

Grupo de Trabalho 6

Educação Matemática: Novas Tecnologias e Ensino à Distância

Coordenação

Marcelo Borba, UNESP – Rio Claro

Marilena Bittar, UFMS

Ana Paula Jahn, PUC/SP

Apresentação

Desde os anos 80 houve pesquisa em Informática e Educação Matemática no País. Grupos como o liderado por Valente (NIED, UNICAMP) investigavam as possibilidades da linguagem LOGO ser utilizada no ensino e aprendizagem da Matemática. Os diversos programas promovidos pelo governo federal nos últimos 20 anos incentivaram a criação de núcleos de informática educativa por todo o Brasil, embora a descontinuidade de tais programas tenha sido prejudicial à continuidade de grupos ligados a esses projetos.

Já na década de 90, com a popularização da informática em toda a sociedade, tivemos o surgimento de diversas pesquisas mais sistematizadas em diversas regiões do país e uma independência em relação a programas do governo federal. São os programas de pós-graduação que induzem a pesquisa de modo geral, e de modo particular a pesquisa nessa área.

É nesse movimento que surgem diversos grupos de pesquisa no país. O fato de que diversos membros desses grupos estudaram no exterior impulsiona a pesquisa na área de informática educativa no país. Em Educação Matemática esse movimento é mais enfatizado pela associação feita por muitos na infância da informática entre essa área e a Matemática. Assim, quando se dirigem ao exterior, os orientadores desses doutorandos, educadores matemáticos, já trabalham em grande parte com informática educativa, e influenciam seus orientandos que trazem essa perspectiva para o país.

Por outro lado, houve no primeiro momento uma reprodução da pesquisa feita no exterior, com uma associação a um determinado software por exemplo ou a uma determinada linhagem de pesquisa.

Já no final dos anos 90, eventos setoriais como workshop sobre informática educativa, organizado pela SBEM-SP, ou o próprio grupo de trabalho desse seminário, mostra o crescimento dessa área. Mostra também sinais bastante claros que o ciclo de reprodução de pesquisas feitas no exterior já está se esgotando, e questões teóricas, metodológicas passam a ter feições próprias e as contribuições teóricas e propostas didático-pedagógicas na área ganham espaço no exterior.

APRENDIZAGEM DE MATEMÁTICA CONSECUTIVA AO USO DE INSTRUMENTOS¹

Alex Sandro Gomes²
UFC

Resumo

Esse artigo descreve um modelo de análise da ação com artefatos computacionais e da aprendizagem à partir de um modelo construtivista de cognição que desenvolvemos enquanto tema de nossa tese de doutorado. Partimos da definição do conceito de instrumentos proposto por Rabardel (1995) e as definições de esquema de ação e conceito propostos por Vergnaud (1990, 1997) para definir um novo modelo de instrumentos enquanto entidade mista que relacione artefatos e esquemas mentais e que nos permita analisar a aprendizagem de um conteúdo específico. Nesse trabalho, demonstraremos como esse modelo foi utilizado para analisar o desenvolvimento conceitual consecutivo a utilização de um software de geometria dinâmica, *Cabri Géomètre*.

Definição de conceito e análise da aprendizagem

Partindo de um ponto de vista construtivista, consideramos que os conhecimentos produzidos pelos usuários de um sistema emergem durante o uso, dentro de uma relação dialética que emerge no uso da ferramenta (Gomes, 1999; Meira, 1998). Nesse sentido, afirmamos que qualquer análise *a priori* de materiais destinados ao ensino de conteúdos diversos não responde a pergunta do desenvolvimento conceitual consecutivo ao seu uso. Um dos motivos é que uma avaliação fora do contexto de uso de um artefato corresponde a uma visão de especialista e não a visão de um indivíduo que está aprendendo a usar o sistema, e/ou aprendendo conceitos que estejam sendo veiculados com uma ferramenta.

Adotamos ainda a hipótese construtivista de que a cognição humana adapta-se às novas situações. Essa adaptação é possível devido à existência de uma entidade constituinte da cognição - esquemas ou *schèmes* - cuja dinâmica de funcionamento permite aos indivíduos assimilarem aspectos das situações e dialeticamente acomodarem-se a esses aspectos (Piaget e Inhelder, 1989). O esquema é a unidade de análise que adotamos para analisar a organização de ações relacionadas com uma situação, um instrumento, um problema ou uma interação social. Definimos esquema como sendo *uma organização invariante da atividade*. No processo de análise, descrevemos seqüências de passos realizados que sejam resultante da adaptação do indivíduo ao uso de um artefato, parte de uma interface computacional, por exemplo.

Com relação ao desenvolvimento conceitual, partimos do pressuposto de que um conceito é apreendido pelos indivíduos quando os mesmos dominam três conjuntos de fatores relacionados com esses conceitos, a saber: a) um conjunto de representações simbólicas que são socialmente usadas para veicular idéias sobre o conceito, b) um conjunto de invariantes operacionais ou de propriedades do conceito, e c) um conjunto de situações que dão sentido aos conceitos (Vergnaud, 1997). Quando os indivíduos começam a dominar essas dimensões de um conceito o mesmo começa a fazer-lhe sentido. Em outras palavras, o conceito é progressivamente apreendido na medida em que os indivíduos dominam mais e mais as propriedades do conceito, as formas possíveis de representação e as relações com situações diversas. Aprender a lidar com um conceito significa ter apreendido um determinado número de invariantes relativos a esse conceito. Esse aprendizado ocorre a longo prazo e, durante muito tempo, de forma intuitiva. O desenvolvimento das representações, invariantes e situações do conceito não ocorre de forma estanque. Pelo contrário, mobilizamos invariantes relativos a um conceito em situações específicas e essa mobilização dá-se mediada por artefatos culturais.

¹ Apresentados parte do modelo que é desenvolvido em nossa tese de doutorado, financiada pelo CNPq.

² Atualmente, o autor é bolsista de pesquisa DCR/CNPq junto à Faculdade de Educação da UFC. Rua Waldery Uchôa, 1 - Fortaleza - CE - 60020-110 - asgomes@ufc.br.

Esses três conjuntos de componentes dos conceitos desenvolvem-se ao mesmo tempo e as relações que estabelecemos entre eles. É importante ressaltar o fato de que os conceitos não fazem sentido isoladamente para os indivíduos. Eles coexistem numa rede de conceitos a qual Vergnaud denominou de *campo conceitual*.

É interesse das pesquisas em aprendizagem mediada e em informática educativa, desenvolver técnicas de análise que permitam descrever, ou ao menos mapear a forma como essas três dimensões constituintes de um conceito emergem ao longo do desenvolvimento cognitivo dos sujeitos. Da forma como Vergnaud (1990, 1997) define o conceito de esquema, introduzindo elementos à definição dos esquemas (Vergnaud, 1980, 1985), é possível realizar a análise do desenvolvimento conceitual consecutivo a adaptações dos indivíduos a novas situações. Essa análise é possível graças à admissão da existência de um componente interno ao esquema que seria responsável por representar o conhecimento, por exemplo, o conhecimento matemático. Esse elemento foi denominado de *invariante operacional*. A hipótese da existência desse elemento no funcionamento do esquema piagetiano permite realizar inferências acerca dos conhecimentos subjacentes às organizações das ações dos indivíduos. Em particular, podemos inferir acerca do conhecimento matemático que é subjacente à organização da ação. Esses invariantes pode representar conhecimentos verdadeiros ou falsos, servindo assim a identificação da conceitualização subjacente às ações dos sujeitos. Esse elemento é a uma unidade de análise que serve para descrever o conhecimento subjacente à ação.

O elemento teórico central de nossa análise, como vimos acima, é o conceito de esquema definido por Piaget. Além do conceito de esquema, utilizamos ainda o conceito de instrumentos assim como definido por Rabardel (1995). Segundo esse autor, e contrário a definição do senso comum, o conceito de instrumento representa a combinação de um esquema e de um artefato. Este último refere-se a artefatos como, por exemplo, partes de uma interface computacional. Rabardel define instrumento como sendo uma entidade mista definida à partir da associação entre duas entidades. A primeira delas, o artefato, trata-se o meio através do qual o sujeito age. Os artefatos podem ser materiais ou não. Qualquer que seja sua estrutura, ele constitui-se enquanto elemento da cultura. Vale à pena ressaltar que a forma como o sujeito atribui significado a esse elemento varia para cada sujeito. O segundo elemento que compõe o instrumento é exatamente a noção de *schème*. Esse componente não existe de forma inata nos objetos. Ela é agregado aos artefatos no momento em que os sujeitos agem com os artefatos. Essa definição mista da noção de instrumento possibilita a análise das ações com um instrumento em termos adaptativos. Entretanto, ela não permite uma análise do desenvolvimento conceitual consecutivo à adaptação a um novo instrumento. Os dois modelos teóricos que analisamos acima, de Vergnaud e de Rabardel, partem ambos da noção de *schème* definida por Piaget. Vergnaud descreve um modelo da estrutura do conceito de *schème*, em suas estrutura, ao mesmo tempo que descreve a dinâmica de desenvolvimento cognitivo de forma mais detalhada. Assim fazendo, o novo modelo de esquema possibilita a análise dos elementos e das propriedades dos conceitos que emergem na ação dos indivíduos. Rabardel, por sua vez associa o conceito de esquema com o conceito de artefato para definir a noção de instrumento.

Para responder a pergunta sobre o desenvolvimento conceitual consecutivo a introdução de uma nova tecnologia na atividade dos indivíduos é necessário realizar uma análise da organização das ações com os novos instrumentos ao mesmo tempo que analisamos o conteúdo epistemológico subjacente à ação com instrumentos. A análise desses dois aspectos é possível quando combinamos o modelo de instrumento definido por Rabardel (1995) com o modelo de esquema definido por Vergnaud (1980, 1985). Propomos então um modelo da ação instrumental que toma com elemento de base a definição de instrumento proposta por Rabardel (*op. cit.*). No entanto, substituímos o esquema usado na sua definição original, que ainda era a

versão de esquema definida por Piaget e adotamos o esquema definido por Vergnaud (1985), com sua estrutura e dinâmica internas, na constituição de um novo conceito de instrumento.

A partir desse modelo, a análise do desenvolvimento conceitual consecutivo ao uso de instrumentos divide-se em duas partes. Por um lado, os indivíduos desenvolvem competências para manipular os instrumentos, ocorre um desenvolvimento ou *gênese instrumental*³. O desenvolvimento instrumental pode ser decorrente de transformações do artefato ou do esquema de ação com o artefato. Por outro lado, e em consequência desse processo de desenvolvimento instrumental, os sujeitos evoluem em termos de conhecimento sobre o conteúdo veiculado pelos artefatos, matemática, por exemplo. Em outras palavras, os indivíduos aprendem matemática na medida em que aprendem a usar um sistema de artefatos. Por exemplo, na medida em que alunos aprendem a lidar com um software educativo, ele aprendem acerca de conceitos matemáticos. Analisamos os desenvolvimentos conceituais consecutivos à aprendizagem no uso de instrumentos particulares a partir do conceito definido por Vergnaud.

A SEPARAÇÃO DE VARIÁVEIS NO CONTEXTO DA INVESTIGAÇÃO CIENTÍFICA COM O SUPORTE DE BANCOS DE DADOS NO COMPUTADOR

Ana Karina Morais de Lira
Faculdade de Educação, UFC

Piaget e o grupo de Vygotsky, Leontyev e Luria formularam teorias sobre os mecanismos através dos quais o desenvolvimento cognitivo é processado. Devido ao seu foco na gênese das estruturas cognitivas, e não no uso dessas estruturas depois do seu desenvolvimento, Piaget não investiga as consequências da aprendizagem de objetos sócio-culturais. Em contraste, Vygotsky, ainda que levando em conta o desenvolvimento psicológico que precede a aprendizagem de objetos sociais, tomou como objeto de seus estudos o desenvolvimento que acontece a partir dessa aprendizagem. Em sua visão, a aprendizagem de sistemas de signos, tais como a linguagem, modifica completamente a natureza das funções psicológicas como consequência do papel mediador desses sistemas.

De acordo com Leontyev (1981), apropriação é o principal processo que caracteriza o desenvolvimento psíquico infantil, o processo através do qual as funções e capacidades humanas são formadas. Essa formação das funções e capacidades na criança ocorre ao mesmo tempo em que ela é o sujeito ativo da transmissão de avanços culturais ou da experiência sócio-histórica acumulada pela humanidade através dos tempos. Essa experiência, assim como as atitudes mentais moldadas por ela, está incorporada nos produtos objetivos da atividade coletiva humana, o mundo dos objetos e fenômenos humanos ao redor da criança.

O presente estudo focaliza uma experiência educacional na qual estudantes são encorajados a trabalhar com bancos de dados. Essa experiência pode ser concebida como uma zona de construção, a qual oferece um meio para avaliar o nível de desenvolvimento potencial desses estudantes no que se refere a compreensão que apresentam sobre a noção de variável e a separação de variáveis, ao mesmo tempo em que se apropriam de um banco de dados. Eu tomo as perspectivas do desenvolvimento e da aprendizagem onde elas estão interconectadas com abordagens de métodos e teorias de ensino que possam ser relevantes para os domínios explorados pela pesquisa. A minha preocupação central vincula-se ao debate sobre como as

³ Rabardel, 1995.

escolas podem ser mais efetivas no trabalho em harmonia com pressupostos teóricos sobre o desenvolvimento cognitivo humano, e como bancos de dados podem ser usados de acordo com esses pressupostos.

Antes do advento das tecnologias da informação, bancos de dados eram simplesmente coleções de informações organizadas em formas específicas. Com as tecnologias da informação, bancos de dados são também concebidos como um ambiente computacional onde conjuntos de dados podem ser organizados e manipulados de formas particulares. Nessa pesquisa, o termo *banco de dados* é utilizado em ambos os significados.

Estudos têm demonstrado que o uso de bancos de dados tem efeitos benéficos para o desenvolvimento de habilidades classificatórias por crianças (Underwood, 1986; Hoyles et al., 1994). Uma vez que essas habilidades representam uma forma elementar da compreensão de variáveis, eu levantei a hipótese de que o uso de bancos de dados pode também beneficiar a compreensão que estudantes têm da noção de variáveis e sua aquisição da separação de variáveis. A compreensão de variáveis é entendida como a competência para identificar propriedades dos objetos e considerar as variações dessas propriedades. A separação de variáveis é concebida como o esquema em que todos os fatores são mantidos constantes, exceto aquele cujo efeito sobre o fenômeno estudado vem sendo analisado. Acerca do método científico, Inhelder e Piaget (1958) associam a separação de variáveis com a organização de um experimento válido, o teste ou verificação de hipóteses, e também a sua prova ou demonstração.

A presente pesquisa investiga a compreensão que sujeitos de 10 a 13 anos de idade têm sobre a noção de variáveis e a separação de variáveis, e particularmente como isso se desenvolve com e ao mesmo tempo afeta a apropriação de um banco de dados usado no contexto da investigação científica. As duas principais questões levantadas pela pesquisa podem ser expressas como se segue: (1) o uso de bancos de dados para testar hipóteses cria uma oportunidade para os sujeitos dominarem a noção de variáveis e a separação de variáveis, ou esse uso depende da compreensão que os estudantes têm de tais noções? e (2) o engajamento em diferentes modos de investigação científica influencia a competência do sujeito para identificar e separar variáveis?

A literatura contemporânea tem evidenciado o processo de modelagem, manipulação ou manejo de dados, que é um tipo de investigação científica cuja especificidade é exatamente o suporte do uso de bancos de dados computacionais. De acordo com a terminologia adotada nessa pesquisa, esse processo é nomeado Investigação Científica com o suporte de Bancos de Dados, ou ICBBD. Ele é caracterizado por atividades como nomear variáveis, levantar hipóteses, planejar e desenvolver experimentos - o que envolve a observação de fenômenos naturais ou reproduzidos, e a mensuração, descrição e registro de dados sobre esses fenômenos - testar hipóteses, levantar e testar novas hipóteses, e finalmente tirar conclusões. O uso de bancos de dados nesse processo oferece, dentre outras facilidades, uma estrutura sob a qual informações podem ser manuseadas nas fases de previsão, planejamento e desenvolvimento de uma experiência, análise e conclusão, e um meio para desenvolver a investigação passo a passo.

O estudo elaborado para essa pesquisa combinou os métodos quase-experimental e estudo de caso. Vinte e cinco pares de estudantes de 5ª e 6ª séries de três escolas paulistanas - Oswald de Andrade, Caravelas e Pueri Domus - foram solicitados a desenvolver investigações sobre a flutuação de objetos e sobre a distância percorrida por ônibus descendo ladeiras, as quais incorporavam o uso do software Tabletop. Um pré-teste e dois pós-testes foram administrados a esses e outros 24 pares de estudantes em um grupo de referência, usando-se o teste da

Flexibilidade das Hastes antes, imediatamente depois e quatro semanas depois das atividades de ICBD.

O teste da Flexibilidade das Hastes (Bredderman, 1973, adaptado por Lira, 2000) mede a competência dos sujeitos para separarem variáveis. Dados um aparato de 16 hastes e pesos específicos (dois de 1.100g e um de 2.200g), solicita-se aos sujeitos que expliquem o que causa a flexibilidade das hastes, através de 10 questões pré-formuladas. As hastes são fixadas em um suporte de tal forma que os sujeitos podem pendurar os pesos dados em uma de suas extremidades e comparar suas flexibilidades.

Tabela 1. Composição do aparato das hastes

Variável independente	Dezesseis hastes, nomeadas															
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P
Posição	V	V	V	H	V	H	H	H	V	H	H	V	V	H	V	V
Metal	A	L	L	L	A	A	A	A	L	L	L	A	L	A	L	A
Comprimento	46	46	46	46	61	46	46	61	61	61	46	61	61	61	61	46
Grossura	4.8	3.2	4.8	3.2	4.8	4.8	3.2	4.8	4.8	3.2	4.8	3.2	3.2	3.2	4.8	3.2
Peso	1.100 gramas (02 pesos com gancho): 2.200 gramas															

*Posição: V = vertical e H = horizontal; Metal: A = aço e L = latão.

Questões:

1. Sobre a grossura das hastes: vocês acham que a grossura das hastes causa a inclinação delas? Façam, por favor, uma comparação que mostre ou prove se a grossura das hastes causa diferença na inclinação delas.
2. Coloquem, por favor, um peso na haste E e um na haste J. Essa comparação demonstra ou prova se a grossura das hastes afeta a inclinação delas?
3. Vocês acham que o comprimento das hastes causa a inclinação delas? Façam, por favor, uma comparação que demonstre ou prove se o comprimento das hastes afeta a inclinação delas.
4. Que haste vocês podem comparar com a haste B para demonstrar se o comprimento das hastes afeta a inclinação delas?
5. Vocês acham que o metal de que as hastes são feitas causa a inclinação delas? Façam, por favor, uma comparação que demonstre se o metal de que as hastes são feitas afeta a inclinação delas.
6. Que haste vocês podem comparar com a haste H para demonstrar se o metal de que as hastes são feitas afeta a inclinação delas?
7. Vocês acham que a posição vertical ou horizontal das hastes causa a inclinação delas? Façam, por favor, uma comparação que demonstre se a posição das hastes afeta a inclinação delas.
8. Que haste vocês podem comparar com a haste O para demonstrar se a posição das hastes afeta a inclinação delas?
9. Como vocês podem me mostrar ou provar se o peso pendurado nas hastes afeta a inclinação delas?
10. Coloquem, por favor, um peso na haste A e um peso maior na haste L. Essa comparação demonstra se o peso pendurado nas hastes afeta a inclinação delas?

O teste foi administrado para cada par de estudantes, individualmente, cada aplicação durando aproximadamente 25 minutos. O pesquisador perguntava oralmente as 10 questões pré-formuladas, uma a uma. Depois que os sujeitos tinham discutido cada questão entre si, dando uma resposta e fazendo a demonstração solicitada, eles tinham uma chance para confirmar se a demonstração feita por eles provava que a variável independente focalizada afetava a flexibilidade das hastes. Se eles dissessem que não, o pesquisador pedia-lhes que fizessem outra comparação que servisse pudesse servir à demonstração. Mesmo se eles falhassem na segunda oportunidade, o pesquisador passava para a próxima questão.

Os escores no teste foram medidos pelo número de itens corretos e o número de variáveis controladas, e as questões de julgamento, duas em cada versão do teste, não eram

consideradas para esses escores. O escore máximo seria então 8-32, i.e., oito questões respondidas corretamente, e trinta e duas variáveis controladas.

TabletopTM (TERC, 1989-1995), o software escolhido para esse estudo, é uma ferramenta para construir, explorar e analisar pequenos bancos de dados. Sua estrutura é a tradicional, com uma visão de linhas-colunas, usada para a criação de bancos de dados, associada com uma janela com dados prontos somente, para a análise de dados. Nessa janela, há a possibilidade de abrir e definir uma variedade de representações gráficas como diagramas de Venn, histogramas e outros gráficos, e operações de medidas como contagem, total, média, etc.

Esse estudo foi desenvolvido durante 10 encontros de aproximadamente 2 horas com cada par de estudantes. As tarefas usadas foram a Flutuação de Objetos e Planos Inclinados. Cada uma foi desenvolvida segundo dois modos de ICBD: *incluída a criação de bancos de dados*, e *fornecidos bancos de dados pré-preparados*. Os estudantes no modo *incluída a criação de bancos de dados* desenvolviam o seu próprio experimento, coletando e registrando informações enquanto construíam o seu próprio banco de dados. Aqueles no modo *fornecidos bancos de dados pré-preparados* assistiam a um vídeo mostrando outras crianças desenvolvendo as experiências, coletando dados e criando bancos de dados. Eles trabalhavam com um banco de dados pré-construído, e um folheto de suporte. Ambos os grupos passavam por uma fase de previsão, nomeando variáveis e levantando hipóteses. No entanto, o progresso da atividade de definir as variáveis relevantes também era determinado pelo modo de ICBD aos quais os estudantes se engajavam. Para aqueles no modo *incluída a criação de bancos de dados*, isso significava nomear as variáveis, determinar um critério para medir ou descrevê-las e classificar os objetos de acordo, enquanto que para aqueles no modo *fornecidos bancos de dados pré-preparados* a atividade consistia em checar se eles concordavam ou não com a relevância das variáveis já nomeadas e descritas no banco de dados apresentado. Finalmente, os dois grupos desenvolviam atividades de interrogação e análise de dados durante o trabalho de manejo de dados.

Para cada tarefa, perguntas-chaves foram formuladas como se segue. Na Flutuação de Objetos: (1) *Quais objetos irão flutuar, e quais irão afundar quando colocados na água?* e (2) *Por que alguns objetos flutuam e alguns afundam?* Na tarefa Planos Inclinados: (1) *Qual é a maior distância percorrida? E qual é a menor?* e (2) *Por que os ônibus percorrem diferentes distâncias?*

Para os sujeitos trabalhando no modo *incluída a criação de bancos de dados*, o seguinte material foi usado:

Na Flutuação de Objetos: um número significativo de objetos, sendo de contrastante material, cor, forma, tamanho, comprimento, peso, etc., um depósito de água, um conjunto de instrumentos de medida para manuseio de dados - régua, balança, e beakers de diferentes tamanhos. No contexto de apresentação da tarefa esse material ficava espalhado no chão ou em cima de uma mesa, e um banco de dados no Tabletop mostrava a lista de objetos em uma coluna intitulada '*nome*'.

Na tarefa Planos Inclinados: duas rampas de aproximadamente 25cm de largura e 40cm de comprimento, a qual era acoplada a um suporte que permitia ajustar a altura das rampas, ônibus, bonecos representando passageiros, um tapete, instrumentos de medida tais como uma fita métrica e uma balança. O contexto de apresentação da tarefa incluía dois ônibus carregando diferentes números de passageiros, no topo de duas rampas em diferentes alturas, uma no chão e outra em um tapete.

Um computador laptop com o Tabletop software, e um formulário protocolar específico - que os sujeitos preenchiam enquanto nomeavam variáveis, faziam previsões, planejavam o experimento e tiravam conclusões - foram utilizados nas duas tarefas.

Para os sujeitos trabalhando no **modo fornecidos bancos de dados pré-preparados**, o seguinte material foi usado, **nas duas tarefas**: televisão e vídeo, uma fita de vídeo apresentando estudantes desenvolvendo a tarefa em foco, um folheto de suporte contendo fotografias e textos sobre o processo de Investigação científica e a tarefa, um laptop com um banco de dados pré-construído no Tabletop software e o formulário protocolar, que os sujeitos preenchiam enquanto nomeavam variáveis, faziam previsões, planejavam o experimento e tiravam conclusões. No contexto de apresentação da tarefa, a televisão e o vídeo estavam prontos para começar a mostrar a fita de vídeo, e o banco de dados pré-preparado ficava aberto no Tabletop.

Figura 1 - Bancos de dados pré-construídos para a Flutuação de Objetos e Planos Inclinados

Item	Type	Value	Material	Form
01	Plano	1.00	Alumínio	Quadrado
02	Plano	1.00	Alumínio	Quadrado
03	Plano	1.00	Alumínio	Quadrado
04	Plano	1.00	Alumínio	Quadrado
05	Plano	1.00	Alumínio	Quadrado
06	Plano	1.00	Alumínio	Quadrado
07	Plano	1.00	Alumínio	Quadrado
08	Plano	1.00	Alumínio	Quadrado
09	Plano	1.00	Alumínio	Quadrado
10	Plano	1.00	Alumínio	Quadrado
11	Plano	1.00	Alumínio	Quadrado
12	Plano	1.00	Alumínio	Quadrado
13	Plano	1.00	Alumínio	Quadrado
14	Plano	1.00	Alumínio	Quadrado
15	Plano	1.00	Alumínio	Quadrado
16	Plano	1.00	Alumínio	Quadrado
17	Plano	1.00	Alumínio	Quadrado
18	Plano	1.00	Alumínio	Quadrado
19	Plano	1.00	Alumínio	Quadrado
20	Plano	1.00	Alumínio	Quadrado

Para que o progresso da tarefa Planos Inclinados para o modo *fornecidos bancos de dados pré-preparados*, fosse o mais próximo possível da sua versão para o modo *incluída a criação de bancos de dados*, o banco de dados apresentado aos estudantes continha, a princípio, somente os dados referentes a duas de quatro possíveis combinações das variáveis *superfície* e *inclinação*, i.e., metade dos dados necessários para uma análise formal do problema colocado. Tão logo os sujeitos apontavam a necessidade de mais combinações, outro banco, com dados completos, era fornecido a eles.

Análises de covariância na performance dos grupos experimentais e controle no teste da Flexibilidade das hastes mostrou que os escores dos estudantes nos dois pós-testes variaram em conjunto com os escores deles no pré-teste ($F = 36.19$; $p = .0001$ e $F = 25.44$; $p = .0001$, para os pós-testes 1 e 2, respectivamente). Essas covariações indicam que tanto para os usuários de bancos de dados quanto para os não usuários houve um efeito significativo dos escores no pré-teste sobre os escores em ambos os pós-testes.

Essas ANOVAs mostraram também um efeito do uso de bancos de dados na performance dos estudantes nos dois pós-testes ($F = 15.82$; $p = .0001$ e $F = 12.66$; $p = .001$, para os pós-testes 1 e 2, respectivamente). Desde que os escores dos estudantes no teste da Flexibilidade das hastes diferiu significativamente de acordo com se eles usaram bancos de dados ou não, nossa hipótese nula foi rejeitada. Então, conclui-se que o uso de bancos de dados afeta a compreensão que os estudantes têm da separação de variáveis.

Tais resultados comprovam que a compreensão que os estudantes têm da separação de variáveis é influenciada tanto pelas estruturas de raciocínio que eles construíram antes da experiência educacional quanto pelo uso que eles fazem de bancos de dados, em atividades de ICBd.

Análises qualitativas da performance dos estudantes mostraram que em geral eles não tiveram dificuldade em raciocinar em termos de variáveis durante as atividades de ICBd. No entanto,

volume apresentou-se como uma variável conceitualmente difícil para eles, sendo frequentemente associada com *forma*, ou tratada em termos bi-dimensionais. Nessas análises também foi encontrado que o progresso dos estudantes para testar hipóteses sobre os problemas da *flutuação* e da *distância percorrida* durante a experiência estava associado com o nível de progresso na compreensão do controle de variáveis, como medido pelos testes de raciocínio antes e depois da experiência.

Não houve um efeito significativo do modo de ICBD sobre o desempenho dos estudantes no teste da Flexibilidade das hastes. Apesar da dificuldade de se tirar conclusões a partir de resultados negativos, pode-se sugerir para as escolas que as decisões para o desenvolvimento de atividades envolvendo a coleta de dados e criação de bancos de dados devem ser baseadas em considerações pragmáticas - tais como currículo, organização da sala-de-aula, e motivação dos estudantes - mais do que na antecipação de efeitos dessas atividades no desenvolvimento cognitivo dos estudantes.

