Um olhar sobre a Resolução de Problemas envolvendo as Representações Semióticas no Ensino de Razão e Semelhança de Triângulos

A look at Problem Solving involving Semiotic Representations in the Teaching of Ratio and Similarity of Triangles

Eli Ferreira dos Santos [1]
Suzete de Souza Borelli [2]

Resumo: O artigo teve por objetivo investigar de que maneira uma sequência de atividades utilizando a metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação possibilita a compreensão do conteúdo de razão e semelhança de triângulos e como ocorreriam as interações dos alunos no processo de ensino e aprendizagem. Utilizamos a pesquisa qualitativa para compreender e explorar aspectos subjetivos da interação dos alunos sobre as atividades propostas. Para o desenvolvimento do trabalho, recorremos à metodologia de formação denominada de ensino-aprendizagem-avaliação através da resolução de problemas, juntamente com as representações semióticas e o *Geogebra*. Percebemos que essa tríade proporcionou situações de aprendizagens sobre o conteúdo discutido, ampliando as possibilidades de resolução de problemas dos alunos, bem como observar as simultaneidades das soluções algébricas e geométricas no *Geogebra*.

Palavras-chave: Resolução de problemas. Ensino-aprendizagem-avaliação. Representações semióticas. *Geogebra*. Semelhança de triângulos.

Abstract: The objective of the article was to investigate how a sequence of activities using the teaching-learning-evaluation methodology enables the understanding of the content of ratio and similarity of triangles and how student interactions would occur in the teaching and learning process. We use qualitative research to understand and explore subjective aspects of student interaction regarding the proposed activities. To develop the work, we used the training methodology called teaching-learning-assessment through problem solving, together with semiotic representations and Geogebra. We realized that this triad provided learning situations about the content discussed, expanding the students' problem-solving possibilities, as well as observing the simultaneities of algebraic and geometric solutions in Geogebra.

Keywords: Problem solving. Teaching-learning-evaluation. Semiotic representations. Geogebra. Similarity of triangles.

1 Introdução

Este artigo apresenta um recorte de uma dissertação de mestrado profissional sobre a resolução de problemas para o ensino de razão e semelhança de triângulos, intitulada como, "A Resolução de Problemas de Razão e Semelhança de Triângulos sob a Perspectiva das Representações Semióticas de Duval" (Santos, 2023). O objetivo para esse artigo foi investigar de que maneira uma sequência de atividades envolvendo a metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação possibilita a compreensão do conteúdo de razão e semelhança de triângulos e como ocorreriam as interações dos alunos no decorrer do processo de ensino e aprendizagem.

[1] Universidade Cruzeiro do Sul • São Paulo, SP — Brasil • ✉ erafabruno@gmail.com • ORCID **https://orcid.org/0009-0001-6359-4606**
[2] Universidade Cruzeiro do Sul • São Paulo, SP — Brasil • ✉ suzeteborelli@gmail.com • ORCID https://orcid.org/0000-0002-0738-8162

ISSN 2764-3158

Com esse intuito, foram investigadas as potencialidades da metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação através da resolução de problemas de Onuchic e Allevato (2021), juntamente com as representações semióticas de Duval (2009), e as interações proporcionadas pelo s*oftware Geogebra* para evidenciar as representações de tratamento e conversão de maneira simultânea.

A relevância dessa pesquisa, se deve, uma vez que não foi encontrada no banco de dissertações e teses da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior [CAPES], (2023), nenhuma pesquisa envolvendo essa tríade, ensino-aprendizagem-avaliação, representações semióticas e as representações simultâneas do *Geogebra*. A seguir, o referencial teórico que subsidiou a pesquisa.

2 Referencial teórico

A Resolução de Problemas no campo da Educação Matemática como uma metodologia de ensino, busca uma aproximação entre os diversos conteúdos e os alunos. Conforme as orientações da Base Nacional Comum Curricular [BNCC], (Brasil, 2018), podemos evidenciar a importância da resolução de problemas como fundamental para o ensino da matemática, ou seja, apresentar conceitos matemáticos dentro de contextos do mundo real ou do cotidiano dos alunos para ajudar a torná-los mais compreensíveis e significativos. E ainda traz a ideia da *formulação* ou *elaboração* de problemas, "reconhecer que os conhecimentos matemáticos são fundamentais para a compreensão e a atuação no mundo" (Brasil, 2018, p. 266), auxiliar a relacionar a matemática com as suas próprias experiências e a compreender a aplicação prática. Para esse propósito, foi utilizada a metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação através da resolução de problemas, que são ideias defendidas por (Onuchic & Allevato, 2021).

As autoras afirmam que "Nessa Metodologia, o problema é o ponto de partida e orientação para a aprendizagem de novos conceitos e conteúdos matemáticos" (Onuchic & Allevato, 2021, p. 47). O uso dessa metodologia consiste na aplicação de uma sequência de 10 etapas para resolver um problema, ilustrada na Figura 1.

Figura 1: As etapas da metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação.

Fonte: Onuchic e Allevato, (2021, p. 51).

A Figura 1 ilustra a sequência das etapas, que se inicia com um problema que é chamado de problema gerador e perpassa pelas demais etapas, chegando na proposição e resolução de

ISSN 2764-3158

novos problemas. Pode-se observar a necessidade da postura de mediador do professor para conduzir os alunos nesse percurso. De acordo com as autoras:

> A palavra composta ensino-aprendizagem-avaliação tem objetivo de expressar uma concepção em que o ensino, a aprendizagem e a avaliação devem *ocorrer simultaneamente durante a construção do conhecimento* pelo aluno, com o professor atuando como guia e mediador. (Onuchic & Allevato, 2021, p. 39, grifos nossos)

Essa metodologia de ensino abre espaço para os alunos terem uma atitude de protagonistas das suas próprias aprendizagens de forma consciente, incentivarem a mobilização dos seus conhecimentos prévios e desenvolverem novos conhecimentos entre eles. Sobre a interação entre os alunos para a apropriação de conhecimentos matemáticos, a BNCC (Brasil, 2018), aponta:

> Interagir com seus pares de forma cooperativa, trabalhando coletivamente no planejamento e desenvolvimento de pesquisas para responder a questionamentos e na busca de soluções para problemas, de modo a identificar aspectos consensuais ou não na discussão de uma determinada questão, respeitando o modo de pensar dos colegas e aprendendo com eles. (Brasil, 2018, p. 267)

