

Sequência Didática como estratégia de ensino e aprendizagem para o desenvolvimento do Pensamento Algébrico nos anos finais do ensino fundamental

Didactic Sequence as a teaching and learning strategy for the development of Algebraic Thinking in middle school

Fátima Alessandra Melo da Silva¹
Claudia Lisete Oliveira Groenwald²

Resumo: Para desenvolver o Pensamento Algébrico, é fundamental utilizar estratégias metodológicas que auxiliem os alunos a atribuir significados aos objetos de conhecimento da álgebra. Este estudo teve como objetivo investigar atividades organizadas em uma Sequência Didática sobre polinômios para alunos do 9º ano, na perspectiva da Base Nacional Comum Curricular (BNCC). A pesquisa qualitativa, caracterizada como estudo de caso, revelou que as quatro sequências de atividades, aliadas à metodologia de resolução de problemas e ao uso de material concreto, despertaram o interesse dos alunos e possibilitaram a construção gradativa e significativa de conceitos matemáticos. A análise das produções realizadas evidenciou indícios de elementos característicos do Pensamento Algébrico. Além disso, a organização do trabalho docente em sala de aula contribuiu para o desenvolvimento de aspectos como cooperação, argumentação, responsabilidade e iniciativa.

Palavras-chave: Educação Matemática. Anos finais do Ensino Fundamental. Recursos didáticos. Pensamento Algébrico.

Abstract: To develop Algebraic Thinking, it is essential to employ methodological strategies that help students assign meaning to algebraic concepts. This study aimed to investigate activities organized in a Didactic Sequence on polynomials for 9th-grade students, from the perspective of the Base Nacional Comum Curricular (BNCC). The qualitative research, characterized as a case study, revealed that the four sequences of activities, combined with the problem-solving methodology and the use of concrete materials, sparked students' interest and enabled the gradual and meaningful construction of mathematical concepts. The analysis of the students' work showed evidence of elements characteristic of Algebraic Thinking. Furthermore, the organization of the teaching work in the classroom contributed to the development of skills such as cooperation, argumentation, responsibility, and initiative.

Keywords: Mathematical Education. Middle school. Teaching resources. Algebraic Thinking.

1 Introdução

O letramento matemático exerce um papel crucial na formação dos cidadãos, contribuindo significativamente para a capacidade de adaptação ao mundo. Sem esse conhecimento, as pessoas enfrentam dificuldades para agir de maneira autônoma e participativa. De acordo com Groenwald, Kaiber e Mora (2004), o ensino da Matemática desempenha um papel significativo na integração das pessoas na sociedade, capacitando os indivíduos com ferramentas essenciais para uma participação eficaz e comprometida.

Apesar da importância do letramento matemático, muitos alunos encontrar resistência em se envolver com essa área do conhecimento, refletindo no baixo desempenho tanto em

¹ Universidade Luterana do Brasil • Manaus, Am — Brasil • ✉ fatimalessandra2007@gmail.com • ORCID <https://orcid.org/0000-0001-8785-5025>

² Universidade Luterana do Brasil • Canoas, RS — Brasil • ✉ claudiag@ulbra.br • ORCID <https://orcid.org/0000-0001-7345-8205>

avaliações escolares quanto em exames externos. O Programa Internacional de Avaliação de Alunos (*Programme for International Student Assessment – PISA*) realizado em 2022 e divulgado pelo Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (Inep) (Brasil, 2023), aponta que 73% dos participantes brasileiros que realizaram a avaliação obtiveram pontuação abaixo do nível 2. Isso significa que cerca de 7 em cada 10 alunos não alcançaram o patamar mínimo de aprendizado, ou seja, eles não conseguem resolver problemas simples de Matemática.

A raiz dessa questão pode estar vinculada às práticas de ensino que se concentram exclusivamente na instrução matemática abstrata, tornando o aprendizado desinteressante e pouco significativo para os alunos. No contexto escolar, destaca-se a forma como os conteúdos matemáticos foram e ainda são expostos através de metodologias essencialmente mecânicas, que não favorecem a prática, a reflexão e o pensamento crítico. As aulas predominantemente expositivas, com os alunos assumindo um papel passivo na sala de aula. Lins (2004, p. 93) aponta que “muitos professores apresentam em sala de aula a Matemática como uma ciência infalível, exata e inquestionável, apresentando apenas a imposição de regras a serem seguidas pelos alunos, que realizam atividades de modo automático, sem refletir sobre como chegaram a certos resultados”.

Corroborando essa análise, Ibrahim, Silva e Resende (2013) investigaram o desempenho de alunos do 9º ano do Ensino Fundamental nas questões da Prova Brasil de 2007 relacionadas aos conceitos algébricos. Verificou-se que a quantidade de acertos foi irrelevante, com somente 26% dos alunos conseguindo resolver questões de expressão algébrica, 29% de grandezas proporcionais, e quase 45% dos alunos demonstrando habilidades para resolver situações-problema e sistemas de equações.

Complementando esses dados, um estudo mais recente de Camargo, Nervis e Martin (2024) evidenciou as dificuldades encontradas por alunos na aprendizagem dos conceitos algébricos. Esses pesquisadores analisaram relatório do Sistema de Avaliação da Educação Básica (SAEB) de 2019 e verificaram que o conhecimento algébrico dos alunos do ensino fundamental brasileiro está abaixo da média na escala determinada e distante dos níveis mais altos de proficiência desejados. Isso reflete uma necessidade urgente de avanço no processo de ensino e aprendizagem no Brasil.

Tendo em vista a dificuldade dos alunos nessa área do conhecimento matemático, nosso foco no trabalho é discutir o uso de recursos didáticos como auxiliares para o ensino e aprendizagem da álgebra em sala de aula. A BNCC, implementada em 2018, apresenta a concepção da unidade temática álgebra no Ensino Fundamental com a finalidade do desenvolvimento de um tipo especial de pensamento – Pensamento Algébrico – essencial para utilizar modelos matemáticos na compreensão, representação e análise de relações e estruturas matemáticas por meio da resolução de problemas.

Acredita-se que é papel da escola e do professor que ensina Matemática desenvolver esse tipo de pensamento no aluno para superar as dificuldades na construção de conhecimentos matemáticos. Para Groenwald e Becher (2010), considerando os conteúdos algébricos constantes dos programas escolares do Ensino Fundamental, uma abordagem centrada na aplicação de algoritmos e manipulação mecânica dos símbolos revela-se problemática, já que, para avançar na compreensão dos conceitos algébricos, é necessário que o aluno desenvolva um pensamento matemático de alto nível.

Diante do exposto, o problema de pesquisa pode ser expresso na seguinte pergunta: como desenvolver uma Sequência Didática envolvendo os conteúdos de álgebra nos anos finais do ensino fundamental na perspectiva da Base Nacional Comum Curricular? Procurando

respostas ao problema de pesquisa, tem-se como objetivo investigar atividades organizadas em uma Sequência Didática sobre polinômios para alunos do 9º ano, na perspectiva da Base Nacional Comum Curricular.