Bredderman, T. A. (1973). The effects of training on the development of the ability to control variables. Journal of Research in Science Teaching, 10, (3), 189-200.

Hoyles, C., Healy, L. & Pozzi, S. (1994). Homing in on data handling: A case study. Computers in New Zealand Schools, 6, (3), 5-13.

Inhelder, B. & Piaget, J. (1958). The growth of logical thinking from childhood to adolescence. London: Routledge & Kegan Paul.

Leontyev, A. N. (1981). Problems of the development of the mind. Moscow: Progress.

Lira, A. K. M. de (2000). Separating variables in the context of data handling. Unpublished doctoral dissertation, IOE, University of London.

TERC - Technology Research Center (1989-1995) Tabletop™ [Computer Software]. Cambridge, MA: Author & Broderbund Software for Education.

Underwood, J. (1986). The role of the computer in developing children's classificatory abilities. Computers and Education, 10, (1), 175-180.

Vygotsky, L. S. (1978). Mind in society: The development of higher psychological processes. Cambridge, MA: Harvard University Press.

Vygotsky, L. S. (1993). Thought and language (Rev. Ed.). Cambridge, MA: The MIT Press.

NOVAS FERRAMENTAS, NOVOS OBJETOS, NOVAS RELAÇÕES COM O SABER: O CASO DAS TRANSFORMAÇÕES GEOMÉTRICAS NUM AMBIENTE DE GEOMETRIA DINÂMICA

Ana Paula Jahn
PROEM, PUC/SP

Introdução

A integração de ambientes informáticos no ensino conduz naturalmente ao questionamento das potencialidades reais dos softwares utilizados e às características das atividades que estes permitem propor aos alunos. A análise dos objetos de saber associados a esses ambientes, os conhecimentos que são susceptíveis de serem construídos, a modelização do funcionamento do aluno e a identificação dos processos de aprendizagem específicos são algumas das questões continuamente abertas nessa problemática.

Nosso trabalho se insere nessa direção de pesquisa na medida em que tenta buscar elementos de resposta a essas questões, no contexto específico das transformações geométricas e da utilização do software Cabri-géomètre.

O estudo

Neste resumo, apresentamos alguns resultados parciais da pesquisa realizada no quadro do nosso doutorado. Tal pesquisa objetivou estudar a aquisição da noção de transformação enquanto aplicação pontual, assim como as especificidades que um ambiente do tipo Cabri-géomètre traz ao "*milieu*" (Brousseau, 1986) onde essas transformações operam e com o qual o aluno interage.

O quadro teórico da pesquisa é o da didática francesa, utilizando noções da teoria das situações didáticas (ibid.) e considerando aspectos do processo da transposição didática dos saberes em jogo (Chevallard, 1985).

Em termos metodológicos, uma engenharia didática foi elaborada e aplicada em 33 alunos da 1ª série do Ensino Médio (15-16 anos) de uma escola no sudeste da França⁴. A sequência completa compreende quatro situações que foram realizadas durante 8 sessões de aproximadamente 75 minutos cada uma. Durante suas interações com as atividades propostas, os alunos trabalhavam em duplas, na sala de informática. Cinco duplas foram selecionadas para estudo de caso, sendo observadas (um observador para cada dupla) e registradas (áudio-gravações). Esses estudantes já estavam familiarizados com o uso do software (seja no computador, seja na calculadora). As considerações a seguir referem-se à análise das estratégias das duplas selecionadas na resolução da situação 3 da sequência intitulada "Simetria oblíqua" e sub-dividida em 3 atividades⁵.

É importante citar que no Cabri-géomètre, as transformações aparecem como ferramentas de construção. A caixa de ferramentas "*Transformações*" contém simetria axial (reflexão), simetria central, rotação, translação, homotetia e inversão. Essas ferramentas permitem obter a imagem de um ponto e de outros objetos tais como segmento, polígono, circunferência, cônica etc. Por meio desses operadores, as transformações são abordadas sob o ponto de vista global: elas agem sobre um objeto. Essas transformações são assim *primitivas*

⁴ Muitas das idéias e atividades desta sequência foram adaptadas e estão sendo aplicadas num grupo de 24 professores, a maioria em exercício na rede pública da cidade de São Paulo e com Licenciatura Curta em Ciências (habilitação em Matemática), realizando uma complementação na PUC/SP.

⁵ Para mais detalhes da sequência didática, ver Jahn (1998).

geométricas, ou seja, ferramentas de construção que, assim como “Ponto médio”, “Reta paralela”, “Bissetriz” etc., exprimem propriedades geométricas (Laborde & Capponi, 1994). Essa funcionalidade é específica do software não tendo equivalente no ambiente papel&lápis, que para uma construção efetiva de imagens de figuras deve fazer apelo a máquinas ou sistemas articulados (simetrizadores, pantógrafos, máquina de Sylvester,...). Algumas experiências e estudos (Capponi, 1993) levam-nos a supor que o fato dessas ferramentas estarem a disposição dos alunos em tal ambiente, pode provocar um uso mais sistemático das transformações nas atividades de construção ou no estudo de configurações, .

Nosso estudo centrou-se no caráter *objeto* da transformação. Entretanto, é As primeiras transformações estudadas no Ensino Fundamental são isometrias, seguidas da homotetia. Todas essas transformações preservam a colinearidade e os ângulos, logo as formas. Neste nível da escolaridade, essas transformações podem ser consideradas satisfatórias, elas são ao mesmo tempo simples e fundamentais. No entanto, é preciso estar atento às generalizações por parte dos alunos, que podem imaginar, por exemplo, que a propriedade “*a imagem de uma reta é uma reta*” é válida para todas as transformações. O estudo sistemático e das isometrias pode estar na origem de um obstáculo didático relativo ao conceito de transformação a saber: uma transformação nunca deforma, ela simplesmente desloca (ou faz girar) os objetos. Como consequência, a relação entre figura-objeto e figura-imagem não se estabelece e a noção de transformação é reduzida à idéia de que a mesma figura ocupa duas posições diferentes. Esta é a razão pela qual nós nos interessamos em estudar alguns exemplos simples de transformações não preservando algumas propriedades (colinearidade, distâncias,...). Em outras palavras, pretendia-se levar os alunos a questionar a validade dos teoremas de conservação, que para eles eram óbvios e evidentes. Nesse caso, as transformações “deformantes” representam uma escolha imprescindível.

O Cabri-géomètre mostra-se particularmente conveniente para esse propósito, dadas as notáveis abordagens possíveis:

- a caracterização de uma transformação a partir de seus efeitos. No Cabri, uma transformação pode ser apresentada com uma caixa preta, a ser explorada pela movimentação dos objetos de base e pelas experimentações com as demais ferramentas (enriquecimento da figura). Nessa abordagem, o ponto de partida não é uma definição textual da transformação, ao contrário, essa definição e sua caracterização devem ser construídas pelos alunos a partir do estudo dos efeitos da caixa preta sobre pontos e outras figuras, buscando evidenciar os invariantes da transformação. Certamente, esse tipo de situação, essencialmente dinâmica (baseada na movimentação e interpretação geométrica dos comportamentos espaciais-gráficos), não é possível de ser realizada no ambiente papel&lápis. As características desse tipo de situação releva da dialética ação-formulação-validação descrita por Margolinas (1989).
- a motivação de uma concepção pontual de uma transformação (principalmente por meio das ferramentas “Rastro” e “Lugar geométrico”), o que pode favorecer uma visão do objeto transformação como mais que uma operação global sobre uma figura.

Algumas conclusões

Nossas análises mostram que o Cabri-geomètre permitiu renovar a dialética global/pontual, colocando em evidência relações entre concepções estáticas e dinâmicas nos problemas de construção de imagens de figuras.

O trabalho com transformações “*exóticas*” no Cabri (dentro das abordagens “caixa preta” e “concepção pontual”) permitiu explorar a possibilidade que este software oferece de criar novas representações dos objetos, tornando significativa a noção de propriedade invariante de uma transformação e favorecendo o raciocínio pontual/funcional.

O ambiente informático possibilitou ainda observar que ferramentas específicas (como por exemplo “Rastro”) podem ajudar os alunos a construir significado para uma variedade de

noções matemáticas – neste caso, figuras como conjunto de pontos, transformação como uma relação funcional entre pontos, variável em Geometria etc. Esse tipo de funcionalidade suporta o desenvolvimento de novas estratégias, enriquecendo a exploração de fenômenos espaciais-gráficos e, em muitos casos, motivando uma interpretação em termos geométricos.

Bibliografia

BROUSSEAU, G. (1986) *Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques. Recherches em didactique dès mathématiques – RDM*, vol. 7. 2, pp. 33-115. Grenoble: La pensée sauvage éditions.

CAPPONI, B. (1993) Modifications dès menus dans Cabri-géomètre, dès symétries comme outils de construcion. *Petit x*, n° 33, pp. 37-68. IREM de Grenoble.

CHEVALLARD, Y. (1985), *La transposition didactique, du savoir savant au savoir enseigné*, La pensée sauvage éditions, Grenoble.

JAHN, A. P. (1998) *Des transformations des figures aux applications ponctuelles: étude d'une séquence d'enseignement avec Cabri-géomètre. Relations entre aspects géométriques et fonctionnels en classe de Seconde*. Thèse de Doctorat de l'Université Josph Fourier (Grenoble 1).

LABORDE, C. & Capponi, B. (1994) Cabri-géomètre constituant d'un milieu pour l'apprentissage da la notion de figure géométrique. *Recherches em didactique dès mathématiques – RDM*, vol. 14 (1.2), pp. 165-210. Grenoble: La pensée sauvage éditions.

MARGOLINAS, C. (1989) *Le point de vue de la validation: essay d'analyse et de synthèse en didactique des mathématiques*. Thèse de Doctorat de l'Université Josph Fourier (Grenoble 1).

O USO DA CALCULADORA NAS SÉRIES INICIAIS⁶

Fátima Lúcia Soares Ribeiro⁷
UFPE

Introdução

As orientações curriculares, em nível mundial, têm dado ênfase a inclusão da calculadora como uma ferramenta que auxilia o pensar matematico dos alunos. No entanto, a literatura apresenta poucos estudos em que são trabalhadas seqüências didáticas com esse instrumento. A maioria dos estudos desenvolvidos tiveram como objetivo investigar as representações que alunos e professores possuem acerca da calculadora. Por este motivo, pretendemos desenvolver um estudo que terá como objetivo principal analisar situações didáticas envolvendo o uso da calculadora com alunos e professores do Ensino Fundamental. Para tal, escolhemos o campo conceitual multiplicativo, pois estudos demonstram que alunos e professores apresentam dificuldades nesse campo conceitual.

1.1- A Formação dos Professores

⁶ Projeto de Tese de Doutorado em Psicologia Cognitiva (UFPE)

⁷ Professora do CEDU/UFAL. E-MAIL: ricafat@uol.com.br

O ensino-aprendizagem da matemática tem sido foco de diversos estudos. Nos últimos 20 anos houve um aumento considerável de pesquisas que buscam investigar esse fenômeno. Muitos progressos puderam ser observados. No entanto, a aprendizagem da matemática ainda continua necessitando ser investigada, principalmente quando se leva em consideração os baixos índices de aprendizagem dos alunos.

Dados recentes do Programa Nacional de Avaliação de Rede (SAEB, 1996), nas avaliações de matemática, mostram que os alunos da 4ª série obtiveram um índice de 29,5% de acertos nas avaliações; e que os alunos da 8ª série obtiveram 38,5% de acertos. Essa tendência foi observada em todas as cidades do país. Especificamente em Maceió, o índice de acertos dos alunos da 4ª série, nas avaliações de matemática, foi de 34,08%; ou seja, menos de 40% (Ribeiro, 1997).

Este baixo índice na aprendizagem dos alunos pode ser reflexo da dificuldade dos professores. Estudos mostram que o desempenho dos professores apresenta pouca variação em relação ao desempenho dos alunos. Canóas et al. (1998) investigaram questões referentes ao campo conceitual multiplicativo numa amostra de alunos de 4ª série e professores das séries iniciais. Os resultados obtidos indicaram que, de uma maneira geral, os alunos apresentaram um desempenho melhor que os professores em quase todas as questões, bem como uma tendência ao sucesso e fracasso dos dois grupos nas mesmas questões.

Corroborando com os achados anteriores, Oliveira, Santos e Borba (1999) investigaram a compreensão de problemas de divisão com resto em alunos do curso de Pedagogia e encontraram como resultado que os futuros professores têm dificuldade em lidar com o resto da divisão; dificuldades estas também encontradas por Saiz (1996) em sua investigação com crianças.

A literatura também aponta resultados em que os professores apresentaram um melhor desempenho que os alunos. Koch (1998), em seu estudo, aplicou a avaliação do SAEB/93 em professores de 5ª a 8ª séries. Os resultados dessa avaliação foram comparados aos obtidos com os alunos. O índice de acertos dos professores foi de 78%, enquanto os dos alunos foi de 29%. Apesar de tais resultados, a análise qualitativa demonstrou que os professores acertaram mais as questões referentes aos algoritmos escolares e os alunos acertaram mais as questões referentes à resolução de problemas. Vale ressaltar que muitas questões foram deixadas em branco, o que pode indicar o desconhecimento de alguns conteúdos. A autora analisa essa diferença de desempenho entre professores e alunos, afirmando que revela a distância que existe entre ambos quanto à aquisição do conhecimento matemático; ou seja, entre o saber e o saber fazer (ensinar).

Relacionando este estudo aos anteriormente citados, vemos que a dificuldade dos professores apresenta-se em dois pólos: a falta de conhecimento dos conteúdos por um lado e a dificuldade metodológica por outro. Ambos os pólos remetem novamente para a questão da formação docente.

Sadovsky (1997), discutindo a formação dos professores, levanta as seguintes questões: "Como são supridas as carências matemáticas que possuem os futuros professores quando ingressam no ensino? Não há por acaso um privilégio da didática sobre os conteúdos? É impossível pensar a problemática do ensino quando não se tem uma sólida formação em matemática?" (p.7).

A autora parte das discussões da Didática da Matemática para refletir sobre a formação dos professores. A idéia básica seria utilizar como apoio a relação entre a didática e a matemática, abandonando a tradicional linearidade e dando lugar a uma relação dialética. Nesta dialética é possível apoiar-se na matemática para melhorar a qualidade do conhecimento dos professores em formação. Esta dialética permite remover uma concepção reduzida à procura de recursos alheios à matemática e promover uma concepção da matemática que coloque para si o problema do ensino.

A teoria das situações didáticas de Brousseau (1997) parece ser um caminho na formação mais específica dos professores. Nessa teoria o papel do professor se situa essencialmente em três níveis: escolha de um problema e de uma situação "a-didática", com determinação das variáveis didáticas, de modo a se por em jogo o conhecimento pretendido; devolução desta situação aos alunos e institucionalização dos conhecimentos.

Segundo Lerner (1997), trabalhar dentro dessa perspectiva não é tarefa fácil. O professor passa a assumir um lugar que é muito difícil, não só pelas condições de trabalho, mas pelas condições didáticas que precisam ser cumpridas. Pois, ao professor, de acordo com o contrato didático vigente na maioria das instituições escolares, corresponderia agora não mais o papel de transmitir diretamente o conhecimento, mas o de fazer um ato de devolução, autorizando as crianças a tomarem esse direito para si e construírem o conhecimento. É imprescindível que o professor abra mão desse direito porque as crianças não podem tomá-lo por si mesmas, porque isso não faz parte do contrato didático vigente.

Se a dificuldade dos professores nos conceitos matemáticos é refletida na aprendizagem dos alunos, como discutido anteriormente, suas crenças e pouco conhecimento do uso das ferramentas tecnológicas também serão refletidas nas crenças e possibilidades de uso que os alunos desenvolverão. Este é o ponto principal do nosso estudo.

1.2. O Uso da Calculadora

Mocrosy (1998) realizou um estudo com o objetivo de investigar o entendimento do professor de matemática do ensino fundamental e médio sobre o uso das calculadoras na sala de aula. Os resultados obtidos indicaram que os professores mostram-se intimidados pela calculadora por não saber conciliar o trabalho de sala de aula com a utilização da máquina e os conteúdos programáticos, estabelecendo assim limitações para o uso da calculadora nas aulas. Tal fato revela o desconhecimento das possibilidades pedagógicas desse instrumento de cálculo, bem como as necessidades de determinados trabalhos realizados nas escolas. Assim, os professores discutem muito mais o ensino da calculadora do que o ensino pela calculadora.

Em um estudo realizado em Portugal, por Nunes e Guimarães (1994), podemos também observar essa dificuldade na utilização de calculadoras para o ensino da matemática, principalmente para os professores do Ensino Fundamental (1º ciclo) onde 78% dos professores disseram utilizá-la raramente ou nunca. Entretanto, os autores afirmam que existe uma aceitação e integração crescente desse instrumento no trabalho em sala de aula, uma vez que 60% dos professores do ensino secundário fazem uso da calculadora em suas salas de aula.

Dos estudos anteriores podemos perceber que há pouco uso da calculadora por parte dos professores das séries iniciais e que este uso está restrito a concepção de calculadora como ferramenta de cálculo. Nesse momento, nos interessa saber quais as representações que as crianças possuem acerca da calculadora.

Ruthveen (1994), desenvolveu um estudo com o objetivo de avaliar as atitudes e crenças sobre números, calculadoras e cálculos em crianças que estão entrando na escola secundária. A autora partiu da premissa que as crenças influenciam o comportamento e o pensamento, *principalmente na maneira pela qual a representação da experiência e a disposição em relação a ela parece combinar com a nossa atividade mental (p. 161)*. Como resultado foi observado que os alunos, para a resolução de cálculos, percebem a calculadora como facilitadora, o uso do procedimento escrito como intermediário e a resolução por cálculo mental como dificultador.

Dentre outras análises, a autora investigou a visão geral das crianças sobre o trabalho com a calculadora buscando investigar a distinção entre entender usando a calculadora e aprender usando a calculadora. Foi observado um maior ceticismo em relação a visão do uso da calculadora promovendo a aprendizagem sobre os números (13% aceitaram e 22% negaram), comparado com a visão da calculadora promovendo compreensão (24% aceitaram e

15% negaram). Para a autora esses resultados indicam uma grande aceitação da calculadora como uma ferramenta "procedural" mais do que como um "objeto" de aprendizagem. As crianças admitem o uso da calculadora, mas não admitem que ela por si só promova a aprendizagem.

Ainda buscando investigar a representação das crianças sobre o uso da calculadora, Ruthveen (1999), desenvolveu um estudo que envolveu uma amostra de 56 alunos cursando o final da 4ª série. Cada criança foi entrevistada individualmente na resolução de diversos problemas e tinham à sua disposição calculadora, lápis e papel e foi dito que podiam resolver as questões utilizando esses materiais ou através de cálculo mental.

As estratégias encontradas foram classificadas em função do procedimento de cálculo. A calculadora foi utilizada em 46,5% das tentativas de resolução de problemas. Por outro lado, a maioria das crianças (36) utilizou divisão direta, sendo que 70% das crianças que utilizaram a calculadora, conseguiram resolver a conta, enquanto, sem a calculadora, nenhuma criança acertou. Como a resposta dos problemas era expressa em números decimais, apenas 5 crianças conseguiram interpretar a resposta do problema, independente do uso ou não da calculadora. Desta forma, para nós, a calculadora ajudou na computação e não na compreensão da lógica das respostas.

As crenças sobre o que é matemática, assim como no uso das ferramentas tecnológicas são discutidas por McLaughlin (1998). Ele afirma que uma das dificuldades de integração das tecnologias na sala de aula são as falhas na preparação de professores para incorporarem as novas tecnologias. Muitos professores são formados sem acesso aos recursos. Por isso, eles não sabem como usar a tecnologia de forma eficiente e nem que estas podem contribuir no potencial de aprendizagem dos alunos.

Sampson (1998) também é partidária da idéia da necessidade de um trabalho mais globalizado na formação do professor no uso das ferramentas tecnológicas. Ela salienta que nas últimas décadas estudos descobriram que o efetivo uso de tecnologia não significa desempenhar velhas tarefas de forma eficiente. Significa trabalhar de forma diferente. E afirma que existe uma lição para os educadores nessa experiência. A escolha das escolas pelo uso das ferramentas tecnológicas deu margem a muitas questões, incluindo a reflexão de como a aprendizagem ocorre, como se organiza o tempo do professor e o dia escolar. Para a autora, a tecnologia pode ser um ferramenta que possibilita investigação. Ela é uma ferramenta que ajuda professores e estudantes a aprender a aprender, oferecendo, assim, um potencial para combinar as habilidades de investigação e as capacidades técnicas que o futuro demanda.

Tal posição também é sustentada por Da Ponte (1995). Para ele, as novas tecnologias permitem automatizar os processos de rotina e concentrar a nossa atenção no pensamento criativo. Os computadores e as calculadoras podem ser usados com uma variedade de propósitos educacionais, ou seja, para apoiar a aprendizagem de tópicos específicos; à execução do algoritmo; como meio auxiliar para arquivo, análise e apresentação de informações; como ferramenta para a realização de explorações e investigações. Essas tecnologias permitem: a relativização da importância do cálculo e da manipulação simbólica; o reforço ao papel da linguagem gráfica e as novas forma de representação que permitem novas estratégias de abordagem; a possibilidade de uma nova forma de relação professor-aluno marcada por uma maior interação e colaboração e uma nova visão do professor como uma pessoa em constante formação.

O que os estudos apresentados anteriormente indicam é que há uma necessidade de incluir as ferramentas tecnológicas nas escolas, mas, principalmente, que isso aconteça dentro de um contexto de mudança de enfoque curricular; ou mais especificamente a concepção de ensino/aprendizagem da matemática.

A literatura consultada mostra uma tendência dos órgãos governamentais, tanto no exterior, quanto no Brasil, de incluírem nos currículos o uso das ferramentas tecnológicas, que

no nosso caso específico é a calculadora. Apesar dos parâmetros sinalizarem o uso da calculadora, não encontramos no documento uma discussão efetiva sobre o seu uso. Além disso, das pesquisas levantadas até este momento, apenas duas discutem situações de uso em sala de aula da calculadora por professores e alunos.

A primeira a ser apresentada, foi desenvolvida por Lerner e Sadovsky (1997). Elas propuseram uma atividade com o uso da calculadora para crianças da 2ª série com o objetivo de ajudá-las na compreensão do sistema numérico, particularmente na questão da posicionalidade. As crianças teriam que a partir de um número ditado, dar um comando na calculadora para transformá-lo em outro número. Por exemplo, foi pedido que a partir da escrita do numeral 9354 as crianças produzissem 9054. Em geral, numa primeira tentativa subtraíam 3, depois subtraíram 30, depois 300. As autoras afirmam que esta atividade foi muito interessante porque as crianças operaram muito por ensaio e erro. Para as autoras a vantagem dessa situação é que ela é auto-verificadora, já que as crianças podem saber como obter o resultado na calculadora e saber também se a operação que fizeram é ou não correta na medida em que lhes permite conferir o resultado.

A segunda pesquisa faz parte de um programa mais amplo de formação do professor. Grooves desenvolveu um estudo longitudinal, no período de 1991 a 1993, em 6 escolas, com o objetivo de formar os professores para o trabalho com a calculadora. Este projeto envolveu um total de 60 professores e 1000 crianças do jardim a quarta série. Em uma primeira análise dos dados Grooves (1993a, em Grooves, 1994) concluiu que as crianças com mais tempo de experiência no uso da calculadora foram melhores e mais hábeis em resolver problemas do que as crianças sem experiência e que esse conhecimento levou-as a posteriormente serem mais capazes de entender a lógica do problema e interpretar suas respostas.

Num segundo estudo, Groves (1994), investigou o efeito do uso da calculadora na computação e na escolha de procedimentos de cálculo em crianças de 3ª e 4ª séries que participaram do projeto. Neste estudo, as crianças foram avaliadas na compreensão do sistema numérico; suas escolhas de procedimentos de cálculo numa vasta quantidade de tarefas de computação (24 itens); e na habilidade de resolver problemas do mundo real envolvendo a multiplicação e divisão com ou sem calculadora. As crianças com experiência no uso da calculadora tiveram um melhor desempenho, nos 24 itens; enquanto uma análise item a item revelou uma melhor performance nos 5 itens que exigiam um conhecimento de valor de lugar em números grandes, subtração com números negativos, divisão com resto e multiplicação e divisão com dinheiro. As crianças também fizeram uma escolha mais apropriada da estratégia de cálculo e foram mais capazes de interpretar suas respostas usando a calculadora, particularmente quando os números decimais estavam envolvidos.

Em um terceiro estudo, Groves (1995) investigou os efeitos do uso da calculadora na aprendizagem da construção do conceito de número. Esta análise partiu da premissa de que a calculadora é uma ferramenta que pode transformar a aprendizagem de matemática. Os professores estavam investigando como a calculadora poderia ser usada na sala de aula uma vez que o trabalho com calculadora com crianças pequenas leva a estas, desde cedo, a conviverem com números grandes, negativos, decimais, enfim possibilita as crianças a discutirem sobre números.

Em situações como a exploração livre da calculadora o professor pôde observar o que cada criança dizia sobre os números ou o que elas conversavam sobre eles. A autora descreve uma situação onde uma professora argumentou que não havia ensinado a adição para seus alunos mas eles já sabiam fazer. Tal fato, a levou a reformular o seu currículo em função das explorações que as crianças foram fazendo, provocando uma mudança na sua postura de professora diante da possibilidade de uma transformação na forma de aprender conceitos matemáticos em função do uso da calculadora. Nesse estudo as professoras tinham, em média, 20 anos de trabalho e o uso da calculadora provocou mudanças rápidas nas suas

concepções sobre o que era matemática, o que ensinar para os alunos, além da aprendizagem mais efetiva dos mesmos. É importante ressaltar que não é o uso da calculadora só, mas a possibilidade de mudanças muito mais profundas a partir de um instrumento diferente. Mudança de uma postura de transmissão de conhecimento para atividades construtivas.

2- Estudo proposto: Pontos centrais e questionamentos

A partir dos estudos apresentados anteriormente podemos salientar duas importantes considerações:

- Em primeiro lugar, no que se refere à formação dos professores a literatura consultada apresenta estudos que demonstram a fragilidade dos conhecimentos matemáticos destes, principalmente no campo conceitual multiplicativo, como observado nos estudos de Canôas et al. (1998) e Oliveira Borba e Santos (1999). Por outro lado, a literatura também aponta estudos que indicam um bom desempenho dos professores nas questões matemáticas, porém revelam dificuldades no campo metodológico (Koch, 1998). O que nos aponta a necessidade de trabalhar com seqüências didáticas no campo conceitual multiplicativo;
- Em segundo lugar, os estudos que investigaram o uso da calculadora, podemos observar que: (1) os professores não a utilizam pelo desconhecimento das possibilidades de uso desse instrumento (Moscrosy, 1998); (2) o uso mais efetivo se dá em nível de 2º grau (Nunes e Guimarães, 1994); (3) quando a calculadora é utilizada em sala sua função é apenas de instrumento de cálculo; e (4) tais fatores têm influência direta nas representações que as crianças desenvolvem acerca da calculadora, ou seja, os estudos demonstraram que as crianças percebem a calculadora como um instrumento de cálculo, não como uma ferramenta que possibilita a aprendizagem (Ruthveen, 1994). Além disso, que usar a calculadora seria uma espécie de "trapaça". Tais considerações nos levam a optar por elaborar um estudo envolvendo professores do 1º segmento do Ensino Fundamental; assim como trabalhar com situações de uso efetivo da calculadora.

Bibliografia

- Brasil. Secretaria do Ensino Fundamental (1997). Parâmetros curriculares nacionais: matemática. Brasília: MEC/SEF.
- Brousseau, G. (1997) Em que diferentes enfoques da didática da matemática podem contribuir para aqueles que ensinam? I Seminário Internacional sobre O conhecimento Didático e a tarefa do professor, Recife, PE, pp. 23-35.
- Canôas, S.; Cunha, M^a.C.; Magina, S. & Campos, T. (1998) Similaridades no Pensamento Multiplicativo: Professores e Alunos. Anais do VI ENEM, vol. 2, pp277 - 279, São Leopoldo - RS.
- Da Ponte, J.P. (1995). Novas tecnologias na aula de matemática. Educação Matemática, nº 34, 2º trim., Lisboa, Portugal, pp2-5.
- Groves, S. (1994). The effect of calculator use on third and fourth graders computation and choice of calculating device. PME 18, vol.3, pp 33-41, Lisboa - Portugal.
- Groves, S. (1995). The Tension Between Curriculum Goals and young children's construction of number: one teacher's experience in the calculators in primary mathematics project. PME 19, vol. 3, pp 288-295, Recife - Brasil.
- Koch, N.T.O. (1998) Um Teste de Rendimento de Matemática do 1º grau: no caso, os professores. Anais do VI ENEM, vol.2, pp428 - 430, São Leopoldo - RS.
- Lerner, D. (1997). Aprendizado e o Ensino da Matemática: planos atuais. I Seminário Internacional sobre O conhecimento Didático e a tarefa do professor, Recife, PE, pp.44-60.
- McLaughlin, R.T. (1998). Infusing Technology in to teacher education. Hands On! Vol.21, nº 2.