Nesse processo de cooperação, o professor atua como um facilitador do conhecimento, orientando os alunos através do processo de resolução de problemas e criando um ambiente propício para o ensino e a aprendizagem. Para Ponte, Brocardo e Oliveira (2015) na resolução de problemas, a aprendizagem do aluno transcende a ideia de se chegar a uma resposta certa ou errada e afirmam:

> Quando trabalhamos num problema, o nosso objetivo é, naturalmente, resolvê-lo. No entanto, para além de resolver o problema proposto, podemos fazer outras descobertas que, em alguns casos, se revelam tão ou mais importantes que a solução do problema original. Outras vezes, não se conseguindo resolver o problema, o trabalho não deixa de valer a pena pelas descobertas imprevistas que proporciona. (Ponte, Brocardo & Oliveira, 2015, p. 17)

Quando os alunos se envolvem na resolução de problemas, eles não apenas aplicam os conceitos e técnicas que aprendem, mas também ampliam seu entendimento sobre esses conceitos, exploram as relações entre diferentes tópicos teóricos e desenvolvem habilidades cognitivas importantes, como raciocínio lógico, análise e síntese. E ainda, as autoras Nunes, Noguti e Azevedo (2021) corroboram com a pesquisa e mostrando a importância de trabalhar com a resolução de problemas e citam algumas habilidades que podem ser adquiridas:

> Trabalhar na perspectiva da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, em qualquer nível de escolaridade, dá oportunidade ao aluno de *explorar, investigar, manipular conjecturar, falar, escrever, analisar, experimentar, refletir, abstrair, argumentar e generalizar* acarretando, então, a mobilização de um conjunto de conhecimento que possibilitarão a produção de outros. (Nunes, Noguti & Azevedo, 2021, p. 159, grifos nossos)

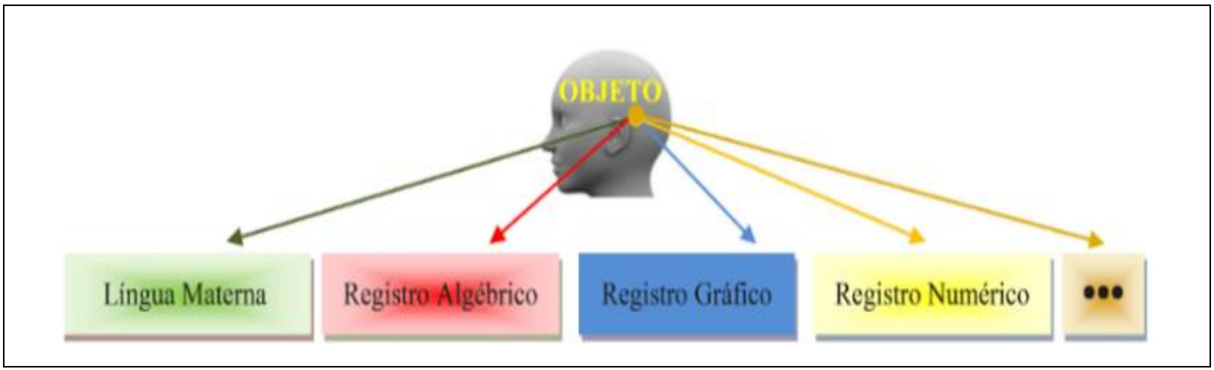
Sendo assim, a aplicação dessa metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação, possibilita aos alunos e ao professor a construção coletiva do conhecimento matemático e das

ISSN 2764-3158

formas de expressar os conceitos e os procedimentos. A seguir, as representações semióticas de tratamento e conversão de Duval (2009).

A teoria das representações semióticas estuda os sistemas de signos e os processos de significação das representações. Uma representação pode assumir várias formas, desde a linguagem natural até as formas mais abstratas como fórmulas matemáticas ou símbolos gráficos. Essas diferentes formas de representação são chamadas de sistemas semióticos. Essa teoria se baseia nas ideias de Duval (2009) sobre as representações como meio de comunicação e necessária para a compreensão da matemática, uma vez que os alunos podem visualizar as relações entre as diferentes representações do mesmo objeto, ao mesmo tempo em que desenvolvem uma compreensão mais profunda das representações simbólicas associadas a esses conceitos. De acordo com o autor, os objetos são formados na mente e depois são feitas as representações, o que respectivamente, são a noésis e a semiótica. Para compreender melhor esses registros, vejamos a Figura 2, a seguir.

Figura 2: Alguns registros que podem ser realizados pelos alunos.



Fonte: Henriques e Almouloud, (2016, p. 2).

A Figura 2 mostra alguns registros que o aluno pode realizar a partir da criação mental, o que Duval (2009) chamou de noésis, e busca uma representação desse objeto, que são os registros semióticos. Para o autor, mesmo sendo coisas diferentes, a noésis e semióticas, não são possíveis de serem separadas no pensamento humano. Nesse sentido, destacamos as representações semióticas de tratamento e conversão. De acordo com o autor são:

> Um tratamento é uma transformação que se efetua no interior de um mesmo registro, aquela onde as regras de funcionamento são utilizadas; um tratamento mobiliza então apenas um registro de representação. A conversão é, ao contrário, uma transformação que se faz passar de um registro para outro. Ela requer então a coordenação dos registros no sujeito que se efetua. (Duval, 2009, p. 39)

Para o autor, as representações semióticas de tratamento, por mais que o aluno ou professor resolva a situação de várias maneiras algebricamente, continuam sendo apenas um registro, ou seja, as regras de funcionamento não mudam. Para que ocorra a conversão, é necessário mudar o registro, por exemplo, do registro algébrico para o geométrico. As regras de funcionamento de um registro algébrico são diferentes das regras de funcionamento de um registro geométrico. De acordo com Brandt e Moretti (2016), é necessário levar os alunos a transitarem de um registro para outro e é função do professor explorar as várias representações do mesmo objeto estudado. Isso permite que os alunos percebam as relações entre os objetos e as suas possíveis representações, e a capacidade de discernir entre um objeto e sua representação, que é fundamental para a construção do conhecimento. Duval (2009) afirma que não tem nada de evidente para o aluno a representação de conversão, devido a mudança das

ISSN 2764-3158

regras de funcionamento. Para amenizar essas dificuldades, o *software Geogebra* pode ser utilizado para evidenciar a representação de conversão um registro para outro.

