificar suas propriedades; as demais, atividades que procuravam aplicar os conceitos e as propriedades em problemas. Para finalizar, foi feita a análise qualitativa dos dados, que será discutida nos capítulos posteriores.

## **A ELABORAÇÃO DAS ATIVIDADES**

As atividades que compõem esta pesquisa foram criadas tendo por finalidade (re)significar conceitos, propriedades e aplicações dos logaritmos através da resolução de problemas, utilizando diversos gêneros textuais. Essas atividades foram planejadas no modelo de investigação matemática, para que os alunos fossem capazes de construir o conhecimento e ressignificá-lo de forma autônoma. Além de poderem ser aplicadas em disciplinas introdutórias ao cálculo no ensino superior, como neste caso, as atividades podem ser aplicadas também em salas de aula do ensino médio ou em cursos de formação e capacitação de professores.

Pretende-se, por meio da organização desse caderno de atividades, proporcionar ao educador a possibilidade de criação de investigações e experimentações em sala de aula, relacionando aspectos históricos e interdisciplinares dos logaritmos. Schneuwly e Dolz (1999) destacam a importância de ações que incentivem a produção, compreensão e interpretação de enunciados escritos para oportunizar diferentes ações de linguagem. Por esse motivo, as atividades são sempre iniciadas com a leitura de textos de diversas fontes, que trazem informações da história da Matemática ou da atualidade. Segundo Miranda (2010), essa estratégia visa a incentivar e valorizar o hábito de leitura e escrita dos

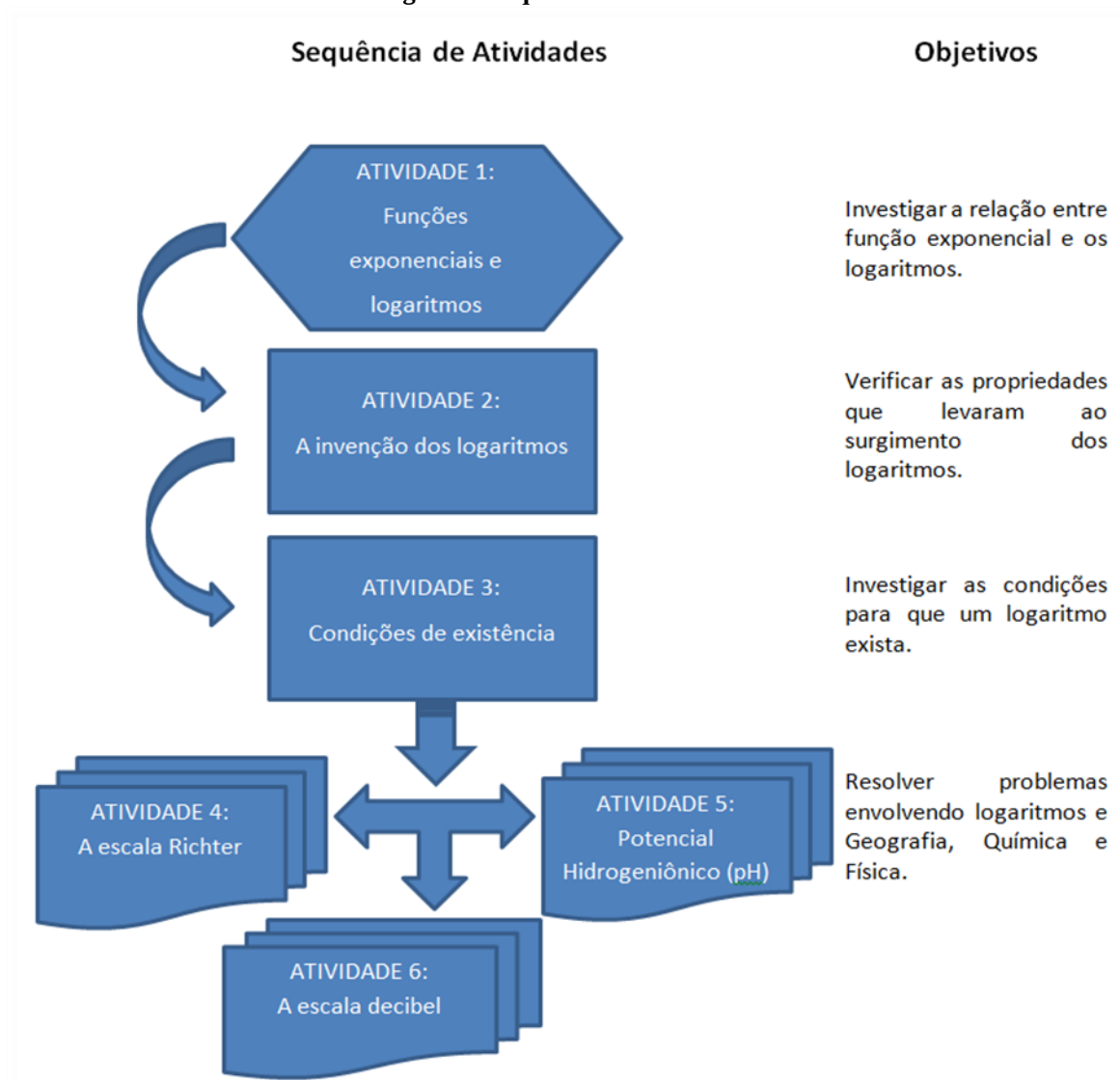
estudantes, bem como aproximá-los dos meios de comunicação. Miranda ainda destaca que tais textos motivam os envolvidos nessas atividades a um conhecimento interdisciplinar.

