Análise de movimentos epistêmicos realizados na resolução de problemas de estruturas multiplicativas: gestos e toques em tela que revelam modos de pensar matematicamente

Analysis of epistemic movements made when solving multiplicative structure problems: gestures and screen touches that reveal ways of thinking mathematically

Rony Freitas[1]
Renan Oliveira Altoé[2]

Resumo: Este artigo apresenta análises de movimentos epistêmicos realizados por estudantes no processo resolução de problemas de estruturas multiplicativas. De natureza qualitativa, em uma abordagem interpretativa, os dados foram produzidos com quatro estudantes de um 4º ano do Ensino Fundamental – Anos Iniciais. Com base em estudos sobre Resolução de Problemas, Dispositivos Móveis com Toques em Tela e Cognição Corporificada, a interpretação dos movimentos epistêmicos (gestos e toques em tela) realizados pelos estudantes no desenvolvimento da História "O Mistério dos Cubinhos Dobrados", enquanto investigavam situações matemáticas de multiplicação, ocorreu por meio da Representação Esquemática Multimodal de Análise de Dados (REMAD). As análises mostraram que os gestos e toques em tela figuraram na aprendizagem matemática, relevando ações epistêmicas dos modos de pensar matematicamente.

Palavras-chave: Movimentos Epistêmicos. Dispositivos Móveis. Resolução de Problemas. Cognição Corporificada. Estruturas Multiplicativas.

Abstract: This article presents an analysis of the epistemic movements made by students in the process of solving multiplicative structure problems. Of a qualitative nature, in an interpretative approach, the data was produced with four students from a 4th grade of Primary School - Early Years. Based on studies on Problem Solving, Mobile Devices with Screen Touches and Embodied Cognition, the interpretation of the epistemic movements (gestures and screen touches) made by the students in the development of the Story "The Mystery of the Folded Cubes", while investigating mathematical situations of multiplication, occurred through the "Multimodal Schematic Representation of Data Analysis" (REMAD). The analysis showed that gestures and touches on the screen played a role in mathematical learning, revealing epistemic actions of the ways of thinking mathematically.

Keywords: Epistemic Movements. Mobile devices. Problem solving. Embodied Cognition. Multiplicative Structures.

1 Introdução

As discussões em torno da aprendizagem matemática revelam que os estudantes produzem conhecimentos na interação social e utilizam diferentes modos de expressar suas ideias no processo de comunicação. Nesse sentido, entendemos que a interação é qualquer intercâmbio comunicativo concebido entre sujeitos de um ambiente de aprendizagem, em uma relação dinâmica, não estática (Bairral, 2021), em que aprender se constitui de um evento social no qual o conhecimento é construído entre os indivíduos (Krause, 2016).

[1] Instituto Federal do Espírito Santo • Vila Velha, Espírito Santo — Brasil • ✉ freitasrco@gmail.com • ORCID https://orcid.org/0000-0002-9044-3109
[2] Instituto Federal do Espírito Santo • Cachoeiro de Itapemirim, Espírito Santo — Brasil • ✉ renan.o.altoe@gmail.com • ORCID https://orcid.org/0000-0003-3634-4166

ISSN 2764-3158

Embora consideremos que os processos inter-relacionais da sala de aula são múltiplos e assumem diferentes intencionalidades, estamos interessados naqueles que sinalizam modos de pensar e expressar conhecimentos matemáticos. Para que essa interação social seja potencializada, defendemos que a Resolução de Problemas seja a centralidade do processo de aprendizagem da matemática, sendo ela uma abordagem pedagógica capaz de fomentar experiências educativas mais amplas, levando os estudantes a elaborarem estratégias, externando seu pensar enquanto enfrentam problemas. Onuchic e Allevato (2011) consideram que essa abordagem pedagógica engaja os estudantes na criação e na análise dos seus próprios métodos de solução, sendo um trabalho da consequência do pensar matemático.

Durante o processo de resolução de problemas, os estudantes podem utilizar recursos tecnológicos que contribuam para a tomada de decisões e promovam o desenvolvimento do pensamento matemático. Nessa perspectiva, temos defendido a presença de Dispositivos Móveis com Toques em Tela na aprendizagem matemática como ferramenta de interação social (sujeito-dispositivo) que é capaz de fomentar modos de pensar em situações matemática. De acordo com Sinclair e Heyd-Metzuyanim (2014), esses dispositivos sensíveis ao toque, a partir da mediação direta, oferecem novas oportunidades de expressividade matemática, permitindo que os estudantes produzam conhecimentos. Nesse caminhar, os processos de interação social e os modos de expressão do conhecimento são ressignificados, pois a comunicação é algo que envolve não apenas palavras faladas ou escritas, mas gestos, expressões faciais e exclamações (Sinclair & Heyd-Metzuyanim, 2014). O discurso não é mais considerado o único recurso de comunicação na interação social, pois o corpo, na sua expressão, é presença e intencionalidade no processo educativo.

Seja realizando movimentos gestuais ou de toques em tela, os estudantes podem comunicar modos de pensar matematicamente na interação social. Ao lado dessas considerações, estamos interessados apenas nos movimentos que são capazes de revelar ações epistêmicas que, segundo Hershkowitz, Schwarz e Dreyfus (2001), são ações mentais por meio das quais o conhecimento é utilizado ou construído. De acordo com Freitas e Bairral (2023), os movimentos epistêmicos são aqueles que conseguem ajudar a desenvolver e revelar pensamentos, constituindo uma forma de transparecê-los e materializá-los em atos de interação.

Sendo assim, este artigo apresenta análises de movimentos epistêmicos realizados por estudantes no processo resolução de problemas de estruturas multiplicativas[3]. Os dados que veiculamos são oriundos de uma pesquisa de doutorado[4] que se encontra em andamento no Programa de Pós-graduação em Educação em Ciências e Matemática (Educimat) do Instituto Federal do Espírito Santo (Ifes). De natureza qualitativa, em uma abordagem interpretativa, os dados foram produzidos com quatro estudantes de um 4º ano de uma Escola Municipal de Educação Básica de Tempo Integral (EMEBTI) do município de Vargem Alta – ES, contando com gravações de áudio e vídeo e registros escritos dos estudantes como instrumentos de produção de dados.

Sustentamos que o estudo de gestos e toques em tela no processo de aprendizagem de matemática possibilita entender como os estudantes mobilizam seu corpo para expressar e produzir conhecimento, e que as diferentes formas de interação entre sujeito-sujeito e sujeito-dispositivo podem provocar novas reflexões sobre como o corpo interage com a tecnologia, aprendendo matemática.

[3] O estudo das Estruturas Multiplicativas mostra que há diferentes tipos de multiplicação ou divisão, ou melhor, várias classes de problemas cuja solução pede uma multiplicação ou uma divisão (Vergnaud, 2014).
[4] Aprovada pelo Conselho de Ética e Pesquisa (CEP): CAAE nº 68528023.3.0000.5072 e Parecer de nº 6.127.066.