Neste artigo, buscou-se refletir sobre o desenvolvimento de habilidades algébricas previstas da BNCC (Brasil, 2018) e elementos característicos do Pensamento algébrico (Kaput, 1999) nos alunos, quando o processo de ensino e aprendizagem é planejado a partir da implementação de uma Sequência Didática (Zabala, 1998) e da integração de material concreto às aulas.

2 A álgebra e o Pensamento Algébrico nos anos finais do Ensino Fundamental

O ensino da álgebra foi desenvolvido ao longo do tempo sobre bases de um “ensino mecanicista e destituído de significação para os alunos” (Nacarato & Custódio, 2018, p. 13). Na visão de Kaput (1999), o ensino tradicional da álgebra está relacionado com a aprendizagem de regras para a manipulação de símbolos, simplificação de expressões algébricas e resolução de equações. Além disso, a álgebra ensinada na escola tem servido para ensinar um conjunto de procedimentos que, na visão dos alunos, não têm relação com outros conhecimentos matemáticos e nem com o seu mundo cotidiano.

Nesse cenário, o processo de ensino e aprendizagem não privilegia a compreensão de conceitos algébricos e o desenvolvimento do Pensamento Algébrico previstos na BNCC (Brasil, 2018). Referência para a construção dos currículos brasileiros, esse documento orienta que as ideias fundamentais desta unidade temática sejam desenvolvidas desde os anos iniciais do Ensino Fundamental. Assim, nos anos finais, os estudos podem ser retomados, aprofundados e ampliados com a finalidade de desenvolver o Pensamento Algébrico nos alunos. Em consonância com Ponte, Branco e Matos (2009), o grande objetivo do estudo da álgebra na Educação Básica é desenvolver o Pensamento Algébrico.

A álgebra e o Pensamento Algébrico, embora intimamente relacionados, são conceitos distintos no campo da Matemática e na Educação Matemática. Kaput (1999, p. 134), descreve “a álgebra como algo que envolve generalizar e expressar essa generalidade usando linguagens cada vez mais formais, cuja generalização começa na aritmética, em situações de modelagem, em geometria e em praticamente toda a Matemática que pode ou deve aparecer nas séries elementares”. Para Kieran e Chalouh (1993), o Pensamento Algébrico envolve o desenvolvimento de um raciocínio matemático dentro de um referencial algébrico, construindo o significado para símbolos e operações algébricas em termos da aritmética.

Assim, pode-se dizer que a álgebra fornece a linguagem e as ferramentas necessárias para a expressão e manipulação de problemas matemáticos, enquanto, o Pensamento Algébrico é a habilidade cognitiva que permite aos indivíduos utilizar essa linguagem de maneira eficaz. Compreende-se, portanto, que aprender álgebra vai muito além da manipulação de letras e símbolos. Envolve o desenvolvimento de um raciocínio mais elaborado e o “desenvolvimento de instrumentos para a resolução de problemas e processos investigativos” (Lins & Gimenez, 2001, p. 162).

Para caracterizar o Pensamento Algébrico nos alunos, Kaput (1999) identifica o desenvolvimento de cinco elementos estreitamente relacionados entre si: (i) generalização e formalização de padrões e restrições; (ii) manipulação de formalismos guiada sistematicamente; (iii) estudo de estruturas abstratas a partir de cálculos e relações; (iv) estudo de funções, relações e variação de duas variáveis; e (v) a utilização de múltiplas linguagens na modelação matemática e no controle de fenômenos. Ponte, Branco e Matos (2009) corroboram essa ideia e ressaltam que, com o desenvolvimento do Pensamento Algébrico, espera-se que a

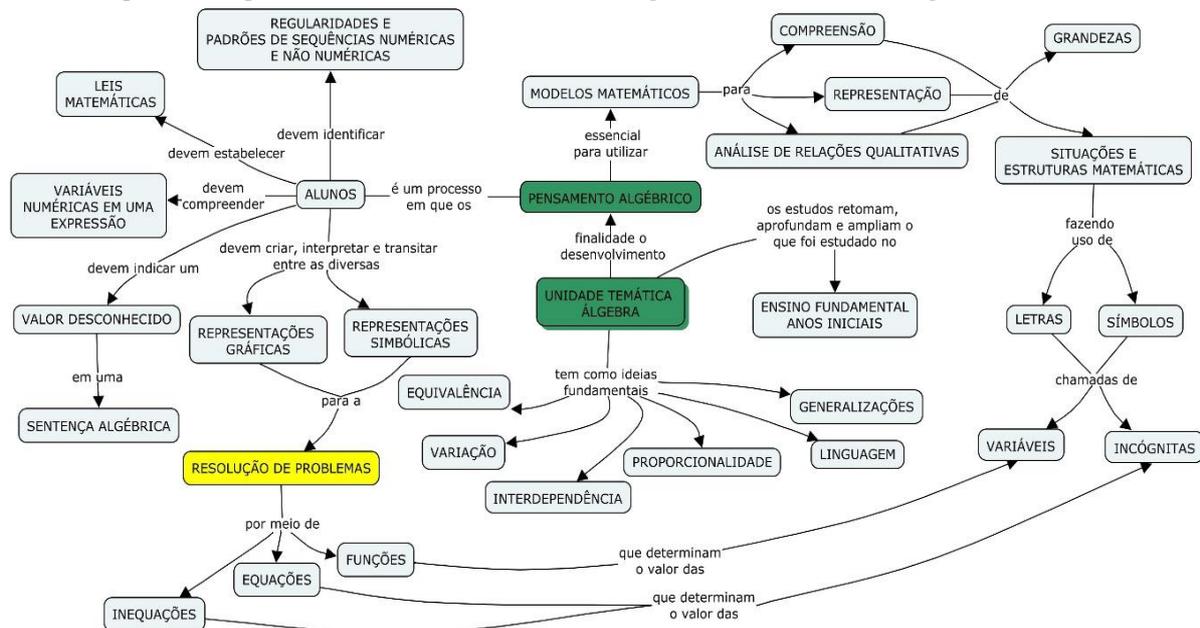
criança seja capaz de demonstrar competências como lidar com expressões algébricas, equações, inequações, sistemas de equações e de inequações, funções e estruturas matemáticas. Essas competências podem ser usadas na interpretação e resolução de problemas matemáticos ou de outras áreas.

Dada a importância da álgebra como um caminho necessário para a formação e o desenvolvimento cognitivo matemático dos alunos da Educação Básica, a BNCC (Brasil, 2018) apresenta a constituição do Pensamento Algébrico como essencial para utilizar modelos matemáticos na compreensão, representação e análise de relações quantitativas de grandezas, além de situações e estruturas matemáticas, fazendo uso de letras e outros símbolos.