- Mocrosy, L.F. (1998). Uso de Calculadora em Aulas de Matemática: O que os professores pensam. Anais do VI ENEM, vol. 2, pp 147-149, São Leopoldo - RS.
- Nunes, F. e Guimarães, H.M (1994). Como vamos com os novos programas? O que dizem os professores. Educação Matemática, nº 31, 3º trim., Lisboa: Portugal, pp.27-33.
- Oliveira, I.A.F.G.; Santos, C.A.; Borba, R.E.S.R. (1999). A Construção do significado de problemas de divisão. XIV EPEN – GE - 19, Salvador, 16/18 de jun. (em CD ROOM).
- Ribeiro, F.L.S. Análise dos resultados das avaliações de matemática do SAEB. Relatório da Avaliação de Rede do Município de Maceió. Maceió, 1997, pp
- Ruthven, K. (1994) Pupil's Views of calculators and Calculation. Anais do PME, vol. IV, Lisboa: Portugal, pp. 161 - 169.
- Ruthven, K. (1999) Calculator use by upper-primary pupils tackling a realistic number problem. Anais do PME, vol. IV, Lahti: Finland, pp. 96 - 103.
- Sadovsky, P. (1997). Diferentes Dimensões da análise didática. I Seminário Internacional sobre O conhecimento Didático e a tarefa do professor, Recife, PE, pp. 7-22.
- Saiz, I. & Parra, C. Orgs. (1996). Dividir com dificuldade ou a dificuldade de dividir, in: Didática da matemática: reflexões psicopedagógicas. Artes Médicas, Porto Alegre.
- Sampson, B.C. (1998). Technology for Education, why bother. Hands On!, vol 21, nº 2.

A TRANSPOSIÇÃO INFORMÁTICA NA ENGENHARIA DE SOFTWARES EDUCATIVOS

Franck Bellemain
UFPE - Recife

Há um consenso entre os profissionais das várias áreas envolvidas na criação de tecnologias para a aprendizagem, quanto à necessidade de uma interação estreita entre educação, didática, psicologia cognitiva, ciência da computação etc. Apesar disso, a engenharia de softwares educativos não chegou ainda a ser considerada como uma disciplina tendo seus métodos e conceitos específicos. Nossa posição epistemológica é defender a necessidade de engajar uma ampla reflexão sobre a especificidade da engenharia de softwares educativos, compartilhando e integrando os métodos e conceitos das várias áreas citadas e criando seus próprios métodos e conceitos.

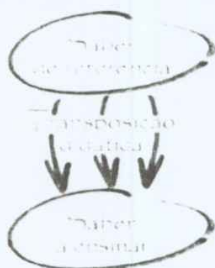
A necessidade dessa reflexão aparece, por exemplo, com a questão da interação entre o aluno e o software que não pode ser resolvida apenas com os métodos da interface homem-máquina. O aluno é um usuário particular que precisa não somente utilizar o software, mas sobretudo construir conhecimentos por meio desse uso. Os conceitos e métodos de interface homem-máquina são específicos quando consideram a interface de um software educativo.

Da mesma forma, a transposição didática (Chevallard, 1991) deve ser adaptada e estendida com a introdução da dimensão informática nesse processo. Essas adaptações e extensões deram origem ao conceito de transposição informática (Balacheff, 1994) que consideramos fundamental na engenharia de software educativos. A transposição didática analisa os fenômenos de transformação do saber de referência em saber a ensinar. A introdução da dimensão informática no estudo destes processos não pode preocupar-se apenas com a encenação do saber a ensinar, uma vez que a introdução do computador participa dessa transformação do saber de referência. Portanto, consideramos primordial investigar a questão da transposição informática, não só do ponto de vista da integração das novas tecnologias no ensino (questão que já vem sendo analisada), mas também do ponto de vista da produção dessas novas tecnologias.

Propomos a abordagem de algumas questões fundamentais no processo de transposição informática para integrar e aproveitar os métodos e conceitos da ciência da computação. Uma delas concerne as representações e as manipulações dos objetos de saber pelo computador e a disponibilização desses elementos para o sujeito. Nessa apresentação discutimos algumas propriedades das representações gráficas com o computador e suas consequências sobre o processo de transposição. A criação da geometria dinâmica (Laborde, 1999) é um exemplo da transposição informática no caso da geometria. A existência da geometria dinâmica através, entre outros, de Cabri-géomètre (Baulac, Laborde & Bellemain, 1988 e Bellemain & Laborde, 1997), participou da introdução de mais geometria nos currículos e de novas situações de aprendizagem.

Transposição didática

Não pretendemos fazer nesse texto mais uma descrição do processo de transposição didática, amplamente abordado nas referências clássicas sobre essa noção (Chevallard, 1985, Arsac, Develay e Tiberghien, 1991, Arsac, Chevallard, Martinand e Tiberghien, 1994). Contudo, destacaremos alguns elementos da transposição didática que parecem, do nosso ponto de vista, particularmente relevantes e discutiremos a integração da dimensão informática neste processo.



A transposição didática apoia-se sobre o postulado enunciando que qualquer comunicação de um saber precisa que ele seja transformado em função da comunidade alvo dessa comunicação. A transposição didática estuda esse processo de adaptação no caso da aprendizagem e, portanto, investiga a transformação de saberes de referência para produzir saberes a ensinar. Esse postulado mostra a importância que os aspectos sociais e a epistemologia do saber têm na transposição didática. Além disso, essa transposição deve também adaptar-se a exigências próprias da aprendizagem, ou seja às condições materiais de ensino e hipóteses de aprendizagem.

Essas exigências, sociais, epistemológicas, materiais, didáticas combinam-se na transposição e têm influências recíprocas entre elas. Do ponto de vista social, o processo de transposição integra as exigências da sociedade⁸ sobre a escola e particularmente sobre o papel dela de formação e integração dos indivíduos nas estruturas socio-econômicas. Por exemplo, a determinação dos conteúdos a ensinar: objetos de saber, saber-fazer, técnicas, ferramentas, etc., depende fortemente de um equilíbrio entre a necessidade de preparar indivíduos cada vez mais operacionais, pragmáticos e especializados e a necessidade de uma formação geral dando os conhecimentos necessários, permitindo uma compreensão e uma capacidade de adaptação para as mudanças da sociedade.

A dimensão epistemológica do processo de transposição aparece naturalmente quando trata-se de determinar os objetos do saber a ensinar. Esses objetos são os conceitos com suas interligações, os sistemas de representação, os problemas fundamentais de emergência dos conceitos e também, os meta-conhecimentos, os métodos, etc. que constituem o saber e que devem ser reorganizados para poder seguir a progressão linear do ensino. Além disso, a reflexão epistemológica sobre o saber traz elementos sobre a razão de ser, os objetivos, a utilidade do saber que influencia a determinação e organização dos conteúdos. Por exemplo, a reforma da matemática moderna, reorganizando os conteúdos ensinados em torno de uma estrutura exclusivamente hierárquica e lógica e a aplicação de uma certa visão epistemológica da matemática.

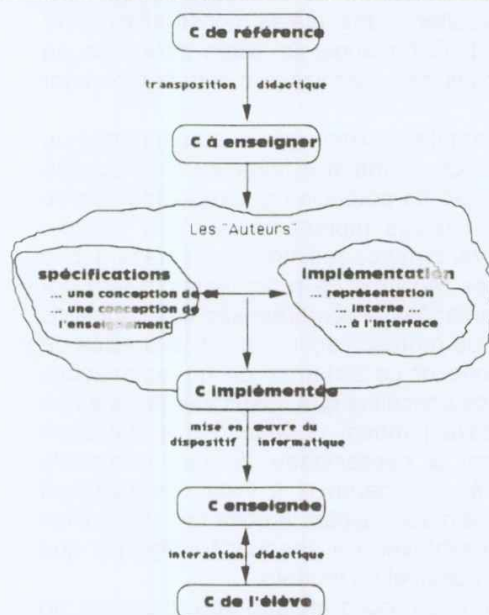
⁸ A sociedade é representada pela noosfera (Chevallard, 1985), constituída das pessoas que pensam sobre a educação: cientistas, educadores, psicólogos, sociólogos, etc.

As reflexões e pesquisas sobre a aprendizagem influenciam a determinação do saber a ensinar, mas, em geral, a integração dessas reflexões no processo de transposição encontra dificuldades. Integrar os resultados de pesquisas sobre a aprendizagem exige em geral uma reformulação do ensino, novos papéis do professor e a necessidade de outras condições materiais de ensino. As condições habituais de ensino ainda são muito mais favoráveis à realização de um ensino tradicional que a qualquer outro tipo de ensino mais inovador. Inclusive o professor, que em geral foi formado por um ensino tradicional, favorece a repetição desse ensino. As vantagens de um ensino tradicional são relativas à gestão coletiva do tempo: o professor tem um melhor controle sobre o desenvolvimento do ensino para todos alunos. Contudo, esse controle não garante que os alunos construam conhecimentos sobre os conteúdos expostos pelo professor e existe uma certa distância entre tempo de ensino e tempo de aprendizagem (Arsac, Develay e Tiberghien, 1990). Uma transposição didática integrando as reflexões sobre a aprendizagem, além de determinar novos conteúdos e novas formas de ensinar esses conteúdos deve considerar a questão da preparação dos professores para essas novas formas de ensino⁹.

Com a introdução da informática no ensino as condições do processo de transposição didática mudam, conseqüentemente as exigências e preocupações da transposição didática vão ter respostas diferentes.

⁹ Consideramos os fenômenos de indução em física (Arsac, Develay e Tiberghien, 1990) e os efeitos Topaze ou Jourdain (Brousseau, 1998) como exemplos de controle do desenvolvimento do ensino pelo professor para garantir que os conhecimentos visados apareçam dentro de situações de resolução de problema, atividade considerada como central para a construção de conhecimentos do ponto de vista da didática. O fenômeno de indução ocorre quando o processo de modelização é completamente guiado para garantir a chegada ao resultado: a fórmula. Essa garantia do resultado se faz quase sempre em prejuízo da compreensão e da construção de um significado dos conceitos em jogo.

Transposição informática



Esquema da transposição informática proposto por Balacheff (1991).

Balacheff (1991) introduz o conceito de transposição informática para caracterizar as modificações do saber a ensinar com sua mediatização através do computador. Ele considera essa transposição informática como um complemento da transposição didática. Mesmo se o trabalho do engenheiro de softwares educativos é quase sempre restrito a esta parte de adaptação e mediatização pelo computador do saber a ensinar¹⁰, acreditamos que existe um forte influência da dimensão informática sobre o processo de determinação do saber a ensinar. Nós acreditamos que as maiores contribuições do computador na educação aparece quando o processo de transposição didática considera a introdução do computador desde do seu início. Por isso, nós consideramos a transposição informática não só como um complemento da transposição didática mas como um processo de transposição didática integrando explicitamente a dimensão informática desde o início.

A introdução da informática na determinação do saber a ensinar tem obviamente uma forte dimensão social. O computador é uma ferramenta inevitável em todos níveis profissionais e a escola deve usá-lo no ensino e prever atividades adaptadas. De um modo geral, a informática favorece a introdução em outras disciplinas de novos objetos a ensinar, é o caso por exemplo, na matemática com a introdução de conceitos de matemática discreta. Além disso, como o computador resolve problemas, dá acesso a muito mais informações e saberes, muito mais rapidamente (internet, CD-ROM) que os canais habituais (livros, TV, etc.), a introdução da dimensão informática na transposição didática exige repensar a estrutura de ensino, os tipos de atividade, os conteúdos ensinados e o papel do professor. Essa nova organização do ensino com a introdução do computador pode apoiar-se sobre uma gestão do tempo diferente, a possibilidade de organizar mais fases individuais e favorecer, de um modo geral, a aproximação entre o tempo de aprendizagem e o tempo de ensino. Na medida que o computador executa algumas tarefas práticas tais como cálculo, construção de figuras, de gráficos, etc., ele permite a organização de mais atividades conceituais. Por exemplo, no ensino da geometria, os softwares de geometria dinâmica cuidam da parte de representação dos objetos, permitindo ao aluno concentrar-se sobre as questões conceituais.

O engenheiro de softwares educativos tem a possibilidade de integrar nos seus desenvolvimentos as reflexões sobre a aprendizagem, supondo possíveis não só as organizações habituais da sala de aula mas também novas maneiras de estruturar o processo

¹⁰ Inúmeros softwares utilizam as potencialidades do computador só para dar uma aparência "multimidiática" a aulas sobre um conteúdo. Essa contribuição do computador para a aprendizagem e a quem da reais possibilidades ofertas, porem tem aspectos positivos. Particularmente, ela favorece:

- uma individualização do ensino que permite uma melhor adaptação do ritmo de ensino ao ritmo do aluno. O tempo de ensino aproxima-se do tempo de aprendizagem.
- o acesso aos conteúdos para quem não tem acesso à escola ou a outras formas institucionais de ensino.

de ensino-aprendizagem. Essa oportunidade para a criação de ambiente de aprendizagem já foi explorada em várias ocasiões: as máquinas de instruir (máquina de Pressey, de Skinner) apoiam-se sobre idéias behavioristas, LOGO é o resultado das idéias construtivistas (e construcionistas) de S. Papert (1980), aluno de Piaget, Cabri apoia-se sobre conceitos da didática. A preparação para administrar as novas situações de aprendizagem com computador é uma passagem obrigatória para o professor.

O computador, com sua potência calculadora, permite a exploração e a construção de conhecimentos sobre novos objetos do saber (fractais, por exemplo) e favorece a introdução desses objetos no ensino. Um outro aspecto da exploração da potência do computador pouco aproveitado é a possibilidade que ele oferece de criar novas representações dos objetos. Balacheff (1999) fala da criação com o computador de verdadeiros registros de representação semiótica no sentido de Duval (1995). A criação desses registros de representação tem por objetivo facilitar, através da manipulação dessas representações, a compreensão dos conceitos representados. A determinação desses novos registros de representação semiótica precisa de um estudo epistemológico aprofundado para poder conhecer os sistemas de representações dos conceitos, suas propriedades e as características dos conceitos que esses vários sistemas destacam. A criação de novos registros semióticos deve também garantir o que Balacheff (1999) chama de vigilância epistemológica, quer dizer a necessidade de que o modelo representado por esse registro seja coerente. A questão da coerência é vista por Balacheff como tendo pelo menos duas dimensões: a completude e a adequação. A completude significa que qualquer objeto construtível com o modelo é representável e a adequação significa que qualquer representação é a representação de um objeto possível do modelo.

A geometria dinâmica é um exemplo de criação de um novo registro de representação semiótico no caso da geometria.

O caso da geometria dinâmica

Apesar de já existirem manifestações antigas de geometria dinâmica, esse conceito foi explicitado com a criação de softwares como o Cabri-géomètre ou Geometer Sketchpad. A geometria dinâmica tem por objetivo fornecer representações dos objetos e relações geométricos que permitem ultrapassar as limitações dos desenhos geométricos¹¹ no ambiente papel-lápis e facilitam a visualização de propriedades geométricas. «Dynamic geometry deals explicitly with configurations, where configurations is a set of figures in the common sense, all sharing the same properties ... » (Laborde, 1999).

Não se trata de discutir aqui a importância da geometria dinâmica para a exploração e a aprendizagem da geometria. Para mais informações sobre a formalização da geometria dinâmica, propomos os trabalhos de Bouhineau (1997), Laborde (1999), Kortenkamp (1999), Channac (1999). Sobre as questões de aprendizagem, os softwares de geometria dinâmica são sempre acompanhados de inúmeras referências. Contudo, queremos ilustrar alguns elementos relativos à coerência das novas representações usando dois softwares que não respeitam da mesma forma os critérios de coerência: Cabri-géomètre e Geometer Sketchpad.

A completude

Na geometria dinâmica, a completude é atingida quando qualquer objeto que pode ser definido com as especificações pode ser representado com o registro de representação da geometria dinâmica.

Por exemplo, a circunferência circunscrita a três pontos não alinhados existe na geometria euclidiana. No caso do Cabri, quando os três pontos são quase alinhados (Fig. 1), a

¹¹ Distinguem-se desenho e figura. A figura é um objeto teórico que representa um conjunto de objetos e relações geométricas, ou seja as especificações da figura. O desenho é uma representação gráfica particular de uma figura. O desenho é limitado para visualizar o caractere geral das propriedades geométricas que são na verdade propriedades de conjunto de desenhos cumprindo as mesmas especificações.

circunferência existe como é especificado no modelo. No caso do Sketchpad, há pelo menos uma posição de não alinhamento dos três pontos tal que a circunferência circunscrita não pode mais ser representada (Fig. 2).

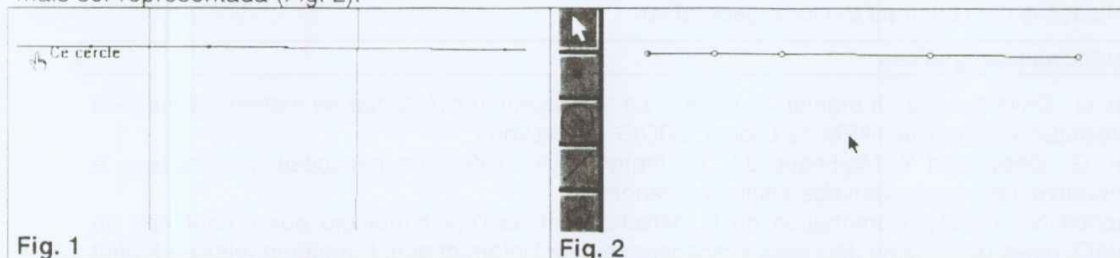


Fig. 1

Fig. 2

A situação acima mostra que a implementação da geometria dinâmica do Geometer Sketchpad não é completa.

A adequação

Um registro de representação é adequado se ele não permite a representação de objetos geométricos que não podem ser definidos no modelo. No exemplo seguinte, é construída uma circunferência circunscrita a três pontos sobre uma outra circunferência. Essas duas circunferências, quando existem, são confundidas (Fig. 4).

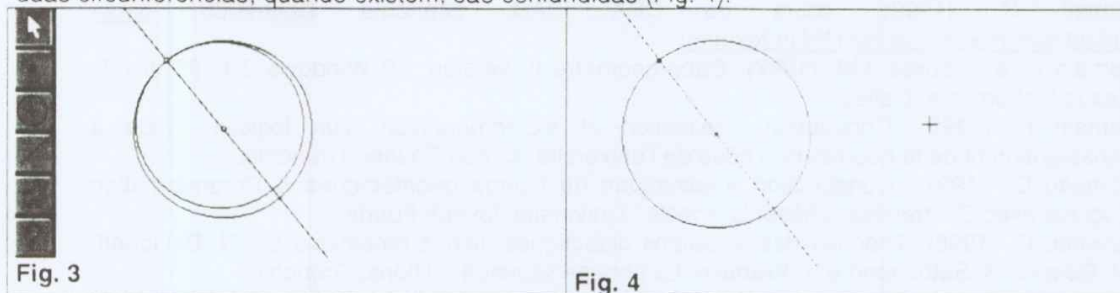


Fig. 3

Fig. 4

Porém não é o caso do Geometer Sketchpad com o qual é possível obter uma figura com duas circunferências distintas (Fig. 3).

O exemplo seguinte mostra uma outra diferença entre os dois softwares: no Cabri-géomètre a representação de um segmento construído com as extremidades sobre um outro segmento aparece incluído nesse segmento (Fig. 6) porém no Geometer Sketchpad aparece distinto (Fig. 5).

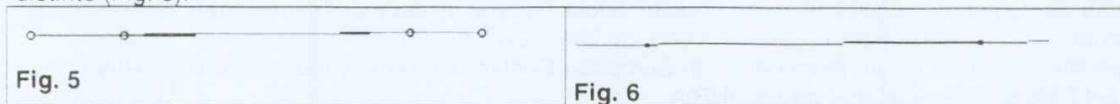


Fig. 5

Fig. 6

Na verdade, problemas deste tipo não são simples. A representação de objetos na tela de um computador utiliza funções básicas de bibliotecas gráficas reservadas mais para usos gerais que para o uso específico da matemática. Para que um software de geometria dinâmica satisfaça às exigências de coerência do registro de representação semiótica, é necessário (re)escrever parte dessas funções básicas. Nesse exemplo da geometria dinâmica, podemos ver a especificidade da transposição informática em relação a transposição didática como integrando os métodos da informática e as reflexões epistemológicas sobre o saber. Essa integração precisa ser feita com cuidado respeitando as exigências dos conteúdos em jogo.

A transposição informática é um dos elementos fundamentais da engenharia de softwares educativos. Do nosso ponto de vista, é nesse processo que as contribuições maiores do computador à educação podem ser determinadas. Consideramos mesmo que o sucesso de ambientes como Logo ou Cabri é em parte o resultado de uma reflexão sobre como o

computador pode participar na transposição do saber em saber a ensinar criando novos registros de representação semióticos. Na diferença dos ambientes que adaptam ou mediatizam o saber a ensinar e que vão ser dependentes da transposição didática e suas modificações com o tempo e o local geográfico.

Referências bibliográficas

- Arsac G., Develay M. e Tiberghien A. (1990), *La transposition didactique en mathématiques, en physique, en biologie*, IREM de Lyon e LIRDIS, UCB Lyon I.
- Arsac G., Chevallard Y. Martinand J.L. e Tiberghien A. (1994), *La transposition didactique à l'épreuve*, La pensée sauvage éditions, Grenoble.
- Balacheff N. (1991), Contribution de la didactique et de l'épistémologie aux recherches en EIAO, actes des 13ème Journées Francophones sur l'Informatique, Formation Intelligemment Assistée par Ordinateur, Genève, paginas 9-38.
- Balacheff N. (1994), *La transposition informatique. Note sur un nouveau problème pour la didactique. Vingt ans de didactique des mathématiques en France*, La pensée sauvage éditions, Grenoble. 364-370.
- Baulac Y., Laborde J.M. & Bellemain F. (1988), *Cabri-Géomètre, un logiciel d'aide à l'enseignement de la géométrie*, Logiciel et manuel d'utilisation, version 1.0, Macintosh de Apple, Nathan-Logiciels, Paris.
- Balacheff N. (1999), cours de DEA EIAH, Grenoble 1999-2000, www-didactique.imag.fr/CoursEIAH/index.html
- Bellemain F. & Laborde J.M. (1997), *Cabri-géomètre II*, version 1.0 Windows 3.1, 95 et NT, Texas-Instruments, Dallas.
- Bellemain F. (1992), Conception, réalisation et expérimentation d'un logiciel d'aide à l'enseignement de la géométrie. Thèse de l'université Joseph Fourier. Grenoble.
- Bouhineau D., (1997), Construction automatique de figures géométriques & Programmation Logique avec Contraintes, Thèse, Grenoble : Université Joseph Fourier
- Brousseau G. (1998), Théories des situations didactiques, textos recolhidos por N. Balacheff, M. Cooper, R. Sutherland e V. Warfield, La pensée sauvage éditions, Grenoble.
- Channac S., (1999), Conception et mise en œuvre d'un système déclaratif de géométrie dynamique, Thèse, Grenoble : Université Joseph Fourier
- Chevallard Y. (1985), *La transposition didactique, du savoir savant au savoir enseigné*, La pensée sauvage éditions, Grenoble.
- Jackiw N., *Geometer Sketchpad*, Key Curriculum Press,
- Kortenkamp U., (1999), *Foundations of Dynamic Geometry*, dissertação submetida para obter o grau de Doutor de ciências técnicas, Zurich : Swiss Federal Institute of Technology.
- Laborde J.M., (1999), Some issues raised by the development of implemented Dynamic Geometry as with Cabri-géomètre, 13th European Conference on Computational Geometry, 15-17 Mars 1999, Antibes-France : INRIA
- Papert S. (1980), *Mindstorms: children, computers and powerful ideas*, Basic Books, New York.

TECNOLOGIA E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

Janete Bolite Frant
CEDERJ- Centro Universitário de Educação a Distância¹²

Abstract

The introduction of computer technology in school mathematics, particularly in Geometry, brought back a discussion about proofs. Many topics are related to this issue: student's conceptions of proof; intuitive proof; axiomatic proof; usage of technology to enhance proof skills in Geometry, among others. In this paper, I focus on the idea of using CABRI as a media for promoting student's proof skill and, I also discuss the difference between teachers and students needs of proofing. Based on cognitive science findings, semantic field model and argumentative strategy model, I argue against the idea of using geometry software to promote a smooth passage from intuitive, pictorial or informal proof to axiomatic proof because, in Geometry, there are two radically different fields of meaning production for proof: one deals with movement and the other is static. Since they are not always consistent there is, if exists any, rather a complex path than a simple path relating both approaches.

Resumo

A introdução de computadores na sala de aula, em particular na geometria, traz a tona a velha discussão sobre provas e demonstrações. Alguns tópicos são elencados tais como: concepções dos estudantes, provas intuitivas, prova axiomática, o uso de tecnologia para desenvolver a habilidade de provar em geometria. Nesta apresentação quero discutir a idéia de provas com o uso do CABRI e a diferença entre o significado de provar para o aluno e para o professor. Fundamentada teoricamente nas pesquisas em ciência cognitiva, no modelo dos campos semânticos e no modelo de estratégia argumentativa defendo a tese de que em geometria existem duas formas, radicalmente distintas de produzir significado para prova, uma lida com movimento (intuitiva) e outra é estática (formal). Afirmo que se existe alguma relação entre elas, essa relação é extremamente complexa e não uma simples passagem do intuitivo para o formal.

A FORMAÇÃO DE PROFESSORES PARA O USO DE NOVAS TECNOLOGIA PARA O ENSINO DE MATEMÁTICA

José Castro Filho
UFC

Introdução

Pesquisas recentes em Informática Educativa e Educação Matemática têm mostrado a relevância de software educativo para aprendizagem de conceitos matemáticos (Confrey, 1992). No entanto, maioria das escolas, a utilização de programas educativos é superficial e aquém das possibilidades dos programas. Essa realidade é causada em parte pela falta de experiência do professor na utilização dos programas, aliada à complexidade de manipulação dos programas, o que tem levado muitos cursos de formação de professores a optarem somente pela formação no uso do computador (Hurst, 1994). Um problema com essa abordagem é que o desenvolvimento conceitual e o desenvolvimento de habilidades com tecnologia são tratados em separados. Um outro obstáculo que reforça o uso do computador em atividades desvinculadas de sala de aula é a preparação dos professores com relação ao

¹² Parte deste trabalho foi apresentado no ICME 9-Tokyo no TSG de Proofs coordenado por Paolo Boero. Contando com financiamento parcial da FAPERJ sob número

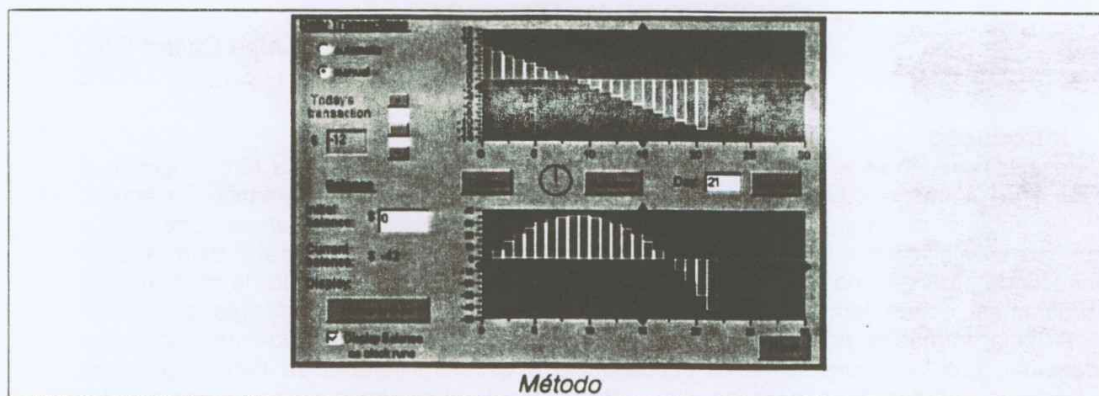
conteúdo matemático, considerada aquém do desejado (Even, 1993). Portanto, novas tecnologias para o ensino da matemática também devem possibilitar o desenvolvimento conceitual por parte do professor.