ISSN 2764-3158

2 Gestos e toques em tela na interação social: enlaces entre corpo e pensamento

Quando tomamos consciência da nossa existência no mundo, passamos a compreender que as interações sociais, sejam elas entre sujeitos-sujeitos, sujeitos-objetos ou sujeitos-dispositivos são condições fundamentais que marcam, gradativamente, uma gama de comportamentos individuais e coletivos que se manifestam por meio de diferentes modos de comunicar, conhecer e relacionar, mostrando que "[...] nossos corpos executam uma surpreendente variedade de ações" (Tversky, 2019, p. 19, tradução nossa). Dessa maneira, "quando vemos, ouvimos, tocamos, saboreamos ou cheiramos, o corpo e o cérebro participam na interação com o meio ambiente [...]" (Damásio, 2012, p. 201), confirmando nosso entendimento de que a produção de conhecimento não é exclusiva das capacidades neurais de nossos cérebros, mas da natureza de nossos corpos e das experiências trazidas por eles.

As reflexões apresentadas alertam para a necessidade de olharmos cuidadosamente para o corpo como característica fundamental no processo de aprendizagem (Boaler, Chen, Williams & Cordero, 2016; Berteletti & Booth, 2016). Desse modo, as discussões nessa vertente têm mostrado que o conhecimento matemático pode ser compreendido a partir de diferentes modos de expressão, seja a partir do discurso, das escritas (palavras, símbolos e gráficos) ou até da interação física que estabelecimentos com os objetos. Esses diferentes modos de expressão têm forte relação com o conceito de multimodalidade, afinal, somos seres multimodais quando nos comunicamos, aprendemos ou interagimos com o ambiente. Para Robutti, Edwards e Ferrara (2012), a multimodalidade são recursos culturais, sociais e corporais disponíveis para receber, criar e expressar significado. Nemirovsky e Ferrara (2009) denotam que elas estão presente nos discursos, pois quando os estudantes e professores interagem entre si, para discutirem tarefas matemáticas, eles utilizam gestos, olhares, palavras, esboços e produções em quadros brancos interativos ou em software.

A compreensão de que a multimodalidade exerce papel importante na interação, seja para comunicar ou para aprender algo nos evidencia que "[...] diferentes modalidades sensoriais ─ tátil, perceptível, cinestésica, etc. ─ são partes integrantes de nossos processos cognitivos" (Radford; Edwards & Arzarello, 2009, p. 92, tradução nossa). Essa constatação sinaliza para uma natureza multimodal da cognição, ou seja, um cérebro multimodal. Em outras palavras, "a mente encontra-se incorporada, na plena acepção da palavra, e não apenas "cerebralizada" (Damásio, 2012, p. 119). De acordo com Nemirovsky e Ferrara (2009), a existência dessa natureza multimodal e do sistema sensoriomotor do cérebro constitui a razão pelas quais os processos cognitivos humanos são constituídos não apenas por atividade simbólica, mas também pelas atividades perceptuosensoriais-motoras-imaginárias. Assim, muitos dos conceitos matemáticos aprendidos por nós são mantidos em memórias motoras visuais e sensoriais (Boaler *et al*., 2016).

Essas constatações mostram que "[...] o pensamento matemático não está desconectado da experiência física, mas, em última instância, baseado nela" (Robutti; Edwards & Ferrara, 2012, p. 27, tradução nossa). Assim, defendemos que o cérebro e o restante do corpo constituem um organismo indissociável e ambos são responsáveis pelas operações fisiológicas que denominamos como mente (Damásio, 2012), ressaltando que cérebro e corpo não estão em patamares diferentes na interação, nem mesmo o primeiro é apenas "[...] fonte de abstrações que transmite conhecimento para o corpo, receptor passivo e mero executor físico" (Boaler *et al*., 2016, p. 7, tradução nossa).

O papel do corpo na aprendizagem está associado a um campo de estudos chamado "Cognição Corporificada" ou "*Embodied Cognition*", que tem trazidos importantes reflexões sobre a participação que os movimentos corporais no fenômeno da aprendizagem.

ISSN 2764-3158

Especialmente no campo dos gestos como expressão do "corpo que fala", Robutti, Edwards e Ferrara (2012) afirmam que versar olhares para os gestos é um caminho que pode contribuir para entendermos a continuidade dos processos de pensamento, examinando não somente que tipo de gesto está no contexto da interação, como uma espécie de taxonomia, mas compreender o seu poder semiótico na produção de conhecimento. Vale mencionar que "gestos são não convencionalizados, mas são movimentos idiossincráticos e espontâneos" (Krause, 2016, p. 57, tradução nossa) e isso nos leva a considerar que, nessa interação social, os gestos aparecem como componentes básicos das atividades semióticas que se vê na sala de aula (Arzarello, Paola, Robutti & Sabena, 2009), assumindo, por exemplo, função representacional das nossas ações (Tran, Smith & Buschkuehl, 2017) ou comunicativa (Arzarello *et al.*, 2009).

Ao adentrarmos no mundo dos toques em tela, encontramos defesas igualmente sólidas da capacidade representativa dos movimentos realizados nesses dispositivos, bem como sua relação com modos de pensar matematicamente. De acordo com Bairral (2014), os toques em tela são ações humanas, corporificadas, culturais, multimodais e revelam o pensamento dos estudantes enquanto realizam tarefas matemáticas. Assim, "[...] as manipulações que fazemos na tela de um dispositivo móvel constituem uma forma de transparecer e materializar o pensamento no ato comunicativo, para favorecer uma interação" (Bairral, 2021, p. 64).

Gestos e toques em tela são manifestações do corpo com particularidades e semelhanças, mas se diferenciam no espaço em que são produzidos. Gestos são livres, fazem parte do discurso, são imagéticos e ocorrem nos discursos entre sujeitos; já toques em tela são feitos com a tela ou a partir dela e constituem um sistema simbólico multifacetado que, segundo Bairral (2021, p. 63), "[...] constituem um outra linguagem e, portanto, possuem particulares e implicações em nosso pensamento".

Seja qual for o gesto ou o toque em tela realizado pelos estudantes na interação social, estamos interessados naqueles que relevam "o que faz e como" na resolução de uma situação matemática. Assim como Krause (2016), defendemos uma perspectiva investigativa sobre uma função representacional (maneiras pelas quais os gestos ou toques em tela podem representar entidades matemáticas) e epistêmica (formas características em que os gestos ou toques em tela ajudam a agir epistemicamente), compreendendo essa modalidade como geradora de conhecimento.

A partir dessa visão, considerar o papel do corpo na aprendizagem de matemática é acreditar na sua função geradora de experiências educativas, em que as interações sociais realizadas nos atos de conhecer não são puramente abstratas, mas corporais.