Para proporcionar uma visão holística do ensino matemático, é essencial integrar álgebra e geometria. Essa integração permite que os alunos entendam as conexões entre diferentes áreas da matemática e reforcem os conceitos por meio de múltiplas representações. A geometria oferece uma interpretação visual dos conceitos algébricos, enriquecendo a aprendizagem e tornando os conceitos matemáticos mais aplicáveis. Groenwald (1997) destaca a importância da álgebra na resolução de problemas cotidianos e defende a integração de geometria e álgebra para melhorar a compreensão dos alunos.

Buscou-se sintetizar por meio de um Mapa Conceitual na Figura 1 as ideias matemáticas fundamentais vinculadas à unidade temática álgebra e o desenvolvimento do Pensamento Algébrico nos anos finais do Ensino Fundamental, segundo a proposta da BNCC (Brasil, 2018).

Figura 1: Mapa conceitual das características da álgebra e do Pensamento Algébrico na BNCC



Fonte: As autoras.

A unidade temática apresenta a concepção do Pensamento Algébrico como um processo em que os alunos devem desenvolver habilidades algébricas para a resolução de problemas. Ou seja, o Pensamento Algébrico é um processo em que os alunos devem ser orientados para criar, interpretar e transitar entre as diversas representações para a resolução de problemas, em detrimento a memorização e a prática repetitiva de tarefas algébricas tão comum nas salas de aula. Nesse contexto, é importante que o professor seja capaz de orientar o processo de ensino e aprendizagem da álgebra para não se limitar a procedimentos algoritmos, mas para a mediação de atividades por meio de estratégias e metodologias para o desenvolvimento de um conjunto de habilidades cognitivas, tendo as ideias e conceitos algébricos como seu referencial

(Groenwald & Becher, 2010).

Portanto, torna-se desafiador promover experiências e ambientes de aprendizagens adequados que promovam a compreensão de conteúdos na perspectiva de desenvolver habilidades para a construção do Pensamento Algébrico entre os alunos. Nesse sentido, tornar significativo o processo de ensino e aprendizagem dos objetos de conhecimento da álgebra constitui oportunidade para a construção do Pensamento Algébrico nos anos finais do Ensino Fundamental, uma vez que “o estudo isolado dos conceitos algébricos leva o estudante a entender esses como fatos isolados e sem significado” (Groenwald & Becher, 2010, p.86). A seguir apresenta-se sobre o papel do material concreto no ensino de Matemática.

3 Material concreto como recurso didático nas aulas de Matemática

O documento orientador para a formulação dos currículos dos sistemas e das redes escolares de todo o Brasil, a BNCC (Brasil, 2018), destaca que, atualmente, crianças e adolescentes precisam reconhecer-se em seu contexto histórico e cultural, comunicar-se, ser criativos, analítico-críticos, participativos, abertos ao novo, colaborativos, resilientes, produtivos e responsáveis. Esse desenvolvimento requer muito mais do que o acúmulo de informações. Sob esta perspectiva, o foco das escolas passa a ser o desenvolvimento de competências (mobilização de conhecimentos, habilidades, atitudes e valores) e não apenas a transmissão de conteúdo. A BNCC indica que a educação deve configurar-se como um espaço que incentive o aluno na busca pelo protagonismo do seu aprendizado.

No contexto do ensino de Matemática, essa abordagem centrada no aluno se reflete na adoção de metodologias inovadoras. “Pesquisas em Educação Matemática nos últimos anos têm apresentado resultados significativos em metodologia do ensino cujas aplicações em sala de aula têm estimulado os professores de Matemática a refletirem sobre suas rotinas de aula” (Groenwald, Kaiber & Mora, 2004, p. 37). Esses autores destacam como tendências no ensino de Matemática a resolução de problemas, modelagem matemática, jogos e curiosidades matemáticas, novas tecnologias, história da Matemática, etnomatemática e ensino por projetos de trabalho.

Os avanços nas discussões promovidas por pesquisadores e professores da área sobre novas práticas pedagógicas têm contribuído para potencializar as tendências em Educação Matemática. Novello, Silveira, Luz, Copello e Laurino (2009) analisam que o ensino transmissivo dominou a sala de aula durante séculos. Porém, essa concepção tem sido transformada pela evolução das teorias cognitivas e pelo surgimento de novas metodologias de ensino que potencializam a contextualização do saber, a compreensão de regras e a articulação de representações matemáticas.

É recomendável oportunizar acesso a outros meios didático-pedagógicos, além do método tradicional, a fim de estimular o aluno a demonstrar iniciativa, autonomia e interesse em aprender, construindo seu próprio conhecimento enquanto interage com o meio. Dessa forma, além de incentivar o protagonismo e a autonomia do aluno, esses componentes podem tornar a aprendizagem de conceitos matemáticos mais significativa.

Lorenzato (2006), Mancera e Basurto (2016) e Kaiber e Groenwald (2022) destacam o material concreto como um apoio potencializador e um importante facilitador da interação entre professor, aluno e conhecimento nas aulas de Matemática. Nas referidas investigações, há fortes evidências que permitem afirmar que a interação do aluno com materiais concretos pode favorecer e desenvolver significativamente o processo de ensino e aprendizagem por meio de situações que provoquem a curiosidade, a criatividade e a busca por soluções.

Reys (1971 *apud* Serrazina & Matos, 1996, p. 18) define material concreto como “objetos ou coisas que o aluno é capaz de sentir, tocar, manipular e movimentar. Podem ser objetos reais com aplicação no dia a dia ou podem ser objetos que são usados para representar uma ideia”. Serrazina (1991, p. 37) descreve os materiais manipuláveis como “objetos, instrumentos que podem ajudar os alunos a descobrirem, a entenderem ou consolidarem conceitos fundamentais nas diversas fases da aprendizagem”. Mancera e Basurto (2016, p. 14) destacam que “os materiais utilizados em aula são um mediador entre o aluno e o conhecimento matemático, pois o material permite que ele tome consciência de importantes relações que mais tarde constituirão as bases do conteúdo matemático e simbólico que o aluno deve trabalhar”.

Nesse sentido, entende-se que o uso de material concreto pode ser essencial para a organização do processo de ensino e aprendizagem, colocando o aluno em contato com tarefas experimentais e investigativas mediadas por outras metodologias de ensino, como a resolução de problemas. A utilização de material concreto “incentiva a busca, o interesse, a curiosidade e o espírito de investigação; instigando-os na elaboração de perguntas, desvelamento de relações, criação de hipóteses e a descoberta das próprias soluções” (Novello et al., 2009, p. 10733).

Lucena (2017) argumenta que a interação tátil do aluno com objetos tangíveis facilita a construção e modificação de formas geométricas, além de possibilitar a realização de cálculos concretos por meio de tarefas lúdicas, como jogos. Isso promove o desenvolvimento do raciocínio lógico-matemático, fundamental para a resolução de problemas do dia a dia. Essa interação pode enriquecer o ensino de Matemática, pois o uso intencional do material concreto dá contorno físico a entes matemáticos, contribuindo para a produção de significado em situações do cotidiano. A interpretação, a experimentação e a manipulação dos materiais facilitam a representação e a “visualização” de conceitos matemáticos.