Portanto, a partir da leitura do texto de cada atividade, o aluno é levado a investigar, discutir e resolver as situações-problema. Com essa proposta, espera-se que o estudante vivencie experiências matemáticas de investigação, conjecturação e generalização.

Em uma metodologia centrada na resolução de problemas, o aluno tem a possibilidade de colocar em ação seus conhecimentos e desenvolver a capacidade para ler e gerenciar informações expressas de diferentes maneiras, ampliando sua visão acerca da Matemática. (KLESSER, 2006, p. 113).

As atividades deverão ser aplicadas na ordem numérica pré-estabelecida, visto que a sequência das atividades pretende levar o aluno a refletir sobre a necessidade da criação dos logaritmos e a motivação dessa criação pelo uso de certas propriedades antes de se tratar da aplicação dos logaritmos em contextos interdisciplinares.

**Figura 1: Sequência das atividades**



Fonte: Dados da pesquisa

Para a realização das atividades, propomos o agrupamento em duplas. Coll (1997) nos motiva a usar esse agrupamento quando afirma que se deve dar ênfase às relações que se estabelecem entre aluno-aluno, isto é, entre o grupo de pares. O mesmo autor afirma que numerosas investigações revelaram que as relações entre alunos incidem de formas decisivas sobre aspectos como a socialização, a aquisição de competências, o aumento do nível de desempenho e o rendimento escolar.

## **APLICAÇÃO E ANÁLISE DAS ATIVIDADES**

Os sujeitos da pesquisa são alunos de uma turma especial da disciplina de Cálculo I, do ciclo básico de todos os cursos de Engenharia dessa IES. São alunos dos turnos da manhã e da noite e que já conheciam o pesquisador como professor da disciplina.

A aplicação ocorreu em meados do mês de setembro de 2013 e a investigação se deu em um contexto rotineiro de sala de aula, envolvendo 24 alunos.

No início de cada aplicação, os alunos foram orientados a executar a atividade em dupla, possibilitando a discussão das atividades. Desse modo, o professor passa a assumir o papel de mediador. Cada aluno recebia uma cópia da atividade, sendo que apenas uma das cópias seria devolvida ao professor, ficando a outra cópia em posse da dupla para que pudessem fazer suas anotações no momento da discussão. As duplas também foram orientadas a fazer uma leitura das atividades com bastante calma e atenção, sem se preocupar com os possíveis erros e acertos, e a fazer uma análise reflexiva das atividades.

