Conjuntos numéricos: uma análise dos conhecimentos didático-matemáticos de licenciandos em Matemática

Numerical Sets: an analysis of the didactic-mathematical knowledge of Mathematics

Patricia Pujol Goulart Carpes[1]
Eleni Bisognin[2]

Resumo: A Teoria Elementar de Números é uma das disciplinas que apresenta conceitos básicos que os futuros professores necessitam para ensinar Matemática na Educação Básica. De modo geral é uma disciplina que os alunos apresentam dificuldades, principalmente com os conceitos relacionados aos números racionais envolvendo os diferentes significados e representações. Nesse trabalho apresentamos resultados parciais de uma investigação sobre os conhecimentos didático-matemáticos dos licenciandos a respeito desses conceitos. Para tanto, foram aplicadas atividades a uma turma de licenciandos. Os dados foram obtidos a partir das respostas dos alunos e das discussões estabelecidas em sala de aula. A análise qualitativa foi realizada de acordo com a categoria epistêmica e indicadores pré-estabelecidos. Pode-se inferir que os alunos apresentam fragilidades no conhecimento matemático, nas argumentações e na criatividade de estratégias para criar e solucionar uma situação-problema.

Palavras-chave: Conhecimento didático-matemático. Números racionais. Formação inicial de professores.

Abstract: Elementary Number Theory is one of the disciplines that presents fundamental concepts that future teachers need to teach Mathematics in Basic Education. However, it is a discipline that students find difficult, especially regarding concepts related to rational numbers, involving their different meanings and representations. This work presents partial results of an investigation into the didactic-mathematical knowledge of undergraduate mathematics students regarding these concepts. To investigate this, researchers conducted activities to a group of undergraduate mathematics students. Data were collected from students' responses and classroom discussions. Qualitative analysis was conducted according to pre-established epistemic categories and indicators. The findings suggest that students demonstrate weaknesses in mathematical knowledge, argumentation skills, and creativity in developing strategies to create and solve problem situations.

Keywords: Didactic-mathematical knowledge. Rational numbers. Initial teacher training.

1 Introdução

A formação inicial de professores de Matemática tem se tornado cada vez mais complexa ao se considerar quais e como devem ser mobilizados os conhecimentos próprios do professor durante a graduação (Pino-Fan, Godino & Font, 2011; Broetto & Santos-Wagner, 2019). Há um paradigma, neste âmbito, que se o professor souber além do que deve ensinar na Educação Básica, isto é, se o professor tem uma sólida formação de conhecimentos específicos da área, então estaria preparado para desenvolver suas aulas.

[1] Universidade Federal do Pampa •Itaqui, RS — Brasil • ✉ patriciacarpes@unipampa.edu.br • ORCID https://orcid.org/0000-0001-5206-8718.
[2] Universidade Franciscana • Santa Maria, RS — Brasil • ✉ eleni@ufn.edu.br • ORCID https://orcid.org/0000-0003-3266-6336

ISSN 2764-3158

A partir do avanço de estudos sobre os conhecimentos próprios do professor de Matemática (Ball, Thames & Phelps, 2008; Godino, 2009), percebe-se que um olhar mais atento deve ser dedicado aos objetos de conhecimento, previstos na Educação Básica, na formação inicial do professor. As transformações que ocorrem na sociedade têm influenciado o papel do professor na sala de aula e esses fatos devem ser levados em consideração na sua formação.

Neste contexto, possíveis ambiguidades podem fragilizar a formação inicial de professores ao não apresentar e discutir conceitos que são mobilizados no ambiente escolar, favorecendo, assim, um ciclo vicioso de docentes e discentes com lacunas de aprendizagem. Considerando essas possíveis fragilidades, este texto visa apresentar uma análise por meio de atividades a respeito da Teoria dos Números, no âmbito de um curso de Licenciatura em Matemática, quanto a mobilização de conhecimentos próprios dos professores. Para essa análise utilizamos o Conhecimento Didático Matemático proposto por Godino e colaboradores (Godino, 2009; Pino-Fan, Godino & Font, 2011), em específico a faceta epistêmica e seus indicadores (contextualização da situação, linguagem, procedimentos, argumentos e conexões).

2 Referencial teórico

Pensar que o professor possui conhecimentos próprios para desenvolver seu trabalho é o ponto de partida para este estudo. Além da mera posse de conhecimentos, é crucial que o professor seja capaz de integrá-los, pois a fragmentação do conhecimento pode dificultar sua mobilização em sala de aula. Logo, articular esses conhecimentos e, se possível, oportunizar vivências aos licenciandos são desafios enfrentados na formação inicial de professores.

Os conhecimentos didático-matemáticos (CDM) proposto por Godino (2009) é o aporte teórico e metodológico adotado para discorrer sobre as estratégias adotadas neste estudo para a mobilização de conhecimentos em um componente curricular denominado Teoria Elementar dos Números (TEN) em um curso de Matemática Licenciatura.

O CDM é um modelo que interpreta e organiza os conhecimentos do professor a partir de três dimensões, a saber: dimensão matemática, dimensão didática e dimensão meta didático-matemática (Godino, 2009; Pino-Fan & Godino, 2015).

A dimensão matemática aponta a necessidade de compreensão da Matemática específica. Nesse sentido, tanto o conhecimento para determinar a solução de um problema (denominado comum) quanto saber relacionar um conhecimento a outro (denominado ampliado) compõem a dimensão. Em outras palavras, são os conhecimentos que qualquer pessoa poderia possuir para resolver um problema por meio de objetos matemáticos.

A dimensão didática é composta por seis facetas que possuem um caráter próprio do professor ao ensinar. A faceta epistêmica aponta os conhecimentos especializados de matemática; a faceta cognitiva aponta aspectos relacionados à forma de pensar, conhecer e atuar com os estudantes; a faceta afetiva aponta as emoções e atitudes dos estudantes; a faceta interacional ligada às interações presentes em sala de aula; a faceta mediacional aponta os conhecimentos necessários sobre uso de recursos e métodos que potencializam a aprendizagem e a faceta ecológica envolve leis e aspectos curriculares e sociais que influenciam a aprendizagem.

A dimensão meta didático-matemática aborda os critérios de idoneidade didática, promovendo a reflexão sobre a prática docente. Dessa forma, visa avaliar o processo de ensino e aprendizagem por meio da reflexão, da avaliação, da detecção das melhores potencialidades da prática, das normas e das metanormas relacionadas às condições e restrições do ambiente.