Para Serrazina (1991, p. 37), “os materiais caracterizam-se pelo envolvimento físico da criança numa situação ativa de aprendizagem que, no contato, permite explorar ideias e desenvolver noções matemáticas”. Embora a matemática seja uma ciência baseada em raciocínios hipotético-dedutivos e em demonstrações sobre axiomas, postulados e teoremas, no Ensino Fundamental é importante usar métodos lúdicos e recursos concretos. Isso permite que os alunos experimentem, tirem conclusões e desenvolvam habilidades para resolver problemas do cotidiano (Souza, Lopes & Nascimento, 2020, p. 2).

Percebe-se, que o uso de materiais concretos se apresenta como uma possibilidade de recurso didático para ser integrado ao currículo de Matemática, estreitando o abismo entre teoria e prática e entre o concreto e o abstrato, minimizando as rupturas do saber fragmentado e desfocado da realidade do aluno. O uso de materiais concretos como ferramenta de ensino coloca o aluno no centro do processo de construção do seu conhecimento, com o professor como mediador das situações de aprendizagem dos conceitos matemáticos.

É crucial que o professor faça uma escolha consciente dos materiais, em sintonia com a finalidade da aprendizagem a ser alcançada. Lorenzato (2006, p. 21) afirma que “o uso do material depende do conteúdo a ser estudado, dos objetivos a serem atingidos, do tipo de aprendizagem que se espera alcançar e da filosofia e política escolar”.

Para criar condições propícias à aprendizagem e à construção de conceitos matemáticos mais significativos, é fundamental que o professor planeje propostas pedagógicas que privilegiem a utilização de variados procedimentos metodológicos, como a experimentação com material concreto. É necessário definir antecipadamente os materiais adequados, de acordo com os objetivos de aprendizagem a serem alcançados, e considerar as diferentes características dos alunos.

Com este enfoque teórico, a Sequência Didática mediada pelo uso do material concreto como recurso didático para o ensino dos conceitos de polinômios e suas operações foi desenvolvida, aplicada e avaliada.

4 Percorso metodológico

A presente investigação segue o desenho de um estudo de caso, permitindo estudar o objeto em seu contexto real. Foram analisados o desempenho de 40 alunos, entre 13 e 17 anos, de uma turma do 9º ano de uma Escola Estadual em Manaus, Amazonas, ao desenvolverem uma Sequência Didática fundamentada nas conexões entre diferentes unidades temáticas e objetos matemáticos com foco no desenvolvimento do Pensamento Algébrico.

Optou-se pela metodologia de natureza qualitativa, acreditando-se que o pesquisador busca compreender a natureza subjetiva e o contexto do estudo. Para Creswell (2010, p. 43), a abordagem qualitativa é “um meio para explorar e entender o significado que os indivíduos ou grupos atribuem a um problema social ou humano”, nesse caso, como os alunos atribuem significados para a Sequência Didática investigada.

Segundo Yin (2001), o estudo de caso resulta da observação e engloba três fases distintas: (i) escolha do referencial teórico, seleção dos casos e desenvolvimento de protocolos para a coleta de dados; (ii) coleta de dados; e (iii) análise dos dados obtidos à luz da teoria selecionada, interpretando os resultados. Nesta pesquisa, as fases incluíram a construção do referencial teórico com a temática de pesquisa e o desenvolvimento da Sequência Didática; a coleta de dados com aplicação de um questionário para determinar o perfil dos alunos participantes, a aplicação do experimento, observação das atitudes e registros dos alunos, e gravações de vídeo; e a análise, interpretação e elaboração do relatório. Ressalta-se que a implementação do experimento foi realizada pela professora/pesquisadora.

A análise dos dados foi realizada na perspectiva do desempenho dos participantes da pesquisa, considerando os registros produzidos no desenvolvimento do experimento proposto, identificando equívocos cometidos, facilidades e dificuldades enfrentadas. Além disso, buscou-se também analisar as atitudes dos alunos frente a uma nova metodologia de ensino em sala de aula.

5 O experimento

A organização e as relações entre as atividades é de suma importância no processo educacional. Zabala (1998) enfatiza que a estrutura e a articulação dessas atividades impactam significativamente o tipo e as características do ensino. Segundo Zabala (1998, p. 18) Sequências Didáticas são “um conjunto de atividades ordenadas, estruturadas e articuladas para a realização de certos objetivos educacionais, que têm um princípio e um fim conhecidos tanto pelos professores como pelos alunos”. Isso reforça a ideia de que um ensino bem estruturado e intencional é fundamental para o sucesso educativo.

A Sequência Didática aplicada aos alunos, composta por quatro sequências de atividades articuladas, foi mediada pela professora/pesquisadora, utilizando materiais concretos como ferramenta de apoio no processo de ensino. Essas sequências foram estruturadas seguindo critérios de desenvolvimento, aplicação e avaliação, considerando três fases da intervenção reflexiva descritas por Zabala (1998): planejamento, aplicação e avaliação. Essas fases são essenciais para a organização das situações de ensino dos conteúdos matemáticos propostos aos alunos em sala de aula.

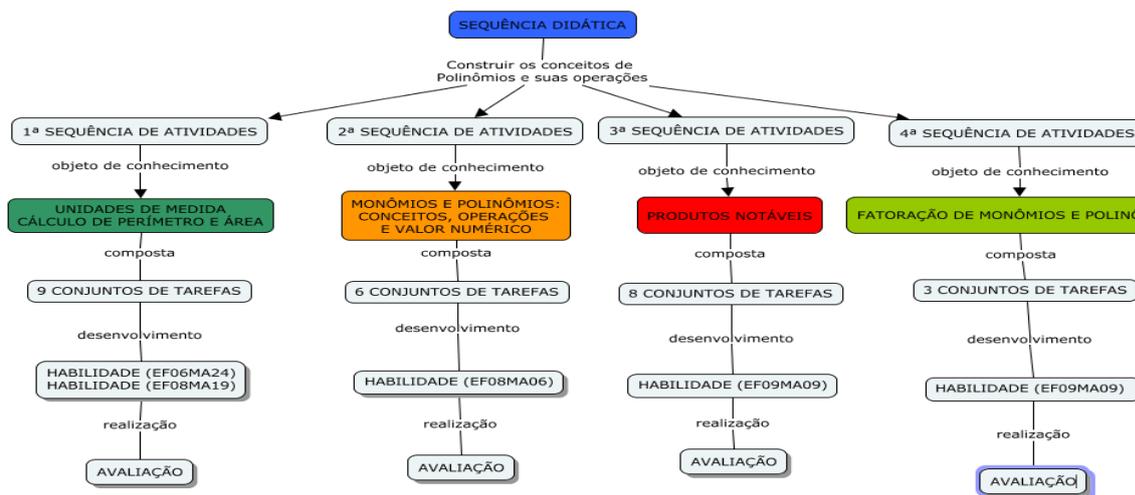
Na fase de planejamento, foram desenvolvidas atividades considerando os obstáculos

na formação de conceitos algébricos e as dificuldades dos alunos no desenvolvimento do Pensamento Algébrico. Cada sequência de atividade, constituída por um conjunto de tarefas, abordou temáticas específicas focando no objeto de conhecimento Polinômios e suas operações. Zabala (1998) define atividades ou tarefas como a unidade básica do processo de ensino e aprendizagem, caracterizadas por variáveis estáveis e diferenciadas, como interações entre professor e alunos, organização grupal, conteúdos de aprendizagem, recursos didáticos, distribuição de tempo e espaço, critérios avaliativos, todas orientadas por intenções educacionais explícitas ou implícitas.