Os alunos foram alertados sobre a importância da frequência durante os encontros para não prejudicar o andamento das atividades. Também foi pedido a eles que, preferencialmente, as atividades fossem realizadas com a mesma dupla.

Para a realização de cada atividade, foi disponibilizado apenas lápis, borracha, papel, caneta e calculadora. Durante a realização da tarefa, os alunos foram observados informalmente e, a partir dessa observação, as informações sobre as atitudes dos alunos e o modo como articulam os conhecimentos matemáticos formais e informais foram coletados. Os registros realizados pelos alunos na resolução de cada situação proposta se deram através de pequenos textos, de registro numérico e registro algébrico.

Após o cumprimento de cada atividade, as duplas socializaram suas experiências, dificuldades e reflexões e houve uma sistematização do conteúdo pelo pesquisador. Para isso, utilizaram como base a folha de atividades que permaneceu em posse da dupla.

Ao final das atividades, foi aplicado um questionário de avaliação do trabalho realizado. Nesse questionário, os alunos não se identificaram, de modo que pudessem se expressar com mais liberdade.

## **REFERÊNCIAS**

BRASIL. Secretária da Educação Média e Tecnológica. **Parâmetros Curriculares Nacionais**. Brasília: MEC/SEF, 1999.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria da Educação Média e Tecnológica. **Parâmetros Curriculares Nacionais + (PCN+) - Ciências da Natureza e suas Tecnologias**. Brasília: MEC, 2002.

COLL, C.. **Aprendizaje escolar y construcción del conocimiento**.

Barcelona: Editorial Paidós Ibérica, S.A. 1997.

KLESSER, M. C. Educação de Jovens e Adultos: (des)construindo saberes nos espaços do aprender e ensinar matemática. **Zetetiké**: UNICAMP, v. 14, n. 26, p. 103-121, jul./dez. 2006.

MIRANDA, P. R. **Uma proposta para o ensino de matemática para o curso técnico de agente comunitário de saúde na modalidade PROEJA**. Dissertação de Mestrado. PUCMINAS, 2010.

SCHNEUWLY, B.; DOLZ, J. Os gêneros escolares: das práticas de linguagem aos objetos de ensino. **Revista Brasileira de Educação**. ANPED, n. 11, maio-ago. 1999. p. 5-16.

SCHOENFELD, A. Por que toda esta agitação acerca da resolução de problemas? In: ABRANTES, P.; L. C. LEAL, L. C.; PONTE, J.P. (Eds.). **Investigar para aprender matemática**. Lisboa: APM e Projecto MPT, 1997. p. 61-72.



# **UM CONJUNTO DE TAREFAS SOBRE PORCENTAGEM PARA O 6º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL**

**Keller Tadeu Lopes**

**Amarildo Melchíades da Silva**

<sup>1</sup>Escola Municipal Juscelino Kubitscheck, kellerlopes@ig.com.br

<sup>2</sup>Universidade Federal de Juiz de Fora/ Departamento de Matemática, xancoelho@yahoo.com.br

## **RESUMO**

O presente texto apresenta as propostas de um produto educacional que foi desenvolvido no decorrer de uma pesquisa, concluída e inserida num programa de Mestrado Profissional em Educação Matemática. Esse produto educacional foi apresentado em forma de uma revista destinado a professores para ser aplicado nas aulas e é constituído por tarefas sobre porcentagem elaboradas conforme as ideias propostas pelo Modelo dos Campos Semânticos. Os objetivos desse material foram estimular a produção de significados dos alunos quando eles se dispuserem a resolver as tarefas propostas, ampliar as possibilidades de estratégias de resolução dos alunos e observar os diversos significados sendo produzidos por eles. As potencialidades dessas tarefas foram analisadas durante o processo investigativo e quando as aplicamos numa sala de aula. Os resultados evidenciaram que o conjunto de tarefas elaborado permitiu que os alunos produzissem significados, alcançando, assim, os nossos objetivos.

