A explicitação da correspondência um para muitos na resolução de problemas de proporção simples por estudantes do ensino fundamental

Making explicit the one-to-many correspondence in solving simple proportion problems by elementary school students

Maanaín Rodrigues de Sousa [1]
Alina Galvão Spinillo[2]

Resumo: A correspondência um para muitos é um dos princípios necessários para a resolução de problemas de estrutura multiplicativa. Porém, sua compreensão é um desafio para crianças. O estudo examinou o efeito da explicitação dessa correspondência na resolução de problemas de proporção simples. Estudantes do 3º, 4º e 5º anos do Ensino Fundamental resolveram quatro problemas em que a correspondência um para muitos era explicitamente mencionada no enunciado e quatro problemas em que essa correspondência estava implícita. Nos três anos escolares o desempenho foi significativamente melhor na condição explícita do que na implícita. A conclusão foi que a explicitação da correspondência um para muitos é um fator facilitador na resolução de problemas de proporção simples. Implicações educacionais deste estudo são discutidas.

Palavras-chave: Correspondência um para muitos. Problemas de proporção simples. Estudantes do Ensino Fundamental.

Abstract: One-to-many correspondence is one of the principles necessary for solving problems of multiplicative structure. However, its understanding is a challenge for children. This study examined the effect of making this correspondence explicit in solving simple proportion problems. Students in the 3rd, 4th and 5th years of Elementary School solved four problems in which the one-to-many correspondence was explicitly mentioned and four problems in which this correspondence was implicit. In the three school years, performance was significantly better in the explicit condition than in the implicit condition. The conclusion was that making explicit the one-to-many correspondence is a facilitating factor in solving simple proportion problems. Educational implications of this study are discussed.

Keywords: One-to-many correspondence. Simple proportion problems. Elementary school students.

1 Introdução

A Teoria dos Campos Conceituais tem sido aplicada ao estudo da resolução de problemas de estrutura aditiva e multiplicativa. Para Vergnaud (1982, p. 12) campo conceitual é “um conjunto de situações cujo domínio requer uma variedade de conceitos, procedimentos e representações simbólicas firmemente unidos uns aos outros”. Ainda segundo Vergnaud (2009), há dois grandes campos conceituais: o das estruturas aditivas, e o das estruturas multiplicativas. No campo conceitual das estruturas aditivas se inserem situações que envolvem a adição e a subtração e no campo conceitual das estruturas multiplicativas, estão inseridas as situações que envolvem a divisão e a multiplicação. Situações que envolvem combinatória e proporção, por exemplo, fazem parte do campo conceitual das estruturas multiplicativas.

No campo conceitual das estruturas multiplicativas, Vergnaud (1983) menciona três

[1] Universidade Federal de Pernambuco, Recife, PE — Brasil • ✉ maanain.rodrigues@ufpe.br • ORCID http://orcid.org/0000-0003-2681-3838
[2] Universidade Federal de Pernambuco, Recife, PE — Brasil • ✉ alinaspinillo@hotmail.com • ORCID https://orcid.org/0000-0002-6113-4454

ISSN 2764-3158

classes de problemas: isomorfismo de medidas, produto de medidas e proporção múltipla. Problemas de proporção simples estão inseridos na classe de isomorfismo de medidas. Neles, duas medidas são de um tipo e duas são de outro, como no seguinte problema: "João foi em um supermercado e viu que um pacote de bombons vem com 3 bombons. Ele comprou 4 pacotes. Quantos bombons ele comprou?". Neste caso, a quantidade de barrinhas é proporcional à quantidade de pacotes, duas grandezas diretamente proporcionais, sendo, portanto, um problema de proporção simples. Problemas de proporção múltipla, por sua vez, envolvem mais de duas grandezas, relacionadas duas a duas e proporcionais entre si, como no seguinte problema: "A receita de panqueca de Márcia é assim: para cada 6 copos de leite ela usa 18 ovos, e para cada 2 ovos ela usa 4 xícaras de farinha de trigo. Ela notou que só tem 3 copos de leite na geladeira. Para fazer as panquecas usando esses 3 copos de leite, quantas xícaras de farinha de trigo ela vai precisar?". O presente estudo teve seu foco apenas em problemas de proporção simples.