A aplicação das atividades buscou a apreensão de significados pelos alunos através de conexões entre diferentes conhecimentos matemáticos, como linguagem simbólica, conceitos de geometria e de medidas, e resolução de problemas. As sequências de atividades consideraram ideias de regularidade, padrões, generalização e linguagem algébrica.

A Figura 2 ilustra o mapeamento da Sequência Didática constituída por 4 sequências de atividades com seu respectivo objeto de conhecimento a ser estudado, a habilidade (Brasil, 2018) a ser desenvolvida, composta por um conjunto de tarefas. Ao final de cada sequência de atividades acontecia uma avaliação das aprendizagens.

Figura 2: Detalhamento da Sequência Didática



Fonte: As autoras.

As tarefas foram baseadas em modelos propostos por Groenwald, Albé, Klaus e Hoffmann (1998) e livros da Coleção Praticando Matemática (Andrini & Vasconcellos, 2015). As atividades focaram na integração da álgebra com a geometria. A Figura 3 apresenta o cronograma de realização das atividades, que ocorreu de março a setembro de 2022, em aulas de 50 minutos.

Figura 3: Cronograma de aplicação da Sequência Didática

Sequências de atividades	Temática	Organização	Tempo de execução
1ª	Unidades de medida. Cálculo de perímetro e área de figuras planas.	9 conjuntos de tarefas e 1 avaliação	33 aulas
2ª	Monômios e polinômios: Operações e valor numérico.	6 conjuntos de tarefas e 1 avaliação	18 aulas
3ª	Produtos Notáveis: quadrado da soma, quadrado da diferença e produto da soma pela diferença.	8 conjuntos de tarefas e 1 avaliação	23 aulas
4ª	Fatoração de polinômios: fator comum e por agrupamento.	3 conjuntos de tarefas e 1 avaliação	15 aulas

Fonte: A pesquisa.

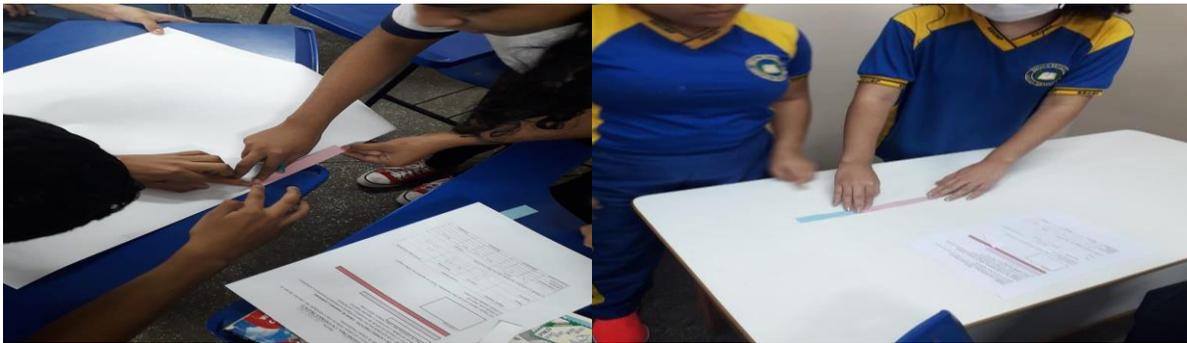
A implementação envolveu a organização de grupos de trabalho, com 5 a 6 participantes, e o uso de materiais concretos simples e de baixo custo, como cartolinas e fitas coloridas. As atividades em grupo incentivaram a discussão, reflexão e trabalho colaborativo. As tarefas foram desenvolvidas para explorar conceitos de monômios e polinômios, suas operações e valor numérico de expressões algébricas, utilizando materiais concretos como suporte. Por exemplo, fitas coloridas foram usadas para trabalhar conceitos de monômios e polinômios, enquanto quadrados e retângulos de diferentes tamanhos ajudaram a generalizar os produtos notáveis, relacionando álgebra e geometria.

6 Análise e Discussão dos resultados

As tarefas que compõem a segunda sequência tinham como objetivo trabalhar os conceitos de monômios e polinômios, suas operações e valor numérico de expressões algébricas.

Os registros apresentados na Figura 4 mostram os alunos realizando medições de objetos (cartolina, mesa, caderno) na sala de aula com as fitas recebidas de 5 cm, 10 cm e 15 cm, nas cores branco, azul e rosa, usando-as como unidade de medida.

Figura 4: Utilização de fitas como unidade de medida



Fonte: A pesquisa.

Foi possível observar que os alunos se envolveram com a atividade, buscando a melhor estratégia ao discutir quantas fitas de cada cor usar para medir os objetos selecionados na sala de aula. Nesse momento, foi interessante perceber o quão significativo foi o uso do material concreto, pois os alunos conseguiram expressar matematicamente as medidas dos objetos por meio de expressões algébricas.

Na Figura 5, a seguir, apresenta-se o registro escrito das expressões algébricas referentes às medidas de comprimento, largura e perímetro de uma cartolina. Observa-se que os alunos identificaram que fitas da mesma cor deveriam ser adicionadas, reconhecendo as expressões algébricas na forma reduzida.

Figura 5: Registro escrito para o conceito de expressões algébricas

c) Medir a cartolina recebida com as fitas recebidas

	FITA			FITAS			
	b	a	r	bea	aer	ber	b, a, er
Comprimento	12b	6A	9R	4b+4A	3A+12R	3b+3R	2b+2A+2R
Largura	9b	4A+2R	3R	3b+3A	4A+2R	3b+2R	2b+2A+1R
Perímetro	92b	29A	14R	14b+14A	3A+18R	12b+10R	8b+8A+6R
Nomenclatura	Monômios			Binômios		Trinômio	

Fonte: A pesquisa.

No registro, percebe-se a presença da escrita algébrica para representar um problema. Segundo a BNCC (Brasil, 2018, p. 307), o aluno dos anos finais do Ensino Fundamental deve desenvolver a habilidade (EF07MA13): “compreender a ideia de variável, representada por letra ou símbolo, para expressar relação entre duas grandezas, diferenciando-a da ideia de incógnita”.