Cabe destacar que as dimensões não são separadas. Elas se articulam no fazer docente, principalmente em sala de aula. Neste sentido, por uma questão de objetividade e de acordo com a ementa do componente curricular que sedia tal prática docente, a faceta epistêmica tem maior ênfase na análise ao explicitar o conhecimento especializado do professor ao ensinar conjuntos numéricos, visto que

> O professor deve ser capaz de mobilizar diversas representações de um objeto matemático, resolver a tarefa mediante distintos procedimentos, vincular o objeto matemático com outros objetos matemáticos de nível educativo no que se ensina ou de níveis anteriores ou posteriores, compreender e mobilizar a diversidade de significados parciais para um mesmo objeto matemático (que integram o significado holístico para este objeto), proporcionar diversas justificativas e argumentos, e identificar os conhecimentos postos em jogo durante a resolução de uma tarefa matemática. (Pino-Fan & Godino, 2015, p. 99)

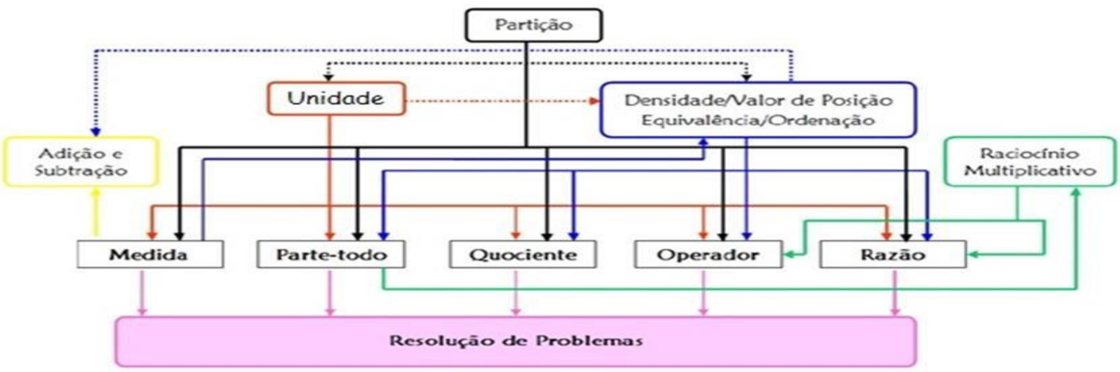
Nos estudos de Carpes (2019) e de Cunha (2022) o CDM foi o aporte teórico-metodológico adotado para guiar cursos de formação de professores. As facetas elencadas pelo CDM orientaram o desenvolvimento e avaliação dos processos formativos a partir dos seus indicadores (Pino-Fan, Godino, Font, 2011; Godino, 2009). A faceta epistêmica toma o significado de referência do objeto matemático ao considerar a contextualização das situações-problema, a linguagem (numérica, algébrica, verbal e geométrica), a argumentação e justificativa do pensamento matemático, como também as relações que intervém nas práticas matemáticas.

3 Significado institucional do conjunto dos números racionais

O conjunto dos números racionais é formado por elementos de um campo infinito de quocientes que consiste em classes de equivalência e os elementos dessas classes de equivalência são frações (Behr et al, 1992) e representado pelo conjunto $Q = \{\frac{a}{b}, a, b \in Z, b \neq 0\}$.

Pedagogicamente, a compreensão do número racional exige a mobilização de diferentes conceitos, representados na Figura 1. A resolução de problemas que envolvam números racionais depende da compreensão dos conceitos fundamentais que sustentam o entendimento desse conjunto numérico.

Figura 1: Modelo de transversalidade para a compreensão do número racional



Fonte: adaptado de Ventura (2013, p.61).

Do modelo de transversalidade, tem-se que a unidade e partição são a base para desenvolver o conhecimento de todos os significados dos números racionais, assim como, a noção de partição é fundamental para que a compreensão da unidade, equivalência e ordenação possa se desenvolver. A noção de equivalência/ordenação/densidade de frações é fundamental para que os discentes consigam adicionar e subtrair frações.

A compreensão dos significados parte/todo, quociente, operador, medida e razão é a base para que o aluno consiga resolver problemas que envolvam números racionais. De acordo com Lamon (2006), no significado parte/todo, quando a fração é apresentada na forma a/b, indica a comparação entre o numerador (número de partes que se toma da unidade dividida) e o denominador (número total de partes em que a unidade foi dividida).

O significado **quociente** remete à ideia de partilha, em que a fração $\frac{a}{b}$ indica o quociente $a\!:\!b, b \neq 0$. O significado **operador** está associado à ideia de modificar uma grandeza, tanto aumentar quanto diminuir considerando a fração imprópria ou própria, respectivamente. O significado **medida** possibilita ao aluno identificar a unidade de medida, determinar um comprimento e medir um comprimento através da repetição da unidade de medida – iteração. O significado **razão** do número racional surge da relação de duas quantidades, sendo necessário o raciocínio multiplicativo. Lamon (2006), afirma que se deve fazer uma distinção entre a noção de razão parte/parte (duas partes de um todo "ratio") e a razão de grandezas de tipos diferentes ("rate"), dando origem a uma nova grandeza.

4 Procedimentos metodológicos

O presente estudo foi realizado em um componente curricular denominado Teoria Elementar dos Números, do curso de Matemática Licenciatura de uma Instituição de Ensino Superior Pública (IES), localizada no Rio Grande do Sul (RS), Brasil, no segundo semestre letivo do ano de 2023, com 14 discentes matriculados. Vale destacar que esse componente está previsto na grade curricular do curso no primeiro ou segundo semestre, a depender do semestre de ingresso do discente e a oferta do curso é noturna.

O componente de Teoria Elementar dos Números, com carga horária de 75 horas, quanto ao conjunto dos números racionais, versa sobre o estudo de operações e propriedades, frações equivalentes, comparação de elementos, representações decimais e recuperação da fração geratriz.

A pesquisa assume caráter qualitativo, reconhecendo que os dados coletados são intrinsecamente ligados ao contexto em que foram gerados e que sua análise revela valores, crenças e atitudes dos participantes. Conforme Borba (2004), a pesquisa qualitativa é dinâmica, não se restringindo a regras ou padrões pré-determinados, assim como o conhecimento não é isento da história de vida dos sujeitos envolvidos e das condições sociopolíticas do momento.