Problemas como esses acima exemplificados requerem para sua resolução uma forma de raciocinar denominada correspondência um para muitos, que é inerente ao raciocínio multiplicativo. Essa noção precisa ser compreendida pelas crianças para que sejam capazes de resolver problemas de estrutura multiplicativa que envolvem conceitos complexos como fração, proporção, porcentagem, probabilidade e combinatória, essenciais para o sucesso em diversos anos escolares (Gitirana, Campos, Magina & Spinillo, 2014; Nunes & Bryant, 1997; Vergnaud, 1983, 2003, 2017). A correspondência um para muitos se caracteriza pelo estabelecimento da relação entre um dado elemento de um conjunto com elementos de outro conjunto, como no seguinte problema: "A vitamina de banana que a mãe de Pedro faz para ele leva um copo de leite para duas colheres de açúcar. Ela quer fazer vitamina para mais pessoas usando três copos de leite. Quantas colheres de açúcar ela vai usar?" No caso de serem usados três copos de leite, serão necessárias seis colheres de açúcar, de maneira que a razão 1:2, relativa a copos de leite e colheres de açúcar se mantém constante, mesmo quando a quantidade de elementos varia (3:6). A razão é um tipo de relação um para muitos que pode ser usada como estratégia na resolução de problemas (Avcu & Doğan, 2014).

A razão unitária (1:X) assume papel importante em situações de ensino de conceitos multiplicativos, como evidenciado em estudos de intervenção em que os estudantes a usavam de maneira intuitiva para raciocinar de maneira cada vez mais sofisticada (Şen & Güler, 2017). É possível perceber que a razão unitária é, em última instância, uma relação um para muitos simplificada e explicitada. Esse comentário é importante pois serve de base para a presente investigação, que examina o efeito da explicitação da correspondência um para muitos na resolução de problemas de estrutura multiplicativa, especificamente problemas de proporção simples, adotando a classificação proposta por Magina, Merlini e Santos (2016).

De acordo com Nunes e Bryant (1997), no caso da proporção, a ação necessária para manter a invariabilidade é a replicação. A replicação consiste em somar a cada conjunto a unidade necessária para manter a correspondência um para muitos, isto é, a razão unitária da situação-problema. Quando a replicação é efetuada, a razão permanece, mesmo que o número de objetos em um conjunto se altere, como no exemplo da vitamina, em que, para replicar a receita e obter três copos de vitamina serão necessárias seis colheres de açúcar. Nunes e Bryant (1997) destacam, ainda, que as situações de correspondência um para muitos se referem a duas situações com significados distintos. A primeira envolve a proporção, isto é, a expressão da relação entre dois conjuntos, permanecendo invariável mesmo quando o tamanho dos conjuntos varia. A segunda situação refere-se ao fator escalar, que corresponde ao número de replicações realizadas em ambos os conjuntos, ao mesmo tempo em que mantém a proporção constante apesar da variação no tamanho dos conjuntos.

ISSN 2764-3158

Por se tratar de uma noção complexa, diversas pesquisas, a serem descritas na seção seguinte, têm procurado examinar os fatores que influenciam a resolução de problemas que requerem o estabelecimento da correspondência um para muitos. Buscando contribuir com a investigação de um desses fatores na resolução de problemas multiplicativos, a presente investigação teve o objetivo de examinar o efeito da explicitação da correspondência um para muitos no enunciado de problemas de proporção envolvendo multiplicação e divisão, e a sua resolução por alunos do 3º, 4º e 5º anos do ensino fundamental.