Na continuação da tarefa, os alunos mediram as fitas com a régua, substituíram os valores correspondentes a cada tamanho das fitas nas expressões obtidas anteriormente e realizaram as operações. Analisando essa produção da Figura 6, infere-se que eles compreenderam o significado da variável, pois utilizaram uma unidade de medida conhecida para estabelecer o valor da incógnita e realizaram as operações necessárias para encontrar o valor numérico das expressões.

Figura 6: Registro escrito para o conceito de valor numérico de uma expressão

	FITA			FITAS			
	b	a	r	bea	aer	ber	b, a, er
Comprimento	$42b$ 12.5 60	$6A$ $6 \cdot 10$ 60	$4R$ $4 \cdot 15$ 60	$4b + 4A$ $4.5 + 4.10$ $20 + 40$ 60	$3A + 2R$ $3 \cdot 10 + 2 \cdot 15$ $30 + 30$ 60	$3b + 3R$ $3 \cdot 5 + 3 \cdot 15$ $15 + 45$ 60	$2b + 2A + 2R$ $2 \cdot 5 + 2 \cdot 10 + 2 \cdot 15$ $10 + 20 + 30$ 60

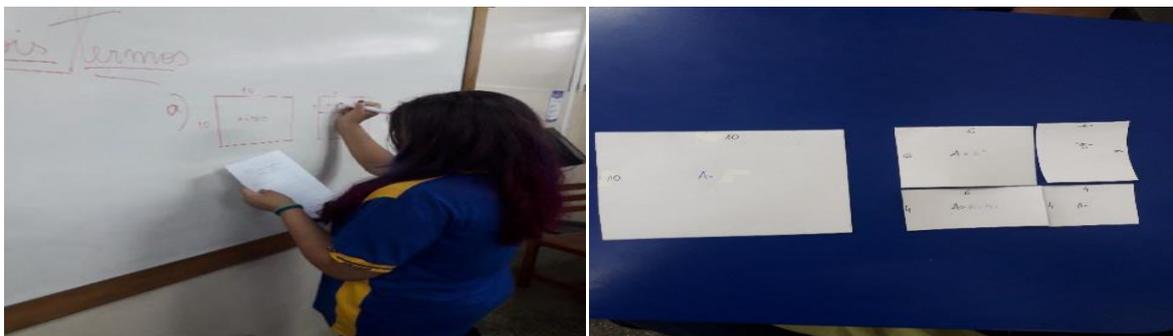
Fonte: A pesquisa.

Portanto, há indícios da habilidade (EF08MA06): “resolver e elaborar problemas que envolvam cálculo do valor numérico de expressões algébricas, utilizando as propriedades das operações”, requerida pela BNCC (Brasil, 2018, p. 313), para o objeto de conhecimento valor numérico de uma expressão algébrica.

A terceira sequência de atividades foi composta por tarefas para o estudo do objeto do conhecimento de produtos notáveis. O objetivo desta sequência era levar o aluno a generalizar o modelo matemático do quadrado da soma de dois termos, utilizando materiais concretos e relacionando a álgebra com a geometria.

No primeiro momento utilizou-se a representação geométrica, em que os alunos foram estimulados a calcular a área de cada forma geométrica, desenhar e escrever matematicamente a igualdade formada entre um quadrado de lado 10 cm e as outras figuras: dois quadrados de lados 6 cm e 4 cm , além de dois retângulos iguais de lados $6\text{ cm} \times 4\text{ cm}$.

Figura 7: Visualização da representação geométrica do produto notável



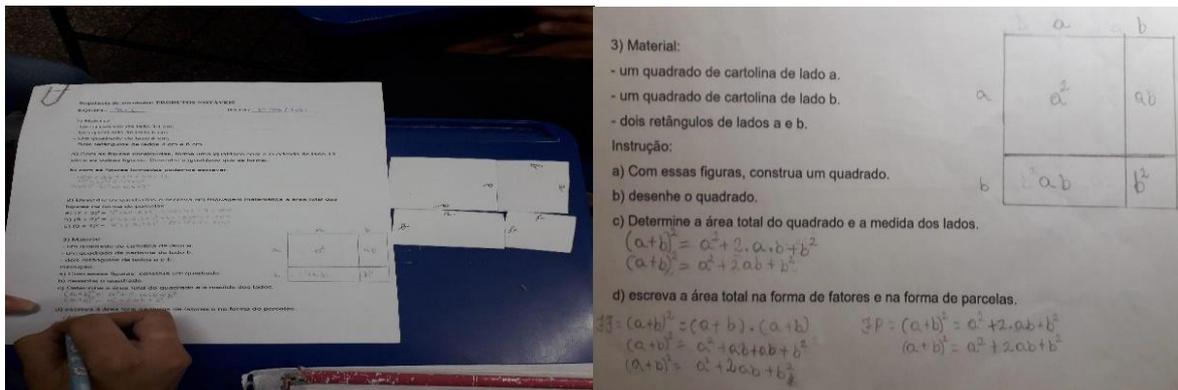
Fonte: A pesquisa.

Acredita-se que a “interpretação geométrica, a partir da determinação da área do

quadrado na sua totalidade ou a partir de uma dada decomposição, pode ajudar a promover a compreensão da equivalência entre as duas expressões” (Ponte, Branco & Matos, 2009, p. 81).

Em outro momento, propôs-se a demonstração do conceito do quadrado da soma de dois termos por meio da utilização de figuras cujos lados eram dados por letras. Os alunos precisavam representar a área do quadrado de lado $a + b$ usando um polinômio na forma de fatores e na forma de parcelas.

Figura 8: Registro escrito para o conceito de produto notável



Fonte: A pesquisa.

Diante das generalizações observadas nos registros escritos, como o apresentado na Figura 8, percebeu-se que os alunos atingiram o objetivo da sequência de tarefas. Conseguiram utilizar estratégias e testar conjecturas explorando o problema proposto.

Além disso, construíram a representação do conceito por meio da manipulação dos materiais e descreveram matematicamente o modelo, conforme previsto no desenvolvimento da habilidade (EF09MA09): “compreender os processos de fatoração de expressões algébricas com base em suas relações com os produtos notáveis, para resolver e elaborar problemas que possam ser representados por equações polinomiais do 2º grau” (Brasil, 2018, p. 317).

Com a visualização de cada termo algébrico representado por uma figura geométrica, infere-se que foi possível para o aluno identificar a medida dos lados $(a + b)$, desenhar o quadrado formado pela composição de quadriláteros menores e ainda usar a linguagem matemática para escrever o cálculo da área na forma de fatores e na forma de parcelas, de modo a chegar na generalização $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$. “No Pensamento Algébrico dá-se atenção não só aos objetos, mas principalmente às relações existentes entre eles, representando e raciocinando sobre essas relações tanto quanto possível de modo geral e abstrato” (Ponte, Branco & Matos, 2009, p. 10). Portanto, as tarefas propostas, relacionadas entre si, coincidem com o que sugere Ponte, Branco e Matos (2009, p. 81) sobre o ensino desse produto notável:

A equivalência de $(x + a)^2$ e $x^2 + 2xa + a^2$ (quadrado de um binômio) deve ser mostrada tanto algébrica como geometricamente. No entanto, antes de poderem compreender uma justificação geral, os alunos devem trabalhar com casos simples. No caso de os alunos terem muita dificuldade em seguir estes passos, o professor pode reverter para um exemplo puramente numérico.