O presente trabalho discute um trabalho desenvolvido com professores no uso de uma ferramenta computacional chamada de Diagramas Interativos, um conjunto de aplicativos em Java (Java applets) projetados para permitirem a investigação de conceitos em matemática e ciências (Confrey, Castro-Filho and Maloney, 1997). Os Diagramas Interativos são simples de instalar e de usar, não requerendo nenhum treino extensivo em tecnologia. Portanto, ao utilizá-los, os professores podem concentrar-se nos aspectos pedagógicos e do conteúdo, ao invés de aspectos tecnológicos. Mais detalhes sobre os métodos e resultados serão fornecidos após a descrição do Diagrama Interativo.

O Diagrama Interativo Conta Bancária

O Diagrama Interativo Conta Bancária (doravante chamado apenas de Conta Bancária) objetiva a exploração dos conceitos de taxa de variação e acumulação no contexto de operações bancárias comuns como depósitos e retiradas. O conceito de taxa de variação representa a razão entre duas quantidades, mais especificamente a relação entre a variação de uma medida e a variação do intervalo de tempo passado durante a variação da medida (Gomes, 1995). As idéias de taxa de variação e acumulação são fundamentais para a compreensão de problemas mais complexos envolvendo o cálculo diferencial e integral (Wilhelm, Confrey, Castro-Filho, & Maloney, 1999). No caso do Conta bancária, a taxa de variação é representada por operações diárias (depósitos ou retiradas), que podem ser atualizados interativamente através de botões. A taxa de variação pode ser acumulada para gerar gráficos de saldo vs tempo. A Tela do Conta Bancária mostrada na figura 1 apresenta dois gráficos, um de operações diárias e outro do saldo por dia. O gráfico de saldo por dia não pode ser produzido diretamente. Um gráfico de operações diárias vs. tempo tem de ser produzido a fim de que o gráfico de saldo vs. tempo possa ser atualizado. Isso permite o estudo da relação entre dois gráficos. O usuário pode investigar idéias intuitivas sobre integral ao acumular quantidades para produzir gráficos de saldo por dia, ou pode analisar gráficos de saldo por dia para produzir gráficos de operações diárias.

Figura 1 – Tela do Diagram Interativo Conta Bancária.



Participantes

O estudo foi realizado em uma escola urbana de ensino médio (high school) de Austin, Texas, EUA. Oito professores de matemática estavam implementando um currículo introdutório

sobre funções e sistemas de equações na disciplina Álgebra I. A abordagem diferia do método tradicional uma vez que os alunos eram introduzidos ao estudo de funções a partir de situações-problema e o estudo de gráficos e só posteriormente eram introduzidos na manipulação de equações (Castro-Filho, 2000). O presente estudo reporta resultados relativos a quatro desses professores, Roberto, Rosa, Teresa e Felipe, durante uma lição com o Conta Bancária. Todos os quatro professores já haviam ensinado Álgebra I anteriormente e já haviam explorando o Diagrama Interativo em duas ocasiões durante um treinamento com todos os professores da escola. No entanto, essa era a primeira vez que eles estavam trabalhando com essa abordagem e com essa tecnologia para ensinar. Anterior ao uso do Conta Bancária, os professores e alunos haviam trabalhado com gráficos qualitativos usando sensores de movimentos e calculadoras gráficas programáveis para desenvolver noções intuitivas sobre o coeficiente de inclinação de uma reta. Conta Bancária foi usado como transição entre uma noção qualitativa de inclinação para uma noção mais quantitativa.

Procedimento e análise dos resultados

Por se tratar de uma investigação exploratória, métodos qualitativos de pesquisa foram utilizados. Os dados foram coletados por meio de entrevistas e observações. Todos os quatro professores participaram de entrevistas antes e após o término da lição com o Conta Bancária. Essas entrevistas tiveram como base, uma variação do método clínico-piagetiano denominado *voice and perspective* (Confrey, 1994). Os pesquisadores também realizaram observações e anotações durante a aulas com o uso do Conta Bancária pelos professores e alunos. Foi observado como a atividade foi introduzida, que conceitos e representações foram enfatizados e quais as dificuldades os professores apresentaram no uso do programa bem como na explicação dos conceitos matemáticos envolvidos. Além das observações, as aulas também foram filmadas e posteriormente transcritas para análise.

A análise também baseiou-se em métodos qualitativos. Utilizou-se um processo de codificação e construção de categorias denominado método da comparação constante (Strauss & Corbin, 1998). Através desse esquema, uma série de códigos para categorizar os dados são criados. Usando esses códigos, todos os dados foram classificados em códigos semelhantes quando se relacionavam com o mesmo tema. Esses códigos iniciais sofreram modificações para acomodar novos dados e temas que apareceram durante a análise. Ao final, chegou-se a um sistema para descrever e representar as principais idéias encontradas nos dados. Algumas dessas idéias serão apresentadas abaixo.

Resultados

No processo de análise de dados, diversas temas foram encontrados. A seguir apresentamos aqueles relacionadas ao conhecimento matemático dos professores demonstrado durante a implementação da lição com o Conta Bancária¹³.

Relacionando Conta Bancária com o o conhecimento sobre funções do 1º grau

Um aspecto encontrado na análise de dados foi como os professores relacionaram o uso do Conta Bancária com o estudo de funções lineares. Em entrevistas anteriores os professores já haviam demonstrado um sólido conhecimento a respeito do uso de equações para modelar os tipos mais comuns de problemas envolvendo funções do 1o. grau. Isso também foi evidenciado durante o uso do conta bancária para modelar problemas com depósitos ou retiradas constantes. Durante as lições, os professores constantemente relacionaram os depósitos ou retiradas constantes com o coeficiente de inclinação da reta, conforme é ilustrado no segmento abaixo:

¹³ Para uma descrição mais completa dos resultados, consultar Castro-Filho (2000).

Rosa¹⁴: [discutindo um gráfico de saldo vs. tempo que foi produzido a partir de um gráfico de depósitos constantes] Ok, vocês vêem algum...

E1: Padrão? [falando ao mesmo tempo que Rosa]

Rosa: Padrão?

Es: Sim. Está aumentando diariamente. [referindo-se ao gráfico de saldo]

Rosa: Sim, está aumentando. Esse aumento é constante?

Es: Sim.

Rosa: E o que significa essa constante aqui?

[Após alguma discussão, os alunos afirmam:]

Es: A inclinação [Slope, no original].

Rosa: Sim, a inclinação. Ela é constante. Nunca muda. Sua inclinação terá uma taxa constante. Para cada dia que você se move, seu saldo aumenta dez [dólares]. No segundo dia, mais dez [dólares] e assim por diante.

O segmento acima revela que Rosa procurou guiar os alunos para estabelecerem conexões entre os depósitos constantes e a idéia de inclinação de uma reta (slope). Discussões semelhantes foram observadas com todos os professores tanto em entrevistas quanto durante as aulas. A última sentença mostra um outro aspecto interessante que foi observado em todos os quatro professores. A conexão entre o contexto de operações bancárias e o contexto de movimentos retilíneos com velocidade constante. Embora sutil no segmento acima, essa conexão foi usada por todos os professores em várias ocasiões durante as entrevistas e aulas. Os segmentos abaixo ilustram esses usos:

Roberto: Eu achei muito interessante o fato do currículo abordar inclinação de uma reta [slope] de muitas maneiras diferentes. Como os problemas de velocidade [versus tempo] e posição [versus tempo]. Ou como no Conta Bancária.

Teresa: Conta Bancária é a mesma coisa [que sensores de movimento] só que com dinheiro. Então o gráfico do saldo é como o da posição e o gráfico de operações é como o de velocidade.

Felipe: [durante uma discussão com outros professores] Para cada movimento, há um ponto final. Por exemplo, você adiciona ou retira do banco, você tem um saldo total. Portanto, independente de como você se movimenta, sempre irá haver uma posição, um saldo.

Esses exemplos mostram como os professores interpretaram gráficos de taxas em função do tempo como gráficos de velocidade vs. tempo ou operações diárias vs. tempo. O mesmo foi observado com gráficos de acumulação em função do tempo, os quais foram tratados simultaneamente como gráficos de distância vs. tempo ou gráficos de saldo vs. tempo. Esses resultados sugerem que os professores tinham um bom conhecimento dos casos envolvendo depósitos ou retiradas constantes e foram capazes de fazer conexões importantes entre o conhecimento na lição específica com o Conta Bancária e os objetivos do currículo. Sempre que os problemas envolviam esse tipo de transação, os professores descreveram ou desenharam de forma bastante precisa os gráficos de transações diárias vs. tempo e saldo vs. tempo. Os professores também escreveram equações para modelar as situações.

Apesar dessas importantes conexões, os professores apresentaram dificuldades ao interpretar situações envolvendo taxas de variação não constantes. Ao mesmo tempo, essas dificuldades conceituais apresentaram oportunidades ímpares de reflexão e aprendizagem para esses professores. Esse tema será discutido a seguir.

¹⁴ Os segmentos foram editados por motivo de espaço, mas o sentido deles não foi alterado. E1 refere-se a um estudante enquanto Es refere-se a vários estudantes.

Dificuldades e oportunidades de aprendizagem

Durante as observações e entrevistas foram encontrados evidências de algumas dificuldades acerca de taxa de variação quando as situações não envolviam taxas (depósitos ou retiradas) constantes. Em algumas classes, os professores tiveram dificuldades em relacionar essa atividade com o estudo de funções, particularmente como utilizar a noção de inclinação (slope) positivo, negativo ou zero para analisar funções não-lineares. Essa dificuldade foi sendo superada ao longo do trabalho, principalmente durante as reflexões com os pesquisadores e outros professores.

Uma outra dificuldade apresentada pelos professores foi a concepção errônea de prever um saldo decrescente (uma acumulação decrescente) quando há uma transação decrescente (taxa decrescente) mas que permanece positiva. Em outras palavras, os professores confundiram depósitos decrescentes e positivos, com retiradas. Essas dificuldades produziram importantes oportunidades de aprendizagem para os professores. Em geral, nas entrevistas após a lição com o Conta Bancária, os professores discutiram as dificuldades sentidas durante a resolução de problemas envolvendo taxas não constante. Essa discussão em geral conduziu os professores a refletirem sobre a sua própria compreensão. Em geral, a sequência de prever o gráfico no papel, testar a previsão no computador e refletir sobre possíveis inconsistências parece ter sido fundamental para o desenvolvimento de importantes insights sobre idéias matemáticas.

Discussão

Os resultados apresentados mostram que mesmo professores com um sólido conhecimento formal de matemática podem não ter tido a chance de explorar essas idéias a um nível mais conceitual (Bowers & Doerr, 1998). As dificuldades apresentadas pelos professores mostram como o currículo escolar em geral direciona os professores e alunos a lidar com uma gama limitada de gráficos e situações. Ao invés de analisar gráficos com relação à taxa de variação, os diferentes tipos de gráficos são estudados de maneira isolada (funções lineares, quadrática, etc.) e sem estabelecer relações entre gráficos. Isso limita o desenvolvimento conceitual não só de alunos mas também de professores.

Os resultados também sugerem que o Conta Bancária pode ser um catalisador para um maior desenvolvimento conceitual dos professores e um maior uso de computadores e tecnologia integrada ao currículo escolar. O fato de que o Conta Bancária é uma ferramenta de fácil utilização possibilitou que os professores o integrassem em seu uso cotidiano. Mesmo sendo simples, ele permitiu a investigação de importantes idéias matemáticas, e criou oportunidades para que os professores refletissem sobre sua compreensão e aprendizagem de idéias matemáticas. Portanto, aplicações como o Conta Bancária podem se constituir numa estratégia de transição para um posterior uso de ferramentas computacionais mais complexas.

Referências

- Bowers, S. B., and Doerr, H.M. (1998). Investigating teachers' insight into the mathematics of change. In Berenson, S., et al. (Eds.) *Proceeding of the Twentieth Annual Meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*. (pp. 789-795). Columbus, OH: The ERIC Clearinghouse for Science, Mathematics, and Environmental Education.
- Castro-Filho, J. (2000). *Teachers, Math and Reform: An investigation of Learning in Practice*. Unpublished doctoral dissertation. University of Texas at Austin.
- Confrey, J. (1992). Using computers to promote students' inventions on the function concept. In S. Malcom, L. Roberts, & K. Sheingold (eds.). *The year in school science 1991*. (pp. 141-174). Washington, DC: American Association for the Advancement of Science.

- Confrey, J. (1994). Voice and perspective: hearing epistemological innovation in students' words. *Revue des Sciences de L'education*, 20(1), pp. 115-133.
- Confrey, J. , Castro-Filho, J., and Maloney, A. (1997). Interactive diagrams: A new learning tool. In Dossie, J. A. , Swafford, J. O. , Parmantie, M. , and Dossey, A. E. (Eds.) *Proceedings of the Nineteenth Annual Meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*. Columbus, OH: ERIC Clearinghouse for Science, Mathematics, and Environmental Education.
- Even, R. (1993). Subject-matter knowledge and pedagogical content knowledge: prospective secondary teachers and the function concept. *Journal of Research in Mathematics Education*, 24(2), 94-116.
- Gomes, A. S. (1995). Concepções e Representações de Relações entre Quantidades. Dissertação de Mestrado. Universidade Federal de Pernambuco.
- Hurst, D.S. (1994). Teaching technology to teachers. *Educational Leadership*, 51(7), 74-76.
- Strauss, A. and Corbin, J. (1998). *Basics of Qualitative Research: Techniques and procedures for developing grounded theory*. Thousand Oaks, CA: Sage Publications.
- Wilhelm, J. Confrey, J., Castro-Filho, J., and Maloney, A. (1999). Interactive diagrams to address key student conceptions in mathematics. In D. Thomas (Ed.). *Proceedings of M/SET 99 [CD-ROM]*. San Antonio, Texas: Association for the Advancement of Computing in Education.

JOGOS DE ESTRATÉGIA VIA COMPUTADOR NA INTRODUÇÃO DE CONCEITOS MATEMÁTICOS EM SALA DE AULA

Josinalva Estacio Menezes
UFRPE

Resumo

O presente trabalho corresponde a uma proposta de roteiro de atividade para a introdução de conceitos em aulas de matemática, utilizando os jogos constantes em revistas de CD ROM, amplamente divulgadas e largamente adquiridas pelos estudantes. Assim, serão apresentados objetivos e regras para os estudantes no momento da apresentação do jogo, juntamente com perguntas sobre o mesmo, direcionadas para a introdução daquele conceito, a partir de um roteiro de trabalho a ser elaborado pelo professor. Um modelo poderá ser apresentado para cada um dos jogos selecionados, bastante conhecidos.

ABSTRACT

The present work corresponds to a proposal of activity route for the introduction of concepts in mathematics classes, using the constant games in magazines of CD ROM, thoroughly disclosed and broadly acquired by the students. Thus, objectives and rules will be presented for the students in the moment of the presentation of the game, together with questions on the same addressed for the introduction of that concept, starting from a work route to be elaborated by the teacher. A model can be presented for each one of the selected games, plenty known.

Com a utilização cada vez mais constante da informática no nosso dia-a-dia, torna-se urgente e necessário incorporar o uso do computador, nos processos de formação do indivíduo. Vários esforços em diversas direções têm sido feitos e testemunhados, e amplas discussões sobre o assunto têm sido desenvolvidas.

Já podemos verificar uma série de trabalhos sobre experiências com o uso do computador em sala de aula, apresentadas principalmente em encontros a nível local, nacional ou internacional a respeito. Uma das direções é a criação e difusão de softwares e CD-ROMs sobre educação em geral, e sobre jogos em particular. Observa-se, no entanto, que a maioria das publicações sobre jogos, incluindo os de estratégia (ou raciocínio), limita a orientação quanto ao seu uso puramente para diversão.

Este trabalho surgiu, a partir de uma pesquisa, feita para investigar como alunos de 3º grau, cursando Licenciatura em Matemática mobilizavam conceitos matemáticos em jogos de estratégia via computador.

Inicialmente, listamos os conceitos mobilizados pelos citados alunos e, a estes, acrescentamos outros conceitos conhecidamente presentes na estrutura de tais jogos. Em seguida, estudamos cuidadosamente as transcrições de cada sessão de jogo, a fim de fazer um levantamento das estratégias utilizadas, juntamente com as possibilidades de utilização em sequência didática; depois, elaboramos um conjunto de atividades para serem desenvolvidas pelos alunos.

Finalmente, elaboramos um roteiro de trabalho, para ser desenvolvido em sala de aula com computadores, ou laboratório de computação, sob a coordenação/supervisão/apoio do professor. Seguem, alguns dos modelos das atividades que foram elaborados.

Apenas para contextualizar o trabalho, definimos jogo de uma pessoa aquele no qual o jogador tem um objetivo a atingir, e ganhará o jogo quando o fizer; no jogo de duas pessoas, jogam dois, ou uma pessoa contra o computador, este último com jogadas programadas.

1. OX – Jogo de duas pessoas

Configuração inicial: um tabuleiro quadriculado onde cada jogador, na sua vez de jogar, imprimirá sua marca, sendo um "X" para um e um "O" para outro.

Objetivo: alinhar cinco símbolos iguais no sentido horizontal, vertical ou diagonal antes do oponente.

Regras: Joga um jogador de cada vez; na sua vez de jogar, o jogador imprime no quadradinho escolhido a sua marca, e passa a vez para o outro jogador. Ganha o jogo quem primeiro atingir o objetivo.

Encaminhamentos: A partir de que configuração é possível afirmar que o próximo a jogar vencerá o jogo?

Até que configuração é possível impedir que o adversário vença?

Você descobriu alguma estratégia de vitória?

Qual o número mínimo de jogadas necessárias para vencer o jogo?

Você mobiliza alguma idéia matemática para jogar? Em caso afirmativo, qual?

Como essas idéias são mobilizadas durante o jogo? Que relação existe entre essas idéias e o que está acontecendo no jogo?

2. QUADOMINO – jogo de uma pessoa

Configuração inicial: Tabuleiros quadrados formados por quadradinhos menores. Peças quadradas do tamanho dos quadradinhos divididas nas diagonais em quatro triângulos dentro de cada qual haverá um número distinto dos seus vizinhos.

Objetivo: Dispor as peças no tabuleiro de modo que dois triângulos de lado comum tenham o mesmo número.

Regras: É possível mudar as peças de lugar após coloca-las no tabuleiro; após retirar uma peça no tabuleiro, é possível recolocá-la no mesmo lugar.

Encaminhamentos: É possível montar o quadomino sem trocar peças? Em caso afirmativo, como é feito?

É possível montar o mesmo quadomino de maneiras diferentes? Em caso afirmativo, quantas e quais são? Em caso negativo, por que?

Cada peça do quadomino tem um local fixo? Explique.

Existe alguma peça ou local por onde necessariamente se deve começar a montagem do quadomino? Por que?

Você mobiliza alguma idéia matemática para jogar? Em caso afirmativo, qual?

Como essas idéias são mobilizadas durante o jogo? Que relação existe entre essas idéias e o que está acontecendo no jogo?

3. CONNECT 4 – jogo de duas pessoas

Configuração inicial: Um tabuleiro com espaços circulares formando linhas e colunas onde, a partir da linha inferior, os espaços serão preenchidos de baixo para cima com as peças, que são discos a serem inseridos nos espaços circulares em duas cores, uma para cada jogador.

Objetivo: alinhar quatro discos de mesma cor em seqüência vertical, diagonal ou horizontal, antes do oponente.

Regras: joga um jogador de cada vez; na sua vez de jogar, o jogador escolhe uma coluna, onde vai localizar o seu disco, que vai preencher o último espaço vazio que houver na coluna escolhida, a partir de baixo, e passa a vez para o outro jogador.

Encaminhamentos: Até que configuração é possível impedir que o adversário vença?

Existe alguma situação a partir da qual é impossível evitar que o adversário vença? Em caso afirmativo, qual? Em caso negativo, por que?

Existe uma estratégia a partir da qual, desde o início do jogo, a vitória esteja garantida para algum dos jogadores?

Existe algum número mínimo de jogadas necessárias para vencer o jogo?

Você utiliza alguma idéia matemática para jogar? Em caso afirmativo, qual? Como essas idéias são mobilizadas durante o jogo? Que relação existe entre essas idéias e o que está acontecendo no jogo?

4. PENTOMINO – jogo de uma pessoa

Configuração inicial: um tabuleiro composto por um retângulo formado por sessenta quadradinhos, nas opções 4X15, 3X20, 5X12 ou 6X10.

Objetivo: Cobrir o tabuleiro com 12 peças diferentes (os pentominos) formadas por 5 quadradinhos cada.

Regras: uma peça não poderá se sobrepor à outra; é possível mudar a posição da peça, retirá-la do tabuleiro para recolocá-la, ou girar a peça para encaixar.

Encaminhamentos: É possível montar o pentamino sem trocar ou girar peças? Em caso afirmativo, como é feito?

É possível montar o mesmo pentomino de maneiras diferentes? Em caso afirmativo, quantas e quais são? Em caso negativo, por que?

Cada peça do pentomino tem um local fixo? Em caso negativo, qual seria outra forma de montar o pentomino?

Existe alguma peça ou local por onde necessariamente se deve começar a montagem do pentomino? Por que?

Você mobiliza alguma idéia matemática para escolher suas jogadas? Em caso afirmativo, qual, ou quais? Como essas idéias são mobilizadas durante o jogo?

Que relação existe entre essas idéias e o que está acontecendo no jogo?

5. GOLD HUNT – jogo de uma pessoa

Configuração inicial: um campo totalmente verde dividido em quadradinhos delimitados por pontos nos seus vértices. Os níveis de dificuldade, que ao três, aumentam à medida que os quadradinhos diminuem de tamanho, aumentando de quantidade.

Objetivo: Descobrir, no mínimo de palpites possível, onde está escondido o ouro, que consiste em um disco dourado, o qual aparece quando é localizado o quadrado que o cobre.

Regras: O jogador tem vinte palpites para descobrir debaixo de qual quadrado está escondido o ouro. Cada vez que o palpite estiver errado, o jogador receberá uma informação que dirá a quantos passos (quadrinhos) o jogador está do ouro, em qualquer direção – vertical, horizontal, diagonal, ou combinação da última com uma das outras duas - e aparecerá no local apontado um disco vermelho. Se o jogador não encontrar o ouro após os vinte palpites, receberá a informação de onde estava o ouro, aparecendo um disco amarelo no quadrado correspondente.

Encaminhamentos: Existe um número mínimo de palpites necessários para se encontrar o ouro? Em caso afirmativo, qual? Como chegou a essa conclusão?

Você utiliza alguma idéia matemática para escolher seus palpites? Em caso afirmativo, qual(is)? Que relação existe entre essas idéias e o que está acontecendo no jogo?

6. TORRE DE HANÓI – jogo de uma pessoa

Configuração inicial: Um base retangular sobre a qual estão três pinos, e em um destes encaixadas sete peças de tamanhos diferentes, dispostas da maior para a menor a partir da base.

Objetivo: transportar a torre de um pino para outro no menor número possível de movimentos possível.

Regras: deve-se transportar uma peça de cada vez; uma peça maior não deve ficar sobre a menor.

Encaminhamentos: Qual o número mínimo de movimentos para transportar essa torre? O número de movimentos é alterado quando a torre é transportada para o outro pino?

Acrescentando uma peça à torre, em quanto aumentaria o número de movimentos?

Existe alguma relação matemática entre o número mínimo de jogadas necessárias para transportar uma torre, e o número necessário para transportar a torre acrescida de uma peça?

Existe alguma relação entre estes números e o que ocorre no jogo? Em caso afirmativo, qual?

Você utiliza alguma idéia matemática para escolher suas jogadas? Em caso afirmativo, qual ou quais?

Como você mobiliza essas idéias?

Que relação existe entre essas idéias e o que está acontecendo no jogo?

7. AZTEC CURSE - jogo de uma pessoa

Configuração Inicial: Um tabuleiro em forma de flor tendo o miolo e cada uma das seis pétalas a forma de um hexágono regular, onde vão ser colocados sete hexágonos divididos em seis triângulos equiláteros, cada um com um algarismo de um a seis, ou uma cor diferente.

Objetivo: Montar a figura em forma de flor, colocando nos espaços (as pétalas e o miolo) os hexágonos ;

Regras: É possível girar a posição dos hexágonos ou retirá-los do tabuleiro para mudar a posição; cada giro corresponde a 60 graus.

Encaminhamentos: Algum hexágono em particular deve ser colocado primeiro?

Deve existir algum lugar especial para onde deve ir o primeiro hexágono?

Como escolher e posicionar os hexágonos seguintes a partir do primeiro?

Existe algum processo de montar direto a figura, sem mudar nenhum hexágono de lugar?

Que idéias matemáticas você mobilizou para jogar?

De que maneira você mobilizou essas idéias?

Que relação existe entre cada conceito ou idéia mobilizada e o que está acontecendo no jogo?

8. CUBIC - jogo de uma pessoa

Configuração Inicial: Cubo tridimensional, sendo cada face dividida em 9 cubos dispostos em três linhas e três colunas, que giram nos sentidos ortogonais, ou seja, cada linha ou coluna gira mudando de face.

Objetivo: Deixar cada face do cubo inteiramente com uma só cor.

Regras: Após dar vários giros de modo que as faces do cubo fiquem com várias cores cada uma, o jogador movimenta o cubo em qualquer direção em torno de uma face escolhida;

É possível desmanchar a jogada feita.

Encaminhamentos: Existe um número mínimo de movimentos necessários para tornar cada face do cubo inteiramente de uma só cor?

Existe alguma sistemática para escolher a sequência da face que se quer uniformizar?

Partindo do início, é possível encontrar um procedimento para atingir o objetivo, sem desmanchar jogadas?

Você mobiliza alguma idéia matemática para jogar? Em caso afirmativo, qual? Qual a relação entre essas idéias, e o que está ocorrendo no jogo?

9. KNIGHT - jogo de uma pessoa

Configuração Inicial: Um tabuleiro de jogo da velha, isto é dividido em três colunas e três linhas formando quadrados. Quatro peças, que podem ser cavalos ou fichas, duas (dois) de cada cor.

Objetivo: Trocar as duas peças de uma mesma cor com as outras duas.

Regras: Usar o movimento do cavalo do jogo de xadrez para movimentar cada peça, ou seja, a peça será deslocada dois quadrados numa direção, e um quadrado na perpendicular.

Cada quadrado só pode ser ocupado por uma peça de cada vez, o que significa que quando o jogador quiser por uma peça num quadrado ocupado, primeiramente desocupa o quadrado, para depois colocar a peça desejada.

Encaminhamentos: Existe algum número mínimo de jogadas necessárias para alcançar o objetivo? Em caso afirmativo, qual? Qual o caminho percorrido?

A posição que a primeira peça vai ocupar é importante?

Existe outra maneira de atingir o objetivo com o mesmo número de jogadas?

Você mobiliza alguma idéia matemática para jogar? Em caso afirmativo, qual(os)? Qual a relação entre cada idéia e o que ocorre no jogo?

10/11 .PUZZLE/SLIDE - jogo de uma pessoa

Configuração Inicial: Uma figura dividida em 15 quadrados, formando quatro linhas por quatro colunas/ Um tabuleiro dividido em 16 quadrados com quatro linhas e quatro colunas, contendo os numerais de uma a 15, ficando sempre um quadrado vazio.

Objetivo: Após desarrumar as peças da figura/desordenar os números, deve-se recolocá-las/los no local inicial.

Regras: Para remontar a figura inicial, desloca-se cada peça fazendo-as ocupar o quadradinho vazio, o qual será, a cada jogada, ocupado por um quadradinho que será deslocado.

Encaminhamentos:

Qualquer configuração inicial dada pode ser recolocada na inicial? Por que?

Existe um número mínimo de deslocamentos necessários para atingir o objetivo? Em caso afirmativo, qual?

Você mobiliza alguma idéia matemática para jogar? Em caso afirmativo, quais? Qual a relação entre cada idéia e o que acontece no jogo?

12. QUEENS - jogo de uma pessoa

Configuração Inicial: Um tabuleiro quadrado dividido em 16 quadrados. Quatro peças correspondendo a rainhas de jogo de xadrez.

Objetivo: Dispor quatro rainhas no tabuleiro quadrado, de modo que duas rainhas não ocupem uma mesma linha, coluna ou diagonal.

Regras: É possível tirar uma rainha do local onde for posta, e recolocá-la no mesmo local ou noutro qualquer; isso conta como um movimento.

Encaminhamentos: É possível fazer a distribuição de modo que nenhuma rainha precise ser remanejada? Em caso afirmativo, como? Em caso negativo, por que?

Existe outra maneira de dispor as rainhas no tabuleiro? Em caso afirmativo, quais são? Em caso negativo, por que?

Você mobiliza alguma idéia matemática para escolher suas jogadas? Em caso afirmativo, quais? Qual a relação entre cada idéia e o que ocorre no jogo?

