Algoritmo da Divisão e as Estratégias de Cálculos Identificadas na Aprendizagem da Matemática do 6º ano do Ensino Fundamental

Division Algorithm and Calculation Strategies Identified in Mathematics Learning in the 6th year of Elementary School

Neura Maria De Rossi Giusti [1]
Claudia Lisete de Oliveira Groenwald [2]

Resumo: No artigo discutimos um contexto educativo que investiga o algoritmo da divisão e as estratégias de cálculo identificadas na aprendizagem da Matemática de seis estudantes do 6º ano do Ensino Fundamental. Na modalidade de estudo de caso descritivo e interpretativo, as análises são apresentadas a partir de duas situações-problemas, uma de divisão-repartição e outra de divisão-quotição, em que os registros de cálculos são inventariados. O embasamento teórico envolve a resolução de problemas, documentos normativos, campos conceituais multiplicativos e o algoritmo da divisão de Números Naturais. Embora não haja um 'algoritmo padrão' para os casos analisados, temos como aceito o fato de existirem vários algoritmos associados a mesma operação que possibilitam compreender diferentes significados dados a aprendizagem matemática dos estudantes.

Palavras-chave: Ensino Fundamental. Resolução de Problemas. Algoritmo da Divisão. Estratégias de Aprendizagem.

Abstract: In the article we discuss an educational context that investigates the division algorithm, and the calculation strategies identified in the mathematics learning of six students in the 6th year of Elementary School. In the descriptive and interpretative case study modality, the analyzes are presented based on two problem situations, one of division-repartition and the other of division-quotation, in which the calculation records are inventoried. The theoretical basis involves problem solving, normative documents, multiplicative conceptual fields and the algorithm for dividing Natural Numbers. Although there is no "standard algorithm" for the cases analyzed, we accept the fact that there are several algorithms associated with the same operation that make it possible to understand the different meanings given to students' mathematics learning.

Keywords: Elementary School. Problem Solving. Division Algorithm. Learning Strategies.

1 Introdução

A Matemática nos apresenta símbolos, regras, linguagens e métodos específicos para o ensino e investigação, que ao longo da escolaridade vão se aprofundado na busca da 'cienticidade' da sua estruturação e lógica. Limitar o seu estudo ao simples manuseio de simbologias e técnicas pode balizar a aprendizagem, fazendo com que os estudantes, muitas vezes, não compreendam o que estão fazendo e gerando dúvidas sobre quando e como utilizar o que aprenderam, principalmente na resolução de problemas da vida cotidiana.

[1] Universidade do Norte do Paraná • Vacaria, RS— Brasil • neuragiusti@gmail.com • ORCID https://orcid.org/0000-0003-2621-0877
[2] Universidade Luterana do Brasil • Canoas, RS — Brasil • claudiag@ulbra.br • ORCID https://orcid.org/0000-0001-7345-8205

ISSN 2764-3158

Na automatização dos algoritmos matemáticos, o Relatório Nacional de Alfabetização Baseada em Evidências [Renabe] (Brasil, 2021) apresenta experiências bem-sucedidas de alfabetização desenvolvidas em diversos países, em que destaca que "O ensino da Matemática deve considerar tanto os conceitos (raciocínio quantitativo) quanto os fatos (tabuadas) e procedimentos (algoritmos)" (Brasil, 2021, p.35), em que, "A aquisição de fatos e procedimentos desprovidos de significado quantitativo não permite a matematização da realidade. A falta de fluência dos fatos e procedimentos dificulta a aquisição de habilidades aritméticas ulteriores" (Brasil, 2021, p.35). Nesta direção, a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) (Brasil, 2017) faz referência sobre estudo das operações com os números Naturais, onde a expectativa para os Anos Iniciais do Ensino Fundamental se direciona por meio de procedimentos de cálculo mental ou escrito, a partir de estratégias diversas para resolver problemas significativos, envolvendo diferentes significados das operações. Além disso, é esperado que os alunos justifiquem os procedimentos de cálculos utilizados para a resolução, bem como, avaliem os resultados encontrados (Brasil, 2017).

No artigo discutimos um contexto educativo que objetiva investigar a utilização de estratégias Matemáticas dos estudantes do 6º ano do Ensino Fundamental para a resolução de situações-problemas envolvendo o algoritmo da divisão. As observações foram realizadas a partir do desenvolvimento de aulas particulares individualizadas para reforço escolar extraclasse de forma presencial e remota. A problemática de pesquisa visa verificar quais estratégias utilizadas pelos estudantes do 6º ano do Ensino Fundamental na resolução de situações-problemas envolvendo o algoritmo da divisão. Na sequência do artigo apresentamos o embasamento teórico para a discussão, as análises e registros de cálculos dos estudantes a partir de duas situações-problemas, uma de divisão-repartição e outra de divisão-quotição, por fim, realizamos as considerações pertinentes a investigação.

Na investigação desenvolvida, a recuperação é entendida como ato ou efeito de recuperar, retomar o que não foi plenamente consolidado no que se refere à apropriação de conceitos ou procedimentos, no caso, dos objetos do conhecimento de Matemática, considerando a recuperação ocorrida na escola ou em momentos extraescolares com aulas fora do contexto escolar.

2 A Investigação e a Metodologia de Pesquisa

Entendemos que a docência também se materializa em aulas particulares de Matemática para reforço escolar extraclasse, considerando as dificuldades que os estudantes apresentam em acompanhar o processo de ensino e aprendizagem que se desenvolve somente no período escolar. Neste sentido, no mês de abril de 2019, no interior do Rio Grande do Sul, um espaço privado foi criado com a finalidade de auxiliar os estudantes que apresentam dificuldades em suas aprendizagens escolares. As aulas personalizadas foram pensadas e direcionadas para o estudo dos objetos do conhecimento de Matemática, com foco nas dificuldades que os estudantes traziam, para o acompanhamento e revisão escolar.