A produção de dados foi por meio das atividades elaboradas pela docente formadora, primeira autora do estudo, com o propósito de mobilizar os conhecimentos próprios dos futuros professores de Matemática sobre tópicos que envolvem os conjuntos numéricos.

A análise dos dados é orientada por Godino (2009) que propõe um "guia" para avaliação e desenvolvimento do conhecimento didático matemático do professor. Adequando ao ambiente e às condições dos participantes, este guia pode ser utilizado para "i) a avaliação de situações introdutórias em processos formativos para o desenvolvimento de competências profissionais, ii) como questionário de autoavaliação e reflexão do professor sobre aspectos relevantes de sua própria prática, e iii) como instrumento de um avaliador externo para avaliar um processo de estudo implementado" (Godino, 2009, p. 13).

ISSN 2764-3158

Este estudo utiliza o primeiro item do guia proposto por Godino (2009) para analisar as situações apresentadas no Quadro 1 e no Quadro 2, que servem como base para a coleta de dados.

Quadro 1: situações propostas para mobilização de conhecimentos

Considere a situação abaixo e realize o que se pede.

a) Joana tem uma padaria. Ela organiza a disposição dos produtos no freezer de modo que $\frac{1}{5}$ dos produtos sejam bebidas, $\frac{2}{6}$ dos produtos sejam frios e o restante dos produtos sejam pizzas. Vendo essa distribuição uma cliente disse à Joana que mais da metade dos produtos do freezer eram apenas de pizzas. Essa afirmação está correta?

b) A partir do enunciado, elabore outro questionamento.

c) Responda ao problema que você criou.

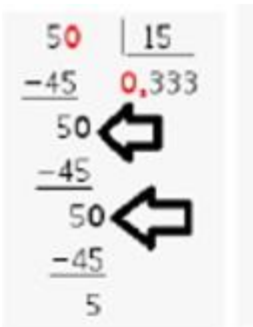
d) A partir do contexto do enunciado inicial, elabore um problema que explore um significado de fração. Na sequência, resolva o problema destacando como o significado foi explorado.

Fonte: dados da pesquisa (2023)

Ambas as atividades selecionadas exploram conceitos do conjunto dos números racionais. O Quadro 1 ilustra uma situação que visa mobilizar os diferentes significados e estratégias e argumentos válidos em tal conjunto. Em complemento, a questão do Quadro 2 explora as representações e conversões do número racional (fração e número decimal).

Quadro 2: situações propostas para mobilização de conhecimentos

A professora de Mariazinha apresentou a seguinte operação no quadro (5:15) e desenvolveu os cálculos como ilustra a figura.



a) Mariazinha estava dispersa durante a explicação e não compreendeu os zeros em vermelho na figura porque era para dividir 5 por 15 e a professora dividiu 50 por 15. E ainda, colocou um zero no quociente. Ajude a Mariazinha a compreender a inserção dos zeros em vermelho.

b) Se não bastasse os zeros em vermelho, ainda apareceram os zeros em preto (nas setas da figura). Por que surgem tantos zeros? Por que a professora gosta tanto dos zeros? Não dá para ser outro número pensou a Mariazinha.... Agora, é com você: explique para a Mariazinha os zeros indicados nas setas da figura.

Fonte: dados da pesquisa (2023)

Godino (2009) aponta exemplos de instruções para avaliar a faceta epistêmica, ilustrados no Quadro 3, que servirão de categorias de análise dos dados produzidos. Cabe destacar que o guia elaborado por Godino aponta instruções às outras facetas: cognitiva e afetiva, instrucional e ecológica. Contudo, o presente estudo faz um recorte quanto a discussão dos conhecimentos do professor, ao analisar a faceta epistêmica, a qual atende primordialmente a ementa do componente de TEN.

Quadro 3: conhecimento do conteúdo

Faceta epistêmica	**Instrução**
Conhecimento comum:	Resolve a tarefa.
Conhecimento especializado:	Elabora a configuração de objetos e processos necessários na solução esperada da tarefa e outras relacionadas:
Tipos de problemas	Identifica as variáveis da tarefa; generaliza (particulariza) o enunciado.
Linguagem (representações)	Resolve as tarefas usando diferentes representações.
Procedimentos	Resolve as tarefas usando diferentes procedimentos (intuitivos; informais).
Conceitos/propriedades	Identifica conceitos e propriedades necessários nas soluções.
Argumentos	Explica e justifica as soluções.
Conhecimento ampliado: conexões	Identifica possíveis generalizações da tarefa e conexões com outros temas mais avançados.

Fonte: Godino (2009, p.13, tradução nossa)

5 Resultados e discussões

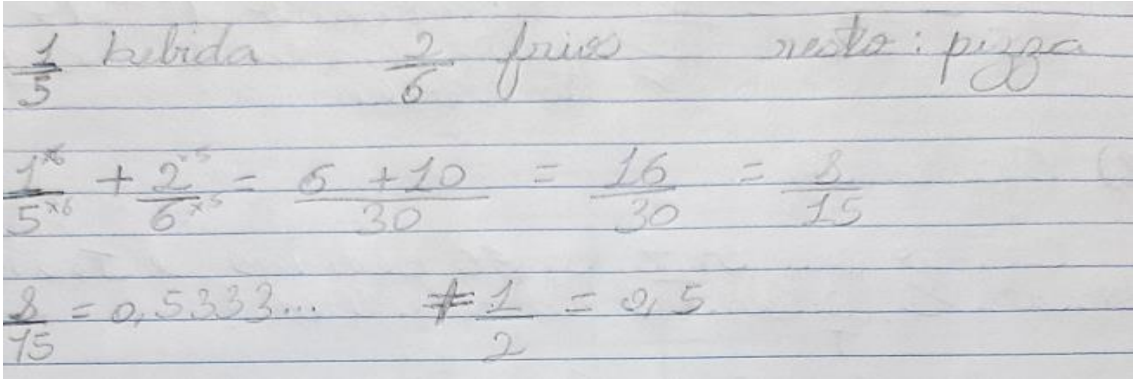
O componente de Teoria Elementar dos Números foi desenvolvido considerando a sua ementa e o CDM como aporte teórico, a fim de mobilizar os conhecimentos próprios dos futuros professores de Matemática ao ensinar os conjuntos numéricos no âmbito da Educação Básica. As atividades propostas no Quadro 1 e no Quadro 2, utilizadas como instrumentos de avaliação formativa e somativa, visam estimular o desenvolvimento dos conhecimentos didático-matemáticos dos licenciandos. Cabe destacar que o próprio modelo CDM aponta os critérios (instruções) que devem estar presentes na ação docente.