Realizando essas atividades com estudantes de todos os níveis, observamos a associação entre mobilizar conceitos matemáticos e o desenvolvimento do jogo, onde se interpreta o que acontece no mesmo à luz do raciocínio matemático que é desenvolvido. Assim esperamos, com este trabalho, que os professores possam lançar mão de mais um recurso de ensino, recurso esse que possa vir a ser um facilitador da introdução de novos conceitos matemáticos. Esperamos também que possa levar ao aluno novas idéias em matemática de maneira mais leve, sem formalidade, mais inserida no contexto atual das tendências em Educação Matemática, utilizando talvez uma linguagem tal mais próxima do mesmo, portanto mais fácil de assimilar.

Acreditamos que um aprofundamento nas pesquisas referentes a essas idéias poderão nos fornecer maiores e mais seguros elementos para solidificar um trabalho mais amplo numa área de trabalhos dentro da Educação que desperta tanto interesse atualmente, como esta em questão.

UMA ANÁLISE DA ADAPTAÇÃO DOS PROFESSORES DAS SÉRIES INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL EM UM NOVO CONTEXTO PARA O ENSINO DE GEOMETRIA

Lulu Healy

Ana Paula Jahn

Tania Maria Mendonça Campos

PROEM, PUC/São Paulo

Introdução

Este artigo considera o uso de um software de geometria dinâmica, o Cabri-Géomètre, na Matemática das séries iniciais do Ensino Fundamental. Nossas preocupações centram-se na análise de como as diferentes características deste software são incorporadas (ou não) na prática dos professores e como estes lidam com as mudanças na sala de aula, decorrentes dessa incorporação.

Espera-se que a adição de qualquer artefato novo para uma situação de ensino possa perturbar o equilíbrio existente. No caso dos computadores, a modificação da prática rotineira provavelmente será especialmente grande – somente a introdução das máquinas pode mudar radicalmente a dinâmica de sala de aula em termos, por exemplo, de utilização do espaço, do papel de professor e dos padrões de trabalho dos alunos. Quando, além disso, são também consideradas novas abordagens e novas representações para objetos geométricos fornecidos por um software como Cabri-géomètre, fica claro que a integração desta nova e poderosa ferramenta na sala de aula de matemática requerirá, necessariamente, um processo complexo de adaptação por parte dos professores que escolhem introduzi-la. Talvez seja

exatamente esta complexidade que impeça muitos professores de tentarem iniciar este processo de integração e explique o fato de que, apesar de o acesso a esta tecnologia estar continuamente aumentando, o seu uso atualmente em matemática não cresce com a mesma velocidade (Andrew, 1997; Artigue, 1998).

Para os professores que realmente aceitam este desafio, Laborde (1998) sugere que as noções Piagetianas de assimilação e acomodação podem ser úteis como metáforas para analisar como a sua prática de ensino é afetada. Ela descreve três possíveis reações para perturbações associadas à introdução de novas tecnologias. Primeiramente, essas perturbações podem ser ignoradas (reações tipo *alpha*) e, neste caso, o mesmo conteúdo é desenvolvido usando a mesma abordagem e exercícios meramente transferido para o computador. O segundo tipo de reação, *beta*, envolve uma reorganização parcial do sistema didático e as novas possibilidades trazidas pelo software são assimiladas nas práticas existentes de forma local. Laborde considera que é apenas por intermédio do terceiro tipo de reação *gamma*, que a verdadeira integração é alcançada e um novo estado de equilíbrio é alcançado. No caso de Cabri-géomètre, a reação tipo *gamma* implica o reconhecimento e a acomodação para todas as mudanças que a geometria e sua aprendizagem sofrem com o uso do software.

Neste artigo, pretendemos descrever um projeto de pesquisa em que trabalhamos com um grupo de nove professores das séries iniciais do Ensino Fundamental de uma escola de São Paulo, e suas tentativas de desenvolver e avaliar atividades Cabri para o uso em sua sala de matemática. O embasamento citado acima é usado para a análise do processo de adaptação dos professores deste grupo ao uso de Cabri-géomètre.

2. O Projeto, a Escola e os Professores

O trabalho relatado neste artigo faz parte do projeto de pesquisa *Espaço e Forma*. Com duração de três anos, o projeto uniu um grupo de pesquisadores da PUC-São Paulo e professores das séries iniciais do Ensino Fundamental da cidade de São Paulo para colaborar na construção de uma nova abordagem no ensino da geometria de 1ª a 4ª séries. O principal objetivo do projeto foi transformar a maneira que a geometria era vista e ensinada nos primeiros quatro anos escolares. Nos segundo e terceiro anos do projeto, um subconjunto de professores e pesquisadores formaram um grupo para aprender a usar o software e para desenvolver atividades a serem aplicadas em suas salas de aula. Esperávamos que a interação dos professores com seus próprios alunos ao usar Cabri-géomètre apoiaria ambos na construção das noções geométricas.

Consideramos que há sempre conhecimento nas ações de um professor (mesmo nas ações usuais ou mecânicas) e que deve existir reflexão sobre estas ações, de maneira a entender, transformar e fazer delas bases para futuras ações. A metodologia adotada nesses diferentes passos do projeto foi "ação-reflexão-ação". Neste processo, o ponto de partida é a prática do professor, a teoria emerge de reflexões sobre esta prática, o professor se torna seu ator, reorientando e construindo novos conhecimentos (Schön, 1997).

3. A Experimentação Cabri: Parte Um, introdução

No primeiro ano da Experimentação Cabri, a idéia era de que nós, os pesquisadores, desenvolveríamos as atividades para que os professores pudessem se apropriar de todas as ferramentas Cabri e, ao mesmo tempo, ampliar seus entendimentos relacionados a conceitos geométricos. Uma vez que os professores se sentiam confiantes para manipular o software, esperávamos que eles modificassem nossas atividades para usar com seus próprios alunos.

Na prática, esta abordagem se tornou menos eficiente do que imaginávamos. A preocupação dos professores, desde o início, era o uso em sala de aula, enquanto o nosso era o conteúdo geométrico. Esta falta de encadeamento fez com que os professores não se apropriassem verdadeiramente das atividades como se elas fossem suas próprias, e a primeira reação ao pensamento de integração em sala de aula foi de grande resistência.

4. A Experimentação Cabri: Parte 2, na sala de aula

Vimos que foi necessário mudar nossa abordagem para dar maior importância à integração em sala de aula. Em vez de os pesquisadores agirem como "engenheiros de tarefas", este papel foi delegado aos professores e, toda semana, duas atividades Cabri (uma para estudantes de 7 e 8 anos, e outra para estudantes entre 9 e 11 anos) foram criadas para complementar sua própria sala de aula. Toda semana, as respostas dos alunos para as atividades eram também discutidas e se tornavam considerações importantes para confecção de novas tarefas.

Ao longo do projeto, observamos as mudanças no tipo de atividades criadas pelos professores. Essas mudanças ilustravam o processo de adaptação pelo qual cada professor passou e as transições representativas na sua visão de ensino e aprendizagem de geometria, que foram portanto examinadas em alguns detalhes.

Fase 1: Cabri como "reforço"

No primeiro conjunto de atividades criadas pelos professores, sua reação à inclusão do computador em situações de ensino podem ser classificadas como *tipo alpha* e as atividades desenvolvidas incorporaram as seguintes características:

- ênfase em respostas uniformes;
- uso de roteiros bem detalhados;
- reaplicação de atividades estáticas com papel e lápis;
- reforço de idéias já estudadas no contexto papel e lápis.

Fase 2: Assimilando Cabri

A natureza das atividades criadas pelos professores gradualmente se desenvolveram de modo a incluir as seguintes características:

- considera as definições geradas pelos estudantes;
- encoraja os estudantes a tomarem decisões sobre as estratégias de resolução do problema;
- exploram os processos dinâmicos possibilitados por Cabri;
- introduzem e investigam novas idéias geométricas.

A maioria dos professores, apesar de nem todos, passaram do tipo alpha para reações do tipo beta.

6. Considerações finais

Em resumo, a evolução das atividades é consistente com a passagem da visão da aprendizagem em geometria como reprodução e memorização para uma visão de ensino de geometria como devolução de situações de aprendizagem para o estudante. Entretanto, ao final

do projeto, nenhum dos professores usava Cabri de maneira completamente integrada, como visava Laborde (1998).

Referências

- Andrews, T. (1997). Information technology in the mathematics national curriculum: policy begets practice? In *British Journal of Educational Technology*, n. 28 (4), pp. 244-256.
- Artigue, M. (1998) Teacher training as a key issue for the integration of computer technologies. In Tinsley, D. & Johnson, D. (eds.) *Information and Communication Technologies in School Mathematics*. London: Chapman & Hall, pp. 121-129.
- Laborde, C. (1998) Vers un Usage Banalisé de Cabri-Géomètre avec la TI 92 en Classe de Seconde: Analyse des facteurs de l'intégration. In Guin, D. (ed.) *Calculatrices symboliques et géométriques dans l'enseignement de Mathématiques*. IREM de Montpellier, France, pp. 79-94.
- Schön, D. A. (1997) Formar professores como profissionais reflexivos. In Nóvoa, A. (coord.) *Os professores e a sua formação*. Lisbon: Dom Quixote, 3a ed., pp. 77-91.
- Valente (1999) *O computador na Sociedade do Conhecimento*. São Paulo: NIED.

ASPECTOS TEÓRICOS E METODOLÓGICOS DA PESQUISA DO GPIMEM

Marcelo de Carvalho Borba¹⁵
UNESP, Rio Claro-SP

Introdução

Desde 1993 o GPIMEM¹⁶ -Grupo de Pesquisas em Informática, outras Mídias e Educação Matemática - tem se dedicado a pesquisar questões relativas à presença da informática em diversos domínios da Educação Matemática. Temos pesquisado como se dá tal uso em múltiplas investigações, utilizando diferentes metodologias, perguntas, e ambientes de pesquisa. Neste artigo eu esboçarei considerações sobre a relação entre esses vários componentes da pesquisa e como que eles se articulam e ganham corpo dentro das concepções teóricas que usamos para lidar com as perguntas relativas ao nosso tema de investigação. As noções de redes de ação, "ressonância" e seres-humanos-com-mídias serão explicitadas ao longo do artigo com o intuito de articular as pesquisas desenvolvidas pelo GPIMEM. Esse grupo tem, ultimamente, tem ultimamente centrado esforços na área de Educação a Distância via Internet. Exemplos ligados às diversas facetas desse movimento realizado pelo grupo serão brevemente relatados.

As pesquisas do GPIMEM

Ao longo desses anos o GPIMEM tem se colocado diversas perguntas. Souza (1996) indaga sobre a forma como os alunos utilizam a calculadora gráfica para estudar funções do 2º grau. Borba (1997) mostra como que alunos em sala de aula utilizam essas calculadoras para expressar gráfica e algebricamente as relações entre germinação de sementes e temperaturas. Esse grupo de alunos mostrava como um trabalho na linha da modelagem, pedagogia onde os

¹⁵ Professor do Departamento de Matemática, Coordenador da Pós-Graduação em Educação Matemática e do GPIMEM - Grupo de Pesquisa em Informática, outras Mídias e Educação Matemática, UNESP, Rio Claro - SP. E-mail: mborba@rc.unesp.br.

¹⁶ O GPIMEM estuda a relevância de computadores, calculadoras gráficas ou outros tipos de mídia na Educação Matemática. Home-page: <http://www.igce.unesp.br/igce/pgem/gpimem.html>

problemas a serem investigados são escolhidos fundamentalmente pelos alunos, ganha novos contornos quando tecnologias informáticas são utilizadas. Tal exemplo, dentre outros, serve para que perguntas envolvendo a relação entre tecnologias e pedagogias sejam tematizadas. Zanin (1997) discute como que um software, como o LOGO, pode ser usado em uma escola que disponibiliza recursos informáticos mas é rígida em relação ao cumprimento da grade curricular. Em nível especulativo, já que não há evidências em seu estudo, Zanin (1997) atribui parte dessa rigidez à pressão dos pais. Da Silva (2000) tematiza a posição dos pais sobre o uso de informática em sua pesquisa. Ela entrevista diversos pais cujos filhos fizeram parte da turma de alunos estudada por Zanin. Já Penteado Silva (1997) desenvolveu longo trabalho de campo em uma escola voltada para Educação infantil e as quatro primeiras séries do ensino fundamental em um momento bastante particular: era introduzida a informática nessa escola. A autora discute como que os diversos atores da escola, administradores, professores e alunos se reorganizam com a chegada dos "atores informáticos". Finalmente, Villarreal (1999) estuda de forma detalhada como um tipo desses atores, os estudantes, pensa sobre conceitos do cálculo ao usar o software Derive. Mais recentemente Borba e Gracias (2000) e Penteado¹⁷ têm estudado diferentes facetas da Educação a Distância. Borba e Gracias (2000), a partir de uma disciplina de pós-graduação em Educação Matemática oferecida através da Internet, e Penteado, através de um projeto que envolve uma rede de professores trabalhando colaborativamente com pesquisadores e futuros professores na organização e elaboração de atividades didático-pedagógicas. Nesse tipo de trabalho, cujo objetivo é expandir o uso da Informática na sala de aula, Penteado tem construído, através de relações presenciais e via internet, um modo de interagir com professores que desejem utilizar as novas tecnologias em sua prática profissional, sem ser através dos usuais cursos.

As perguntas e temas estudados pelo GPIMEM, parcialmente sumarizadas acima, fazem parte de uma concepção de pesquisa integrada. Entendo que para que se compreenda um fenômeno como a presença da informática na Educação (Matemática) é necessário que se desenvolva uma rede de ações de pesquisa como a que desenvolvemos, entrelaçando-a com outros nós de uma rede mais abrangente de pesquisas desenvolvidas por grupos ou indivíduos. Entendo que um seminário como esse, organizado pela SBEM, tem exatamente a função de conectar as teias, tecidas por grupos como o que pertencemos, com outras, para que possamos realizar novos projetos. É necessário também que discutamos como podem ser essas redes, já que uma rede de pesquisas como a nossa não é caracterizada apenas por um agrupamento de pesquisas sobre o mesmo tema, é necessário que a integração se dê também sobre o tipo de pergunta escolhida e a metodologia de pesquisa.

Pergunta de Pesquisa e Metodologia

Acredito que perguntas de pesquisa e metodologia escolhidas andam juntas. Em outras palavras, não creio que o pesquisador pense em uma pergunta, em uma dada manhã, e pela tarde vá à estante onde estão as diversas metodologias de pesquisa e escolha a mais adequada à sua pergunta. Creio que tal asserção é ainda mais válida se metodologia for tomada no sentido mais restrito de procedimentos de pesquisa, como fazem alguns autores. No sentido mais amplo, englobam os procedimentos e visão do que é conhecimento.

Aqui é importante realçar a noção de ressonância posta por Lincoln e Guba (1990). Esses autores enfatizam a necessidade de haver uma coerência entre a visão de conhecimento e os procedimentos adotados. Citam como exemplo, que uma visão behaviorista de conhecimento é consistente com procedimentos de pesquisa que enfatizam o uso de teste e análise estatística dos mesmos, assim como visões epistemológicas que enfatizam a compreensão estarão em harmonia com procedimentos qualitativos que enfatizam as formas como os estudantes pensam e não os resultados obtidos. Tal "sintonia", entre os diversos

¹⁷ <http://www.rc.unesp.br/igce/matematica/interlk/interlink.htm>

elementos de uma pesquisa é estendida por mim para a própria natureza das perguntas feitas e, como sugerido por eles, para a própria pedagogia que escolhemos para pesquisar.

Assim creio que, nas pesquisas do GPIMEM, as perguntas e metodologia surgem de forma integradas sem ser possível a detecção de uma ordem cronológica. Há entretanto uma busca pela coerência. Se tivéssemos perguntas que girassem em torno da sentença "a informática melhora o ensino e a aprendizagem da matemática" teríamos que buscar outros tipos de metodologia de pesquisa, evidenciando formas de medir tal melhora, mesmo que no limite pudéssemos utilizar métodos qualitativos. Ao privilegiarmos uma noção de conhecimento baseada na compreensão, as perguntas e os métodos - baseados em filmagem, entrevistas gravadas, experimentos de ensino, onde o pensamento dos estudantes é modelado por pesquisadores que agem como "professores particulares" - se harmonizam e interagem, permitindo que façamos pesquisas de cunho marcadamente epistemológico e outras de cunho tipicamente pedagógico.

Assim, realizamos experimentos de ensino onde é possível se pensar como o conhecimento é desenvolvido quando diferentes mídias são utilizadas. Em tais pesquisas as propostas pedagógicas que são desenvolvidas para esses experimentos e/ou para a sala de aula são postas também como objeto de investigação e são reformuladas de forma constante. Por outro lado, essas propostas são investigadas em sala de aula, ao lado de propostas mais abertas, como aquela da modelagem, onde uma seqüência didática é substituída por uma ordem que tem forte influência do interesse dos alunos. Em ambos os casos, o papel das diversas tecnologias é discutido. Como será visto mais adiante, as próprias concepções teóricas sobre tecnologia interagem com a parte de procedimentos, apontando caminhos de como ver transformações associadas à tecnologia. Antes que seja discutida, de forma mais precisa, a metodologia de pesquisa no sentido mais amplo, ou seja, epistemológico e político, apontarei como que as pedagogias estão em ressonância com o tipo de pesquisa que fazemos e com nossa visão de tecnologia.

Pesquisa e Pedagogia

Assim como uma pergunta não determina uma metodologia, mas a condiciona, não há uma relação biunívoca entre pesquisa e pedagogia a ser investigada. Dessa forma, eu investigo modelagem (Borba et al., 1999), dentre outros motivos, porque é uma metodologia que pessoalmente abraço e sobre a qual quero ver limites e possibilidades. Um outro motivo é que ela me possibilita tornar algumas de minhas atividades de ensino na UNESP como parte de minhas atividades de pesquisa. Mas há também a questão da ressonância entre a pedagogia e a metodologia de pesquisa.

A modelagem pode ser vista como uma pedagogia essencialmente aberta, onde alunos trabalham com temas diversos, escolhidos por eles e negociados com o professor. Em tal enfoque, os alunos chegam a pontos diferentes, experimentam partes diferentes da vida em geral, e da matemática em particular, sendo um pressuposto que pessoas diferentes chegarão a pontos diferentes. A socialização do que foi aprendido pelos grupos é feita somente através da apresentação dos trabalhos deles e através do papel de "comentarista" do professor, que busca então relacionar a diversidade dos grupos com os temas centrais da ementa de um dado curso. Tal aspecto da modelagem fica em ressonância com uma metodologia de pesquisa, baseada na compreensão de processos, como a praticada pelo GPIMEM. É dessa forma que estudo a relação entre informática e modelagem (Borba et al., 1999; Borba, 1999).

Essa característica da modelagem praticamente impede que se adote uma metodologia de pesquisa marcada pela quantificação de resultados de testes, uma tradição ainda de vulto na psicologia da Educação (Matemática) e que ganha novo fôlego na Educação (Matemática) com a importância política que tem sido dada aos testes no debate educacional: SAEB, ENEM

e Provão. Como era de se esperar, esses testes passam a influenciar as pesquisas feitas e também as pedagogias.

Também temos investigado como que a natureza do que é um problema aberto se modifica quando uma nova interface tecnológica como o CBR é acoplada a outra como a calculadora gráfica (Borba, 1999). O sensor eletrônico permite que o corpo daquele que investiga explicita o seu papel de destaque no coletivo que investiga. Assim tenho visto como que alunos do curso de Biologia relacionam o movimento do próprio corpo com gráficos cartesianos, abrindo caminho para que a pesquisa sobre representações múltiplas na área de funções se transforme. Nilce Fátima Scheffer (vide esses anais), membro desse grupo, tem agora desenvolvido pesquisas com alunos de 8ª série utilizando parte das atividades pedagógicas desenvolvidas nesse estudo anterior. Ao reconhecermos o realce da questão do corpo, novos caminhos metodológicos, tanto na parte referente à noção de conhecimento como a de procedimentos, têm sido desenvolvidos dentro de nosso grupo de pesquisa.

Esses exemplos, creio, ilustram como que pedagogia e metodologia de pesquisa interagem, ao mesmo tempo em que interagem com as perguntas que direcionam nossas pesquisas.

Um outro aspecto dessa relação é abordado indiretamente por Skovmose e Borba (2000), onde é realçada a importância de pesquisar o que não existe. Nesse artigo é apresentado a importância de se pensar em designs de pesquisa onde a situação que não está dada pode ser estudada. Assim, não basta apenas a estudar o "retrato de como está a sala de aula", mas sim, pensar em estudar possíveis cenários de mudança. Em particular, no artigo citado, é enfatizado um outro nó dessa rede entre pesquisa, pergunta e pedagogia que aqui é tecida: a ideologia do pesquisador. Esse tema, entretanto, não será aqui aprofundado. Ao invés disso, para finalizar o artigo discutiremos a ressonância entre referencial teórico, pergunta, metodologia e pedagogia.

Seres-humanos-com-mídias

Ao longo dos 7 anos de existência do GPIMEM nossas pesquisas têm levado alguns de nós a, baseado em autores como Lévy (1993, 1999) e Tikhomirov (1981), desenvolver a noção de seres-humanos-com-mídias como "sujeito epistêmico". Esse construto visa enfatizar o papel da mídia na construção do conhecimento. Dessa forma, o sujeito que constrói conhecimento tem sempre, além de outros humanos, uma dada mídia moldando o conhecimento. A oralidade, a escrita e as diversas faces da informática têm sido o centro de nossas análises, na medida em que buscamos ver que problemas podem ser propostos para que sejam desenvolvidos por sistemas coletivos formados por seres-humanos e diversas mídias.

Assim ao pensarmos pedagogia pensamos nesse construto teórico, da mesma forma que tal construto se constituiu na medida em que descobríamos a informática educativa e a relacionávamos com práticas educativas anteriores fundamentadas estritamente na escrita e na oralidade. Desse modo, trabalhamos a modelagem enfatizando o aspecto comunicacional das mídias informáticas e pensamos o enfoque experimental-com-tecnologia como uma proposta pedagógica que enfatiza o gerar de conjecturas matemáticas feitas a partir de dois aspectos fundamentais de mídias informatizadas como as calculadoras gráficas: a experimentação e a visualização.

Dessa forma, o cerne da questão teórica está articulado com a pedagogia e está também articulado com a metodologia de pesquisa. Como foi colocado no início desse artigo, nossas perguntas podem ser agrupadas em torno da preocupação do papel das novas tecnologias nesses coletivos pensantes formados por humanos e mídias. O construto teórico seres-humanos-com-mídias serve também de norte para a parte metodológica, na medida em que parte da análise dos dados consistem em identificar o que está sendo possível ser feito a partir das possibilidades oferecidas pela disponibilidade dessa nova mídia. Mostramos em

vários exemplos (Borba et al, 1999; Gracias e Borba, 2000) como as calculadoras gráficas desempenharam papéis relevantes nos dados analisados. Na medida em que tal possibilidade de articulação entre metodologia de pesquisa e teoria se mostrava clara, as perguntas também começavam a ser moldadas por tal relação, como pode ser visto em Penteado e Borba (2000).

Considerações Finais: a Educação a Distância como objeto de investigação

Nesse artigo busquei ilustrar como que um problema tão complexo, como uso de informática na Educação Matemática, pode ser investigado a partir de diversas pesquisas que se completam e se instigam. Essas pesquisas podem ser vistas como uma rede de ações nas quais, ao mesmo tempo que compreendemos a partir de nossa subjetividade como se dá a inserção das novas tecnologias na escola, buscamos estudar o que *não havia*, a informática presente na Educação, e com isso contribuimos, enquanto grupo, para que tal presença se afirme nas escolas e universidade onde atuamos.

Para que essa rede de ações se constitua enquanto tal, sugiro que seja necessário não só um aglutinado de pesquisas, mas uma articulação entre elas e dentro de cada uma delas, envolvendo perguntas, metodologias de pesquisa e referencial teórico.

Tal rede de ações é extremamente dinâmica, na medida em que os projetos que nos envolvemos e as demandas que nos são colocadas modificam nossas perspectivas teóricas e nossas perguntas. Em Penteado e Borba (2000) ilustramos como isso se deu a partir de um projeto que desenvolvemos em um dado momento do grupo. Esse projeto de extensão, associado às pesquisas feitas, deu um grande impulso para que, por exemplo, Borba e Gracias (2000) passassem a investigar as possibilidades de um curso via Internet de Educação Matemática, baseado em relações síncronas e assíncronas. Nesse curso - mediado por chat, lista e home-page utilizada como mural - buscamos continuar tecendo essa rede de ações, pensando que variações temos que adotar em termos de foco da pergunta, metodologia de pesquisa e referencial teórico, ao adotarmos como objeto de pesquisa a "Educação Matemática a Distância". No momento estamos em uma relação inicial com essas questões e ainda não é possível escrever de forma sintética e específica sobre esse tema, embora já pareça razoável afirmar que estamos mais próximos de vivenciar um "novo tipo de linguagem" que viria a ser o correlato da linguagem escrita para essa nova mídia informática.

É possível dizer, entretanto, em nível mais geral, que temos observado relações semelhantes às já tematizadas por outros autores. Por exemplo tem sido argumentado que nesse tipo de interação a distância há um certo tipo de engajamento social e cognitivo. Social no sentido de que as idéias e conjecturas são formuladas e compartilhadas com outras pessoas. Essas pessoas, por sua vez, enviam comentários, sugestões e opiniões, atividades que auxiliam na elaboração e redação de suas próprias idéias e conjecturas. Esse trabalho de criticar e lidar com as críticas, de organizar suas idéias e conjecturas e colocá-las de modo coerente na forma escrita ajuda na compreensão e exige um trabalho intelectual. Neste sentido, esta interação ativa o processo intelectual (Harasim et al., 1997). Por outro lado, não é possível que se deixe de considerar a possibilidade de engajamento de todos ao mesmo tempo, no caso do *chat*, por exemplo. Não há uma regra onde cada um só pode falar na sua vez, e sua fala deve estar voltada para o foco da discussão. Há uma nova forma de comunicação interativa, onde diversos temas sobre o assunto central vão surgindo ao mesmo tempo, pois as idéias e discussões seguem com certa rapidez. Tenho também, me inspirado na noção desenvolvida por Penteado (in Penteado e Borba, 2000) de *Zona de Risco*, na qual ela discute os riscos que os professores se expõem ao trabalhar com as novas tecnologias. Assim, em uma reflexão inicial sobre os dados, sugiro que há modificações no risco que os alunos-professores se permitem correr em um curso a distância, como o ministrado por mim. A própria constituição desse novo sujeito se modifica nesse tipo de interação.

O engajamento social e cognitivo se dá de modo interativo e dinâmico, com pouca ou quase nenhuma linearidade. Assim, ilustramos as idéias de Lévy (1993), que entende a integração do computador às tecnologias intelectuais como uma nova tecnologia da inteligência, na medida em que se abrem novas opções de engajamento social e cognitivo através de interações dinâmicas e não lineares, permitindo novas formas de estruturação de experiências e, conseqüentemente, um novo tipo de pensamento.

Baseados em Lévy (1999), entendemos que um coletivo pensante pode se formar a partir deste tipo de interação, criando comunidades que podem superar questões relativas ao espaço, na medida em que houver interesses comuns. No nosso caso, é a Educação Matemática quem age como veículo para a formação de uma comunidade virtual formada por pesquisadores e professores, livres dos constrangimentos colocados, ou limites impostos, pelo espaço.

É assim que a Educação a Distância também inspira novas mudanças em nossa rede de ação provocando novas configurações no GPIMEM, seja em sua estrutura, nas perguntas de pesquisa que persegue, em suas metodologias de pesquisa e nas pedagogias e interfaces tecnológicas utilizadas.