A BNCC (Brasil, 2018) faz referência e orienta para o uso de ferramentas tecnológicas nas aulas de matemática. “Utilizar processos e ferramentas matemáticas, inclusive tecnologias digitais disponíveis, para modelar e resolver problemas cotidianos, sociais e de outras áreas de conhecimento, validando estratégias e resultados” (Brasil, 2018, p. 267). Nessa competência específica, orienta e aponta para o uso das ferramentas tecnológicas, o que contribui para o pensamento algébrico e geométrico, ao desenvolver nos alunos as habilidades e competências necessárias para ajudar a resolver problemas do cotidiano e sociais. Santos (2021), afirma sobre os ganhos de aprendizagem ao usar o *software Geogebra* para as construções geométricas, facilitando a compreensão do aluno, e isso, devido a menor perda de informação nas construções em comparação às realizadas no caderno, com o uso de régua e compasso.

Como o *Geogebra* tem uma gama de ferramentas para as construções algébricas e geométricas, mesmo o aluno que apresenta dificuldades para construir figuras planas ou espaciais na barra de ferramenta, mostra o procedimento para as construções e proporciona uma interação e facilita perceber os conceitos e propriedades, diferentemente do uso do caderno, devido às construções serem estáticas e um produto acabado. O professor ao acessar as atividades dos alunos, consegue ver todos os passos realizados pelos alunos do início ao fim. Nas construções simultâneas, utilizando-se o *Geogebra,* o aluno percebe que, quando muda o registro algébrico, muda também o registro geométrico. Essa é uma das vantagens das construções simultâneas porque evidencia a representação de conversão. A seguir, o referencial metodológico.

3 Referencial metodológico

Considerando o ambiente da sala de aula para o desenvolvimento das atividades propostas e a problemática da pesquisa, tornou-se necessário traçar um caminho, como sugerido por Fiorentini e Lorenzato (2012), para não se perder no percurso investigativo. Nesse sentido, a pesquisa foi amparada por algumas palavras chaves, tendo como recorte *investigar* as potencialidades da metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação, *vivenciar* as dez etapas de implementação da metodologia em uma sequência didática, *discutir* as contribuições dos registros de representações semióticas de Duval (2009).

Diante da problemática, pensamos que seria necessário planejar situações de aprendizagens que permitissem garantir que os alunos compreendessem os conceitos matemáticos de forma significativa e observar como ocorreriam essas interações nos processos de ensino e aprendizagem. Para responder a essas inquietações, foi adotada a pesquisa qualitativa que, segundo Creswell (2010), possibilita que os dados coletados sejam feitos no próprio ambiente da pesquisa. A adoção por esse tipo de pesquisa, se justificou ao fato das observações e interações serem evidenciadas e levantadas no próprio ambiente estudado e acompanhadas, como ocorreu no processo de ensino e aprendizagem dos conteúdos de razão e semelhança de triângulos. Foi fundamental quando se buscou compreender e explorar aspectos subjetivos do comportamento humano, como sentimentos, percepções, crenças e valores. Esse tipo de pesquisa permitiu uma análise mais profunda e contextualizada, levando em conta o contexto em que ocorreu, como o local, o tempo e a cultura.

Durante a condução da pesquisa, o pesquisador ficou atento ao considerar os diferentes pontos de vista que emergiram dos alunos, o que significou reconhecer e valorizar as diversas perspectivas e experiências dos alunos envolvidos no estudo. Exigiu uma observação atenta de como as atividades propostas foram executadas e as interações entre eles se desenvolveram ao

ISSN 2764-3158

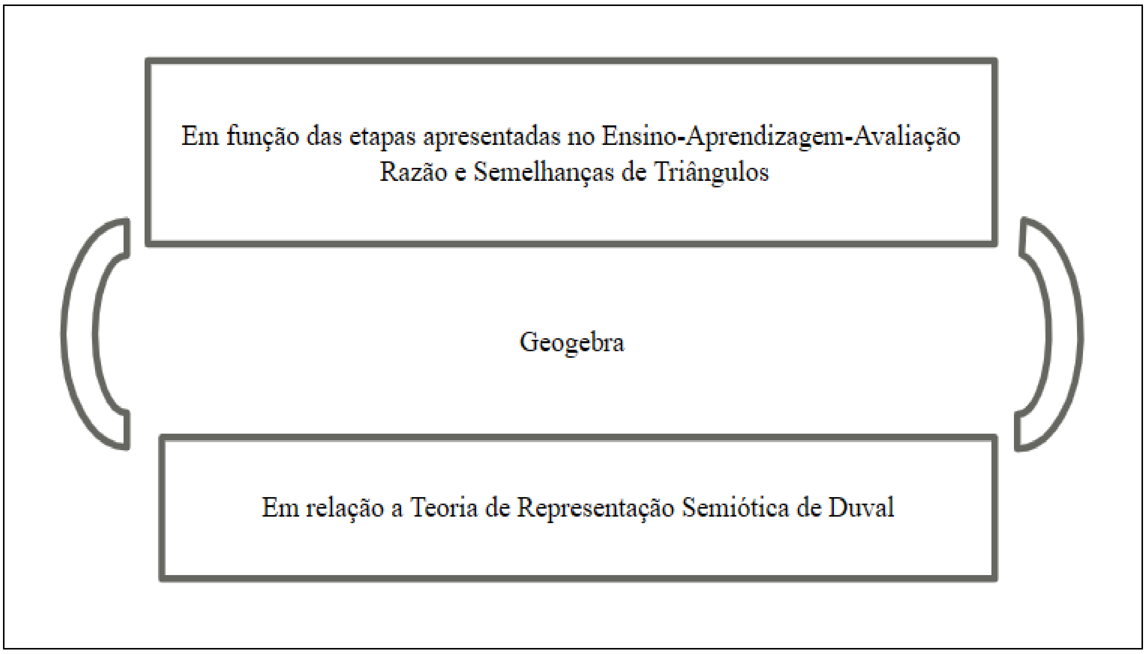
longo da pesquisa. Para a coleta das informações, foram realizados os procedimentos de construção de um diário de campo, gravações e fotografias, bem como dos registros realizados pelos alunos dos problemas geradores resolvidos. Esses procedimentos adotados proporcionaram levantar indícios sobre as interações dos alunos, sobre as discussões em grupos e sobre o processo de resolução dos problemas.