A análise dos registros dos licenciandos é proposta diretamente na noção da faceta epistêmica do CDM ao permitir identificar a construção do significado de referência (considerando os significados parciais) de número racional. Dessa maneira, a análise busca identificar e descrever de maneira sistêmica as situações, linguagens, conceitos, propriedades, procedimentos e argumentos que são acionados nos sistemas de práticas que emergem o objeto matemático número racional.

Na primeira questão analisada, Joana tem uma padaria. Ela organiza a disposição dos produtos no freezer de modo que dos produtos sejam bebidas, dos produtos sejam frios e o restante dos produtos sejam pizzas. Vendo essa distribuição uma cliente disse à Joana que mais da metade dos produtos do freezer eram apenas de pizzas. Essa afirmação está correta? Esse problema está relacionado ao conhecimento comum: saber responder ao questionamento. As Figura 2 e Figura 3 ilustram as duas estratégias mais adotadas pelos licenciandos para determinar a solução.

Figura 2: resposta ao problema do quadro 1 pelo discente A

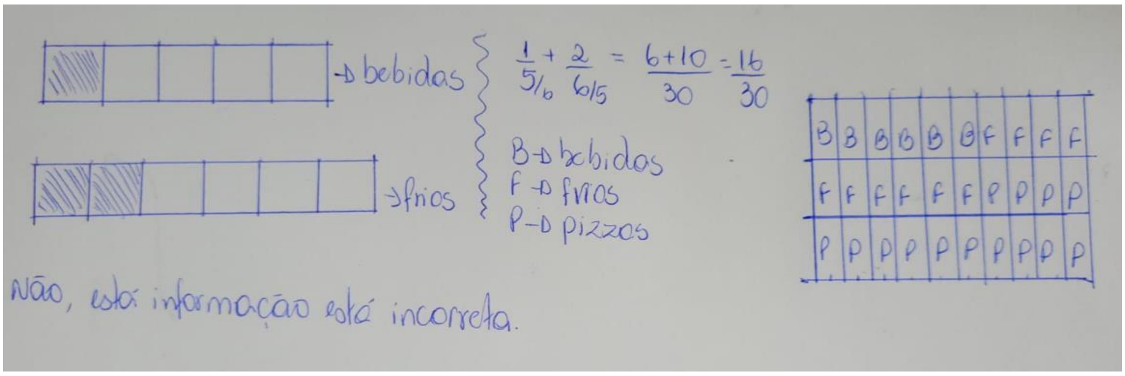
ISSN 2764-3158



Fonte: dados da pesquisa (2023)

Os discentes A e B partiram da ideia de somar as frações de bebidas e frios para, então, verificar se havia ou não metade desses produtos no freezer, isto é, mobilização do conhecimento comum. Contudo, quanto aos procedimentos e conceitos, o discente A buscou frações equivalentes para a soma das frações e o significado de quociente para comparar números decimais. Já o discente B, Figura 3, realizou a soma das frações pelo algoritmo do mínimo múltiplo comum (MMC) e o significado de parte/todo da fração para identificar a quantidade de cada produto no freezer.

Figura 3: Resposta ao problema do quadro 1 pelo discente B



Fonte: dados da pesquisa (2023)

O significado de referência adotado no estudo para o conjunto dos números racionais é definido como "são elementos de um campo infinito de quocientes que consiste em classes de equivalência e os elementos dessas classes de equivalência são frações" (Behr et al, 1992). E, sob a perspectiva pedagógico, há 5 significados (parte/todo, quociente, medida, operador e razão) que se integram para propiciar a compreensão do número racional (Kieren, 1988).

Pino-Fan, Godino e Font (2011) apontam a importância da dimensão epistêmica ao envolver o significado de referência/institucional do objeto matemático como uma peça chave do conhecimento didático-matemático do professor. Por meio de tal significado, é possível determinar critérios de seleção dos problemas e práticas matemáticas que fomentem a formação do professor.

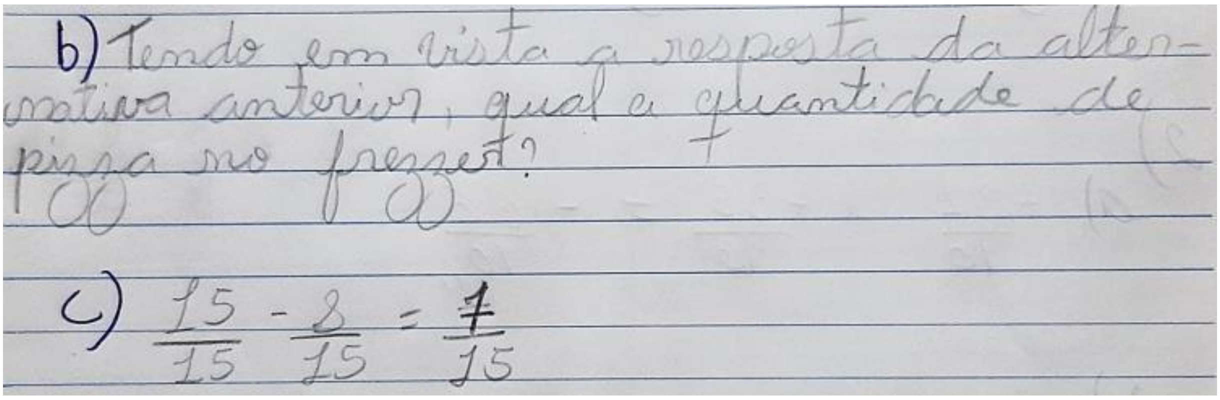
A situação proposta permite a exploração de diferentes estratégias de solução, mobilizando distintos significados de fração, representações numéricas (fração, decimal, porcentagem ou pictórica) e procedimentos (frações equivalentes ou MMC).

As questões dos itens b) e c), do Quadro 1, solicitam a partir do enunciado, que o licenciando elabore outro questionamento e responda ao problema que criou. Essa questão busca mobilizar conhecimentos especializados do professor tanto ao criar quanto ao verificar

ISSN 2764-3158

se o problema criado está bem formulado.