Percebeu-se que o estudo do produto notável, por meio do cálculo da área do quadrado representado geometricamente com o uso de material concreto e manipulável, contribuiu para a melhoria da compreensão do aluno sobre a origem e o significado de cada termo do polinômio resultante. Os alunos foram capazes de resolver problemas, desenvolvendo uma compreensão mais sólida das principais fórmulas para o cálculo de produtos notáveis. Nesse sentido, a busca

por padrões, regularidades e generalizações foi evidenciada pelos alunos participantes do experimento, sendo elementos característicos do desenvolvimento do Pensamento Algébrico em todo o Ensino Fundamental.

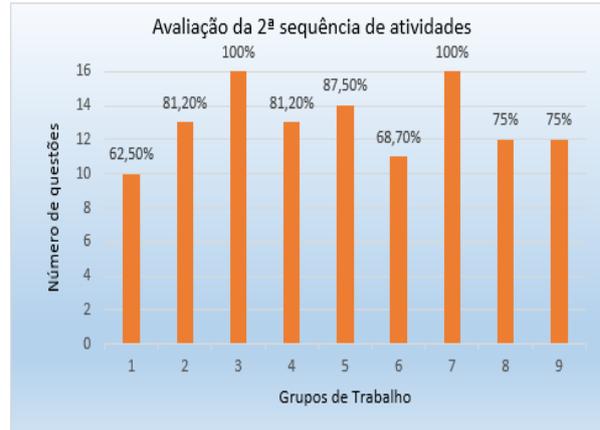
Ao observar os gráficos das Figuras 9, 10, 11 e 12, que tratam dos resultados alcançados nas avaliações das aprendizagens pela perspectiva do percentual de acertos por grupo, percebe-se evolução no desempenho desses alunos ao longo do desenvolvimento das quatro sequências de atividades.

Figura 9: Resultado da avaliação da 1ª sequência



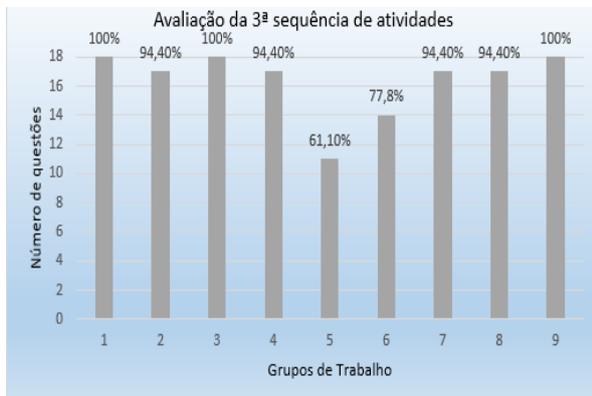
Fonte: A pesquisa.

Figura 10: Resultado da avaliação da 2ª sequência



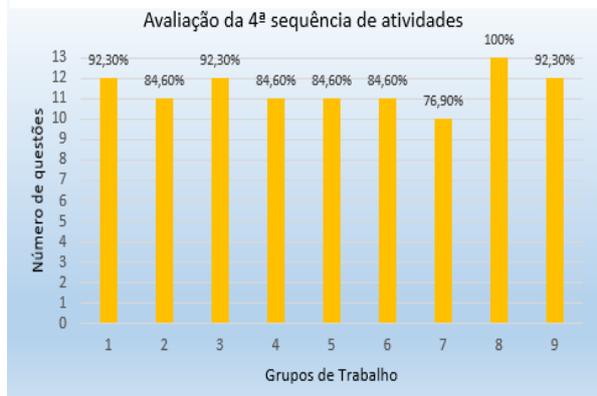
Fonte: A pesquisa.

Figura 11: Resultado da avaliação da 3ª sequência



Fonte: A pesquisa.

Figura 12: Resultado da avaliação da 4ª sequência



Fonte: A pesquisa.

Pode-se inferir que, a partir da segunda sequência de atividades, todos os grupos acertaram mais de 60% das questões. Entende-se que, à medida que o conhecimento foi sendo ampliado no desenvolvimento da Sequência Didática, os alunos também avançaram em suas aprendizagens. Portanto, há fortes indícios de que as representações conceituais por meio da utilização dos materiais concretos, alinhadas às ações didáticas da professora/pesquisadora, contribuíram para o desenvolvimento da compreensão conceitual matemática dos alunos, os quais posteriormente mobilizaram significativamente conhecimentos necessários para estudar novos conceitos.

Os resultados foram bastante positivos. Os alunos demonstraram um maior engajamento nas aulas de Matemática e, gradativamente, ampliaram a compreensão dos conceitos algébricos. Além disso, houve uma melhoria significativa no desempenho dos alunos em avaliações de

Matemática.

A análise dos resultados indica que o uso de material concreto foi fundamental para tornar os conceitos algébricos mais acessíveis aos alunos. A abordagem prática permitiu que eles visualizassem e manipulassem a representação dos conceitos, facilitando a compreensão e a aplicação em diferentes contextos.

7 Considerações

O estudo demonstrou que no desenvolvimento de uma Sequência Didática é necessário considerar a integração entre as diferentes unidades temáticas, a conexão entre as tarefas, as habilidades a serem desenvolvidas nos alunos, os objetivos a serem alcançados, a metodologia a ser utilizada e os recursos didáticos que servirão de suporte para a atividade.

As atividades organizadas em uma Sequência Didática aliada à metodologia de Resolução de Problemas, partindo de tarefas mais simples para as mais complexas, articulando a álgebra com a geometria, contribuíram para o desenvolvimento de habilidades, pois permitiram ao aluno construir gradativamente e com significado conceitos matemáticos como generalizar e reconhecer padrões, elementos considerados característicos do Pensamento Algébrico

O planejamento de tarefas diversificadas, com foco na manipulação de material concreto, permitiu aos alunos perceberem as diferentes representações de um mesmo objeto, facilitando a assimilação do conceito matemático. Esse processo está associado às conexões entre a álgebra e a geometria estabelecidas pelos alunos por meio de atividades que permitiram a compreensão de estruturas algébricas através da manipulação de figuras geométricas e vice-versa. A utilização de materiais concretos no ensino de Matemática contribuiu para a percepção, visualização e construção de conceitos matemáticos pelos alunos. Acredita-se que esse fato está relacionado às conexões que os alunos estabeleceram entre a manipulação do material concreto e os conceitos matemáticos, incentivando-os a formular estratégias, levantar hipóteses e resolver problemas matemáticos de forma mais envolvente e eficaz.