**Palavras-chave:** Porcentagem, Significados, Produção de Significados, Produto Educacional.

## **INTRODUÇÃO**

O presente texto apresenta a proposta de um produto educacional desenvolvido no âmbito de uma pesquisa intitulada por “Uma investigação sobre o ensino de porcentagem no 6º ano do Ensino Fundamental”, que fez parte de um programa de Mestrado Profissional em Educação Matemática. A pesquisa apresentou as seguintes questões de investigação: como elaborar um conjunto de tarefas que envolvam o tema porcentagem, para uso em salas de aula do 6º ano do Ensino Fundamental, que estimulem a produção de significados dos alunos? Qual é a produção de significados dos estudantes para as tarefas propostas?

O conjunto de tarefas foi referenciado teoricamente pelas ideias propostas pelo Modelo dos Campos Semânticos (MCS), através dos seus pressupostos e elementos da análise das ações enunciativas dos sujeitos de pesquisa.

## **OS PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS**

Como o tema porcentagem é introduzido no final do Ensino Fundamental I, entrevistamos algumas professoras dessas séries. O que buscávamos era levantar informações sobre o que os estudantes aprendem sobre porcentagem naquele momento. O motivo que orientou esta conduta foi o de considerarmos relevante que no 6º ano do Ensino Fundamental não seria a primeira vez que os estudantes teriam contato com o assunto.

A partir dessa entrevista tivemos um norte para o ponto de partida para as nossas reflexões e assim, no Laboratório de Ensino e Aprendizagem do Programa de Pós-Graduação

em Educação Matemática da UFJF, concebemos e produzimos o material didático (o produto educacional).

Num segundo momento, fomos a campo e aplicamos o material produzido a uma dupla de alunos do 6º ano do Ensino Fundamental de uma escola pública municipal da cidade de Santana do Deserto – MG. Esse foi o momento em que submetemos o produto a situações práticas.

Durante a fase de aplicação do material e posteriormente a isso, analisando as filmagens adquiridas e os registros dos alunos, avaliamos as potencialidades das tarefas para que pudessem ser feitos alguns ajustes, caso fossem necessários.

Para a análise dessas potencialidades, a qual revelou que o produto educacional permitiu que os alunos produzissem significados, utilizamos algumas ideias propostas pelo MCS, como a de conhecimento, significado e de produção de significados.

O MCS é um modelo epistemológico que afirma que o conhecimento é dado pela crença-afirmação e justificação. Não basta que o sujeito creia e afirme sobre uma dada enunciação, é preciso que ele justifique o que foi afirmado. Ou seja, a crença-afirmação é aquilo que o sujeito enuncia algo em que acredita e a justificação é o que o sujeito entende como aquilo que ele está autorizado a dizer.

*Um conhecimento não é nem mais, nem menos, que isto. Existe em sua enunciação e deixa de existir quando ela termina. A justificação é parte constitutiva de um conhecimento, assim como aquilo que é afirmado e a crença no que é afirmado; isto quer dizer o que constitui um conhecimento são estes três elementos. Nisto o MCS se diferencia de outras teorizações. (grifos do autor). (LINS, 2012, p.12)*

E como para uma mesma enunciação podem ser feitas diferentes justificações; há produção de conhecimentos diferentes.

Segundo Lins, 1994, p.30, significado “... é a relação que se estabelece entre uma crença-afirmação e uma justificação para ela no momento da enunciação”. E ainda, “... para mim o significado de algo é aquilo que digo deste algo. Grosso modo, significado, para mim, é o que a coisa é” (LINS, 1999, p.86). Sintetizando, significado não é tudo que uma pessoa poderia dizer sobre algo no interior de uma atividade e sim ao que essa pessoa efetivamente diz sobre algo no interior de uma atividade.