O espaço oportunizou aulas agendadas e individualizadas de forma presencial e/ou remota com horários preestabelecidos que variavam de acordo com as necessidades de cada estudante ao longo do ano letivo cursado. A iniciativa para participar das aulas de reforço e de revisão de conteúdos matemáticos partiu dos pais com a primeira professora autora do artigo para os diferentes níveis de ensino, no qual foram evidenciados recorrentes obstáculos de aprendizagens[3]. Verificamos procedimentos e estratégias de resolução de situações-problemas

[3] Entendemos por obstáculos de aprendizagem os desafios ou dificuldades que podem interferir no processo de aprendizagem de uma pessoa.

ISSN 2764-3158

de modo diferenciado face a instituição de ensino que o estudante cursava (escola pública e/ou privada). Dentre as muitas dificuldades verificadas no decorrer do trabalho, algumas situações tornaram-se pontuais, principalmente no Ensino Fundamental, os mais recorrentes foram: algoritmo da divisão, sistemas de equações, polinômios e equações.

Entendemos que estudos de recuperação é um tema relevante e necessário de ser discutido, uma vez que se considera que o mesmo está diretamente relacionado ao processo de ensino e aprendizagem e às dificuldades apresentadas durante seu desenvolvimento, que podem levar a um fracasso escolar. Para Groenwald e Moreno (2007), a recuperação de conteúdos é um tema significativo a ser considerado e investigado no ensino da Matemática, pois ele "[...] se constitui em elemento importante no desenvolvimento do processo de ensino e aprendizagem, na qual se busca a superação das dificuldades e a compreensão dos conteúdos desenvolvidos" (Groenwald & Moreno, 2007, p.148). Do mesmo modo, entendemos que os estudos de recuperação para o reforço escolar são imprescindíveis para minimizar e, até mesmo, sanar as dificuldades individuais diagnosticadas durante o processo de aprendizagem, merecendo ser pesquisado na busca de intervenções inovadoras, responsáveis e autônomas, bem como, para o aprofundamento dos objetos de conhecimentos desenvolvidos no ensino da Matemática.

Normatizado o tema, a Lei de Diretrizes e Bases [LDB], de nº 9394/96 (Brasil, 2016) identifica a obrigatoriedade de estudos de recuperação, de preferência paralelos ao período letivo, para os casos de baixo rendimento escolar (Brasil, 2016). Em contrapartida, o Parecer nº 740/99, do Conselho Estadual de Educação do Rio Grande do Sul [CEED/RS] (Rio Grande do Sul, 1996), registra que os estudos de recuperação têm como objetivo auxiliar o estudante na diminuição das dúvidas e na superação das dificuldades surgidas no decorrer do processo de ensino e aprendizagem, na superação das lacunas na aprendizagem (Rio Grande do Sul, 1999). Diante do exposto, percebemos que a legislação vigente enfatiza os estudos de recuperação como sendo parte efetiva do processo de ensino e aprendizagem, na busca da superação das dificuldades dos estudantes durante o percurso escolar, de forma contínua e paralela.

Segundo Coll (1997, p.148) "[...] à medida que o processo educativo se desenvolve, o aluno evolui, suas necessidades variam e, consequentemente, o tipo de ajuda pedagógica deve ir sendo ajustado paralelamente". Neste sentido, é importante que os estudantes possuam um acompanhamento individualizado que os auxilie e possibilitem que evoluam de acordo com suas aprendizagens e para isto é importante que o estudante não fique acumulando dúvidas e dificuldades de compreensão dos conceitos.

Neste contexto, o artigo discute o algoritmo da divisão a partir de duas situações-problemas trabalhados no reforço escolar, no qual percebemos as estratégias e procedimentos de cálculos utilizados para a resolução das tarefas propostas. Para isso, identificamos a problemática que envolve o estudo, "*Quais estratégias utilizadas pelos estudantes do 6º ano do Ensino Fundamental na resolução de situações-problemas envolvendo o algoritmo da divisão?*".

Como professora e pesquisadora traçamos o objetivo: "*Investigar a utilização de estratégias Matemáticas pelos estudantes do 6º ano do Ensino Fundamental para a resolução de situações-problemas envolvendo o algoritmo da divisão*".

Adotamos a metodologia qualitativa de estudo de caso (Flick, 2005) na modalidade descritiva e interpretativa das estratégias de cálculos apresentados pelos estudantes.

Os dados foram produzidos a partir dos registros de cálculos de seis estudantes participantes das aulas de reforço, sendo três de escolas públicas e três de escolas privadas.

ISSN 2764-3158

Trazemos o recorte sobre duas tarefas desenvolvidas nas aulas presenciais de reforço para registro e análises (2020/2023).

Os sujeitos da pesquisa foram nomeados com nomes fictícios (Clara, Lucas, Luisa, Mateus, Marco e Felipe) e as instituições públicas (A) e privadas (B) para preservar o anonimato concedido. Com exceção, o sexto estudante, Felipe, estuda em uma instituição pública nos Estados Unidos (USA) e suas aulas ocorreram de forma remota envolvendo diferentes componentes curriculares, entre eles, as operações com números Naturais. As aulas desenvolvidas com Felipe foram realizadas na Língua Portuguesa, entretanto, o material didático-pedagógico encaminhado para o reforço dos conteúdos estavam sempre na Língua Inglesa.