Para isso, foram realizados 8 encontros numa escola pública, nos meses de novembro e dezembro de 2022, e propostos 4 problemas de semelhança de triângulos, que utilizou a metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação, juntamente com as representações semióticas de tratamento e conversão no ambiente digital do *Geogebra*. A turma era composta por 35 alunos e foram formados grupos com 5 participantes. Como o pesquisador era o professor titular da classe, essa turma permaneceu até o término da pesquisa. Os grupos abriram uma conta na plataforma do *Geogebra* para facilitar a disponibilização das atividades, bem como a entrega para o pesquisador. A partir dos *links* dos problemas, os alunos foram orientados de como deveriam realizar o acesso e de como deveriam fazer uso da plataforma, de modo a garantir os registros do que foi discutido. Os encontros foram realizados durante o período de aula normal da turma. A seguir, a análise e discussão dos resultados.

4 Análises e discussão dos resultados

Para a análise e discussão das atividades, foi utilizado o ensino-aprendizagem-avaliação, os registros de representação semiótica e as interações do *Geogebra*, ilustradas na Figura 3.

Figura 3: Objetos de análise e discussão



Fonte: Elaborado pelo pesquisador (2024).

A Figura 3 mostra como ocorreu a análise dos problemas, ressaltando o *Geogebra foi o grande* articulador e permitiu evidenciar o desenvolvimento da metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação e das representações semióticas de tratamento e conversão. Nos 1º e 2º encontros foram apresentados a proposta da pesquisa e a apresentação do primeiro problema.

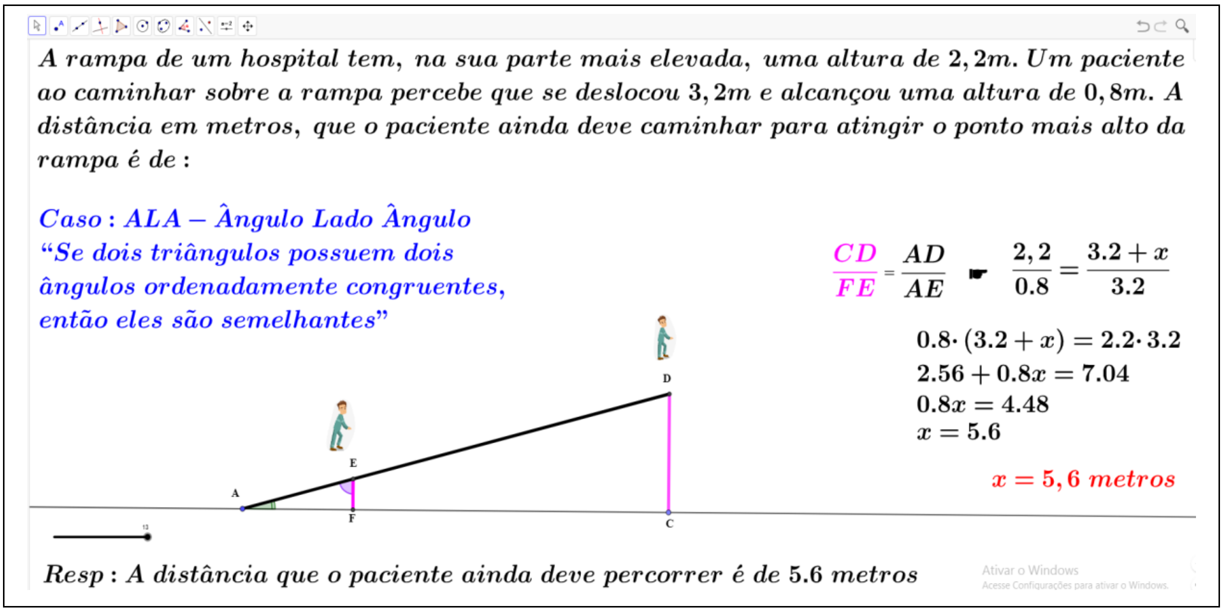
Problema 1) *A rampa de um hospital tem, na sua parte mais elevada, uma altura de 2,2-m. Um paciente ao caminhar sobre a rampa percebe que se deslocou 3,2-m e alcançou uma altura de*

ISSN 2764-3158

0,8-m. A distância em metros, que o paciente ainda deve caminhar para atingir o ponto mais alto da rampa é de:

Este problema foi utilizado para mostrar para os alunos como ocorreria a dinâmica das atividades e o uso da metodologia adotada. Em seguida foi apresentada uma solução para interação dos alunos com o ambiente digital para resolução dos problemas, ilustrada na Figura 4.

Figura 4: Resolução do problema para interação com o ambiente digital do *Geogebra*.



Fonte: Arquivo do pesquisador (2024).

Após a apresentação do problema, destacamos a pergunta de um aluno que mereceu uma atenção especial: "*Professor, qual a diferença entre resolver o problema no caderno que estamos acostumados e no Geogebra, se vamos chegar no mesmo resultado?* O pesquisador argumentou que, baseado na citação de Santos (2021), a dinâmica e a eficiência do *Geogebra* nas construções geométricas e algébricas de maneira simultânea, proporcionam ganhos de aprendizagem que não eram possíveis de serem observados no registro realizado apenas no caderno. Outro argumento seria que as representações Algébricas e Geométricas simultâneas proporcionadas pelo *Geogebra* permitiriam observar e compreender melhor as relações entre os diferentes conceitos matemáticos. Enfim, essa primeira aproximação serviu para os alunos observarem como foi construída a solução do problema na plataforma. A seguir, apresenta-se o problema 2 e as reflexões, ocorridas no 3º e 4º encontros. Nesses encontros foi resolvido o problema 2, que tratou de alguns casos de semelhança.

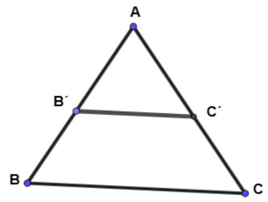
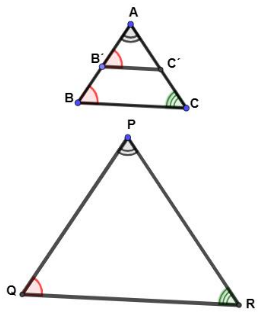
Problema 2) *Desenhe um triângulo ABC qualquer e faça o que se pede: a) Trace uma paralela B´C´ao lado BC, internamente ao triângulo; b) Construa um triângulo PQR cujos lados medem respectivamente, o dobro dos lados do triângulo ABC; Que conclusões se pode tirar de [a] e [b] em relação aos ângulos e lados dos triângulos ABC, A´B´C´e PQR?*

Para a resolução desse problema foram seguidas as etapas da metodologia. Os alunos não conseguiram resolver o problema de modo satisfatório, e diante dessa dificuldade, o pesquisador apresentou algumas questões ilustradas na Figura 5. O objetivo foi para que os alunos tivessem elementos para discussão que ocorreria na etapa 7 da plenária. Essa ilustração

ISSN 2764-3158

retrata as possíveis representações semióticas que os alunos poderiam construir. Ressaltamos que o professor deve levar os alunos a transitar entre os vários registros.