A importância de se investigar a produção de significados é evidenciada por Lins quando este afirma que: “Para mim, o aspecto central de toda a aprendizagem – em verdade o aspecto central de toda a cognição humana – é a produção de significado” (LINS, 1999, p.86).

Durante o processo de produção de significados, ou seja, aonde o conhecimento vai sendo produzido, um conjunto de objetos se forma com o vínculo entre as crenças-afirmações e as justificações. A teoria mostra que a produção de significados implica a produção de conhecimentos e que o objeto no qual Lins se refere seria “aquilo para que se produz significado” (LINS, 2012, p.28).

Ainda como parte da avaliação do produto educacional, submetemos as tarefas em nossa sala de aula real a fim de monitorarmos o tempo que o professor gastaria para aplicá-las aos seus alunos e a produção de significados produzidos por um grupo maior de estudantes.

Esses procedimentos ajudaram indicar as potencialidades desse material didático com o olhar voltado para o uso do mesmo em sala de aula.

## O PRODUTO EDUCACIONAL

O produto educacional é constituído por 7 tarefas envolvendo o tema porcentagem, que foram apresentadas no formato de uma revista impressa e, também, na versão online<sup>1</sup>.

Trata-se de um material didático onde todas as tarefas sobre porcentagem abordam um mesmo tema: a reciclagem do lixo. O material é colorido, com objetivos e sugestões de discussões em sala de aula com os alunos, onde, no final, as tarefas podem ser destacadas para que o professor possa fazer cópias e aplicar aos seus alunos.

Os objetivos desse produto educacional são: estimular a produção de significados dos alunos quando eles se dispuserem a resolver as tarefas propostas, ampliar as possibilidades de estratégias de resolução dos alunos e observar os diversos significados sendo produzidos por eles.

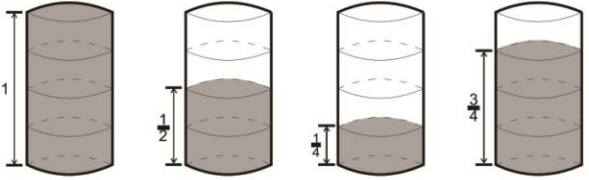
Nesse texto, apresentaremos algumas tarefas. O produto educacional, na íntegra, será apresentado durante o evento.

A primeira tarefa é a tarefa disparadora de toda a investigação. O seu objetivo foi avaliar se os alunos sabem associar uma fração à porcentagem. Para tanto, procuramos colocar figuras que chamassem atenção dos alunos para as frações que fizessem associações às porcentagens triviais, 100%, 50%, 75% e 25%, visto que essas porcentagens são cobradas em matrizes de referências de avaliações em larga escala, como a Prova Brasil, por exemplo.

**Figura 1: Tarefa 1 – Associando porcentagem à fração.**

**TAREFA 1 – ASSOCIANDO PORCENTAGEM À FRAÇÃO**

André, Beto, Cida e Diva resolveram fazer uma mistura batida num liquidificador para obter papel reciclado. A figura abaixo mostra a quantidade da mistura obtida por cada um e colocada em recipientes iguais.



Preencha o quadro abaixo com a fração de mistura que cada um obteve e a porcentagem correspondente a essa mistura:

| Nome  | Fração | Porcentagem |
|-------|--------|-------------|
| André |        |             |
| Beto  |        |             |
| Cida  |        |             |
| Diva  |        |             |

Fonte – KELLER TADEU LOPES, 2014, p 74

<sup>1</sup> <http://www.youblisher.com/p/842638-Revista-porcentagem-para-o-6-ano/>

A terceira tarefa também envolve porcentagens triviais e teve o objetivo de investigar o quanto os alunos sabem, e podem dizer, sobre essas porcentagens.