Apresentamos algumas estratégias de cálculos realizadas pelos estudantes que serão discutidas a partir de três livros didáticos[4] e pesquisadores, de modo que possamos realizar análises quanto a sua utilização no processo da resolução do algoritmo da divisão para o quociente de dois números Naturais para variáveis discretas. Essas estratégias se baseiam em propriedades e relações que são válidas no campo conceitual multiplicativo, uma de partição e outra de quotição.

Deste modo, entendemos que sempre que um novo procedimento é apresentado há a necessidade de usá-lo em diferentes situações para que os estudantes possam entender a técnica operatória dentro do processo de aprendizagem, justificando as tarefas adicionais promovidas nas aulas.

As oportunidades de investigar as diferentes estratégias de resolver uma mesma situação e formas de registro sobre o que foi pensado e resolvido merecem ser destacados para análise e compreensão do raciocínio realizados. As estratégias para obtenção dos resultados, seja por estimativas, cálculo mental ou escrito, tentativa e erro possibilitam identificar diferentes significados na aprendizagem do algoritmo da divisão.

3 Referencial Teórico

Os documentos normativos apontam que o ensino dos números Naturais seja promovido a partir da resolução de problemas, tendo em vista o desenvolvimento de competências e habilidades em diferentes contextos e situações do cotidiano, incluindo situações imaginadas e utilizando diferentes formas de registros e linguagens (Brasil, 2017; 2018).

A Base Nacional Comum Curricular [BNCC] (Brasil, 2018) aponta a elaboração e a resolução de problemas com números Naturais e números Racionais nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, envolvendo diferentes significados das operações e estratégias para a obtenção dos resultados, principalmente, utilizando estratégias por estimativas, cálculo mental, algoritmos e uso de calculadoras. Nos Anos Finais, a resolução de problemas envolve os números Naturais, Inteiros e Racionais, nos quais as operações fundamentais sejam desenvolvidas com seus diferentes significados e estratégias para compreensão dos processos (Brasil, 2018).

Ao utilizar a resolução de problemas, os estudantes mobilizam os conteúdos de que já têm conhecimento e assim desenvolvem novos conhecimentos dando significado aos conceitos aprendidos (Giusti & Groenwald 2021). Neste sentido, observamos a importância de oportunizar condições favoráveis para que os estudantes analisem o enunciado do problema, destacando as partes que o compõem, o contexto, as informações disponíveis e a pergunta a ser

[4] Os livros didáticos considerados para as análises foram escolhidos a partir do material de apoio adotado pela instituição de ensino em que o estudante cursava.

ISSN 2764-3158

respondida com base nas informações dadas, de modo que compreendam o problema e mobilizem os conhecimentos necessários para a sua resolução. A resolução de problemas promove o desenvolvimento de competências e habilidades e, é por meio de situações e dos problemas a resolver que o conceito adquire sentido para o aprendente.

Polya (2006) destaca algumas características que envolvem a resolução baseada em situações contextualizadas, evidenciando aplicações e dando sentido a aprendizagem: a compreensão, a identificação das informações, a formulação de hipóteses, o emprego de habilidades com vista a antecipação e o planejamento de uma ou mais estratégias de solução, a validação da resolução e outras atitudes.

Para Groenwald e Mancera (2023), os primeiros anos de escolaridade (1º ao 5º ano do Ensino Fundamental) formam a base para continuidade dos estudos, principalmente quanto aos conceitos, relações, propriedades e algoritmos da Matemática, que serão utilizados posteriormente, ao longo da vida escolar dos estudantes. De acordo com os autores, os professores dos Anos Iniciais são desafiados a "[...] romper com a visão de Matemática como reprodução e memorização de fórmulas, procedimentos e algoritmos, sendo importante trabalhar com a compreensão dos conceitos, justificando os procedimentos e algoritmos" (Groenwald & Mancera, 2023, p. 23). Nos Anos Finais do Ensino Fundamental os conceitos e os algoritmos se aprofundam permitindo que os estudantes desenvolvam a capacidade de estabelecer relações entre as observações e suas representações.

O *National Council of Teachers of Mathematics* [NCTM] (2000; 2015) em relação às quatro operações (adição, subtração, multiplicação e divisão), enfatiza a importância de desenvolver uma compreensão conceitual sólida desses conceitos desde as primeiras séries escolares, com uma variedade de estratégias para resolver problemas, isso inclui não apenas os algoritmos padrão para as quatro operações, mas também métodos de estimativa, estratégias de mentalização e abordagens baseadas em modelos. Os alunos devem ser incentivados a explicar e justificar seus raciocínios matemáticos. Isso promove uma compreensão mais profunda dos conceitos e ajuda os alunos a desenvolverem habilidades de pensamento crítico (NCTM, 2015). Destaca, também a importância de ensinar pensamento algébrico e as quatro operações de uma forma que seja significativa, contextualizada e que promova uma compreensão profunda dos conceitos matemáticos.

Nesta perspectiva, concebemos que o aprendizado dos algoritmos envolve uma teia de compreensões e significados, que permitem a flexibilidade de cálculos baseados nas propriedades das operações em diferentes contextos matemáticos, sem priorizar os processos formais e, sim, valorizar os processos informais para dar sentido as operações e a capacidade de raciocínio.

No estudo dos algoritmos operacionais entendemos que os mesmos são um dispositivo prático organizado que visam auxiliar a execução de tarefas. Na Matemática os algoritmos das quatro operações, se não compreendidos, servirão meramente de instruções mecânicas, numa sequência de etapas memorizadas, sem permitir a autonomia, a capacidade criadora e compreensão.