Figura 5: Representação de conversão

Expressão linguística	Expressão algébrica	Expressão figural
a) Trace uma paralela B´C´ ao lado BC, internamente ao triângulo	B´C´ // BC	
b) construa um triângulo PQR cujos lados medem respectivamente, o dobro dos lados do triângulo ABC	AB • 2 BC • 2 AC • 2 refere-se a medida do segmento multiplicado por 2	

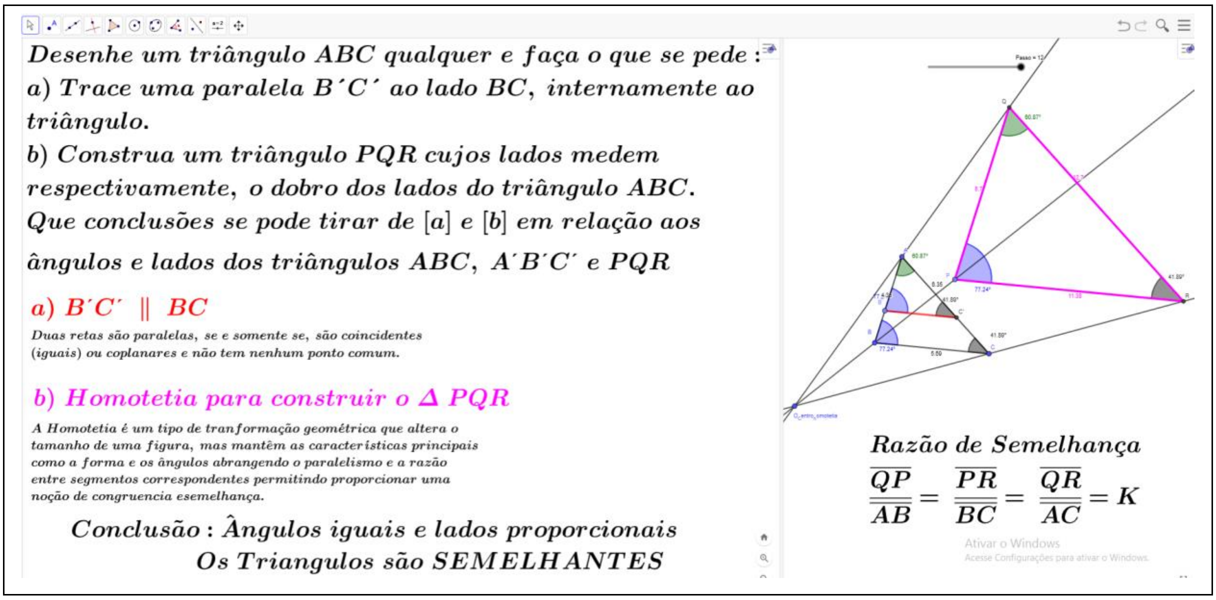
Fonte: Adaptado de Santos, (2023, p. 129).

O objetivo em apresentar e evidenciar as representações de tratamento e conversão conforme a Figura 5, foi para que os alunos tivessem elementos de discussão e argumentação a partir da interpretação das expressões na língua materna e na linguagem matemática. Após a leitura realizada pelos alunos, o pesquisador levantou algumas indagações sobre as mudanças das representações de conversão, e foi percebido que os alunos reconheceram as retas paralelas, ângulos congruentes, mas não reconheceram os símbolos matemáticos e as suas aplicações como expressão de comunicação. Sobre isto, Duval (2009), alerta para a importância em trabalhar as várias representações do mesmo objeto, e a ação mediadora do pesquisador foi importante para que os alunos pudessem avançar na compreensão dos conceitos envolvidos, e principalmente do modo que foram construídos os objetos, o que acabou facilitando a compreensão.

Nesse sentido, "[...] o papel desempenhado pelo professor como organizador e mediador no decurso dessas atividades" (Onuchic & Allevato, 2021, p. 54). A ação do pesquisador trouxe novos questionamentos que permitiram emergir os conhecimentos prévios dos alunos, bem como estruturar e organizar novos, a partir do que eles já sabiam sobre os ângulos internos dos triângulos e seus respectivos lados. Seguidamente, passou para a etapa 9, em que o professor formaliza os conteúdos matemáticos. Nessa etapa, o pesquisador apresentou uma possível solução para a formalização dos conteúdos envolvidos, ilustrados na Figura 6.

Figura 6: Resolução do problema 2 - *Geogebra*

ISSN 2764-3158



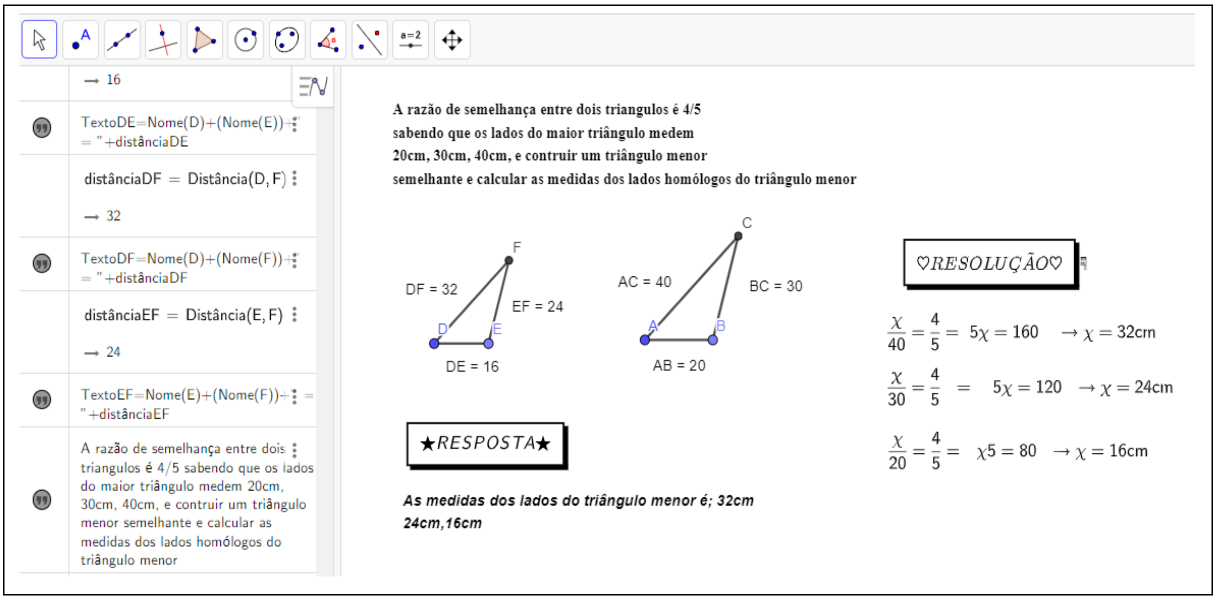
Fonte: Santos, (2023, p. 130).