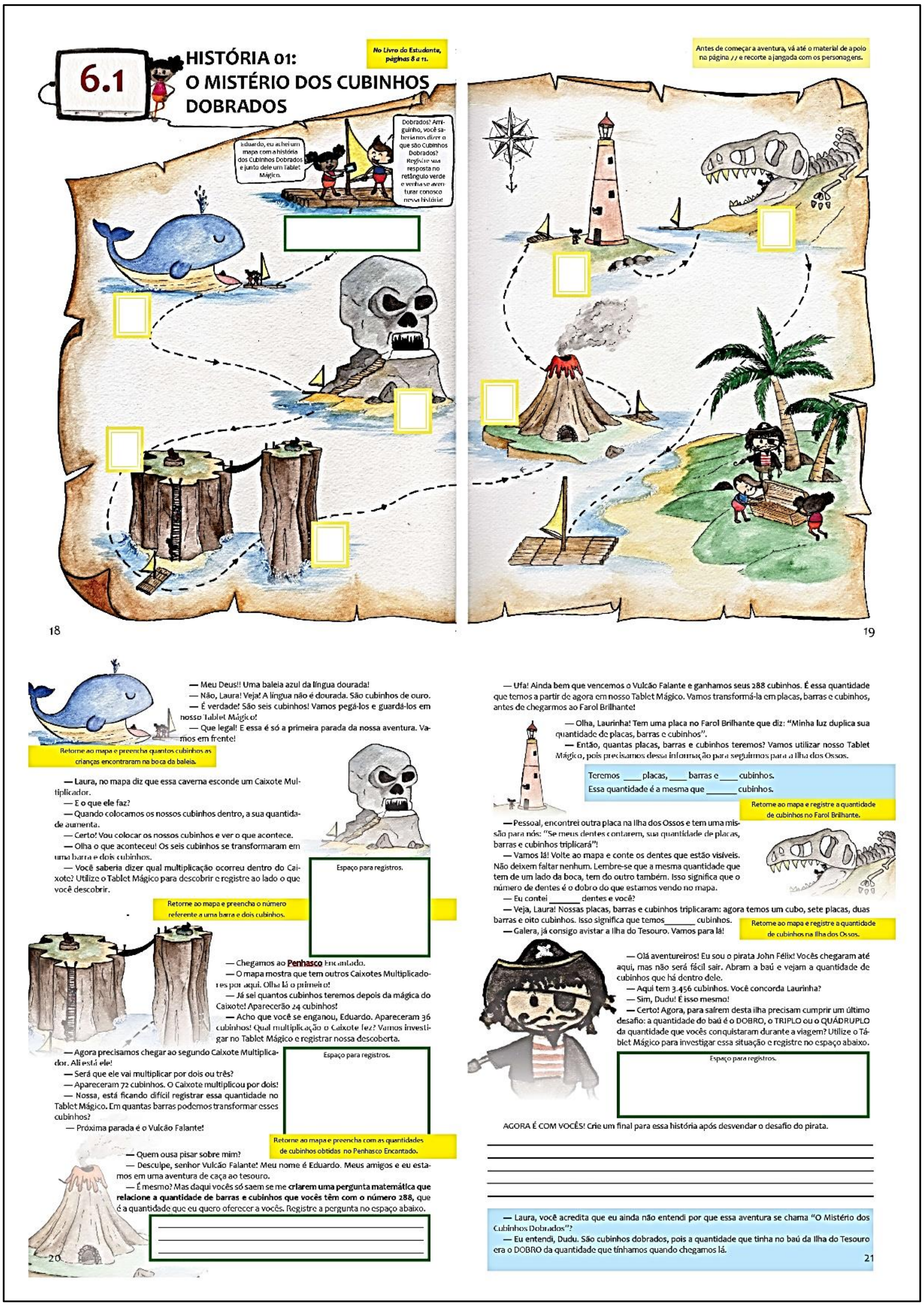
3 Aspectos metodológicos da produção dos dados: material utilizado e outras deliberações

É importante destacar que a história "O Mistério dos Cubinhos Dobrados", em formato de narrativa ficcional, na modalidade conto, faz parte de um conjunto de 12 histórias que compõem um Produto Educacional, materializado como Paradidático, desenvolvido e validado no contexto da Educação Básica, e que está vinculado a uma Tese de Doutorado que se encontra em andamento no Programa de Pós-graduação em Educação em Ciências e Matemática (Educimat) no Instituto Federal do Espírito Santo (Ifes).

A história "O Mistério dos Cubinhos Dobrados" (Figura 1) se desenvolve em torno de um mapa do tesouro composto por pontos de referência/parada, cada qual apresentando uma situação matemática. Laura e Eduardo, os personagens da história, navegando em uma jangada, para chegarem à ilha do tesouro, necessitam investigar situações matemáticas envolvendo o conceito de multiplicação associado à ideia de dobro, triplo, quadruplo etc.

ISSN 2764-3158

Figura 1: História "O Mistérios dos Cubinhos Dobrados".



Fonte: Acervo da Pesquisa.

A pesquisa contou com a participação de 23 estudantes devidamente registrados e autorizados por meio de "Termos de Assentimento e Consentimento Livre e Esclarecidos". Contudo, a densidade dos dados esteve voltada apenas para as produções de quatro desses estudantes (duas duplas), devidamente selecionados por meio de um "Formulário de Seleção de Duplas", respondido após a realização de uma "Atividade Diagnóstica de Seleção de Duplas" e com base nos seguintes Critérios de Análise (CA): i) Interação na dupla (CA1); ii)

ISSN 2764-3158

Demonstração de interesse e entusiasmo (CA2); e iii) Assiduidade do estudante nas aulas de matemática (CA3). As duplas selecionadas foram aquelas que obtiveram maior pontuação final na classificação decrescente, conforme Quadro 1.

Quadro 1: Codificação das duplas selecionadas e os estudantes participantes.

Codificação da Dupla	Participantes	Pontuação Final
D-B(E03-10/E04-09)	E03-10[5]	18 pontos
	E04-09	
D-G(E13-09/E14-09)	E13-09	17 pontos
	E14-09	

Fonte: Elaborado pelos Pesquisadores.

Vale mencionar que a decisão por trabalharmos com uma amostra reduzida se fundamenta na própria complexidade dos modos que os dados devem ser coletados e analisados em estudos desse tipo, considerando que: 1) O discurso é uma modalidade importante em nossas análises interpretativas, uma vez que estamos considerando gestos e toques em tela que acompanham ou não a fala, requerendo que a produção dos dados ocorra em ambiente com a menor quantidade possível de ruídos externos; 2) A análise de gestos ou toques em tela é um processo detalhista e rigoroso, de modo que uma grande quantidade de dados demandaria um esforço sobre-humano nas interpretações; e 3) A produção de uma grande quantidade de dados dependeria de uma diversidade de equipamentos, que no momento estavam indisponíveis e são custosos.

Cada um dos quatro participantes recebeu uma cópia da história e acompanhou a sua narração pelo pesquisador que, nesse contexto, também foi considerado um sujeito da interação social. Para resolver as situações matemáticas presentes na história, cada estudante utilizou o aplicativo Multibase 5.0F[6] instalado em um tablet, com o qual foi possível aprender e ampliar conhecimentos em torno da multiplicação, em um espaço de interação sujeito-sujeito e sujeito-dispositivo, desenvolvendo a capacidade autônoma de pensar e expressar ideias. Desenvolvido por Freitas (2004), o Multibase foi inspirado no Material Dourado idealizado por Maria Montessori no início do século XX, e tem se mostrado eficiente na construção de formas de pensar e fazer matemática, quando utilizado por crianças dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental. É um material virtual que possibilita, por meio da manipulação de suas peças em um ambiente digital, o desenvolvimento de atividades ou processos que podem facilitar o ensino e a aprendizagem de conceitos de números, bases numéricas e operações matemáticas (Freitas, 2019).

O registro dos dados produzidos ocorreu por meio de três perspectivas de gravação: 1) Superior (gravação de cima para baixo, abarcando todo o espaço de registro em cima da mesa do estudante); 2) Frontal (gravação de frente, abarcando todo o espaço gestual que os estudantes poderiam utilizar para expressas ideias); e 3) Tela (gravação da tela do tablet a partir do aplicativo *AZ Screen Recorder*). Além desse recurso, a utilização dos registros escritos dos estudantes e do pesquisador, este a partir da observação participante, foram importantes para aprofundar e interpretar os dados produzidos.