A sistematização algoritmo da divisão fica evidente nos últimos anos dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, dada a sua complexidade e dificuldades na aprendizagem, pois envolve diferentes significados, a ideia de repartir igualmente e a ideia de medir (Toledo & Toledo, 1997). As aulas promovidas para reforço escolar colaboram ao constatar dificuldades operacionais e aplicação de estratégias para calcular o resultado de uma situação proposta com números Naturais ou a empregar procedimentos de cálculos diferentes, sem compreensão do processo como um todo. Entretanto, também verificamos estratégias diferenciadas de cálculo

ISSN 2764-3158

por parte dos estudantes que buscavam o reforço sobre este componente curricular, o que nos motiva para a escrita deste artigo. Ao evidenciar a utilização de estratégias matemáticas para a resolução de situações-problemas envolvendo o algoritmo da divisão analisamos os processos usuais, por estimativas, cálculo mental e outras estratégias que ressignifiquem a compreensão do algoritmo.

Para isso, nos reportamos a Vergnaud (1996), que nos apresenta a Teoria dos Campos Conceituais, uma teoria cognitivista, que possibilita o estudo das representações e conceitualizações progressivas das estruturas aditivas, das estruturas multiplicativas, das relações número (espaço e álgebra). As estruturas aditivas compreendem um conjunto de situações que requerem uma adição, uma subtração ou uma combinação dessas duas operações. As estruturas multiplicativas requerem um conjunto de situações que exigem uma multiplicação, uma divisão ou uma combinação dessas duas operações.

Para Vergnaud (2009) as dificuldades se ampliam no estudo das estruturas multiplicativas, principalmente para o algoritmo da divisão, dada a sua complexidade operatória e conceitual. Quanto ao conhecimento operatório, o pesquisador discute que a complexidade dessa operação está ligada à necessidade compreender outras operações associadas como, por exemplo, a subtração e a multiplicação. Em relação a construção de conceito, a complexidade está intimamente ligada a situações envolvendo a compreensão dos diferentes significados desta operação (repartição e quotição). Vergnaud (2009) entende que a compreensão de um conceito acontece quando o sujeito manifesta o conhecimento operatório, ou seja, quando se refere ao saber fazer e, o conhecimento predicativo, ao saber explicitar o que fez.

Em relação a compreensão conceitual para o algoritmo da divisão temos que é conhecido o número total de elementos com os quais serão formados os grupos. O termo desconhecido poderá ser: a quantidade fixa de elementos em cada grupo, ou a quantidade de grupos a serem formados, o que produz duas diferentes situações: de repartição (repartir igualmente, que responde à questão “quantos em cada grupo?”); de quotição (comparação ou medida, que responde à questão “quantos grupos serão formados?”).

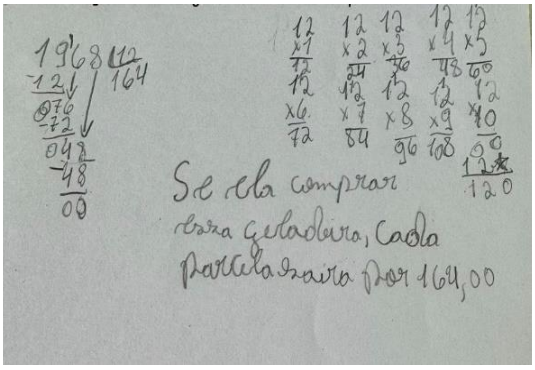
Portanto, a divisão-repartição pode ser vista em situações nas quais é conhecido o número de grupos que deve ser formado com um certo total de objetos. Neste caso, é necessário determinar a quantidade de objetos de cada grupo. Na divisão-quotição (comparação ou medida), são propostas situações nas quais é preciso determinar quantos grupos podemos formar com um certo total de objetos, em que é sabido a quantidade que cada grupo deve ter.

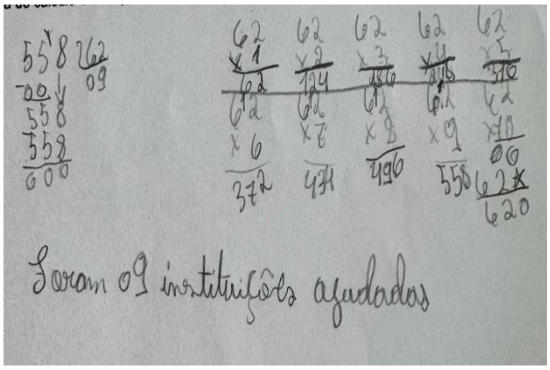
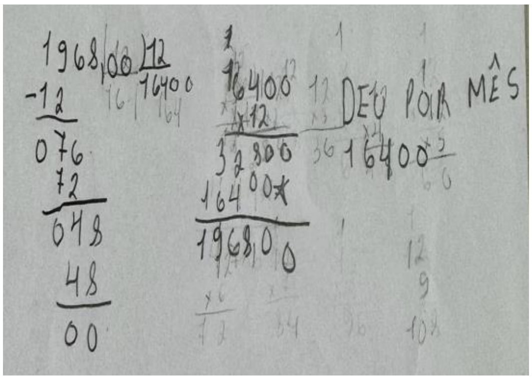
4 Registros e Análises