Bibliografia

- BORBA, M.C. Graphing Calculator, Functions and Reorganization of the Classroom. In: BORBA, M.C. et al. (Ed.). *Proceedings of Working Group 16 at 8th International Congress of Mathematical Education (Sevilla, Espanha, 1996) - The role of technology in the Mathematics classroom*. Rio Claro:Unesp, 1997. p. 53-60.
- BORBA, M.C. Lo que debemos llevar para el siglo XXI: el caso de las funciones. *UNO - Revista de Didáctica de las Matemáticas*, n. 22, p. 45-54, out. 1999.
- BORBA, M.C.; GRACIAS, T.A.S. *Informática e Educação Matemática*. In: Anais da 23ª Reunião Anual da Associação Nacional de Pós-Graduação e Pesquisa em Educação [CD] 2000.
- BORBA, M.C.; MENEGHETTI, R.C. G.; HERMINI, H. A. Modelagem, Calculadora Gráfica, Interdisciplinaridade na sala de aula de um curso de Ciências Biológicas. In: BORBA, M.C. *Calculadoras Gráficas e Educação Matemática* (Ed.). Rio de Janeiro: Universidade Santa Úrsula: Mestrado em Educação Matemática, vol 6, Série Reflexão em Educação Matemática. 134 p. 1999.
- DA SILVA, H. *A Informática em aulas de Matemática: a visão das mães*. Rio Claro, 2000. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Universidade Estadual Paulista.
- GRACIAS, T.A.S.; BORBA, M.C.. Explorando possibilidades e potenciais limitações de calculadoras gráficas. *Revista Educação e Matemática*, n.56, p. 35-9, jan./fev. 2000.
- HARASIM, L.; HILTZ, S.R.; TELES, L.; TUROFF, M. *Learning Networks* (3ª ed). Massachusetts: The MIT Press, 1997.
- LÉVY, P. *As tecnologias da inteligência: o futuro do pensamento na era da Informática*. Rio de Janeiro: Editora 34, 1993.
- LÉVY, P. *A inteligência coletiva: por uma antropologia do ciberespaço* (2ª ed.). São Paulo: Edições Loyola, 1999.
- LINCOLN, Y. S. e GUBA, E.G. *Naturalistic inquiry*. Newburg Park: Sage Publications, 1990.
- PENTADO, M.G. Possibilidades para a formação de professores de Matemática. In: PENTADO, M.G.; BORBA, M.C. (Org). *A Informática em Ação: formação de professores, pesquisa e extensão*. São Paulo: Olho d'Água, 2000.
- PENTADO, M.G.; BORBA, M.C. (Org). *A Informática em Ação: formação de professores, pesquisa e extensão*. São Paulo: Olho d'Água, 2000.

- PENTEADO SILVA, M.G. *O computador na perspectiva do desenvolvimento profissional do professor*. Campinas, 1997. 127p. Tese (Doutorado em Educação) - Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas.
- SKOVSMOSE, O.; BORBA, M.C. Research methodology and critical mathematics education. Centre for Research in Learning Mathematics at the Royal Danish School of Educational Studies, Roskilde University Centre and Aalborg University, Denmark, *Pre-Print Series*, n. 18, 2000.
- SOUZA, T.A. *Calculadoras gráficas: uma proposta didático-pedagógica para o tema funções quadráticas*. Rio Claro, 1996. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Universidade Estadual Paulista.
- TIKHOMIROV, O.K. The Psychological consequences of computerization. In? WERTSCH, J.V. (Ed.) *The concept of activity in soviet psychology*. New York: M.E.Sharpe. Inc, 1981, p. 256-278.
- VILLARREAL, M. *O pensamento matemático de estudantes universitários de cálculo e tecnologias informáticas*. Rio Claro, 1999. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Universidade Estadual Paulista.
- ZANIN, A.C. *O Logo na sala de aula de Matemática da 6ª Série do 1º grau*. Rio Claro, 1997. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Universidade Estadual Paulista.

INFORMÁTICA NA EDUCAÇÃO E FORMAÇÃO DE PROFESSOR NO BRASIL

Marilena Bittar

Universidade Federal de Mato Grosso do Sul

Neste artigo nos propomos a discutir como a formação de professores de Matemática no Brasil está (ou não) trabalhando a introdução das novas tecnologias no ensino. Nossa pesquisa mostra que, de modo geral, cabe aos professores e diretores de escolas a tarefa de se atualizarem e se prepararem para o uso desta nova ferramenta. Mostramos também que, sem um trabalho adequado com os professores, o uso do computador pode ser feito de modo automático, não provocando nos alunos mudanças que possam permitir evolução na construção do conhecimento. Terminamos o artigo discutindo dispositivos de formação (inicial e continuada) de professores que possam sensibilizá-los para o uso consciente do computador auxiliando no processo de ensino e aprendizagem.

Para se pesquisar como os futuros professores estão sendo preparados para o uso do computador em sala de aula, começamos estudando a composição dos cursos de licenciatura em Matemática. Estes cursos são compostos de 4 anos, nos quais o aluno (futuro professor) deve habilitar-se nos conteúdos relativos à Matemática e nos conteúdos específicos de preparação para o magistério, diferentemente do que acontece em alguns países europeus nos quais, primeiro, forma-se na disciplina específica, no caso a Matemática e, em seguida, faz-se 2 anos de preparação para o magistério.

Foram tomados como exemplos currículos de algumas licenciaturas de universidades brasileiras. A grande maioria destes currículos não contempla uma disciplina que enfoque o uso do computador com fins pedagógicos. Aparece, neste momento, a primeira dificuldade que encontramos neste tipo de pesquisa sobre currículos, que é o acesso aos mesmos, e, mais ainda, aos detalhes destes currículos (tais como o conteúdo e o enfoque específico de cada disciplina), pois não existe uma diretriz única para estas licenciaturas, nem mesmo recomendações oficiais sobre a formação do futuro professor¹⁸. Entretanto, percebe-se que de

¹⁸ Esta pesquisa foi realizada em 1999, antes da publicação dos Novos Parâmetros Curriculares.

modo geral não há diferenças significativas entre as diversas licenciaturas em matemática existentes no Brasil.

A abertura existente nos currículos permite que uma licenciatura não tenha uma disciplina inteira dedicada ao uso da informática na educação, o que não significa que este tema não seja tratado em outra disciplina. Por outro lado, o fato de haver uma disciplina cujo título mostra uma preocupação com o tema não garante um trabalho real sobre a informática aplicada à educação. Citamos o exemplo de uma licenciatura na qual consta no currículo obrigatório a disciplina "informática aplicada à educação". Esta disciplina é de responsabilidade do departamento de computação, o que leva a formular a hipótese de que o enfoque dado ao curso deve ser mais voltado às questões técnicas (de programação, por exemplo ou até de conhecimento do funcionamento da máquina) do que às questões teóricas sobre como se dá o processo de ensino e aprendizagem. Ou seja, perguntas tais como: Qual a ementa destas disciplinas? Como são dadas? Por quem? Qual o tipo de treinamento feito?, são obrigatórias para se falar em possível prática do aluno (futuro professor).

Usar informática em sala de aula para ensinar um conteúdo específico da disciplina é diferente, e requer reflexões diferentes de se discutir com os alunos condições e possibilidades do uso da informática em sua prática pedagógica. Ou seja, se um professor de uma disciplina utiliza, em seu curso universitário, um software para trabalhar com seus alunos (futuros professores) a noção de "integral", podemos dizer que este aluno conhece o software e sabe usá-lo quando indicamos o caminho, sem, porém, significar que ele será capaz de preparar uma aula para seus alunos de Ensino Fundamental e Médio utilizando a informática. Trata-se de conteúdos diferentes, de um público diferente com necessidades que requerem um tratamento diferenciado. Mais adiante mostraremos que para saber usar um software em uma sala de aula não basta saber utilizá-lo para resolver um problema.

Para melhor entender a formação do futuro professor de matemática, tomamos como exemplo o currículo de um curso "standard". Nesse curso em um total de 2584 horas de curso, 68 horas são dedicadas ao estudos de "Fundamentos em didática" e 204 à "Prática de Ensino", que compreende aulas teóricas na Universidade e aulas de estágio. Assim, em um quadro curricular como esse, a possibilidade de discutir a tecnologia voltada para o ensino (bem como outros tópicos) fica sob a responsabilidade do professor da disciplina "Prática de Ensino". Ou seja, trata-se de uma escolha do professor e não de uma orientação oficial do programa. Vale a pena lembrar que em algumas universidades esta disciplina pertence ao departamento de educação, sendo ministrada muitas vezes por um professor que não tem formação específica em matemática.

Após estudar vários currículos de licenciatura em matemática, chega-se à conclusão de que à formação do futuro professor para o uso de novas tecnologias educacionais resta uma *possibilidade* - muitas vezes nem mesmo mencionada nos textos oficiais das licenciaturas - no interior de disciplinas didáticas tais como "Prática de Ensino de Matemática", "Metodologia do Ensino da Matemática" e "Tópicos Específicos da Educação". Isto restringe o tempo que pode ser dedicado a este tópico, tornando quase inviável um trabalho conseqüente que forneça subsídios aos futuros professores do Ensino Fundamental e Médio. Esta ausência de um tempo exclusivo dedicado a estudar este novo instrumento pode estar relacionada à falta de conhecimento das capacidades oferecidas: é comum encontrarmos professores universitários que não sabem como usar informática para tratar conteúdos do Ensino Fundamental e Médio, assim como professores desses níveis que dizem utilizar a informática em sala de aula, este uso estando mais restrito ao uso de Internet ou de aplicativos como Word e Excel. Não se trata aqui de negar a importância do uso destes meios, mas o fato é que existem software educacionais criados para o ensino da matemática que podem efetivamente contribuir para a construção do conhecimento e que exigem um tempo de dedicação maior para se poder explorá-los convenientemente, unindo tecnologia e conhecimento matemático.

Projetos sobre Informática e Educação

Alguns centros universitários sensíveis à introdução de novas tecnologias em sala de aula e respondendo a um apelo de parte de órgãos oficiais de constituição de grupos de trabalho nessa linha, criaram núcleos de pesquisa em informática na educação com objetivos de pesquisar e de fornecer apoio aos professores. Este tipo de ação pode ter uma influência maior na formação continuada do professor visto que a participação do licenciando em um destes centros (caso sua universidade o tenha) é optativa. Alguns pólos tradicionais ligados à problemática da informática na educação e que constituíram grupos de estudo são os da PUC-SP, UNESP de Rio Claro e UNICAMP¹⁹. Nestes centros, o curso de Matemática acaba tendo uma influência mais forte da informática aplicada à educação, entretanto faltam dados sobre como se dá a discussão nestes cursos sobre a informática e também sobre a prática dos professores que participaram de cursos de formação continuada oferecidos por esses centros.

O Ministério da Educação lançou um projeto sobre a informatização das escolas públicas, o PRO INFO. Trata-se de fornecer em média 10 máquinas para cada escola e de prestar apoio na formação do professor para o uso das novas tecnologias. Este apoio dá-se através da formação de um grupo de professores treinados que se transformarão em formadores de professores, trabalhando com formação continuada. Nesta etapa do projeto era previsto treinar o professor para que ele utilize aplicativos tais como Word, ou Excel. O uso de software educacionais específicos não é objetivo desta fase do projeto. Efetivamente não se pensava, nesse momento, em um uso da informática que possa provocar mudanças no sistema didático, ou que aja diretamente no processo de ensino e aprendizagem. O PRO INFO está atualmente (2000) oferecendo novos cursos de formação continuada nos quais se discute entre outros, o uso de software educacionais.

Condições materiais das escolas

A maioria das escolas públicas brasileiras não está equipada com computadores, porém, como já relatado, o MEC, através do projeto PRO INFO tem equipado várias destas escolas. A situação nos estabelecimentos privados de ensino é bastante diferente da situação nas escolas públicas. Muitas escolas particulares contam hoje com um laboratório de informática que utilizam, inclusive, como atrativo para atrair alunos (e pais de alunos). Assim, os professores destas escolas devem incorporar à sua prática pedagógica o uso da informática, o que leva a questionamentos tais como: uma vez que eles não receberam formação que abarcasse este uso, de que maneira poderão apropriar-se destes meios? *Que* material é utilizado e *como* é utilizado?

Objetivos e metodologia de pesquisa

Com base nos pressupostos teóricos e nas questões levantadas acima, definimos dois objetivos centrais para esta pesquisa, resumidos a seguir :

- 1) Verificar se os professores utilizam ou não a informática com seus alunos, e, em caso afirmativo, oferecer elementos de respostas às seguintes questões: a) como e que material é utilizado? b) que dificuldades são encontradas pelos professores no uso de novas tecnologias no ensino?
- 2) Estudar práticas de formação (inicial e continuada) de professores que possam contribuir efetivamente para a incorporação consciente e crítica das novas tecnologias na educação.

¹⁹ Esta lista não é exaustiva, visa somente fornecer alguns exemplos ao leitor.

Com relação à questão 1 foi passado um questionário aos professores de algumas escolas, públicas e privadas, de Campo Grande que possuem laboratório de informática. Este questionário permitiu dividir os professores em 4 grupos:

- 1 - os que não receberam formação para utilizar tecnologia em sala de aula e não a utilizam em sua prática pedagógica;
- 2 - os que não tiveram formação específica, mas utilizam informática com seus alunos;
- 3 - os que receberam formação sobre uso de novas tecnologias, mas em sua prática pedagógica não utilizam o computador;
- 4 - finalmente, os que receberam formação ao uso das novas tecnologias e utilizam o laboratório de informática em suas aulas.

Relativamente à questão 2, alguns dispositivos de formação de professores foram elaborados, aplicados e analisados, estando atualmente sendo (re) aplicados.

Resultados obtidos no questionário

Para o questionário elaboramos perguntas que pudessem fornecer dados sobre o tipo de formação inicial do professor, se neste momento houve formação sobre o uso da informática na educação, e sobre a participação ou não em cursos de formação continuada voltados para o tema "informática e educação". Os professores foram também convidados a classificar as dificuldades encontradas por eles no contato com a informática no momento de sua aprendizagem, assim como no momento de utilizá-la em sala de aula.

No quadro abaixo listamos, na primeira coluna, os professores que receberam formação inicial ou continuada quanto ao uso do computador em sala de aula e, na segunda coluna, registramos os professores que praticam informática com seus alunos.

Inicial + continuada	Prática pedagógica	
SIM	SIM	23
SIM	NÃO	2
NÃO	SIM	9
NÃO	NÃO	3

Tabela 2 - Formação do professor x Uso de tecnologia educacional

Os professores não são claros em suas respostas quanto ao tipo de formação recebida, com relação ao uso da informática na educação. Por vezes o material estudado não é explicitamente citado por eles, que utilizam argumentos do tipo: "eu não lembro mais..."

Com relação à formação inicial, 7 professores afirmam terem tido contato com a informática, sendo que somente 2 afirmam terem trabalhado com software educacionais. Isto significa que a preparação para o uso da informática foi feita, mais no sentido de familiarizar o futuro professor com as novas tecnologias, do que no sentido de discutir questões relativas ao conteúdo matemático a ser ensinado e o uso do computador no tratamento desse conteúdo. Este dados confirmam a hipótese de que os cursos de formação de professores não assumem a responsabilidade de formação para o uso das novas tecnologias. Esta função recai então sob a responsabilidade dos estabelecimentos escolares, ou, ainda, dos próprios professores que deverão participar de cursos de formação continuada ou ser autodidatas.

Vemos também que os professores que usam o laboratório de informática com seus alunos utilizam software do tipo Excel, Word,... ou ainda a Internet. Relativamente ao uso de software educativos trata-se de usar "jogos educativos", nos quais o aluno treina noções

estudadas em sala de aula, resolvendo alguns exercícios no computador²⁰. Este tipo de software enquadra-se na perspectiva "estímulo-resposta", que não se identifica com o construtivismo.

Dificuldades dos professores usuários da informática

De modo geral, os professores dizem não ter dificuldades com a informática, mas eles procedem a uma classificação das dificuldades encontradas.

Relativamente às dificuldades encontradas durante a **formação inicial**, 17 professores afirmaram não ter tido dificuldades, 4 acharam um pouco difícil, 3 acharam difícil e 2 professores não explicitaram o grau de dificuldade encontrado. Relativamente à **prática pedagógica**, 24 professores responderam que não é difícil usar a informática, 6 reconheceram ter um pouco de dificuldade, 2 acharam difícil e finalmente 2 professores não se posicionaram.

Um dado importante, merecedor de análise, é que os professores identificaram como dificuldade no uso da informática o fato de que não existe uma máquina para cada aluno, o que implica (para estes professores) que não se pode fazer uma avaliação dos trabalhos dos alunos. Ora, a inserção de um novo instrumento implica em mudanças no planejamento das aulas. É preciso reavaliar todo o processo de ensino e aprendizagem, passando por discussões do tipo reestruturação dos objetivos da disciplina, como e quando inserir atividades com o computador, por que fazê-las com computador e não com o papel e lápis, quais os ganhos ao se usar esta ferramenta, e, finalmente, é preciso reavaliar o processo de avaliação. Será verdade que um aluno deve ser sempre avaliado de maneira individual? O uso do computador como recurso didático pode ser um grande aliado para a realização de uma aprendizagem cooperativa, por exemplo. Podemos ainda citar experiências já realizadas de situações de comunicação nas quais um aluno deve transmitir os passos de uma resolução (de um caminho a seguir) para seu colega, de modo que este segundo atinja o objetivo. Por exemplo, se pensamos no caso do cabri-géomètre, pode-se imaginar uma situação na qual um aluno deve transmitir a seu colega os passos para que este consiga reproduzir uma construção geométrica. Avalia-se, deste modo, os dois alunos: como se comunicam, como devem escrever para evitar que o colega cometa certos erros, etc..

Os dispositivos de formação de professores

Paralelamente ao andamento da análise de respostas dos professores ao questionário, começamos a desenvolver ações no sentido de instrumentalizar o professor (ou futuro professor) à utilização da informática em sala de aula. Com objetivo de discutir os tipos de dificuldades que apareceram neste momento, descreveremos e analisaremos aqui duas destas ações por terem caráter diferente. A primeira delas refere-se ao trabalho com a formação inicial do futuro professor, ou seja, enquanto ele está frequentando a universidade, e, a segunda, relata uma experiência com formação continuada, que se deu em forma de curso de extensão.

Formação inicial

Tendo em vista que o futuro professor deve sair da universidade preparado para lecionar o conteúdo e utilizar os materiais disponíveis, acreditamos que a preparação para o uso da informática como instrumento para aprendizagem deve ser objeto de estudo durante a graduação deste futuro professor. Neste sentido, como professora de Prática de Ensino, dentro do conteúdo habitual a ser trabalhado, iniciamos um trabalho sobre a informática. Este trabalho visava familiarizar o aluno com, pelo menos, um software e torná-lo um cidadão crítico quanto às formas de uso desta nova tecnologia. Não se trata de passar um receituário de como ensinar

²⁰ Para o leitor interessado em aprofundar a leitura sobre diferentes tipos de software indicamos a leitura de Valente, 1997.

um determinado conceito, mas sim de torná-lo autônomo no uso deste instrumento, ou pelo menos no uso do software estudado. O objetivo central era discutir formas de introduzir um novo instrumento na rotina da aula e estratégias para preparar um curso, analisando mudanças que ocorrem com a introdução deste novo instrumento e condições que devem existir para a incorporação crítica das novas tecnologias no ensino.

Com estes objetivos a metodologia que adotamos foi a seguinte : num primeiro momento, dedicamos 4 horas à familiarização com o software; em seguida, propusemos atividades prontas a serem trabalhadas com o software em torno da noção de área e perímetro de uma figura plana. As atividades que propusemos são oriundas de uma pesquisa de doutorado de Moreira-Baltar (1996), na qual a autora propõe, testa e analisa uma engenharia didática sobre o conceito de área e perímetro de figuras planas. Finalmente, sugerimos aos alunos a criação de uma atividade que pudesse propiciar ao professor trabalhar as relações de conservação de área e de perímetro de uma figura plana. Propusemos assim, a devolução (Brousseau, 1986) de uma "tarefa" aos alunos visando favorecer a autonomia desses futuros professores. Paralelamente ao trabalho no laboratório de ensino, estes alunos estavam realizando uma análise de livros didático das 8 séries do Ensino Fundamental, visando identificar como e em que momentos aparece a noção de área de uma figura plana.

Era esperado que o trabalho realizado até então fosse suficiente para que os alunos efetivassem a devolução da taxa proposta. No entanto nenhum aluno conseguiu realizar a tarefa pedida. Passamos então a avaliar por que isto ocorreu, pois eles estavam familiarizados com o software já haviam feito alguns exercícios sobre área com cabri, além de conhecerem bem o conteúdo a ser ensinado no Ensino Fundamental²¹.

Acreditamos que o bloqueio ocorrido com os licenciandos deste curso pode ser devido ao fato de que, como eles não têm grande prática em sala de aula, as questões que levantamos, como sendo pontos de difícil compreensão por parte dos alunos, podem parecer sem sentido para eles. A busca de uma situação que pudesse ajudar os alunos a superarem suas dificuldades talvez represente uma necessidade para professores acostumados a encontrar este tipo de dificuldade, enquanto que para professores em início de carreira estas questões não representam ainda uma verdadeira dificuldade. Assim, acreditamos que com professores mais experientes poderemos obter resultados diferentes, pois eles seriam mais sensíveis às dificuldades dos alunos. Deste modo pode-se sensibilizá-los também quanto ao ganho de usarmos um meio, no caso o Cabri-géomètre, que funcione como elemento facilitador da aprendizagem.

Por outro lado, acreditamos que o trabalho com informática educativa deve permear toda a formação do futuro professor, e não estar presente somente em uma disciplina, o que significa que todo o corpo docente deve estar preparado para trabalhar com software educacionais, tanto para discutir conteúdos de matemática quanto para discutir seu uso no ensino.

Formação continuada

Com objetivo de comparar resultados obtidos em diferentes experiências, relatamos aqui um curso rápido de Cabri-géomètre oferecido para professores e alunos de licenciatura. Antes, porém, convém acentuar o fato de que este tipo de curso tem se mostrado como o modo mais freqüente pelo qual os professores em exercício têm se atualizado, pois trata-se de um tempo curto, que não interfere muito em suas atividades rotineiras e que permite conhecer novos avanços no que tange à educação. Os professores vêm para estes cursos buscando respostas aos problemas encontrados em sala de aula, o que tem seu lado positivo e negativo. Por um lado ele está mais apto a identificar o que pode significar uma dificuldade para o aluno e, conseqüentemente, a reconhecer uma possível saída para lidar com estas dificuldades. Por

²¹ A análise de livros didáticos havia sido feita de modo a levantar possíveis dificuldades na aprendizagem do tema "área e perímetro".

outro lado, o fato de não terem muito tempo disponível e de participarem, em geral, de cursos rápidos não lhes possibilita autonomia suficiente para empregarem o conhecimento visto. E foi justamente isso que ocorreu nesse curso.

O professor precisa "reprogramar" suas aulas e para tanto a escola deve oferecer apoio, fornecendo tempo livre aos professores, possibilidades de discussão em grupos e inter-escolas, participação em cursos de atualização etc. Na verdade, precisamos de ações que alterem o sistema tradicional, onde o professor precisa dar 40 aulas semanais para sobreviver...

Conclusão

Trabalhar com ambientes informatizados de aprendizagem exige um trabalho diferente por parte do professor, trabalho este que deve repousar sobre as condições de (re)equilíbrio do sistema didático. O processo de ensino e aprendizagem sofrerá mudanças devido à introdução do novo instrumento, especialmente se quisermos que existam mudanças do ponto de vista da aprendizagem. Aqui o papel do pesquisador em didática torna-se essencial no sentido de fornecer subsídios para a prática do professor que, por sua posição de agente ativo do sistema didático, não tem como fazer uma análise de sua própria atuação.

Faz-se necessário também continuar o estudo sobre dispositivos de formação de professores visando obter resultados mais efetivos, e é nesse sentido que estamos dando continuidade a essa pesquisa.

Referências Bibliográficas

- ARTIGUE, Michèle. Ingénierie didactique. **Recherches en Didactique des Mathématiques**, vol. 9, n°3, pp. 281-307, La pensée sauvage, Grenoble, 1990.
- BELLEMAIN Franck. **Conception, réalisation et expérimentation d'un logiciel d'aide à l'enseignement de la géométrie: Cabri-géomètre**, Tese de doutorado, Universidade Joseph Fourier, Grenoble 1, 1992.
- BROUSSEAU Guy. Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques. **Recherches en Didactique des Mathématiques**, vol. 7, n°2, pp. 33-115, La pensée sauvage, Grenoble, 1986.
- MOREIRA-BALTAR, Paula. **Enseignement et apprentissage de la notion d'aire de surfaces planes : une étude de l'acquisition des relations entre les longueurs et les aires au collège**. Thèse de l'Université Joseph Fourier, Grenoble, France, 1996.
- VALENTE José Armando. Análise dos diferentes tipos de softwares usados na educação. In O computador na sociedade do conhecimento. **Coleção Informática na Educação**. MEC, 1997.

INTRODUÇÃO DAS FUNÇÕES TRIGONOMÉTRICAS: O PAPEL DO CABRI

Nielce Lobo da Costa
PUC/SP

Resumo

Este artigo aborda parte de uma sequência de ensino feita para introduzir as funções seno e cosseno para alunos do ensino médio. Especificamente discutimos o papel desempenhado pelo software Cabri-géomètre II nesta pesquisa e os resultados obtidos, resultados estes que fizeram parte de nossa dissertação de Mestrado.. O objetivo da pesquisa foi investigar se a aprendizagem das funções trigonométricas sofre a influência

da ordem de aplicação dos contextos (entendidos aqui como ambientes de aprendizagem) e, ainda, identificar qual ordem de introdução se apresenta mais eficaz.

Preparamos uma seqüência didática em dois contextos: computador e "mundo experimental". Ela foi aplicada em dois grupos de alunos, sendo que para um deles iniciamos o assunto por atividades no computador, utilizando dois softwares: o Cabri géomètre II e o Graphmática for Windows, e demos continuidade por tarefas e manipulações no "mundo experimental". Para o outro grupo a ordem de introdução foi invertida.

Neste artigo concentramos nossa atenção no papel desempenhado pelo Cabri e como integramos o software na seqüência didática, uma vez que nossas análises nos levaram a concluir que a ordem de apresentação das atividades, por contextos, interferiu no processo de aprendizagem.

Introdução

Neste artigo relatamos a utilização do software Cabri géomètre II para a introdução e estudo das funções trigonométricas seno e cosseno, com alunos do ensino médio, em uma pesquisa que resultou em dissertação de mestrado.

O estudo incluiu uma seqüência de ensino cujo objetivo foi introduzir as funções seno e cosseno e suas transformações, isto é, estudar funções do tipo: $f(x)=a.\text{sen}(\omega x+x_0)+b$, ou $f(x)=a.\text{cos}(\omega x+x_0)+b$ com a, b, ω e x_0 reais, $\omega > 0$ e $a \neq 0$, por meio de uma abordagem e metodologia que levassem a uma aprendizagem significativa. Neste sentido nosso interesse em considerar os conhecimentos prévios do aluno e em valorizar características dessas funções tais como periodicidade, limitação do conjunto imagem, etc. A seqüência didática foi dividida em duas partes: uma a ser desenvolvida no computador, com os softwares Cabri géomètre II e Graphmatica for Windows e outra com atividades experimentais nas quais os estudantes deveriam resolver problemas a partir da manipulações de equipamentos e materiais concretos. As atividades foram independentes e complementares.

A pesquisa foi fundamentada nas teorias de Piaget, Vygotsky e Vergnaud. De Piaget consideramos a função simbólica, o conhecimento figurativo e operativo e o processo de equilíbrio como ponto central para desenvolver os conceitos. De Vygotsky consideramos a zona de desenvolvimento proximal e o papel do professor como mediador e de Vergnaud a teoria dos campos conceituais e a resolução de problemas na formação de conceitos.

Em nosso estudo demos grande importância ao contexto. Esta palavra tem sido usada na Educação Matemática com diferentes significados e, aqui, estará sendo entendido como settings, isto é, os lugares físicos das atividades humanas, no mesmo sentido dado por Saxe, 1991. Dois contextos - computador e "mundo experimental" - foram os ambientes mediadores no processo de aprendizagem.

Partimos da suposição que ambos os contextos seriam necessários para dar significado às funções trigonométricas. Acreditamos que os contextos se complementaríamos mas não podíamos, à priori, prever se a ordem interferia e se seria melhor explorar atividades no mundo virtual para em seguida desenvolver as do mundo experimental ou vice versa. Assim, a questão de pesquisa foi identificar se a ordem de introdução, por contextos, interferia e, em caso afirmativo, qual a ordem mais eficiente no processo de aprendizagem.

No contexto que denominamos "mundo experimental" os estudantes participaram de atividades de resolução de problemas a partir de manipulações com materiais concretos tais como madeira, areia, metal, etc. e no contexto do computador desenvolveram atividades com apoio dos softwares, Cabri géomètre II e Graphmatica.

Salientamos que não temos pesquisas em Educação Matemática sobre a introdução dos conceitos funcionais em trigonometria utilizando modelagens e a seguir computadores. A exceção

refere-se às pesquisas de Wenzelburger (1992) mas esta comparou o contexto computacional com o do papel e lápis.

O Desenho da Pesquisa

Trabalhamos com 32 estudantes do ensino médio, divididos da seguinte forma:

Grupo A -16 alunos	Grupo B - 8 alunos	Grupo C - 8 alunos
Grupo de referência	Grupo de Pesquisa	Grupo de Pesquisa
Aulas (sala de aula)	Atividades no “Mundo Experimental” seguidas das atividades no Computador	Atividades no Computador seguidas das atividades no “Mundo Experimental”

Os alunos dos grupos experimentais realizaram as atividades em dupla e em horário extra classe. Todos os sujeitos eram do ensino médio e não haviam estudado trigonometria no ciclo.