2 Referencial teórico

Os fatores que influenciam a resolução de problemas de estrutura multiplicativa mais frequentemente documentados na literatura são dois. O primeiro refere-se às características numéricas das tarefas, isto é, a natureza das quantidades (Begolli, Booth, Holmes, & Newcombe, 2020; Boyer & Levine, 2015; Hurst & Cordes, 2018; Piaget, Grize, Szeminska & Bang, 1968). O segundo refere-se à natureza do suporte de representação disponibilizado durante o processo de resolução (Batista & Spinillo, 2008; Borba & Azevedo, 2012; Pessoa & Borba, 2009; Schliemann, 1998). A partir desses estudos, é possível afirmar que a natureza numérica dos problemas, bem como os suporte de representação disponibilizados podem auxiliar na resolução de problemas por crianças. Contudo, além dos fatores mencionados, um aspecto que vem sendo investigado em estudos recentes, e que é o foco da presente investigação, é o papel da explicitação da relação um para muitos em problemas de estrutura multiplicativa.

Analisando estudos que buscaram facilitar a resolução de problemas de produto cartesiano, Spinillo e Silva (2016) verificaram que a explicitação da relação um para muitos pode ocorrer de duas formas: diagramática e linguística. Com relação à primeira forma, as autoras mencionam a pesquisa realizada por Borba e Azevedo (2012) para mostrar como a árvore de possibilidades, com e sem o uso de *software*, pode promover um melhor desempenho na resolução de problemas de produto Cartesiano. Aparentemente, o uso de setas e traços que ligam um elemento de um conjunto a outros de outro conjunto permite que as crianças gerenciem as diferentes relações um para muitos que se estabelecem neste tipo de problema e melhorem seus procedimentos de resolução. A segunda forma de explicitação da relação um para muitos, denominada por Spinillo e Silva (2016) de linguística, refere-se à explicitação verbal dessas relações, deixando evidente no enunciado dos problemas os princípios que regem o raciocínio combinatório, como ilustrado pelos estudos relatados a seguir.

Spinillo e Silva (2010) apresentaram problemas de produto Cartesiano a crianças de sete e oito anos em duas situações. Na Situação 1, os princípios invariantes que governam o raciocínio combinatório, incluindo a correspondência um para muitos, estavam implícitos. Na Situação 2, esses princípios eram explicitamente mencionados no enunciado dos problemas. O desempenho das crianças foi significativamente melhor na situação explícita do que na implícita, tanto em relação ao número de acertos como em relação às estratégias adotadas na resolução dos problemas que eram mais sofisticadas na situação explícita.

Em estudo subsequente, Melo, Silva e Spinillo (2016) investigaram se a explicitação da correspondência um para muitos na resolução de problemas também se aplicaria a problemas de combinação. Os resultados mostraram que o papel facilitador da explicitação foi efetivo na resolução de problemas de produto Cartesiano, porém não foi expressivo na resolução de problemas de combinação com subgrupos de elementos.

Dando prosseguimento a esse tema de investigação, Spinillo, Lautert e Santos (2021), realizaram um estudo exploratório que examinou o efeito da explicitação da correspondência

ISSN 2764-3158

um para muitos na resolução de problemas de estrutura multiplicativa, especificamente problemas de proporção por 1.160 estudantes do 3° e do 5º ano de escolas públicas do nordeste brasileiro. Os participantes foram solicitados a resolver três problemas. No Problema 1, a relação um para muitos era explicitamente mencionada na primeira frase do enunciado. No Problema 2, a relação um para muitos era explicitada na segunda frase do enunciado. No Problema 3, a relação um para muitos não era explicitada, tendo que ser inferida pelo participante. Os resultados mostraram que independentemente do ano escolar, as crianças apresentaram um bom desempenho nos Problemas 1 e 2, isto é, problemas em que a relação um para muitos era explicitamente mencionada no enunciado, tendo dificuldades na resolução do Problema 3. As crianças obtiveram mais acertos no Problema 1, de multiplicação, que traz a relação um para muitos ainda mais explícita, estando logo na primeira frase. Todavia, como mencionado pelos autores, é possível pensar que o melhor desempenho no Problema 1 (multiplicação) do que no Problema 2 (divisão) decorreu também do fato de a multiplicação ser uma operação mais fácil que a divisão. Os Problemas 2 e 3 envolviam a divisão como operação central, sendo o maior diferencial a explicitação da relação um para muitos, e, como esperado, crianças de ambos os anos escolares apresentaram mais dificuldades na resolução do Problema 3 no qual esta relação estava implícita.