A Figura 6 ilustra a resolução do problema dividida em duas janelas: uma para mostrar os conteúdos envolvidos e a outra para mostrar a construção geométrica ocorrida. Conforme os conceitos matemáticos foram aparecendo nas janelas, os alunos visualizaram as representações de convenções de maneira simultânea no modo passo a passo. Os conteúdos abordados foram: construção de figuras semelhantes; ampliação e redução de figuras planas em malhas quadriculadas; relações entre os ângulos formados por retas paralelas intersectadas por uma transversal e casos de semelhança de triângulos. Nessa resolução, ficaram evidenciadas as afirmações de Onuchic e Allevato (2021) acerca da aprendizagem dos conteúdos matemáticos a partir de um problema gerador. A seguir, apresentamos as reflexões dos 3º e 4º encontros. Nesses encontros, foi resolvido o terceiro problema sobre semelhança de triângulos.

Problema 3 - *A razão de semelhança entre dois triângulos é 45. Sabendo que os lados do maior triângulo medem 20 cm, 30 cm e 40 cm, construir um triângulo menor semelhante e calcular as medidas dos lados homólogos do triângulo menor.*

Para a resolução desse problema, foi disponibilizado o *link* de acesso na plataforma do *Geogebra*. Foram seguidas as etapas da metodologia, iniciando pela leitura individual, colaborativa e resolução pelos grupos de alunos. A seguir, a Figura 7 apresenta a resolução desenvolvida por um grupo de alunos.

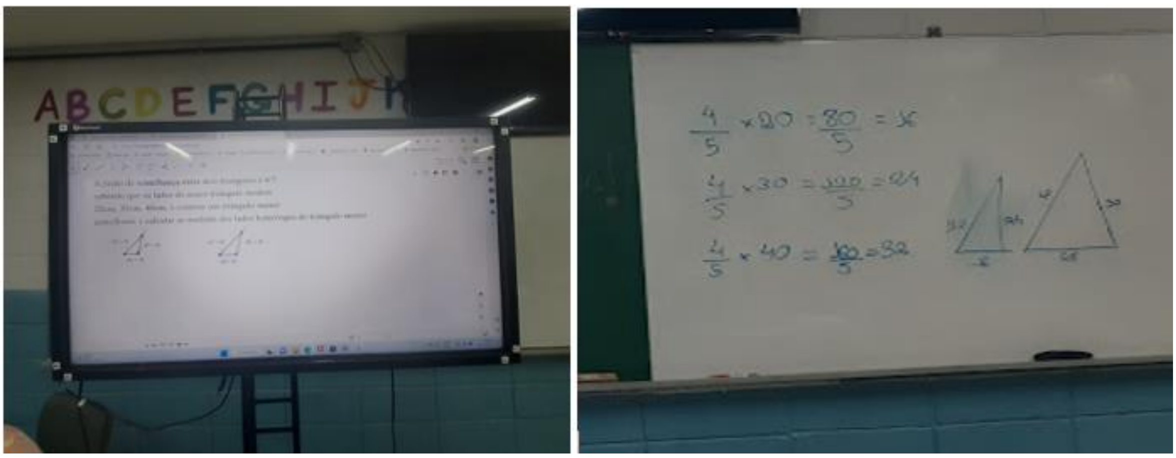
Figura 7: Resolução do grupo 1



Fonte: Santos, (2023, p. 136).

Observa-se que o grupo fez a representação de tratamento e conversão separadamente. Isso mostra a reprodução das resoluções costumeiras da sala de aula. A solução encontrada está correta e Duval (2009) afirma que o aluno aprende matemática quando consegue realizar mais de uma representação do mesmo objeto. Além dessa, foram apresentadas outras soluções realizadas no caderno. Na etapa 6, dois grupos apresentaram as soluções, ilustradas na Figura 8.

Figura 8: Apresentação dos grupos



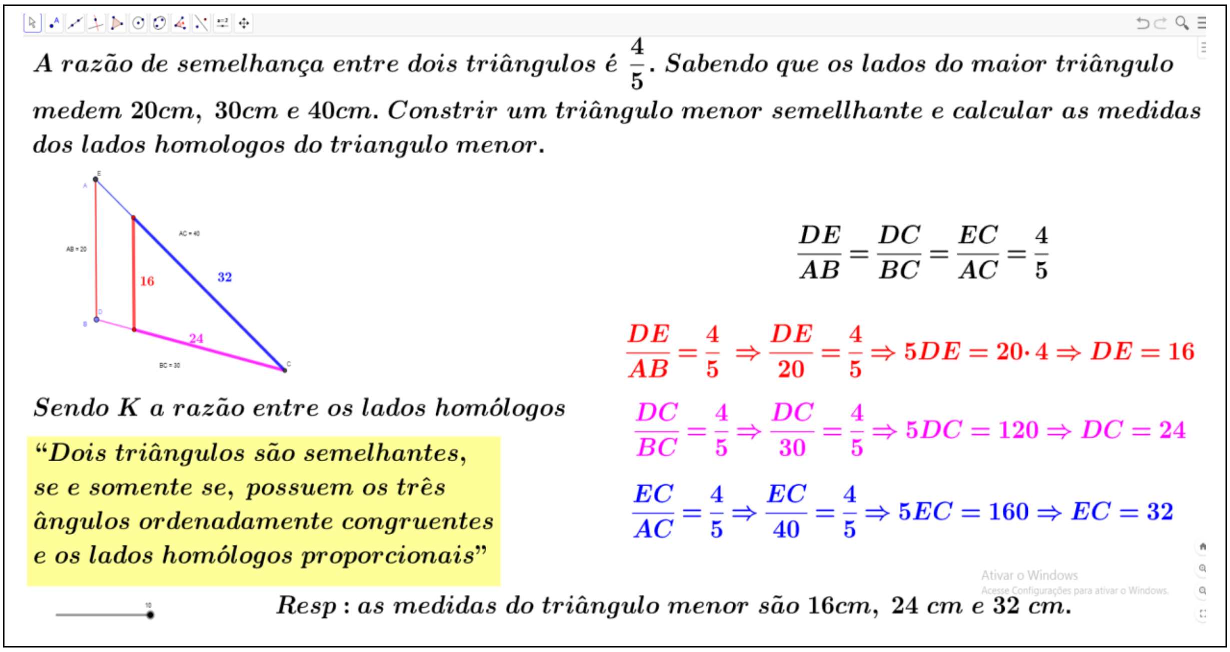
Fonte: Santos, (2023, p. p. 138-139).