Atividades do “Mundo Experimental”

Procuramos simulações para auxiliar o aluno a “descobrir” as funções seno e cosseno. Escolhemos fenômenos da Física, como o movimento circular uniforme, uma composição de movimentos com um circular e um retilíneo e o movimento de um pêndulo simples. O que motivou a escolha desses fenômenos foi a facilidade de visualização, principalmente, do movimento periódico.

Criamos três atividades, cada uma ligada a um dos equipamentos mostrados abaixo:

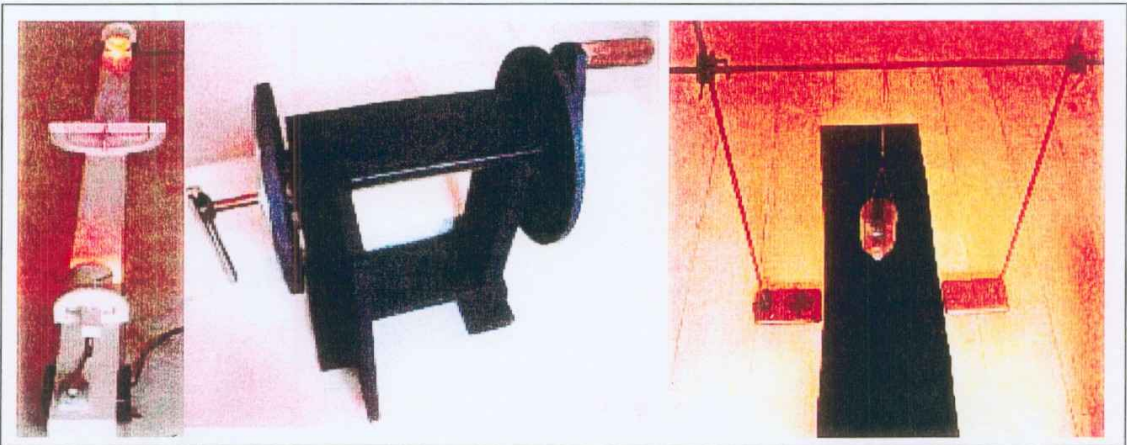


Fig. 1 -Simulador de Alarme Óptico, Roda com a Caneta a Laser e Pêndulo de Areia

A primeira atividade (Simulador de Alarme Óptico) foi de resolução de um problema e por meio dele introduzimos o ciclo trigonométrico e as funções seno e cosseno. O segundo experimento (Roda com a Caneta à Laser) objetivou estabelecer a ligação entre o ciclo trigonométrico e as funções seno e cosseno. O último experimento (Pêndulo de Areia) foi uma

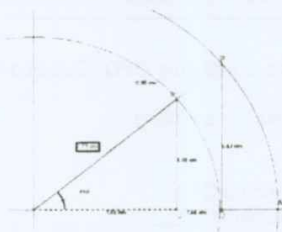
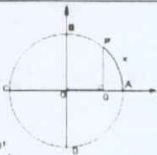
atividade de previsão, levantamento de hipóteses e validação para levar os alunos a estabelecerem uma ligação entre fenômeno periódico e sua forma matemática.

As atividades do Contexto do Computador

Os alunos utilizaram arquivos previamente preparados por nós. Como neste artigo o objetivo principal é descrever o papel desempenhado pelo Cabri, acrescentamos, a seguir, as atividades

Atividade 1

Seja x a medida do ângulo central correspondente ao arco AP .
No triângulo OPQ o ângulo $PÔQ$ x pode assumir valores tais que $0 < x < 90^\circ$.
 PQ é o cateto oposto a $PÔQ$, OQ é o cateto adjacente a $PÔQ$
 OP é a hipotenusa



1. Abra o arquivo **Ni 1**. Você pode movimentar os pontos P e P' .
Desloque P' em direção a O , tal que $OP' = 5\text{cm}$.
A seguir desloque P , tal que x assuma os valores abaixo e complete a tabela, com exceção das 3ª e 6ª colunas:

$x(^{\circ})$	$\frac{PQ}{OP}$	$\frac{P'Q'}{OP'}$	$\frac{P''Q''}{OP''}$	$\frac{OQ}{OP}$	$\frac{OQ'}{OP'}$	$\frac{OQ''}{OP''}$

2. *** Movimente P' até que $OP' = 7\text{ cm}$ e então termine de preencher a tabela. O que você pode concluir, comparando as razões calculadas nos triângulos? ____ Explique por que isso ocorre. _____

Discussão Conclusões desta atividade : _____

Para finalizar... Relembremos:

- 1. O comprimento da circunferência é $2\pi r$. Então se retificarmos a circunferência de raio $r = 1$, seu comprimento será 2π . Represente-a, localizando os pontos A , B , C e D .
- 2. Existe outra unidade de medida de ângulo além do grau, que é o radiano.

Conversão de unidades:

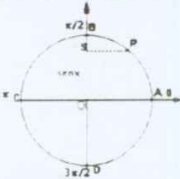
$x(^{\circ})$	0	90	180	270	360
$x(\text{rad.})$	0				2π

Na próxima atividade você trabalhará os ângulos com a medida em radiano.

Após a aplicação fizemos a institucionalização, fora do computador e discutimos a passagem da trigonometria do triângulo retângulo para o ciclo. Aqui usamos a função de Euler para estabelecer com os alunos as definições de seno e o cosseno no ciclo.
A próxima etapa foi analisar, em função do arco x , em quais quadrantes o seno (ou cosseno) é positivo e em quais é negativo e os valores assumidos em alguns arcos.
Acrescentamos a seguir um resumo das atividades.

Atividade 2

1) Abra o arquivo **Trigo 1**. Seja $AP = x$, Deslocando o ponto P , no sentido anti- horário, ao longo dos quadrantes, de tal forma que $AP = x$ esteja nas posições I a IV abaixo, complete a tabela 1.



Conforme P se aproxima	$AP = x$	valor de $\text{sen } x$ (aumenta ou diminui)	sinal de $\text{sen } x$ (positivo ou negativo)
I - de B	$0 < AP < \pi/2$		
II - de C	$\pi/2 < AP < \pi$		
III - de D	$\pi < AP < 3\pi/2$		
IV - de A	$3\pi/2 < AP < 2\pi$		

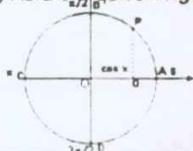
Complete: Pondo P sobre A temos:	$AP = x = 0$	$\text{sen } 0 = 0$
--------------------------------------	--------------	---------------------

Ponto P sobre B temos:	$AP = x = \pi/2$	$\text{sen} =$
Ponto P sobre C temos:	$AP = x = \pi$	$\text{sen} =$
Ponto P sobre D temos:	$AP = x = 3\pi/2$	$\text{sen} =$
Ponto P sobre A temos:	$AP = x = 2\pi$	$\text{sen} =$

Observando os dados acima, responda:

- Qual o valor máximo assumido pelo seno? _____ e qual o valor mínimo?
- Se você continuar a movimentar o ponto P de tal forma que $AP > 2\pi$, o que você pode prever em relação aos sinais e ao crescimento ou decrescimento do seno?

2) Abra o arquivo Trigo 2



Supondo que o ponto P se desloque, no sentido anti-horário, ao longo dos quadrantes, de tal forma que o arco $AP = x$ esteja nas posições I a IV abaixo, faça uma *previsão* do que ocorrerá, sem deslocar o ponto P e complete a tabela: (análogas às anteriores)

Desloque o ponto P e confirme no computador suas respostas.
(questões análogas às anteriores, novamente propostas, para o cosseno)

3) Abra o arquivo Trigo 3.



- Deslocando o ponto P ao longo do 1º quadrante, observe o triângulo OPQ. Que tipo de triângulo é este?
- Identifique o que cada segmento colorido representa, em relação ao triângulo:
OP vermelho _____ OQ azul _____ PQ verde _____
- Qual a relação importante entre os lados desse triângulo?
- Movendo P ao longo do ciclo, o que acontece com o tamanho de OP? _____
Este segmento representa, em relação ao ciclo, o _____ e seu valor é _____.

Sendo o arco AP de medida x, o que representam: OQ = _____ e PQ = _____. Substituindo estes dados no item c conclui-se que: (*Relação Fundamental da Trigonometria*)

- Deslocando o ponto P ao longo do 1º Q, compare os segmentos OQ e PQ e explique o que acontece com os seus tamanhos.
- Existe algum ponto em que esses segmentos são iguais? _____. Se sim, quais os arcos correspondentes? _____. Justifique porque isso ocorre.

Foram feitas as discussões e na próxima sessão coletados os dados no ciclo trigonométrico para a confecção do gráfico do seno e cosseno. Optamos por levar o aluno a traçar os gráficos das funções em papel e lápis. Não usamos os recursos do software para estes surgirem no computador. Como a pesquisa envolveu dois contextos, nosso interesse era que os alunos, por caminhos totalmente diversos (no mundo experimental ou no computador) construíssem por seus próprios meios os gráficos das funções.

O Cabri não foi usado para replicar uma situação modelada no mundo experimental, isto é, as atividades não foram reproduções dos equipamentos e das situações problema apresentadas no contexto anterior.

Apresentamos abaixo a próxima atividade.

Atividade 3

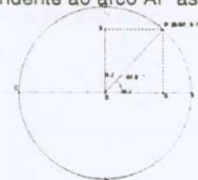
Abra o arquivo NI.2 :

Desloque o ponto P ao longo dos quadrantes, de tal forma que o ângulo central correspondente ao arco AP assuma os valores assinalados abaixo e complete a tabela

$x (^{\circ})$	$x (\text{rad.})$	$\text{OQ} = \cos x$	$\text{OS} = \sin x$
0	0		
30	$\pi/6$		
45	$\pi/4$		
60	$\pi/3$		

Mais alguns valores, até 180°

- Existem valores de x, entre os dados que você coletou, que possuem o mesmo seno? _____. Se sim, cite alguns _____. E quanto ao cosseno? _____



- 3) Compare $\sin 20^\circ$ com o $\sin 160^\circ$. O que ocorre com seus valores? ____ Justifique o porquê
 4) Faça uma previsão do $\cos x$ e do $\sin x$ para os seguintes valores de x :

$x (^\circ)$	$x (\text{rad.})$	OQ = $\cos x$	OS = $\sin x$
210	$7\pi/6$		
(Mais alguns valores até 390°)			

5) Confira no computador se você acertou.
 Cite dois valores de x cujos senos sejam números opostos ____

6) Dê dois valores de x tais que $\cos x = -0,5$

Faça um gráfico colocando no eixo horizontal os valores do arco x e no eixo vertical os valores do $\sin x$.

Este gráfico representa uma função? ____ Justifique sua resposta. ____

8) Repita o procedimento colocando no eixo vertical os valores de $\cos x$.

Conclusões (preencher, após discussão):

Feita a discussão e institucionalização passamos ao estudo das transformações, tais como $f(x) = (\sin x) + 1$ ou $f(x) = \sin(2x)$, isto é, passamos à análise da interferência de parâmetros a , b , x_0 , ω ou pelo em funções do tipo $f(x) = a \cdot \sin x$; $f(x) = a \cdot \sin x + b$, $f(x) = a \cdot \sin(\omega x + x_0) + b$ ou $f(x) = a \cdot \cos(\omega x + x_0) + b$ com a , b , ω e x_0 reais, $\omega > 0$ e $a \neq 0$.

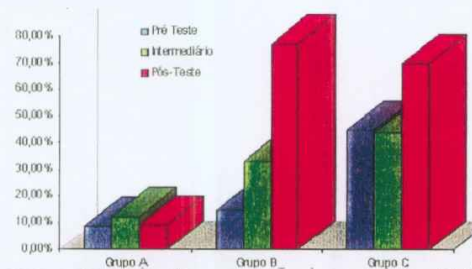
Optamos aqui pela utilização do software Graphmatica for Windows. Dada a limitação desse artigo não acrescentamos a continuação da sequência.

Análise dos Dados Experimentais

Aplicamos três testes sobre conhecimentos gerais do assunto. Optamos por tentar identificar se os alunos resolveriam questões formais de trigonometria e procuramos avaliar se a sequência produziu conhecimentos que poderiam ser medidos por provas semelhantes às aplicadas após um curso normal de trigonometria. Um dos testes foi aplicado antes do início da sequência (Pré teste), a seguir um teste Intermediário ao término do primeiro contexto ("mundo experimental" para o grupo B e computador para o C) e um no final do experimento (Pós teste). A partir deles fizemos diversas análises, a saber: geral, por variação de acertos do Pré para o Pós Teste, evolução do primeiro para o segundo contexto, do desempenho dos sujeitos, por objetivos, a partir dos itens e análise de erros e procedimentos.

Escolhemos aqui discutir sucintamente apenas a análise geral e por objetivos

Análise Geral



Testes			
Grupo A	Grupo de Referência (Sala de aula)		
Grupo B	"Mundo Experimental" + Computador		
Grupo C	Computador + "Mundo Experimental"		
	Pré-Teste	Intermediário	Pós-Teste
Grupo A	8,75%	12,50%	9,37%
Grupo B	15,00%	33,30%	77,50%
Grupo C	45,00%	43,75%	70,00%

tais (B e C) com o de referência (A), observamos que nos primeiros houve crescimento do Pré para o Pós-Teste, enquanto no Grupo A houve de crescimento durante o estudo mas, no Pós-Teste, o desempenho foi praticamente o mesmo do Pré-Teste (que correspondia a um momento em que desconheciam o conteúdo).

Análise por Objetivos

Estabelecemos os seguintes objetivos para a sequência didática:

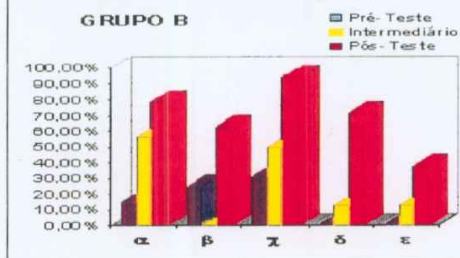
- α Associar um número real ao arco correspondente no ciclo e dar seu seno e cosseno;
- β Reconhecer e aplicar a Relação Fundamental da Trigonometria;
- χ Conectar o gráfico com a expressão algébrica da função com diferentes coeficientes;
- δ Interpretar Domínio, Imagem e Período em gráficos e expressões com as funções seno e cosseno;

ε Conectar fenômenos periódicos às funções seno e cosseno

Mundo Experimental → Computador

Grupo B			
Objetivo	Pré-Teste	Intermediário	Pós-Teste
α	15,62%	56,25%	78,12%
β	25%	0%	62,50%
χ	31,25%	50%	93,75%
δ	0%	12,50%	70,83%
ε	0%	12,50%	37,50%

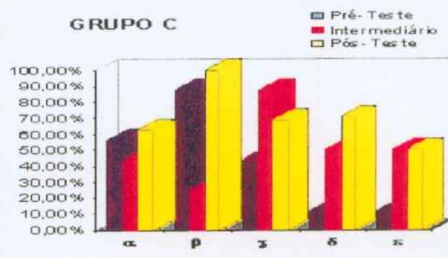
Percentual de Acertos por Objetivo



Computador → Mundo Experimental

Grupo C			
Objetivo	Pré-Teste	Intermediário	Pós-Teste
α	56,25%	43,75%	62,50%
β	87,50%	25%	100,00%
χ	43,75%	87,50%	66,75%
δ	12,50%	50,00%	70,83%
ε	12,50%	50,00%	50,00%

Percentual de Acertos por Objetivo



A partir dos gráficos observamos que a evolução do Grupo B foi grande nos objetivos α , χ e δ . Há uma melhora do Pré para o Intermediário e deste para o Pós-Teste, ou seja, o aluno apresenta evolução teste a teste.

Observamos que houve um aumento significativo no percentual de acertos das questões ligadas a cada um dos objetivos, o que nos leva a supor que eles foram alcançados. O de maior sucesso foi o δ , no qual ambos os grupos partiram de índices muito baixos de acertos (0% no Grupo B e 12,5% no C) e chegaram a mais de 70% de sucesso.

Conclusões

O software Cabri géomètrèll mostrou-se um ambiente extremamente fértil para as atividades de exploração do ciclo trigonométrico tais como os valores e sinais assumidos por seno e coseno em cada quadrante e observação de simetrias.

Em nosso estudo a ordem de introdução do assunto, por contextos, interferiu na aprendizagem. O grupo de alunos que obteve maior sucesso foi o que trabalhou primeiro com as atividades no Mundo Experimental e depois as no Computador.

Foi vantajoso trabalhar em dois contextos: os estudantes foram capazes de estabelecer correspondências entre as tarefas de cada contexto e concluímos que ambos os contextos, em nossa sequência, foram necessários e complementares.

Referências

- Balacheff, N. & Kaput, J. "Computers Based Learning Environments" Bishop International Handbook, 1997.
- Lobo da Costa, N.M. - "Funções Seno e Cosseno: Uma Sequência de Ensino a Partir dos Contextos do 'Mundo Experimental' e do Computador" - Dissertação de Mestrado, PUC/SP, 1997.
- Piaget, J. - "A Formação do Símbolo na Criança" - Ed. Guanabara Koogan, Rio de Janeiro, 1978.
- Saxe, G.B. - "Culture and Cognitive Development: Studies in Mathematics Understanding" - Hillsdale, N. J. Lawrence Erlb Associates Inc., New Jersey, U.S.A., 1991.
- Vergnaud, G. - "Problem Solving and Concept Development in Learning of Mathematics" E. A.R.L.I., Second Meeting, Tübingen, September, 1987.
- _____ "La Théorie des Champs Conceptuels" RDM, vol. 10 / 2.3., pp 133-170, 1990.

Vygotsky, L.S. - "*Formação Social da Mente-O Desenvolvimento dos Processos Psicológicos Superiores*", Editora Martins Fontes, 4ª Edição, São Paulo, 1991.

Wenzelburger, E. - "*The Learning of Trigonometric Functions in a Graphical Computer Environment*" - Proceedings of PME 16, Vol. III, pp. 106-113, 1992.

SENSORES, INFORMÁTICA E O CORPO: A NOÇÃO DE MOVIMENTO²²

Nilce Fátima Scheffer²³
UNESP – Rio Claro – SP

1.0 Introdução

Apresentarei neste artigo um estudo a respeito da presença dos recursos tecnológicos no ensino, mais especificamente de matemática e ciências, e sua utilização como ferramenta auxiliar ao estudo e representação gráfica de movimentos.

A representação matemática dos movimentos apresenta-se de maneiras diferentes: através do plano cartesiano na calculadora e no computador, das manifestações orais, gestos, registros escritos, ou seja, das narrativas dos estudantes entrevistados. E o corpo passa a ser uma fonte de expressão nesse cenário.

Embora já tenha resultados da pesquisa, neste artigo me deterei em aspectos teóricos e metodológicos do estudo, considerando o reduzido número de páginas para abordar o assunto.

2.0 Os recursos tecnológicos utilizados

A pesquisa que realizo se volta para a análise da representação gráfica cartesiana de movimentos corporais, considerando as narrativas matemáticas dos estudantes, as quais envolvem os gestos, a fala, o registro escrito e o estudante como um todo, quando da interação com o CBR²⁴ e o LBM²⁵ como interfaces.

2.1 As calculadoras gráficas acopladas aos sensores

As calculadoras gráficas possuem dispositivos que desempenham funções importantes para a produção de movimentos e representação gráfica, quando acopladas ao detector sônico de movimentos CBR.

Esse detector sônico possibilita aos estudantes a exploração das relações matemáticas e científicas entre distância, velocidade, aceleração e tempo, a partir de dados coletados de atividades desempenhadas por eles.

O CBR é um dispositivo que, quando acoplado à calculadora, mede distância a objetos de 0,5m a 6m. Tem opções integrais para a construção de gráficos de tempo x distância, velocidade x tempo e aceleração x tempo, além de possuir um intervalo de tempo que varia de 5 a 15 segundos; tanto distância, quanto velocidade e aceleração podem ser detectadas em tempo real.

Ele possibilita a exploração de atividades livres para movimentos executados, que resultarão em representação gráfica no plano cartesiano. E leva o estudante a prestar atenção ao movimento que está fazendo, porque os gráficos cartesianos podem ser representados em tempo real, na tela da calculadora, através de linhas verticais, inclinadas e horizontais, que têm um significado em relação aos movimentos executados.

²² Pesquisa orientada pelo Prof. Dr. Marcelo de Carvalho Borba, UNESP – Rio Claro - SP.

²³ Doutoranda da Pós-Graduação em Educação Matemática, IGCE e membro do GPIMEM – Grupo de Pesquisa em Informática, outras Mídias e Educação Matemática do Departamento de Matemática da UNESP, Rio Claro – SP e Professora da URI, Câmpus de Erechim, RS. e-mail nilcefs@rc.unesp.br

²⁴ CBR: Calculator Based Ranger, detector sônico de movimentos, sensor acoplável a uma calculadora gráfica.

²⁵ LBM: Line Became Motion, software utilizado na pesquisa

2.2 O software LBM

O software LBM é uma das contribuições de Nemirovsky à área de educação matemática, que tem como função principal explorar mais concretamente temas físicos e sua representação matemática em sala de aula. Em seu conjunto, envolve carrinhos construídos com peças coloridas, acoplados a um sistema de engrenagem, que deslizam ao longo de uma barra de metal, produzindo movimentos de aproximação e afastamento de um alvo. Possui um detector de movimento que através de uma interface transmite ao computador a ação, ou seja, o movimento produzido com um dos carrinhos, e o computador, por sua vez, representa graficamente o movimento no plano cartesiano.

Esse software não registra distâncias superiores a 60cm, porque este é o comprimento da barra de metal na qual os carrinhos deslizam. Os dados coletados, além de serem representados graficamente no plano cartesiano, podem também aparecer em forma de tabelas.

Com esse software, Nemirovsky propõe a investigação da representação gráfica cartesiana de movimentos, envolvendo variáveis como distância, velocidade e aceleração. É possível, portanto, desenvolver atividades práticas com estudantes executando movimentos com os carrinhos.

Os aspectos relacionados à utilização das interfaces aqui destacadas, podem ser assim descritos: 1) possibilitam a experiência do movimento corporal; 2) ilustram e representam através de gráficos cartesianos esses movimentos; 3) permitem que o estudante visualize em tempo real a construção de um gráfico cartesiano para o movimento; 4) apresentam imagens que, sem esses recursos, não estariam disponíveis para o estudante.

Observar como o estudante caracteriza e interpreta a representação gráfica cartesiana de movimentos, utilizando sensores que detectam movimentos corporais, é o objetivo principal da pesquisa, além de analisar as representações atribuídas pelos estudantes ao movimento produzido por eles nas atividades realizadas.

3.0 O Estudo

Esse tipo de investigação implica um contato entre o pesquisador e os sujeitos da pesquisa, envolvendo diálogo e observação direta e contínua ao longo do seu desenvolvimento. Para a viabilização do trabalho de campo, optei pela pesquisa qualitativa como perspectiva metodológica. A coleta de dados utilizou-se de experimentos de ensino, que envolveram um grupo de estudantes do nível fundamental.

4.0 A sala de aula e o tema "Movimento"

No ensino fundamental o "movimento" é trabalhado na 8ª série. Se a escola possui laboratórios ou equipamentos, realizam-se algumas experiências práticas.

A sala de aula às vezes transforma-se em laboratório para executar experimentos, principalmente para discutir questões como o movimento. Em geral, o tema movimento é abordado a partir da definição de alguns elementos principais como: corpo, ponto de referência, trajetória, espaço, posição, velocidade e aceleração, passando-se posteriormente aos tipos de movimento. Esse trabalho assemelha-se muito à sequência apresentada pelos livros didáticos, principalmente os mais antigos, que têm sido o maior amparo dos professores de ensino fundamental.

Com a chegada das tecnologias na escola há três décadas, vários estudos relacionados ao ensino de ciências no Brasil tiveram impulso. Mesmo assim, com a preocupação voltada principalmente para as inovações e concepções dos alunos, as mudanças na prática da sala de aula têm ocorrido ainda muito lentamente.

Hoje, o tema movimento pode ser tratado na escola, a partir da utilização de ferramentas como os sensores. Eles detectam com precisão os mais simples movimentos que venham a ser executados pelos estudantes, servindo de interface entre o estudante e o recurso tecnológico para a representação gráfica no plano cartesiano.

5.0 A Corporeidade

O envolvimento direto com o LBM proporciona uma situação de movimento, sem estar necessariamente vinculado ao corpo, esse movimento é obtido empurrando-se um minicarro ao longo de um trilho de metal; e com o CBR junto ao corpo em movimento abre possibilidades de relacionar o próprio movimento corporal com a representação gráfica no plano cartesiano. Tais tecnologias tornam possível a representação cartesiana do movimento corporal, além da observação do movimento de outros corpos físicos presentes no mundo, motivando um estudo da corporeidade.

A corporeidade leva a considerar a linguagem e o corporal cinestésico como fontes de expressão humana, uma vez que o corpo se posiciona, cria, se expressa, sofre, vibra e se movimenta.

Algumas das possibilidades para a questão da corporeidade são a *concepção de corpo* para Merleau-Ponty e a *linguagem do corpo*.

A *concepção de corpo*, permite a expressão, o olhar e a percepção, o que pode revelar as possibilidades do sensível, que fazem parte do corpo. Para este estudo da corporeidade, o corpo será tomado como fundo dessas possibilidades.

Já a *linguagem do corpo* considero como a expressão corporal através do gesto, da expressão da fala e do olhar do indivíduo, quando se manifesta no mundo. Veremos que a expressão corporal está sempre presente quando o indivíduo externaliza suas concepções e manifesta-se oralmente, o que desempenha um importante papel nas situações de aprendizagem em sala de aula, porque o aluno se faz mais bem entendido através da expressão corporal.

Assim, a corporeidade está intimamente relacionada com a experiência do ser humano e prevê um conjunto de idéias e ações que são organizadas e fundadas na realidade vivida.

Segundo Merleau-Ponty, o corpo-vivido é o corpo com movimento intencional. É o corpo que se expressa, que percebe, que se expõe, que é a presença e que se estende ao outro na ação e na manifestação, destacando a consciência como um ato de comunicar-se interiormente com o mundo, com o corpo e com os outros. Ao considerar o corpo em movimento, mesmo que em repouso, pois movimento é muito mais que movimento físico, Merleau-Ponty afirma que todo movimento é indissoluvelmente movimento e consciência de movimento. Segundo ele, tenho consciência do meu corpo através do mundo e, como o corpo é para o filósofo, o pivô do mundo, tenho consciência do mundo através do meu corpo. Assim, a organização corporal envolve espaço, tempo e uma percepção global que vai muito além dos órgãos dos sentidos.

No entanto, quando o autor se refere ao corpo como meio de nossa comunicação com o mundo, está dando um enfoque especial à expressão corporal, colocando o corpo como horizonte latente de nossa experiência presente, um objeto afetivo, ou seja, "afetado por", porque é situado e observável. Por outro lado, o autor quer desmistificar as concepções que dizem do corpo apenas como veículo de materialização de um pensamento a comunicar.

Outros autores como Nemirovsky por exemplo, ao fazer um trabalho que envolve movimento corporal, sensores e recursos tecnológicos, destaca o corpo nessa interação, atribuindo-lhe a função de contribuir em vários sentidos com a atribuição de significados, principalmente matemáticos, para situações físicas, por exemplo, a representação gráfica cartesiana, considerando as variáveis distância e tempo, para um movimento corporal. Esse pesquisador, além de ver o corpo como fonte de expressão e manifestação do ser, também o

vê como fonte de ação para que tal movimento aconteça na interação com as mídias, como é o caso desta pesquisa, quando os estudantes praticam movimentos corporais tendo os recursos tecnológicos como interfaces na produção de representação matemática.

Então, o diálogo corporal deverá contemplar a liberação de expressões e gestos, criando situações de comunicação completas e envolventes. Esta parte do estudo vem apresentar o quanto a valorização do corpo como fonte de expressão para entender as significações matemáticas atribuídas pelos estudantes é importante, principalmente numa situação que envolve a representação matemática de movimentos corporais e destaca as narrativas dos estudantes, também como forma de manifestação e expressão.

6.0 As Narrativas Matemáticas

Esta pesquisa envolve a análise das narrativas dos estudantes quando da realização dos experimentos de ensino, motivo que leva ao estudo do tema narrativas e narrativas matemáticas.

Uma narrativa expressa algo, representa um pensamento, descreve uma ação, na medida que apresenta uma seqüência repleta de significados com uma certa ordem temporal.