Apesar de sua relevância, o estudo de Spinillo, Lautert e Santos (2021) é considerado exploratório por ter apenas um problema de cada tipo e por apresentar limitações quanto ao fato de não controlar a quantidade de problemas de divisão e de multiplicação apresentados. Esse controle foi adotado na presente investigação.

3 Metodologia

2.1. Participantes

Cento e vinte crianças de ambos os sexos, com idades entre 8 e 11 anos, alunas de uma escola da Região Metropolitana de Recife (PE) foram igualmente divididas em três grupos de 40 participantes em função do ano escolar: 3º, 4º e 5º anos do Ensino Fundamental. Participaram do estudo apenas crianças com desenvolvimento típico cujos pais ou responsáveis autorizaram a participação na pesquisa que foi aprovada pelo Comitê de Ética em Pesquisa da Universidade Federal de Pernambuco (CAAE: 66740123.0.0000.5208).

2.2. Procedimento e materiais

Em uma única sessão, aplicada de forma coletiva e com tempo livre para sua realização, os participantes foram solicitados a resolver, por escrito e individualmente, oito problemas de proporção simples de multiplicação e divisão, em duas condições: Condição 1: quatro problemas em que a correspondência um para muitos estava explicitamente mencionada no enunciado do problema, e Condição 2: quatro problemas em que essa correspondência estava implícita. Os problemas eram apresentados por escrito em um caderno com espaço suficiente para sua resolução. Metade das crianças em cada ano escolar resolvia primeiro os problemas na Condição 1 (explícita) e depois na Condição 2 (implícita); e a outra metade na ordem inversa[3].

No Quadro 1 constam alguns dos problemas apresentados aos participantes neste estudo para ilustrar os enunciados em cada condição de resolução.

[3] De acordo com a análise estatística realizada, não foi identificado efeito de ordem na apresentação das condições.

Quadro 1: Exemplos de alguns dos problemas apresentados em cada condição de resolução.

Condição 1 (Explícita)	**Multiplicação**	A receita da massa de pizza de Dona Marlene é assim: para 1 copo de leite ela usa 3 ovos. Para fazer a massa usando 3 copos de leite, quantos ovos ela vai precisar?
	Divisão	Rafael comprou um pacote de figurinha. No pacote vem 15 figurinhas. A cada 5 figurinhas ele recebe 1 brinde na lojinha da esquina. Quantos brindes ele vai receber?
Condição 2 (Implícita)	**Multiplicação**	Juliana plantou 24 rosas em seu jardim. Para cada 6 rosas ela tem que usar 2 colheres de fertilizante. Quantas colheres de fertilizante ela vai usar?
	Divisão	Em uma gincana na Escola Saber, a cada 3 voltas correndo na quadra, o aluno marcava 4 pontos. Gustavo ganhou 12 pontos. Quantas voltas ele deu na quadra?

Fonte: Dados da pesquisa.

Nos problemas apresentados na Condição 1 (explícita), a correspondência um para muitos, isto é, a razão unitária subjacente ao problema de proporção, era explicitamente mencionada no enunciado, como informado a seguir:

Problema de multiplicação: a correspondência um para muitos era explicitada quando se mencionava que "[...] para 1 copo de leite ela usa 3 ovos" (razão unitária 1:3).

Problema de divisão: a correspondência um para muitos era explicitada quando se mencionava que "[...] a cada 5 figurinhas ele recebe 1 brinde [...]" (razão unitária 1:5).