---

[5] Optamos por identificar cada estudante pela vogal "E", acrescida de numeração indo-arábica crescente (01, 02, 03, 04, ...) e da respectiva idade do participante. Portanto, o estudante "E03-10" é o terceiro registrado na classificação crescente, tendo, por sua vez, 10 anos de idade.

[6] O Multibase pode ser acesso em: https://play.google.com/store/apps/details?id=com.LuMuGames.Multibase 3D. A versão disponível é uma mais atual do que aquela utilizada na pesquisa relatava neste artigo.

4 *Modus Operandi* da análise dos dados

A escolha por uma abordagem interpretativa dos dados está pautada na produção de significados duradouro, em que as interpretações postas sejam compreendidas independentemente da subjetividade do leitor (Jungwirth, 2003). Nessa perspectiva, Jungwirth (2003) aponta que o primeiro passo é selecionar o trecho de análise com o qual iniciar a interpretação extensiva, ou seja, reconstruir o discurso no sistema de linguagem, incluindo a dimensão pragmática. Vale destacar que essa interpretação extensiva pode mostrar outras possibilidades de interpretações, que necessitam ser confrontadas com outras modalidades, permitindo inferir os significados dos enunciados. Em nossa pesquisa, essas modalidades são gestos e toques em tela, inscrição (registro) e discurso (fala).

Por se tratar de uma investigação que versa olhares para os gestos como relevantes e constituintes dos modos de pensar, Dreyfus *et al.* (2014, p. 129, tradução nossa) afirma que "[...] quando o objetivo é analisar os gestos, apenas trechos com gestos são relevantes". O principal critério para a escolha desses trechos é o potencial dos gestos ou toques em tela para o surgimento de novas construções, pois estamos interessados no papel que eles têm no processo de construção do conhecimento (Dreyfus *et al*., 2014).

Quando consideramos uma abordagem multimodal na investigação de processos epistêmicos, estamos oportunizando espaço para que ela revele "[...] como os gestos contribuem na preparação das ações epistêmicas" (Krause, 2016, p. 78, tradução nossa) e mostre, também, "[...] como os gestos contribuem no estabelecimento da representação não verbal de objetos matemáticos e, dessa forma, configuram uma representação visual na interação social" (Krause, 2016, p. 78, tradução nossa). Assim, identificar essas contribuições e ações dos gestos e toques em tela requer modos de decodificar, descrever, visualizar, sincronizar e representar as modalidades que servirão na interpretação das interações sociais.

Quando os estudantes interagem com tarefas matemáticas ou com seus pares, independentemente do ambiente de aprendizagem, conhecimentos são construídos, externados ou utilizados por meio de ações que descrevem operacionalmente os processos de abstração. De acordo com Hershkowitz, Schwarz e Dreyfus (2001, p. 203, tradução nossa), essas ações são chamadas de Ações Epistêmicas e "[...] são ações mentais por meio das quais o conhecimento é utilizado ou construído", destacando, ainda, que cenários com ricas interações sociais são excelentes para a observação de ações epistêmicas. Assim, a partir de uma adaptação do modelo utilizado por Krause (2016), apresentamos três ações epistêmicas importantes de serem observados quando os estudantes pensam e agem em tarefas matemáticas, conforme Quadro 2.

Quadro 2: Ações Epistêmicas.

Coletar	Ação observada quando o estudante consegue identificar possibilidades e organizar entidades matemáticas que podem ser úteis para atender a uma necessidade.
Conectar	Ação observada quando o estudante consegue identificar relações entre entidades matemáticas e estabelecer vínculos entre elas.
Reconhecer Estruturas	Ação observada quando o estudante reconhece generalidades e padrões, construindo novas entidades matemáticas ou mesmo reconstruindo-as em novos contextos.

Fonte: Adaptado de Krause (2016).

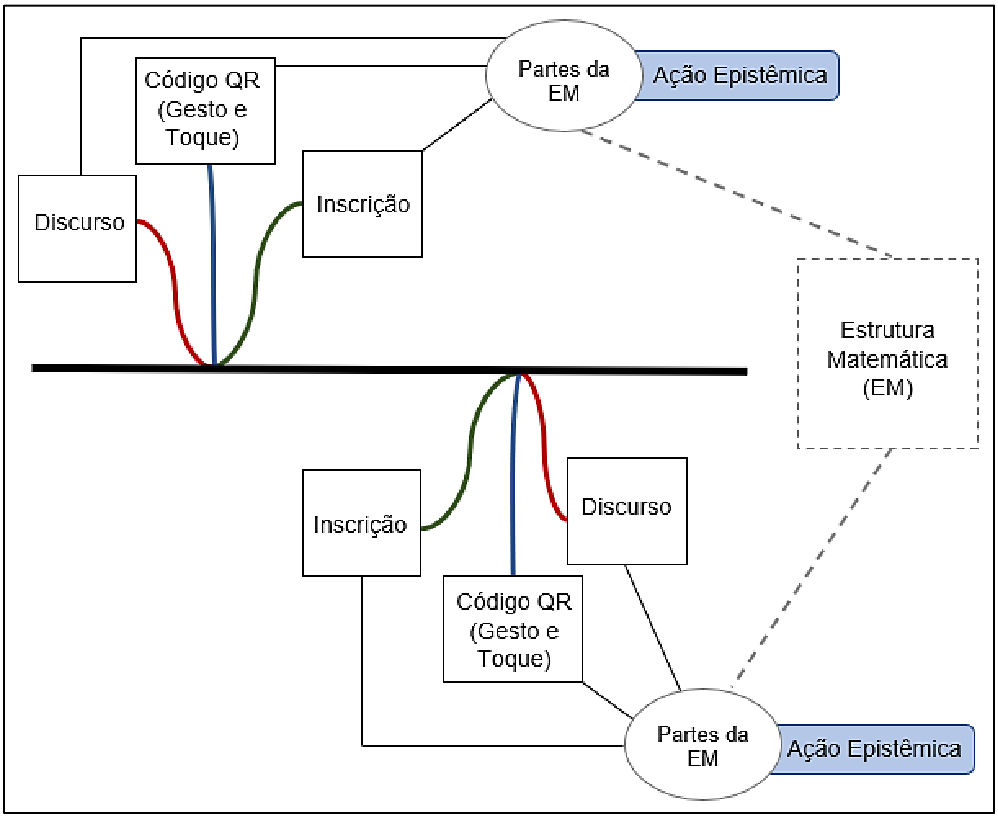
O processo de identificação, análise e interpretação dos dados intenciona desvelar as contribuições que os gestos encontrados tiveram na interação social, bem como para o processo

ISSN 2764-3158

epistêmico (Krause, 2016). Essa microanálise, complexa por natureza, requer uma organização e dinâmica de interpretação que elucide os gestos e toques em tela realizados na interação, as inscrições (registros) que os estudantes fazem enquanto realizam as tarefas matemática e os discursos (falas) proferidas na comunicação, quando houver, que se conectam e influenciam a compreensão dos conceitos, tarefas e modos de pensar matematicamente.

Assim pensando, numa dinâmica que possa decodificar, descrever, visualizar, sincronizar e representar essas diferentes modalidades, Krause (2016) propõe uma abordagem analítica para análise dos quadros em que os gestos ou toques em tela ocorrem na interação, considerando as conexões entre gesto, inscrição (registro) e discurso (fala), que permite uma reconstrução mais detalhada da comunicação e análise de processo epistêmico. A partir da releitura e adaptação da "Representação Esquemática Multimodal de Análise de Dados (REMAD)" de Krause (2016), propomos, na Figura 2, nosso modelo de análise reconstrutiva da interação social.