O momento foi oportuno porque os alunos perceberam as diferenças das representações de tratamento e conversão, principalmente nas informações trazidas pelos dois tipos de construções geométricas. A representação de tratamento (álgebra) das duas apresentações chegou no resultado esperado, mas, não foi expresso de modo adequado e a representação de conversão (figural) não respeitou a proporcionalidade das medidas nas construções dos triângulos. Uma aluna do grupo 6 explicou que usou frações, enquanto outra aluna utilizou a proporção.

ISSN 2764-3158

Foi dado prosseguimento para a etapa da plenária, e foram discutidas as soluções encontradas, como também a busca de um consenso nas apresentações. A seguir, a Figura 9 apresenta a solução do pesquisador para a formalização dos conteúdos envolvidos.

Figura 9: Solução do pesquisador



Fonte: Santos, (2023, p. 142).

Na figura 9, ao apresentar simultaneamente a solução algébrica e geométrica, juntamente com a construção passo a passo, os alunos tiveram a oportunidade de relacionar os conceitos matemáticos com as suas representações, língua materna, linguagem geométrica e algébrica. Isso ajudou a melhorar a compreensão e a minimizar as dificuldades de conversão levantadas por Duval (2009), quando afirma que não tem nada de evidente para o aluno e que é difícil o discernimento entre o objeto e a sua representação, acarretando obstáculos para o desenvolvimento da aprendizagem. Neste problema, foram abordados os seguintes conteúdos: construção de figuras semelhantes; ampliação e redução de figuras planas na malha quadriculada do *Geogebra*; semelhança de triângulos e paralelismo. A seguir as reflexões dos últimos encontros.

Os dois últimos encontros foram dedicados à elaboração de um novo problema, etapa 10 da metodologia e o fechamento dos encontros. Foi disponibilizado um *link* para acesso na plataforma, e foi proposta a elaboração de um problema, a partir dos problemas geradores resolvidos anteriormente do conteúdo de razão e semelhança de triângulos. A Figura 10 apresenta a ilustração do problema.

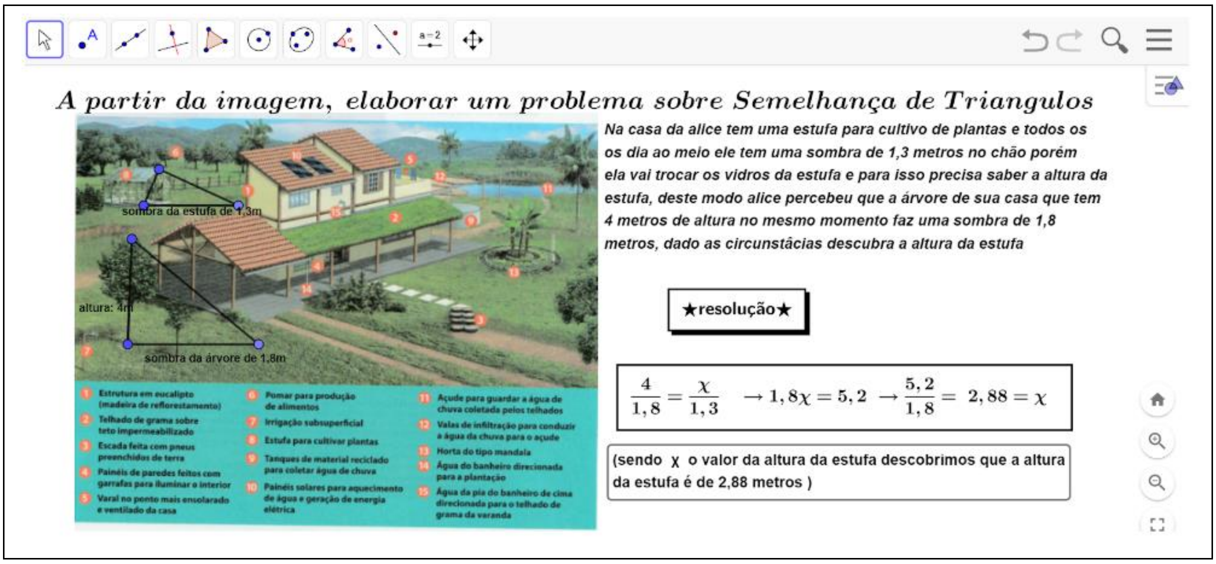
Figura 10: Figura para elaboração de um novo problema.

1- Estrutura em eucalipto, madeira de reflorestamento. 2- Telhado de grama – teto impermeabilizado. 3- Escada feita de pneus enchida com terra. 4- Painéis de parede feito com garrafa para iluminar o interior. 5- Varal no ponto mais ensolarado e ventilado	6- Pomar para produção de alimento. 7- Irrigação subsuperficial. 8- Estufa de plantas. 9- Tanque de material reciclado para coleta da água da chuva. 10- Painéis solares para aquecimento de água. 11- Açude para guardar água coletada da chuva.	12- Valas de infiltração para conduzir água de chuva coletada das calhas. 13- Horta do tipo mandala. 14- Água do banheiro direcionada para plantação. 15- Água da pia do banheiro de cima direcionada para o telhado de grama do telhado.

Fonte: Adaptado de Santos, (2023, p. 154).

Para a elaboração dos problemas, foram criados oito critérios para a avaliação das produções dos alunos, a seguir: O problema é adequado à imagem e ao conteúdo que foi discutido? O enunciado do problema tem clareza? O problema tem uma pergunta? Os dados do problema respeitam minimamente as proporções do espaço da figura? A solução encontrada é adequada à pergunta e à imagem? Foram evidenciadas as representações de tratamento e conversão? O problema tem aproximação com quais problemas geradores estudados? Como se apresentam os conceitos matemáticos envolvidos? Para essas soluções, quais recursos foram utilizados? Geogebra ou folha de atividades? Esses critérios foram compartilhados após a entrega das produções? Foram elaborados e resolvidos três problemas? Apresentamos a seguir, um problema elaborado e resolvido pelo grupo 1, ilustrado na Figura 11.