Por outro lado, nos problemas apresentados na Condição 2 (implícita), a correspondência um para muitos não era explicitada no enunciado, tendo que ser inferida durante o processo de resolução uma vez que as razões não eram unitárias, como pode ser visto no Problema de multiplicação (razão 6:2) e no Problema de divisão (razão 3:4).

4 Resultados e discussão

Os dados foram analisados em função do desempenho das crianças nos problemas apresentados por meio de testes estatísticos não paramétricos. Duas variáveis foram consideradas na análise: os anos escolares e as condições de resolução dos problemas.

Tabela 1: Número e percentual de acertos (entre parênteses) em cada condição (explícita ou implícita) e ano escolar (máximo por célula = 160)

Ano escolar	Condição 1 (explícita)	Condição 2 (implícita)
3º ano	25 (15,6%)	10 (6,2%)
4º ano	64 (40%)	31 (19,37%)
5º ano	81 (50,6%)	44 (27,5%)

Fonte: Dados da pesquisa.

A Tabela 1 mostra que nos três anos escolares os estudantes tiveram um melhor desempenho nos problemas na Condição 1 (explícita) do que na Condição 2 (implícita), sendo isso confirmado pelo teste de postos sinalizados de Wilcoxon apontou diferença significativa entre as condições considerando os três anos escolares conjuntamente ($p < 0{,}001$), e também apontou diferenças significativas entre as condições no 3º ano ($p < 0{,}002$), no 4º ano ($p < 0{,}002$)

ISSN 2764-3158

e no 5º ano ($p < 0,001$).

Com o intuito de comparar o desempenho entre os grupos em cada condição, foi aplicado o Teste de Kruskal-Wallis, que apontou diferença significativa entre os grupos na Condição 1, na qual a correspondência um para muitos estava explícita ($df = 2$; $p < 0,001$), bem como na Condição 2, na qual a correspondência um para muitos estava implícita ($df = 2$; $p < 0,001$). Para analisar a direção destas diferenças, foi realizado o teste de Dunn com ajuste do valor de p, que comparou os grupos dois a dois, revelando os índices que constam na Tabela 2.

Tabela 2: Níveis de significância obtidos por meio do Teste de Dunn nas comparações entre grupos em cada condição de resolução

Anos escolares	Condição 1 (explícita)	Condição 2 (implícita)
3º ano vs. 4º ano	p= 0,0111	p= 0,0271
3º ano vs. 5º ano	p= 0,0000436	p= 0,000106
4º ano vs. 5º ano	p= 0,457 (ns)	p= 0,381 (ns)

Fonte: Dados da pesquisa.

Esses valores revelam que, estatisticamente, o 5º ano e o 4º ano tiveram um melhor desempenho do que o 3º ano na resolução de problemas de proporção em ambas as condições. Todavia, o desempenho no 4º ano e no 5º ano não diferia.

Tomados de forma conjunta, os resultados revelam que a explicitação da correspondência um para muitos é um fator facilitador na resolução de problemas de proporção simples por crianças do 3º, 4º e 5º anos do Ensino Fundamental. Esses resultados concordam com aqueles obtidos por Spinillo e Silva (2010) e por Melo, Silva e Spinillo (2016) em pesquisas realizadas com crianças que tiveram um desempenho significativamente melhor em problemas em que os princípios invariantes do raciocínio combinatório eram explicitamente mencionados no enunciado de problemas de produto Cartesiano do que quando esses princípios eram apresentados de forma implícita.

Esses resultados corroboram os dados obtidos por Spinillo, Lautert e Santos (2021) que observaram que, independentemente do ano escolar, as crianças apresentavam um bom desempenho nos problemas em que a relação um para muitos era explicitamente mencionada no enunciado. Porém, naquela investigação foram feitas comparações apenas entre o 3º ano e o 5º ano, enquanto o presente estudo incluiu 4º ano e demonstrou particularidades na comparação entre os três anos escolares, apontando uma similaridade entre o 4º ano e o 5º ano e um distanciamento desses anos escolares em relação ao 3º ano. Esse dado sugere que a partir do 4º ano o estudante parece se beneficiar ainda mais da explicitação da correspondência um para muitos, ainda que esse efeito facilitador já seja observado entre as crianças do 3º ano.