Figura 2: Representação Esquemática Multimodal de Análise de Dados (REMAD).



Fonte: Adaptado de Krause (2016).

De acordo com Krause (2016, p. 78, tradução nossa), esse modelo de análise é "[...] como um modelo mental que pode ser explicado para obter uma compreensão mais aprofundada da interação social que constitui o processo epistêmico [...]". Ela evidencia que o discurso (ações) não é mais formado apenas por expressões verbais, mas por outras modalidades (em azul: gestos; em verde: inscrição; em vermelho: discurso) que agregam formas de pensar. Nesse modelo, cada ação (discurso) é seguida de uma reação (discurso), que pode ou não acontecer na interação social, e que está conectada com as demais modalidades. Nesse processo, Krause (2016) afirma que o objeto imediato (retângulo pontilhado cinza) não é formado apenas pelo enunciado verbal, mas se relaciona com os gestos e toques em tela e registros, formando-se, também, a partir de outros objetos imediatos (elipse cinza). Em nossa pesquisa, o objeto imediato é considerado a Estrutura Matemática (EM), que se forma a partir de partes de outras estruturas matemáticas. De acordo com a autora, essa abordagem permite compreender como os gestos e toques em tela participam da formação dessas estruturas, sendo formado e constituído por diferentes modalidades.

Para melhor compreensão dos gestos realizados, respeitando ao critério do dinamismo e sincronia com a fala, propomos na representação esquemática adaptada de Krause (2016) a inserção de Códigos QR, que hospedam os vídeos e áudios (este último, quando houver) relativos ao trecho gestual e de toque em tela em análise, efetivando uma dinâmica mais representativa e movimentada dessa modalidade.

Portanto, nossa análise de casos relevantes é movida por gestos ou toques em tela, cuja interpretação está voltada para a identificação das ações epistêmicas dos modos de pensar em situações matemáticas, revelando, também, sua participação na formação de estruturas matemáticas.

5 Análise dos movimentos epistêmicos: gestos e toques em tela em movimento

As análises veiculadas são quadros potencialmente reveladores da participação de movimentos epistêmicos no processo de aprendizagem de multiplicação, sendo extraídos de um total de 7h 42min 17 s de gravação, incluindo 53min 23s (Gravação Superior), 3h 22min 46s (Gravação Frontal) e 3h 26min 8s (Gravação da Tela), sendo a gravação frontal a referência temporal de duração da aplicação da história em sala de aula. Uma vez que a "Representação Esquemática Multimodal de Análise de Dados" (REMAD) é a reconstrução da interação social de um determinado quadro, a sua leitura deve ocorrer da esquerda para a direita, seguindo o fluxo os discursos apresentados. Durante a apresentação das análises, a simbologia "P" indica o discurso do pesquisador na interação social e "(P)" a sua participação direta, realizando movimentos gestuais e de toques em tela na interação.

A análise das gravações nos possibilitou identificar quatro trechos (TH1-A, TH1 – B, TH1 – C e TH1 – D) relevantes em torno da participação dos movimentos gestuais e de toques em tela na aprendizagem matemática. Neste artigo, apresentamos apenas as análises realizadas nos trechos "TH1-B" a "TH1-D", conforme Quadro 3.

Quadro 3: Trechos de Análise da História 1.

Trecho	Tempo			Gravação	Participante	Movimento
	Inicial	Final	Total			
TH1-B[7]	11min59s	12min01s	3s	Superior	E14-09 E13-09	Gesto
	12min06s	12min22s	16s	Superior	E14-09	Toque e Gesto
TH1-C	19min06s	19min08s	2s	Frontal	E04-09	Gesto
	19min12s	19min15s	3s	Frontal	E13-09	Gesto
	20min58s	21min45s	47s	Superior	E13-09 (P)	Toque
	20min06s	21min06s	1min	Superior	E04-09	Toque
TH1-D	40min45s	41min 25s	40s	Superior	E13-09	Gesto

Fonte: Elaborado pelos Autores.

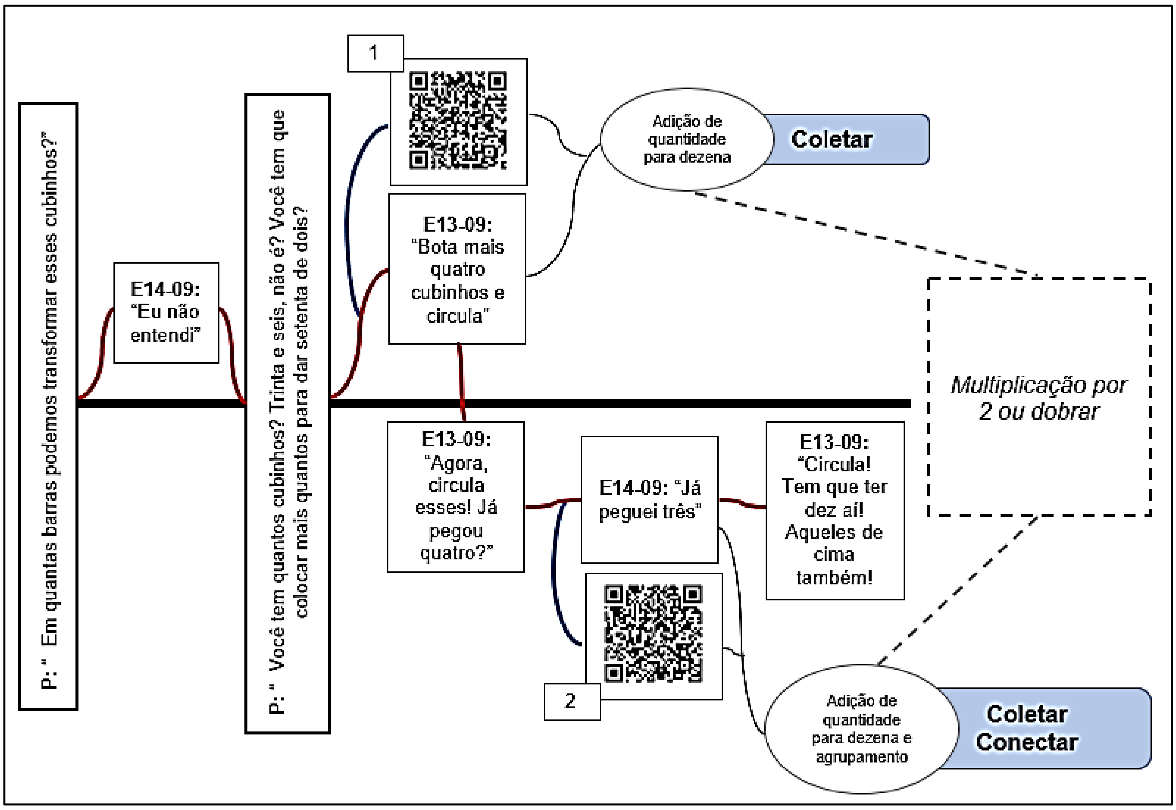
A "REMAD: TH1 – B" (Figura 3), a seguir, apresenta o trecho em que ocorreram movimentos gestuais e de toques com potencial de produção de conhecimento, a partir do momento em que o estudante E14-09 disse não ter entendido o questionamento do pesquisador:

[7] A simbologia "TH" significa "Trecho da História", a numeração indo-arábica representa o número (1 a 12) da história em análise e a letra do alfabeto, os trechos em ordem crescente.