Figura 11: Um dos problemas elaborados pelos alunos



Fonte: Santos, (2023, p. 157).

A Figura 11 ilustra a produção do grupo 1. Os grupos que elaboraram os problemas, apresentaram para a turma e o pesquisador mostrou quais seriam os critérios de avaliação, e posteriormente seria dado um *feedback* dessa atividade. *Em* seguida, o pesquisador agradeceu o empenho e a dedicação dos alunos. Em geral, nas produções dos alunos, foram observados os critérios definidos para a avaliação, bem como foi observada a compreensão da semelhança de triângulos. Essa etapa foi importante devido ao fato que os alunos colocaram em prática, as aprendizagens adquiridas nas resoluções dos problemas gerados.

Sendo assim, foi percebido como o *Geogebra* integrou o ensino-aprendizagem-avaliação, as representações semióticas de tratamento e conversão para a resolução de problemas de razão e semelhança de triângulo, permitindo observar que o uso dessa tríade evidenciou uma ressignificação na resolução de problemas de razão e semelhança de triângulos como uma metodologia bastante potente para o ensino.

5 Considerações finais

Nossa preocupação na organização desse artigo foi investigar de que maneira uma sequência de atividades envolvendo a metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação, possibilita a compreensão do conteúdo de razão e semelhança de triângulos e como ocorreriam essas interações dos alunos no decorrer do processo de ensino e aprendizagem.

Para a busca de respostas para esses objetivos, organizou-se, a partir do planejamento de uma sequência de atividades que permitiu mostrar que o uso da metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação, juntamente com as representações semióticas, permitiram evidenciar pelas interações proporcionadas pelas construções simultâneas do *Geogebra*, que ela é uma estratégia eficaz para facilitar a compreensão dos conceitos matemáticos envolvidos no ensino de razão e semelhança de triângulo, demonstrada pelas produções dos alunos.

Nessa relação, o papel assumido pelo pesquisador como mediador, questionador e gerador de situações de aprendizagens, guiada pela metodologia de ensino adotada, foi um elo importante para fazer essa aproximação de forma organizada e sistematizada entre o conhecimento matemático e os conhecimentos que os alunos já dispunham, pois, colocou os alunos no centro da construção da aprendizagem.

A adoção da pesquisa qualitativa ofereceu uma abordagem rica e aprofundada para investigar aspectos subjetivos do comportamento dos alunos, permitindo explorar de maneira

ISSN 2764-3158

mais detalhada as nuances e complexidades que ocorreram no processo de ensino e aprendizagem.

Sendo assim, ao integrar a metodologia de ensino, as representações semióticas, o *Geogebra*, e ao desempenhar um papel como mediador, o pesquisador pode criar situações de aprendizagens que promoveram uma compreensão significativa dos conceitos matemáticos envolvidos. A pesquisa qualitativa trouxe contribuições importantes nesse processo, permitindo uma abordagem mais profunda para o ensino e aprendizagem de razão e semelhança de triângulos.

Enfim, os alunos perceberam que o uso do ambiente digital do *Geogebra* ampliou suas compreensões sobre a resolução de problema de matemática, e mostrou que esse processo vai muito além do que apenas chegar no resultado.

Referências

Brasil. Ministério da Educação. (2018). *Base Nacional Comum Curricular*. (versão final). Brasília, DF.

Brandt, C. F. & Moretti, M. T. (2016). Relações entre a conceituação da estrutura do sistema de numeração decimal e as operações cognitivas de produção, tratamento e conversão com registros de representação semiótica do número: A palavra e a escrita arábica. In: C. F. BRANDT, M. T. MORETTI. *ENSINAR E APRENDER MATEMÁTICA: POSSIBILIDADES PARA A PRÁTICA EDUCATIVA*. (p. 204) Ponta Grossa, MT: UEPG.

CRESWELL, J. W. (2010). Projeto de pesquisa: método qualitativo, quantitativo e misto. (3ª ed., p. 130) Porto Alegre: Artmed.

Duval, R. (2009) *Semioses e Pensamento Humano. Registros semióticos e aprendizagens intelectuais*. Tradução de L. F. L. e M. R. A. S. São Paulo - SP. Editora Livraria da Física.

Fiorentini D. & Lorenzato S. (2012). *Investigação em educação matemática*: *percursos teóricos e metodológicos.* (3ª ed., p. 60) Campinas. SP: Autores Associados.

Henriques, A & Almouloud, S. A. (2016). Teoria dos registros de representação semiótica em pesquisas na Educação Matemática no Ensino Superior: uma análise de superfícies e funções de duas variáveis com intervenção do software Maple. *SciELO, Ciência Educação*, 22(2), 465- 487.

Nunes, C. N. Noguti, F. C. H & Azevedo, E. Q. (2021). Ensino-aprendizagem-avaliação de Matemática: por que através da Resolução de Problemas? Resolução de Problemas. In: L. L. R. ONUCHIC, *eat. al*. (Org.). *RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS - Teoria e Prática.* (2. ed., p. 159) Jundiaí, SP: Paco Editorial.

Onuchic, L. R. & Allevato, N. S. G. (2021). Ensino-aprendizagem-avaliação de Matemática: por que através da Resolução de Problemas? Resolução de Problemas. In: L. L. R. ONUCHIC, *eat. al*. (Org.). *RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS - Teoria e Prática.* (2. ed., p. p. 37-57) Jundiaí, SP: Paco Editorial.

Ponte, J. P. Brocardo, J & Oliveira, H. (2015). *Investigações Matemáticas na Sala de Aula.* (3. ed.). Belo Horizonte, MG: Autêntica.

Santos, E. F. A Resolução de Problemas de Razão e Semelhança de Triângulos sob a Perspectiva das Representações Semióticas de Duval. 2023. 173 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática) Universidade Cruzeiro do Sul. São Paulo, SP.

ISSN 2764-3158

Santos, E. F. (2021). O Uso do Google Meet, Software Geogebra e Google Forms na Reconfiguração do Processo do Ensino e Aprendizagem da Matemática. In: A. A. L. Terçariol, *et al*. (Org). *O (Re) Inventar de Práticas Pedagógicas com as Tecnologias Digitais em Tempos de Pandemia*. (1. ed., p. p. 229-247) Jundiaí, SP: Paco Editorial.

ISSN 2764-3158