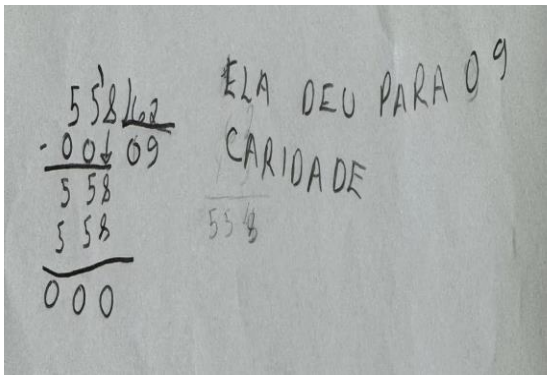
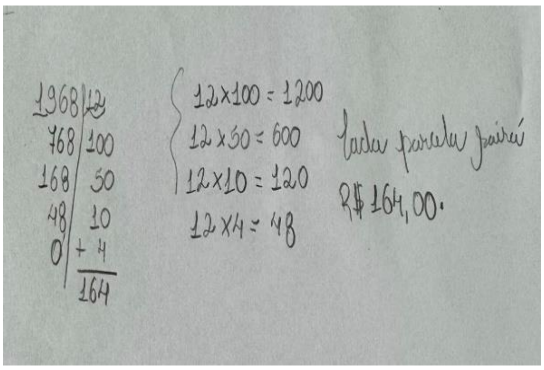
Para observar as estratégias para calcular o resultado de uma divisão, apresentamos duas situações-problemas envolvendo os conceitos divisão-partição e divisão-quotição. Na sequência, os registros de cálculos utilizados pelos estudantes e as análises baseadas nas estratégias discutidas nos livros didáticos adotados pelas instituições de ensino dos estudantes pesquisados e pesquisadores. A habilidade compreende “(EF06MA03) Resolver e elaborar problemas que envolvam cálculos (mentais ou escritos, exatos ou aproximados) com números Naturais, por meio de estratégias variadas, com compreensão dos processos neles envolvidos com e sem uso de calculadora” (Brasil, 2018).

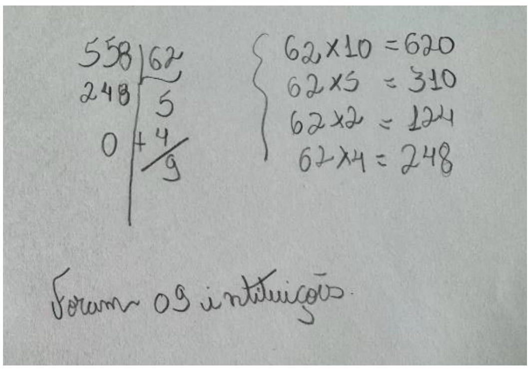
A Situação-problema 1 envolve o conceito de divisão-partição e a situação-problema 2, divisão-quotição. Vejamos no Quadro 1, a seguir:

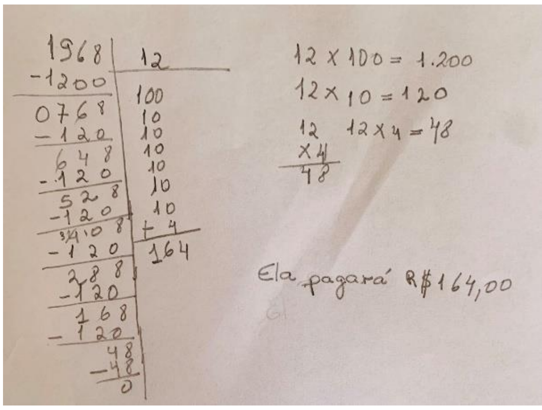
Quadro 1: Situações-problemas.

<table>
<tr>
<td>Situação-problema 1: A mãe de Gustavo quer comprar uma geladeira nova. Fez uma pesquisa de preços e marcas. Verificou que a Loja “Bem Melhor” oferece preços e condições especiais. Veja: “Geladeira modelo Família” - R$ 1.968,00 em 12 prestações iguais – Frete gratuito. Qual será o valor de cada prestação ao adquirir a geladeira? Registre a estratégia de cálculo e a resposta do problema.</td>
<td>Situação-problema 2: Cecilia e o grupo de amigas recolheram alimentos não perecíveis para distribuir a instituições de caridade na cidade onde residem. Com os 558kg que conseguiram arrecadar, elas puderam entregar 62kg para cada instituição. Quantas instituições de caridade receberam alimentos? Registre a estratégia de cálculo e a resposta do problema.</td>
</tr>
<tr>
<td>

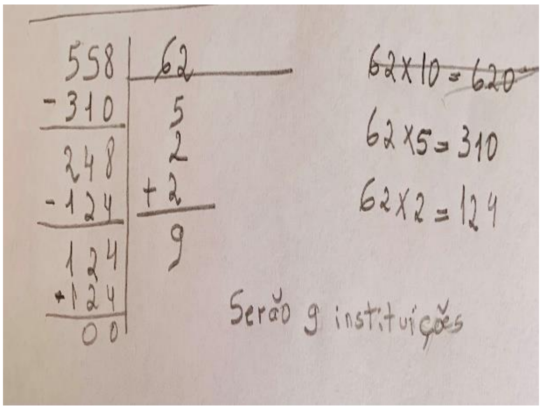
Clara (A)</td>
<td>
</td>
</tr>
<tr>
<td>

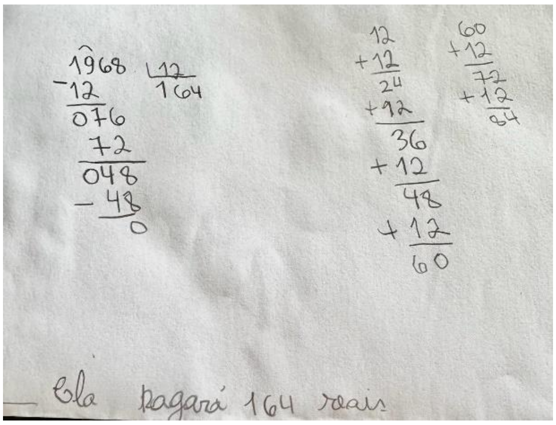
Lucas (A)</td>
<td>
</td>
</tr>
<tr>
<td>