Nesse momento, assim como em outros, procuramos investigar estratégias de cálculos, escrito e mental, que os alunos utilizam para descobrir respostas de problemas envolvendo porcentagem, sem nos remetermos ao uso de imagem, tal como usada na primeira tarefa.

**Figura 2: Tarefa 3 – Reciclagem do lixo.**

| TAREFA 3 – RECICLAGEM DO LIXO                                                                                                                                                                                                                                                  |                      |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------|
| Uma pesquisa sobre reciclagem de lixo procurou identificar o número de pessoas que separavam o lixo de suas casas para a coleta seletiva feita pela prefeitura da cidade. Esta pesquisa foi realizada entre 300 pessoas e os resultados, dentre os entrevistados, mostrou que: |                      |
| 50% não separam o lixo para ser reciclado.                                                                                                                                                                                                                                     |                      |
| 25% separam as garrafas plásticas dos outros resíduos para serem recicladas.                                                                                                                                                                                                   |                      |
| 15% separam os vidros dos outros resíduos para serem reciclados.                                                                                                                                                                                                               |                      |
| 10% separam o óleo utilizado na cozinha para ser reciclado.                                                                                                                                                                                                                    |                      |
| Veja que estes resultados não deixam claro o número de pessoas em cada caso. Sendo assim, qual a maneira que você calcularia o número de pessoas, a partir das porcentagens dadas, que:                                                                                        |                      |
| a) Não separam o lixo para ser reciclado.                                                                                                                                                                                                                                      | <input type="text"/> |
| b) Separam as garrafas plásticas dos outros resíduos para serem recicladas                                                                                                                                                                                                     | <input type="text"/> |
| c) Separam o vidro dos outros resíduos para serem reciclados.                                                                                                                                                                                                                  | <input type="text"/> |
| d) Separam o óleo utilizado na cozinha para ser reciclado.                                                                                                                                                                                                                     | <input type="text"/> |

**Fonte – KELLER TADEU LOPES, 2014, p 96.**

A quarta tarefa foi a que os alunos apresentaram bastantes dúvidas em resolvê-la. Investigamos como os sujeitos de pesquisa conseguem completar uma tabela, conhecendo, apenas uma porcentagem.