5 Considerações finais

A importância da correspondência um para muitos é noção essencial para a resolução de problemas de estrutura multiplicativa de diferentes tipos como aqueles que envolvem o raciocínio combinatório e o raciocínio proporcional, como afirmam pesquisadores da área (e.g., Nunes e Bryant, 1997; Vergnaud, 1983; 2003; Gitirana *et al.*, 2014). Ainda que a compreensão desta noção seja algo complexo, estudos anteriores mostraram que quando essa correspondência é explicitada, as crianças são capazes de solucionar com sucesso problemas de produto Cartesiano (e.g., Spinillo e Silva, 2010; Melo, Silva e Spinillo, 2016).

ISSN 2764-3158

Dando continuidade a esta linha de pesquisa, o presente estudo examinou o efeito da explicitação dessa correspondência na resolução de problemas de proporção simples, comparando o desempenho em duas condições: uma em que a correspondência um para muitos era explicitamente mencionada no enunciado do problema e outra em que essa correspondência estava implícita. Assim como observado em relação a problemas de produto Cartesiano, os resultados da presente investigação revelaram que a explicitação da correspondência um para muitos é também um fator facilitador na resolução de problemas de proporção simples. Esse efeito facilitador foi observado no desempenho de crianças desde o 3º ano do Ensino Fundamental. Essa conclusão aponta para o uso da explicitação da correspondência um para muitos como uma ferramenta didática que pode ser explorada em situações de resolução de problemas de estrutura multiplicativa apresentadas a estudantes do Ensino Fundamental.

Neste sentido, a razão unitária (1:X) pode ser objeto de instrução por parte de professores, uma vez que ela pode servir de base para a compreensão da correspondência um para muitos. Estudos de intervenção em sala de aula ou em situações experimentais controladas poderiam ser conduzidos nesta direção.

Pesquisas futuras poderiam, ainda, examinar se a explicitação da correspondência um para muitos teria o mesmo efeito facilitador em problemas de proporção simples que requerem a operação de multiplicação para sua resolução e naqueles que requerem a operação de divisão. Além disso, poderia ser relevante investigar os processos de raciocínio adotados pelas crianças ao resolverem problemas em que a correspondência um para muitos estaria explicitamente mencionada e problemas em que essa correspondência estaria implícita. Isso pode ser feito por meio de entrevistas individuais, examinando as estratégias por elas utilizadas, bem como os tipos de erros apresentados durante a resolução dos problemas em cada situação. Atualmente existem pesquisas em andamento com vistas a elucidar esses pontos.

Referências

Avcu, R., & Doğan, M. (2014). What are the strategies used by seventh grade students while solving proportional reasoning problems? *International Journal of Educational Studies in Mathematics, 1*(2), 34-55.

Batista, A., & Spinillo, A. G. (2008). Nem todo material concreto é igual: a importância dos referentes na resolução de problemas. *Estudos de Psicologia, 13*(1), 13-21.

Begolli, K. N., Booth, J. L., Holmes, C. A., & Newcombe, N. S. (2020). How many apples make a quarter? The challenge of discrete proportional formats. *Journal of Experimental Child Psychology, 192*, 32-47.

Borba, R., & Azevedo, J. (2012). A construção de árvores de possibilidades com recurso computacional: o desenvolvimento do raciocínio combinatório de Karine e Vitória. In A. G. Spinillo & S. L. Lautert (Eds.), *A pesquisa em psicologia e suas implicações para a educação matemática* (pp. 89-138). Recife: Editora Universitária da UFPE.