Luísa (B)</td>
<td>
</td>
</tr>
</table>

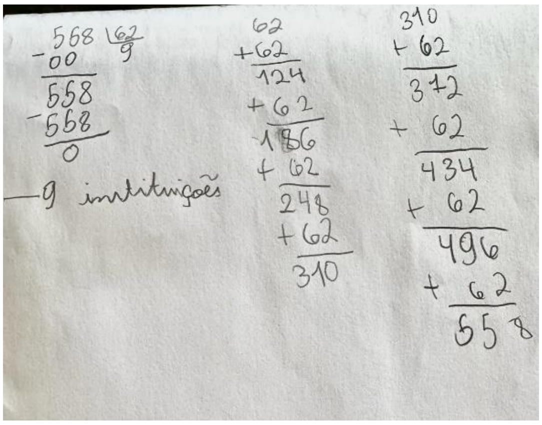


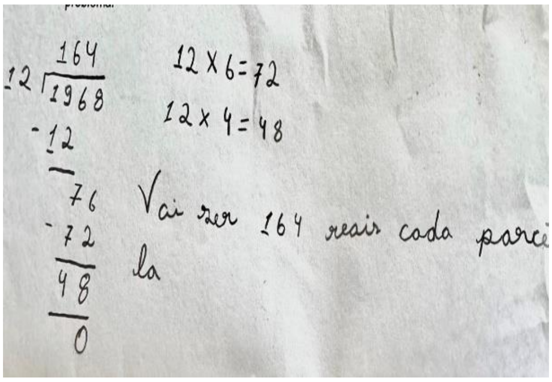
Mateus (B)



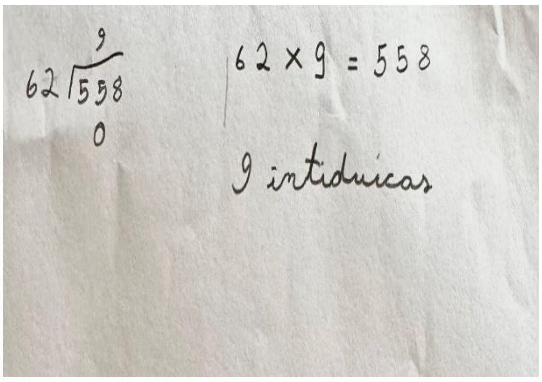


Marco (B)





Felipe (A)



Fonte: Dados da Pesquisa (2024).

As estratégias de resolução desenvolvidas por Clara e Lucas se pautaram pela utilização dos conhecimentos das tabuadas de multiplicação, que, a partir dos esquemas apresentados, exploraram a noção de ‘divisão como inversa da multiplicação’ (Giovanni, 2022; Munhoz & Toledo, 2021; Gay, 2022). A representação de uma divisão em que o dividendo é múltiplo do divisor. Nos casos em que o dividendo (D) é múltiplo do divisor (B), é possível indicar a divisão por meio da escrita D:B = C em que C × B = D. Nesta representação, a técnica operatória é conhecida como processo euclidiano da divisão. No processo euclidiano é necessário saber multiplicar, subtrair e adicionar. O trabalho fica facilitado se o estudante já tiver memorizado os múltiplos dos números que aparecem no divisor (as tabuadas de multiplicar) quando esse divisor é um número menor que 10. Quando o divisor é um número maior que 10 é necessário fazer alguns cálculos baseados em estimativas.

O processo euclidiano decompõe o dividendo em suas ordens (Unidade; Dezena; Centena; Unidade de Milhar; ...). Esse processo usa o valor posicional dos algarismos, em que o trabalho com agrupamentos e trocas de 10 em 10 é essencial. Um procedimento que evita erros (principalmente nos casos em que há zeros intercalados no quociente), indicando no dividendo e no quociente, quais são as ordens que estão sendo usadas. Observamos que os estudantes (Clara e Lucas) utilizaram o método longo. De acordo Toledo e Toledo (1997, p. 152), "No processo euclidiano, costuma-se dominar o processo longo, aquele em que a subtração é indicada no algoritmo, aparecendo o produto do quociente pelo divisor". Para os autores, o processo breve representa o resultado da subtração entre o dividendo e o produto do quociente pelo divisor. Sobre o melhor processo a ser utilizados, os autores enfatizam que " Em termos de aprendizagem, [...], não faz diferença que a criança utilize esse ou aquele processo, desde que compreenda o que está fazendo" (Toledo & Toledo, 1997, p. 152).

A estudante Clara acrescentou a multiplicação do quociente pelo divisor para validação do resultado, enfatizando a característica apontada por Polya (2006) na qual indica a resolução de situações problemas contextualizadas. Como o resto da divisão foi igual a zero (divisão exata), podemos usar a escrita: $D = q \, x \, d$. Já em uma divisão com o resto maior que zero (divisão inexata), usamos a escrita: $D = (q \times d) + r$ ("D" para dividendo; "d" para divisor; "q" para quociente e "r" para resto).

Analisando os registros de Luísa e Mateus, os mesmos exploram conhecimentos relacionados à estimativas que colaboram nas divisões, nos quais apresentam mais ou menos etapas semelhantes, de acordo com as estimativas feitas para a resolução. O cálculo por estimativa se apoia no cálculo mental, em que os estudantes percebem que é mais fácil usar dezenas, centenas ou milhares inteiros (Giovanni, 2022; Munhoz & Toledo, 2021; Gay, 2022). A utilização do cálculo mental contribui para o desenvolvimento da agilidade de raciocínio, da análise de situações, da versatilidade para descobrir diferentes soluções para uma mesma situação e até mesmo da autoconfiança, envolvendo o uso de fatos, de propriedades dos números ou das operações e das suas relações entre os números e as operações (Brocardo, Serrazina & Rocha, 2008).