A organização dos alunos em grupos de trabalho estimulou a discussão, a reflexão e o trabalho colaborativo, possibilitando uma maior troca de conhecimento entre os componentes e, assim, facilitando o trabalho da professora/ pesquisadora ao utilizar materiais concretos como potencializador da prática educativa.

O desenvolvimento do experimento contribuiu para um olhar crítico da professora/pesquisadora sobre sua própria prática. Percebeu-se que as escolhas didáticas e metodológicas têm um impacto significativo na aprendizagem dos alunos, exigindo do professor planejamento e replanejamento.

Por fim, como professora/pesquisadora, considero que esse trabalho pode auxiliar pesquisadores e, principalmente, professores, que buscam estudar e desenvolver outras formas de ensino além do método tradicional. “Não estamos julgando esta como desnecessária, mas acreditamos ser prioridade o desenvolvimento de um raciocínio que permita a compreensão de técnicas, e não a simples reprodução” (Grillo, Lúcio, Custódio & Frare, 2018, p.199). Acredita-se que novas pesquisas podem emergir a partir da proposta da Sequência Didática apresentada nesta investigação, pois esta configura-se não como um trabalho acabado, mas como um material possível de adaptações ou reformulações para os diferentes níveis da Educação Básica.

Referências

Andrini, A. & Vasconcellos, M. J. (2015). *Coleção praticando matemática*. (v. 7, 4. ed.). São

- Paulo, SP: Editora do Brasil.
- Brasil. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. (2023). *Notas sobre o Brasil no Pisa 2022*. Brasília, DF.
- Brasil. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. (2018). *Base Nacional Comum Curricular*. Brasília, DF.
- Camargo, I. V. de, Nervis, J. J., & Martin, G. F. S. (2024). Análise dos indicadores de álgebra na Prova SAEB dos alunos do ensino fundamental. *Revista de Educação Pública*, 33(jan/dez), 103–120. <https://doi.org/10.29286/rep.v33ijan/dez.14172>. Disponível em: <https://periodicoscientificos.ufmt.br/ojs/index.php/educacaopublica/article/view/14172>. Acesso em: 7 ago. 2024.
- Creswell, J. W. (2010). *Projeto de pesquisa: métodos qualitativo, quantitativo e misto* (2ª ed.). Porto Alegre: Bookman.
- Grillo; C. L.; Lúcio, C. C. B.; Custódio, I. A. & Frare, R. E. B. (2018). O desenvolvimento do Pensamento Algébrico nos anos finais do ensino fundamental e no ensino médio. In: Nacarato, A. M. & Custódio, I. A. *O Desenvolvimento do Pensamento Algébrico na Educação Básica: compartilhando propostas de sala de aula com o professor que ensina (ensinará) Matemática*. (v. 12, pp. 197-301). Brasília, DF: SBEM Nacional.
- Groenwald, C. L. O. & Becher, E. L. (2010). Características do Pensamento Algébrico de estudantes do Ensino médio com equações do 1º grau. *Acta Scientiae*, 12(1), 83-94.
- Groenwald, C. L. O. (1997). *Educação Matemática de 5ª a 8ª séries do 1º grau: uma abordagem construtivista*. 600f. Tese (Doutorado em Ciências da educação). Universidade Pontifícia de Salamanca. Salamanca, Espanha.
- Groenwald, C. L. O.; Albé, M. Q.; Klaus, R. I. & Hoffmann, V. K. (1998). *Além do número* (v. 1, 1. ed.). Canoas, RS: Ulbra.
- Groenwald, C. L. O.; Kaiber, C. & Mora, C. D. (2004). Perspectivas em Educação Matemática. *Acta Scientiae*, 6(1), 37-55.
- Ibrahim, S. A., Silva, M. G., & Resende, M. R. (2013). Análise das questões da Prova Brasil segundo as concepções algébricas de Usiskin. *Uberaba*, 1(1), 146-159.
- Kaiber, C. & Groenwald, C. L. O. (2022). Pesquisa e prática nos anos finais do Ensino Fundamental: um olhar a partir dos trabalhos apresentados no XIII ENEM no eixo recursos didáticos. In: Panossian, M. L. & Galvão, M. E. E. L. (Orgs.). *Recursos didáticos em aulas de Matemática*. (pp. 20-40). Brasília, DF: SBEM Nacional.
- Kaput, J. J. (1999). Teaching and learning a new algebra with understanding, In: Fennema, E. & Romberg, T. A. (Orgs.). *Mathematics classroom that promote understanding*. (pp. 133-155). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Kieran, C., & Chalouh, L. (1993). Prealgebra: The transition from arithmetic to algebra. In D. T. Owens (Ed.), *Research ideas for the classroom: Middle grades mathematics* (pp. 147-160). Reston, VA: NCTM.
- Lins, R. C. (2004). Matemática, monstros, significados e educação Matemática. In M. A. V. Bicudo & M. de C. Borba (Orgs.), *Educação Matemática: pesquisa em movimento* (pp. 92–120). São Paulo: Cortez.
- Lins, R. C., & Gimenez, J. (2001). *Perspectivas em aritmética e álgebra para o século XXI*. Campinas: Papirus.



- Lorenzato, S. (2006). Laboratório de Ensino de Matemática e materiais didáticos manipuláveis. In: Lorenzato, S. *O Laboratório de Ensino de Matemática na formação de professores*. (1. ed., pp. 3-37). Campinas, SP: Autores Associados.
- Lucena, R. S. (2017). *Laboratório de Ensino de Matemática*. Fortaleza, CE: UAB/IFCE.
- Mancera, E. & Basurto, E. (2016). *Matebloquematica: la forma de aprender matemáticas haciéndose la vida de cuadritos*. Colección Formación de Docentes de Matemáticas. México D.F.: Sirve.
- Matos, J. M., & Serrazina, M. L. (1996). *Didáctica da Matemática*. Lisboa: Universidade Aberta.
- Nacarato, A. M., & Custódio, I. A. (2018). *O desenvolvimento do Pensamento Algébrico na educação básica: compartilhando propostas de sala de aula com o professor que ensina (ensinará) Matemática*. Brasília: Sociedade Brasileira de Educação Matemática.
- Novello, T. P.; Silveira, D. S.; Luz, V. S.; Copello, G. B. & Laurino D. P. (2009). Material concreto: uma estratégia pedagógica para trabalhar conceito matemáticos. In: *IX Congresso Nacional de Educação e III Encontro Sul Brasileiro de Psicopedagogia*. (10730-10739). Curitiba, PR.
- Ponte, J. P.; Branco, N. & Matos, A. (2009). *Álgebra no Ensino Básico*. Lisboa, Portugal: DGIDC.
- Serrazina, L. (1991). Aprendizagem da Matemática: A importância da utilização de materiais. *Noesis*, (21).
- Yin, R. K. (2001). *Estudo de caso – planejamento e métodos* (2ª ed.). Porto Alegre: Bookman.
- Zabala, A. (1998). *A Prática Educativa: como ensinar*. Porto Alegre, RS: Artmed.