ISSN 2764-3158

"Em quantas barras podemos transformar esses cubinhos?", não conseguindo proceder as ações no tablet. Nesse momento, E13-09 se aproximou de E14-09 e o ajudou a realizar as transformações no tablet, como denuncia os vídeos nos Códigos QR 1 e 2.

Figura 3: REMAD: TH1 – B.



Fonte: Arquivo dos Pesquisadores.

A "REMAD: TH1 – B" apresenta uma interação social em que dois estudantes uniram forças para resolver a situação proposta pela história, que foi transformar 36 cubinhos em 72 cubinhos, de modo que estes últimos deveriam ser expressos em barras. A partir da dificuldade de E14-09, o estudante E13-09, espontaneamente, se aproximou para ajudar nas investigações.

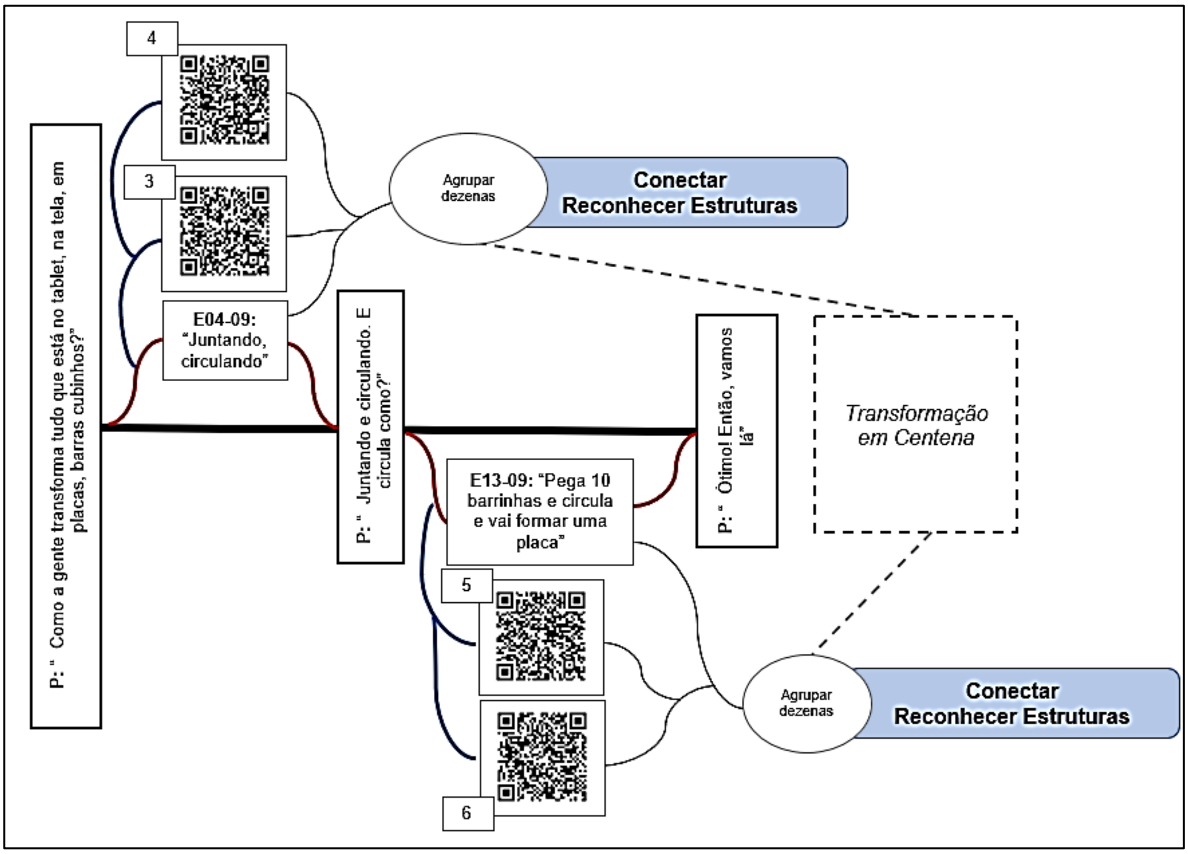
Considerando o questionamento do pesquisador: "Você tem que colocar mais quantos para dar setenta e dois?", E13-09 afirmou que deveriam ser colocados mais quatro cubinhos. A leitura do Código QR 1 mostra E13-09 apresentando "quatro dedos da mão direita" para simbolizar essa quantidade, na tentativa de ilustrar para E14-09 a quantidade de cubinhos que ele deveria carregar para a tela, demonstrando que os movimentos das mãos efetuados com intenção de comunicação são muitas vezes considerados como prova de que o corpo está envolvido no pensamento (Tran; Smith & Buschkuehl, 2017). Podemos considerar esse movimento como epistêmico, pois aparece acompanhado de uma expressão verbal, ilustra o objeto matemático (quantidade), comunicando uma informação (Dreyfus *et al.*, 2014), além de representar a ação de **coletar**, que ilustra a "unidade" como entidade matemática a ser utilizada em direção a uma determinada abordagem.

Quando E14-09 realizava o movimento com "o dedo indicador da mão esquerda para arrastar" e **coletar** os cubinhos, ação observada no Código QR 2, E13-09 questionou sobre a quantidade existentes na tela e pediu para E14-09 formar uma barra. Após terminar de coletar o último cubinho que faltava, E14-09 procedeu o movimento com "o dedo indicador da mão esquerda para circular" e agrupar 10 cubinhos em uma barra, mas necessitou conferir se realmente havia 10 cubinhos para realizar o agrupamento, como mostra o vídeo do Código QR

2. Nesse instante, E14-09 utilizou o "dedo indicador da mão direita para apontar e contar" as quantidades, mostrando existir uma forte conexão entre os atos de pensamentos e movimentos corporais, constatando a relação existente entre corpo e matemática e que "[...] nossos mais refinados pensamentos e as nossas melhores ações utilizam o corpo como instrumento de aferição (Damásio, 2012, p. 20). Após finalizar a contagem dos cubinhos, E14-09 realizou o movimento com "o dedo indicador da mão esquerda para circular" para **conectar** as unidades de cubinhos necessárias para agrupar em uma barra, mostrando sua capacidade em reconhecer as relações existentes entre as entidades matemáticas "unidade" e "dezenas" e estabelecer vínculo entre elas. De acordo com Bikner-Ahsbahs (2006), a ação de conectar é fundamental no processo de produção de conhecimento, pois exige um olhar criterioso sobre as informações coletadas e sobre como as associações realizadas podem contribuir na resolução de uma situação.

Superada essa etapa da história, os participantes enfrentaram uma nova situação matemática em torno dos agrupamentos. Nesse ponto, a "REMAD: TH1 – C" (Figura 4), a seguir, evidencia que os estudantes E04-09 e E13-09 reconheceram padrões em torno dos agrupamentos, utilizando gestos em contextos diferentes.

Figura 4: REMAD: TH1 – C.



Fonte: Arquivo do Pesquisador.