Essa é uma técnica operatória para se obter o resultado de uma divisão, por tentativas, em que se experimenta distribuir, em cada rodada, uma certa quantidade de elementos para cada grupo, até que não haja mais elementos disponíveis para continuarem a ser distribuídos. Só então, verifica-se qual a quantidade total de elementos distribuídos para cada grupo (Munhoz & Toledo, 2021). A princípio, os estudantes costumam experimentar a distribuição, de um em um elemento em cada grupo; à medida que se familiarizam com o processo e conhecendo os resultados de algumas multiplicações (tabuadas), eles vão aumentando a quantidade de elementos em cada grupo e, assim, verificam que o processo se torna mais rápido, diminuindo-se a quantidade de rodadas de distribuições necessárias (Munhoz & Toledo, 2021). Assim, é o processo americano que trabalha sempre com o total de unidades do dividendo. Toledo e Toledo (1997) mencionam que o processo americano está relacionado à ideia de repartir igualmente uma certa quantidade de objetos por meio de subtrações sucessivas. Os autores avaliam que o processo americano, "[...] no seu limite, chega ao processo euclidiano" (Toledo & Toledo, 1997, p. 159), ou seja, por tentativas são colocados números no quociente e, se o resto permitir, novamente se faz a distribuição, continuado até que o resto seja menor que o divisor e, no final, são somados os quocientes. Uma das diferenças que existem entre o processo americano e o processo euclidiano da divisão é que, enquanto no processo americano o quociente é obtido por

ISSN 2764-3158

subtrações sucessivas, o processo euclidiano exige que se faça apenas uma subtração (com o maior múltiplo possível do divisor que seja igual ou menor que o dividendo).

Marco utiliza a escrita aditiva para formar grupos com quantidades iguais de unidades. As situações que tratam a multiplicação como uma adição de parcelas iguais são de grande valor estratégico, principalmente, nos primeiros Anos do Ensino Fundamental, quando se faz referência ao trabalho com cálculo mental e para a justificativa de cada um dos fatos fundamentais da multiplicação.

A estratégia usada nas atividades iniciais é apresentar a escrita multiplicativa como sendo equivalente à escrita aditiva, quando se trata de uma adição em que as parcelas são iguais (Giovanni, 2022; Munhoz & Toledo, 2021; Gay, 2022). A escrita multiplicativa leva em conta a quantidade de grupos formados, a quantidade de elementos em cada grupo; e o total de elementos que foi obtido, em que todas as parcelas são iguais. A escrita multiplicativa auxilia os estudantes a descobrirem a regra de formação, ou seja, acrescentar um mesmo número de unidades para obter o próximo termo. Com o avanço da escolaridade, os estudantes observam, nestes casos, que a escrita multiplicativa substitui com vantagem a escrita aditiva, sendo mais prático (por exemplo, escrever ‘12 × 4 = 48’ doque escrever “12 + 12+ 12 + 12 = 48”). A escrita multiplicativa, facilita a memorização de alguns resultados (Munhoz & Toledo, 2021). O estudante Marco sente-se seguro na escrita aditiva da multiplicação, já que possui dificuldades para memorizar a ‘tabuada do 6, 7, 8 e 9’. A opção pela escolha da estratégia demanda certa morosidade no desenvolvimento do algoritmo, entretanto, a sua utilização não invalida o resultado e nem a resolução das tarefas.

Os registros de Felipe diferem dos processos usuais trabalhados nas instituições de ensino brasileiras. Ele nos apresenta o algoritmo da divisão com a chave invertida, uma estrutura de construção utilizada no País em que reside. Para entender a maneira como Felipe resolve o algoritmo foi necessário encontrar recursos na mídia, uma plataforma de ensino, onde os educadores “*Rob e Jeremy*” produzem vídeos e séries Matemáticas “*Math Antics*” (https://www.mathantics.com/)[5]. Constatamos que para o ensino do algoritmo de divisão, a plataforma apresenta orientações sobre a divisão básica, longa, longa com dois dígitos, aritmética decimal e divisão com quocientes parciais. A construção do algoritmo se assemelha ao processo euclidiano, porém com a chave invertida, colocando o divisor à esquerda do dividendo. O quociente é colocado acima da linha horizontal da chave. Os procedimentos de resolução se baseiam no pensamento multiplicativo pelo processo longo e ou curto, ou ainda, colocando os quocientes parciais.

5 Considerações Finais

A docência desenvolvida nas aulas particulares de Matemática para reforço escolar extraclasse, materializaram registros e considerações a respeito da investigação sobre a utilização de estratégias Matemáticas dos estudantes do 6º ano do Ensino Fundamental para a resolução de situações-problemas envolvendo o algoritmo da divisão. As aulas individualizadas presenciais e remota oferecidas para o reforço escolar contemplaram as necessidades dos estudantes participantes ao longo do ano letivo em curso, por iniciativa dos pais, no qual foram direcionados os estudos com foco nas dificuldades de aprendizagens matemáticas, no acompanhamento e revisão de conteúdos. As estratégias para calcular o resultado de uma divisão a partir de duas situações-problemas envolvendo os conceitos divisão-partição e divisão-quotição trouxe registros de cálculos que envolveram diferentes compreensões e

[5] *Math Plus Motion LLC*, empresa criada em 2010, na Califórnia, com o objetivo de fornecer recursos que tornem a Matemática um pouco mais fácil para todos.

significados, o que permitiu a flexibilidade de cálculos baseados nas propriedades das operações em contextos matemáticos, sem priorizar os processos formais e, sim, valorizar os processos informais para dar sentido as operações e a capacidade de raciocínio.