Figura 4: resposta ao problema do quadro 1, itens b) e c), pelo discente A

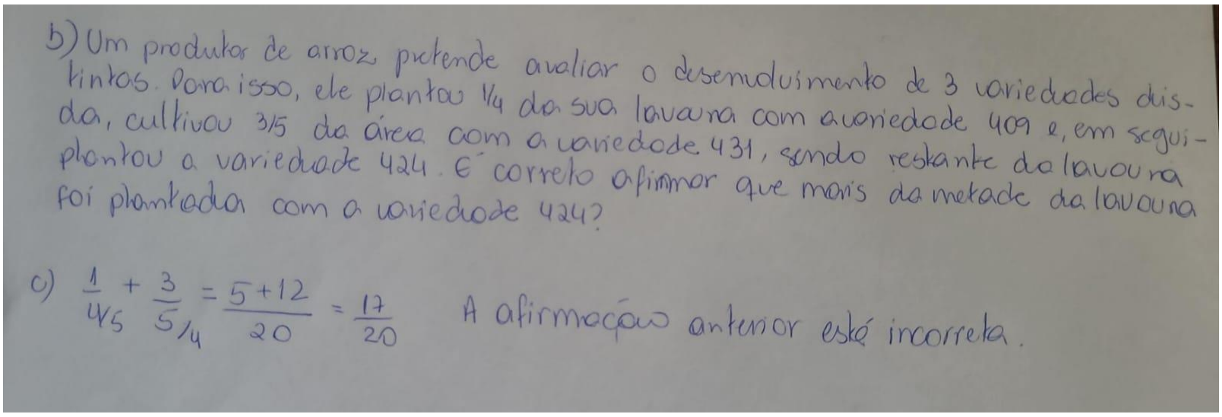

b) Tendo em vista a resposta da alternativa anterior, qual a quantidade de pizza no freezer?

c) $\frac{15}{15} - \frac{8}{15} = \frac{7}{15}$

Fonte: dados da pesquisa (2023)

O problema elaborado pelo discente A, Figura 4, não oportuniza a solução determinada. A reposta foi apontada, visto que quem a pensou foi o mesmo que a respondeu. O enunciado não apresenta a quantidade total de produtos, apenas as frações que representam cada tipo. Caso a pergunta fosse a fração de pizzas no freezer, a resposta seria a solução apresentada. O discente transita entre os significados de quociente e parte/todo da fração ao responder os itens a), b) e c) do Quadro 1, sinalizando uma compreensão conceitual e procedimental nas resoluções.

Figura 5: resposta ao problema do quadro 1, itens b) e c), pelo discente B


b) Um produtor de arroz pretende avaliar o desenvolvimento de 3 variedades distintos. Para isso, ele plantou 1/4 da sua lavoura com a variedade 409 e, em seguida, cultivou 3/5 da área com a variedade 431, sendo restante da lavoura plantou a variedade 424. É correto afirmar que mais da metade da lavoura foi plantada com a variedade 424?

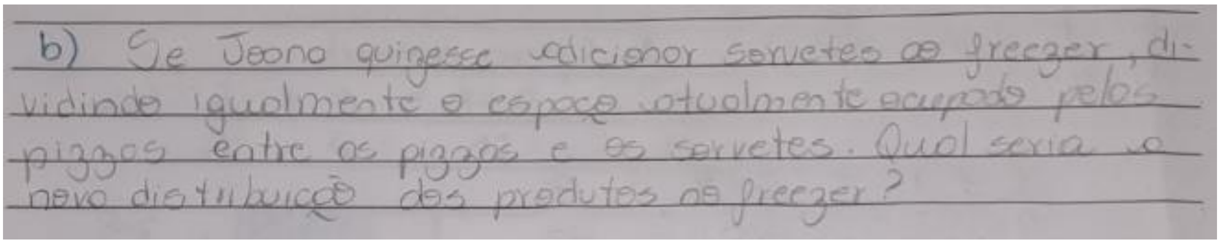
c) $\frac{1}{4_5} + \frac{3}{5_4} = \frac{5+12}{20} = \frac{17}{20}$ A afirmação anterior está incorreta.

Fonte: dados da pesquisa (2023)

O problema elaborado pelo discente B, apresentado na Figura 5, e sua solução estão corretos. No entanto, a questão criada não atende à solicitação de elaboração de um problema a partir do contexto inicial. A questão criada solicita os mesmos conhecimentos do item a), apenas em outro contexto. Novamente, o discente adotou o significado de parte/todo para determinar a solução.

Figura 6: resposta ao problema do quadro 1, item b), discente C

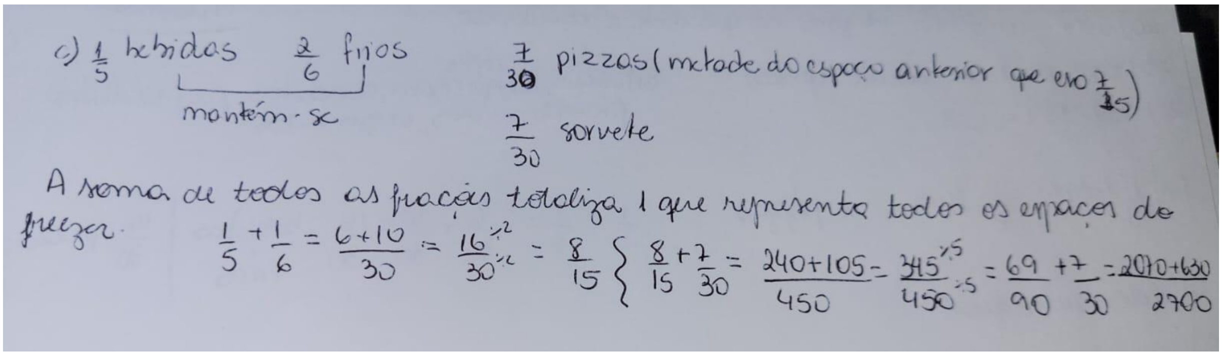
ISSN 2764-3158


b) Se Joana quisesse adicionar sorvetes ao freezer, dividindo igualmente o espaço atualmente ocupado pelas pizzas entre as pizzas e os sorvetes. Qual seria a nova distribuição dos produtos ao freezer?

Fonte: dados da pesquisa (2023)

O problema e solução determinados pelo discente C estão corretamente construídos (Figura 6 e Figura 7) subentendo que a nova distribuição seria na representação fracionária. O discente não explicitou como determinou a fração $\frac{7}{30}$ como sendo a metade de $\frac{7}{15}$. O conceito adotado foi o significado de parte/todo e procedimento foi a soma de duas parcelas (partes) por vez pelo algoritmo do MMC para indicar o resultado final $\frac{2700}{2700} = 1$ (o todo).