A "REMAD: TH1 – C" tem início com o discurso do pesquisador: "Como a gente transforma tudo que está no tablet, na tela, em placas, barras cubinhos?", questionando os estudantes sobre as possíveis transformações que deveriam ser realizadas nos 288 cubinhos. A leitura do Código QR 3 mostra E04-09 afirmando que bastava juntar e circular as peças, pensamento externado por meio do discurso e do movimento gestual que realizou com as mãos, utilizando "o dedo indicador da mão direita, circulando no ar". De igual modo, mas a partir de um novo questionamento do pesquisador, e com uma explicação mais precisa, E13-09 denotou

ISSN 2764-3158

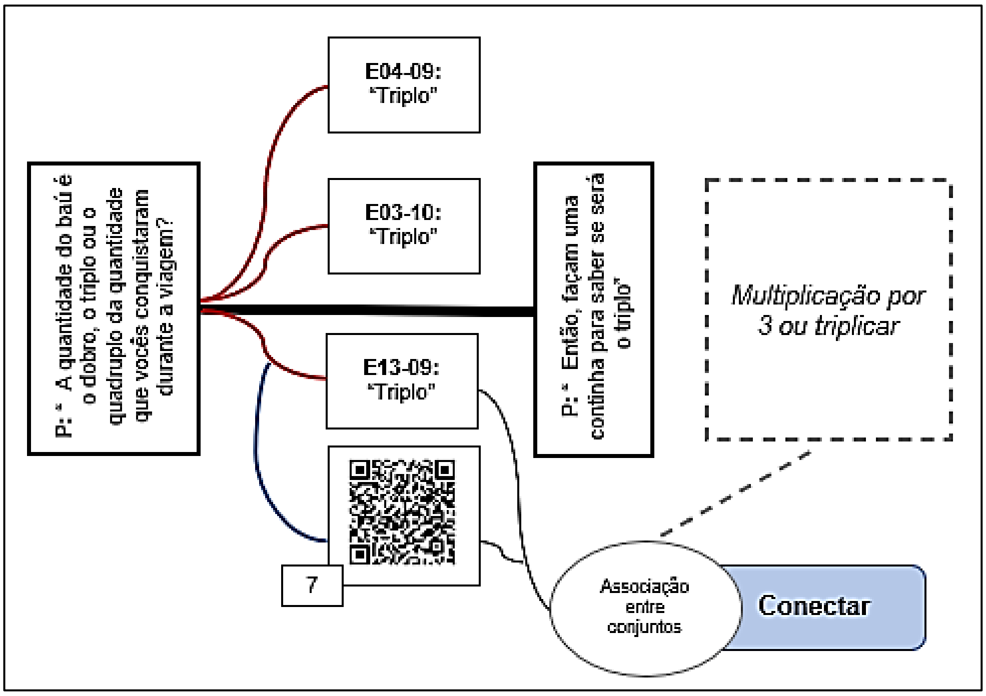
que seria necessário pegar 10 barras e circulá-las para formar uma placa, utilizando-se do mesmo movimento representado por E04-09, como mostra o Código QR 5. Podemos inferir que os gestos realizados pelos estudantes estão envolvidos na criação e formação de novas ideias, introduzindo novas formas de pensar através do movimento (Tran, Smith & Buschkuehl, 2017), sinalizando compreensões matemáticas consistentes no campo das operações básicas.

Em ambos os casos, "o dedo indicador da mão direita, circulando no ar" não apenas retrata a possibilidade de **conectar** as entidades "dezena" e "centena", mas se constitui de um movimento padrão, uma regularidade, ou seja, do mesmo modo que esse movimento agrupa 10 cubinhos em uma barra, ele também agruparia 10 barras em uma centena. Nesse sentido, entendemos que um novo contexto matemático surge como forma de expansão da generalização identificada anteriormente, atitudes típicas da ação epistêmica de **reconhecer estruturas**. De acordo com Dreyfus *et al*. (2014), gestos repetidos, em particular gestos repetidos em contextos diferentes, tem papel importante na construção e revelação de generalizações.

O reconhecimento de estruturas não significa apenas a realização de uma estrutura, mas também a concretização, o raciocínio e o teste dela (Dreyfus *et al.*, 2014). Nessa perspectiva, os registros visuais apresentados nos Códigos QR 4 e 6 mostram que o padrão reconhecido por eles funcionou. Por questões técnicas, E13-09 necessitou da ajuda do pesquisador no momento de realizar os agrupamentos, afirmando que o Multibase 5.0F não estava agrupando as 10 barras. É possível visualizar a mão do pesquisador no vídeo, realizando com êxito um agrupamento, e a mão de E13-09 realizando o agrupamento das outras 10 barras. Os dados revelam que o avanço e a compreensão do papel do corpo na cognição pode ser um caminho frutífero em torno da análise da aprendizagem matemática e da valorização das experiencias físicas com o mundo.

Adentrando ao último trecho de análise, podemos visualizar uma reprodução audiovisual de um procedimento gestual utilizado no processo de realização de uma multiplicação por 3, realizada pelo E13-09, conforme dados revelados na "REMAD: TH1 – D" (Figura 5) a seguir.

Figura 5: REMAD: TH1 – D.



Fonte: Arquivo do Pesquisador.

ISSN 2764-3158
Sociedade Brasileira de Educação Matemática

Iniciamos nossa análise a partir do questionamento do pesquisador: "A quantidade do baú é o dobro, o triplo ou o quádruplo da quantidade que vocês conquistaram durante a viagem?". Os estudantes E04-09, E03-10 e E13-09 afirmaram que 3.456 cubinhos correspondiam ao triplo de 1.728 cubinhos que estavam registrados no Multibase 5.0F. Em seguida, o pesquisador solicitou que realizassem uma multiplicação para verificar se suas respostas estavam corretas.

Ocorreu que, durante o processo multiplicativo, todos eles descobriram que a resposta correta não era o triplo, mas o dobro. Entretanto, queremos apresentar uma análise interpretativa em torno dos gestos realizados por E13-09 enquanto buscava respostas para a multiplicação: 3 x 8. A leitura do Código QR 7 revela E13-09 utilizando "três dedos da mão direita", primeiramente abaixados, para proceder a multiplicação. Ao levantar um dedo, E13-09 contabilizou 8 unidades; dois dedos, 16 unidades; 3 dedos, 24 unidades, mostrando que esse recurso gestual contribuiu para que ele pensasse em grupos de oito unidades ou para simplesmente se recordar da tabuada do três. Além disso, nossa interpretação evidencia a capacidade de E13-09 em estabelecer um vínculo entre "um dedo" e "oito unidades", sendo possível chegar à resposta após levantar os três dedos. Isso mostra que "os gestos dos alunos acrescentam novas referências e podem proporcionar uma melhor compreensão dos processos epistêmicos" (Krause, 2016, p. 73, tradução nossa), transparecendo formas de pensar matematicamente.

A movimentação gestual realizada pode ser considerada epistêmica, pois caminha na direção dos movimentos de **coletar** e **conectar**, uma vez que escolher apenas "três dedos das mãos" pode ser traduzido como "selecionar três unidades" (entidades matemáticas) representativas, mas sem dimensão, para satisfazer a necessidade de organizar o pensamento na contagem de oito e oito. Em seguida, ao associar essas unidades, cada uma a oito unidades, E13-09 interliga quantidade para, finalmente, determinar o resultado de 3 x 8, ações que revelam ser o gesto parte integrante e representativa do pensamento, ajudando as pessoas a compreenderem, aprenderem, pensarem e resolverem problemas (Tversky, 2019).