Boyer, T. W., & Levine, S. C. (2015). Prompting children to reason proportionally: Processing discrete units as continuous amounts. *Developmental Psychology, 51*(5), 615-620.

Gitirana, V., Campos, T. M. M., Magina, S. M. P., & Spinillo, A. G. (2014). *Repensando multiplicação e divisão: contribuições da Teoria dos Campos Conceituais*. São Paulo: Proem.

Hurst, M. A., & Cordes, S. (2018). Attending to relations: Proportional reasoning in 3- to 6-year-old children. *Developmental Psychology, 54*(3), 428–439.

ISSN 2764-3158

Magina, S., Merlini, V. L., & Santos, A. (2016). A Estrutura Multiplicativa à luz da Teoria dos Campos Conceituais. In J. A. Castro Filho (Ed.), *Matemática, cultura e tecnologia: perspectivas internacionais* (pp. 65–82). Curitiba: CRV.

Melo, L. M. S., Silva, J. F. G., & Spinillo, A. G. (2016). Os princípios invariantes e a resolução de problemas de raciocínio combinatório. *Em Teia: Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana, 7*(1), 1-20.

Nunes, T., & Bryant, P. (1997). *Crianças fazendo matemática*. Porto Alegre: Artes Médicas.

Pessoa, C., & Borba, R. (2009). A Compreensão do Raciocínio Combinatório por Alunos do 2º Ano do Ensino Fundamental ao 3º ano do Ensino Médio. In *Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática, 4* (pp. 1-15). Brasília: UCB.

Piaget, J., Grize, J. B., Szeminska, A., & Bang, V. (1968). *Epistemologie et psichologie de la fonction*. Paris: Presses Universitaires de France.

Schliemann, A. D. (1998). Da matemática da vida diária à matemática da escola. In A. D. Schliemann & D. W. Carraher (Orgs.), *A compreensão de conceitos aritméticos: ensino e pesquisa* (pp. 11-38). Campinas: Papirus.

Şen, C., & Güler, G. (2017). Effect of strategy teaching for the solution of ratio problems on students' proportional reasoning skills. *Malaysian Online Journal of Educational Sciences, 5*(2), 1-15.

Spinillo, A. G., Lautert, S. L., & Santos, E. M. (2021). A Importância da Explicitação da Correspondência Um para Muitos na Resolução de Problemas de Estrutura Multiplicativa. *Bolema: Boletim de Educação Matemática, 35*, 112-128.

Spinillo, A. G., & Silva, J. F. G. (2010). Making explicit the principles governing combinatorial reasoning: Does it help children to solve Cartesian product problems? In *Proceedings of the 34rd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (pp. 216-224).

Spinillo, A. G., & Silva, J. F. G. (2016). Alternativas para desenvolver formas apropriadas de resolução de problemas de produto Cartesiano. *Em Teia - Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana, 7*(1), 1-17.

Vergnaud, G. (1982). A classification of cognitive tasks and operations of thought involved in addition and subtraction problems. In T. P. Carpenter, J. M. Moser, & T. A. Romberg (Eds.), *Addition and subtraction: a cognitive perspective* (pp. 141-161). Hillsdale, New Jersey: Lawrence Erlbaum.

Vergnaud, G. (1983). Multiplicative structures. In R. A. Lesh & M. Landau (Eds.), *Acquisition of mathematical concepts and processes* (pp. 127-174). New York: Academic Press.

Vergnaud, G. (2003). A gênese dos campos conceituais. In E. P. Grossi (Ed.), *Por que ainda há quem não aprende? A teoria* (pp. 21-64). Rio de Janeiro: Vozes.

Vergnaud, G. (2009). The theory of conceptual fields. *Human development, 52*(2), 83-94.

Vergnaud, G. (2017). O que é aprender? Por que Teoria dos Campos Conceituais? In E. P. Grossi (Ed.), *O que é aprender? O iceberg da conceitualização* (pp. 15-53). Porto Alegre: Geempa.

ISSN 2764-3158