**Figura 3: Tarefa 4 – Calculando a porcentagem de um número.**

| TAREFA 4 – CALCULANDO PORCENTAGEM DE UM NÚMERO                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |                      |                      |             |        |    |     |       |    |  |       |    |  |          |   |  |        |   |  |  |  |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------|----------------------|-------------|--------|----|-----|-------|----|--|-------|----|--|----------|---|--|--------|---|--|--|--|
| Leia o texto abaixo.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |                      |                      |             |        |    |     |       |    |  |       |    |  |          |   |  |        |   |  |  |  |
| <p>Para poder tratar o lixo de forma correta e reduzir os impactos ambientais de tudo aquilo que jogamos fora é preciso ter atenção e se informar sobre o assunto.</p> <p>Algumas embalagens possuem o símbolo da reciclagem. Este símbolo de reciclabilidade foi desenvolvido para ajudar a identificar e separar os materiais como vidro, plástico, papel e metais para a reciclagem. Ele indica que a embalagem é reciclável.</p> <p>Diante dessa informação, os alunos do 6º ano resolveram realizaram uma coleta seletiva de embalagens recicláveis como vidros, plásticos, papéis e metais. Eles coletaram 18 caixas de papelão, o que corresponde a 30% do total de resíduos coletados, 15 embalagens de vidros, 12 garrafas de metal, 9 garrafas de plástico e outros 6 objetos recicláveis.</p> |                      |                      |             |        |    |     |       |    |  |       |    |  |          |   |  |        |   |  |  |  |
| a) Complete a tabela abaixo, conforme as informações contidas no texto.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |                      |                      |             |        |    |     |       |    |  |       |    |  |          |   |  |        |   |  |  |  |
| <table border="1"><thead><tr><th>MATERIAL</th><th>NÚMERO DE EMBALAGENS</th><th>PORCENTAGEM</th></tr></thead><tbody><tr><td>papel</td><td>18</td><td>30%</td></tr><tr><td>vidro</td><td>15</td><td></td></tr><tr><td>metal</td><td>12</td><td></td></tr><tr><td>plástico</td><td>9</td><td></td></tr><tr><td>outros</td><td>6</td><td></td></tr></tbody></table>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          | MATERIAL             | NÚMERO DE EMBALAGENS | PORCENTAGEM | papel  | 18 | 30% | vidro | 15 |  | metal | 12 |  | plástico | 9 |  | outros | 6 |  |  |  |
| MATERIAL                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 | NÚMERO DE EMBALAGENS | PORCENTAGEM          |             |        |    |     |       |    |  |       |    |  |          |   |  |        |   |  |  |  |
| papel                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    | 18                   | 30%                  |             |        |    |     |       |    |  |       |    |  |          |   |  |        |   |  |  |  |
| vidro                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    | 15                   |                      |             |        |    |     |       |    |  |       |    |  |          |   |  |        |   |  |  |  |
| metal                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    | 12                   |                      |             |        |    |     |       |    |  |       |    |  |          |   |  |        |   |  |  |  |
| plástico                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 | 9                    |                      |             |        |    |     |       |    |  |       |    |  |          |   |  |        |   |  |  |  |
| outros                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | 6                    |                      |             |        |    |     |       |    |  |       |    |  |          |   |  |        |   |  |  |  |
| b) Registre, nos espaços abaixo, como você encontrou as porcentagens que estão faltando na tabela anterior.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |                      |                      |             |        |    |     |       |    |  |       |    |  |          |   |  |        |   |  |  |  |
| <table border="1"><tbody><tr><td>Vidro</td><td>Metal</td></tr><tr><td>Plástico</td><td>Outros</td></tr></tbody></table>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  | Vidro                | Metal                | Plástico    | Outros |    |     |       |    |  |       |    |  |          |   |  |        |   |  |  |  |
| Vidro                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    | Metal                |                      |             |        |    |     |       |    |  |       |    |  |          |   |  |        |   |  |  |  |
| Plástico                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 | Outros               |                      |             |        |    |     |       |    |  |       |    |  |          |   |  |        |   |  |  |  |

Fonte – KELLER TADEU LOPES, 2014, p 103.

O objetivo dessa tarefa foi investigar se os alunos utilizavam o método de decompor uma porcentagem em outra, como, por exemplo,  $30\% = 15\% + 15\%$  e  $15\% = 10\% + 5\%$ , para encontrar as soluções.

### CONSIDERAÇÕES FINAIS

As tarefas que aplicamos, permitiram alcançarmos os nossos objetivos e também que fizéssemos pautados nas propostas do Modelo dos Campos Semântico, uma leitura da produção de significados dos nossos sujeitos de pesquisa para essas tarefas.

Acreditamos que a validação positiva das tarefas se deu não só por termos atingidos os nossos objetivos, mas, também, pelo fato das mesmas terem sido elaboradas de tal forma que permitissem aos envolvidos no processo investigativo (professores e alunos) conversar e negociar significados.

Para tanto, foi preciso que as tarefas tivessem sido conduzidas de um modo diferente do que vemos ocorrer no ensino tradicional vigente. Nesse ensino, em que o professor é o detentor do conhecimento, os alunos, na maioria das vezes, acabam sendo impossibilitados de, efetivamente, dizerem o que pensam sobre aquilo que lhe são apresentados através de

listas de exercícios que surgem no final de uma teoria; o professor apresenta as soluções no quadro e os alunos copiam.

Contrário a isso, permitimos que os alunos ficassem bastante a vontade para que pudessem produzir seus próprios significados que foram emersos em meio a muitas discussões, compartilhamento diferenças e negociações de significados entre alunos e entre professor e alunos.