Figura 7: resposta ao problema do quadro 1, item c), discente C


c) $\frac{1}{5}$ bebidas $\frac{2}{6}$ frios — mantém-se

$\frac{7}{30}$ pizzas (metade do espaço anterior que era $\frac{7}{15}$)

$\frac{7}{30}$ sorvete

A soma de todas as frações totaliza 1 que representa todos os espaços do freezer.

$\frac{1}{5}+\frac{1}{6} = \frac{6+10}{30} = \frac{16}{30} {}^{\div 2}_{\div 2} = \frac{8}{15} \Big\{ \frac{8}{15}+\frac{7}{30} = \frac{240+105}{450} = \frac{345}{450} {}^{\div 5}_{\div 5} = \frac{69}{90} + \frac{7}{30} = \frac{2070+630}{2700}$

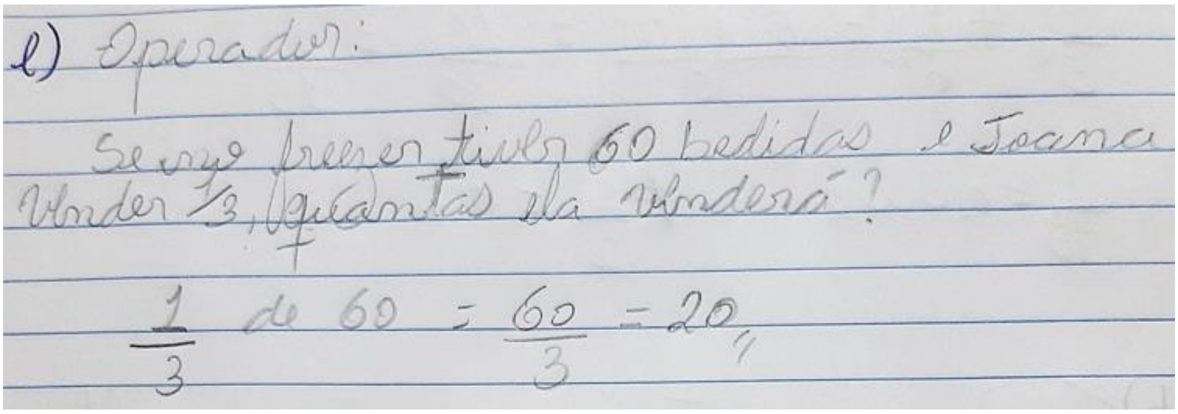
Fonte: dados da pesquisa (2023)

A questão do Quadro 1, item d), a partir do contexto do enunciado inicial, solicitava a elaboração de um problema que explorasse um significado de fração. Na sequência deveria resolver o problema destacando como o significado foi explorado. Esse problema propõe que o discente reelabore um questionamento, mas com a ação intencional de explorar um significado. Isto é, o propósito é analisar a mobilização do conhecimento especializado do professor ao elaborar uma situação que envolva conceitos específicos.

O discente D, Figura 8, explorou o significado de número racional como operador. Cabe destacar que a questão poderia ser resolvida/interpretada por meio de outros significados. Cabe destacar a simplicidade da situação proposta, o que pode ter limitado a criatividade na elaboração do problema e a demanda cognitiva para sua resolução.

Figura 8: resposta ao problema do quadro 1, item d), pelo discente D

ISSN 2764-3158


l) Operador:

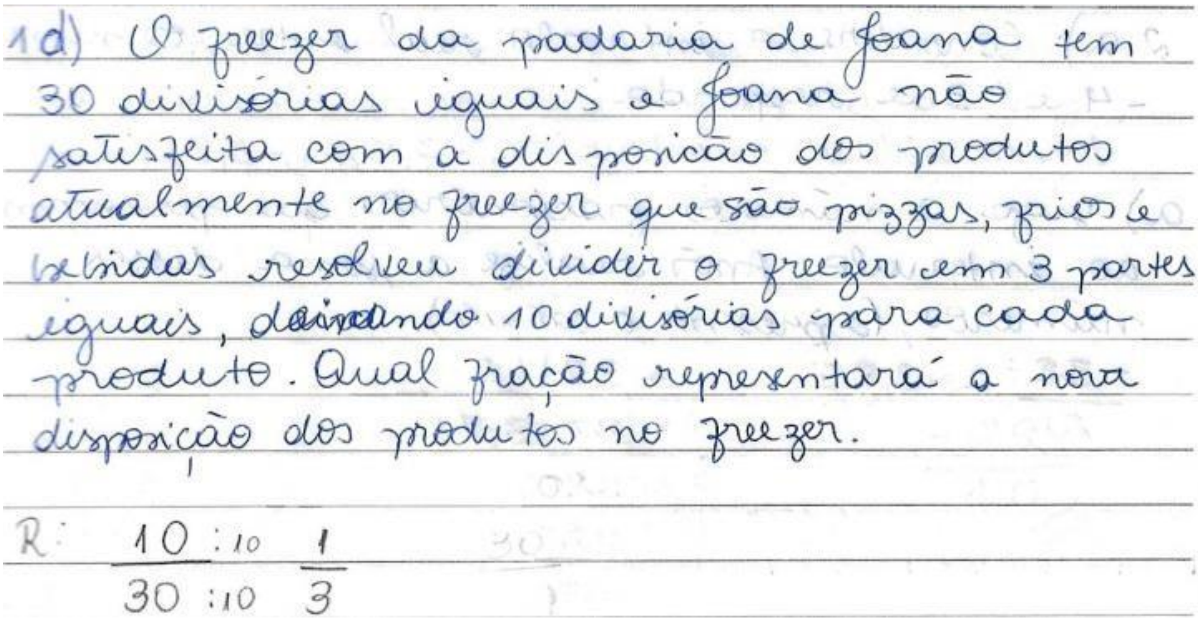
Se no freezer tiver 60 bebidas e Joana vender 1/3, quantas ela venderá?

$\frac{1}{3}$ de 60 = $\frac{60}{3}$ = 20,

Fonte: dados da pesquisa (2023)

A grande maioria dos discentes optou pelo significado parte/todo ao responder o item d) do Quadro 1. Magina e Campos (2008) observam em suas pesquisas que o significado de parte/todo é frequentemente privilegiado, ou mesmo exclusivo, pelos professores ao ensinarem frações, o que explica sua familiaridade para os alunos.