O processo de multiplicação realizado pelo E13-09 mostra que ele utilizou a eficiência da contagem com os dedos na construção de diferentes representações, aprendendo por uma abordagem visual, com acesso a compreensões mais elaboradas, novas e profundas (Boaler *et al.*, 2016). Assim, a experiência gestual, vislumbrada nesse trecho, testemunha que estamos "[...] diante de uma forma de interação capaz de transparecer e materializar o pensamento no ato comunicativo (Bairral, 2021) e que o cérebro e corpo não estão em patamares diferentes na interação com o ambiente, nem mesmo o primeiro é apenas "[...] fonte de abstrações que transmite conhecimento para o corpo, receptor passivo e mero executor físico" (Boaler *et al.*, 2016, p. 7).

Considerações finais

Nossas análises revelaram que o corpo figurou nas reflexões em torno da matemática, mostrando que os estudantes mobilizaram movimentos gestuais e de toques em tela que foram fundamentais para realizar suas ações, ora relevando processos epistêmicos relacionados à aprendizagem matemática, ora fazendo uso desses movimentos como ferramenta de comunicação na interação social. Nesse sentido, podemos afirmar que os movimentos gestuais e de toques em telas assumiram funções epistêmicas diferentes, em contexto diversos, sendo esses movimentos o caminho para desvelar estratégias não explicitadas na fala ou para fortalecer processo de pensamento.

Nesse caminhar, também constatamos que os gestos foram fundamentais para que os

ISSN 2764-3158

estudantes pudessem pensar matemática sobre as situações de multiplicação, tornando o processo de aprendizagem mais visual e dinâmico, possibilitando que estruturas matemáticas pudessem ser aprofundadas. Mais do que isso, a utilização de gestos e toques em tela na resolução das situações matemáticas mostrou que o corpo foi utilizado como mecanismo de aferição, uma vez que foi fundamental para reconhecer as relações existentes entre as entidades matemáticas e estabelecer vínculo entre elas.

No campo das ações epistêmicas, é possível sinalizar que os gestos e toques em tela realizados pelos estudantes puderam ser considerados movimentos epistêmicos, uma vez que denunciaram ações de **coletar**, **conectar** e **reconhecer estruturas**. Isso mostra que as ações mentais podem ser observadas por meio dos gestos e dos toques em tela, e que esses movimentos se constituem de uma forma de transparecer e materializar o pensamento na interação social.

Portanto, as discussões que apresentamos mostram que a compreensão do papel do corpo na cognição pode ser um caminho frutífero em torno da análise da aprendizagem matemática e da valorização das experiencias físicas com o mundo. As potencialidades dos movimentos do corpo, como denunciadores dos processos de abstração, que estão ancorados às experiências sociais, necessitam, cada vez mais, encontrar lugar nas pesquisas em Educação Matemática, para trilharmos novos caminhos de investigação sobre como as pessoas produzem matemática por meio de ações cognitivas mais elaboradas, em termos de movimentos corpóreos.

Agradecimentos

Agradecemos à Fundação de Amparo à Pesquisa do Espírito Santo (FAPES) pelo apoio financeiro e institucional que tornou possível o desenvolvimento da pesquisa.

Referências

Arzarello, F. *et al*. (2009). Gestures as semiotic resources in the mathematics classroom. *Educational Studies in Mathematics*, 70, 97–109.

Bairral, M. (2014). Educação e matemática em dispositivos móveis: construindo uma agenda de pesquisas educacionais focadas no aprendizado em tablets. In: 4º *Colóquio de Pesquisas em Educação e Mídia* (pp. 1-5). Rio de Janeiro, RJ.

Bairral, M. (2021). *Tecnologias móveis, neurocognição e aprendizagem matemática* (1. ed.) Campinas, SP: Mercado de Letras.

Berteletti, I. & Booth, J. R. (2015). Perceiving fingers in single-digit arithmetic problems. *Frontiers in Psychology*, 6(226), 1-10.

Bikner-Ahsbahs, A. (2006). Semiotic sequence analysis - constructing epistemic types empirically. In: J. Novotná *et al.* (Eds). *Proceedings of the 30th conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (pp. 161-168). Prague, CZ.

Boaler, J. *et al*. (2016). Seeing as understanding: the importance of visual mathematics for our brain and learning. *Journal of Applied & Computational Mathematics*, 5(5), 1-17.

Damásio, A. (2012). *O erro de descartes: emoção, razão e o cérebro humano*. Tradução de D. Vicente & G. Segurado. (3. ed.). São Paulo: Companhia das Letras.

Dreyfus, T. *et al*. (2014). The Epistemic Role of Gestures: a Case Study on Networking of APC and AiC. In: A. Bikner-Ahsbahs & S. Prediger (Eds.). *Networking of Theories as a Research*

Practice in Mathematics Education (pp. 127-152). New York: Springer.

Freitas, R. C. O. (2019). Imagens, movimentos e dedos das mãos: experiências aritméticas com o aplicativo Multibase em tablets. In: *Anais do XIII Encontro Nacional de Educação Matemática* (pp. 1-15). Cuiabá, MT.

Freitas, R. C. O. (2004). *Um ambiente para operações virtuais com o material dourado*. 2004. 189f. Dissertação (Mestrado em Informática) – Universidade Federal do Espírito Santo, Vitória, ES.

Freitas, R. C. O. & Bairral, M. (2023). O pensamento matemático mediante gestos e toques em tela no aplicativo Multibase em tablets, *Bolema*, 37(75), 49-69.

Hershkowitz, R.; Scharwarz, B. & Dreyfus, T. (2001). Abstraction in Context: Epistemic Actions. *Journal for Research in Mathematics Education*, 32(2), p. 195-222.

Jungwirth, H. (2003). Interpretative Forschung in der Mathematikdidaktik-ein Überblick für Irrgäste, Teilzieher und Standvögel. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, 35(5), p. 189-200.

Krause, C. M. (2016). *The Mathematics in our hands:* how gestures contribute to constructing mathematical knowledge. Wiesbaden: Springer Spektrum.

Nemirovsky, R. & Ferrara, F. (2009). Mathematical imagination and embodied cognition. *Educacional Studies in Mathematics*, 70, p. 159–174.

Onuchic, L. D. L. R. & Allevato, N. S. G. (2011). Pesquisa em Resolução de Problemas: caminhos, avanços e novas perspectivas. *Bolema*, 25(41), p. 73-98.

Robutti, O.; Edwards, L. D. & Ferrara, F. (2012). Enrica's explanation: multimodality and gesture. In: T. Y. Tso (Ed.). *Proceedings of the 36st Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (pp. 27-33). Taipe, TW.

Radford, L.; Edwards, L. D. & Arzarello, F. (2009). Introduction: Beyond words. *Educational Studies in Mathematics*, 3(70), p. 91-95.

Sinclair, N. & Heyd-Metzuyanim, E. (2014). Learning Number with TouchCounts: The Role of Emotions and the Body in Mathematical Communication. *Technology, Knowledge, and Learning*, 19(1-2), 81–99.

Tran, C.; Smith, B. & Buschkuehl, M. (2017). Support of mathematical thinking through embodied cognition: nondigital and digital approaches. *Cognitive Research: Principles and Implications*, (2), p. 1-18.

Tversky, B. G. (2019). *Mind in motion:* how action shapes thought. New York: Basic Books.

Vergnaud, G. (2014). *A criança, a matemática e a realidade:* problemas do ensino de matemática na escola elementar. Tradução de M. L. F. Moro. Curitiba: Ed. da UFPR.

ISSN 2764-3158