O produto educacional, aqui apresentado, revelou potencialidades positivas na aprendizagem da porcentagem em séries iniciais do Ensino Fundamental porque as suas tarefas sobre esse tema permitiram que os alunos produzissem significados. Esse material encontra-se disponível para todos os professores com interesse em seu uso.

## REFERÊNCIAS

LINS, R. C. **O Modelo Teórico dos Campos Semânticos**: Uma análise epistemológica da álgebra e do pensamento algébrico. *Dynamis*. Blumenau, V.1, n.7, p. 29-39, abr/jun 1994

LINS, R. C. Por que discutir teoria do conhecimento é relevante para a Educação Matemática. In: Bicudo, M. A. V. (Org.) **Pesquisa em Educação Matemática: concepções e perspectivas**. São Paulo: Editora UNESP, 1999.

LINS, R. C. O Modelo dos Campos Semânticos: estabelecimento e notas de teorizações. In: ANGELO, C. L.; BARBOSA, E. P.; SANTOS, J. R. V.; DANTAS, S. C.; OLIVEIRA, V. C. A. (orgs). **Modelo dos Campos Semânticos e Educação matemática – 20 anos de história**. São Paulo, Midiograf, 2012, p. 11 a 30.

LOPES, K. T. **Uma investigação sobre o ensino de porcentagem no 6º ano do Ensino Fundamental**. 161 .f . Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora, 2013.

## **Apresentação da reedição dos Anais do EMEM**

A Gestão 2025-2027 da Sociedade Brasileira de Educação Matemática – Regional Minas Gerais (SBEM-MG) organizou, junto às associadas e aos associados, um resgate dos Anais das edições anteriores do Encontro Mineiro de Educação Matemática (EMEM). Essa iniciativa teve como objetivo recuperar e preservar a memória dos trabalhos publicados ao longo das edições do evento, disponibilizar esse acervo e possibilitar à comunidade a realização de possíveis estudos sobre as diferentes temáticas abordadas – e como foram abordadas – ao longo da trajetória do EMEM e sobre as pessoas que contribuíram para a construção da história do evento.

Ressaltamos que os Anais já foram publicados em suas respectivas edições do EMEM. No entanto, considerando que muitos desses materiais encontravam-se em versões impressas ou em arquivos digitais (CD-ROM), realizou-se um trabalho de organização e sistematização, resultando na composição de novos arquivos.

Agradecemos a colaboração de todas e todos que compartilharam exemplares e contribuíram para a constituição deste acervo, de modo especial às professoras Keli Cristina Conti (UFMG), Maria da Conceição Ferreira Reis Fonseca (UFMG) e Viviane Cristina Almada de Oliveira (UFSJ).

Reafirmamos a importância da parceria de cada uma e cada um para manter viva a memória do EMEM e fortalecer nossa história coletiva da Educação Matemática no estado de Minas Gerais.

Lavras, MG, julho de 2026.

### **Gestão 2025-2027 – SBEM-MG**

*Chapa:* Integração e Fortalecimento da Educação Matemática Mineira

*Diretor Regional:* Kleyton Vinicyus Godoy (UFLA)

*Vice-Diretora Regional:* Janaina Aparecida de Oliveira (SEE-MG)

*1ª Secretária:* Laís Cristina Viel Gereti (UFU)

*2º Secretário:* Elivelton Henrique Gonçalves (UFLA)

*1ª Tesoureira:* Flávia Cristina Duarte Pôssas Grossi (UFSJ)

*2º Tesoureiro:* Lailson dos Reis Pereira Lopes (Unimontes)

*1º Suplente:* Egídio Rodrigues Martins (IFNMG)

*2ª Suplente:* Paula Reis de Miranda (IF Sudeste MG)

### **Organização da reedição dos Anais:**

Elivelton Henrique Gonçalves (UFLA)

Kleyton Vinicyus Godoy (UFLA)