Figura 9: resposta ao problema do quadro 1, item d), pelo discente E


1d) O freezer da padaria de Joana tem 30 divisórias iguais e Joana não satisfeita com a disposição dos produtos atualmente no freezer que são pizzas, frios e bebidas resolveu dividir o freezer em 3 partes iguais, deixando 10 divisórias para cada produto. Qual fração representará a nova disposição dos produtos no freezer.

R: $\frac{10 :10}{30 :10}$ $\frac{1}{3}$

Fonte: dados da pesquisa (2023)

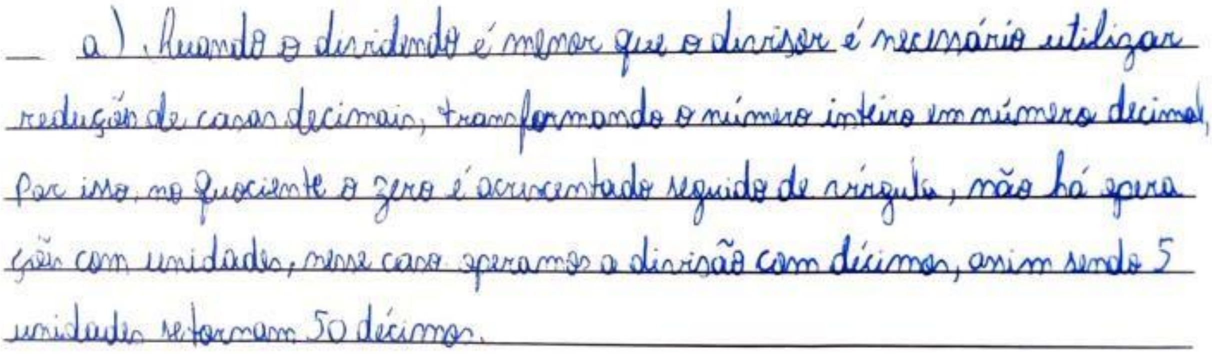
O discente E, Figura 9, comenta após a resposta que "neste caso para explorar o significado de "parte-todo", as 30 divisórias do freezer representam o "todo" e cada uma das divisórias representa uma "parte" dele. Joana quer deixar 10 partes dele para cada um dos 3 produtos, portanto $\frac{1}{3}$ representa a parte do "todo" que cada produto terá no freezer." A argumentação do discente deixa explícito a ideia de partes iguais que somam o todo, adotando apenas a representação numérica.

A atividade do Quadro 2 solicita apoio para compreensão do algoritmo de divisão, em específico para o cálculo (5:15). Ambos os itens a) e b) exploram a argumentação/explicação do algoritmo adotado. Para além disso, outros conceitos ou linguagens podem estar associados para oportunizar uma boa justificativa à Mariazinha. A Figura 10 ilustra a resposta do aluno B

ISSN 2764-3158

que adota nomenclaturas corretas e a argumentação que 5 unidades foram convertidas para 50 décimos.

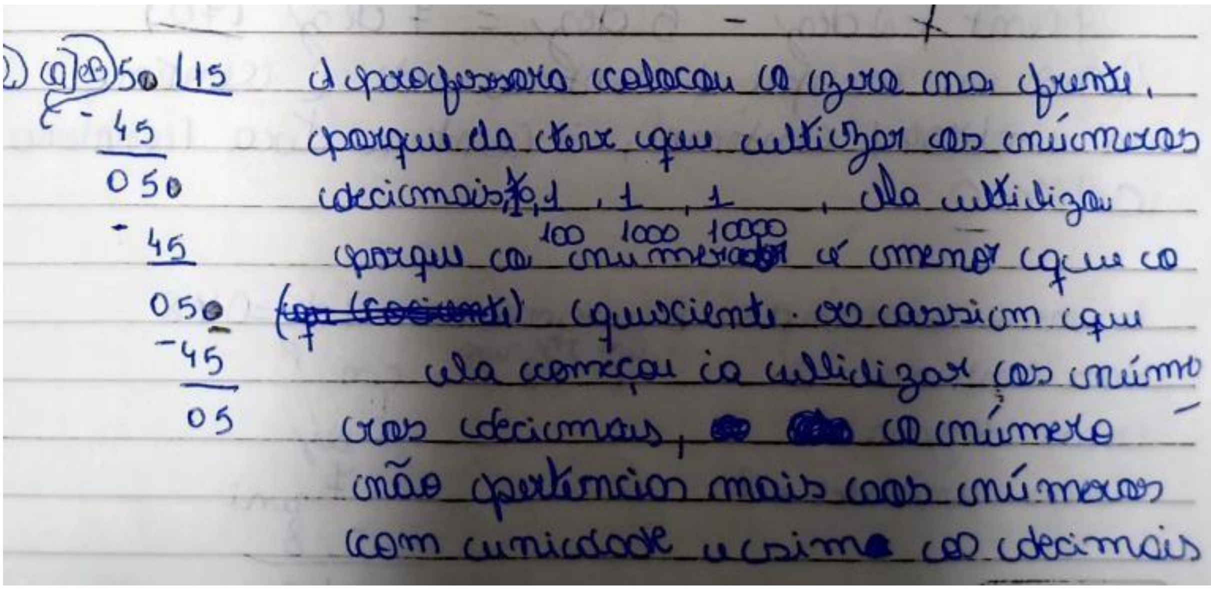
Figura 10: resposta ao problema do quadro 1, item a), pelo discente B


a) Quando o dividendo é menor que o divisor é necessário utilizar redução de casas decimais, transformando o número inteiro em número decimal, Por isso, no quociente o zero é acrescentado seguido de vírgula, não há operações com unidades, nesse caso operamos a divisão com décimos, assim sendo 5 unidades se tornam 50 décimos.

Fonte: dados da pesquisa (2023)

A resposta do discente F, Figura 11, não tem uma argumentação clara, adota duas linguagens (escrita e numérica) e mistura conceitos: numerador e quociente. Como também, não explicou o acréscimo dos zeros em preto (Quadro 2).