Foi constatado que os estudantes produziram registros pessoais ao aplicar variadas técnicas operatórias para calcular o resultado de uma divisão com números Naturais. Os diferentes procedimentos de cálculo para o mesmo algoritmo permitiram apresentar as possibilidades para escolher a melhor estratégia que se ajusta às suas necessidades de aprendizagem dos estudantes e, ainda, a possibilidade de permitir que os mesmos compreendam melhor o algoritmo e não apenas memorize uma sequência de etapas. Seja pela adição ou subtração repetida, uso de fatos da multiplicação, dos quocientes parciais ou outros processos que preservem a 'cienticidade' da estruturação e da lógica Matemática para validar o efeito de cálculo.

Ao professor cabe considerar as diferentes estratégias para calcular o mesmo algoritmo com vista a mobilizar diferentes competências e habilidades na aprendizagem dos estudantes. Dentro de uma estrutura de aprendizagem e desenvolvimento, a metodologia de ensino nos permite começar considerar a introdução de algoritmos de uma maneira diferente, dissociando entre o 'saber dividir' e o 'saber aplicar um algoritmo de divisão'.

O algoritmo 'tradicional' é associado àquele em que uma sociedade específica o considera mais eficiente até o momento dentro do seu sistema de ensino, no caso do Brasil, colocando o dividendo à esquerda do divisor, enquantro outros países colocam o divisor à esquerda do dividendo e, ainda, aplicando estratégias variadas como subtrações sucessivas, evidenciando quocientes parciais, por estimativas, cálculo mental ou escrito, tentativa e erro e outras.

Uma maneira de afastar os algoritmos do centro das discussões é ter o entendimento que as estratégias de cálculo se tornam desafios para a compreensão dos processos neles envolvidos, no qual o professor passa de 'É assim que se resolve' para perguntar 'E como você resolveria isso?'. Embora não haja um 'algoritmos padrão' para os casos analisados no artigo, temos como aceito o fato de existirem vários algoritmos associados a mesma operação de divisão. Então, cabe a pergunta: 'Qual algoritmo usar em sala de aula?'

Referências

Brasil. Ministério da Educação. *Relatório Nacional de Alfabetização Baseada em Evidências*. (2021). Disponível em: <https://www. gov.br/mec/pt br/media/acesso_informacacao/pdf/RENABE_web. pdf>. Acesso em: 15 mar. 2024.

Brasil. *Lei nº. 9.394, de 20 de dezembro de 1996.* (1996). Estabelece as diretrizes e bases da educação nacional. Brasília, DF.

Brasil. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica (2017). *Base Nacional Comum Curricular: Ensino Fundamental.* Brasília, DF.

Brasil. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica (2018). *Base Nacional Comum Curricular: Ensino Fundamental.* Brasília, DF.

Brocardo, J.; Serrazina, L. & Rocha, I. (2008). *O sentido do número*: *reflexões que intercruzam teoria e prática.* Lisboa (Portugal): Escolar Editora & Ciefcul.

Coll, C. (1997). *Psicologia e Currículo*. São Paulo: Ática.

Flick, U. (2005). *Métodos qualitativos na investigação científica* (2. ed.). Lisboa: Ed. Monitor.

Gay, R.G. (2022). *Araribá Conecta Matemática - 6º ano*. Ensino Fundamental: Anos Finais (1. ed.). São Paulo: Moderna.

Giovanny, J.R.J (2022). *A Conquista da Matemática – 6º ano*. Anos Finais (1. ed.). São Paulo: FTD.

Giusti. M. R. & Groenwald, C. L. O. (2021). Matemática na Comunidade: um cenário educativo para a aprendizagem social e para uma perspectiva STEM. (p. 267- 281). *In: Anais do VIII SIPEM*. Evento *online*.

Groenwald, C. L. O. & Moreno L. (2007). Informática e Recuperação de Conteúdos: uma Experiência em Matemática. *In:* Anais do IV CIEM. Canoas: ULBRA.

Groenwald, C. L. O. & Mancera, E. (2023). Números Naturais e suas Operações – possibilidades didáticas com o uso de materiais concretos para os anos iniciais do Ensino Fundamental. *Construindo Saberes - Práticas Pedagógicas para Ciências e Matemática*. Olgin, C. A.; Fernandes, M. T.; Homa, A. I. R. (organizadores). São Paulo. Livraria da Física.

Math Plus Motion LLC (2010). *Algorithms - Part 2.* Disponível em: https://mathantics.com/lesson/basic-division. Acesso em: 22 set.2022.

Munhoz, A. F. S. & Toledo, M.B. A. (2021). *Eu Gosto da Matemática - 5º ano*. Ensino Fundamental: Anos Iniciais (2. ed.). São Paulo: IBEP.

National Council of Teachers of Mathematics - NCTM. (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. Reston, Va: NCTM.

NCTM. (2015). *De los principios a la acción – para garantizar el éxito matemáticos de todos.* México D.F. Tradução: CIAEM.

Polya, G. (2006). *A arte de resolver problemas: um novo aspecto do método matemático*. Rio de Janeiro: Inter Ciência.

Rio Grande do Sul. *Parecer nº 740 de 06 de outubro de 1999.* (1999). Orientações para o Sistema Estadual de Ensino, relativas aos artigos 23 e 24 da Lei federal nº 9.394/96. Rio Grande do Sul, RS.

Toledo, M. & Toledo, M. (1997). *Didática da Matemática: como dois e dois: a construção da Matemática.* São Paulo: FTD.

Vergnaud, G. (1996). A teoria dos campos conceituais. *In*: Brun, J. (Org.). *Didática das Matemáticas*. Lisboa: Horizontes Pedagógicos.

Vergnaud, G. (2009). O que é aprender? In M. Bittar &, C. A. Muniz. (Org). *A aprendizagem Matemática na perspectiva da teoria dos campos conceituais* (pp. 13-35). Curitiba: CRV.

ISSN 2764-3158