A atividade de narrativa não consiste simplesmente em adicionar episódios um após o outro, mas na constituição de significados para os eventos. A arte da narração funda-se na construção de uma história, requerendo habilidade para descrever detalhadamente a sucessão. Alunos e professores usam narrativas para expor as diferentes representações de uma mesma história e situações de ensino e aprendizagem.

A narrativa possibilita exercitar a capacidade de dialogar, refletir e questionar, o que implica o desenvolvimento do ouvir o outro e lidar com conflitos e divergências, do saber contar e saber descrever.

O ambiente informatizado oferece várias oportunidades à construção de narrativas, especialmente as narrativas matemáticas, que podem envolver desde a interpretação da representação dada pelo computador e pela calculadora gráfica para determinado fenômeno, até a construção elaborada pelo aluno. As narrativas matemáticas encorajam o uso de funções definidas com diferentes expressões, proporcionam a observação de atividades realizadas num contexto e possibilitam experienciar as variáveis como tempo ou distância como uma mudança contínua.

Segundo Nemirovsky (1993), a construção de uma narrativa matemática envolve diferentes situações a serem refletidas, como as expectativas que um gráfico possa mostrar e o que os estudantes imaginam, tal qual em toda história.

Para ele, os estudantes elaboram e interpretam narrativas matemáticas em qualquer idade; eles criam e discutem representações para diferentes situações, principalmente para os gráficos que descrevem fenômenos contínuos como o movimento.

Uma narrativa matemática é articulada com símbolos matemáticos, integrando eventos com características simbólicas. Nemirovsky coloca como exemplo que há muitas possibilidades no gráfico para descrever a mesma narrativa, e também há muitas narrativas para o mesmo gráfico. Para ele uma narrativa matemática pode ser a interpretação de um gráfico, sendo que cada narrativa expressa um caminho específico.

As narrativas centralizam regras e expressões simbólicas que emergem e são usadas pelos estudantes. E a fluência das idéias matemáticas passa a ser refletida na elaboração de narrativas matemáticas. Os estudantes fazem suas narrativas matemáticas através da descrição de eventos, da descrição de um gráfico, tabela, ou uma lista de números; para isso segundo Nemirovsky, o estudante pensa uma história.

O que não podemos esquecer é que, ao recorrer à narrativa como forma de relatar a situação vivenciada, é necessário levar em consideração a interação com o outro, a capacidade

de ouvir e de descrever as experiências realizadas e analisadas, aspectos que são considerados na análise dos dados desta pesquisa.

7.0 Considerações finais

Quando a ferramenta informática passa a integrar o ambiente escolar num processo de interação que envolve aluno, professor e tecnologias, ela passa a despertar a sensibilidade principalmente dos professores, quanto à existência de diferentes opções de representação para aspectos matemáticos, fundamentais para que construções, análises e estabelecimento de relações ocorram, principalmente através da discussão e reflexão.

Hoje, com a utilização de sensores é possível coletar dados relativos a movimentos corporais experienciados em tempo real, os quais são representados no plano cartesiano em calculadoras gráficas ou softwares, possibilitando um estudo mais apurado dessa representação matemática, abrindo assim, um caminho para se valorizar a corporeidade e as narrativas matemáticas na escola.

A corporeidade e idéia de corpo em movimento é decisiva neste estudo, porque o movimento corporal produz significação matemática quando da interação dos estudantes com os sensores, na vivência de uma situação de movimento.

E as narrativas matemáticas também assumem seu papel, porque elas representam a oportunidade da palavra dada ao estudante para que ele fale, expresse e registre o que entendeu, compreendeu e produziu através da ação com os sensores e software, participando dos movimentos corporais e observando-os acontecerem.

8.0 Referências Bibliográficas

- BORBA, M.C., *Students' understanding of transformations of functions using multirepresentational software*. Cornell: Cornell University, 1993. 377p Tese de doutorado.
- BORBA, M.C., *Calculadoras Gráficas e Educação Matemática, Série Reflexão e Educação Matemática*, Rio de Janeiro: MEM/USU, Ed. Art. Bureau, vol. 6, 1999.
- _____, *Informática trará mudanças na Educação Brasileira*, in Zetetiké, Campinas, SP, v.4, n°6, pp. 123-134, jul./dez. 1996.
- _____, *Lo que debemos llevar para el siglo XXI: el caso de las funciones*, Revista Uno – Revista de Didática de las Matemáticas – N.22, Ano VI, Octubre 1999, ps. 45-54.
- _____, *O livro didático e as novas tecnologias: o conhecimento que se transforma como uma nova mídia*, in Bicudo, M.A.V. e Junior, C. A., *Formação do Educador e Avaliação Educacional*, V.4, São Paulo: Editora da Unesp: 1999, p.119 – 137.
- COBB, P. & STEFFE, L. P., *The Constructivist Researcher as Teacher and Model Builder*, in *Journal for Research in Mathematics Education*, 14 (2), p.83-94, 1983
- CONFREY, J. *A Review of the Research on Student Conceptions in Mathematics, Science, and Programming* in *Review of Research on Education*, American Educational Research Association, Cazden, Courtney (ed.), 16, pp. 3-56, 1990.
- KAPUT, J.J., *Technology and Mathematics Education - Handbook of research on mathematics teaching and learning*, Douglas A Groves - Editor, Macmillan Library Reference USA - Simon (Schuster Macmillan, New York, 1992, p.515-556.
- NEMIROVSKY, R., *Mathematical Narratives I*, International Colloquium on the Introduction to Algebra - University of Quebec at Montreal, Montreal, May 12-16, 1993.
- NEMIROVSKY, R., KAPUT, J., ROSCHELLE, J., *Enlarging Mathematical Activity from Modeling Phenomena to Generating Phenomena*, PME-20, July, Spain: 1996.
- _____, R., *Mathematical Narratives, Modeling, and Algebra* in N. BEDNARZ et al (eds) *Approaches to Algebra*: Kluwer Academic publishers, Netherlands, 197-220, 1996.

PONTY, M.M., *O primado da Percepção e suas conseqüências filosóficas*, Campinas, Papirus, 1990.

_____, M.M., *Fenomenologia da Percepção*, São Paulo, Martins Fontes, 1996.

SCHEFFER, N.F., BORBA, M.C., *Explorando o Conceito de Movimento com o Auxílio da Informática no Ensino Fundamental*, Anais III EBRAPEM, RJ, 1999.

SCHEFFER, N.F., BORBA, M.C., *A Narrativa para um "Movimento" realizado com o Auxílio de Tecnologias no Ensino Fundamental*, Anais IV EBRAPEM, Rio Claro - SP, 2000.

VILLARREAL, M.O *o pensamento matemático de estudantes universitários de cálculo e tecnologias informáticas*. Rio Claro SP, 1999, Tese de doutorado

FORMAÇÃO CONTÍNUA DE PROFESSORES COMUNICADORES DE MATEMÁTICA: DA SALA DE AULA À INTERNET

Ruth Ribas Itacarambi
CAEM – IME / USP

A tecnologia vem evoluindo com tanta rapidez e as informações sendo renovadas a cada momento que torna difícil prever que profissional formar para desenvolver o trabalho em sala de aula, em termos de conhecimentos específicos na área de matemática e na utilização de mídias. O acréscimo de computadores, periféricos e softwares nas escolas gerou para os profissionais da educação uma nova complexidade para aprender e gerenciar. Os professores da rede pública com excesso de trabalho e estressados têm que buscar novas estratégias para utilizar a tecnologia. A possibilidade desta evolução está intimamente ligada aos conhecimentos dos professores sobre a aprendizagem, sobre o papel do professor na relação ensino-aprendizagem e sobre a prática pedagógica.

Esta pesquisa foi elaborada a partir do trabalho cooperativo de um grupo de professores da rede pública estadual de São Paulo, envolvidos nas oficinas programadas pelo professores do CAEM- IME (Centro de Aperfeiçoamento do Ensino de Matemática- Instituto de Matemática) para o PEC (Projeto de Educação Continuada), da Secretaria de Educação do Estado. Utilizou-se uma abordagem qualitativa (a pesquisa—ação), e dentro desta, a abordagem dialética para analisar os avanços e retrocessos e as contradições e mediações dos professores da rede pública da sala de aula para uma visão mais ampla da realidade sócio-econômica cultural. Foi feito um trabalho de investigação a partir dos questionários iniciais dos professores da rede estadual no PEC, dos relatórios de avaliação dos trabalhos dos professores universitários que ministraram as oficinas em 1997, da troca de correspondência entre os professores e também dos registros do pesquisador, durante o desenvolvimento da produção do conteúdo para a comunicação via Internet. O referencial teórico pautou-se na discussão sobre a qualidade de ensino e sua interferência nas propostas de formação de professor e nas implicações da cultura das mídias na sociedade contemporânea. O outro elemento que subsidia o trabalho é o da tecnologia e nela a idéia de cidade virtual.

O presente estudo mostra que a criação e o uso das redes comunicacionais, mediadas ou não por computadores, contribuem para o processo de desenvolvimento profissional e para a produção do conhecimento pessoal e coletivo de professores de matemática do ensino público. Tendo coletado os dados, este foram analisados e discutidos à luz do referencial teórico e foi possível elaborar o site : Professores de Matemática da Rede Pública em Rede.

O projeto no provedor da Escola do Futuro mostra que é possível criar redes comunicacionais de cooperação e formação mútua. E, com esta rede, gerar novas práticas pedagógicas. O professor saiu da sala de aula para o mundo da Internet.

EDUCAÇÃO MATEMÁTICA: NOVAS TECNOLOGIAS E ENSINO A DISTÂNCIA

Telma A. Souza Gracias²⁶

UNESP, Rio Claro - SP

O constante avanço dos recursos tecnológicos e o crescente acesso das pessoas às redes de comunicação informatizada são fatores que têm aberto novas possibilidades do campo da educação. Dentre elas, está a Educação a Distância (EaD), agora repensada em função das novas tecnologias de informação e comunicação (NTICs) disponíveis.

A EaD tem se apresentado como uma das maneiras de se resolver o problema de concentração de determinadas potencialidades em alguns centros. Os programas EaD vêm se intensificando e se tornando uma forte tendência da atualidade, inovando a forma de interação entre alunos e professores.

Atualmente, dentre as diversas formas de organizar a EaD, uma que tem ganhado destaque tem sido aquela que procura utilizar os recursos das NTICs para ministrar cursos sobre os mais diferentes assuntos. Neste sentido tecemos algumas considerações gerais sobre o tema EaD e sobre os aspectos que determinam um modelo comunicacional de um processo educacional a distância. Isto nos permitirá caracterizar e apresentar um modelo de curso a distância elaborado com inspiração no trabalho de Lévy (1993, 1999). A elaboração e análise deste curso faz parte de minha pesquisa de Doutorado, onde discutirei o papel das NTICs na reorganização do pensamento quando atores informáticos são incorporados ao processo de produção do conhecimento. Espero que este trabalho, somado a outros existentes em diversas partes do mundo, contribua para a compreensão da natureza do processo educacional resultante da EaD possibilitada pelas NTICs.

As Novas Tecnologias de Informação e Comunicação na Educação a Distância

A Educação a Distância é uma prática bem antiga, e tem sido entendida e definida ao longo do tempo em função de diversos fatores, principalmente os contextos sociais, culturais e políticos vividos pela sociedade da época. Atualmente, as definições de EaD incorporam o potencial das NTICs, em função de seu avanço e popularização.

Um passeio pelas diversas definições de EaD apontam que, em geral, ela é definida por aquilo que não é, isto é, a partir de processos organizacionais do ensino convencional da sala de aula (Alonso, 1999; Belloni, 1999). Analisando as definições podemos identificar os diversos parâmetros envolvidos neste tipo de contexto. O parâmetro comum, presente em todas as definições, é a distância, entendida em termos de espaço. Os parâmetros não comuns dizem respeito à sincronia/assincronia das interações, às tecnologias de informação e comunicação utilizadas, aos modelos comunicacionais, aos processos organizativos da aprendizagem, e aos modelos pedagógicos.

Vários destes aspectos são abordados na definição de Moore e Kearsley, por exemplo: “[Educação a Distância é] *uma aprendizagem planejada que normalmente ocorre em um local diferente do tradicional e como resultado requer projeto de curso e técnicas instrucionais especiais, métodos especiais de comunicação eletrônica e outra tecnologia, bem como sistemas organizacionais e administrativos especiais*” (Moore e Kearsley, 1996).

Muitos cursos, em diversos níveis, estão sendo oferecidos a distância. O treinamento de funcionários das empresas é feito muitas vezes através de cursos deste tipo, sob a visão de que na era da informação não são os alunos que devem ir a escola para aprender, a sala de aula é que deve ir até eles.

²⁶ Doutoranda do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, IGCE, e membro do Grupo de Pesquisa em Informática, outras Mídias e Educação Matemática - GPIMEM - do Departamento de Matemática, UNESP, Rio Claro - SP; e-mail: tasouza@rc.unesp.br

No mundo acadêmico, várias instituições do mundo estão oferecendo cursos de graduação, mestrado e até doutorado à distância. Tem se intensificado o número de alunos que estão se graduando nestas instituições, chamadas de Universidades Virtuais, sem precisar sair de casa para estudar, tendo apenas um computador conectado à Universidade Virtual que está oferecendo o curso. Os alunos fazem seu próprio trabalho com materiais fornecidos pelo curso, materiais impressos e comunicação postal, alguma forma de teleconferência e/ou rede eletrônica, e possuem suporte dos professores presentes (instrutores ou tutores) e professores distantes (mentores) via telefone ou e-mail.

Neste contexto educacional a interação entre professor e alunos tem que ser mediatizada por alguma tecnologia de comunicação. Logo, a educação depende muito da mediatização e, portanto, é importante a escolha da tecnologia utilizada como mediadora (Belloni, 1999). O mediador deve ter o potencial de contribuir com que a pessoa tenha mais responsabilidade para com a aprendizagem independente. A educação passa a ser mais centralizada no aluno que no professor, mais baseada em caso que no conteúdo, mais contextualizada que abstrata e mais democrática que ética (Saba, 1996). Várias já foram as tecnologias utilizadas nos programas de EDA, como correio, TV e vídeo, todas com tendências para um ensino com pouca interação. Atualmente a Internet, através de recursos World-Wide Web (WWW), tecnologia que permite o uso dos benefícios da hipermídia, permitindo a "navegação" e a interação com hiperdocumentos, começou a ser utilizada nos programas de EaD.

A tecnologia utilizada como mediadora permite a troca de informações entre professor e alunos. Cada vez mais colégios, universidades, escolas, empresas e particulares têm se conectado à Internet, o que abre novas possibilidades para que professores distantes superem o tempo e a distância para chegar aos alunos. Diversas vantagens proporcionadas por este tipo de interação que, de acordo com Porter (1997), poderá vir a ser um dos principais métodos de educação, são:

- permite escrita colaborativa;
- a universidade pode distribuir informação em larga escala para todos os usuários da rede e para locais onde o acesso às informações é restrito;
- há *software* cliente/servidor de domínio público e ferramentas de edição de fácil acesso;
- os materiais instrucionais podem ser corrigidos e atualizados em um único servidor WWW e distribuídos a todos os alunos;
- permite distribuição de páginas sem custos de impressão e transporte, reduzindo, por exemplo, custos de correio;
- possibilita o *feedback* dos alunos mais constante e facilmente;
- favorece a interatividade entre professores, alunos e entre alunos.

A interatividade é um aspecto que tem se destacado em função dos potenciais das NTICs. Antigamente, os mediadores não favoreciam este tipo de relação entre professor e alunos. E-mails, listas de discussão e web sites, por exemplo, proporcionam interatividade.

A literatura apresenta discussões sobre os aspectos relacionados à EaD via Internet, usando as tecnologias WWW, e-mail, *chat* e *newsgroup* (Baran, 1996, e.g.). Os resultados iniciais apontam que este tipo de interação produz bons resultados, no entanto, reconhece-se (Magalhães, 1997) a necessidade de realização de maior quantidade de pesquisa nesta área a fim de, principalmente, isolar o valor diferencial de cada tecnologia utilizado no curso. Neste sentido, com o intuito de contribuir com o preenchimento da lacuna ainda existente nesta área, nos propomos a elaborar, ministrar e analisar um curso de extensão a distância usando as NTICs como mediadoras das interações. A partir de agora passamos à apresentação e caracterização do modelo comunicacional do curso intitulado "Tendências em Educação Matemática".

Um curso de extensão à distância

O curso de extensão à distância intitulado "Tendências em Educação Matemática", foi oferecido junto ao Instituto de Geociências e Ciências Exatas, UNESP, Rio Claro. O curso, ministrado pelo Prof. Dr. Marcelo de Carvalho Borba, abordou algumas das principais tendências em Educação Matemática. Tinha como objetivo capacitar os estudantes a discutir criticamente algumas das tendências em Educação Matemática, e habilitá-los a entenderem, de forma inicial, o que é pesquisa em Educação Matemática. Participaram do curso 20 graduados em Matemática ou áreas afins.

As atividades educacionais do curso foram realizadas por meio de recursos informáticos. As redes de computadores foram utilizadas como mediadoras no processo educacional, sendo que estudantes e professores se comunicaram via *chat*, lista de discussão e e-mail.

A organização temporal do curso envolveu interações síncronas e assíncronas. As interações síncronas se deram semanalmente durante três horas em horários pré-determinados, quando professor e estudantes discutiam os textos *on-line*, em tempo real, via *chat*. As interações assíncronas aconteciam através de discussões via lista e e-mail. Houve também uma home-page que desempenhou o papel de mural do curso, onde sínteses das aulas, referências bibliográficas, fotos e outras informações sobre os participantes do curso foram expostas.

Em relação à avaliação, pelas normas da UNESP, para um curso de extensão o aluno é "Aprovado" ou "Reprovado", sendo o critério apenas a frequência. Assim, quem esteve presente nos *chats* 70% das horas foi aprovado e recebeu certificado. Alguns estudantes optaram por receber uma nota do professor. Para tanto foi necessário que elaborassem um projeto de pesquisa baseado na bibliografia discutida, ou um capítulo de tese/dissertação, ou um artigo sobre o tema do curso para ser submetido à publicação em periódico escolhido pelo autor. A síntese e análise crítica de uma dissertação ou tese ainda não lida foi uma atividade desenvolvida por cada participante do curso.

O modelo comunicacional do curso

O curso de extensão a distância "Tendências em Educação Matemática" que acabamos de caracterizar nos permite mostrar que este curso possui uma proposta semelhante a do curso presencial em nível de Pós-Graduação, no que diz respeito a objetivos, conteúdos, participantes e bibliografia. O que diferencia o modelo apresentado da disciplina presencial é o tipo de avaliação e de interação. A discussão sobre a avaliação no curso a distância nos remete a um aspecto de cunho burocrático, pois o regulamento sobre cursos de extensão não exige a atribuição de notas aos alunos, sendo considerado que apenas o fator frequência nas aulas é o determinante de aprovação ou reprovação. A maior diferença, no entanto, reside no novo tipo de interação e comunicação entre professor estudante e estudante/estudante. Este é o aspecto que passaremos a discutir.

Com relação ao aspecto temporalidade, o curso envolveu tanto as interações síncronas, como as assíncronas. As interações síncronas, corresponderam a aulas semanais com duração de 3 horas cada, com horários fixos. Nestas aulas aconteciam as discussões centrais sobre os artigos agendados para aquele dia. Apesar de haver críticas sobre este tipo de interação, na qual não há flexibilidade de horário, consideramos este tipo de atividade relevante na medida em que ela permite que os estudantes tenham um retorno imediato vindo de uma interação regular com o professor e com outros estudantes, tornando-os mais aptos à reflexão, à discussão ou ao questionamento sobre os textos.

As interações assíncronas aconteciam através da lista de discussão e e-mails, onde outras questões, relativas aos textos ou não, eram colocadas pelos participantes. Este tipo de

interação em cursos a distância permite que cada um trabalhe de acordo com sua disponibilidade de horário, utilizando o tempo que quiser para ler, refletir, escrever e revisar antes de compartilhar suas questões, informações ou *insights* com outras pessoas.

A combinação destes dois tipos de interação, juntamente com o *design* das tarefas propostas aos estudantes, permitiu, portanto, o estabelecimento de uma relação interativa e dialógica entre professor/estudante e entre estudante/estudante. Esta é a caracterização do modelo comunicacional utilizado.

Considerações Finais: as inspirações

Neste artigo, baseados no modelo de um curso de extensão a distância, discutimos as oportunidades oferecidas por um determinado modelo comunicacional. O modelo utilizou-se de tecnologias de informação e comunicação (*chat*, lista de discussão e e-mail) como mediadoras das interações, as quais foram síncronas e assíncronas. A comunicação dialógica foi bidirecional e permitiu interatividade entre professor/estudantes e entre estudante/estudante.

Este modelo me inspira a discutir questões concernentes à este tipo de interação à distância, tendo como foco uma nova forma de estruturação cognitiva. Embora esteja fora do escopo deste artigo abordar a estruturação cognitiva decorrente deste tipo de interação, finalizamos o artigo tecendo algumas considerações sobre nosso entendimento a respeito do papel das NTICs na reorganização do pensamento quando atores informáticos são incorporados ao processo de produção do conhecimento. O modelo comunicacional apresentado ilustra as idéias de Lévy (1993), que entende a integração do computador às tecnologias intelectuais como uma nova tecnologia da inteligência, na medida em que abre novas opções de engajamento social e cognitivo através de interações dinâmicas e não lineares, permitindo novas formas de estruturação de experiências e, conseqüentemente, um novo tipo de pensamento. Entendemos, como Lévy (1999), que um coletivo pensante pode se formar a partir de modelos comunicacionais como este, criando comunidades que podem superar questões relativas ao espaço, na medida em que houver interesses comuns.

O modelo apresentado neste artigo foi utilizado em um curso de extensão a distância sobre "Tendências em Educação Matemática". Assim, no nosso caso, a Educação Matemática age como veículo para a formação de uma comunidade virtual formada por pesquisadores e professores. Tal modelo pode, portanto, permitir que "novas culturas" surjam sem os constrangimentos colocados, ou limites impostos, pelo espaço.

BIBLIOGRAFIA

- Alonso, K.M. *A Educação à Distância e o Programa de Formação de Professores em Exercício na UFMT*. Mato Grosso: Universidade Federal do Mato Grosso, 1999 (Mimeogr.).
- BARAN, N. *Desvendando a superestrada da Informação*. Rio de Janeiro: Campus, 1995.
- Belloni, M.L. *Educação a Distância*. Campinas: Editores Associados, 1999.
- Lévy, P. *As tecnologias da inteligência: o futuro do pensamento na era da Informática*. Rio de Janeiro: Editora 34, 1993.
- LÉVY, P. *A inteligência coletiva: por uma antropologia do ciberespaço* (2a ed.). São Paulo: Edições Loyola, 1999.
- MAGALHÃES, M.G.M. *Estudo e avaliação de Educação à Distância utilizando a tecnologia WWW*. São Carlos, 1997. Tese (Mestrado), Instituto de Física de São Carlos, Universidade de São Paulo.
- Moore, M.G., Kearsley, G. *Distance education: a systems view*. Belmont: Wadsworth Publishing, 1996. Apud Magalhães, M.G.M. *Estudo e avaliação de Educação à Distância*

- utilizando a tecnologia WWW. São Carlos, 1997. Tese (Mestrado) - Instituto de Física de São Carlos, Universidade de São Paulo.
- PORTER, L.R. *Creating the virtual classroom: distance learning with the Internet*. New York: Wiley Computer Publishing, 1997.
- SABA, F. Introduction to distance learning. *The Distance Educator*, v.2, n.3, 1996. <http://www.distance-educator.com/intro.htm>

EXPLORANDO UM MICROMUNDO DINÂMICO PARA FUNÇÃO AFIM EM SALA DE AULA

João Dehon (In Memoriam)
Professor do Centro Federal de Educação Tecnológica
Orientadora: Verônica Gitirana
Mestrado em Educação da UFPE

O presente trabalho discute os resultados de uma investigação sobre a aplicabilidade de alguns resultados da pesquisa de doutoramento de Gomes Ferreira (1997), *Explorando Funções Matemáticas através de Ambientes Dinâmicos*, em sala de aula. A presente pesquisa foca o uso do software DG Paralelo para a exploração de funções afim. Além de restringir o campo conceitual de estudo, a investigação tentou mapear os tipos de habilidades que poderiam ser desenvolvidas pelos alunos quando interagindo com um ambiente em torno do DG Paralelo, no que concerne com a sua conexão com a representação algébrica.

Uma sequência de atividades, com 4 h/a, em torno do DG Paralelo foi adaptada para a exploração de conexões com a representação algébrica em função afim. A sequência foi trabalhada em uma turma composta de 12 alunos da 2ª série do ensino médio do curso de Tecnologia Ambiental do Centro Federal de Educação Tecnológica da Paraíba (CEFET-PB), com rendimento baixo em matemática e domínio do instrumento computacional. A intervenção foi precedida de um pré-teste e seguida de um teste similar (o pós-teste) contendo questões que exigiam do aluno o trabalho entre representações, focada na representação algébrica.

Uma análise comparativa entre pré e pós testes mostra ser a atividade a partir de diferentes representações para a algébrica as mais facilitadas. Enquanto que nenhum efeito foi observado quanto a manipulação algébrica, além de uma grande dificuldade aritmética ter sido apresentada pelos alunos. Os resultados também nos aponta uma necessidade de distinguir as situações dos problemas segundo seu contexto em termos de dificuldade ou facilidade para a modelagem.

INICIAÇÃO À DEMONSTRAÇÃO COM AUXÍLIO DO COMPUTADOR

Saddo Ag Almouloud
PUC/SP

Nosso trabalho tem por intuito uma reflexão didática sobre os problemas de ensino/aprendizagem dos conceitos e habilidades geométricos no ensino fundamental e uma análise de que forma o computador pode atuar na formação e desenvolvimento de conceitos geométricos.

Nossas reflexões apontam diversos fatores geradores de dificuldades no que diz respeito à compreensão e à aquisição dos conceitos e habilidades em Geometria;

No que diz respeito à demonstração em Geometria é imprescindível:

- separar a atividade de resolução de problema de geometria apoiando-se sobre a figura daquela da estruturação da demonstração.
- integrar, nesta resolução de problema, um trabalho de natureza heurística sobre a figura; reagir instantaneamente aos erros de tipo lógico.
- neutralizar ao máximo as variáveis de natureza lingüística.
- fazer as escolhas limitando as variáveis didáticas em interação, por exemplo, trabalhar a demonstração a partir de um número limitado de propriedades matemáticas (de sétima e oitava séries).
- fazer o aluno refletir sobre sua própria atividade.
- trabalhar mais no nível da representação do conhecimento em jogo do que sobre as estratégias mais ou menos algorítmicas da solução.

EXPLORANDO FUNÇÕES MATEMÁTICAS ATRAVÉS DE MICROMUNDOS DINÂMICOS

Verônica Gitirana Gomes Ferreira

Orientadora: Prof. Celia Hoyles

Tese de Doutorado: Institute of Education, University of London

O objetivo desta pesquisa foi investigar a percepção dos estudantes de função quando interagiam com diferentes representações de função disponibilizadas em ambientes computacionais. Micromundos foram elaborados compondo-se de uma sequência de atividades em torno dos softwares, Function Probe, e duas adaptações do DynaGraph, DG Paralelo (com eixos paralelos) e DG Cartesiano (com eixos Cartesianos). Estudos de casos com quatro pares de estudantes foram realizados no Brasil a fim de traçar a evolução da percepção dos estudantes sobre uma seleção de propriedades de função; a saber vértice, variação, imagem, simetria e periodicidade. Essa diversidade de propriedades foi escolhida para examinar diferentes formas dos estudantes analisarem funções: pontual, variacional, global e pictorial.

Iniciando por uma análise do curriculum e abordagem que os sujeitos do estudo de caso tiveram de função, como meio de descrever as origens de suas percepções, uma investigação longitudinal foi realizada para identificar os principais características de cada micromundo que parecem contribuir com o progresso dos estudantes. As percepções dos estudantes foram analisadas focando a atenção em suas origens, seu campo de uso e validade e suas limitações potenciais (a partir de uma visão matemática). Uma metodologia para este estudo longitudinal foi desenvolvido com a incorporação de uma apresentação visual para capturar os principais aspectos da percepção dos estudantes.

Os resultados mostram que DG Paralelo, uma "nova" representação, possibilitou o desenvolvimento das percepções livres de limitações prévias e robusta o suficiente para promover revisão. Contudo, propriedades previamente percebidas pictorialmente foram raramente identificadas com o DG Paralelo. Juntamente com DG Cartesiano, interações com esse micromundo impeliram os estudantes a desenvolver uma visão variacional de algumas propriedades de função. Além disso, DG Cartesiano serviu como uma ponte de mão-dupla entre as visões pictórica e variacional. Em contraste, o uso as ferramentas do FP para