Figura 11: resposta ao problema do quadro 2, itens a) e b) pelo discente F


2) a) b) 50 | 15
-45
050
-45
050
-45
05

A professora colocou o zero na frente, porque ela teve que utilizar os números decimais 0,1, 1/100, 1/1000, 1/10000, ela utiliza porque o numerador é menor que o quociente. assim que ela começou a utilizar os números decimais, o número não pertencia mais aos números com unidade e sim aos decimais

Fonte: dados da pesquisa (2023)

Embora o algoritmo da divisão com acréscimo de zeros (troca de casas decimais) tenha sido explicado oralmente em sala de aula, a solicitação de uma explicação escrita revelou dificuldades e erros por parte dos alunos. A grande maioria dos alunos apresentou algum erro ou uma explicação não completa (suficiente) para elucidação da questão. A explicação escrita exige uma organização de ideias e de detalhamentos. A explicação oral é distinta, neste caso, pois é ao vivo tem o retorno do aluno quanto a suas dúvidas. Dessa forma, usar a faceta epistêmica e seus indicadores na elaboração de questões se mostrou adequado ao promover o conhecimento especializado do professor durante sua formação inicial.

ISSN 2764-3158

6 Considerações finais

Este estudo apresenta resultados parciais de uma investigação sobre a mobilização de conhecimentos didático-matemáticos, com foco na faceta epistêmica e seus indicadores (contextualização, linguagem, procedimentos, argumentos e conexões), em uma turma do componente curricular Teoria Elementar dos Números de um curso de Matemática Licenciatura.

A faceta epistêmica representa o significado institucional que interage com diferentes significados parciais e variedades de representações (linguagem) do objeto matemático. Nesse viés, as atividades propostas aos licenciandos buscaram mobilizar as estratégias (uso dos significados) de modo a criar ou resolver uma situação-problema.

Das respostas obtidas, observa-se que determinar uma solução foi simples (fácil). Contudo, quando não é apenas o conhecimento comum a ser mobilizado (uso de um algoritmo), as dificuldades aparecem. Como por exemplo, ao adicionar (ou multiplicar) frações e representar essas operações geometricamente.

A criação de problemas, a partir de um contexto dado, foi compreendida por poucos. A intenção era facilitar a elaboração de problemas, utilizando um contexto específico como ponto de partida. Para vários alunos, o entendimento era que deveria ser criado outra situação que explorasse os mesmos conceitos, procedimentos ou linguagens adotadas no problema inicial.

O CDM adotado como aporte teórico-metodológico serviu como orientador ao professor formador do componente curricular de Teoria Elementar dos Números. Em específico da faceta epistêmica, que atende diretamente à ementa do componente, e seus indicadores que balizaram o que e como estudar/explorar os conjuntos numéricos. Nesse estudo há um recorte do componente, dando ênfase ao conjunto dos números racionais que frequentemente apresenta maior dificuldade aos licenciandos, seja na representação ou nas operações com os elementos de tal conjunto.

A partir do estudo, duas contribuições são relevantes e se destacam: a) os conhecimentos desenvolvidos na Educação Básica não são conhecimentos notórios aos licenciandos. É preciso explorar tais conhecimentos na formação inicial do professor no sentido que esses conhecimentos não sejam apenas comuns (ou mecanizados), é preciso explorar o especializado.
b) para mobilizar o conhecimento especializado, o CDM foi utilizado como ferramenta de apoio. Por meio de suas dimensões e facetas, o professor formador pode criar ou selecionar atividades que promovam práticas matemáticas relevantes para a formação inicial de professores.

O componente curricular Teoria Elementar dos Números é introdutório no curso de Matemática Licenciatura. A experiência desenvolvida nesse estudo abre caminho para futuras investigações, com o intuito de analisar: i) como os componentes introdutórios de Matemática, desenvolvidos com base no CDM, potencializam a formação inicial? e ii) quais os benefícios de adotar o CDM como guia nos componentes curriculares de estágio na formação inicial?

Referências

Ball, D. L., Thames, M. H., & Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: What makes it special? *Journal of Teacher Education*, *59*(5), 389-407.

Behr, M. J., Harel, G., Post, T., & Lesh, R. (1992). Rational number, ratio, and proportion. In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 296-333).

ISSN 2764-3158

New York: Macmillan.

Broetto, G. C., & Santos-Wagner, V. M. P. (2019). O ensino de números irracionais na educação básica e na licenciatura em matemática: Um círculo vicioso está em curso? *Boletim de Educação Matemática, 33*(64), 728-747.

Borba, M. C. (2004). A pesquisa qualitativa em educação matemática. In *Anais da 27ª Reunião Anual da Anped* (pp. 21-24). Caxambu, MG.

Carpes, P. P. G. (2019). Conhecimentos didático-matemáticos do professor de matemática para o ensino de números racionais (Tese de Doutorado). Universidade Franciscana, Santa Maria, Brasil.

Cunha, D. A. S. (2022). Formação continuada de professores de matemática: Uma investigação com metodologias ativas e tecnologias digitais sob a perspectiva do enfoque ontossemiótico do conhecimento e da instrução matemática (EOS) (Tese de Doutorado). Universidade Luterana do Brasil, Canoas, Brasil.

Godino, J. D. (2009). Categorías de análisis de los conocimientos del profesor de matemáticas. *Unión, Revista Iberoamericana de Educación Matemática, 20*, 13-31.

Kieren, T. E. (1988). Personal knowledge of rational numbers: Its intuitive and formal development. In J. Hiebert & M. J. Behr (Eds.), *Number concepts and operations in the middle grades* (pp. 162-181). Hillsdale: Lawrence Erlbaum.

Lamon, S. J. (2006). *Teaching fractions and ratios for understanding: Essential content knowledge and instructional strategies for teachers* (2nd ed.). Mahwah: Lawrence Erlbaum Association.

Magina, S., & Campos, T. (2008). A fração na perspectiva do professor e do aluno dos dois primeiros ciclos do ensino fundamental. *Boletim de Educação Matemática, 21*(31), 23-40.

Pino-Fan, L. R., Godino, J., & Font, V. M. (2011). Faceta epistêmica do conhecimento didático-matemático sobre a derivada. *Educação Matemática Pesquisa, 13*(1), 141-178.

Pino-Fan, L. R., & Godino, J. (2015). Perspectiva ampliada del conocimiento didáctico-matemático del professor. *Paradigma, 36*(1), 87-109.

Ventura, H. M. G. L. (2013). A aprendizagem dos números racionais através das conexões entre as suas representações: Uma experiência de ensino no 2º ciclo do ensino básico (Tese de Doutorado). Universidade de Lisboa, Lisboa.

ISSN 2764-3158